OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	有限要素法を用いた電磁駆動源の電磁力による振動音響特性解析
Author(s)	兪, 炳振
Citation	大阪大学, 2014, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/50530
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

博士学位論文

Doctoral Dissertation

有限要素法を用いた電磁駆動源の電磁力による振動音響特性解析

Vibroacoustic Characteristics Analysis of Electromagnetic Actuators Induced by Electromagnetic Forces Using Finite Element Method

俞　炳　振

Byungjin Yoo

2014 年 7 月

大阪大学大学院工学研究科

知能・機能創成工学専攻

Osaka University Graduate School of Engineering
Department of Adaptive Machine Systems



大阪大学
OSAKA UNIVERSITY

有限要素法を用いた電磁駆動源の
電磁力による振動音響特性解析

Vibroacoustic Characteristics Analysis of Electromagnetic Actuators
Induced by Electromagnetic Forces Using Finite Element Method

有限要素法を用いた電磁駆動源の電磁力による振動音響特性解析
Vibroacoustic Characteristics Analysis of Electromagnetic Actuators Induced by Electromagnetic Forces Using Finite Element Method

目次

第 1 章 緒論 1
1.1 研究背景 1
1.2 研究動向 4
1.2.1 電磁力解析 4
1.2.2 振動解析 4
1.2.3 振動音響解析 5
1.3 本研究の目的 8
1.4 研究対象 9
1.4.1 超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカ 9
1.4.2 手振れ補正用ボイスコイルモータ 9
1.4.3 電動パワーステアリング用モータ 10
1.5 本論文の構成 12

第 2 章 有限要素法を用いた電磁気･構造･音場の連成解析 17
2.1 電磁界解析 17
2.1.1 電磁界解析の支配方程式 17
2.1.2 静磁界の基礎方程式 18
2.1.3 時間依存場の基礎方程式 18
2.1.4 永久磁石を含む場の基礎方程式 19
2.1.5 周波数領域解析の基礎方程式 20
2.2 構造解析 21
2.2.1 変位ベクトルと応力，ひずみテンソル 21
2.2.2 ひずみと変位，応力とひずみの関係式 21
2.2.3 力の釣合い式 22
2.2.4 運動方程式 23
2.3 有限要素法による定式化 24
2.3.1 ガラーキン法による定式化 24
2.3.2 境界条件 27
2.3.3 未知数の定義 29
2.3.4 補間関数 30

2.4 構造･音響連成解析 33
2.4.1 構造･音響連成系 33
2.4.2 構造･音響連成系の支配方程式 34
2.4.3 ガラーキン法による定式化 35
2.5 結言 40

第 3 章 超磁歪材料を用いた平面スピーカの音響特性 41
3.1 緒言 41
3.2 超磁歪材料の特性 44
3.3 研究対象の超磁歪アクチュエータ 47
3.4 超磁歪素子の磁界・構造連成解析 48
3.4.1 磁歪材料における電磁力テンソルと力の釣合い式の修正 48
3.4.2 磁歪材料の物性基礎方程式 48
3.5 超磁歪アクチュエータの磁界・構造の静的連成解析 50
3.5.1 解析条件 50
3.5.2 バイアス磁界下での磁歪解析結果 50
3.5.3 入力電流の変化による磁歪解析結果 54
3.5.4 実験検証 55
3.6 超磁歪アクチュエータの周波数領域における磁界・構造連成解析 57
3.6.1 解析条件 57
3.6.2 実験検証 60
3.7 平面スピーカの磁界・構造・音響連成解析 62
3.7.1 解析条件 62
3.7.2 実験検証 65
3.8 結論 74

第 4 章 手振れ補正用 VCM の構造放射騒音低減 75
4.1 緒言 75
4.2 基本構造および加振力の定義 77
4.2.1 基本構造 77
4.2.2 加振力の定義 77
4.3 VCM の連成解析モデルと解析条件 80
4.3.1 解析モデル 80
4.3.2 解析条件 80
4.4 振動測定および音圧測定 84
4.4.1 振動測定 84

4.4.2　音圧測定　84
4.5　解析結果と実測結果の比較検証　87
4.5.1　振動解析結果と実測結果の比較　87
4.5.2　音圧レベルの解析結果と実測結果の比較　87
4.6　構造放射騒音の分析および改善設計　89
4.6.1　構造放射騒音の分析　89
4.6.2　構造放射騒音低減のための改善設計　93
4.7　結論　96

第 5 章　EPS 用モータの電磁振動による音圧放射特性　98
5.1　緒言　98
5.2　加振力の定義　99
5.3　研究対象モータ　100
5.4　騒音源分析および目的周波数の選定　103
5.5　EPS 用モータの連成解析　106
5.6　電磁力解析　107
5.6.1　節点力法を用いた電磁力の計算　107
5.6.2　解析モデルおよび解析条件　108
5.6.3　電磁力の解析結果　109
5.7 固有振動数解析と実測の比較検証　111
5.7.1　ステータ単体の固有振動数測定　111
5.7.2　ステータ単体の固有振動数解析　112
5.7.3　モータの固有振動数測定　114
5.7.4　モータの固有振動数解析　116
5.8　振動解析結果と実測結果の比較検証　120
5.9　音圧解析と実測結果の比較検証　125
5.10　結論　130

第 6 章　結論　132

謝辞　134
研究業績一覧　135

第 1 章

緒論

1.1　研究背景

現在，科学技術の発展と産業発達に伴う産業社会の高度化と複雑化により社会システムの運営上，効率性の極大化と信頼性の向上が要求されている．また，社会システムの複雑多様化と変化速度の速い情報社会になっていくほど，社会構造的にはよりシンプルな方式と人間純粋の感性を重視する傾向が高くなっている．このような社会的な趨勢は単に我々の日常生活だけではなく産業界においても深く影響を与え，従来には商品の複雑な機能や高性能の仕様を重視したことに対し，近年には使用の便利さや消費者の感性を重視するようになった．このような現象に伴い，消費者向けの各メーカにおいては商品の企画段階から製品の性能や仕様だけではなく消費者の感性までも考慮するようになり，研究開発の領域においてもこのような消費者の感性を捉える製品の開発が要求されるようになった．

我々の身の回りで最も密接に関わり合っている家電製品や自動車産業において，消費者の感性として近年最も話題になっているのが騒音問題である．騒音はこれらの製品の品質に直接的に影響を及ぼす要因であり，消費者にとっても非常に敏感な問題であることから製品選択の最も重要な基準になっている．

一方で，現在電磁アクチュエータやモータといった電磁駆動源は家電製品や車など，産業全般に広く使われている．電磁駆動源は電気エネルギーを運動エネルギーに変換するための要素であり，電磁気的な構造物と機械的構造物が結合された複合的な構造物である．そのため，電磁駆動源の駆動時には様々な原因による騒音が発生しやすく，このような騒音は，特に振動を伴うことが多いので製品の基本性能や信頼性などの品質の低下と共に，消費者の感性にも悪影響を及ぼす要因である．従って，近年の電磁駆動源の設計において低振動，低騒音を達成することで製品の競争力や商品性を高めることは必修不可欠な条件である．

電磁駆動源から発生する騒音は主に図 1.1 に示すような原因で発生することが知られており，空力騒音と振動騒音に分類することができる．

まず，空力騒音とは電磁駆動源の可動子の高速駆動により生じる流体の乱流や流動剥離による渦流などの非常に複雑な非定常流動の変化に起因する騒音であり，流体の挙動による騒音であることから Air-borne Noise と言われている．この空力騒音は電磁駆動源の高速駆動時に伴う可動子周りの流体の変動から生じることにより，一般的に周波数帯域としては 5kHz 以上の領域である．

次に，電磁駆動源から発生する振動騒音は構造物の振動から発生する騒音のことであり，

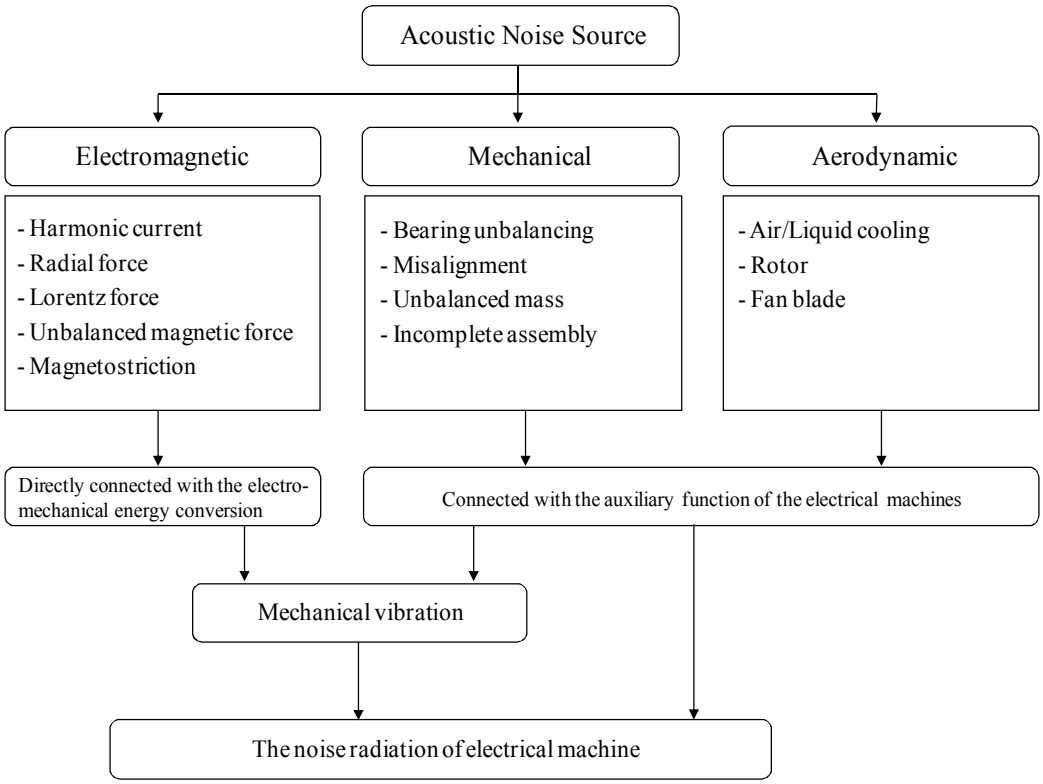


Fig.1.1 Noise source of electric machine.

Structure-borne Noise とも言われている．この振動騒音は，回転子の偏心やベアリングの欠陥，部品の寸法誤差，組立の精度などによって生じる機械的な騒音と，電磁駆動源の電磁気的な加振力により生じる電磁気騒音に分類することができる[1]．特に，電磁気的な加振によって生じる電磁気騒音は電磁駆動源において主な騒音の原因であることが知られている．

電磁気起因騒音をより詳しく分類すると，図 1.1 に示すように励磁コイルと永久磁石から生じるローレンツ力によるコイルの振動，電磁気アクチュエータやモータに使われる磁性体材料の磁界変動に伴う弾性変形による磁歪(magnetostriction)騒音と，コギングトルクやトルクリップルと電磁気的な吸引力による騒音などに分類できる．このような電磁気起因騒音は電磁気的な現象から機械的な振動が生じ，その振動によって騒音が発生するメカニズムであることから，電磁気・構造・音場といった複雑な物理的現象が結合されている．また，電磁気的な原因から生じる騒音特性は電磁駆動源の駆動周波数によって異なり，特に構造物の固有振動数と駆動周波数による電磁気的な振動成分が近接または，一致すると共振現象が生じることで，高い音圧を放射する特徴がある．従って，低速から高速領域まで駆動する電磁気駆動源においては駆動周波数と構造物の固有振動数を回避し，駆動条件に伴う騒音発生を低減するような設計を行っている．

しかし，電磁気的な原因から発生する振動騒音は構造物の振動や機械的な原因から発生する騒音に比べ，騒音発生原因を正確に規定し，騒音低減を達成することが困難である．また，その電磁気的な原因から発生する騒音は人間の可聴領域内で最も敏感な周波数領域で生じることが一般的なので，製品の使用者に最も影響を与える要因であることから，より積極的な騒音低減が求められている．

一方で，過去には製品開発の段階で実物による実験を行い，改善案を繰り返し設計に反映するようなトライアル・アンド・エラー (Trial and error)を行うことで設計検証や問題解決策を探ることが一般的であった．しかし，近年の計算機性能の発展と数値解析手法の発達により，試作を行わずに様々な物理的な現象を解析することで製品の性能や設計検証を行うことが可能になり，多くの産業現場で用いられるようになった．

電磁駆動源の設計においても数値解析技法を用いた設計と検証が広く活用されており関連した数値解析手法も活発に研究が行われている．しかし，電磁駆動源における電磁気的な原因から生じる振動騒音を低減するために様々な努力を尽くしているが，製品の設計段階で様々な電磁気的要因から生じる振動騒音を事前に予測することは簡単ではない．そのため，主な騒音低減方法としては未だに現物が製作された状態での開発者の経験や数多くの実験結果に依存しており，低騒音化を達成するために製品の開発段階で高いコストと時間を要していることが現実である．従って，このような電磁駆動源の電磁気的な原因から生じる振動騒音問題を事前に把握し解決方法を設計に反映できるような数値解析手法と解析モデルの開発は製品の競争力強化に大きく寄与する．

1.2 研究動向

電磁駆動源から発生する電磁気起因騒音を予測するためには上記で述べたように電磁気・構造・音場が連成された物理的な現象を考慮する必要がある．数値解析手法を用いて電磁駆動源の振動騒音を予測するための研究は多様に行われており，主に回転型モータを中心として報告されてきた．本節では，回転型モータを中心に電磁気起因騒音の数値解析手法に関する研究動向について述べる．

1.2.1 電磁力解析

電気エネルギーを機械エネルギーに変換する役割を果たす電磁力は電磁駆動源において主な騒音振動の原因である．過去から数値解析を用いて回転型モータの電磁力を求める研究が行われており，数多くの研究成果が報告されてきた．その中で，回転型モータの電磁気的な原因による振動と騒音といった観点での電磁力解析に関する研究報告として, Yang[2] と Timar[3]は誘導モータにおける電磁力の発生メカニズムを明らかにするために起磁力(magneto-motive force)とパーミアンス(permeance wave)について述べた．これらの研究以外に，入力電流のハーモニクス(current harmonics)に関する研究[4]，磁気飽和に関する研究[5]，磁気的原因による回転子偏心(rotor eccentricity)に関する研究[6]，slot opening 効果に関する研究[7]，変動負荷に関する研究[8]などが報告されている．1990 年代になると有限要素法 (Finite Element Method, FEM)を用いた電磁力の解析に関する研究事例が多く報告された[9-13]．電磁力解析において有限要素法を用いることで解析対象の形状情報を詳細に考慮することが可能になり，電磁力の分布をより精度高く求めることができた．有限要素法は現在でも電磁力解析に最も精度と効率の高い手法として広く活用されている．

1.2.2 振動解析

回転型モータの振動解析に関する研究は 1928 年 Den Hartog[14]が提案した single ring タイプの固定子における固有周波数の計算手法から始まる．その後，Jordan らは 1957 年に多相モータにおけるせん断と回転慣性を考慮した固有周波数の計算手法を提案した[15]．Pavlovsky[16]はモータの固定子を厚肉シェル(thick shell)と想定した解析モデルを提案し，Verma と Girgis[17-19]は固定子鉄心の厚さと長さが固有周波数に与える影響について述べた．これらの研究は主にモータの固定子を考慮した解析に関する研究であったが，実際のモータの固定子は内部の固定子鉄心と外部のケースから構成されるので，このような固定子の二重構造の振動モードに関する研究が Erdelyi[20]と Ellison[21]らによって報告された．しかし，これまでの研究はモータの形状を簡単化した解析モデルであったため，実際の振動挙動を表現することは出来なかった．

1970 年代に入ると，モータの振動解析分野に Shumilov[22]と Yang[23]によって有限要素法が導入された．有限要素法の導入によってモータの詳細な構造的形態情報を解析に考慮することが可能になり，以前の振動解析手法と比較してより精度の高い振動挙動を求めることが可能になった．その後，モータの構造と様々な部品による固有周波数への影響に関する研究[24-28]が行われた．有限要素法は現在でも電磁力解析と同様にモータの振動解析に最も精度と効率の高い手法として広く活用されている．

1.2.3 振動音響解析

モータの電磁気的な原因から発生する振動音響(vibroacoustic)に関する研究は 1932 年 Carter[29]の研究から始まった．Carter はモータの電磁気的な要因によって発生する音場を解析するため，モータの構造を球のような音響放射体(acoustic radiator)と想定した．その後，Carter の研究は Jordan[30]によってかご形誘導モータの音響パワーの計算に用いられた．しかし，モータを球のような音響放射体と想定したこれらの研究は実際のモータから発生する音場の挙動を記述するのに不十分なモデルであった．1954 年には Alger[31]によってモータを無限長さを持つ円筒形シェルとして想定した解析モデルが紹介され，1955 年には Erdelyi[20]によって有限長さの円筒形モデルが報告された．これらの研究から Ellison[32]と Yang[33]はモータから発生する遠音場での音圧と音響パワーについて解析を行った．1994 年には Zhu[34]によってモータの様々な振動モードによる音響パワーを求める解析手法が開発された．

以上までの研究報告ではモータを球または円筒形シェルとして想定した解析モデルであり，複雑な構造的形態を持つ実際のモータ構造と比べて単純化された解析モデルであったため，解析の精度は実機の音場挙動を表現するのに不十分であった．このような問題を改善するため，1990 年 Zhu[35]によって有限要素法を用いたモータの音響パワー解析が行われた．Zhu はモータのエンドシールド(endshields)を考慮した軸対称モデルを用いて遠音場での音響パワー放射解析を行った．有限要素法を用いた振動音響の解析手法は運動方程式と波動方程式を数値的な方法を用いて解を求める手法であり，媒質の内部領域全体を離散化(discretization)する必要がある．このような解析領域の全体に節点分布する有限要素法は音場のように周波数によって波長が異なるような解の空間的な変化が生じる場合は予測される解の誤差が大きくなるため，要素の大きさを縮小または補間関数(interpolation function)の次数を上げる必要がある．そのため，周波数が高くなるほど構造物の振動波長と音の波長が短くなるので解析モデル全体の領域に，より密に要素を作成する必要がある．このような理由から，当時の有限要素法を用いたモータの振動音響解析は全体の媒質領域に有限要素(mesh)を作成し離散化する有限要素法の特性上，非常に多くのメモリと長時間の演算が求められたので解析の効率は高くなかった．

一方で，1980 年代からは境界要素法(Boundary Element Method，BEM)といった偏微分方程式により定義される全体の空間で解を求めることではなく，支配方程式と境界条件を境界

上に分布する変数に関する積分方程式として変換し，微小な領域に分割して解析を行う手法が振動音響の連成解析に使われた．境界要素法を用いた振動音響の解析手法は有限要素法と同様に，運動方程式と波動方程式を用いて解析を行う手法であり，構造物の応力集中問題や音場の無限場問題に効果的に適用することが可能な手法である．有限要素法が媒質の内部領域全体を離散化(discretization)し節点を分布することに対し，境界要素法は構造物や媒質領域の境界面のみを離散化することで，有限要素法よりは節点数を減らすことができる解析上の利点がある手法であったため，モータの振動音響解析にも用いられるようになった．1998 年 Wang[36]は誘導モータの電磁気的な原因から生じる振動騒音を境界要素法を用いて解析を行った．

境界要素法を用いたモータの振動による音場解析手法は音場解析時の要素数を減らすことができる長所があった．しかし，このような利点は主に低周波領域で解析を行う場合の利点であり，当時では高いモード密度(mode density)を持つ高周波領域(主に 5kHz 以上)でモータから発生する振動騒音を解析するためには周波数に応じた要素分割が必要とされ，解析の効率が低くなる短所があった．このような高周波数領域の解析時に生じる解析の非効率性の問題からモータの音場解析分野に統計的エネルギー分析法(Statistical Energy Analysis)が用いられるようになった．統計的エネルギー分析法は 1975 年 Lyon[37]によって提案された手法であり，構造物の振動エネルギーが熱エネルギーと類似に媒質に伝達されることを前提とし，構造物の幾何学的な特性により分割された各々の下部システムの応答を用いて全体的な応答を予測する手法である．1999 年 Delaere[38]らは統計的エネルギー分析法を用いて実験から得られたモータの振動データを入力パラメータとしてモータの固定子鉄心からケースまでの振動伝達損失を求めた．しかし，この研究ではモータの電磁気的な力が考慮されていない解析モデルであり，Wang[39] は 2005 年にモータの電磁力を考慮し統計的エネルギー分析法を用いた振動音響解析に関する研究を報告した．統計的エネルギー法はエネルギーを基本変数として用いることで振動系と音響系を同一な変数として扱う手法であるため，これらの連成関係を考慮することが容易であり演算時間を短縮することができるメリットはあるが，各下部システム内部におけるエネルギーの空間的な変化と局所的な入力パワーおよび減衰効果を考慮することができない弱点を持っている．また，複雑な表面形状を単純化した解析モデルを用いるため，解析モデルの剛性影響と共振影響，形状の連結部の振動伝達を正確に解析に反映できない限界を持っており，主に高周波領域での振動音響解析に用いられているのが現状である．

2000 年代になるとモータの電磁気起因の振動音響解析において電磁場・構造・音場が連成されたマルチフィジックス(multiphysics) 解析手法に関する研究が本格的に報告された[40-44]．これらの研究はモータの電磁気的な原因によって生じる振動音響現象の解析のために，電磁気解析と構造解析は有限要素法を用い，振動音響解析には境界要素法を用いて解析を行った．このようにモータの電磁気的な現象と振動問題は有限要素法を用い，振動音響解析には媒質領域の境界面のみを要素分割する利点から境界要素法を用いる解析手法は

現在でも主流として報告されている．

これまで述べたように，モータの振動音響解析は解析モデルにおける要素分割にメリットがある理由で境界要素法が主に活用されている．しかし，境界要素法は解析に用いるマトリックスが非対称であり，マトリックスを構成する成分も非零(non−zero)成分が多いため，有限要素法を用いた場合と比べて解析を行うためには計算機に多くのメモリ領域が必要とされる．また，複雑な構造物や不均質な媒質の考慮には解析手法上の制限があり，音響散乱問題を解析するためには非常に多くのメモリと計算時間が求められる弱点がある．実際，現在までのモータにおける振動音響解析の研究例の殆どが簡単化されたモータの構造的な解析モデルを用いており，モータの構造によって媒質が分けられるような内外部音場問題，音波の伝達挙動については報告されていない．

一方で，有限要素法を用いた振動音響解析は複雑な構造物と媒質領域が連成された問題を容易に扱うことができ，媒質の不均質問題や内部音場問題，音響散乱問題などに優れた解析手法である．モータにおける振動音響解析に有限要素法が導入され始めた時期では無限音場(exterior acoustics problem in unbounded domains)の扱い方法や音響吸収条件(absorbing boundary conditions)の問題などによる媒質領域内で生成すべき要素数の膨大さによって，境界要素法よりは比較的に活用されていなかったのが事実である．しかし，既存の有限要素法による音場解析手法で考慮することが難しかった上記の問題は近年の解析手法の進歩と共に次々と解決されている[45-47]．また，音場解析における有限要素法の最も短所であった媒質領域全体にかける要素分割問題とそれに伴う解析演算の負担といった解析上の非効率性は，近年の計算機性能の眩しい発展により再検討が必要な時期であると考えられる．

1.3　本研究の目的

以上まで述べたように，電磁駆動源から発生する騒音は家電製品や車などの広い産業分野において重要な問題として浮上しており，製品の競争力と品質を決める重要な要素になっている．特に，電磁気的な加振によって生じる電磁気騒音は電磁駆動源において主な騒音原因である．しかし，その騒音は電磁気・構造・音場が連成された物理的な現象によって生じ，その発生メカニズムの複雑さにより，製品の開発段階で騒音の原因を判明し改善設計を行うことが困難であった．現在までの主な電磁駆動源における騒音低減の方法としては現物が製作された状況下での開発者の経験や数多くの実験結果に依存している．そのため，低騒音化を達成するためには製品開発の段階で高いコストと時間を要してしるのが現実である．従って，このような電磁駆動源の電磁気的な原因から生じる振動騒音問題を事前に把握することができ，かつ解決方法を設計に反映できるような数値解析手法と解析モデルの開発が必要になっている．

数値解析による電磁駆動源の電磁気的な原因による振動音響特性に関する研究は主に回転式モータを中心に活発に行われている．現在まで，電磁駆動源における電磁気起因の振動音響特性解析に関する研究は電磁気と構造解析は有限要素法を用い，音場解析には境界要素法が主流として活用されている．

一方で，有限要素法は境界要素法と比べて前節で述べた音響学的な現象を容易に考慮することが出来る解析手法であることにも関わらず，媒質領域全体を離散化する必要がある解析手法上の特徴によってモータの振動音響解析に関する研究報告は今まで殆ど行われていなかった．

本研究では，様々な電磁駆動源において電磁加振力による振動および音響放射特性を予測ために，従来までの電磁駆動源における連成解析手法では考慮することが出来なかった磁性材料の材料特性や永久磁石のようなバイアス磁界が考慮できる磁界・構造・音響の連成解析手法を提案する．また，解析結果と実測結果との比較検証を行うことで提案した解析手法の有効性を明らかにする．更に，提案した解析手法を用いて各電磁駆動源から発生する振動音響特性を考察し，問題点の診断および改善案を提案することを目的とする．

1.4　研究対象

1.4.1　超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカ

強磁性体に磁界を与えると伸び縮みする磁歪と呼ばれる現象が観察される．このような強磁性体材料は磁歪材料と呼ばれておりその磁歪量は数十 ppm 程度である．近年，超磁歪材料(Giant Magnetostrictive Material)と呼ばれる Terfenol-D が開発された．この超磁歪材料は圧電材料よりはるかに大きい形状変化率(2000ppm)を持ちエネルギー密度が高く耐久性も優れた特徴を持った有用な機能性材料であるため様々な応用が検討されている[48].

近年，超磁歪素子を用いたアクチュエータの主な実用化例としては図 1.2 に示すように平面スピーカに搭載されているアクチュエータがある．このアクチュエータは主に超磁歪材料とその周りに巻かれたコイルとバイアス用の永久磁石からなり磁束が漏れないように磁気回路を形成している．コイルに音声電流が励磁されると，超磁歪素子に与えられる磁界の変化が生じ，磁歪現象が発生する．その磁歪現象による超磁歪素子の伸縮を直接変位として取り出し，振動板を振動させることで音が発生する機能を果たしている．この超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカから発生する音は超磁歪素子の磁歪現象に大きく依存する．そのため，平面スピーカの設計段階において可聴領域でスピーカの音圧レベルや可聴領域での音響特性を予測するためには電磁気・構造・音場が連成された物理的な現象を同時に考慮しなければならない.

1.4.2　手振れ補正用ボイスコイルモータ

デジタルカメラを始めデジタル撮影装置は僅か数年前と比べて小型化と高性能化にも関わらず低コスト化も実現され，普及が進んでいる．数年前からは高画質の画像や映像を撮るために撮影者の手振れなどの振動を補正し，画質の劣化を防ぐようなイメージスタビライザ (IS: Image Stabilizer)と呼ばれるシステムが実用化され，多くの商品に搭載されている．手振れ補正の方式は大きく画像処理によって手振れ補正を行う電子式(Digital Image stabilization : DIS，Electronic Image Stabilization : EIS)と光学式(Optical Image Stabilization : OIS)があるが，OIS は光学系のレンズ群の一部をボイスコイルモータ (Voice Coil Motor, VCM)などで駆動させることで光経路をシフトし，手振れによる画質の劣化を防ぐ，よりアクティブな方式なので高い補正性能が実現できる．以下の図 1.3 に手振れ補正用 VCM の例を示す.

