



|              |   |
|--------------|---|
| Title        | On eigenvalues of random Schrödinger operators  |
| Author(s)    | Pham, Van Quoc  |
| Citation     | 大阪大学, 2008, 博士論文  |
| Version Type |   |
| URL          | <a href="https://hdl.handle.net/11094/49723">https://hdl.handle.net/11094/49723</a>   |
| rights       |   |
| Note         | 著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。 |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

| 【11】       |  |
|------------|--|
| 氏名         | バム バン クオク<br>Pham Van Quoc   |
| 博士の専攻分野の名称 | 博士(理学)   |
| 学位記番号      | 第 22448 号  |
| 学位授与年月日    | 平成20年9月25日   |
| 学位授与の要件    | 学位規則第4条第1項該当<br>理学研究科数学専攻  |
| 学位論文名      | On eigenvalues of random Schrödinger operators<br>(ランダムシュレーディンガー作用素の固有値について) |
| 論文審査委員     | (主査)<br>教授 杉田 洋<br>(副査)<br>関西学院大学教授 小谷 真一 教授 土居 伸一<br>教授 眞鍋昭治郎 講師 磯崎 泰樹      |

### 論文内容の要旨

ホワイトノイズ型のポテンシャルを持った1次元ランダム・シュレーディンガー作用素を有限区間で境界条件付きで考えたときの固有値について、区間を無限に拡大した時の各固有値の極限分布を求めた。新しい結果としては、

1. ポテンシャルが正のときには極限分布が境界条件に依存することを発見したこと
2. ポテンシャルが負のときには極限分布が境界条件に依存しないことを示したこと
3. スペクトルの内部に属する固有値の極限分布が正規分布になることを示したこと

である。さらに先行する論文の証明に誤りがあることを指摘し、その主要な結果である、固有値の極限分布についての結果がまだ証明できていないことを注意した。

この研究の動機はランダム・シュレーディンガー作用素のスペクトルの研究に今までと異なる視点を与えることであった。また、従来研究されてきたランダム行列の場合と異なり、非常に退化したランダム行列になっているシュレーディンガー作用素の場合の固有値の極限状態に关心を持つことである。この所期の目的を達成する

ために比較的計算の容易なホワイトノイズ型のポテンシャルの場合を考察し、上記の結果を得た。この結果をまとめるにあたり、南教授(慶應大学)に状態密度関数で固有値をスケーリングしなおせば自然であることを指摘された。その結果、極限分布に普遍性があることが判明した。またスペクトルの内部に属する固有値の極限状態については特に多次元の場合に興味があるが、まず1次元の場合に結果を出すことにし、それに成功した。

将来の問題として、固有値の同時分布についての極限分布を得ることがまず挙げられる。先に指摘した先行論文ではこれを示そうとしているが証明に誤りが見られ、結果自身は成立するように見えるが、証明は容易ではないと考えられる。また離散的なシュレーディンガー作用素の場合には別の方法が必要である。

重要な問題としては、多次元においてスペクトルの内部領域での固有値の極限状態を知ることである。この論文の方法をまず帯領域の作用素に適用し、後に帯の幅を無限大に拡大していくことが考えられ、将来の方向性を与えたと考えている。

### 論文審査の結果の要旨

本論文は1次元のランダム(ホワイトノイズ型)ポテンシャルを持ったシュレーディンガー作用素を有限区間で境界条件のもとで考えたときの固有値について、区間の幅を無限にした時の極限分布について考察したものである。このシュレーディンガー作用素を全直線上で考えたときには固有値が半無限区間ないしは全直線上に稠密に現れることが知られており、物理学ではこの現象はアンダーソン局在と呼ばれている。一方、近年、成分がランダムな対称行列ないしはユニタリ行列の固有値について行列のサイズが無限に大きくなったときの固有値の極限的な性質について様々な観点からの研究が数学の方でも進んでいる。本論文ではこのランダム行列の問題意識に触発されてシュレーディンガー作用素の場合にも固有値についての極限状態を調べたものである。1983年に先行する研究が著名な雑誌に発表されているが、申請者はその証明に重大な間違いがあることを発見し、その論文の結果は成立するかどうかわからないことを指摘した。この論文を出発点として申請者は、ポテンシャルが正の場合には、境界条件の付け方によっては固有値の極限分布が異なることを証明した。一方、ポテンシャルが負の場合には、極限分布は境界条件の付け方によらずに決まることも証明した。ポテンシャルがかなり特殊な場合に証明しているので、これがいかなる理由によって起こっているのかは明らかではないが、ポテンシャルがある条件を満たす時には極限分布が境界条件に依存するという事実は新しい知見を与えるものである。さらに、スペクトルの内部に相当する領域での固有値の極限定理も得ており、このときには極限分布が正規分布になることを示した。この領域でのスペクトルの状態は、物理学で予想されている空間3次元での非局在の問題と関連していると想像でき、興味深い。

このように申請者は、ランダムシュレーディンガー作用素から生じる固有値の極限分布について新しい結果を示すと共に、その結果は将来に建設的な問題を提供している。よって、本論文は博士(理学)の学位論文として十分価値あるものと認める。