【35】

| | |
|---|---|
| 氏名・(本籍) | 高(たか)嶋(しま) 恵(けい)三(ぞう) |
| 学位の種類 | 理学博士 |
| 学位記番号 | 第 8517 号 |
| 学位授与の日付 | 平成元年3月15日 |
| 学位授与の要件 | 学位規則第5条第2項該当 |
| 学位論文題目 | **エルゴード的自己相似過程の見本関数の諸性質** |
| 論文審査委員 | (主査)<br>教授 池田 信行<br>(副査)<br>教授 渡辺 毅 教授 福島 正俊 助教授 中尾慎太郎 |

## 論文内容の要旨

本論文では，Brown 運動において既知である自己相似性の指数，局所増大度の指数の一致，並びに見本関数の諸性質に関する0－1法則の存在の問題を，一般の自己相似過程に対して考察した。

まず一般の自己相似過程に対してスケール変換のエルゴード性より，見本関数の局所増大度，グラフ等に関する0－1法則を導いた。また一様増大度に関しては必ずしも0－1法則が成り立つわけではないことを示した。さらに幾つかの典型的な自己相似過程に対しそのエルゴード性を示した。

次に，具体的に以下の fractional 安定過程 $X=\{X(t): t\geqq 0\}$ に対して見本関数の局所増大度，一様増大度を調べた。

$1<\alpha<2$、$0<\beta<1-1/\alpha$，$a_+$，$a_-\in R$ とし $X(t)=\int_0^\infty f_t(s)\,dZ^+(s)+\int_0^\infty f_t(-s)\,dZ^-(s)$ とおく。但し $f_t(s)=a_+\{(t-s)_+^\beta-(-s)_+^\beta\}+a_-\{(t-s)_-^\beta-(-s)_-^\beta\}$，$x_+=\max\{x, 0\}$，$x_-=\max\{-x, 0\}$，であり $Z^+$，$Z^-$ は指数 $\alpha$ の安定過程であり，互いに独立なものとする。また $\triangle_Z(t)$ は $Z^+$ の $t$ における jump の値とし，$\phi(t)$，$t>0$，は正値単調関数とする。

まず局所増大度については，$\int_{0+} t^{-1}\phi^{-\alpha}(t)\,dt$ が収束すれば $t^{1/\alpha+\beta}\phi(t)$ は $t=0$ における局所増大度に関する上級関数であり，発散すれば下級関数であることを示した。これは Brown 運動における Kolmogorov の判定条件，及び安定過程における Khinchin の判定条件に対応する結果である。

次に一様増大度に関してはまず，確率1で

$$\lim_{h\downarrow 0}(X(t+h)-X(t))/h^\beta=a_+\triangle_Z(t),\ 0\leqq t\leqq 1,$$

$$\lim_{h\downarrow 0}(X(t)-X(t-h))/h^\beta=-a_-\triangle_Z(t),\ 0<t\leqq 1,$$

$$\lim_{h\downarrow 0}\sup_{0\leqq s<t\leqq 1,\ t-s\leqq h}|X(t)-X(s)|/|t-s|^\beta=\max_{s\leqq t\leqq 1}|f_1(s)|\sup_{0\leqq t\leqq 1}|\triangle_Z(t)|$$

が成り立つことを示した。以上によりXの自己相似性の指数と局所増大度の指数とは一致するが，一様増大度の指数はそれらより真に小さいことが示され，Brown 運動，fractional Brown 運動及び多重 Wiener 積分で表現される自己相似過程等，3指数が一致する場合との著しい差異が示された。さらに，$t^{\beta}\phi(t)$ は，$\lim_{t\downarrow 0}\phi(t)$ の値が $\infty$ なら一様増大度に関して上級関数，0なら下級関数であり，有限な正の値であれば上級関数でも下級関数でもなく，かつ

$\lim_{h\downarrow 0}\sup_{0\leqq s<t\leqq 1,\ t-s\leqq h}|X(t)-X(s)|/\{|t-s|^{\beta}\phi(|t-s|)\}$

の分布の台は $(0,\infty)$ であることが示された。これはBrown 運動におけるChung－Erdös－Sirao の定理と対蹠的にXにおいては一様増大度に関しては0－1法則が成り立たないことを示している。

## 論文の審査結果の要旨

確率過程の見本関数の諸性質はブラウン運動，安定過程およびガウス過程の場合にとくに詳しく研究されており，その成果は確率論において欠かせないものになっている。

高嶋君は本論文において，エルゴード的なスケール変換をもつ自己相似過程の見本関数の諸性質を一般的に研究するとともに，とくに次に述べる(1)の形の表現をもつ fractional 安定過程 $X=\{X(t)\}$ の見本関数の局所増大度，一様増大度について考察し興味深い成果を得ている。

(1) $X(t)=\int_0^{\infty}f_t(s)\,dZ^{+}(s)+\int_0^{\infty}f_t(-s)\,dZ^{-}(s)$,

ここで，$1<\alpha<2$，$0<\beta<1-1/\alpha$，a，b$\in$R，$|a|+|b|\neq 0$，に対し $f_t(s)=a\{(t-s)_{+}^{\beta}-(-s)_{+}^{\beta}\}+b\{(t-s)_{-}^{\beta}-(-s)_{-}^{\beta}\}$ とおき，$Z^{+}$と$Z^{-}$は互いに独立で指数$\alpha$の安定過程で同じ確率分布をもつものとする。ただし $x_{+}=\max\{x,0\}$，$x_{-}=\max\{-x,0\}$ とする。関数$\phi(t)$ が $X(t)$ の局所増大度について上級または下級であることは，ブラウン運動の場合と同様に，$\phi(t)$ に関連するある種の積分の収束または発散によって判定される。他方Xの一様増大度に関する性質については，ブラウン運動の場合と極めて異なった特徴が現われる。さらにXの自己相似性の指数と局所増大度の指数は一致するが一様増大度の指数はそれより真に小さい。本論文において解明された fractional 安定過程のこれらの性質は非常に興味深いものである。

以上のように本論文における高嶋君の研究は，確率過程論の発展に大きく貢献するものであって，理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。