



Title	Special solutions of generalizations of the Painlevé equations
Author(s)	松田, 一秀
Citation	大阪大学, 2008, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/49268">https://hdl.handle.net/11094/49268</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名	まつだ かずひで 松田 一秀
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第 22172 号
学位授与年月日	平成 20 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 情報科学研究科情報基礎数学専攻
学位論文名	Special solutions of generalizations of the Painlevé equations (パンルヴェ方程式の一般化の特殊解)
論文審査委員	(主査) 教授 川中 宣明 (副査) 教授 坂根 由昌 准教授 大山 陽介

### 論文内容の要旨

Paul Painlevé は超幾何関数に代わる新しい特殊関数の発見を目的として、2階の非線形常微分方程式を分類し、6つの微分方程式を得た。この6つの微分方程式はアフィン・ワイル群の対称性を持ち、モノドロミ保存変形から得られることが知られている。本論文では、対称性とモノドロミ保存変形の2つの観点から一般化されたパンルヴェ微分方程式の特殊解を扱っている。

本論文は2部よりなっている。第1部では対称性の観点から特殊解を考察した。パンルヴェ第4方程式は A2 型の対称性を持っているが、ここから拡張された、A4型の対称性をもつA4型パンルヴェ方程式の有理関数解を分類した。

第2部ではモノドロミ保存変形から特殊解を考察した。Miwa-Jimbo は  $\Theta$  関数の加法的変数  $z$  を動かすことにより、 $\tau$  関数が  $\Theta$  関数で表される、不確定特異点を持つモノドロミ保存変形を構成した。Kitaev-Korotkin は  $2g+2$  個の確定特異点からなるモノドロミ保存変形を構成し、その  $\tau$  関数を周期のみを動かす  $\Theta$  関数で表現した。特に、 $g=1$  の場合にはパンルヴェ第6方程式の Picard 解となっている。両者の研究を受けて、著者は、加法的変数  $z$  と周期とともに動かす橙円  $\Theta$  関数を  $\tau$  関数にもつような、モノドロミ保存変形を構成した。このモノドロミ保存変形は4個の確定特異点を持ち、1個の不確定特異点を持っている。

### 論文審査の結果の要旨

松田一秀君の論文は、パンルベ方程式の2種類の一般化に対して、古典的な方程式と類似の性質が保持されていることを示したもので、パンルベ方程式における重要な寄与として高く評価できる。よって、博士(理学)の学位論文価値あるものと認める。

氏名	なか 仲 田 研 登
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第 22173 号
学位授与年月日	平成20年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 情報科学研究科情報基礎数学専攻
学位論文名	Colored Hook Formula for a Generalized Young Diagram (一般化されたヤング図形における色付きフック公式)
論文審査委員	(主査) 教授 川中 宣明 (副査) 教授 伊達 悅朗 教授 日比 孝之

### 論文内容の要旨

1954年、J.S. Frame, G. de B. Robinson, R.M. Thrallの3人の論文によって、ヤング図形における「フック公式」が証明された。この公式は、組合せ論的には、ヤング図形の標準盤の総数を与える公式であり、また、表現論的には、ヤング図形に対応する対称群の既約表現の次数を与える公式でもある。

一方、1991年のJ.B. Carrellの論文によれば、1989年ごろD. PetersonはKac-Moodyリーダー代数のワイル群のミヌスキュール元の最短表示の個数を与える公式(Petersonのフック公式)を導き、それがヤング図形におけるフック公式の一般化を与えることも注意した、とされている。しかし、この研究は、Peterson自身は論文として発表しておらず、その詳細や証明方針などについて、現在も未発表のままである。

本論文の目的は、Kac-Moodyリーダー代数において「有限かつ pre-dominant な整ウェイト」の概念を導入し、このような整ウェイトに対して「色付きフック公式」が成立することを証明することである。色付きフック公式では、左辺はパス（これは本論文で定義される）に対応する多変数有理式の有限和であり、右辺はムープ（これも本論文で定義される）に対応する多変数有理式の有限積である。なお、もとの Kac-Moody リーダー代数が A 型のとき、有限かつ pre-dominant な整ウェイトはヤング図形と同等な概念とみなすことができるので、有限かつ pre-dominant な整ウェイトは「一般化されたヤング図形」と考えることができる。

本論文では、この「一般化されたヤング図形における色付きフック公式」において、その両辺の最低次数を比較することで、いわば多変数版フック公式ともいえる公式を導いている。さらに、この多変数版フック公式において各変数を 1 に特殊化することで、一般化されたヤング図形における極大パスの総数を与える公式を導いている。

本論文では、この一般化されたヤング図形における極大パスの総数公式から Peterson のフック公式が容易に導くことを証明している。これによって、Peterson のフック公式のきわめて見通しの良い証明も同時に与えられたことになる。

Peterson のフック公式は、色付きフック公式から二段階の特殊化によって証明されるので、色付きフック公式は Peterson のフック公式よりかなり一般的なものであり、まったく新しい公式である。事実、色付きフック公式は古典的なヤング図形に対してさえ新しいものになっている。

### 論文審査の結果の要旨

仲田研登君の論文は、ヤング図形の理論において極めて重要なフック公式を3重の意味で一般化した画期的な成果として高く評価できる。

よって、博士（理学）の学位論文として、十分に価値あるものと認める。