



Title	層流から乱流へ
Author(s)	吉信, 宏夫
Citation	大阪大学低温センターだより. 1989, 67, p. 11-14
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/5045
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

層流から乱流へ

基礎工学部 吉 信 宏 夫 (豊中4460)

流体力学は古い学問で、その基礎はすでに19世紀に確立したと思っている人も多いが、それはあくまでも粘性や熱伝導等の輸送特性を省略した完全流体についてである。この省略の結果、完全流体の力学は実験事実と合わない多くの所謂“paradox”を残してきた。その最も有名な例はD'Alembertのparadoxと呼ばれるもので、「静止流体中を一定の速度で進む物体は抵抗を受けない」という結論である。これらのparadoxの克服のためには粘性の存在を考慮に入れる必要があった。粘性流体の運動を支配する基礎方程式はNavier-Stokesの方程式で、本質的に非線型の偏微分方程式である。このために、20世紀の流体力学はこの非線型性と格闘せざるを得なくなるのである。

粘性の大きい場合（厳密に言えば流場の中の代表的な流速 U_0 、代表的長さ L 、及び流体の動粘性率 ν で作ったReynolds数と呼ばれる無次元数、 $Re = U_0 L / \nu$ が小さい場合）、基礎方程式はStokes近似やOseen近似によって線型化できて取扱が容易になり、理論的に導かれる抵抗値は実験結果と合致し、低Reynolds数の流れに関する限りD'Alembertのparadoxは克服された。流れは境界条件や初期条件に従って、定常的であるか又は規則正しく変動し、所謂「層流」が実現される。

しかしながら、我々にとって最も身近な流体である空気や水の動粘性率は通常 $\nu \approx 10^{-5} \sim 10^{-6}$ (m^2/sec) と極めて小さく、その中で起る日常的な流動現象ではReynolds数 $Re \approx 10^6 \sim 10^7$ と極めて大きい。 $Re \rightarrow \infty$ の漸近理論としてPrandtlの境界層理論があるが、これが全面的に成功しているのは翼形などの流線形物体を過る流れの場合のみであり、ずんぐりとした形の物体では流れは側面から剝離して後方に後流を形成し、その中では空間的にも時間的にも不規則な変動を生じ、所謂「乱流」となっている。

一般に、幾何学配置を一定にしておくと、低Reynolds数では層流が実現されるが、Reynolds数を大きくするにつれて定常な流れが存在し難くなり、まず規則的な振動が現われ、次第に高周波の攪乱が重なって不規則な振動となり、遂には完全な乱流になる。そこでどのようにして層流の中に攪乱が発生し、どのような過程を経て乱流に至るかということが問題になってくる。

ここでは具体的な一つの例として、水平な線熱源から浮力を受けて立ち昇る上昇気流（平面ブルーム）の乱流遷移を示そう。^{1), 2), 3), 4)} 写真1に見られるように流れは線熱源を含む鉛直面に沿うた薄い層の内に局限された内部境界層を形成する。境界層近似を適用して得られる定常解（層流解）は流速、温度分布とも対称な指数関数形で、流速は熱源からの鉛直距離 x の $1/5$ 乗で加速され、温度は $x^{-3/5}$ で減衰し、境界層の厚さは $x^{2/5}$ で広がる。流れを支配する無次元パラメータのReynolds数（ここでは G で表わす）は高さ x の水平面毎に中心での流速、境界層の厚さ、動粘性率で定義される。従って、他の実験条件を固定すると $G \propto x^{3/5}$ となり、各々の高さの水平面毎にそこの G 値に対応する層流解が実現されていることになる。

写真1は熱源の真下から送り込まれた煙による流脈の写真で、 $G \approx 140$ まで流脈は真直ぐに立ち昇り、層流が実現されていることが分る。写真2はタイム・ラインの写真で同じく $G \approx 140$ 迄は層流解にほぼ