従来は，デジタル撮像機器を使用する主な用途は静止画像を撮ることであった．しかし，近年の情報通信技術や情報保存手段の発達に伴いデジタル撮像機器において静止画像だけではなく動画像を撮影する頻度も増えている．この際，動画撮影時には手振れ補正用 VCM から発生する騒音が撮像機器の本体にあるマイクによって 録音される可能性が高くなり，

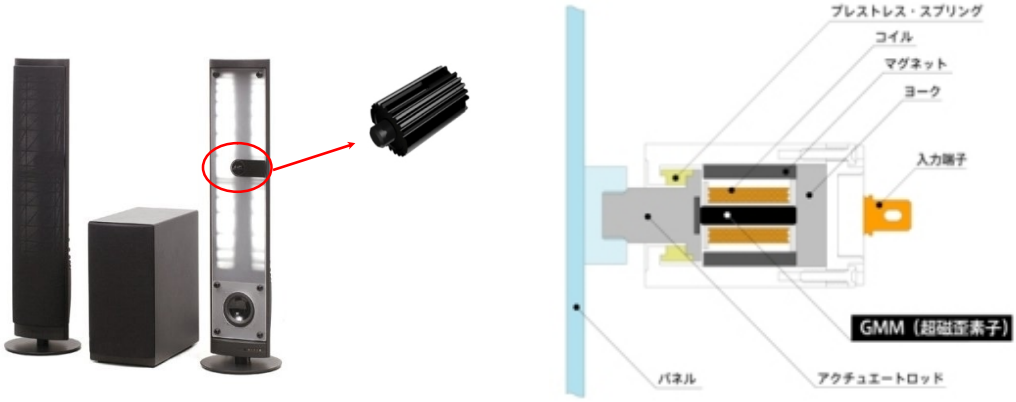


Fig.1.2 Flat panel speaker using GMM actuator.

手振れ補正用 VCM の低騒音化が要求されている．手振れ補正用 VCM から発生する騒音は一般の機械構造物や電気機器などの騒音と比べその音圧レベルは低い．しかし，手振れ補正用 VCM とわずか数センチメートルの位置にマイクが配置され，また，発生する騒音の周波数成分も人間の敏感可聴帯域である 1-5kHz の成分が支配的である．そのため，より積極的な騒音対策が求められている．

1.4.3　電動パワーステアリング用モータ

近年の高油価と各国の二酸化炭素の排出量規制により自動車産業においては燃費向上と排気ガスの低減が求められている中，図 1.4 に例として示すような自動車の操向装置(steering system)に電動式パワーステアリング(Electric Power Steering, EPS)の搭載が増えている. EPS システムはバッテリの電気エネルギーによってモータを回転させ自動車の操向力をアシストする方法であり，既存の油圧式パワーステアリングシステムと比べ低燃費，軽量化，構造の簡素化，環境に優しいなどの長所を持っている．しかし，多くのメリットがあるにも関わらず, EPS システムは油圧式システムとは異なるモータによる騒音問題を抱えている．一般的に EPS 用モータから発生する騒音はドライバーが操向装置を操作する時生じる高周波性騒音であり，モータがステアリングカラム(steering column)に装着される場合は車内にモータが配置されることになるのでドライバーに与えられる騒音の影響はより高くなる．モータの騒音低減には様々な方法がある，自動車メーカはシステムのコスト上昇に影響しなく比較的にシンプルな改善方法を追及しているため，数値解析による騒音低減設計への期待が高い．

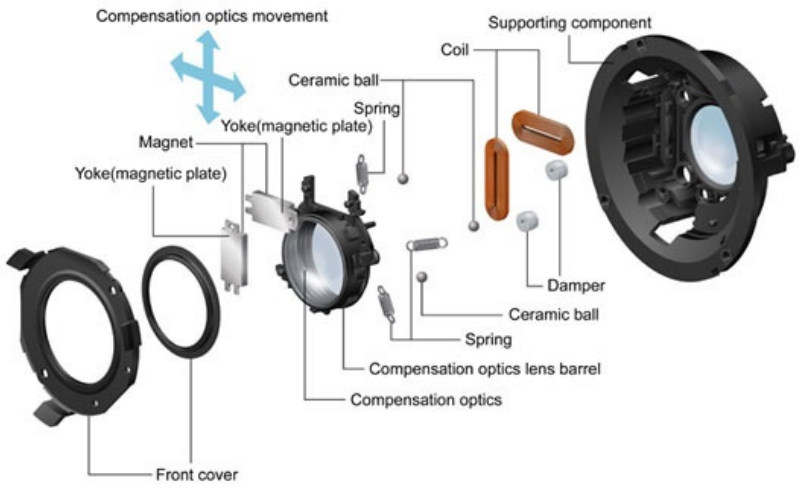


Fig.1.3 Optical image stabilizer VCM.[49]



Fig.1.4 Electric power steering system.[50]

1.5　本論文の構成

本論文は有限要素法を用いた様々な電磁駆動源における電磁力に起因する振動音響特性を予測するための連成解析手法の提案およびその振動音響特性に関する研究報告である．本研究で扱う電磁駆動源は超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカ，手振れ補正用ボイスコイルモータおよび EPS 用の表面磁石型モータであり，本論文の内容は本章を含め 6 章からなる．

緒論では，電磁駆動源から発生する騒音源の中で電磁気的な原因から生じる騒音に注目し，数値解析を用いた電磁駆動源の電磁力に起因する振動音響解析手法に関する研究動向を概観し，その解析手法について述べている．また，本論文の研究対象と目的についても明らかにする．

第 2 章では，電磁駆動源の電磁力による振動音響特性を解析するため，電磁場の支配方程式，構造解析の支配方程式および音響解析の支配方程式を導出する．また，電磁場と構造解析の連成解析手法およびガラーキン法を用いた離散化手法について述べた後，振動音響解析のための連成解析の支配方程式およびガラーキン法を用いた離散化手法について述べる．

第 3 章では，超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカの音響特性を予測するため，有限要素法を用いた電磁気・構造・音場の連成解析手法について述べる．また，従来までの解析手法では不可能であった超磁歪材料の非線形性の考慮方法や周波数領域での材質特性の考慮方法，バイアス磁界の考慮方法について述べる．その後，超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカを試作し，超磁歪素子の磁歪効果によるパネルの振動から生じる音圧レベルの解析を行う．更に，試作機による実験結果と解析結果との比較検証を行うことで解析手法の妥当性を明らかにする．

第 4 章では，手振れ補正用 VCM の電磁気的な原因から発生する振動騒音を予測するために VCM の電磁加振力であるローレンツ力を周波数領域で求めるための解析手法を提案し，3 次元有限要素法を用いた磁界・構造・音響の連成解析を行う．また，解析手法の有効性を明らかにするために実機との比較検証を行った後，手振れ補正用 VCM の電磁加振力による振動挙動を求め，音響放射への関係を明らかにする．更に，VCM の主な振動音響放射体の音響放射を低減するための改善例を示す．

第 5 章では， EPS 用モータから発生する騒音原の中で，モータの電磁力による騒音振動特性を予測するために 3 次元有限要素法を用いた解析モデルを構築し実測結果との比較を行うことで解析モデルの有効性を検証する．解析モデルの構築のために，モータの電磁加振力の方向成分，ステータの固有振動特性，モータの拘束条件による固有振動特性を検討する．また，目的周波数内で発生するモータの振動と騒音を検討し，構築した解析モデルを用いて電磁加振力による騒音の発生原因を明らかにする．

結論では，第 5 章までの内容を総括し，本研究で得られた最終的な成果を要約する．

参考文献

[1] Peter, I., Scutaru, Gh., et al.: “The Noise of Two-Speed Three-Phase Induction Motors with Squirrel Cage Rotors”, Revue Roumaine de Science Techniques, pp. 199-212, 2008.

[2] Yang, S. J: “Low-noise Electrical Motors”, Oxford: Clarendon Press, 1981.

[3] Timar, P.L: “Noise and Vibration of Electrical Machines”, London: Springer verlag, 1989.

[4] Yang, S.J: “Effects of voltage/current harmonics on noise emission from induction motors”, Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Mechanical Vibrations and Audible Noise in Alternating Current Machines, pp. 457-467, 1986.

[5] Okuda, H., Fujimoto, N. and Yoshizaki, M.: “Causes of electromagnetic vibration and noise of induction motors”, Electrical Engineering in Japan 98(4), pp. 89-96, 1978.

[6] Belmans, R. and Geysen, W.: “A case study of the electromechanical analysis of the audible noise in an inverter fed induction motor”, Proceedings of EPE, Aachen, pp. 451-455, 1986.

[7] Onodera, S and Yamasawa, K.: “An evaluation of electromagnetic vibration of a squirrel-cage induction motor”, Elektrotechnicky Casopis 44(2), pp. 56-60, 1993.

[8] Lisner, R.P.: “The vibro-acoustic behaviour of induction motors with harmonically varying load”, PhD thesis, Monash University, 1995.

[9] Yahiaoui, A. and Bouillault, F.: “2D and 3D numerical computation of electrical parameters of an induction motor”, *IEEE Transactions on Magnetics* 30(5), pp. 3690-3692, 1994.

[10] Astfalck, A., Pulle, D. and Lai, J.C.S.: “Prediction of transient stator force distribution of inverter driven induction motors”, *Proceedings of AUPEC’97/ EECON"97*, University of New Wales, 1, pp. 1-6, 1993.

[11] Onodera, S and Yamasawa, K.: “An evaluation of electromagnetic vibration of a squirrel-cage induction motor”, *Elektrotechnicky Casopis* 44(2), pp.56-60, 1993.

[12] So, E.C.T. and Yang, S.J.: “The effect of tooth shape on radial forces in step Motors”, *IEEE Transactions on Magnetics* 29(6), pp. 2413-2415, 1993.

[13] Salon, S., De Bortoli, M., Burow, D. and Slavic, C.: “Effects of slot closure and magnetic saturation on induction machine behaviour: a study using finite element analysis”, *Proceedings of International Conference on Electrical Machines* 2, pp. 557-561, 1992.

[14] Den, H.J.P.: “Vibration of frames of electrical machines”, *Tans. am. Soc. mech. Engrs* 50, pp.1-6 and 9-11, 1928.

[15] Jordan, H. and Frohne, H.: “Determination of resonance frequencies of stators of polyphase motors”, *Larmbekampfung* 1, pp. 137-140, 1957.

[16] Pavlovsky, H.: “Vypocet vlastnich kmitoctu statorovych, svazku elektrickych stroju, elektrickych stroju”, *Elektrotech. Obz*. 57, pp. 305-311, 1968.

[17] Verma, S.P. and Girgis, R.S.: “Resonance frequencies of electrical machine stators having encased construction, part I: derivation of the general frequency equation”, *IEEE Transactions on PAS* 92, pp. 1577-1585, 1973.

[18] Verma, S.P. and Girdis, R.S.: “Resonance frequencies of electrical machine stators having encased construction, part II: numerical results and experimental verification”, *IEEE Transactions on PAS* 92, pp. 1586-1593, 1973.

[19] Verma, S.P. and Girgis, R.S.: “Considerations in the choice of main dimensions of stators of electrical machines in relation to their vibration characteristics”, *IEEE Transactions on PAS* 94, pp. 2151-2159*,* 1975.

[20] Erdelyi: “Predetermination of the sound pressure levels of magnetic noise in medium induction motors”, *Ph.D. Thesis, University of Michigan,* 1955.

[21] Ellison, A.J. and Yang, S.J.: “Natural frequencies of stators of small electric Machines”, *Proceedings of IEE* 118, pp.185-190, 1971.

[22] Shumilov, J.A.: “Calculating stator vibrations in electrical machines”, *Proceedings of the International Conference on Electrical Machines*, London, 1974.

[23] Yang, S.J.: “Finite element method in evaluating the stator natural frequencies of small machines”, *Proceedings of the International Conference on Electrical Machines*, Brussels, 1978.

[24] Watanabe, S., Kenjo, S., Ide, K., Sato, F. and Yamamoto, M.: “Natural frequencies and vibration behaviour of motor stators”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* PAS-102(1), pp. 949-956, 1983

[25] Noda, S., Mori, S., Ishibashi, F. and Itomi, K.: “Effect of coils on natural frequencies of stator cores in small induction motors", *IEEE Transactions on Energy Conversion* EC-2(1), pp. 93-99, 1987.

[26] Wang, H. and Williams, K.; “Vibrational modes of thick cylinders of finite Length”, *Journal of Sound and Vibration* 191(5), pp. 955-971, 1996.

[27] Wang, H. and Williams, K.: “Effects of laminations on the vibrational behavior of electrical machine stators”, *Journal of Sound and Vibration* 202, pp. 703-715, 1997.

[28] Wang, C and Lai, J.C.S.: “Modelling the vibration behaviour of an induction motor”, *ICA/ASA98,* Seattle, USA, 4, pp. 2911-2912, 1998.

[29] Carter, F.W.: “Magnetic noise in dynamo-electric machines”, *Engineering*, 134, pp. 548-551 and 579-581, 1932.

[30] Jordan, H.: “Approximate calculation of the noise produced by squirrel cage motors”, *Engineering Digest*, 10, pp. 222-226, 1949.

[31] Alger, P.L.: “Magnetic noise in polyphase-induction motors”, *AIEE Trans.*, 73(IIIA), pp. 118-125, 1954.

[32] Ellison, A.J. and Yang, S.J.: "Calculation of acoustic power radiated by an electric machine", *Acustica*, 25, pp. 28-34, 1971.

[33] Yang, S.J.: "Effect of length-diameter ratio of noise radiation from an electric machine", *Acustica*, 32, pp. 255-261, 1975.

[34] Zhu, Z.Q. and Howe, D.: "Improved methods for prediction of electromagnetic noise radiated by electrical machines", *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, 141(2), 1994.

[35] Zhu, Z.Q. and Howe, D.: "Finite element analysis of acoustic power radiated by electrical machines", *Proc.Inst. Acoustics,* 12(6), pp. 29-36, 1990.

[36] Wang, C.: "Vibro-acoustic analysis of inverter driven induction motors", PhD Thesis, The University of New South Wales, Australia, 1998.

[37] Lyon, R.H.: "Statistical energy analysis of dynamical systems: theory and applications", MIT Press, 1975.

[38] Delaere, K., Iadevaia, M., Heylen, W., Sas, P., Hameyer, K., and Belmans, R.: "Statistical energy analysis of acoustic noise and vibration for electric motors: transmission from air gap field to motor frame", Proc 34th IAS Annual Meeting, Vol. 3, pp. 1897-1902, 1999.

[39] Wang, C., Lai, J.C.S.: "Sound power radiated from an inverter-driven induction motor. Part 3: statistical energy analysis", IEE Proc. Elect. Power Appl., pp. 619-626, 2005.

[40] M. Furlan and A. Cernigoj,: "A coupled electromagnetic-mechaniclaacoustic model of a DC electric motor," Int. J. Comput. Math. Electr. Electropnic Eng., vol. 22, no. 4, pp. 1155–1165, 2003.

[41] C. Wang, J. C. S. Lai, and A. Astfalck,: "Sound power radiated from an inverter driven inductionmotor II: Numerical analysis," Proc. IEE, Electr. Power Appl., vol. 151, no. 3, pp. 341–348, 2004.

[42] Ishibashi,F., Kamimoto, K., Noda, S., Itomi, K.: "Small Induction Motor Noise Calculation", IEEE Transactions on energy conversion, Vol.18, No.3, 2003.

[43] J. L. Besnerais, A. Fasquelle, M. Hecquet, J. Pell´e, V. Lanfranchi, S. Harmand, P. Brochet, and A. Randria,: "Multiphysics modeling: Electrovibro-acoustics and heat transfer of PWM-fed inductionmachines," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 57, no. 4, pp. 1279–1287, 2010.

[44] C. Schlensok, B. Schmülling, M. van der Giet, K. Hameyer,: "Electromagnetically excited audible noise - evaluation and optimization of electrical machines by numerical simulation", COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, Vol. 26 Iss: 3, pp.727 – 742. 2007.

[45] I. Harari, M. Slavutin, and E. Turkel.: "Analytical and numerical studies of a finite element PML for the Helmholtz equation", *J. Comput. Acoustics*, 8(1), pp. 121-137, 2000.

[46] E. Turkel and A. Yefet.: "Absorbing PML boundary layers for wave-like equations", *Appl. Numer. Math*, 27(4), pp. 533-557, 1998.

[47] J. Y. Wu, D.M. Kingsland, J.-F. Lee, and R. Lee.: “A comparison of anisotropic PML to Berenger's PML and its application to the finite-element method for EM scattering”. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 45(1), pp. 40-50, 1997.
[48] 古屋泰文，樋口俊郎，今泉伸夫:“未来型アクチュエータ材料・デバイス”，株式会社シーエムシー出版，2006.
[49] http://www.chrysis.net/photo/canon/tech/technology.htm
[50] http://en.responsejp.com/article/img/2012/02/16/170125/261865.html

第 2 章

有限要素法を用いた電磁気･構造･音場の連成解析

2.1　電磁界解析

2.1.1　電磁界解析の支配方程式

電磁界の支配方程式であるマクスウェル方程式の微分型は以下のようになる[1].

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial \mathrm{t}} \tag{2.1}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \mathrm{t}} \tag{2.2}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{2.3}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = q \tag{2.4}$$

ここで，$\boldsymbol{H}$ は磁界の強さ，$\boldsymbol{J}$ は電流密度，$\boldsymbol{D}$ は電束密度，$\boldsymbol{E}$ は電界の強さ，$\boldsymbol{B}$ は磁束密度，q は電荷密度である．また $\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{H}$，$\boldsymbol{D}$，$\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{J}$ の間には次の関係がある．

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \tag{2.5}$$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} \tag{2.6}$$

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E} \tag{2.7}$$

有限要素法による磁界解析では式(2.3)から得られる次式で定義されるような磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ を導入する[2].

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A} \tag{2.8}$$

2.1.2　静磁界の基礎方程式

静磁界問題では式(2.1)の時間微分項を零においた次式を取り扱う.

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J} \tag{2.9}$$

式(2.5)，(2.8)，(2.9)より，静磁界の基礎方程式は次式のように表される.

$$\nabla\times\left(\frac{1}{\mu}\nabla\times\boldsymbol{A}\right)=\nabla\times\left(\nu\nabla\times\boldsymbol{A}\right)=\boldsymbol{J} \tag{2.10}$$

ここで，νは磁気抵抗率で透磁率μの逆数である.

静磁界問題では式(2.10)を満足する$\boldsymbol{A}$を求めて, 式(2.8)から次のように磁束密度$\boldsymbol{B}$の x, y, z 方向の成分 B_x，B_y，B_z を求めることになる.

$$\left.\begin{aligned} B_x &= \frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z} \\ B_y &= \frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x} \\ B_z &= \frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y} \end{aligned}\right\} \tag{2.11}$$

2.1.3　時間依存場の基礎方程式

磁束が時間的に変化するため解析領域内にある導体または磁性体に渦電流が流れ, それによる反作用磁界が問題となる場合について考察する. ただし, 低周波を扱う問題ではマクスウェルの基礎方程式の式(2.1)右辺の時間微分項の変位電流を無視することができる. 式(2.8)を式(2.2)に代入すると次式を得ることができる.

$$\boldsymbol{E}=-\left(\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}+\nabla\phi\right) \tag{2.12}$$

ここでϕ は電気スカラポテンシャルであり，$\nabla\phi$は$\nabla\times(\nabla\phi)=0$ に起因して生じる項である. これより式(2.7)と式(2.12)から時間依存場の磁界の基礎方程式は次式で表される.

$$\nabla\times\left(\nu\nabla\times\boldsymbol{A}\right)=\boldsymbol{J}_0+\boldsymbol{J}_e \tag{2.13}$$

$$\boldsymbol{J}_e = -\sigma\left(\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} + \nabla\phi\right) \tag{2.14}$$

ここで $\boldsymbol{J}_0$ は強制電流密度，$\boldsymbol{J}_e$ は渦電流密度である．なお，辺要素を用いる場合はゲージ条件として $\phi = 0$ を選択できるため式(2.14)より電気スカラポテンシャル ϕ を削除することもでき，渦電流場の定式化が簡単になる．ただし，電気スカラポテンシャル ϕ を未知数とした場合，未知変数の増加により自由度が増すため，収束特性が改善され計算時間が短いという利点がある．

2.1.4 永久磁石を含む場の基礎方程式

外部からの強制電流 $\boldsymbol{J}_0$ と渦電流 $\boldsymbol{J}_e$ 以外に磁界をつくる永久磁石が存在する場合の基礎方程式は次式で表される．

$$\nabla \times \left(\nu^* \nabla \times \boldsymbol{A}\right) = \boldsymbol{J}_0 + \boldsymbol{J}_m + \boldsymbol{J}_e \tag{2.15}$$

$$\nu^* = \begin{cases} \nu_0 = 1/\mu_0 & \text{（永久磁石の領域）} \\ \nu = 1/\mu & \text{（永久磁石以外の領域）} \end{cases} \tag{2.16}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{cases} \mu_0 \boldsymbol{H} + \boldsymbol{M} & \text{（永久磁石の領域）} \\ \mu \boldsymbol{H} & \text{（永久磁石以外の領域）} \end{cases} \tag{2.17}$$

ここで，$\boldsymbol{J}_\mathrm{m}$ は等価磁化電流密度，μ_0 および μ は真空中および磁性体の透磁率，$\boldsymbol{M}$ は磁化である．なお，等価磁化電流密度 $\boldsymbol{J}_\mathrm{m}$ は次式を満足しなければならない．

$$\boldsymbol{J}_\mathrm{m} = \begin{cases} \nu_0 \nabla \times \boldsymbol{M} & \text{(永久磁石の領域)} \\ 0 & \text{(永久磁石以外の領域)} \end{cases} \tag{2.18}$$

このように，解析領域内に一般の磁性体と永久磁石が混在している場合は各々を別々の式で取り扱う．

永久磁石中の磁気特性は式(2.17)に式(2.1)を適用すると，

$$\nabla \times \left\{\frac{1}{\mu_0}\left(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{M}\right)\right\} = \boldsymbol{J} \tag{2.19}$$

続いて，磁束密度 $\boldsymbol{B}$ を磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ を用いて表すと，

$$\nabla\times\{\nu_0(\nabla\times\boldsymbol{A}-\boldsymbol{M})\}=\boldsymbol{J} \tag{2.20}$$

ここで，ν_0 は真空中の磁気抵抗率(=1/μ_0)である．式(2.20)を変形すると次式で表される．

$$\nabla\times(\nu_0\nabla\times\boldsymbol{A})=\boldsymbol{J}+\nu_0(\nabla\times\boldsymbol{M}) \tag{2.21}$$

2.1.5　周波数領域解析の基礎方程式

式(2.14)の時間微分項である$\partial/\partial t$ の処理法としては，差分近似法と複素数近似法の二種類ある．差分近似法は，解析する時間領域を微小時間幅Δt で小刻みに区切り，その区間内では現象が直線的に変化するものと仮定して微分方程式を離散化して step-by-step 法により計算する手法である．この直線の勾配の決定方法により前進，後退，中央差分法などがある．

一方，複素数近似法とは解析対象が交流定常状態であり，ベクトルポテンシャルや電流密度などの磁界の物理量が時間的に正弦波状に変化する場合，これらを複素数表示して時間微分項$\partial/\partial t$ を $j\omega$(ωは角周波数)で置換するベクトル記号法的な手法である．

入力条件である電流に時間的変化がある場合，一般的には非定常解析となり，時間差分法を用いることとなる．しかし，本研究で取り扱う電流は正弦波であるため，d/dt を $j\omega$に置き換えた複素解析を用いることにより，定常渦電流解析を行う．ただし，ω(=2πf)は角周波数である．よって解くべき方程式は式(2.13)より，

$$\nabla\times(\nu\nabla\times\dot{\boldsymbol{A}})=\dot{\boldsymbol{J}}_0+\dot{\boldsymbol{J}}_e=\dot{\boldsymbol{J}}_0-\sigma(j\omega\dot{\boldsymbol{A}}+\nabla\dot{\phi}) \tag{2.22}$$

となる．ここで $\dot{\boldsymbol{A}}$，$\dot{\boldsymbol{J}}_0$，$\dot{\boldsymbol{J}}_0$，$\dot{\phi}$ はそれぞれの複素数を表す．

2.2　構造解析

2.2.1　変位ベクトルと応力，ひずみテンソル

本研究で行う有限要素法の構造解析は変位法を用いる．そのため，構造解析の独立変数は x，y，z 成分で，それぞれ変位ベクトルを u，v，w と定義する．

$$\mathbf{u}=\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}^{\mathrm{t}} \tag{2.23}$$

ここで，上付きの t は転置行列を示す．

また，構造解析の従属変数としてひずみテンソル $\boldsymbol{S}$，応力テンソル $\boldsymbol{T}$ 成分がある．応力，ひずみの両テンソルは 3×3 の対称行列であり次式で表される．

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} T_1 & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_2 & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_3 \end{bmatrix} \; ; \; T_{12}=T_{21} \; ; \; T_{13}=T_{31} \; ; \; T_{23}=T_{32} \tag{2.24}$$

$$\mathbf{S}=\begin{bmatrix} S_1 & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_2 & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_3 \end{bmatrix} \; ; \; S_{12}=S_{21} \; ; \; S_{13}=S_{31} \; ; \; S_{23}=S_{32} \tag{2.25}$$

ここで，下付きの 1，2，3 は各々x，y，z 軸を示している．また，応力，歪テンソルの一般的な形として，次式に示す 1×6 行の行列で与えられることもある．

$$\begin{cases} \mathbf{T}=\begin{bmatrix} T_1 & T_2 & T_3 & T_{23} & T_{13} & T_{12} \end{bmatrix}^{\mathrm{t}} \\ \mathbf{S}=\begin{bmatrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_{23} & S_{13} & S_{12} \end{bmatrix}^{\mathrm{t}} \end{cases} \tag{2.26}$$

2.2.2　ひずみと変位，応力とひずみの関係式

ひずみと変位の関係式は連続体力学の補助条件である．微小変形の条件下では関係式は次式のように与えられる．

$$S_1 = \frac{\partial u}{\partial x}; \qquad S_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$$S_2 = \frac{\partial v}{\partial y}; \qquad S_{23} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \tag{2.27}$$

$$S_3 = \frac{\partial w}{\partial z}; \qquad S_{13} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

構造解析の変形を計算する際には，応力が構造内のどの位置においても弾性域に留まるような小さい応力でなければならない．弾性域では，弾性体はひずみと応力の線形関係を用いてモデル化できるためである．

一方，応力とひずみの関係式であるフックの法則は次式で与えられる．

$$\boldsymbol{T}_{mech} = \boldsymbol{c}\boldsymbol{S}_{el} = \boldsymbol{c}\left(\boldsymbol{S} - \boldsymbol{S}_{th} - \boldsymbol{S}_0\right) \tag{2.28}$$

ここで，$\boldsymbol{c}$ は 6×6 の弾性マトリクスであり，$\boldsymbol{S}$ は全体のひずみ，$\boldsymbol{S}_{el}$ は弾性ひずみ，$\boldsymbol{S}_{th}$ は熱ひずみ，$\boldsymbol{S}_0$ は初期ひずみである．また，$\boldsymbol{T}_{mech}$ は弾性ひずみ $\boldsymbol{S}_{el}$ のみによって引き起こされる応力である．もし，その他のひずみ源が存在するのであれば，式(2.28)の右辺のように，ひずみ源の項を分割することで考慮できる．

また，弾性マトリクス $\boldsymbol{c}$ はモデル化される材料の対称面の数に応じて，異方性，直交異方性，横等方性，等方性となる．

2.2.3　力の釣合い式

ある微小要素が釣合いの状態にあるためには要素に作用するすべての外力ベクトルの総和が零と，要素の任意の一点に関する外力のモーメントの総和が零，という二つの釣合い条件を満たす必要がある．上記の条件を満たす釣合い式は次式で与えられる．

$$-\nabla\cdot\boldsymbol{T} = -\nabla\cdot\left(\boldsymbol{c}\nabla\boldsymbol{u}\right) = \boldsymbol{b} \tag{2.29}$$

ここで，$\boldsymbol{b}$ は重力のような単位質量当たりの物体力である．式(2.29)は静的構造解析における支配方程式である．

2.2.4　運動方程式

構造解析における動的応答解析では粘性減衰を考慮した運動方程式を解く必要がある．この場合，運動方程式は次式のように与えられる．

$$m\frac{d^2\boldsymbol{u}}{dt^2}+\boldsymbol{\xi}\frac{d\boldsymbol{u}}{dt}+\boldsymbol{k}\boldsymbol{u}=\boldsymbol{f}(t) \tag{2.30}$$

ここで，mは質量，ξは粘性減衰係数，$\boldsymbol{u}$ は変位ベクトル，$\boldsymbol{k}$ は弾性マトリックスである．本解析では粘性減衰としてレイリーの減衰を用いる．レイリーの減衰は，減衰行列ξが質量行列 ρ と剛性行列 $\boldsymbol{c}$ に比例するものとして減衰を評価する方法である．減衰行列ξは次式で表される．

$$\boldsymbol{\xi}=\alpha_0\rho+\alpha_1\boldsymbol{c} \tag{2.31}$$

$$\alpha_0=\frac{2\omega_i\omega_j\left(h_i\omega_j-h_j\omega_i\right)}{\left(\omega_j^2-\omega_i^2\right)} \tag{2.32}$$

$$\alpha_1=\frac{2\left(h_j\omega_j-h_i\omega_i\right)}{\left(\omega_j^2-\omega_i^2\right)} \tag{2.33}$$

ここで，h_i と h_j は i，j 次の減衰係数であり，ω_i，ω_j は固有円振動数である．また，式(2.29)で二次の時間微分項が含まれるが，有限要素法で解く際には新しい変数として速度 $\boldsymbol{v}=(\partial u/\partial t,\partial v/\partial t,\partial w/\partial t)^t$ を用いて，一次の時間微分項に変換を行う．

$$\boldsymbol{v}=\frac{\partial\boldsymbol{u}}{\partial t} \tag{2.34}$$

式(2.31)と式(2.34)を用いることで，式(2.30)は次式に変換することが出来る．

$$\rho\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}-\nabla\cdot\boldsymbol{c}_{\mathrm{sta}}\left(\nabla\boldsymbol{u}+\alpha_1\nabla\boldsymbol{v}\right)+\alpha_0\rho\boldsymbol{v}=\boldsymbol{b} \tag{2.35}$$

ここで，剛性行列 $\boldsymbol{c}$ は初期剛性行列 $\boldsymbol{c}_{sta}$ を用いる．また，式(2.34)，(2.35)を用いることで，以下の式が得られる．

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & 0 \\ 0 & \rho \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{v} \end{bmatrix} - \nabla \cdot \left[\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \boldsymbol{c}_{\mathrm{sta}} & \boldsymbol{c}_{\mathrm{sta}} \alpha_1 \end{bmatrix} \nabla \begin{bmatrix} \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{v} \end{bmatrix} \right] + \begin{bmatrix} 0 & -\boldsymbol{I} \\ 0 & \alpha_0 \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{b} \end{bmatrix} \tag{2.36}$$

2.3 有限要素法による定式化

2.3.1 ガラーキン法による定式化

本論文では重み付け残差法(weighted residual method)の一種であるガラーキン法(Galerkin method) を適用し，有限要素法の定式化を行った[3].

