

Title	Deformations of V-normal crossing varieties
Author(s)	橋本, 俊幸
Citation	大阪大学, 2007, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/48766">https://hdl.handle.net/11094/48766</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	橋本俊幸
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第 21543 号
学位授与年月日	平成 19 年 9 月 26 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	Deformations of V-normal crossing varieties (V-正規交叉多様体の変形)
論文審査委員	(主査) 教授 並河 良典  (副査) 教授 藤木 明 教授 白井 三平 教授 今野 一宏 准教授 後藤 竜司

## 論文内容の要旨

この論文では、商特異点を正規交叉多様体の変形とそのスムージングについて扱う。ここでスムージングとは、多様体を変形によって非特異な多様体に変形することをいう。本論文のアイデアは、川又、並河両先生による。両先生は、 $\log$  構造の概念を定義し、正規交叉多様体がスムージングできるための十分条件を示した。本論文の主定理はその V-正規交叉多様体の場合への拡張である。

主定理  $X$  を  $\log$  構造を持った 3 次元以上の V-正規交叉多様体とし、 $X$  の各既約成分はすべてケーラーであるとする。 $D$  を  $X$  の正規交叉特異点の集合、 $E$  を  $X$  の商特異点集合とする。以下の条件を仮定する。

- (1)  $D \subset E$
- (2)  $X$  の標準線形束  $\omega_X$  は自明である。
- (3)  $H^{d-1}(X, \mathcal{O}_X) = 0$ 、ここで、 $\mathcal{O}_X$  は  $X$  の構造層。
- (4)  $H^{d-2}(X, \mathcal{O}_X) = 0$

この時、 $X$  は変形によってスムージング可能である。

主定理の証明にあたり、まず V-正規交叉多様体上の  $\log$  構造を定義し、V-正規交叉多様体の  $\log$  無限小変形をコホモロジーを使って記述する。さらに正規交叉多様体の場合と同様に、V-正規交叉多様体の場合でも  $T^1$ -lifting の概念が適用できることを示す。これらの概念を用いて主定理を証明する前に、V-正規交叉多様体は混合 Hodge 複体の構造を持つことを示している。この事実より主定理が最終的に証明される。

さらに、主定理を適用できる具体例として、既約成分を 2 つ持つ 3 次元の V-正規交叉多様体を構成しスムージングによって非特異な 3 次元 Calabi-Yau 多様体の例を得た。この多様体の位相不変量は元の V-正規交叉多様体のそれから計算でき、今の例では

$$\text{オイラー数} = -96 \quad \text{第 2 ベッチ数} = 1 \quad \text{第 3 ベッチ数} = 100$$

であることがわかった。

最後に、この論文の中で定義した  $\log$  構造と、もう 1 つ別の半群の層により定義される  $\log$  構造との関係を調べる。半群による  $\log$  構造は最初に加藤先生により代数多様体上で定義され、Schroer-Siebert 両氏によって代数空間上で定義されたものである。結果として  $V$ -正規交叉多様体がこの論文の意味での  $\log$  構造を持つならば、Schroer-Siebert 両氏の意味での  $\log$  構造を持つことが証明できた。しかし、逆の命題は一般には成り立たつかどうかは分からない。

### 論文審査の結果の要旨

本論文では、 $V$ -正規交叉多様体の変形理論が扱われている。正規交叉多様体とは、各既約成分が非特異で、特異点のまわりでは、座標を用いて、 $z_1 \cdots z_k = 0$  と書ける代数多様体のことである。非特異代数多様体の族が退化している場合、広中の特異点解消と、Mumford らによる半安定還元理論をもちいることにより、退化ファイバーは正規交叉多様体であると仮定することができる。これが、正規交叉多様体を研究するひとつの理由である。一方、正規交叉多様体を変形して非特異代数多様体を構成する問題も重要である。正規交叉多様体  $X$  が変形でスムージング可能であるためには、 $X$  が対数構造 (logarithmic structure) を持つことが必要になる。Friedman、川又一並河は、 $X$  と対数構造の組を考え、その変形理論を構築した。これを、対数的変形とよぶ。対数的変形を利用することによって、 $X$  の標準束が自明な場合に、 $X$  をスムージングして非特異なカラビーヤウ多様体を構成することができる。

本論文では、これらの結果を、 $V$ -正規交叉多様体の場合に一般化した。 $V$ -正規交叉多様体の場合、対数構造をどう定義するか？ 定義した対数構造から極限ホッジ構造をどのように構成するか？ など微妙な議論が必要になる。さらに最終章では、この論文で定義した対数構造と、Siebert-Schroer 対数構造との比較がなされている。審査の結果、得られた結果はこの分野の研究者にとって有用なもので、質も高いものであるとの結論に達した。よって、本論文は博士 (理学) の学位論文として十分価値のあるものと認める。