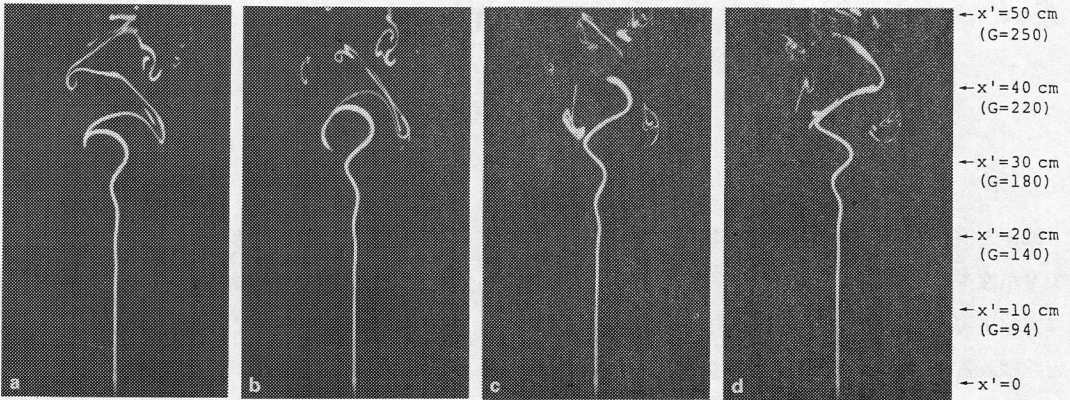


写真1 流脈の可視化写真（自然遷移） $Q=20.4 \text{ W/m}$

（a から d まで 0.25 秒間隔の連続写真）撮影：脇谷俊一、吉信宏夫⁴⁾

一致する速度分布が見られる。図1はこの領域での温度変動の記録である。(a) ($G=82.5$) ではスウェイと呼ばれる周期1分に近い極めてゆるやかな振動のみが現われている。線型安定論によると、これは $G \approx 10$ の附近で増幅率最大となり、その附近で選択的に増幅された二次元反対称攪乱と推定される。しかしこの攪乱は間もなく増幅率が極めて小さくなってしまて $G \approx 100$ では殆んど増幅されることがなくなり、(b) ($G=105$) では約0.8 Hzの攪乱がスウェイに重なって現われる。これはこの G の値の附近で最大の増幅率をもつ反対称攪乱である。(c)、(d)ではこの攪乱が発達し、(e) ($G=158$) では更に高周波の振動が重なり、逆にスウェイは判然としなくなる。

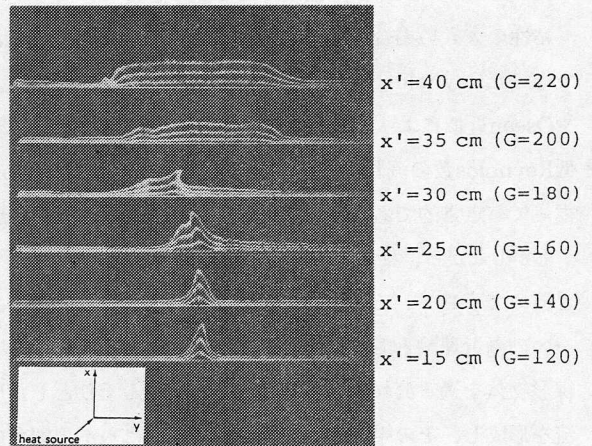


写真2 タイムラインの可視化写真（自然遷移）

$Q=20.6 \text{ W/m}$

撮影：脇谷俊一、吉信宏夫⁴⁾

$G \approx 140$ 迄は小さい振動が重なってはいるが規則正しいものであり、線型安定論では説明がつく層流領域とみられる。

図2はこれより下流での垂直速度成分の変動の周波数に対するパワー・スペクトルである。（温度変動のパワー・スペクトルはこれと殆んど同じ振舞を示すのでここには再録しない。）(a) ($G=91.6$) パワー・スペクトルで見ると、すでにスウェイを除いて3つのピークが見られる。下流でのスペクトルと対照させてみると $f_1=0.8 \text{ Hz}$ 、 $f_2=1.1 \text{ Hz}$ の2つが基本周波数となっており、 f_1 より低い0.5 Hzの攪乱は f_1 、 f_2 の非線形干渉の結果として生じた $2f_1-f_2$ の周波数に対応する。(b) ($G=117$) で現われているピークは0.5 Hz ($2f_1-f_2$)、0.8 Hz (f_1)、1.1 Hz (f_2)、1.4 Hz ($2f_2-f_1$)、1.6 Hz ($2f_1$)である。(c) ($G=139$) でのピーク位置は(b)と余り変らないが、2つの基本周波数の攪乱の成長が著しく、線型成長がまだ衰えていないことを示している。(d) ($G=159$)では低周波領域で新たに0.3 Hz (f_2-f_1)