まず，電磁界解析の定式化から述べる．前項の式(2.15)に後述する要素の辺で定義される磁気ベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$の補間関数$\boldsymbol{N}_i$を重み関数として，ガラーキン法を適用すると渦電流及び永久磁石を考慮した磁界解析のための残差G_{oi} は次式で定義され零となる．

$$G_{oi} = G_{li} - G_{j0i} - G_{jei} - G_{jmi} = 0 \tag{2.37}$$

ただし，式(2.37)右辺の各項は以下のようになる．

$$G_{li} = \int_V \boldsymbol{N}_i \cdot \left\{ \nabla \times \left(\nu \nabla \times \boldsymbol{A} \right) \right\} dV \tag{2.38}$$

$$G_{j0i} = \int_{V_c} \boldsymbol{N}_i \cdot \boldsymbol{J}_0 dV \tag{2.39}$$

$$G_{jei} = \int_{V_e} \boldsymbol{N}_i \cdot \left\{ -\sigma \left(\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} + \nabla \varphi \right) \right\} dV \tag{2.40}$$

$$G_{jmi} = \int_{V_m} \boldsymbol{N}_i \cdot \left(\nu_0 \nabla \times \boldsymbol{M} \right) dV \tag{2.41}$$

ここでVは全領域，V_c は巻線の領域，V_e は渦電流が流れる導体の領域及びV_m は永久磁石の領域とする．式(2.38)において磁気ベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$は離散化の過程で要素内では一次近似されるため，回転を2回適用すると恒等的に零となることから，このままの形では離散化できない．そこで次式のベクトル公式及びガウスの発散定理を用いて変形する．

$$\boldsymbol{u} \cdot \left(\nabla \times \boldsymbol{v} \right) = \boldsymbol{v} \cdot \left(\nabla \times \boldsymbol{u} \right) - \nabla \cdot \left(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} \right) \tag{2.42}$$

$$\int_V \nabla \cdot \boldsymbol{u} dV = \int_S \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{n} dS \tag{2.43}$$

$$(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{v})\cdot\boldsymbol{w}=\boldsymbol{u}\cdot(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{w}) \tag{2.44}$$

式(2.38)にベクトル公式及びガウスの発散定理を適用すると次式が得られる．

$$\int_V \boldsymbol{N}_i\cdot\{\nabla\times(\nu\nabla\times\boldsymbol{A})\}\,dV=\int_V \nabla\times\boldsymbol{N}_i\cdot(\nu\nabla\times\boldsymbol{A})\,dV-\int_S \boldsymbol{N}_i\cdot\{(\nu\nabla\times\boldsymbol{A})\times\boldsymbol{n}\}\,dS \tag{2.45}$$

ここで，$\boldsymbol{n}$ は微小面積 dS の外向きの単位法線ベクトルである．式(2.45)において右辺第 2 項は境界積分項で固定境界上では $\boldsymbol{N}_i$ =0 となり，磁界の強さ $\boldsymbol{H}$ が境界面に垂直な場合は $\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{H}$=0 となるため結局零となる．したがって，通常この項を零，すなわち磁束は境界に対して平行または垂直にしか通らないものとして解析する．

次に，式(2.41)において永久磁石の磁化$\boldsymbol{M}$は要素内で一定として与えるために，その回転量は恒等的に零となる．そこで，式(2.41)にもベクトル公式およびガウスの発散定理を適用すると次式が得られる．

$$\int_{V_m} \boldsymbol{N}_i\cdot(\nu_0\nabla\times\boldsymbol{M})\,dV=\int_{V_m} \nabla\times\boldsymbol{N}_i\cdot(\nu_0\boldsymbol{M})\,dV-\int_{S_m} \boldsymbol{N}_i\cdot\{(\nu_0\boldsymbol{M})\times\boldsymbol{n}\}\,dS \tag{2.46}$$

式(2.46)の境界積分項も零として，境界上の磁化 $\boldsymbol{M}$ は垂直または平行であるとする．
以上より渦電流および永久磁石を考慮した動磁場解析のための残差G_{oi}は，次式で定義される．なお，境界積分項も示す．

$$\begin{aligned} G_{oi}=&\int_V \nabla\times\boldsymbol{N}_i\cdot(\nu\nabla\times\boldsymbol{A})\,dV-\int_{S_o} \boldsymbol{N}_i\cdot\{(\nu\nabla\times\boldsymbol{A})\times\boldsymbol{n}\}\,dS\\ &-\int_{V_c} \boldsymbol{N}_i\cdot\boldsymbol{J}_0\,dV-\int_{V_c} \boldsymbol{N}_i\cdot\left\{-\sigma\left(\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}+\nabla\varphi\right)\right\}dV\\ &-\int_{V_m} \nabla\times\boldsymbol{N}_i\cdot(\nu_0\boldsymbol{M})\,dV+\int_{S_m} \boldsymbol{N}_i\cdot\{(\nu_0\boldsymbol{M})\times\boldsymbol{n}\}\,dS \end{aligned} \tag{2.47}$$

ところで，式(2.47)において電気スカラポテンシャルϕも未知変数とした場合，未知変数は $\boldsymbol{A}$ の 3 成分とϕの合計 4 変数となるが，式(2.47)の残差 G_{oi} には 3 成分の式しかないため方程式の数が未知変数よりも少ないことになる．そこで，渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ に対して次式に示す電荷保存則の式を導入する．

$$\nabla\cdot\boldsymbol{J}_e=0 \tag{2.48}$$

式(2.14)と式(2.48)より，後述する要素の節点で定義される電気スカラポテンシャルϕの補間関数 N_i を重み関数としてガラーキン法を適用すると残差 G_{di} は次式で定義され零となる．

$$G_{di} = \int_{V_e} \boldsymbol{N}_i \nabla \cdot \boldsymbol{J}_e dV = 0 \tag{2.49}$$

また，式(2.49)にベクトル公式およびガウスの発散定理を適用すると次式が得られる．

$$\int_{V_e} \boldsymbol{N}_i \nabla \cdot \boldsymbol{J}_e dV = \int_{S_e} \boldsymbol{N}_i \boldsymbol{J}_e \cdot \boldsymbol{n} dS - \int_{V_e} \nabla \boldsymbol{N}_i \cdot \boldsymbol{J}_e dV \tag{2.50}$$

式(2.50)より渦電流が境界面に対して平行に流れる場合には，上式の右辺第一項の境界積分項は零になる．また，境界面に対して垂直な場合，磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ と電気スカラポテンシャルϕは固定境界となるため零になる．したがって，この項を零，すなわち渦電流は境界に対して平行または垂直にしか流れないものとする．以上より，磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ と電気スカラポテンシャルϕを未知数とする，いわゆる $\boldsymbol{A}$-ϕ法を用いる場合，式(2.47)と式(2.50)の連立方程式を解くことで，磁束分布および渦電流分布を解析することが可能となる．

最後に，式(2.29)に要素の節点で定義される変位 $\boldsymbol{u}$ の補間関数 $\boldsymbol{N}_i$ を重み関数としてガラーキン法を適用すると，残差 G_{ui} は次式で定義される．

$$G_{ui} = \int_{S_f} \boldsymbol{N}_i \nabla \cdot \left(c \nabla \boldsymbol{u} \right) dV + \int_{V_f} \boldsymbol{N}_i \boldsymbol{b} dV \tag{2.51}$$

また，式(2.51)にベクトル公式およびガウスの発散定理と，後述する構造解析の境界条件を考慮すると次式が得られる．

$$\int_{V_f} \boldsymbol{N}_i \nabla \cdot \left(c \nabla \boldsymbol{u} \right) dV = \int_{S_f} \boldsymbol{N}_i \left(c \nabla \boldsymbol{u} \right) \cdot \boldsymbol{n} dS + \int_{S_T} \boldsymbol{N}_i \boldsymbol{T} \cdot \boldsymbol{n} dS - \int_{V_f} \left(\nabla \cdot \boldsymbol{N}_i \right)^{\mathrm{t}} \cdot \left(c \nabla \boldsymbol{u} \right) dV \tag{2.52}$$

式(2.52)において右辺第 1 項は要素間の境界積分項で，応力が境界面に対して平行にはたらく場合には，零となる．また，右辺第 2 項は有限領域で，表面力が規定されている領域 S_T 上での境界積分項である．以上より，構造解析のための残差 G_{ui} は次式で定義される．なお，境界積分項も示す．

$$G_{ui} = \int_{S_f} \boldsymbol{N}_i \left(c \nabla \boldsymbol{u} \right) \cdot \boldsymbol{n} dS + \int_{S_T} \boldsymbol{N}_i \boldsymbol{T} \cdot \boldsymbol{n} dS - \int_{V_f} \left(\nabla \cdot \boldsymbol{N}_i \right)^{\mathrm{t}} \cdot \left(c \nabla \boldsymbol{u} \right) dV + \int_{V_f} \boldsymbol{N}_i \boldsymbol{b} dV \tag{2.53}$$

2.3.2　境界条件

図 2.1 に示すような透磁率 μ が異なる 2 つの領域間の境界面Γ上の磁束密度 $\boldsymbol{B}$，磁界の強さ $\boldsymbol{H}$ の連続性を考察する．ただし，境界面Γは x-y 平面に平行であると仮定する．電磁界において磁界が満足すべき物理的な境界条件は次式で表される．

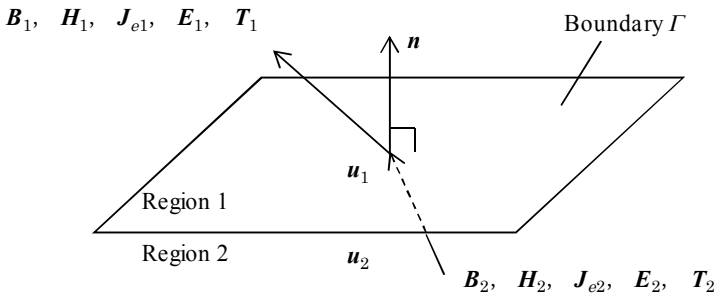


Fig. 2.1 Boundary between two regions

$$\boldsymbol{B}_1 \cdot \boldsymbol{n} = \boldsymbol{B}_2 \cdot \boldsymbol{n} \tag{2.54}$$

$$\boldsymbol{H}_1 \times \boldsymbol{n} = \boldsymbol{H}_2 \times \boldsymbol{n} \tag{2.55}$$

ここで，$\boldsymbol{B}_1$ および $\boldsymbol{B}_2$ はそれぞれ領域 1 および領域 2 の磁束密度，$\boldsymbol{H}_1$ および $\boldsymbol{H}_2$ はそれぞれ領域 1 および領域 2 の磁界の強さ，$\boldsymbol{n}$ は境界面Γの単位法線ベクトルとする．式(2.54)は境界面に対する磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の法線方向成分の連続条件, 式(2.55)は磁界の強さ $\boldsymbol{H}$ の接線方向成分の連続条件を示している．式(2.55)の磁界の強さ $\boldsymbol{H}$ の接線方向成分の連続条件は，前述の式(2.45)の右辺第二項の境界積分項を零とすることで満たすことができる．また，磁束密度 $\boldsymbol{B}$ は磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ を用いて式(2.8)で表されることから，磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の法線方向成分の連続性は, 磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ の連続条件を考えればよいことになる．式(2.55)と式(2.8)より，境界面Γ 上の $\boldsymbol{A}$ の分布に関して次式が得られる．

$$\frac{\partial \boldsymbol{A}_{y1}}{\partial x} - \frac{\partial \boldsymbol{A}_{x1}}{\partial y} = \frac{\partial \boldsymbol{A}_{y2}}{\partial x} - \frac{\partial \boldsymbol{A}_{x2}}{\partial y} \tag{2.56}$$

式(2.56)より，Γ 上でΓに平行な二成分 A_x と A_y のみが連続であれば，磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の法線方向成分の連続性が満足されることを示している[4].

次に，有限要素法では有限の領域を扱うことから，式(2.54)および式(2.55)を満足する解析領域の取り方について検討する．式(2.54)および式(2.55)において領域 1 を解析領域の内部，領域 2 を解析領域の外部とすれば，境界面上では境界面に沿った磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ のみで磁束密度 $\boldsymbol{B}$ および磁界の強さ $\boldsymbol{H}$ が表される．境界面上の磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ が零以外であれば，式(2.8)より磁束密度 $\boldsymbol{B}$ は境界面に垂直になることがわかる．これより，通常境界面上の磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ を未知数とすると，磁束密度 $\boldsymbol{B}$ は境界面に対して必ず垂直となり，このような境界を自然境界と呼ぶ．また，解析領域を十分に広く取ると磁束密度 $\boldsymbol{B}$ は近似的に零となり，式(2.54)および式(2.55)を満足することがわかる．このような境界を遠方境界と呼ぶ．一方，磁束密度 $\boldsymbol{B}$ が境界面に対して平行な場合，境界面に沿った磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ は一定値でなければならない．このような境界を固定境界と呼ぶ．なお，遠方境界においても境界面に沿った磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ は零として与えるため，遠方境界は固定境界の一種であることがわかる．

続いて，渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ と電界の強さ $\boldsymbol{E}$ の境界条件について検討する．磁界と同様に渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ と電界の強さ $\boldsymbol{E}$ が満足すべき物理的な境界条件は次式で表される．

$$\boldsymbol{J}_{e1}\times\boldsymbol{n}=\boldsymbol{J}_{e2}\times\boldsymbol{n} \tag{2.57}$$

$$\boldsymbol{E}_{1}\times\boldsymbol{n}=\boldsymbol{E}_{2}\times\boldsymbol{n} \tag{2.58}$$

ここで，$\boldsymbol{J}_{e1}$ および $\boldsymbol{J}_{e2}$ はそれぞれ領域 1 および領域 2 の渦電流密度，$\boldsymbol{E}_1$ および $\boldsymbol{E}_2$ はそれぞれ領域 1 および領域 2 の電界の強さとする．式(2.57)は，境界面に対する渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ の法線方向成分の連続条件，式(2.58)は電界の強さ $\boldsymbol{E}$ の接線方向成分の連続条件を示している．式(2.57)の渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ の法線方向成分の連続条件は，前述の式(2.50)の右辺第一項の境界積分項を零とすることで満たすことができる．また，電界の強さ $\boldsymbol{E}$ は磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ と電気スカラポテンシャル ϕ を用いて式(2.12)で表されることから，式(2.58)より Γ 上の $\boldsymbol{A}$ と ϕ の分布に関して次式が得られる．

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \boldsymbol{A}_{x1}}{\partial t}-\frac{\partial \varphi_1}{\partial x}&=\frac{\partial \boldsymbol{A}_{x2}}{\partial t}-\frac{\partial \varphi_2}{\partial x}\\ \frac{\partial \boldsymbol{A}_{y1}}{\partial t}-\frac{\partial \varphi_1}{\partial y}&=\frac{\partial \boldsymbol{A}_{y2}}{\partial t}-\frac{\partial \varphi_2}{\partial y}\end{aligned}\right\} \tag{2.59}$$

式(2.59)より，Γ 上で Γ に平行な二成分 A_x と A_y および ϕ が連続であれば，電界の強さ $\boldsymbol{E}$ の接線方向成分の連続性が満足されることを示している．

次に，領域 1 を解析領域内部，領域 2 を解析領域の外部とする有限領域について検討す

る．渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ は式(2.14)より磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ と電気スカラポテンシャル ϕ から表されるが，$\boldsymbol{A}$ は磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の境界条件により決定されるため渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ の境界条件は ϕ を用いて指定することができる．まず，境界面上の電気スカラポテンシャル ϕ を未知数とする，いわゆる自然境界とすると，前述の式(2.50)の右辺第一項を零とすることから，渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ は境界面に対して平行となる．また，境界面に沿った電気スカラポテンシャル ϕ を零とする，いわゆる固定境界とすると，渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ は境界面に対して垂直となる．

最後に，応力 $\boldsymbol{T}$ と変位 $\boldsymbol{u}$ の境界条件について検討する．応力 $\boldsymbol{T}$ と変位 $\boldsymbol{u}$ が満足すべき物理的な境界条件は次式で表される．

$$\boldsymbol{T}_1 \cdot \boldsymbol{n} = \boldsymbol{T}_2 \cdot \boldsymbol{n} \tag{2.60}$$

$$\boldsymbol{u}_1 = \boldsymbol{u}_2 \tag{2.61}$$

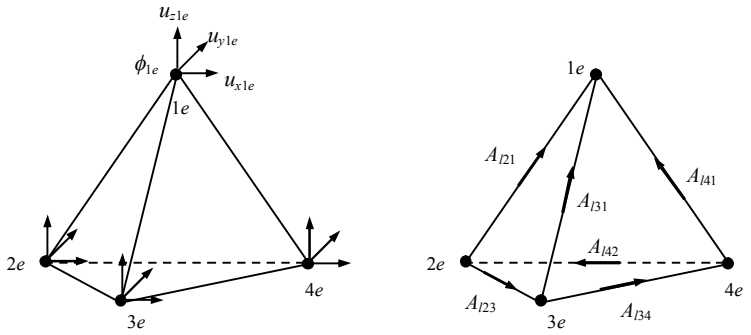
ここで，$\boldsymbol{T}_1$ および $\boldsymbol{T}_2$ はそれぞれ領域 1 および領域 2 の応力，$\boldsymbol{u}_1$ および $\boldsymbol{u}_2$ はそれぞれ領域 1 および領域 2 の変位とする．式(2.60)は境界面で成り立つべき釣合いの条件式で，力学的境界条件を示し，式(2.61)は変位 $\boldsymbol{u}$ の幾何学的境界条件を示している．

次に，領域 1 を解析領域内部，領域 2 を解析領域の外部とする有限領域について検討する．有限領域の境界面上の変位 $\boldsymbol{u}$ と応力 $\boldsymbol{T}$ は，変位が規定されている領域 S_u，表面力が規定されている領域 S_T において，既知の量として外部から規定される．各領域の既知の量として既定された応力，変位に対して，式(2.60)と(2.61)の力学的境界条件および幾何学的境界条件が満たされることで有限領域での境界条件が満たされる．

2.3.3　未知数の定義

図 2.2 に未知数の定義方法を示す．未知数には磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$，電気スカラポテンシャル ϕ，変位 $\boldsymbol{u}$ を用いる．要素には四面体要素を採用して，図中の矢印が未知変数を表す．

節点要素では(a)に示すように各節点における x，y 及び z 方向成分を未知数とする．したがって，要素の境界面上では未知数の x，y 及び z 方向の全成分が連続となる．しかしながら，磁気ベクトルポテンシャルにおいては，前節の式(2.56)より節点要素法における連続性は本来不要であり，接線方向成分のみの連続性で磁束密度 $\boldsymbol{B}$ 及び磁界の強さ $\boldsymbol{H}$ の連続性を満たした解析ができる．そこで，磁気ベクトルポテンシャルは辺上の変数を未知数とする辺要素を通常用いる．辺要素においては境界面上で定義される未知変数が境界面に沿った成分のみであることから，先に述べた境界条件を自然に満たすことができる．電気スカラポテンシャル ϕ，変位 $\boldsymbol{u}$ については節点要素で解析を行う．



(a) Nodal element (b) Edge element

Fig. 2.2 Definition of unknown variables

2.3.4 補間関数

式(2.47)を一次四面体辺要素により離散化する際に，図 2.3 に示す要素(*e*)において相対辺番号 *le* に対応する相対節点番号 *me*，*ne* を定義する．未知変数は図中に示す相対節点番号 *me* から相対節点番号 *ne* へ向かう方向を正とする．このとき要素の辺で定義される磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ の補間関数 $\boldsymbol{N}_{le}$ は次式で定義される[5-6]．

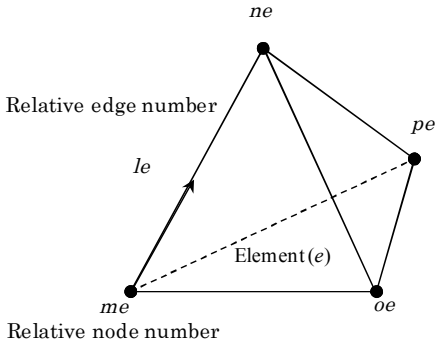


Fig. 2.3 Relationship between edge and node of tetrahedral elements.

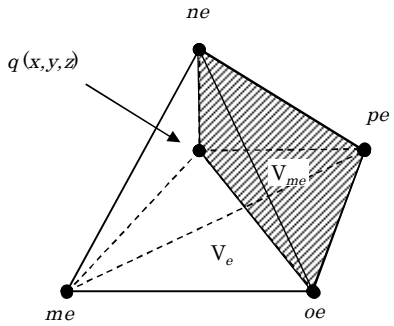


Fig. 2.4 Volume coordinates of relative node number *me*.

$$\boldsymbol{N}_{le} = \lambda_{me} grad\lambda_{ne} - \lambda_{ne} grad\lambda_{me} \tag{2.62}$$

ここでλ_{me} 及びλ_{ne} はそれぞれ相対節点番号 *me*，*ne* に対応する体積座標である．体積座標とは相対座標の一種で図 2.4 に示すように，相対節点番号 *me* に相対する面を底面とする斜線部の四面体の体積 V_{me} と要素(*e*)の体積比で定義され次式で表される．

$$\lambda_{me} = \frac{1}{6V_e}\left(a_{me} + b_{me}x + c_{me}y + d_{me}z\right) \tag{2.63}$$

V_e は要素(e)の体積で，次式で表される．

$$V_e = \frac{1}{6}\sum_{me=1}^{4}(-1)^{me} x_{me}\left\{y_{ne}\left(z_{oe} - z_{pe}\right) + y_{oe}\left(z_{pe} - z_{ne}\right) + y_{pe}\left(z_{ne} - z_{oe}\right)\right\} \tag{2.64}$$

式中の me，ne，oe，pe は循環する相対節点番号を示し，例えば me=2 の時 ne，oe，pe はそれぞれ 3，4，1 に対応する．また，a_{me}，b_{me}，c_{me}，d_{me} は次式で表される．

$$a_{me} = (-1)^{me}\left\{x_{ne}\left(y_{pe}z_{oe} - y_{oe}z_{pe}\right) + x_{oe}\left(y_{ne}z_{pe} - y_{pe}z_{ne}\right) + x_{pe}\left(y_{oe}z_{ne} - y_{ne}z_{oe}\right)\right\} \tag{2.65}$$

$$b_{me} = (-1)^{me}\left\{y_{ne}\left(z_{oe} - z_{pe}\right) + y_{oe}\left(z_{pe} - z_{ne}\right) + y_{pe}\left(z_{ne} - z_{oe}\right)\right\} \tag{2.66}$$

$$c_{me} = (-1)^{me}\left\{z_{ne}\left(x_{oe} - x_{pe}\right) + z_{oe}\left(x_{pe} - x_{ne}\right) + z_{pe}\left(x_{ne} - x_{oe}\right)\right\} \tag{2.67}$$

$$d_{me} = (-1)^{me}\left\{x_{ne}\left(y_{oe} - y_{pe}\right) + x_{oe}\left(y_{pe} - y_{ne}\right) + x_{pe}\left(y_{ne} - y_{oe}\right)\right\} \tag{2.68}$$

式(2.63)を式(2.62)に代入すると次式が得られる．

$$\begin{aligned}\boldsymbol{N}_{le} = \frac{1}{36V_e^2}\Big[&\left\{a_{me}b_{ne} - a_{ne}b_{me} + \left(c_{me}b_{ne} - c_{ne}b_{me}\right)y + \left(d_{me}b_{ne} - d_{ne}b_{me}\right)z\right\}\boldsymbol{i} \\ &+\left\{a_{me}c_{ne} - a_{ne}c_{me} + \left(b_{me}c_{ne} - b_{ne}c_{me}\right)x + \left(d_{me}c_{ne} - d_{ne}c_{me}\right)z\right\}\boldsymbol{j} \\ &+\left\{a_{me}d_{ne} - a_{ne}d_{me} + \left(b_{me}d_{ne} - b_{ne}d_{me}\right)x + \left(c_{me}d_{ne} - c_{ne}d_{me}\right)y\right\}\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{2.69}$$

ここで $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$ 及び $\boldsymbol{k}$ はそれぞれ x，y 及び z 方向の単位ベクトルである．辺 le は複数個の要素に共有されているが，いずれの要素で求めた辺 le の補間関数を同一にするためには，辺 le の両端の節点 me 及び ne の絶対節点番号 nme 及び nne が，nme>nne となるように相対節点番号をつければよいことになる．要素(e)内における磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}^{(e)}$ は式(2.69)のベクトル補間関数 $\boldsymbol{N}_{le}$ を用いて次式で表される．

$$\boldsymbol{A}^{(e)} = \sum_{le=1}^{6} \boldsymbol{N}_{le} \boldsymbol{A}_{le} \tag{2.70}$$

ここでA_{le} は要素(e)の相対辺番号leに沿った未知変数である．また，その単位はベクトル補間関数$\boldsymbol{N}_{le}$ の単位がm^{-1}であることからWbの次元を有する．すなわち，A_{le} という未知変数は磁気ベクトルポテンシャルの単位Wb/mよりも長さの次元だけ高く，ラプラス問題などの既知の境界値を与えるときには，磁気ベクトルポテンシャル値にその辺の長さをかけたものを未知変数A_{le} に与えなければならないので注意を要する．以上より式(2.72)と式(2.73)を用いることで，式(2.50)を離散化することができる．

渦電流の電荷保存則の式(2.50)，力の釣合い式(2.53)を離散化する際に，要素の節点で定義される電気スカラポテンシャルϕ ，変位 $\boldsymbol{u}$ の補間関数 N_{ne} は次式で定義される．

$$N_{ne} = \frac{1}{6V_e}\left(a_{ne} + b_{ne}x + c_{ne}y + d_{ne}z\right) \tag{2.71}$$

これより要素(e)内における電気スカラポテンシャル$\phi^{(e)}$，変位 $\boldsymbol{u}^{(e)}$ は式(2.74)を用いて次式となる．

$$\left\{\varphi^{(e)}, \boldsymbol{u}^{(e)}\right\}^t = \sum_{ne=1}^{4} N_{ne} \left\{\varphi_{ne}, \boldsymbol{u}_{ne}\right\}^t \tag{2.72}$$

以上より式(2.71)と式(2.72)を用いることで，式(2.50)と式(2.53)を離散化することができる．

2.4　構造･音響連成解析

2.4.1　構造･音響連成系

音の媒質である流体と接する構造物の弾性挙動は流体と弾性体の物理的な相関関係を考慮し，適切な解析モデルの作成が必要である．通常，構造･音響連成系の解析は以下のような領域に分類される[7].

