【22】

氏　　　　　名	加藤正和（かとう　まさかず）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学 位 記 番 号	第　２１７３７　号
学 位 授 与 年 月 日	平成 20 年 3 月 25 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第４条第１項該当 理学研究科数学専攻
学 位 論 文 名	Large time behavior of solutions to some nonlinear parabolic type equations （非線形放物型方程式の解の漸近挙動）
論 文 審 査 委 員	（主査） 教　授　林　　仲夫 （副査） 教　授　土居　伸一　　教　授　西谷　達雄　　教　授　松村　昭孝 准教授　久保　英夫

論　文　内　容　の　要　旨

本論文は、一般化された Burgers 方程式と粘菌の数理モデルを表した走化性の放物型方程式系の初期値問題の解の漸近挙動を研究したものです。各々の方程式の解は、それぞれ非線形散逸波と熱核に漸近する事が知られており、初期値の空間方向での減衰性に応じた第一漸近形への解の漸近レートについても良く研究されてきました。本論文の主要な結果は、それぞれの方程式の解の第一漸近形への最適な漸近レートと第二漸近形を導いた事です。

最初に、一般化された Burgers 方程式に関する結果を述べます。従来の結果では、解が非線形散逸波に漸近する漸近レートには Log 項がついており、それが取り除けるのではないかと長年予想されてきました。この論文の結果は、十分初期値に減衰性を仮定しても３次の非線形項がある場合には、その漸近レートが予想に反して最適なレートであって、Log 項を取り除く事が出来ない事を示したものであり、更に、時間大域解の第二漸近形も導いています。主に用いる解析手法は解の重み付き減衰評価です。従来は、非線形方程式を扱う際にその線形化方程式に熱方程式を用いており、最適な減衰評価の解析が困難でした。この論文では低階項を含めた線形化方程式の解作用素を具体的に熱核を用いて構成する事により、解の最適なアプリオリ評価を導く事に成功しています。また、その解作用素を用いる事で非線形部分から Log 項が影響する部分を抜き出し、剰余項の評価を行う事によって、Log 項が付く評価が最適である事を示しています。

次に、粘菌の数理モデルを表した走化性の放物型方程式系に関して述べます。この方程式系の有界な解は、熱方程式の自己相似解である熱核に漸近する事が知られてきましたが、空間次元が１次元の場合には２次元以上の場合と違い、漸近レートに Log 項がついておりこの評価が最適かどうかは未解決な問題でした。この論文の結果は、上述の方程式系について、空間１次元の場合に漸近レートの Log 項を取り除く事ができる事を示したものであり、更に、時間大域解の第二漸近形を導く事により、このように改善された漸近レートの最適性について示しています。この論文では、非線形項の主要項が空間について二階の微分構造を持っている事に注目する事により、Log 項を取り除いた減衰レートにおけるアプリオリ評価を導く事に成功しています。また、従来の結果は、方程式系の粘性係数が同じ場合について得られたものでしたが、この論文では互いに異なる係数について第１漸近形、第２漸近形を導いています。

本論文の結果より、以上の二つの方程式に関して、第一漸近形と違い第二漸近形においては非線形項の影響を無視

する事ができないという解の性質を明らかにした。また、非線形項のオーダーが同じ場合であっても非線形の構造の違いにより第一漸近形への解の漸近レートが変わる事を解明しました。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文は、一般化された Burgers 方程式と粘菌の数理モデルを表した走化性の放物型方程式系の初期値問題の解の漸近挙動を研究したものである。各々の方程式の解は、それぞれ非線形散逸波と熱核に漸近する事が知られており、初期値の空間方向での減衰性に対応した第一漸近形への解の漸近レートについても良く研究されてきた。本論文の主要な結果は、それぞれの方程式の解の第一漸近形への最適な漸近レート及び第二漸近形を導いた事である。

最初に、一般化された Burgers 方程式に関する結果を述べる。従来の結果では、解が非線形散逸波に漸近する漸近レートには Log 項がついており、それが取り除けるのではないかと長年予想されてきた。この論文の結果は、その漸近レートが予想に反して最適なレートであって、Log 項を取り除く事が出来ない事を示したものであり、更に、時間大域解の第二漸近形も導いている。主に用いる解析手法は解の重み付き減衰評価である。本論文では低階項を含めた線形化方程式の解作用素を具体的に熱核を用いて構成する事により、解の最適なアプリオリ評価を導く事に成功している。また、その解作用素を用いる事で非線形部分から Log 項が影響する部分を抜き出し、剰余項の評価を行う事によって、Log 項が付く評価が最適である事を示している。

次に、粘菌の数理モデルを表した走化性の放物型方程式系に関して述べる。この方程式系の有界な解は、熱方程式の自己相似解である熱核に漸近する事が知られてきたが、空間次元が 1 次元の場合には 2 次元以上の場合と違い、漸近レートに Log 項がついておりこの評価が最適かどうかは未解決な問題であった。この論文の結果は、上述の方程式系について、空間 1 次元の場合に漸近レートの Log 項を取り除く事ができる事を示したものであり、更に、時間大域解の第二漸近形を導く事により、このように改善された漸近レートの最適性について示している。本論文では、非線形項の主要項が空間について二階の微分構造を持っている事に注目する事により、Log 項を取り除いた減衰レートにおけるアプリオリ評価を導く事に成功している。

本論文の結果より、以上の二つの方程式に関して、第一漸近形と違い第二漸近形においては非線形項の影響を無視する事ができないという解の性質を明らかにした。また、非線形項のオーダーが同じ場合であっても非線形の構造の違いにより第一漸近形への解の漸近レートが変わる事を解明した。

よって本論文は、博士（理学）の学位論文として十分価値のあるものと認める。