のピークが現われるが、 f_2 より高周波の領域では顕著なピークは見られず、非線型干渉が急速に進んで殆んど連続スペクトルに近くなっている。ところが、(e) ($G=177$) で再びこの高周波領域に1.4 Hz、1.6 Hz 以外に更に高い周波数の1.9 Hz (f_1+f_2)、2.2 Hz ($2f_2$) のピークが現われる。一旦消えかけていたピークが再び発達するようになるメカニズムはよくは分らない。(f)、(g)と進むにつれ高周波領域でのピークは再びならされ、(h) ($G=242$) では低周波領域になお少し低いピークが見られるが、ほぼ連続スペクトルとなって完全な乱流状態とみなされる。

以上に述べたスペクトル進化の過程の特徴は、更に精しい実験の検証によって次の4つにまとめられる。(1)基本周波数は $f_1=0.8$ Hzと $f_2=1.1$ Hzの2つある。第一のものは線型安定論から得られる反対称攪乱で、 $G \approx 100$ 附近で最大の増幅率をもつ。これに対して第二のものは同じくこの附近で最大の増幅率をもつ対称攪乱に起因するものではないかと推測されるが、直接検証はできていない。(2)それ以後の非線型干渉によるスペクトル進化はかなり単純かつ系統的で $mf_1 \pm nf_2$ (m, n 整数) の高調波スペクトルが現われるが、第3の基本周波数らしいものは見られない。(3)遷移過程は比較的ゆるやかに推移し、一定の高さで波形を記録すれば突発的な変化や時間的な間歇性は見られず、下流へ行くにつれて次第に全体として不規則さが増大する。(4)通常、乱流における変動は強い三次元性をもっているが、上述の過程では(e) ($G=177$) まで攪乱はほぼ完全に二次元であり、 $G \approx 200$ でもまだかなりよく二次元性を保っている。

Reynolds数が大きくなるにつれて流れは層流から乱流に遷移するという事実はどのような流れについても共通であるが、その遷移の仕方は必ずしも同じではない。安定性や遷移過程の実験では不知不識のうちに思いがけない外乱が侵入して過程をすっかり変えてしまうことがあるので過去の研究の中にはそのための混乱が少なくない。最近では実験手段も洗練されてきて、

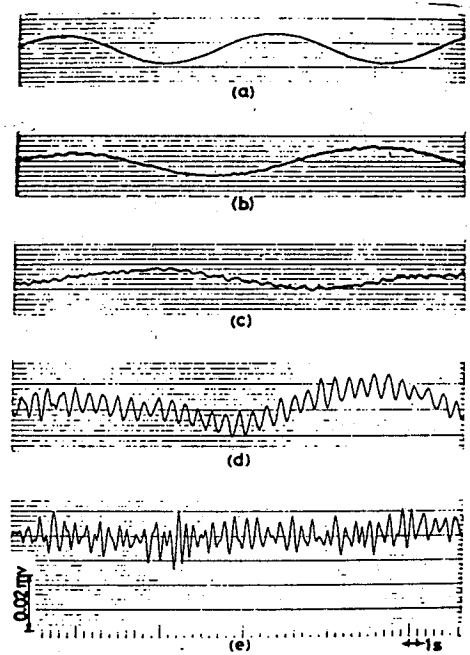


図1 自然発生攪乱の例 ($Q=10.9$ W/m)

- (a) $x' = 10$ cm ($G=82.5$) (b) $x' = 15$ cm ($G=105$)
(c) $x' = 20$ cm ($G=124$) (d) $x' = 25$ cm ($G=142$)
(e) $x' = 30$ cm ($G=158$)