(a)　流体の運動が相対的に大きい場合：飛行機の羽の振動，橋脚の振動などの流体力学的な支配方程式が適用される場合.
(b)　微小な時間変化と流体の運動が制限された場合：爆発衝撃など弾性体と流体の大きな変形と流体の圧縮性が考慮される場合.
(c)　相対的に長い時間変化と流体の運動が制限された場合：弾性体の振動による音響振動などの周期的な波動特性を持つ場合.

本研究で扱う電磁気駆動源の振動による音響特性は上記の(c)領域のような周期的な特性を持っている．このような弾性体と媒質が周期的な挙動を持つ場合の構造･音響連成系の解析手法は大きく 2 つの方法が存在する.

まず，媒質である流体の挙動を弾性体の変位と同様に，流体の変位を変数として与える Lagrange 方法がある．この場合，流体はせん断弾性係数が無視できる弾性体として仮定され，構造解析の弾性体と同様な方法で離散化される.

次に，流体領域の変数を圧力または速度ポテンシャル(Velocity Potential)として仮定する Euler 方法があり，この場合は構造物の流体が接する接合面(Structure Acoustic Coupled Boundary)での圧力を考慮することによって解析上で連成関係を考慮することができる.

Lagrange 方法は爆発のような微小な時間変化での大きな変形を扱う問題に有利であるが，場合によっては解析時の剛性行列が特異行列(Singular Matrix)になり，非圧縮性流体の内部で振動する弾性体の解析ができなく，弾性体と流体の領域のすべての節点で各方向の変位を未知数として扱うため解析時間が増加する短所を持っている.

一方，Euler 方法は流体領域の節点で 1 つの未知数を用いることで解析上の多くの利点があり現在，構造･音響連成問題に最も広く用いられている[7]．流体領域の節点で仮定される未知数としては上記でも述べたように圧力と速度ポテンシャルが用いられるが，圧力を未知数として用いる場合は流体領域の剛性行列が非対称になり解析の計算効率上，負荷がかかる短小がある．しかし，速度ポテンシャルを未知数として用いると流体の剛性行列が対称になり，計算効率を高めることができる.

本論文で扱う構造･音響連成系の解析には周期的な構造物の振動と媒質領域の音響派動問題を解析するため，速度ポテンシャルを適用した Euler 方法を用いた.

2.4.2　構造･音響連成系の支配方程式

均質の非粘性(Inviscid)音響流体(Acoustical Fluid)の支配方程式は以下の Helmholtz 方程式となる．

$$\nabla^2 P - \frac{1}{c^2}\ddot{P} = 0 \tag{2.73}$$

ここで P は音圧であり，c は音速である．

式(2.73)は線形非損失派動方程式であり，媒質である音響流体は以下の仮定を満たす．

- 流体の密度は変化するので音響流体は圧縮性である．
- 音響流体は非粘性である．
- 音響流体に巨視的流れ(mean flow)は存在しない．
- 音響流体内の平均密度と平均圧力は一定である．

音響流体と弾性構造体が連成される境界面での弾性体の変位を $\boldsymbol{u}$ とし，接合面での力の釣り合いを考慮すると以下が成立する．

$$\boldsymbol{n}\ddot{\boldsymbol{u}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial n} \tag{2.74}$$

式(2.74)は接合面で構造体と音響流体を連成させるための接続要素(Interface Element)を作成するための式である．この場合接合面の境界条件は

$$P=0 \tag{2.75}$$

または

$$P = \rho g u_z \tag{2.76}$$

として表すことができる．式(2.76)は以下の式(2.77)のように表すことができ，これは波動の線形自由表面条件である．

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{1}{g}\ddot{P} \tag{2.77}$$

ここで，u_zは音響流体の自由境界面での垂直方向変位，zは垂直方向座標，gは重力加速度である．

また，音響流体領域内に入射する波動が存在しない場合は，弾性体の振動による音響流体の波動のみが任意の放射境界面を通り，無限領域に伝播される．このような条件は非反射境界条件(Non-reflecting Boundary Condition)であり，ゾンマーフェルト放射条件(Sommerfeld radiation condition)を満たさなければならない．

2.4.3 ガラーキン法による定式化

まず，有限要素式を得るためにはガラーキン法を用いて派動方程式を離散化する必要がある．式(2.73)に仮想の微小圧力の変化をかけて音響流体領域で積分すると以下の式(2.78)が得られる．

$$\int_{\Omega}\frac{1}{c^2}\delta P\frac{\partial^2}{\partial t^2}d\Omega+\int_{\Omega}\nabla\cdot\nabla P d\Omega=\int_{\Gamma}\boldsymbol{n}\cdot\nabla P\delta P d\Gamma \tag{2.78}$$

ここで，Ωは音響流体領域，δPは微小圧力変化，Γは音響流体に圧力が作用する構造流体の境界面，$\boldsymbol{n}$は境界面Γでの法線ベクトルである．

構造･音響連成系において境界面での力の釣り合いを考慮した式(2.74)は以下のように書き換えることができる．

$$\boldsymbol{n}\cdot\nabla P=-\rho\boldsymbol{n}^t\cdot\frac{\partial^2\boldsymbol{u}}{\partial t^2} \tag{2.79}$$

式(2.79)に式(2.78)を代入すると，積分式は以下のようになる．

$$\int_{\Omega}\frac{1}{c^2}\delta P\frac{\partial^2}{\partial t^2}d\Omega+\int_{\Omega}\nabla\cdot\nabla P d\Omega=-\int_{\Gamma}\rho\delta P\boldsymbol{n}^t\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{u}\right)d\Gamma \tag{2.80}$$

一方，構造物の弾性体と音響流体の任意の位置での未知数は形状関数を用いて以下のように表すことができる．

$$\begin{aligned}\hat{u}&=\boldsymbol{N}\boldsymbol{U}\\ \hat{P}&=\boldsymbol{N}_P\boldsymbol{P}\end{aligned} \tag{2.81}$$

ここで，$\boldsymbol{N}$は音響流体と接する弾性体の境界領域での形状関数，$\boldsymbol{N}_P$は音響流体領域での形

状関数，$\boldsymbol{U}$ は弾性体の変位，$\boldsymbol{P}$ は音響流体の圧力である．

式(2.81)を用いて変数の時間微分と微小圧力変化を表すと以下のようになる．

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 P}{\partial^2 t} &= \boldsymbol{N}_P \ddot{\boldsymbol{P}} \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{u} &= \boldsymbol{N}\boldsymbol{U} \\ \delta P &= \boldsymbol{N}_F \delta \boldsymbol{P}\end{aligned} \tag{2.82}$$

また，式の展開を簡略化するために形状関数を用いて以下のような行列 $\boldsymbol{L}$ を定義する．

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \boldsymbol{N} \tag{2.83}$$

以上の式(2.81)，(2.82)，(2.83)を式(2.80)に代入すると以下のようになる．

$$\int_\Omega \frac{1}{c^2}\delta \boldsymbol{P}\boldsymbol{N}_F{}^t \boldsymbol{N}_F d\Omega \ddot{\boldsymbol{P}} + \int_\Omega \delta \boldsymbol{P}\boldsymbol{L}_F{}^t \boldsymbol{L}_F d\Omega \boldsymbol{P} + \int_\Gamma \rho \delta \boldsymbol{P}\boldsymbol{N}_F \boldsymbol{n}^t \boldsymbol{N}^t d\Gamma \ddot{\boldsymbol{U}} = 0 \tag{2.84}$$

式(2.84)の中で音響流体領域で不変な値を積分記号の外側に取り出し，圧力における任意の微小変化 $\delta\boldsymbol{P}\neq 0$ であるので，式(2.84)は以下のように書き換えることができる．

$$\frac{1}{c^2}\int_\Omega \boldsymbol{N}_F{}^t \boldsymbol{N}_F d\Omega \ddot{\boldsymbol{P}} + \int_\Omega \boldsymbol{L}_F{}^t \boldsymbol{L}_F d\Omega \boldsymbol{P} + \rho \int_\Gamma \boldsymbol{N}_F \boldsymbol{n}^t \boldsymbol{N}^t d\Gamma \ddot{\boldsymbol{U}} = 0 \tag{2.85}$$

式(2.85)を行列式に表すと以下のような波動方程式の有限要素式が誘導される．

$$\boldsymbol{E}_{fluid}\ddot{\boldsymbol{P}} + \boldsymbol{H}_{fluid}\boldsymbol{P} + \rho \boldsymbol{Q}^t \ddot{\boldsymbol{U}} = 0 \tag{2.86}$$

ここで，$\boldsymbol{E}_{fluid}$ は音響流体の慣性行列，$\boldsymbol{H}_{fluid}$ は音響流体の剛性行列，$\boldsymbol{Q}$ は構造音響連成行列であり，それぞれの行列の詳細については後述する．

一方，減衰による音響エネルギーの消滅を考慮し波動方程式の修正を行う．音の減衰は境界面で生じると仮定すると，以下の関係式が成立する．

$$D_p = \int_{\Gamma} \delta p \left(\frac{\alpha}{\rho c} \right) \frac{1}{c} \frac{\partial p}{\partial t} d\Gamma \tag{2.87}$$

ここで，α は境界面での材料の音響特性インピーダンス，$\beta = \alpha/\rho c$ は境界面の吸音定数である．式(2.87)に形状関数を用い，積分式を再展開すると以下のような減衰項が得られる．

$$\boldsymbol{D}_p = \int_{\Gamma} \delta \boldsymbol{P} \boldsymbol{N}_F{}^t \left(\frac{\alpha}{\rho c} \right) \frac{1}{c} \boldsymbol{N}_F d\Gamma \frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial t} = \delta \boldsymbol{P} \frac{\beta}{c} \int_{\Gamma} \boldsymbol{N}_F{}^t \boldsymbol{N}_F d\Gamma \dot{\boldsymbol{P}} = \delta \boldsymbol{P} \boldsymbol{R} \dot{\boldsymbol{P}} \tag{2.88}$$

式(2.88)で任意の$\delta \boldsymbol{P}$ に関する変分を考慮し，式(2.86)に代入すると以下のような減衰が考慮された波動方程式が得られる．

$$\boldsymbol{E}_{fluid} \ddot{\boldsymbol{P}} + \boldsymbol{R} \dot{\boldsymbol{P}} + \boldsymbol{H}_{fluid} \boldsymbol{P} + \rho \boldsymbol{Q}^t \ddot{\boldsymbol{U}} = 0 \tag{2.89}$$

また，構造と音響流体が強連成であり，流体の負荷による構造物の振動への影響を解析する場合は以下のように流体による負荷を構造物の外力として考慮することがきる．

$$\boldsymbol{M} \ddot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{C} \dot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{K} \boldsymbol{U} = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_{fluid} \tag{2.90}$$

ここで，$\boldsymbol{F}_{fluid}$ は弾性体と音響流体領域の接合面での力の釣り合いを考慮し，形状関数を用いて表すと以下のようになる．

$$\boldsymbol{F}_{fluid} = \int_{\Gamma} \boldsymbol{N}^t \boldsymbol{n} \boldsymbol{N}_F d\Gamma \boldsymbol{P} = \boldsymbol{Q} \boldsymbol{P} \tag{2.91}$$

上記の式(2.90)に式(2.91)を代入し，音響流体と連成された構造体の有限要素式は以下のようになる．

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{U} - \boldsymbol{Q}\boldsymbol{P} = \boldsymbol{F} \tag{2.92}$$

以上の式(2.90)と(2.92)に接合面で発生する外力項を考慮し有限要素式を書くと，以下のような構造音響連成系の有限要素式が得られる．

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{M} & 0 \\ \rho \boldsymbol{Q}^t & \boldsymbol{E}_{fluid} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{U}} \\ \ddot{\boldsymbol{P}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{U}} \\ \dot{\boldsymbol{P}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{K} & \boldsymbol{-Q} \\ 0 & \boldsymbol{H}_{fluid} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{U} \\ \boldsymbol{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_1 \\ \boldsymbol{F}_2 \end{bmatrix} \tag{2.93}$$

ここで,

$\boldsymbol{M} = \int_V \rho \boldsymbol{N}^t \boldsymbol{N} dV$　：構造解析における弾性体の質量行列

$\boldsymbol{C} = \int_V k \boldsymbol{N}^t \boldsymbol{N} dV$　：構造解析における減衰行列

$\boldsymbol{K} = \int_V \boldsymbol{L}^t \boldsymbol{D} \boldsymbol{L} dV$　：構造解析における弾性体の剛性行列

$\boldsymbol{Q} = \int_\Gamma \boldsymbol{N}^t \boldsymbol{n} \boldsymbol{N}_F d\Gamma$　：構造解析における弾性体の剛性行列

$\boldsymbol{E}_{fluid} = \frac{1}{c^2} \int_\Omega \boldsymbol{N}_F{}^t \boldsymbol{N}_F d\Omega$

$\boldsymbol{A} = \frac{\beta}{c} \int_\Gamma \boldsymbol{N}_F{}^t \boldsymbol{N}_F d\Gamma$

$\boldsymbol{H}_{fluid} = \int_\Omega \boldsymbol{L}_F{}^t \boldsymbol{L}_F d\Omega$

$\boldsymbol{F}_1 = \int_\Gamma \boldsymbol{N}^t \boldsymbol{n} P_0 d\Gamma$

$\boldsymbol{F}_2 = \int_\Gamma \boldsymbol{N}^t \frac{\partial P_0}{\partial \boldsymbol{n}} d\Gamma$

である.

一方，周波数応答解析時は外力が周波数 ω の調和加振と仮定すると式(2.93)は以下のように書き換えることができる.

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 \boldsymbol{M} + i\omega \boldsymbol{C} + \boldsymbol{K} & -\boldsymbol{Q} \\ -\rho\omega^2 \boldsymbol{Q}^t & -\omega^2 \boldsymbol{E}_{fluid} + i\omega \boldsymbol{R} + \boldsymbol{H}_{fluid} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{U} \\ \boldsymbol{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_1 \\ \boldsymbol{F}_2 \end{bmatrix} \tag{2.94}$$

式(2.94)に表されるように圧力を未知数として用いる場合剛性行列は非対称になる．これは圧力場を用いる Euler 方法の短所であり，解析の計算負荷が増加する原因の一つである.

非対称の剛性行列に新しい変数を追加し，対称行列に転換することで計算の負荷を下げることができるが, 本論文では以下のような速度ポテンシャル$\boldsymbol{\varphi}$を用いることで剛性行列が対称になるように転換し解析を行う.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{U} &= \nabla \varphi \\ \boldsymbol{P} &= -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \end{aligned} \tag{2.95}$$

速度ポテンシャルを適用し， 構造･音響連成系の有限要素式を書き換えると以下のようになる．

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{M} & 0 \\ 0 & -\rho \boldsymbol{E}_{fluid} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{U}} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} & \rho \boldsymbol{Q} \\ 0 & -\rho \boldsymbol{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{U}} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{K} & 0 \\ 0 & -\rho \boldsymbol{H}_{fluid} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{U} \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_1 \\ \boldsymbol{g}_2 \end{bmatrix} \tag{2.96}$$

再度，周波数応答解析では周波数 ω の調和加振と仮定すると式(2.96)は以下のように書き換えることができる．

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 \boldsymbol{M} + i\omega \boldsymbol{C} + \boldsymbol{K} & i\omega\rho \boldsymbol{Q} \\ i\omega\rho \boldsymbol{Q}^t & \omega^2 \rho \boldsymbol{E}_{fluid} - i\omega\rho \boldsymbol{R} - \rho \boldsymbol{H}_{fluid} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{U} \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_1 \\ \boldsymbol{g}_2 \end{bmatrix} \tag{2.97}$$

ここで， $\boldsymbol{g}_2 = \int \boldsymbol{F}_2 dt$ である．

2.5 結言

3 次元有限要素法を用いて電磁駆動源の電磁力による振動音響特性を解析するため，電磁場の支配方程式，構造解析の支配方程式および音響解析の支配方程式を導出した．

電磁場と構造解析の連成解析手法およびガラーキン法を用いた離散化手法について述べた．その後，構造と音響解析のための連成解析の支配方程式およびガラーキン法を用いた離散化手法について述べた．

また，本論文で研究対象とする各々の電磁駆動源における電磁力の定義および計算手法に関してはそれぞれの章で別途論述する．

参考文献

[1] 砂川重信：“理論電磁気学　第 3 版”，紀伊國屋書店，1999.

[2] 中田，高橋，藤原，三浦 ：“磁気ベクトルポテンシャルを用いた三次元有限要素法による非線形渦電流解析法の検討”，電学静止器・回転機合同研資，1986.

[3] J. Jim: “The Finite Element Method in Electromagnetics”, John Wiley & Sons, 1993.

[4] 藤原：“辺要素を用いた三次元磁界解析”，第 2 回電磁界数値解析に関するセミナー講演論文集 7, 1991.

[5] A.Bossavit: “Whitney Forms: A Class of Finite Elements for Three-Dimensional Computations in Electromagnetism”, IEEE Proc.135, 1988.

[6] M. L. Barton and Z. J. Cendes: “New Vector Finite Elements for Three-Dimensional Magnetic Field Computation”, IEEE J. Appl. Phys., Vol.61, No.8, 1987.

[7] O. C. Zienkiewicz, P. Bettes: “Fluid-Structure Dynamic Interaction and Wave Force. An Introduction to Numerical Treatment”, International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol.13, pp. 1-16. 1978.

第 3 章

超磁歪材料を用いた平面スピーカの音響特性

3.1　緒言

強磁性体を磁界の中に置くと，伸びたり縮んだりする磁歪と呼ばれる現象が観察される．このような強磁性体材料は磁歪材料(Magnetostrictive Material)と呼ばれており，磁歪材料の代表例としては純 Ni，Fe‐Ni 系合金，Fe‐Co 系合金，Ni や Zn を添加したフェライトなどがある．しかし，その磁歪量は数十 ppm 程度である．

超磁歪材料(Giant Magnetostrictive Material，GMM)は 1963 年，S.Legvold，J.Alstad，J.Rhyne らによって希土類元素であるテルビウム(Terbium，Tb)やディスプロシウム(Dysprosium，Dy)が極低温下で巨大な磁歪を有することが発見されたことから始まる[1]．しかし，常温では磁歪が消滅してしまうため，直ちに実用には至らなかった．その後，1972 年に A. E. Clark や H.S.Belson は TbFe2 を用いて常温で 2000ppm にも達する巨大磁歪の実現に成功した[2]．

しかし，巨大な磁歪現象を得るためには大きな駆動磁界を必要とすることから，さらに低磁界駆動を実現するために磁気異方性を下げた擬 2 元系立方晶 $RR'T_2$(R′：Dy，Ho，etc.)の開発が進められた．様々な試行錯誤の結果，擬 2 元系の $Tb_{0.3}Dy_{0.7}Fe_{1.9}$ が Terfenol-D という名称で商品化されている．現在は，微小重力下において一方向凝固させた $TbFe_2$ が 4300ppm もの巨大磁歪を発生させるという報告もされている[3-5]．

磁歪材料の特徴として図 3.1 に示すように磁界に対して伸縮する性質と外部応力によって素子の磁化挙動が変化する性質を持っている．前者はジュール効果(Joule Effect)と呼ばれ素子の伸縮をそのまま利用することでアクチュエータとして活用され，後者はビラリ効果(Villari Effect)と呼ばれ素子が外部応力に対して素子の電気的な性質が変化する性質を用いることでセンサとして活用される．

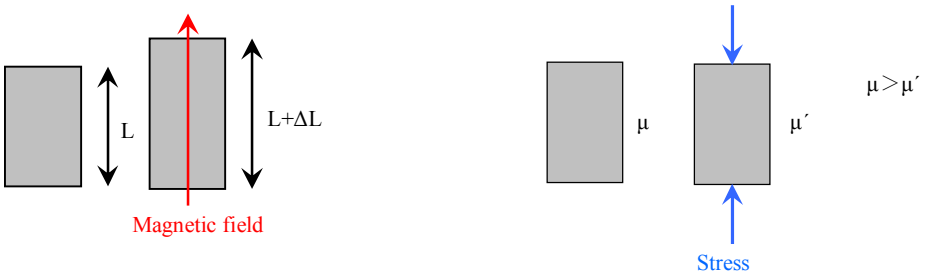
磁歪素子と比較される素子としては圧電素子(Piezoelectric Material, PZT)がある．圧電素子の圧電効果はピエゾ効果とも呼ばれ，水晶，チタン酸鉛，チタン酸バリウム等の物質に外部から圧力を加えると誘電分極する現象で，逆に電位差を与えて誘電分極を発生させると磁歪素子と同様に素子が伸縮し変位が得られる．しかし，表 3.1 に示す超磁歪素子と圧電素子の比較から圧電素子の形状変化率は圧電素子を複数枚積層してもせいぜい数百 ppm レベルで，通常の磁歪材料と比較すると 1 桁大きいが，本研究で用いる超磁歪材料と比較すると 1 桁小さい値である．また，弾性エネルギーと運動エネルギーに関係するエネルギー密度も超磁歪材料の方が 1 桁大きい値であり，機械的な剛性も超磁歪材料の方が強い[6]．超磁歪材料の応用例としては表 3.2 に示すように素子のジュール効果を応用した噴射弁，ポンプ，リニアアクチュエータ等のアクチュエータ類と，ビラリ効果を用いたトルクセンサ，圧力

センサ等のセンサ類に分類される．

一方で近年，超磁歪材料を用いたアクチュエータの主な実用化例としては第 1 章でも示したように平面スピーカとして市販されている．この平面スピーカは超磁歪材料にコイルを巻き，周りに磁束が漏れないように磁気回路を形成した構造のアクチュエータと振動板から構成される．超磁歪アクチュエータのコイルに音声電流が励磁されると，起磁力を発生させることにより，超磁歪素子のジュール効果を引き起こさせて発生する素子の伸縮を直接変位として取り出し，振動板を振動させることで音が発生する機能を果たしている．通常のエンクロージャーで囲まれている指向性を持つスピーカが，スピーカの前面にほとんどの音場を形成することに対し，このような平面スピーカの利点としては，エンクロージャーがなくパネルのような振動板の振動を用いることで，スピーカを中心に全方位の音場を形成することができ，大公演場や展示場などで活躍できると期待される．

近年の計算機性能の目眩しい発展と共に超磁歪材料を用いたデバイスの設計において数値解析への期待が高く，超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカの設計段階においてもスピーカとしての特性を予測できるような解析手法の要求が高くなってきた．しかし，未だに超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカの音響特性を得るための解析手法は確立されていないのが現状である．超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカから発生する音響特性は超磁歪アクチュエータの振動特性とパネル材の振動特性に大きく依存するため，磁界・構造・音場の複雑で大規模な物理的連成系(Multiphysics)を同時に解析する必要がある．

本研究では超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカにおいて，超磁歪材料の材料特性を考慮した超磁歪アクチュエータの磁界・構造の連成解析手法を提案し，超磁歪アクチュエータの性能を予測する．本解析の妥当性を検討するため，試作した超磁歪アクチュエータを対象に静解析，周波数応答解析を行い，実験結果との比較により，提案した解析手法の妥当性を明らかにする．また，超磁歪アクチュエータ及び振動パネルの振動より発生する音響特性を解明するため，有限要素法による磁界・構造・音場の連成解析手法を提案する．試作した超磁歪アクチュエータを基に平面スピーカを試作し，そのスピーカを解析モデルとして 磁界・構造・音場の連成解析を行い，試作機の実験結果との比較検証を行うことで提案した連成解析手法の妥当性を明らかにする．



(a) Joule effect (b) Villari effect

Fig. 3.1 Schematic illustration of Joule and Villari effect.

Table 3.1 Comparison between GMM and Piezoelectric material (PZT).

	GMM	Piezoelectric material (PZT)
Variation rate (ppm)	~ 2000	~ 200
Energy density (J/m^3)	19.2×10^3	1.58×10^3
Input	Low voltage , High current	High voltage , Low current
Frequency response	~ 30kHz	~ MHz
Other characteristics	Large size High magnetic field intensity High eddy-current loss High Curie temperature High durability	Compact size Lightweight Low loss Low Curie temperature Low durability

Table 3.2 Example of GMM applications.

Applications	
Actuators, Positioners	Active noise and vibration control, Fuel injection, High pressure pumps, Vehicle Wheel Brakes, High energy fatigue testers, Automatic focus systems, Mirror positioning for telescopes, Laser beam steerings, Fine positioners, Ultrasonic knives, Dental tools, Sonar systems, speakers-audio/warning systems, Oil recovery-power wave, Bone conductions
Sensors	Force sensors, Torque sensors, Displacement sensors, Acceleration sensors, Impact sensors

3.2　超磁歪材料の特性

超磁歪素子をアクチュエータとして応用する場合，磁界によって磁気ひずみを起こすジュール効果を利用する．そこで，本節ではその基本特性を中心に説明する．

まず，磁歪素子のジュール効果が起こる原因について述べる．超磁歪素子のような強磁性体の内部には図 3.2 に示すように，磁区と呼ばれる自発磁化の向きの異なる数多くの微小な領域に分かれている．これらの磁区は磁界が与えられていない場合は磁気モーメント（原子磁石）が任意の方向に並んでいるが，磁界が与えられると磁気モーメントが磁界の方向と同じ方向に向かうように整列される．このようにジュール効果が生じる原因は磁界による磁区内部の磁気モーメントの変化により磁区が拡張され，応力が発生するためであり，この結果，材料の長さが元の長さより伸びる磁歪現象が現れる．

超磁歪材料は本来，図 3.3 に示すように磁界の正負(グラフの x 軸)に関わらず原点を起点として一方向の磁歪(グラフの y 軸)を発生する．また，超磁歪材料に与えられる予荷重が無い場合(グラフ上 0MPa)と予荷重を与えた場合(グラフ上 6MPa，10MPa)を比較すると，発生する磁歪量は変化する．さらに同図より，素子に与えられる予荷重に応じてヒステリシス性も大きくなっていることがわかる．

このように超磁歪材料は与える磁界の正負に関わらず一方向の磁歪を発生し，磁界強度によって引き起こされる素子の磁歪量と透磁率が非線形性を持っている．そのため，超磁歪アクチュエータには磁歪の振幅中心を線形性を持つ動作領域にシフトさせ，かつ伸びと縮みの両方向に同様な磁歪を得ることができるように，バイアス磁界用として永久磁石を搭載する場合が多い．バイアス磁界を用いることで図 3.4 に示すように与えられる磁界に合わせて双方向に駆動可能で，線形的な振幅特性を得ることができる．

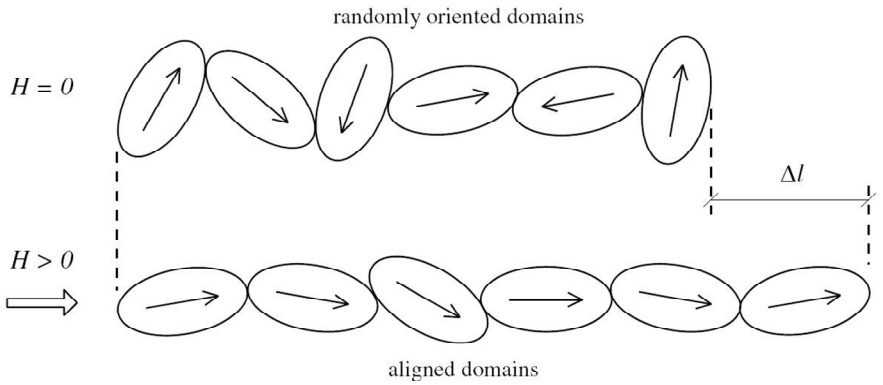
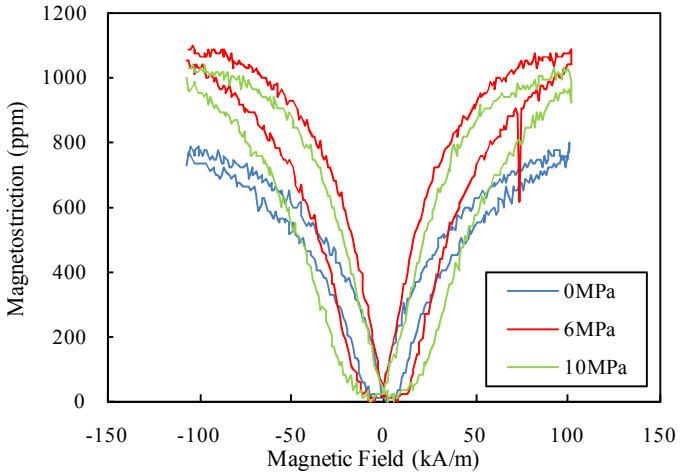
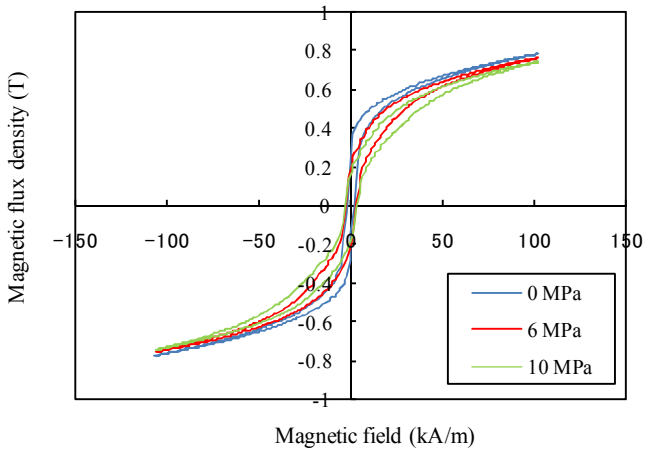


Fig. 3.2 Schematics of the Joule effect.

