



Title	Study on Mean Field Equations for Point Vortex and Vortex Filament Systems
Author(s)	澤田, 謙
Citation	大阪大学, 2009, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/49626">https://hdl.handle.net/11094/49626</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名	さわ 澤 田 謙
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 23034 号
学 位 授 与 年 月 日	平成 21 年 3 月 24 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 4 条第 1 項該当
	基礎工学研究科システム創成専攻
学 位 論 文 名	Study on Mean Field Equations for Point Vortex and Vortex Filament Systems (点渦系と渦糸系の平均場方程式に関する研究)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 鈴木 貴 (副査) 教 授 名和 範人 教 授 会田 茂樹 教 授 河原 源太

### 論文内容の要旨

平衡平均場極限における点渦や渦糸の分布を記述する平均場方程式は、非局所項を持つ指數非線形型の梢円型偏微分方程式であり、その詳細は点渦や渦糸の循環に関する制約に依存する。これまでにいくつかの循環制約のもとで平均場方程式が導出され、研究されてきた。本論文では、循環に関する制約を一般化し、点渦もしくは渦糸の数密度がディラックデルタ関数の和で表される確率測度によって決定される系について詳しく考察する。はじめに、一般化された点渦系の平均場方程式を導出する。形式的な導出として 3 つの異なる力学原理、すなわち、Joyce-Montgomery、Pointin-Lundgren、および Caglioti-Lions-Marchioro-Pulvirenti の方法、に基づいて同じ一般化された平均場方程式が得られることが確認される。これらの方法では極限操作において物理的要請から極限関数の存在が仮定されている。そこで、Caglioti-Lions-Marchioro-Pulvirenti や Neri の方法に基づいて、得られた平均場方程式の数学的正当化を行う。次に、滑らかな境界を持つ有界領域に閉じ込められた異符号の循環を持つ中立的渦点系の平均場方程式を解析する。Suzuki の等周不等式(1992)と Suzuki の平均値の定理(1994)を適用し、適切な条件下での解の線形安定性と a priori 評価が示される。これらの結果により、単連結領域での自明解の一意性と解集合の topological degree が導かれる。最後に、3 次元への拡張として渦糸系の平均場方程式について議論する。適切なスケーリングにより、ほぼ平行な渦糸系については、Klein-Majda-Damodaran により Hamiltonian 形式が導入されており、渦点系での方法を応用することができる。一般化された循環制約の下での平均場方程式の形式的導出が示されている。

### 論文審査の結果の要旨

自然界には長時間にわたり安定的な乱流パターンが形成されることがあり、揺らぎから生ずる秩序構造のひとつとして以前より理論・実験双方から研究が進められてきた。本論文は單一種類の点渦の高エネルギー極限平均場方程式を平衡統計力学の手法で導出した Onsager の理論を下敷きとし、点渦や渦糸に対する最近の研究を踏まえて独自の議論を

展開したもので、その学術的価値は極めて高い。申請者の論点は渦の強度が多数あるときにその平均場方程式はどのように記述され、どのような数学的な性質を持っているかにある。これまで2種類までの点渦についてはJoyce - Montgomery, Pointin - Lundgren, Caglioti - Lions - Privlenti - Marchioroにより、正準統計・小正準統計を用いた議論が展開され、また最近 Neri によって一種類の点渦の強度がランダムに揺らぐ場合が議論されてきた。本論文はこれらの方法が異なる設定である多数強度・さらに連続分布強度についても適用でき、収束証明も得られることを示したものである。ここで用いられた議論と計算は相当に複雑であり、その厳密な数学的裏づけにはなお多数の研究者による吟味が必要であるが、少なくとも平均場極限を仮定した形式的導出についてはその正当性が査読つき論文として出版され、すでに理論力学の分野で認められている。また申請者が導出した新しい方程式として国際的にも広く知られ、すでにいくつかの数学の文献でも引用されている。申請者のこの平均場方程式は最も単純な2強度中立的点渦の場合でも Neri の導出した方程式と異なっており、また爆発解析を含む数学研究によって異なる強度を持つ点渦平均場コラプスの衝突という、単独強度では見られない新しい現象の可能性とその制御についての新しい議論の方向性が与えられている。これらの単純化された方程式の解析的研究でも申請者は大きな寄与を成し遂げているが、とりわけ等周不等式を用いた一意性定理はカオスの伝播という物理的現象を数学的に保障する重要なものである。また申請者は多数強度をもつ渦糸の高エネルギー平均場方程式の導出も行っているが、この部分は本論文の中でも特に注目される。形式的な計算にとどまっているが、得られた方程式はこれまで知られていなかったものであり、新しい変分構造と数学解析の可能性を示唆しているものとして、数理解析・理論力学双方の立場からその重要性と萌芽性が注目される。本論文で展開された理論的業績は、特に申請者が社会人学生であることを勘案すれば特筆すべきものであり、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。