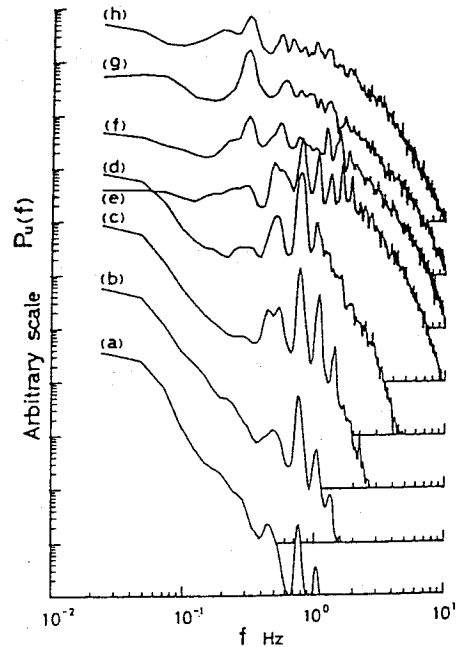


図2 垂直速度変動のパワースペクトル
(自然遷移) $Q=20.5$ W/m

- (a) $x' = 10.0$ cm, $y = 4.0$ mm, $G=91.6$; (b) $x' = 15.0$ cm, $y = 4.7$ mm, $G=117$
(c) $x' = 20.0$ cm, $y = 5.3$ mm, $G=139$; (d) $x' = 25.0$ cm, $y = 5.8$ mm, $G=159$
(e) $x' = 30.0$ cm, $y = 6.5$ mm, $G=177$; (f) $x' = 35.0$ cm, $y = 7.0$ mm, $G=195$
(g) $x' = 40.0$ cm, $y = 7.5$ mm, $G=211$; (h) $x' = 50.0$ cm, $y = 8.5$ mm, $G=241$

遷移過程はほぼ次の2つの型に類別されるようになった。⁵⁾ その1つは突発型と呼ばれる型で、半無限平板上の境界層の流れの遷移がこれに当る。線型安定論に従う二次元正弦波がある程度線型成長を遂げると、その振幅が奥行方向に周期的に変化する(三次元分化)ようになる。振幅の大きいところでは主流の速度分布が瞬間的により不安定になって二次的不安定が起り、高周波攪乱を発生する。これが更に高次の不安定を起してより高周波の攪乱を生むという過程をくり返して遂には乱流に至る。従って下流にゆくにつれてその変動波形に高周波の不規則波形が突発的かつ間歇的に現われるようになり、次第にその頻度が高くなって遂には乱流に至るのである。第二の型はスペクトル進化型と呼ばれるもので、上述の平面ブルームは上にあげた4つの特徴からみてこれに属する。二次元の噴流や後流のように固体境界のない二次元自由剪断流の遷移は概ねこの型に属するようである。

ここにあげた2つの種別はあくまでも線型安定論に従う微小攪乱から始って乱流に至る理想的な遷移過程についてであって、途中で不知不識のうちに侵入する外乱によって過程はすっかり変わってしまうこともある。過去の平面ブルームの研究には、その遷移過程を突発型と断じているものもある。⁶⁾ その変動波形をみると $G \approx 70$ ですでに、低周波ではあるが極めて不規則になっている。これは恐らく外乱に対する防護装置の不完全さによるもので、侵入した外乱が自然発生攪乱の三次元分化を惹き起して過程を突発型に変えたものと想像される。安定性、遷移過程の実験では外乱を極力排除することに細心の注意を拂わねばならない。

参考文献

- 1) H. Yosinobu et al., J. Phys. Soc. Jpn. 47 (1979) pp.312~319
- 2) S. Wakitani and H. Yosinobu, J. Phys. Soc. Jpn. 53 (1984) pp.1291 ~1300
- 3) S. Wakitani and H. Yosinobu, Fluid Dynamics Research, 2 (1987) pp.139~150
- 4) S. Wakitani and H. Yosinobu, Fluid Dynamics Research, 2 (1988) pp.243~259
- 5) 谷一郎編、流体力学の進歩 乱流、第一章(1979) (丸善)
- 6) R. G. Bill Jr. and B. Gebhart, Int. J. Heat and Mass Transfer, 18 (1975) pp.513~526