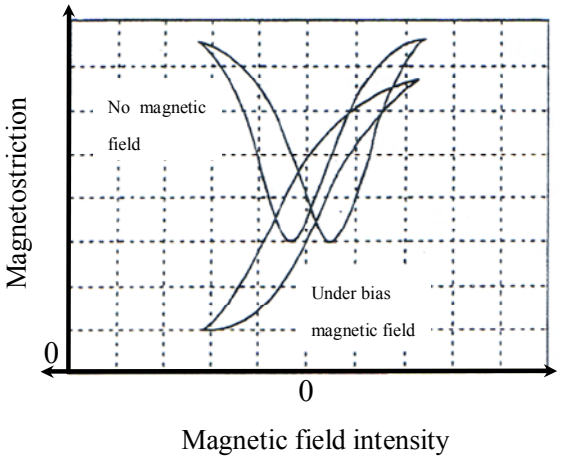


(a) *H*-λ curve with varying prestress

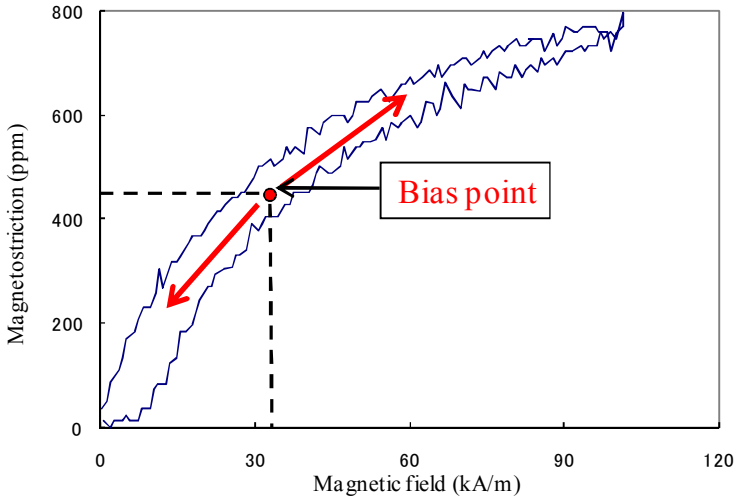


(b) *B*-*H* curve with varying prestress

Fig.3.3 Characteristic of GMM with varying prestress.



(a) Comparison between no bias condition and biased condition



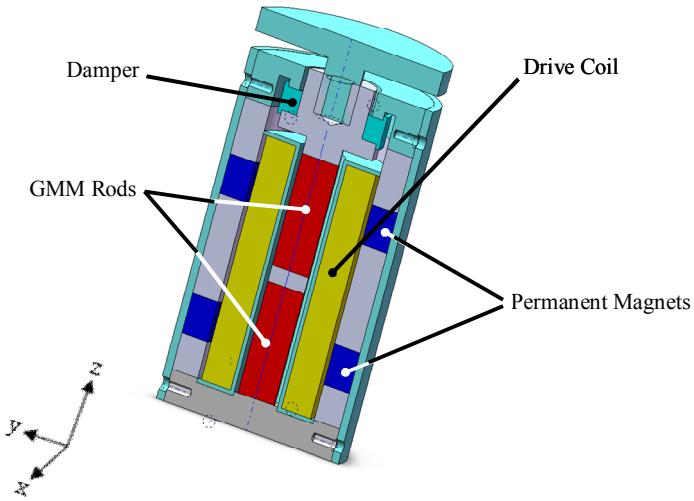
(b) An example of magnetostriction by biased magnetic field

Fig.3.4 Effect of bias magnetic field.

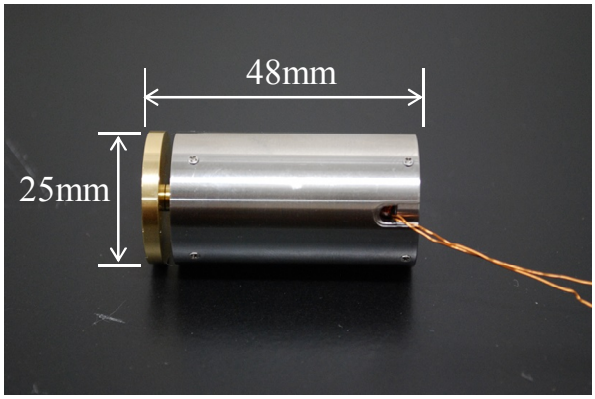
3.3　研究対象の超磁歪アクチュエータ

本研究に用いた超磁歪アクチュエータの断面図と実機を図 3.5 に示す．可動部はϕ5mm×14mm の円柱状の超磁歪素子 2 本(PMT-1，TDK 社)とシャフト，ヘッドから構成され，固定部としては 2 か所に配置された外径ϕ23mm，内径ϕ16mm，高さ 5mm の円筒型バイアス磁石(Br = 0.4 T)と励磁コイル(700 Turns)およびヨーク(電磁軟鉄)からなる．

なお，バイアス磁石を磁歪素子と平行に配置しているが，これは磁歪素子の磁気抵抗が大きいため，磁歪素子と直列に磁石を配置すると，磁歪素子の中に平均的な磁束密度が得られないためである[7].



(a)　Cross section view of analysis model



(b)　Prototype GMM actuator

Fig.3.5 Analysis model of GMM actuator for electromagnetic-structure-acoustic coupled analysis.

3.4　超磁歪素子の磁界・構造連成解析

3.4.1 磁歪材料における電磁力テンソルと力の釣合い式の修正

磁歪材料の応力テンソル $\boldsymbol{T}$ は，ひずみによる応力テンソル $\boldsymbol{T}_{mech}$，マクスウェルの応力テンソルとして知られている磁界による応力テンソル $\boldsymbol{T}_M$ を含んでいなければならない．つまり，磁歪材料をモデル化する際に重要なことは，力の釣合い式に磁界によって引き起こされる電磁力に応じたマクスウェルの応力テンソル $\boldsymbol{T}_M$ が含まれることである．

力の釣合い式にこの応力を考慮するために物体力 $\boldsymbol{b}$ を機械的な物体力 $\boldsymbol{b}_{mech}$ と磁気的な物体力 $\boldsymbol{b}_{mag}$ に分割する．ここで，$\boldsymbol{b}_{mag}$ とは分極や磁化する材料に応じて異なる形となるが，磁歪材料は磁化できる材料であるため，磁気的な物体力は次式で与えられる．

$$\boldsymbol{b}_{mag} = \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B} + \nabla \boldsymbol{H} \cdot \mu_0 \boldsymbol{M} \tag{3.1}$$

上式は磁歪素子の磁化による磁気双極子状態を表し，この場合マクスウェルの応力テンソル $\boldsymbol{T}_M$ は以下のように示すことができる．

$$\boldsymbol{T}_M = \boldsymbol{H} \otimes \boldsymbol{B} - \frac{\mu_0}{2}\left(\boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{H}\right)\boldsymbol{I} \tag{3.2}$$

ここで，演算子⊗は 2 つのテンソルの積，$\boldsymbol{I}$ は単位行列である．

このように機械的，磁気的に分解された応力テンソルを力の釣合い式に反映すると以下の式(3.3)のように書き換えることが出来る．

$$-\nabla \cdot \boldsymbol{T} = -\nabla \cdot \left(\boldsymbol{T}_{mech} + \boldsymbol{T}_M\right) = \boldsymbol{b} \tag{3.3}$$

3.4.2 磁歪材料の物性基礎方程式

磁歪材料の性質を表す式として，機械的な応力とひずみ，磁界と磁束密度を連成した方程式が存在する．これらの関係は本来ならば非線形であるが，微小変位と仮定することで線形に近似できる．線形に近似された連成式は次式のように与えられる．

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{c}^H \boldsymbol{T}_{mech} + \boldsymbol{d}^t \boldsymbol{H} \tag{3.4}$$

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{d}\,\boldsymbol{T}_{mech} + \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{H} \tag{3.5}$$

ここで，$\boldsymbol{c}^H$は弾性マトリクス，$\boldsymbol{d}$は磁歪定数，$\boldsymbol{\mu}$は透磁率，上付き文字tは転置行列である．尚，以後の上付き文字T，Hは一定応力下，一定磁界下を表している．式(3.4)と式(3.5)は磁歪定数$\boldsymbol{d}$で連結されているので通常d-typeと呼ばれる．これらの式は必要に応じて様々な形に変換することができるが，本解析では解析を行いやすいように，ひずみと磁束密度によって応力と磁界の強さが表されるように変換する．そのためにはまず式(3.4)を次式のように変換する．

$$\boldsymbol{T}_{mech} = \boldsymbol{c}^H \left[\boldsymbol{S} - \boldsymbol{d}^t \boldsymbol{H} \right] = \boldsymbol{c}^H \boldsymbol{S} - \boldsymbol{g}\boldsymbol{H} \tag{3.6}$$

ここで，$\boldsymbol{g} = \boldsymbol{c}^H \boldsymbol{d}^t$である．そして，式(3.6)を式(3.5)に代入すると次式が得られる．

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{d}\boldsymbol{c}^H \boldsymbol{S} + \left(\boldsymbol{\mu}^T - \boldsymbol{d}\boldsymbol{g} \right) \boldsymbol{H} = \boldsymbol{g}^t \boldsymbol{S} + \boldsymbol{\mu}^S \boldsymbol{H} \tag{3.7}$$

ここで，$\boldsymbol{\mu}^S = \boldsymbol{\mu}^T - \boldsymbol{d}\boldsymbol{g}$である．同様に，式(3.7)を磁界の式に変形すると次式が得られる．

$$\boldsymbol{H} = -\boldsymbol{v}^s \boldsymbol{g}^t \boldsymbol{S} + \boldsymbol{v}^s \boldsymbol{B} = \boldsymbol{h}^t \boldsymbol{S} + \boldsymbol{v}^s \boldsymbol{B} \tag{3.8}$$

ここで，$\boldsymbol{h}^t = -\boldsymbol{v}^s \boldsymbol{g}^t$である．最後に式(3.8)を式(3.6)に代入すると次式が得られる．

$$\boldsymbol{T}_{mech} = \left[\boldsymbol{c}^H - \boldsymbol{g}\boldsymbol{h}^t \right] \boldsymbol{S} - \boldsymbol{g}\boldsymbol{v}^s \boldsymbol{B} = \boldsymbol{c}^B \boldsymbol{S} + \boldsymbol{h}\boldsymbol{B} \tag{3.9}$$

ここで，$\boldsymbol{c}^B = \boldsymbol{c}^H - \boldsymbol{g}\boldsymbol{h}^t$である．

3.5　超磁歪アクチュエータの磁界・構造の静的連成解析

本節では本研究で提案した超磁歪アクチュエータの連成解析手法を用い，超磁歪アクチュエータの磁歪を予測するために磁界・構造の静的連成解析を行い，試作機による実験結果との比較検証を行うことで，解析手法の妥当性を明らかにする．

3.5.1　解析条件

超磁歪アクチュエータの構造は前節で示したように軸対称の構造であるため，図 3.6 に示すように 2 次元軸対称モデルを作成し解析を行った．また，超磁歪アクチュエータの磁界・構造の連成解析では同一メッシュを用い同時に解析を行うため，磁界解析に影響のないヘッドなどの非磁性体もモデル化している．

本解析では，超磁歪材料の磁歪定数（$d_{33}= d\lambda/dH$）と透磁率の非線形性を考慮した．磁歪定数は与えられる磁界に対する磁歪率であり，*H-λ* 曲線における傾きである．本解析では磁歪定数の非線形性を考慮するため，図 3.7 に示すように実験値に基づいた予荷重をかけてない状態での *H-λ* 曲線のヒステリシス性を補間関数を用いて近似し，磁界の増加区間での各々の磁歪定数を計算した後，テーブルデータを作成して非線形解析に用いた．また，超磁歪材料および磁気回路部に使用した SUY の透磁率も同様の方法を用いて解析を行うことで非線形性を考慮した．

表 3.3 に超磁歪材料のコンプライアンスマトリックスと磁歪定数マトリックスを示す．磁歪定数マトリックスの中の d_{33} 要素は上記に述べたように *H-λ* 曲線より求められた $d\lambda/dH$ の値が与えられ，d_{31}，d_{15} は各々$-0.5\times d_{33}$，$0.5\times d_{33}$ として与えられる[8]．解析のパラメータとして入力電流を−0.7A から 0.7A まで入力した．解析モデルの材料特性は表 3.4 に，本解析のフローチャートは図 3.8 に，解析諸元は表 3.5 に示す．

3.5.2　バイアス磁界下での磁歪解析結果

まず，解析条件としてコイル部に電流を入力せず，永久磁石によるバイアス磁界下での磁歪現象について検討を行う．図 3.9 の(a)に示すようにバイアス磁界下において，磁歪素子中に約 0.45T の磁束が分布している．また，超磁歪素子の Z 軸方向に生じた変位の解析結果を図 3.9 の(b)に示す．同図から確認できるようにバイアス磁界より約 7.7μm の磁歪が発生した．これは超磁歪素子 1 個当たりで約 3.8μm の変位で，約 270ppm の磁歪である．

図 3.10 にはバイアス磁界印加時の磁歪素子の応力分布の解析結果を示す．同図により磁歪現象が発生することによって，磁歪素子の両端に応力が集中されていることがわかる．

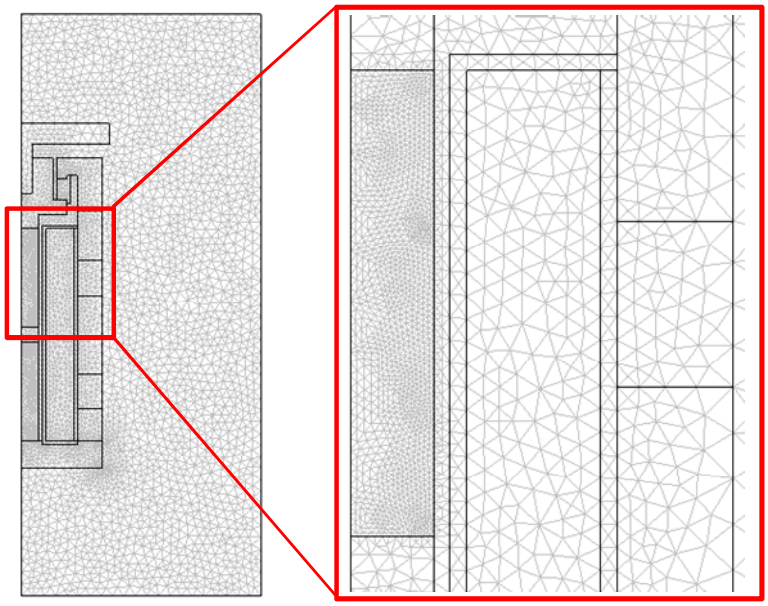
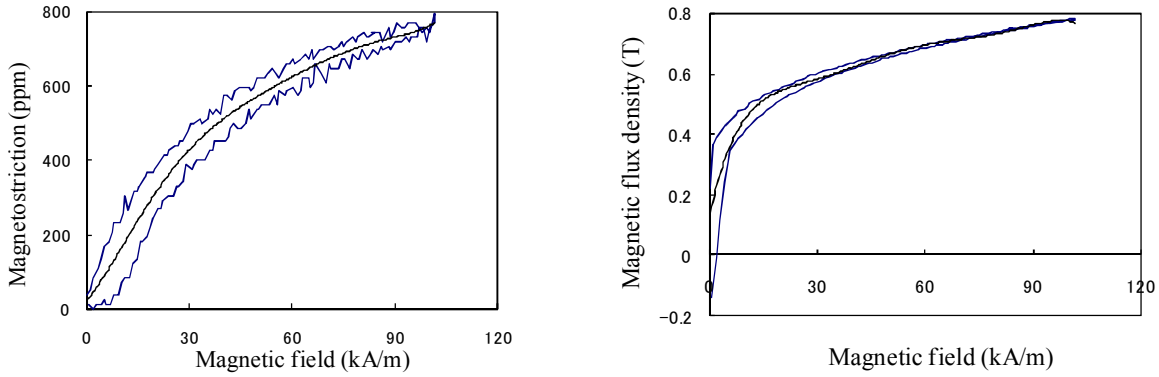


Fig.3.6 Mesh of Analysis model.



(a) *H*-λ curve with fitting line (b) *B*-*H* curve with fitting line

Fig.3.7 Nonlinear approximation of GMM characteristics.

Table 3.3 Compliance matrix and magneto-mechanical coupling matrix of GMM.

Compliance matrix	Magneto-mechanical coupling matrix
$\boldsymbol{s}^H = \begin{bmatrix} 25.0 & -1.8 & -16.7 & 0 & 0 & 0 \\ & 25.0 & -16.7 & 0 & 0 & 0 \\ & & 40.0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 180.0 & 0 & 0 \\ & & & & 180.0 & 0 \\ & & & & & 53.6 \end{bmatrix}$	$\boldsymbol{d}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Table 3.4 Material properties for analysis.

	μ_r	σ (S/m)	Br (T)	E (N/m^2)	ρ (kg/m^3)	ν
GMM	μ_r (GMM)	1.67×10^6	-	c^H	8850	-
Yoke	μ_r (SUY)	1.00×10^7	-	2.11×10^{11}	7850	0.290
Shaft	1	1	-	1.97×10^{11}	7900	0.345
Head	1	1	-	2.11×10^{11}	8400	0.290
Coil	1	1	-	-	-	-
Magnet	-	1	0.4	-	-	-
Air	1	1	-	-	-	-

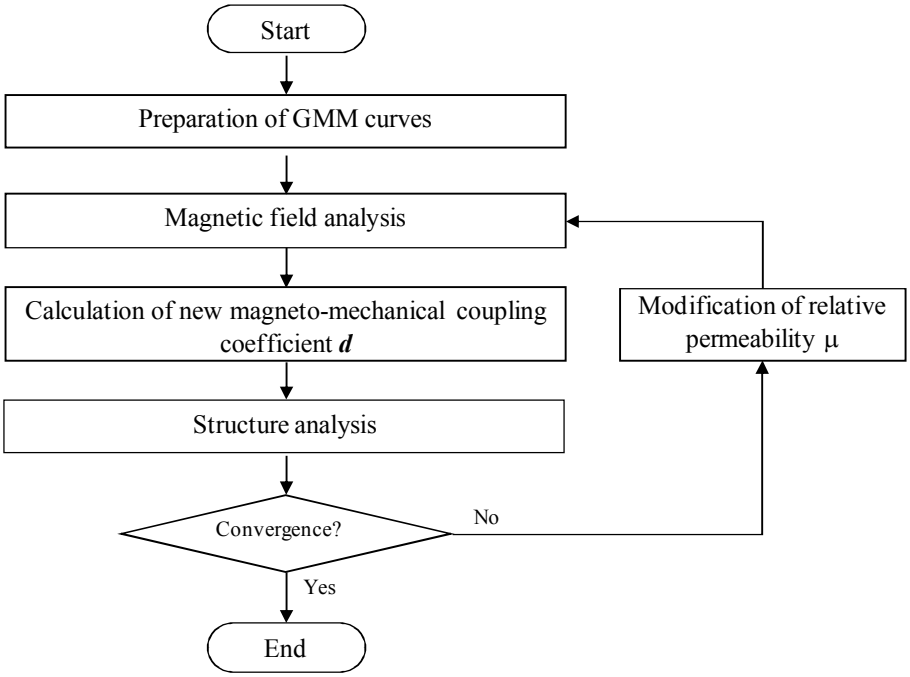
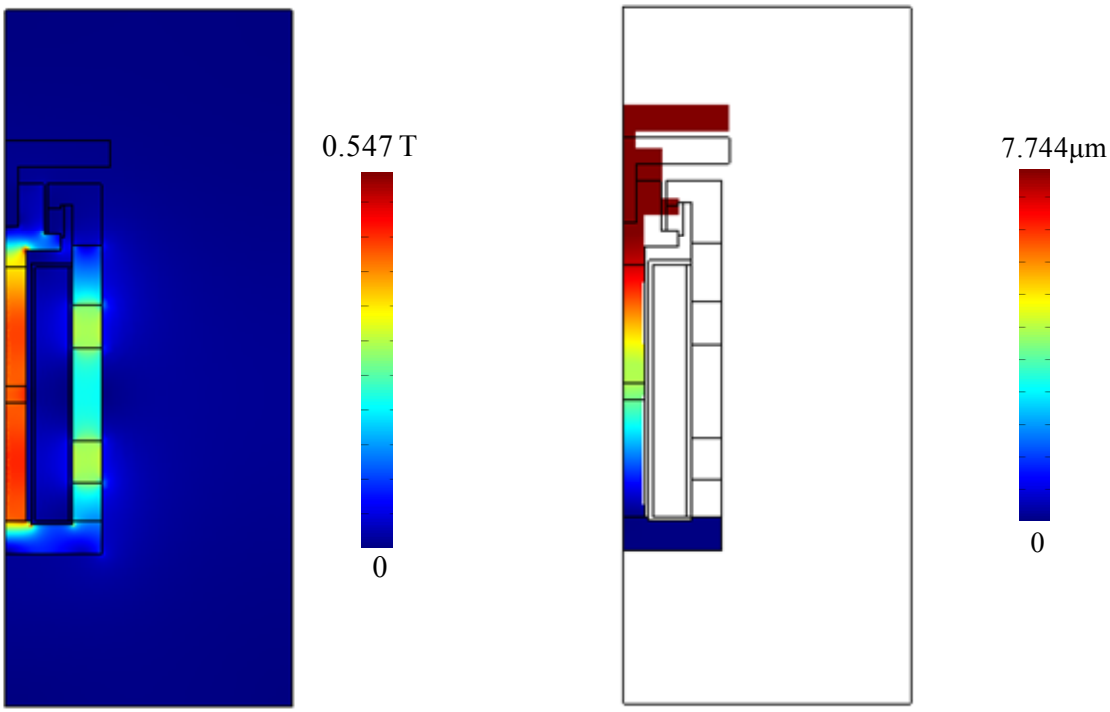


Fig.3.8 Flowchart for coupled static analysis of GMM actuator.

Table 3.5 Discretization data and CPU time for analysis.

Number of elements	8,322
Number of nodes	4,252
CPU time	5 min.

Solved on: Intel$^{(R)}$ Xeon (3.0 GHz), 16 Gbyte memory.



(a) Magnetic flux densitydistribution by bias magnetic field

(b) Magnetostriction along z-direction by bias magnetic field

Fig.3.9 Analyzed results under bias magnetic field.

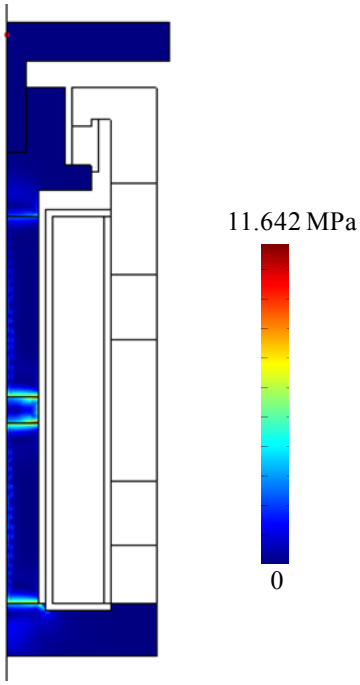


Fig.3.10 Von mises stress distribution by bias magnetic field.

3.5.3　入力電流の変化による磁歪解析結果

解析モデルのコイル部に電流を入力し，磁界の変化により発生する磁歪現象について検討と行う．上記でも述べたように入力電流は−0.7A から 0.7A までにし，この時，磁界は約−16kA/m～16kA/m までの変化領域である．図 3.11 に入力電流に対する Z 軸方向の変位の解析結果を示す．同図により，超磁歪素子は電流値が 0A(バイアス磁界のみが素子に与えられる)の時を中心にバイアス磁界と反対方向に磁界を与えた時(負の電流値)は縮み，バイアス磁界と同方向の磁界(正の電流値)を与えた時は伸びる結果が得られる．また，入力電流が−0.7A から 0A までの変位が約 6μm であることに対し，0A から 0.7A までの変位は約 4μm の結果が得られた．この非対称性は図 3.7 に示した超磁歪材料の *H*-λ 曲線からもわかるように，磁界強度の上昇とともに磁歪定数が減少するためであり，磁歪定数の非線形性を考慮した本解析の手法でそのような現象が確認できる．

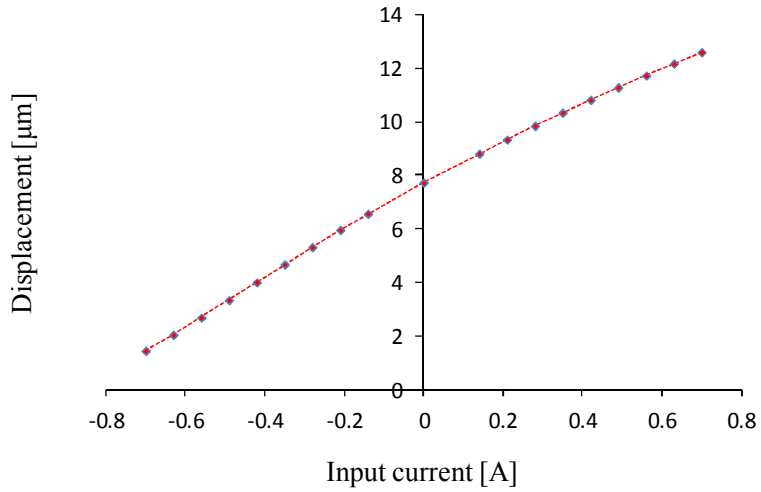


Fig.3.11 Analyzed result of magnetostriction versus input current.

