

Title	Large time behavior of solutions to systems of nonlinear Klein-Gordon equations
Author(s)	砂川, 秀明
Citation	
Issue Date	
Text Version	ETD
URL	<a href="http://hdl.handle.net/11094/505">http://hdl.handle.net/11094/505</a>
DOI	
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	すな がわ ひで あき 砂 川 秀 明
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学位記番号	第 1 8 3 6 6 号
学位授与年月日	平成 16 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	Large time behavior of solutions to systems of nonlinear Klein-Gordon equations (非線型 Klein-Gordon 方程式系の解の長時間挙動)
論文審査委員	(主査) 教授 松村 昭孝 (副査) 教授 林 仲夫 教授 西谷 達雄 助教授 土居 伸一 助教授 久保 英夫

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、非線型 Klein-Gordon 方程式系の初期値問題に対する解の長時間挙動を研究したものであり、全 5 章から構成されている。本論文では特に、線型理論がちょうど破綻する臨界的な非線型項を持つ連立系について考察し、非線型項の形状と線型部分の低階項（質量項）の組み合わせが解の大域的な振舞いに及ぼす影響を明らかにすることを主目的としている。

第 1 章は序章であり、研究の背景・動機と本論文の構成について述べている。

第 2 章では、非線型性が臨界的な場合に、十分小さく且つ滑らかな初期値に対して解が時間大域的に存在して自由解（非線型項を落として線型化した方程式の解）に漸近するための、非線型項の形状と質量項の組み合わせに関する十分条件を論じている。この条件はちょうど「非線型振動を記述する常微分方程式系が共鳴を起こさない条件」の偏微分方程式版に相当するものになっており、本論文では「非共鳴条件」と呼んでいる。証明は、S. Klainerman によって導入された零形式と呼ばれる  $d'$  Alembertian と相性のよい特別な多項式を用いて、非線型項のうち最も悪く寄与する部分を消去する変換に基づいている。

第 3 章以降は、第 2 章で考察した条件が満たされない場合の研究に充てられている。即ち、初期値がどんなに小さく且つ滑らかであっても解が有限時間迄しか存在しない場合や、解は時間大域的に存在するとしても時刻無限大において自由解には漸近せず、真に非線型性による影響が現れる場合の考察である。まず第 3 章では、前章の条件は満たさないが解の明示的な表示が可能であるような特別な例を対象を限って、解の時刻無限大における漸近挙動を詳細に論じている。ここでの方法は、自由解を Fourier 変換した時に現れる振動積分の漸近評価に基づくものであり、L. Hörmander や J.M. Delort 等による方法を発展させたものである。

第 4 章では、解の明示的な表示が不可能な場合にも、ある場合には前章で得た結果と同様の主張が成立することを示している。ここでは適当な変数変換によって問題を本質的に常微分方程式系に帰着させるという方法を採用している。この章で得た結果から、臨界的非線型項を持つ Klein-Gordon 方程式の連立系には単独の場合とは異なる種類の非線型効果が現れることが分かり、これまで知られていなかった「Klein-Gordon 方程式系における共鳴現象」とも呼ぶべき新しい現象を捉えていると言える。

第5章では、第3章および第4章で得た結果に基づいて、十分小さくて滑らかな初期値に対する解の有限時間爆発についての考察を行っている。

### 論文審査の結果の要旨

非線形クラインゴルドン方程式系の解の長時間挙動を考察している。この方程式系は、ディラックの量子場での波動関数の方程式にその起源を持ち、各粒子の質量を低階項、波動作用素(ダランベールシアン)を線形項として持ち、また自分自身や他粒子との非線形相互作用を表現する非線形項を持つ非線形双曲型偏微分方程式系である。この時間大域的存在と漸近挙動の研究は、物理的に重要であるばかりでなく、線形項や非線形項を一般化し、線形部分と非線形効果の相互作用をより広い枠組みの中で明らかとする数学的興味も極めて大きいものがある。本論文では、これまで研究があまりなされていない、非線形次数が臨界の場合で、さらに一般に連立系として各粒子の質量が異なる場合を考察し、まず、この質量の組み合わせのある条件とデータ小の条件の下に、時間大域解が存在して自由解に漸近することを示している。この条件は、非斉次常微分方程式系で言えば自由解を非線形項に代入した非斉次項に対し線形部分が共鳴を起こさない条件に対応しており、申請者により“非共鳴条件”と名づけられ、申請者によるまさに独創的なものである。これにより、部分的に知られていた単独の結果と連立系の結果も統合され、連立系独自の現象も捉える新しい結果である。さらに、この非共鳴条件の必要性を示すため、非共鳴条件が成立しない各種の系が考察され、これらの解は決して自由解に漸近しないことを示している。さらには、ある系については、初期値においてデータがどんなに小さく且つ滑らかであっても解が有限時間までしか存在しないことも示されている。このように、本論文は非線形双曲型偏微分方程式系の研究において、非線形項が本質的に解の挙動に影響を及ぼすような解の挙動に関し、新たな深い知見を与えている。

以上により、本論文は博士(理学)の学位論文として十分価値あるものと認める。