



Title	Stochastic Differential Equations and some Phenomena Including Noise
Author(s)	Ta, Viet Ton
Citation	大阪大学, 2014, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/50526">https://hdl.handle.net/11094/50526</a>
rights	
Note	やむを得ない事由があると学位審査研究科が承認したため、全文に代えてその内容の要約を公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## Abstract of Thesis

Name ( Ta Viet Ton )

Title

Stochastic Differential Equations and some Phenomena Including Noise  
(確率微分方程式とノイズ効果を含む現象に関する研究)

## Abstract of Thesis

Since 1970s, science has extended its perspective for nonequilibrium phenomena. In the study of nonequilibrium systems, attractors, chaos or fractal are their keywords. One pays attentions to not only the final states but also (or often much more) the process of dynamics. Instead of stability or instability, one is concerned with structural stability or robustness of the states to be studied. However, real-world phenomena are always subject to noise, so one has to study evolution equations including noise. This dissertation devotes to study some phenomena including noise. More precisely, we study three problems as follows.

The first one is a predator-prey model. We consider a non-autonomous stochastic predator-prey system in which: (a) The intrinsic growth rate of the prey, the death rate of the predator and the inhibiting effect of environment on two species fluctuate due to white noise; (b) The predator consumes the prey with the ratio-dependent functional response.

First, we prove existence and uniqueness of positive global solution. Second, we show boundedness of moments and asymptotic estimate of population densities. Finally, we present numerical examples. It is seen that large noise can cause decline of two species.

The second one concerns with animal swarming. It contains two models: Stochastic Cucker-Smale System (SCMS) and Stochastic Fish Schooling Model (SFSM). SCMS is a stochastic version of a Cucker-Smale system in which the mutual communication between individuals is perturbed by white noise. After showing existence and uniqueness of global solution, we prove that animals do not flock under the effect of large noise, meanwhile it flocks if noise is small. SCMS does not describe the rule of behavior of individual animals exactly. Therefore, we construct SFSM-a completely new model of stochastic ODEs for fish schooling by using the law of gravitation. Local existence and global existence (in some particular cases) are investigated. Furthermore, we present numerical examples which show robustness of the behavioral rules for forming a swarm against the uncertainty of individual's information processing and executing its actions.

The last one is a stochastic forest model. It is a system of young age class and old age class in which the mortality of old age trees is perturbed by white noise. First, we explore existence, uniqueness and boundedness of global positive solutions. Then, we show that if the effect of noise is small, then the forest is sustainable. Otherwise, if it is large, then the forest falls into decline.

The various biological models we handed in this dissertation have all been formulated on the basis of certain local rules among individuals which compose the systems. And these local rules were observed experimentally by field researchers in each discipline. By our studies we can comment that these local rules seem to be robust or structurally stable against the white noise for maintaining the systems in a favorable way. But the robustness is not retained unboundedly. Our results show also that the rules have on the other hand their own limitation or maybe fragility. Mathematical approach can also give some qualitative information on the limitation against random perturbations. And it may be possible to know and estimate such a limitation only by means of stochastic approaches.

## 論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 ( T a V i e t T o n )			
	(職)	氏 名	
論文審査担当者	主 査	教 授	八 木 厚 志
	副 査	教 授	笠 井 秀 明
	副 査	教 授	森 川 良 忠
	副 査	准教授	山 本 吉 孝 (情報科学研究科)

**論文審査の結果の要旨**

1970年代に入って科学は平衡現象の解明から非平衡現象の解明へとその視野を拡大しつつある。平衡の科学では定常状態や周期現象が注目されそれらの安定性・不安定性が問題となるのに対し、非平衡の科学で注目されるのはアトラクタやカオス・フラクタル現象であり構造安定性やロバスト性が研究の課題となる。数理的にシステムの構造安定性やロバスト性を調べるには、ノイズ効果を含む方程式モデルを用いることになる。本論文では、生態学に現れる捕食者・被食者モデル、動物の群行動モデル、森林の動態モデルに対してノイズをWiener過程に関する確率微分として定式化した確率微分方程式モデルを設定し、その解の時間大域的な挙動を解析的・数値的に調べておりその成果は以下の3点に要約できる。

- (1) 捕食者・被食者モデルでは、1989年にArditi-Ginzburgにより導入された決定論的方程式を基に増殖項にノイズ効果を入れた確率微分方程式を設定している。提案方程式について時間的大域解の構成を行うとともに大域解のモーメント評価と上方からのノルム評価を行っている。さらに、いくつかの数値例により解の漸近挙動を明らかにしている。特に、ノイズ効果の大小により捕食者が有限時間で消滅する場合と両者が持続的に共存する場合があることを見出している。
- (2) 動物の群行動モデルでは、2007年にCucker-Smaleにより導入された確率微分方程式の解の漸近挙動を調べている。動物集団が群を維持できるための必要条件および十分条件をモデル方程式に含まれるパラメータを使って定量的に与えている。次に、2012年にUchitane-Ton-Yagiにより動物個体を微小粒子として扱い万有引力の法則と運動方程式を基に設定された確率微分方程式について研究している。一般的に時間的局所解を構成するとともに特別な場合について大域解の構成を行っている。さらに、数値計算例によりノイズが適切に小さければ動物集団は持続的に群を形成すること、ノイズが大きくなると大きな集団はいくつかの小集団に分裂すること、さらにノイズが大きくなると個体同士の衝突が起こり一般に方程式の時間的大域解は期待できないことを見出している。
- (3) 森林の動態モデルでは、1975年にAntonovskyにより導入された決定論的微分方程式モデルの解の挙動が壮年層木の枯死率に敏感に依存することに着目し、その枯死率にノイズ効果を入れた確率微分方程式モデルを設定している。提案方程式について時間的大域解の構成を行うとともに森林が持続的に存在できるための必要条件および十分条件をモデル方程式に含まれるパラメータを使って定量的に与えている。十分条件が成り立つ場合にはBorel不変測度が構成されることも併せて示している。

以上のように、本論文は確率微分方程式の解の漸近挙動を調べるための新しい手法を工夫するとともにそれらを生態学に現れるモデル方程式に応用したもので精密科学・応用物理学に寄与するところが大きい。

よって本論文は博士論文として価値あるものと認める。