3.5.4　実験検証

試作した超磁歪アクチュエータの実験システム構成を図 3.12 に示す．ファンクションジェネレータ(WF1944A，NF 社)からの正弦波電流をアンプ(HSA4014，NF 社)にて増幅し，コイルを励磁した．コイル電流は電流プローブ(AP015，LeCroy 社)を用いて計測した．一方，超磁歪アクチュエータの振幅はレーザ変位計(LK-G15，KEYENCE)にて検出した．超磁歪アクチュエータの振幅と電流は同時にオシロスコープ(LC574AL，IWATSU-LeCroy)に取り込み，パソコンにてデータ処理を行った．

本実験では，入力周波数を超磁歪アクチュエータの振動特性がほぼ静的性質を持つ 100 Hz として与え，印加電流を 0A から 0.5A まで変動させた時，超磁歪アクチュエータのヘッド部の先端の振幅を計測した．

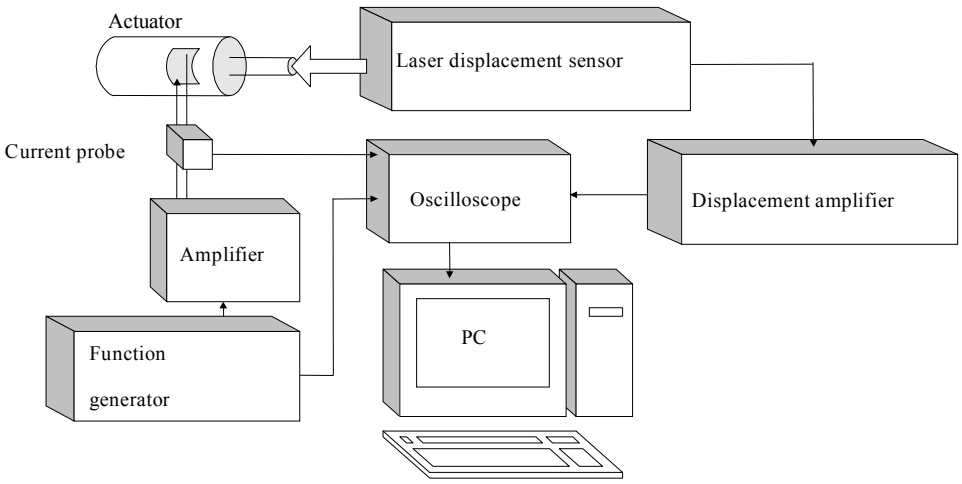


Fig.3.12 Measurement setup.

以上まで述べた超磁歪アクチュエータの静解析結果と試作アクチュエータによる実測結果との比較検証を行なう．図 3.13 に入力電流に対する超磁歪アクチュエータの振幅の解析結果と実測結果を示す．同図により，超磁歪材料の磁歪定数と透磁率の非線形性を考慮した本解析結果と実験結果を比較して, 0.4A 入力時で約 0.48μm の誤差が見られるものの，全ての入力電流条件において両者が良い一致を示していることから，本解析手法の有効性が検証できる.

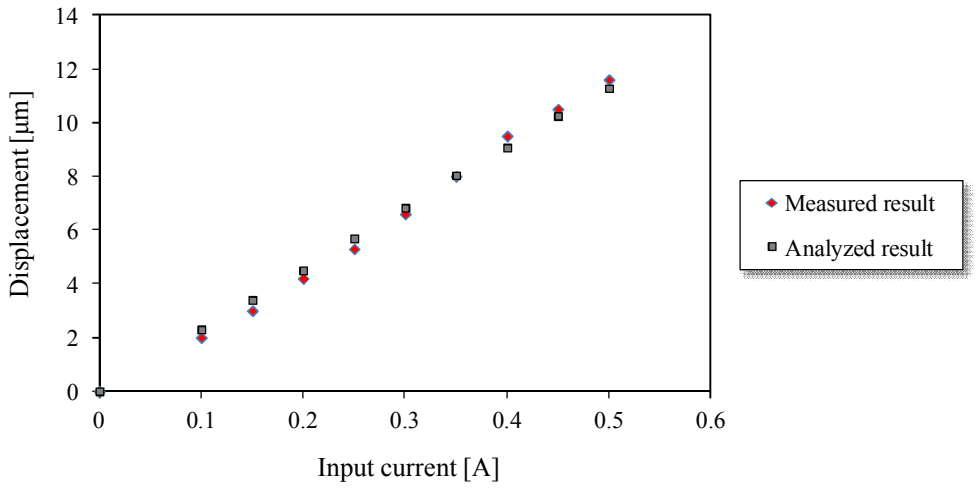


Fig.3.13 Amplitude comparison of GMM actuator between analyzed and measured results.

3.6　超磁歪アクチュエータの周波数領域における磁界・構造連成解析

本節では超磁歪アクチュエータの周波数領域における磁界・構造の連成解析を行い，試作機による実験結果との比較検証を行うことで，解析手法の妥当性を明らかにする．

3.6.1　解析条件

通常，有限要素法の *jω*法による周波数領域での磁界解析では，永久磁石のようなバイアス磁界をモデル化することが困難である．その理由としては，磁界が周波数領域で正弦波状に変化することを前提として解析を行うためである．従って，本来ならば超磁歪素子がバイアス磁界により既に伸びている状態で，コイルに正弦波電流を印加することによる磁界の変化に応じた磁歪のみがアクチュエータの振幅になるが，有限要素法による周波数応答解析モデルにおいてバイアス磁石を搭載すると，図 3.14 に示すように解析結果として計算される超磁歪アクチュエータの振幅は，バイアス磁界により生じる磁歪とコイルに励磁することで生じる磁歪が合計された値になる．従って，周波数応答解析において超磁歪アクチュエータに搭載されているバイアス磁石をモデル化するために新たな工夫が必要とされる．

そこで本研究では，図 3.15 に示すように 超磁歪アクチュエータの周波数応答解析においてもバイアス磁界のモデル化ができるように超磁歪材料の *H*-*λ* 曲線および B-*H* 曲線の修正されたデータを用いた. このように *H*-*λ* 曲線および B-*H* 曲線においてバイアス磁界を 0 A/m にシフトした曲線を用いることで，解析上ではバイアス磁石を与えなくても，バイアス磁界付近での超磁歪素子の磁歪定数と透磁率を用いることができ，近似的に超磁歪材料のバイアス磁界下での条件が再現できる．またヨーク材である電磁軟鉄に関しても同様に修正したデータを解析に用いた．修正した材料データからバイアス磁界付近での比透磁率を計算した結果，超磁歪材料は 4.5，電磁軟鉄は 2900 の結果が得られた．

解析の入力パラメータとしてはコイル部に 0.2A の電流を入力し，入力周波数は 100Hz から 10 kHz まで，100Hz 刻みで解析を行った．また，高周波領域では渦電流が磁性材料の表面に集中する表皮効果 (Skin effect)と呼ばれる現象が現れ，その電流の流れる深さを表皮深さ(Skin depth)という．本解析では材料の表皮効果を考慮いた解析を行い，表皮深さは次式により計算される．

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu}} \tag{3.8}$$

ここで，*ω*は角周波数，*σ*は導電率，*μ*は透磁率および *f* は周波数である．通常，渦電流損を考慮した磁界の解析では磁性材料の表面付近の最大メッシュ長を，この表皮深さの半分以

下に作成する必要がある．そのため，式(3.8)のように表皮深さが周波数と導電率，透磁率に反比例することから，本解析の入力周波数として最も高い周波数(10 kHz)での超磁歪素子と電磁軟鉄の表皮深さを計算した結果，超磁歪素子が約 2mm，電磁軟鉄が約 30μm の結果が得られた．従って，それぞれの材料の表面付近の最大メッシュ長を表皮深さの半分以下になるようにメッシュを作成した．図 3.16 に解析モデルの要素分割図を示す．

超磁歪素子の磁歪定数も透磁率と同様にバイアス磁界付近で線形に近似した値，1.308×10^{-8} m/A を用いた．磁歪定数マトリックスの中の d_{33} 要素にこの磁歪定数値が与えられ，d_{31}，d_{15} は静解析と同様に々$-0.5\times d_{33}$，$0.5\times d_{33}$ として与えられる．

尚，解析モデルにおける材料特性は前述の静解析と同様であり，本解析のフローチャートは図 3.17，解析諸元は表 3.6 に示す．

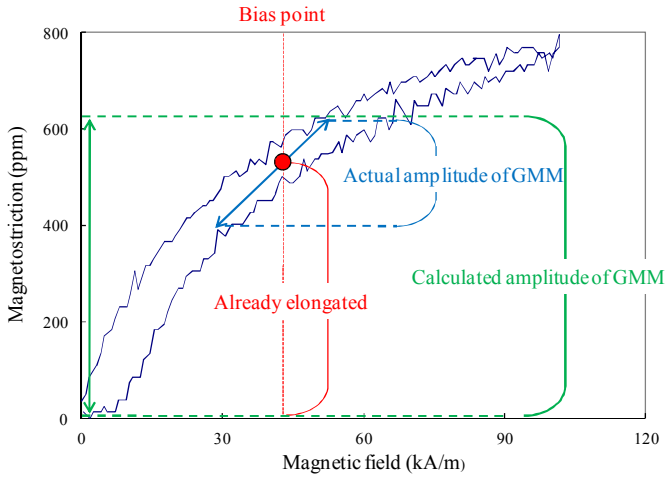
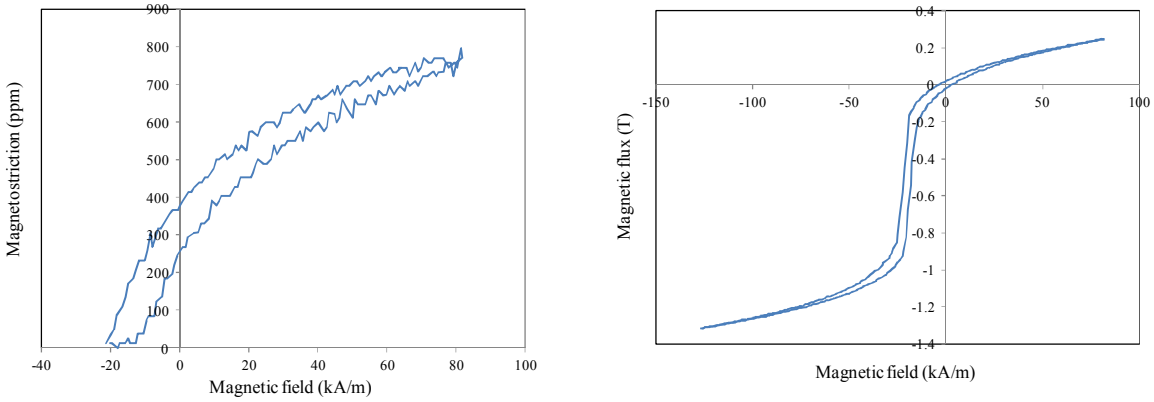


Fig.3.14 Comparison between actual and calculated amplitude of GMM actuator.



(a) Modified H-λ curve　　(b) Modified B-H curve

Fig.3.15 Modification of GMM material curves.

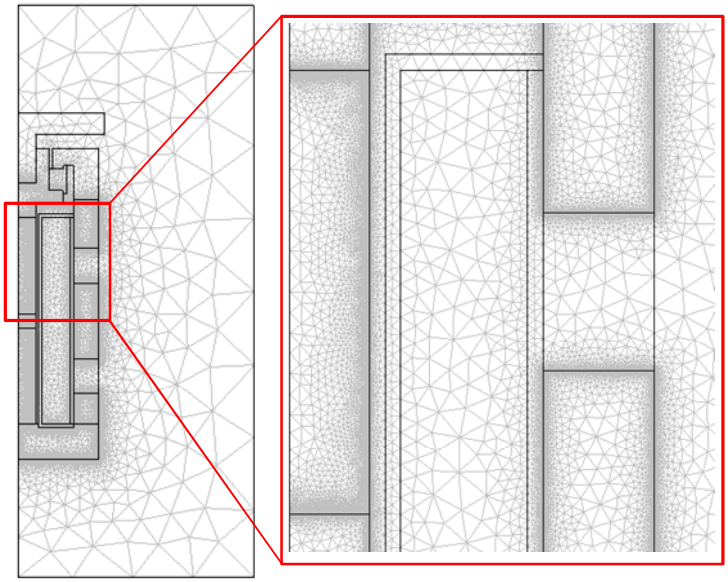


Fig.3.16 Mesh of Analysis model.

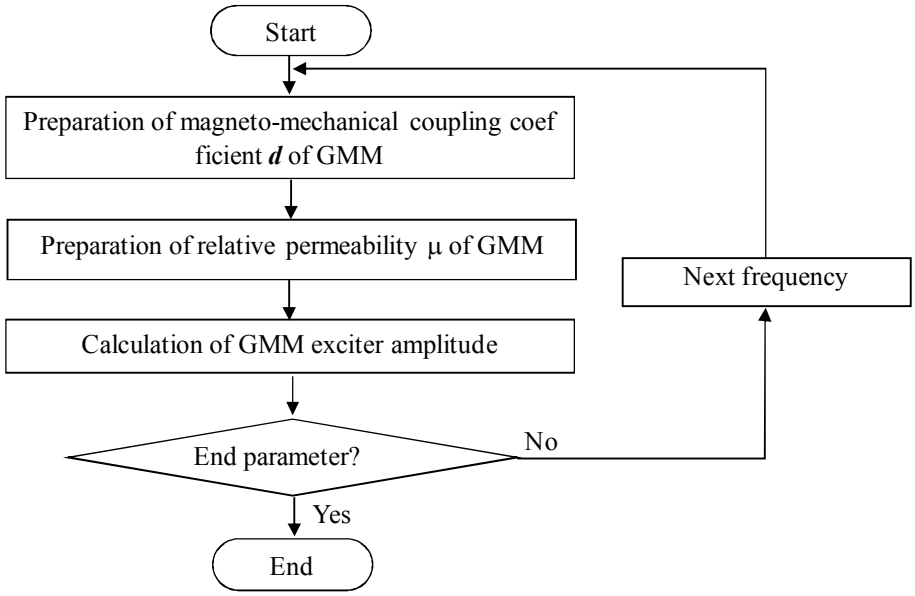


Fig.3.17 Flowchart for coupled harmonic analysis of GMM actuator.

Table 3.6 Discretization data and CPU time for analysis.

Number of elements	138,750
Number of nodes	69,589
CPU time	1.2 hours

Solved on: Intel(R) Xeon (3.0 GHz), 16 Gbyte memory.

3.6.2　実験検証

実験装置の構成は前節と同様であり, 超磁歪アクチュエータに正弦波電流 0.2A を入力し, 駆動周波数を 100 Hz から 10 kHz まで変化させて, アクチュエータのヘッド部先端の振幅を計測する.

以上まで述べた解析条件に従って超磁歪アクチュエータの周波数応答解析を行い，実測結果との比較検証を行う．図 3.18 に周波数応答解析結果と実測結果との比較を示す．実測結果では約 3.8 kHz 付近で共振が見られ振幅量としては 10.6μm の結果が得られ，解析結果では約 4.5 kHz で共振が現れた．実測結果と解析結果で 700Hz の共振周波数の差が生じているが，これは超磁歪材料のΔE 効果に主にその原因があると考えられる．すなわち，実際の超磁歪材料が正磁歪，負磁歪に関係なく磁歪現象によりヤング率が低下し，剛性が小さくなり，その結果，共振周波数が低下するが，本解析ではこのような現象を考慮していないためであると考えられる．

また，図 3.19 に周波数の増加に従う超磁歪素子 2 本に発生する渦電流密度分布を示す．同図より，2 本の超磁歪素子に発生する渦電流は周波数が高くなるほど増大し，10 kHz で最大 1.168×10^{6}A/m^{2} であることが確認できる．この値は入力した強制電流密度の約 68%にも達する値である．

図 3.20 に 100 Hz，4.5 kHz，10 kHz の駆動周波数でのアクチュエータの振幅に伴う変形図を示す．同図により，100 Hz と 4.5 kHz (共振周波数)では超磁歪素子の変形が振幅に支配的であるが，10 kHz では超磁歪素子はほとんど変形していないことがわかる．

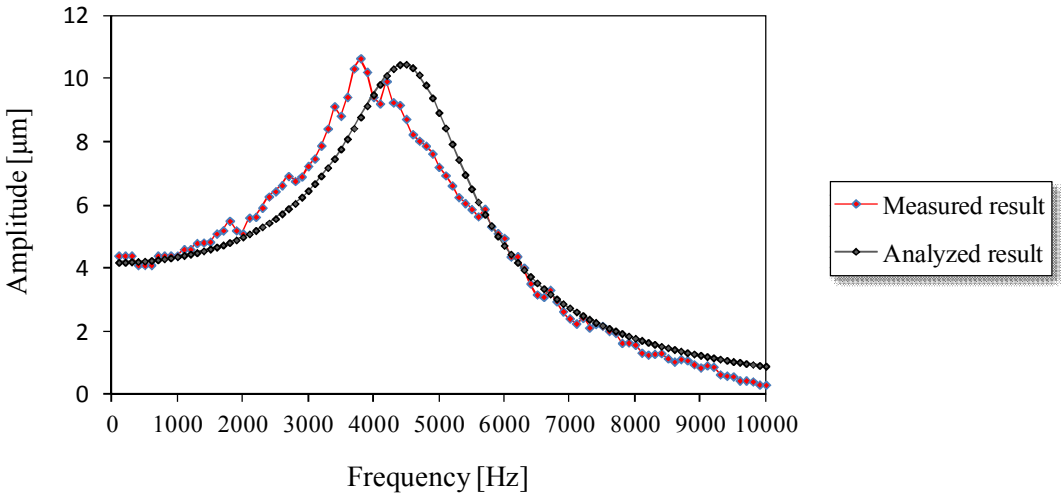


Fig.3.18 Measured and analyzed results of amplitude of GMM actuator.

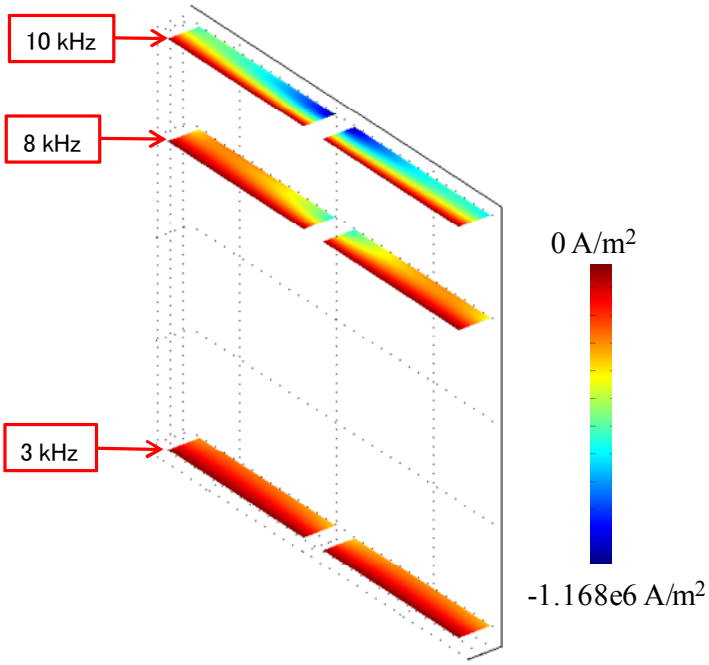


Fig.3.19 Eddy current density distribution of GMM rods.

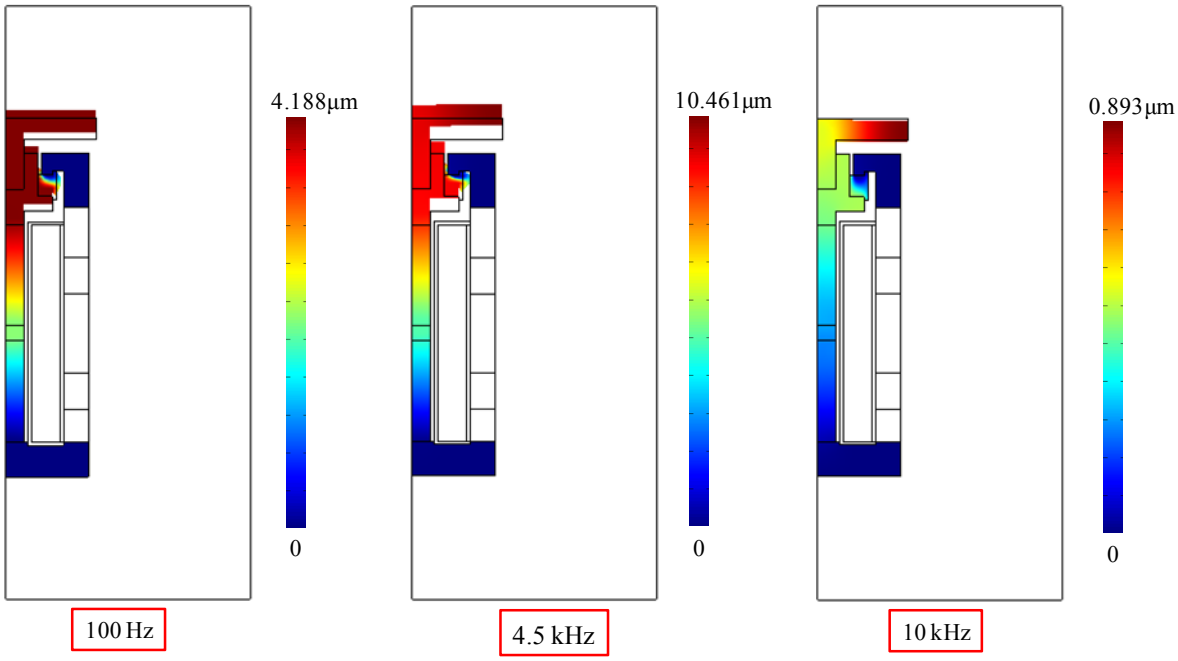


Fig.3.20 Amplitude characteristics at each frequency.

3.7　平面スピーカの磁界・構造・音響連成解析

本節では超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカの音圧レベルを予測するために，周波数領域での磁界・構造・音響が連成された解析を行い，実験検証を行うことで解析手法の有効性を明らかにする．

3.7.1　解析条件

まず，本解析の解析モデルを図 3.21 に示す．解析モデルは軸対称 2 次元で構成され，半径が 1m の半円の空気領域の中に超磁歪アクチュエータと，直径φ200mm，厚さ 1.5mm のアルミニウムの円盤状の平面振動板からなる．超磁歪アクチュエータと振動板の振動により生じる音圧の反射を防ぐために，空気領域の外側には完全吸収条(PML: Perfect Matched Layer) を作成した．また，解析モデルにおける平面振動板の振動から生じる音圧レベルの計算のために，構造・音響連成境界条件を図 3.22 のように作成した．作成した構造・音響連成境界条件では平面振動板の境界線上の全ての要素節点で振動の法線方向の速度が計算され音圧計算に用いられる．

解析の入力パラメータとしてはコイル部に電圧として 1V, 2V, 3V を入力し，入力周波数は 400 Hz から 20 kHz までとした．超磁歪素子の磁歪定数と比透磁率は前節で述べたように，入力電圧に相当する磁界の値を考慮し 1.598×10^{-8} m/A と 4.5 を用いた．尚，解析モデルにおける材料特性は前節と同様であり，空気領域部の密度は 1.25kg/m^3 とし，音速は 343m/s とした．本解析のフローチャートは図 3.23，解析モデルの要素分割図は図 3.24，解析諸元は表 3.7 に示す．

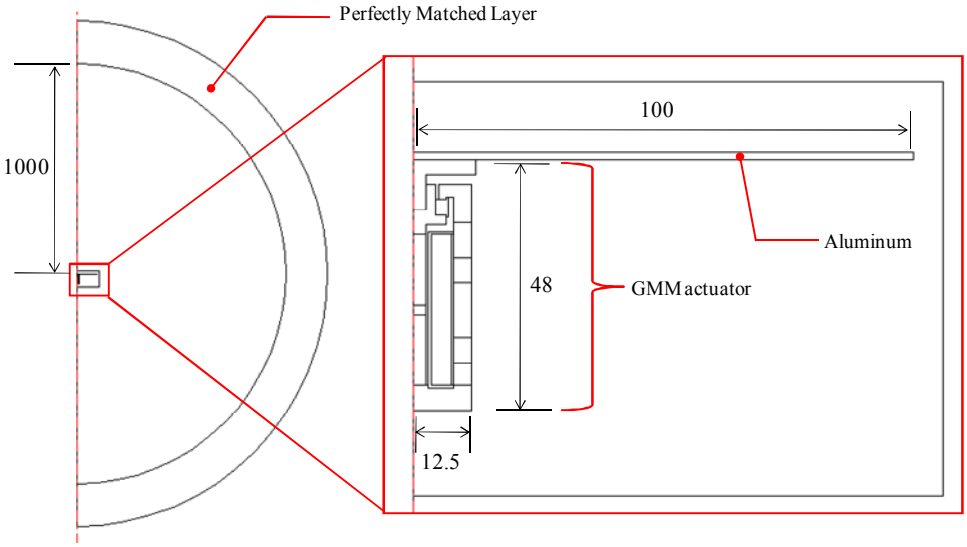


Fig.3.21 Analysis model for electromagnetic- mechanical-acoustic coupled analysis.

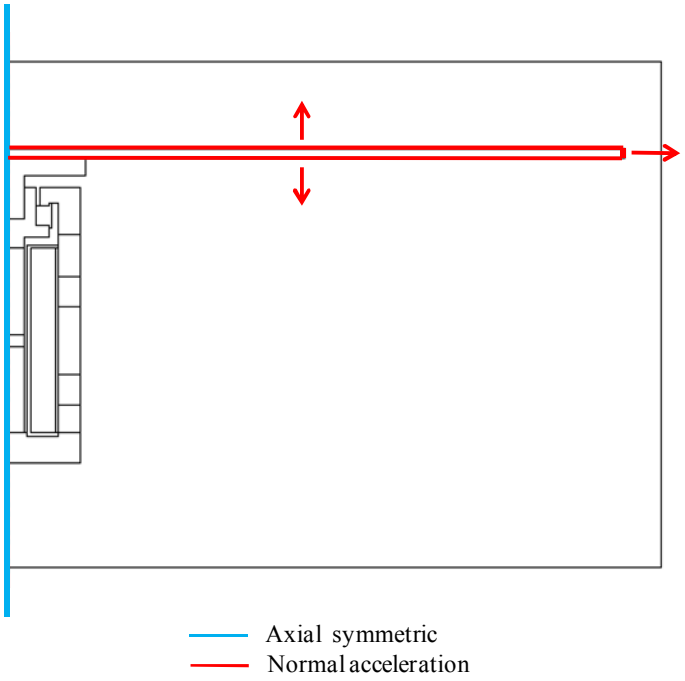


Fig.3.22 Boundary condition for acoustic analysis.

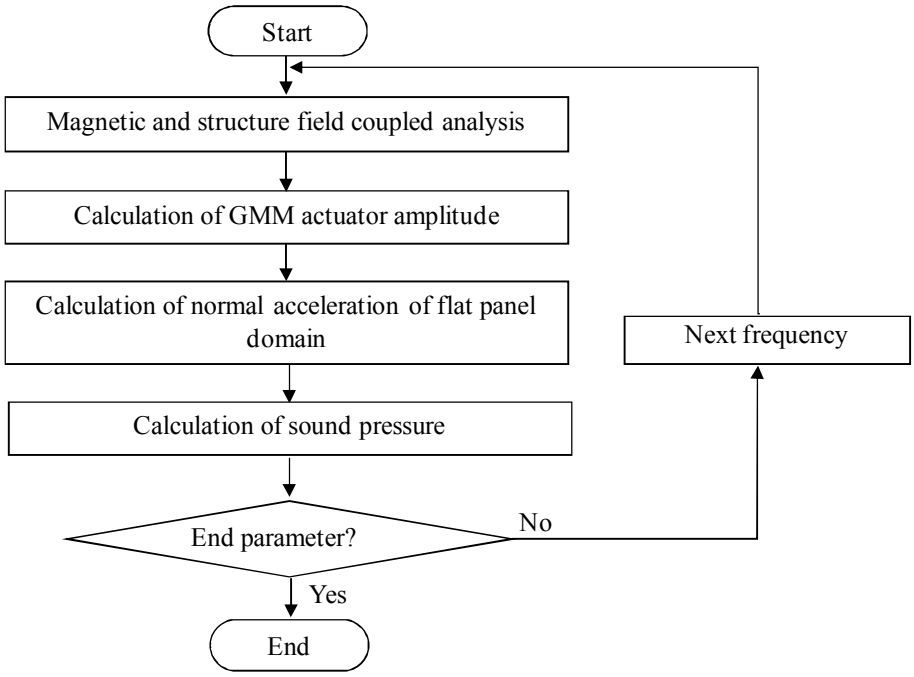


Fig.3.23 Flowchart for coupled analysis of GMM speaker.

