Title	Bifurcation analysis to Swift-Hohenberg equation with symmetry breaking boundary conditions
Author(s)	奥田, 孝志
Citation	大阪大学, 2008, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/48841
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

氏　　　　　　名	奥田孝志（おくだたかし）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学　位　記　番　号	第　２２１３０　号
学位授与年月日	平成 20 年３月 25 日
学位授与の要件	学位規則第４条第１項該当 基礎工学研究科システム創成専攻
学　位　論　文　名	Bifurcation analysis to Swift-Hohenberg equation with symmetry breaking boundary conditions （対称性を破る境界条件下でのスウィフト・ホーヘンバーグ方程式の分岐解析）
論文審査委員	（主査） 教　授　名和　範人 （副査） 教　授　鈴木　　貴　　教　授　会田　茂樹　　准教授　小川　知之

論　文　内　容　の　要　旨

学位論文においては散逸系偏微分方程式において非対称な境界条件を課し、その定常解の分岐構造を調べた。具体的には熱対流の現象論的モデルである Swift-Hohenberg 方程式（以下 SHE と略記）を Steklov 型境界条件の下で考える事により、自明解の安定性および定常解の分岐構造に関する結果を得た。ディリクレ境界条件においては異なるフーリエモードに対応する固有値曲線は唯一つの共有点を持つ。一方でディリクレ境界条件に摂動パラメータを導入し、Steklov 型境界条件の下で考えると同じ偶奇性を持つ固有値曲線は非交差となることが明らかとなった（異なる偶奇性を持つ物は交差を維持する事も同時に示された）。さらに定常解の分岐については、同じ偶奇性を持つ単純モード定常解から分岐する複合モード定常解は不完全分岐を起こす事が明らかとなり、一方で異なる偶奇性を持つ物はピッチフォーク分岐が維持される事が分かった。これらの結果は標準形を用いた局所分岐解析によって明らかとなったが、AUTO と呼ばれる分岐追跡ソフトを用いた数値的な結果とも一致している。

また通常、SHE とは３次の非線形性のみを持つ方程式であるが、それに対して２次の非線形性を考慮すれば安定な複合モード定常解が得られる。この２次の非線形性を持つ場合においても Steklov 型境界条件の下で考えることで、３次の場合同様に固有関数の偶奇性によって不完全分岐の起こる特異点と起こらない特異点が分類出来る事が明らかとなった。さらに学位論文においては２変数反応拡散方程式系について非対称な境界条件の下での標準形の表示が示されており、それを用いる事で部分的ではあるが SHE 同様、固有関数モードの偶奇性によって不完全分岐が起こる事が明らかとなった。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

多くのパターン形成の問題では、その系のもつ特徴的なパラメーターの変化に伴い一様な状態が不安定化し様々なパターンが現れる。従って、定常解の分岐構造を詳細に調べることが重要である。本学位申請論文において申請者は、熱対流や化学反応に現れるパターン形成の問題と関連する基本的な微分方程式を中心に、境界条件に由来する非対称

性が微分方程式の定常解の分岐構造にどのような影響を及ぼすかを調べた。

境界条件からくる非対称性が分岐構造に大きな変化をもたらす可能性があることは、すでに流体の分野では熱対流の問題で指摘されている。さらに数理生物学の分野でも形態形成のモデルで数値的な研究がある。本論文はこのような問題に対して、熱対流の現象論的モデルであるスウィフト・ホーヘンバーグ（SH）方程式を中心に考察し、その結果分岐構造がどのように変化するのかを数学的に明らかにした。

SH 方程式を、まず通常研究されているように空間 1 次元の周期的な境界条件で考えよう。パラメーターが変化するとある特定の非零波数のモードが不安定化するので、区間の長さによっては、n と m という二つの整数モードが同時に不安定化することがある。従って区間長とパラメーターの空間に n と m に対応するモードの中立安定曲線を描いてみればそれらは交差する。一方、本論文で扱った境界条件では、周期的な境界条件の持つ SO(2) 対称性が破れ、それによって、奇遇の同じモードどうしの中立安定曲線の交差が外れるということ（擬交差）が起こる。本論文では、境界条件の影響を適当な変数変換を用いて方程式の内部変数に取り込み、交差する多重分岐点まわりの中心多様体縮約を行うことで、擬交差を解明し、それによって、中立安定曲線の全貌を明らかにした。また中心多様体上の標準形を用いることで、多重分岐点まわりのピッチフォーク分岐が不完全化し、分岐ブランチがループ状になることなどを解明した。

以上のような解析は、定常解の分岐解析に新しい視点をもたらしたものであり、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。