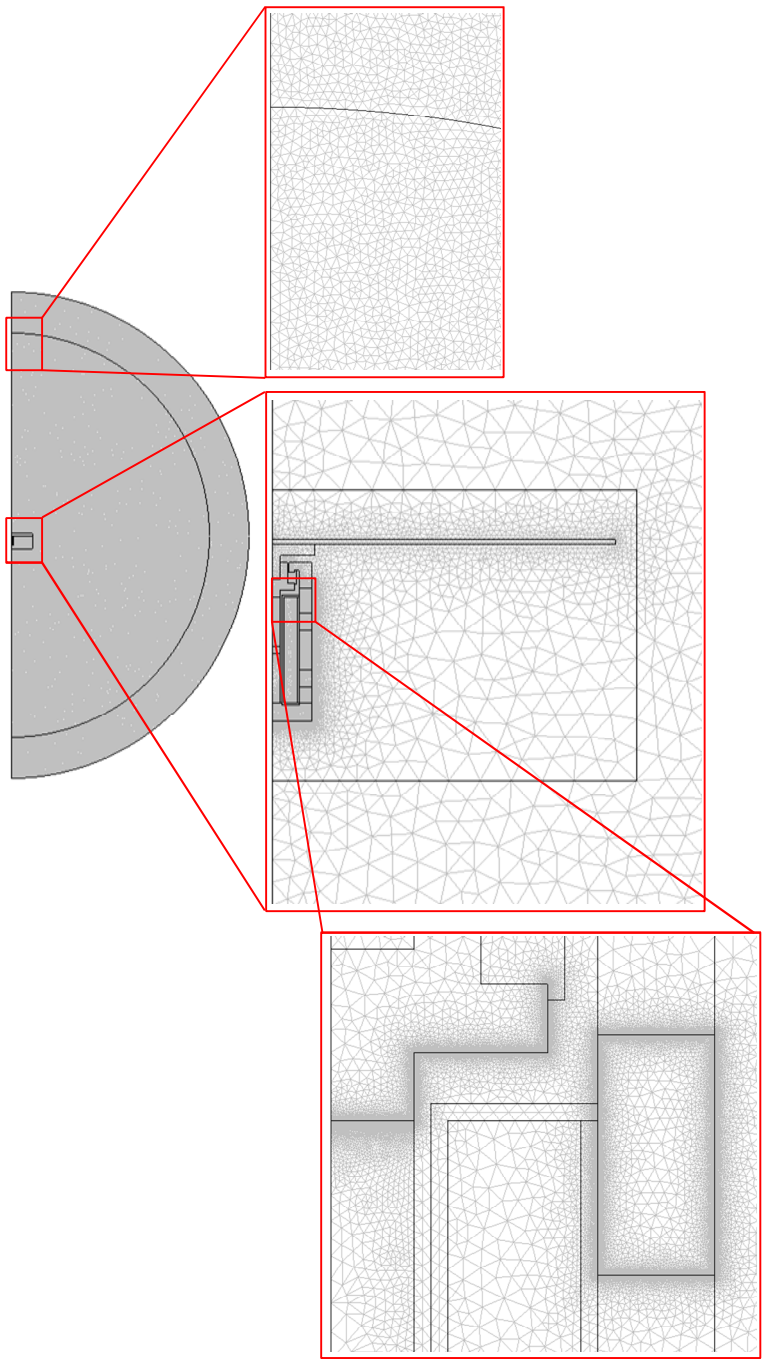


Fig.3.24 Mesh of Analysis model.

Table 3.7 Discretization data and CPU time for analysis.

Number of elements	402, 943
Number of nodes	201, 893
CPU time	2.5 hours

Solved on: Intel$^{(R)}$ Xeon (3.0 GHz), 16 Gbyte memory.

3.7.2　実験検証

超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカの音圧レベル測定は図 3.25 に表わすように無響室で行い，スピーカの振動板から 1m 離れたところでの音圧レベルを測定した．

図 3.26 に試作した超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカを示し，図 3.27 には平面スピーカの音圧レベルの特性評価のための実験システム構成を示す．パルスアナライザーより発生される任意の周波数を持つ電圧をアンプにて増幅し，アクチュエータのコイルに印加する．その時，コイルに流れる電流を電流プローブによって計測する．コイルに電圧を印加することで超磁歪アクチュエータが振動し，振動板に振動を引き起こす．振動板の振動より，空気が振動することで音が発生する．発生した音は振動板から 1m 離れたところに設置されたマイクにてピックアップされる．そして，その音響信号は再びパルスアナライザーによって FFT 処理を行い，超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカの周波数領域での音圧特性を処理する．

本実験においてアクチュエータの入力は，前述の解析パラメータと同様にコイルへの印加電圧を 1V, 2V, 3V とし，入力周波数を 400 Hz から 20 kHz まで変化させた．また，音圧レベルの測定位置は，図 3.28 に示すように振動板との角度 θ が 90 度(受音点①)，45 度(受音点②)，0 度(受音点③)となる 3 か所の受音点(Field Point)で測定を行った．

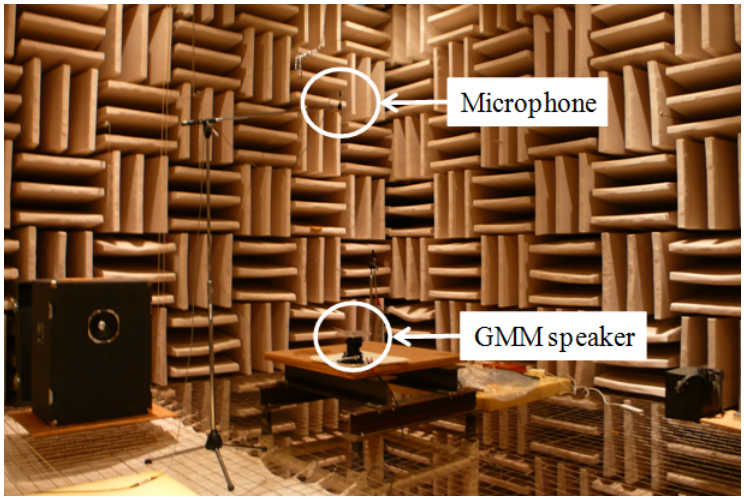
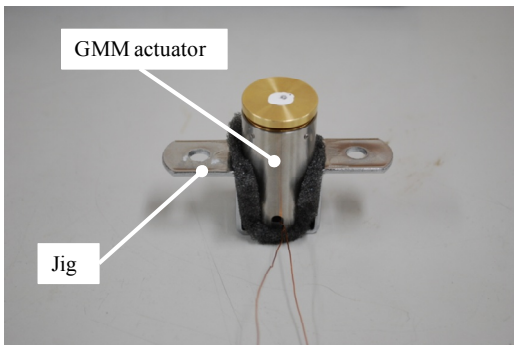
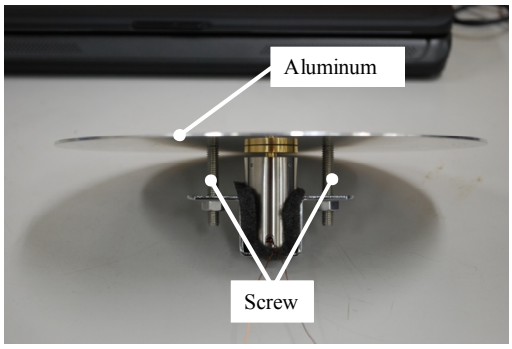


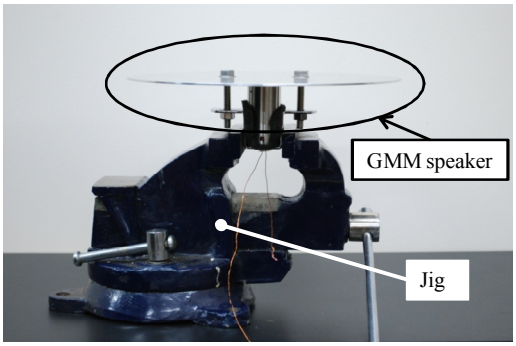
Fig.3.25 Measurement setup for sound pressure level of GMM speaker.



(a) GMM actuator and jig



(b) GMM actuator and panel



(c) GMM speaker and jig

Fig.3.26 GMM speaker for measurement.

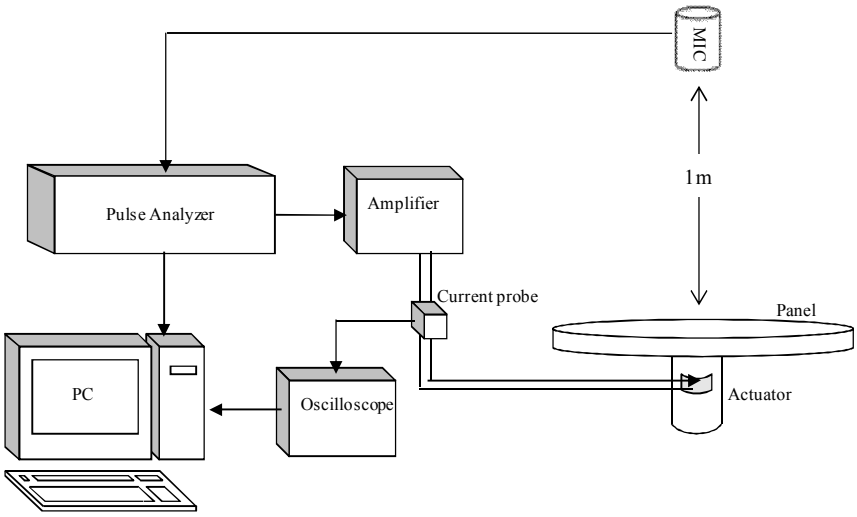


Fig.3.27 Measurement setup.

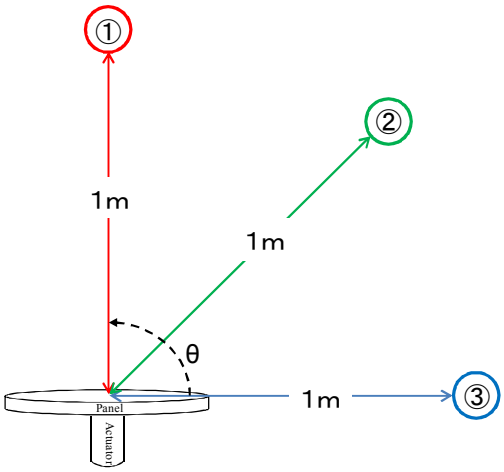


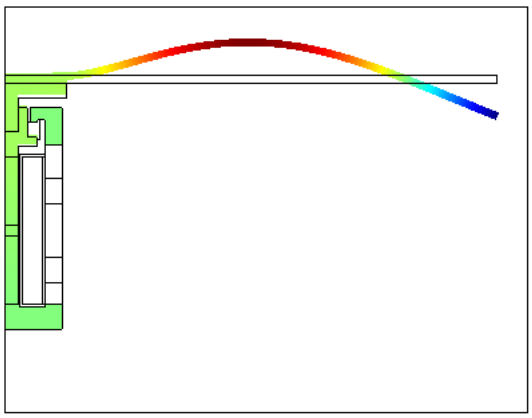
Fig.3.28 Measurement points.

まず，音圧レベルの解析結果と実験結果の比較検証を行う前に，振動板と超磁歪アクチュエータからなる振動系の固有周波数解析を行うことで，音圧ピークが現れる周波数を予測した．その結果，図 3.29 に示すように 957 Hz と 2678 Hz，5917 Hz で固有振動モードが得られ，これらの周波数で音響ピークが現れることが予測される．

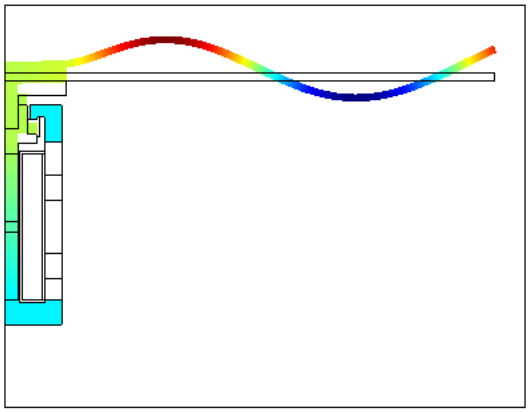
次に超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカの音圧レベルの解析結果と実測結果との比較検証を行う．図 3.30 から図 3.32 まで各々の入力電圧条件での解析結果と実験結果の比較を示す．これらの比較結果より，本研究で提案した解析手法を用いた解析結果と実測結果は良い一致を示し，本解析手法の有効性が確認できる．

上述した固有周波数解析で得られた固有振動周波数の付近である 900 Hz，2650 Hz，6000 Hz で音圧のピークが現れた．また，振動板と 90 度(受音点 ①)になる受音点では 400 Hz から 10 kHz の周波数領域において，解析結果と実験結果が良い一致を示している．

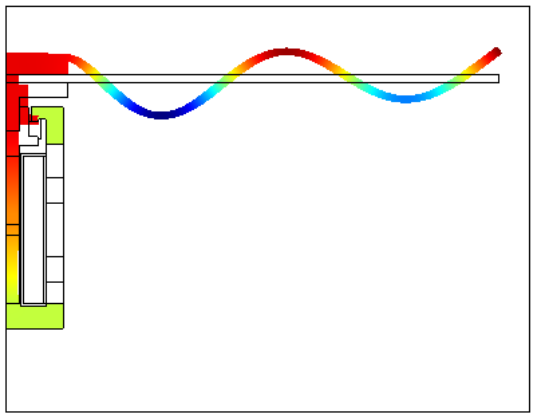
一方で，約 10 kHz から 20 kHz までの領域では解析結果と実験結果は最大 15 dB の誤差が見られる．さらに，振動板と 45 度(受音点②)，0 度(受音点③)になるところではその誤差はより大きくなる傾向が現れた．このような高周波数領域で生じる解析結果と実測結果との誤差の原因は図 3.33 と図 3.34 に示すように，高周波領域では振動板の中心から離れた位置での音圧は複雑な方向性を持ち，かつ音の指向性が強く現れ実測における計測誤差によるものと考えられる．このような結果を踏まえ，有限要素法を用いた振動音響解析において約 10kHz 以上の高周波領域で現れる音の指向性が考慮できるように，受音点を中心に音圧の空間的な挙動を考慮した受音点のモデリングが今後の課題であると考えられる．



(a) 957 Hz

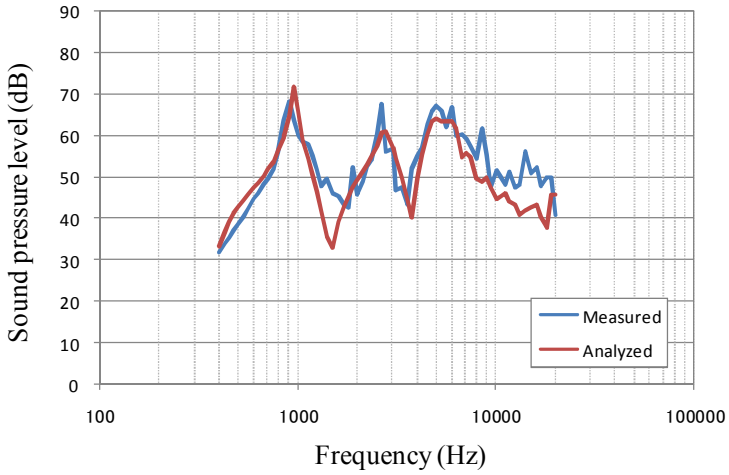


(b) 2678 Hz

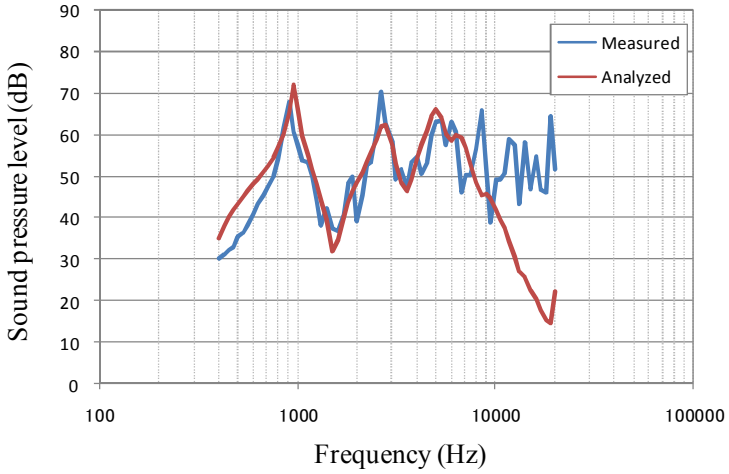


(c) 5917 Hz

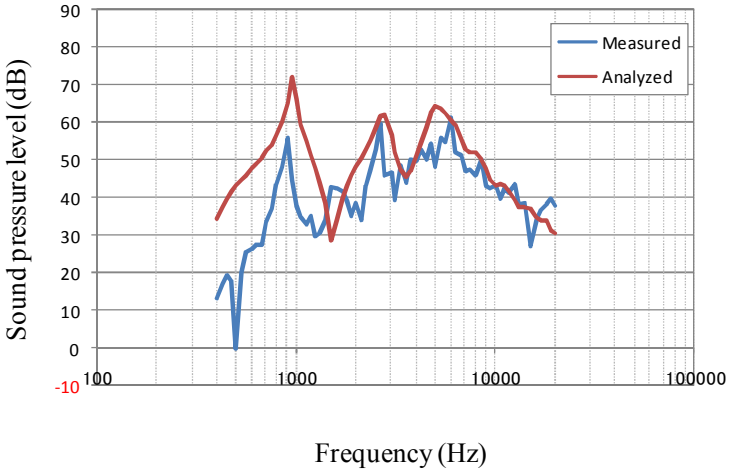
Fig.3.29 Deformation mode of GMM speaker at natural frequency.



(a) Field point ①

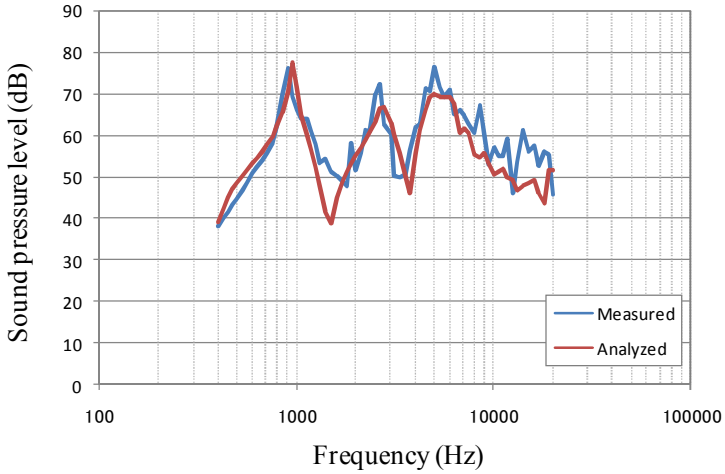


(b) Field point ②

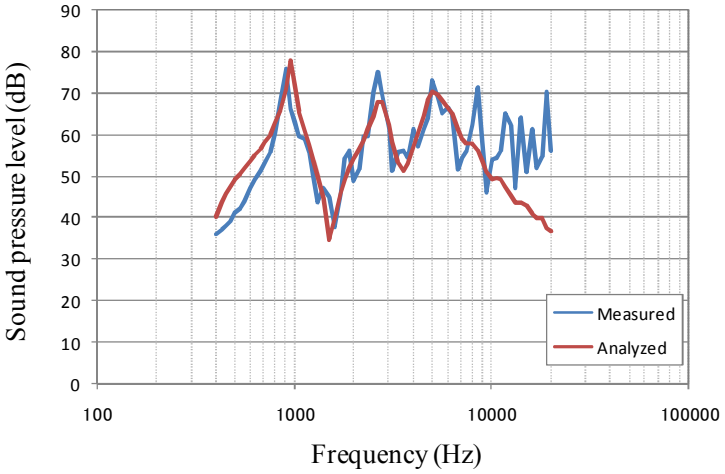


(c) Field point ③

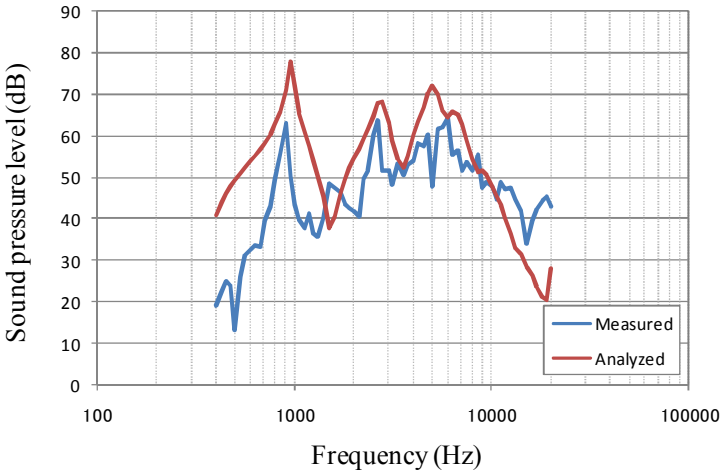
Fig.3.30 Sound pressure level comparison between analyzed and measured with 1V input voltage.



(a) Field point ①

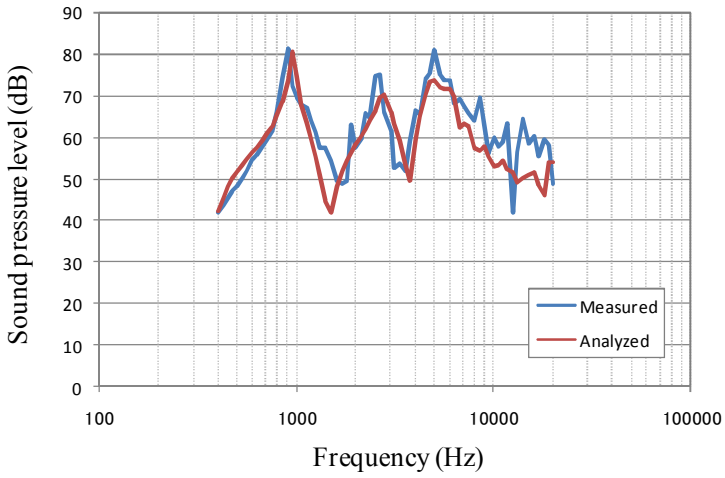


(b) Field point ②

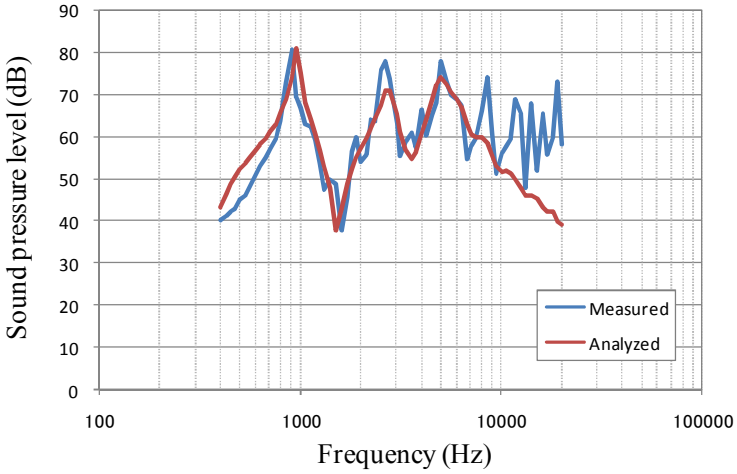


(c) Field point ③

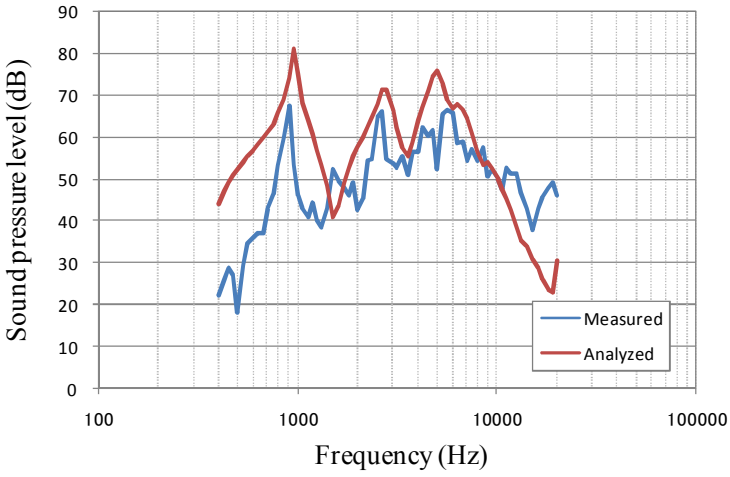
Fig.3.31 Sound pressure level comparison between analyzed and measured with 2V input voltage.



(a) Field point ①



(b) Field point ②



(c) Field point ③

Fig.3.32 Sound pressure level comparison between analyzed and measured with 3V input voltage.

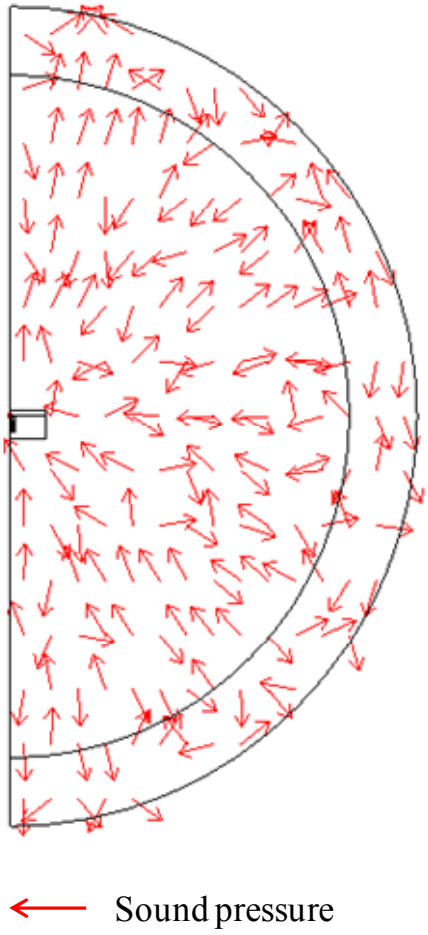
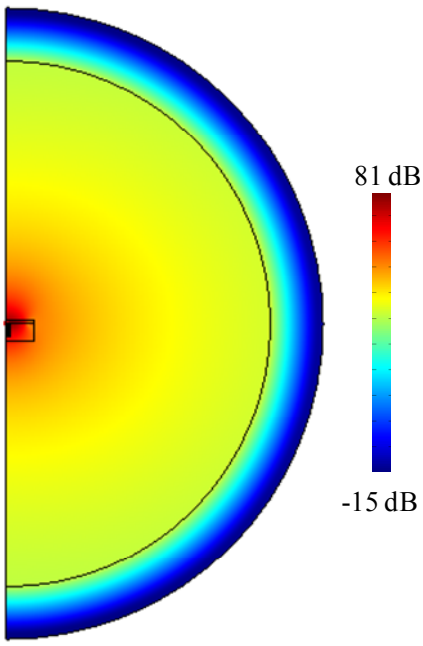
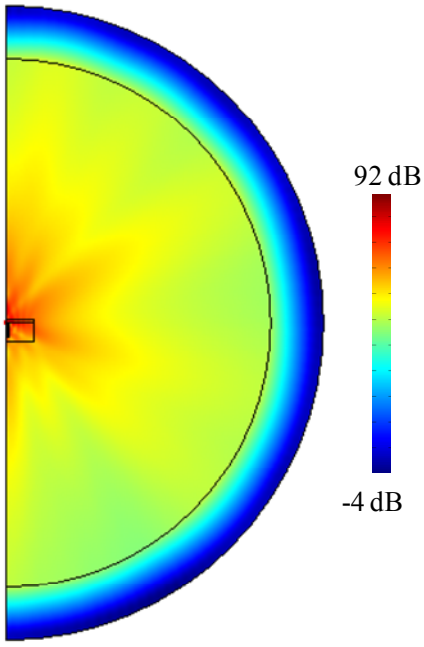


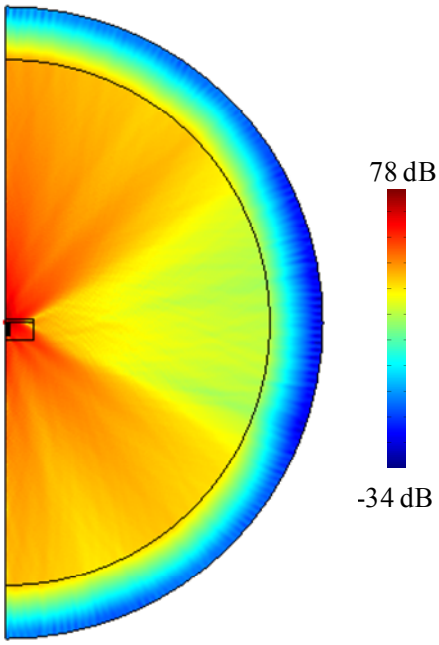
Fig.3.33 Sound pressure at 20 kHz with 2V input voltage.



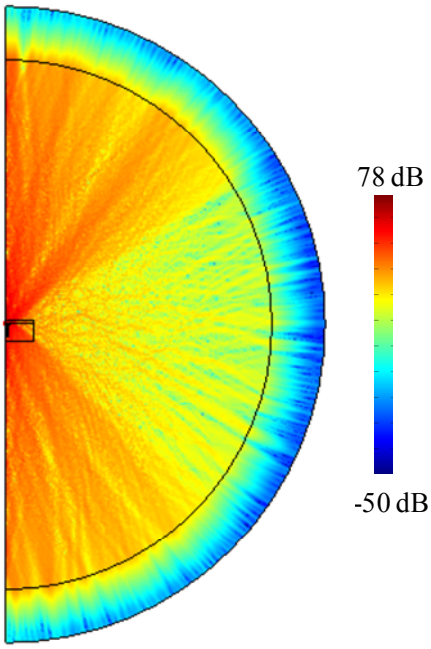
(a) 400Hz



(b) 10 kHz



(c) 15 kHz



(d) 20 kHz

Fig.3.34 Sound pressure distribution at each frequency with 2V input voltage.

3.8　結論

本研究では超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカにおいて，超磁歪材料の材料特性を考慮した超磁歪アクチュエータの磁界・構造の連成解析手法を提案し，その性能を予測した．本解析の妥当性を検討するため，試作した超磁歪アクチュエータを対象に静解析，周波数応答解析を行い，実験結果との比較により，提案した解析手法の妥当性を明らかにした．

また，超磁歪アクチュエータ及び振動パネルの振動により発生する音響放射挙動を検証するために，有限要素法による磁気・構造・音場の連成解析手法を用いて解析を行った．更に，試作した超磁歪アクチュエータを基に平面スピーカを製作し，試作機による実験結果と解析結果の比較検証を行い連成解析手法の妥当性を明らかにした．

参考文献

[1] S. Legvold, J. Alstad, and J. Rhyne: “Giant Magnetostriction in Dysprosium and Holmium Single Crystals”, Phys. Rev. Lett., Vol.10, Num. 12, pp. 509-511, 1963.

[2] A. E. Clark and H. S. Belson: “Giant Room-Temperature Magnetostrictions in $TbFe_2$ and $DyFe_2$”, Phys. Rev. Lett., Vol.5, Num. 9, pp. 3642-3644, 1972.

[3] 皆川秀紀: “超磁歪材料を微小重力環境で合成”，AIST Today/National Institute of Advanced Industrial Science and Technology，vol.1. 2001.

[4] 江田弘，山本佳男: “超磁歪アクチュエータ・センサ”，計測と制御，第 38 巻，第 3 号, 197-201,1999.

[5] G.Engdahl: “Handbook of Giant Magnetostrictive Materials”, ACADEMICPRESS, 1999.

[6] 古屋泰文，樋口俊郎，今泉伸夫: “未来型アクチュエータ材料・デバイス”，株式会社シーエムシー出版, pp.169-173, 2006.

[7] MORITEX: “磁歪の基本知識(Ⅰ)~(Ⅲ)”, エトリーマプロジェクト，1996.

[8] M.Oscarsson, G.Engdahl: “Key numbers in design of magnetostrictive actuators and generators”, ACTUATOR 2006 Germany, pp. 774-777, 2006.

第 4 章

手振れ補正用 VCM の構造放射騒音低減

4.1　緒言

近年，デジタルカメラを始めデジタル撮影装置は僅か数年前と比べて小型化と高性能化にも関わらず低コスト化も実現され，一般化が進んでいる．数年前からは高画質の画像や映像を撮るために撮影者の手振れなどの振動を補正し，画質の劣化を防ぐようなイメージスタビライザ (Image Stabilizer, IS)と呼ばれるシステムが実用化され，多くの商品に搭載されている．手振れ補正の方式には図 4.1 に示すように電子式(Digital Image Stabilization, DIS)と光学式(Optical Image Stabilization, OIS)があるが[1-5]，主に画像処理によって補正を行う電子式に比べて，光学式は光学系の一部をボイスコイルモータ (Voice Coil Motor, VCM)などで駆動させ光経路をシフトし手振れによる画質の劣化を防ぐアクティブな方式なので高い補正性能が実現できる．

一方，従来はデジタル撮像機器を使用する主な用途は静止画像を撮ることであった．しかし，近年の情報通信技術や情報保存手段の発達に伴いデジタル撮像機器において静止画像だけではなく動画像を撮影する頻度も増えている．この際，手振れ補正用 VCM から発生する騒音が撮像機器の本体にあるマイクによって録音される可能性が高くなり，手振れ補正用 VCM の低騒音化が要求されている．手振れ補正用 VCM から発生する騒音は一般の機械構造物や電気機器などの騒音と比べその音圧レベルは低いが，手振れ補正用 VCM とわずか数センチメートルの位置にマイクが配置され，また，発生する騒音の周波数成分も人間の敏感可聴帯域である 1-5kHz の成分が支配的である．そのため，より積極的な騒音対策が求められている．

現在までの手振れ補正用 VCM の設計における構造放射騒音(Structure Borne Noise)の対策は主に VCM を構成する機構的な形状を基に構造物のモード解析を行い，VCM の第 1 次固有振動モードが主な騒音領域に現れないように構造的な変更を行ってきた．しかし，VCM 構造物のモード解析だけでは振動と放射騒音との直接的な相関関係を得ることが困難と考えられる．実際の構造音響放射現象は VCM の駆動時の加振源の特性により振動パターンが異なり，更に，この振動特性と音波放射面の音響インピーダンス特性によって音響放射効率が決まる．従って，手振れ補正用 VCM の騒音低減のためには放射面の振動パターンや音響インテンシティの分布を変化させることで騒音対策を行う必要がある．

本研究では，3 次元有限要素法を用いた磁界・構造・音響の連成解析手法を提案し，手振れ補正用 VCM の振動放射騒音挙動を把握するとともに，実機との比較検証を行うことで解析手法の有効性を明らかにする．更に，振動放射騒音低減のために手振れ補正用 VCM の振

動による音響的な放射特性を考慮して VCM の主な音響放射体を明らかにした上で，音響放射効率を低下させるための改善設計の例を示す[6-7].

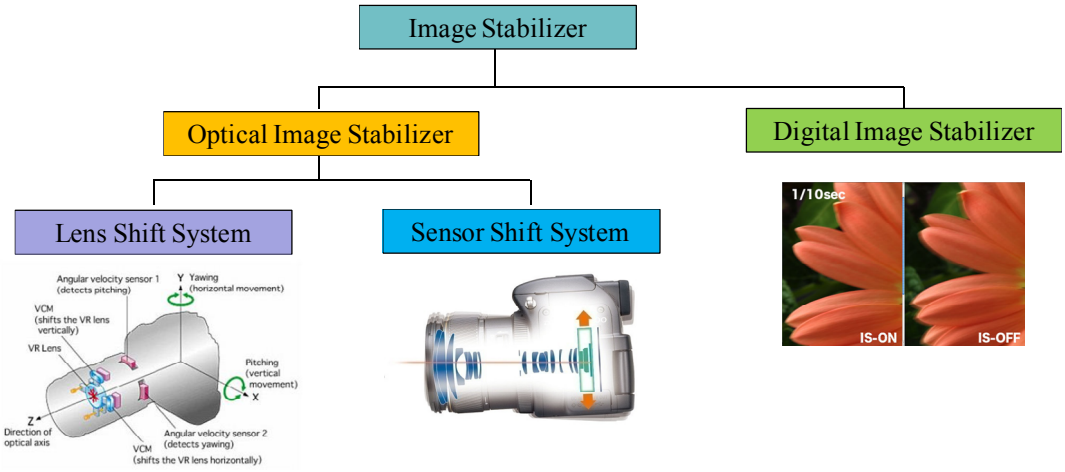


Fig.4.1 Types of image stabilizer.

4.2　基本構造および加振力の定義

4.2.1　基本構造

手振れ補正用アクチュエータは光軸に垂直な平面上に 2 軸線形運動を具現するメカニズムである．現在，世の中には様々な方式の手振れ補正用アクチュエータが報告されているが，製品化としての要求条件であるコンパクト化，低消費電力，低コストの条件を満たす方式は VCM 方式である．

VCM 方式は図 4.2 に示すように大きく直動関節(Prismatic joint)方式とボールベアリング(Ball bearing)方式がある．直動関節方式は各直進運動をガイドシャフトで拘束した仕組みであり，ボールベアリング方式は各軸方向のガイドはない方式で，ボールベアリングにより光軸方向の位置を一定に維持する方式である．直動関節方式は各軸駆動時にガイドシャフトによる各軸方向の拘束ができ，駆動中の可動子の他方向への回転や落下などの外部の衝撃に堅牢なメリットはあるが，各軸をガイドシャフトで拘束していることで可動子の移動中にシャフトと可動子間の摩擦による駆動力の損失や位置制御時の非線形性が生じるデメリットがある．一方で，ボールベアリング方式は直動関節方式より機械的な安定性は低いが，ボールベアリングの転がり摩擦を用いることで駆動時の摩擦を最小化することができ，駆動損失や制御安定性に優れていることから，多くの商品に使われている．

本研究の研究対象は以下の図 4.3 に示すようなボールベアリング方式の VCM である．VCM の外径はϕ32mm であり，基本構造はコイル(176turns，19.7Ω)がベース部に配置され，永久磁石(ネオジム磁石，Br = 1.35 T)が可動部に配置された磁石可動型である．可動部と固定部の間は 4 個のボールベアリングで支持され，固定部に配置されたヨーク(SPCC)と可動部に配置された永久磁石の吸引力により光軸方向に予荷重が与えられている．また，ヨークと永久磁石との吸引力は可動部の各駆動方向に対する磁気ばねとしての役割を果たしている．VCM のベースとカバーはねじ止めされてあり，ベース，カバーと可動部は Polycarbonate　Glass Fiber 30%で構成されている．

4.2.1　加振力の定義

本章で研究対象とするボールベアリング式手振れ補正用 VCM の構造放射騒音は主に永久磁石とコイルの電磁力から始まる．この電磁力とは永久磁石とコイル間のローレンツ力であり，固定部であるベース部に配置されているコイルより比較的に大きい変位で永久磁石を含む可動部を駆動させる原理でもある．しかし，ベース部のコイルは拘束条件としては理想的な固定条件ではなく，実際にはローレンツ力によって可動部の駆動方向と反対方向に力を受け，コイルの励磁状態による磁界の変化によってその力の方向が交番し，ベース部の振動を引き起こす加振源としての役割を果たしてしる．

従って，手振れ補正用 VCM における振動の伝達経路は上記のローレンツ力によるコイルの振動が手振れ補正用 VCM のベース部を通じてカバー部まで伝達され，また，VCM の構造起因騒音はその伝達された振動によるベース部とカバー部の Bending Wave Vibration 成分と密接な関係を持っていると推測される．

一方，手ぶれ補正用 VCM におけるコイル側が受けるローレンツ力とは，試験電荷 q が磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の磁界内で移動速度 $\boldsymbol{v}$ で動く時，電荷 q はローレンツ力の方程式によって以下の式(4.1)のような力を受ける．

$$\boldsymbol{F} = qv \times \boldsymbol{B} \tag{4.1}$$

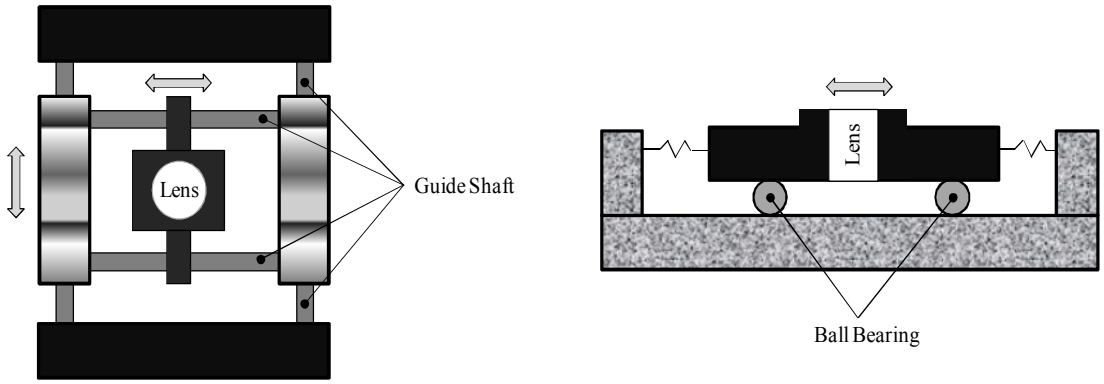
この時，単位体積当りの力密度は以下のように得られる．

$$\mathrm{f}_v = \lim_{\delta V \to 0} \frac{\sum \boldsymbol{F}_i}{\delta V} = \lim_{\delta V \to 0} \frac{\sum q_i \boldsymbol{v}_i \times \boldsymbol{B}_i}{\delta V} = \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B} \tag{4.2}$$

ローレンツ力を $\boldsymbol{F}_{Lf}$ とし，再表現すると以下のようになる．

$$\boldsymbol{F}_{Lf} = \int (\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B}) dA \tag{4.3}$$

式(4.3)を用いて電磁気駆動源のコイル領域の磁束密度と電流密度を計算し，コイル側に働く電磁力を求める．



(a) Prismatic joint type (b) Ball bearing type

Fig. 4.2 Driving types of OIS VCM.

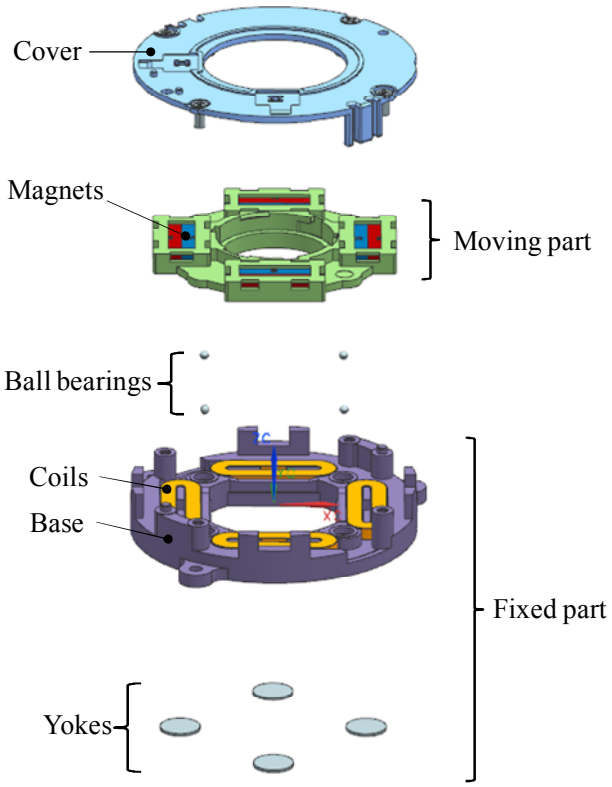


Fig. 4.3 Schematic view of OIS VCM.

4.3　VCM の連成解析モデルと解析条件

本節では, 連成解析を行うための手振れ補正用 VCM の解析モデルと解析条件について述べる.

4.3.1　解析モデル

実際の手振れ補正用 VCM は上記の図 4.3 に示すように複雑な形状をしている．解析対象のモデルは，数十μm から数十 mm までアスペクト比の大きく異なるモデルで構築されている．そのため，要素数が非常に多くなり膨大なメモリと解析時間が要求される．従って，本解析では VCM のカバー部とベース部において射出成形によって生じる半径 0.1mm 以下の R 面取り形状や VCM の振動特性に影響しないと考えられる部分の形状を図 4.4 に示すように簡略化した.

図 4.5 には手振れ補正用 VCM の磁界・構造・音響の連成解析を行うための一部の空気層を除いた解析モデルを示す. 解析モデルの中心部には手振れ補正用 VCM が配置され, VCM の周囲には磁場解析と音響解析のための空気層を作成した．また，音響解析のための無響室のような音の反射をなくし，有限の空間でありながら音響的に無限の広さをもった空間と等価な状態である自由音場をモデリングするため，音圧反射を防ぐような完全吸収条(PML: Perfect Matched Layer)を空気層の外側に作成した.

4.3.2　解析条件

本研究で行う磁界・構造・音響の連成解析は 3 つの物理的な現象を同時に扱う必要があり，同じメッシュを用いて解析が行われる．そのため，解析する周波数領域での各物理的現象を十分に考慮できる要素の作成が必要である．本研究では，手振れ補正用 VCM において最も騒音低減の要求が高い 1-5kHz までの領域を目的周波数として選定し，メッシュの作成を行った．音響解析におけるメッシュは音の波長が構造解析時の振動系の波長に比べ，波長の長さが比較的に長いため，メッシュを振動系より大きく分割しても解析の精度に大きく影響を及ぼさない. そのため, 音響系における空気層のメッシュは音速を 343m/s (20℃, 1 気圧)として，5kHz での媒質の波長が約 68mm であることから，一波長を 6 分割するように最大メッシュ長を決めてメッシュの作成を行った. 解析モデルの要素分割図を図 4.6 に示す.

本解析モデルの加振源であるコイル端の入力信号は実際の手振れ補正モード下で VCM が平均的に入力電圧 1V 以下で光軸を維持するサーボ動作をするため，入力電圧レベルのマージンを考慮し 1V を入力した．また，入力周波数は上記の 1-5kHz までの目的周波数の中で 1/12 Octave 分析のための中心周波数を入力した．解析から計算される音圧レベルを参照

するための受音点は図 4.5 に示すように手振れ補正用 VCM のカバーの上面から 30mm に設定した．通常，機械構造物や電気製品の音圧測定は原音場(Far field)での音圧レベルを測定するのが一般的である．しかし，手振れ補正用 VCM における音圧レベルの測定条件は未だに規格化された基準が定められていなく，各撮像機器製造メーカの内部規格に準じて行っている．そのため，本研究の解析対象の場合は撮像機器の本体に搭載されているマイクが VCM のカバーから約 30mm 上方離れているため，受音点を 30mm とした．

また，本解析のフローチャートは図 4.7 に示し，解析に用いた各材料の物性値および解析諸元を表 4.1 に示す．

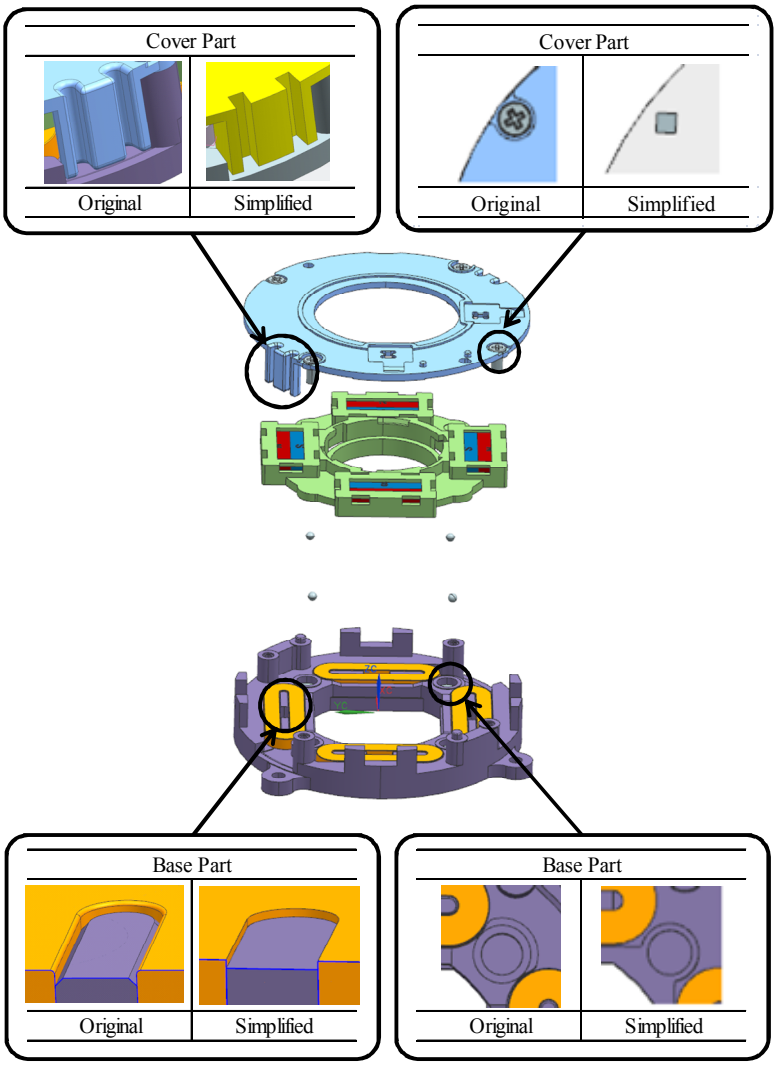


Fig. 4.4 Simplified analysis model.

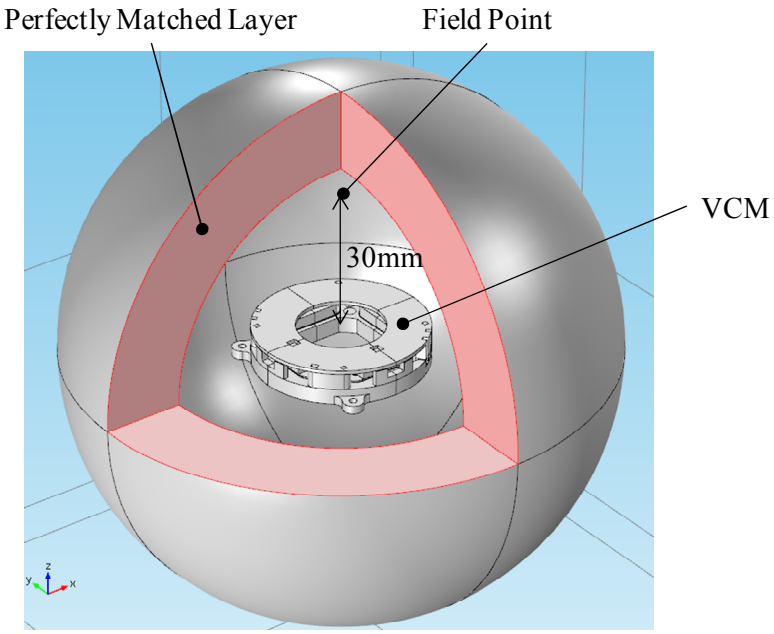


Fig. 4.5 Analysis model.

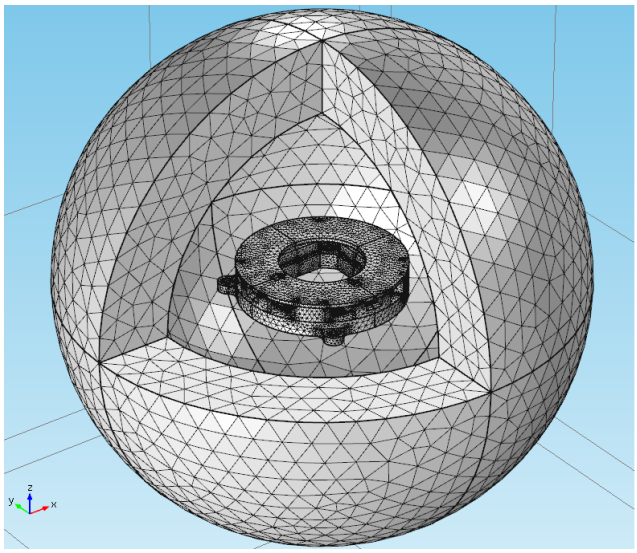


Fig. 4.6 Mesh of Analysis Model

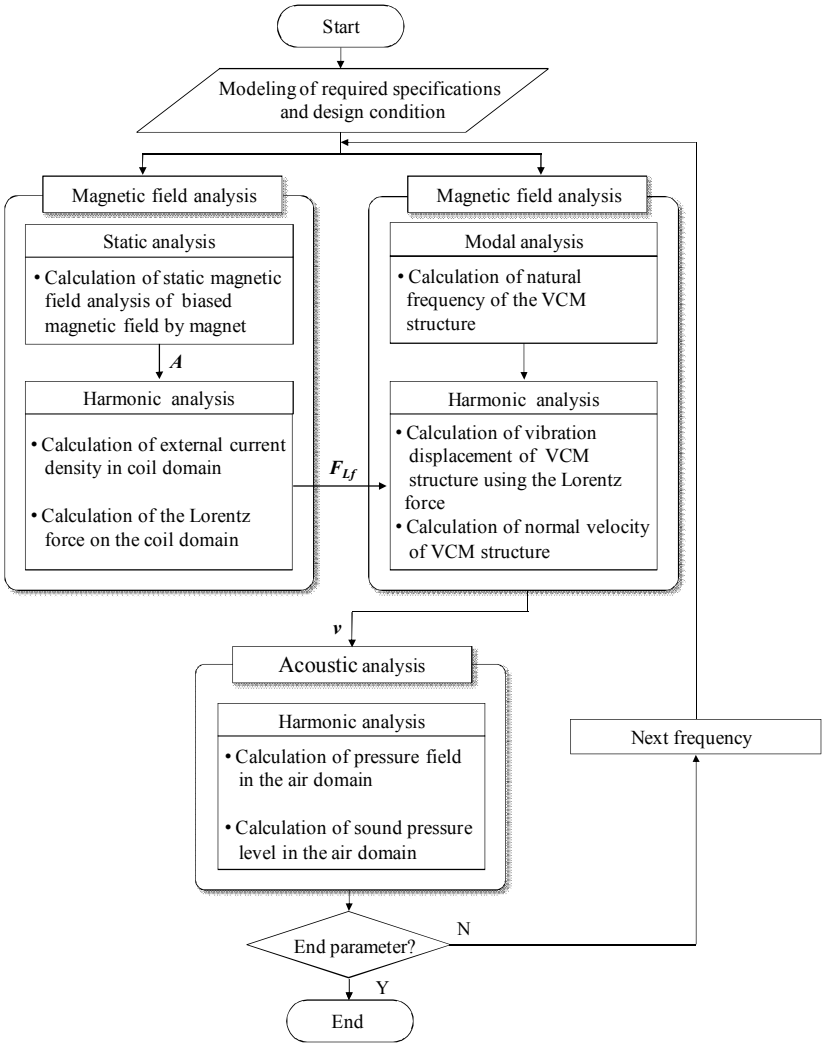


Fig.4.7 Flowchart for coupled analysis of OIS VCM.

Table. 4.1 Discretization and CPU time for analysis

		Air	Copper	Polycarbonate Glass Fiber 30%
Magnetic field analysis	Relative permeablilty	1	1	1
	Relative permittivity	1	1	1
	Electrical conductivity [S/m]	0	6×10^7	0
Mechanical analysis	Yonng's modulus [GPa]	-	110	2.4
	Poisson's ratio	-	0.35	0.3
	Density [kg/m^3]	-	8700	1800
Acoustic analysis	Speed of sound [m/s]	343	-	-
Number of elements	430,033			
CPU time (hours)	1.2			

Solved on: Intel$^{(R)}$ Core $^{(TM)}$2 Quad (2.5 GHz), 4Gbyte memory

4.4　振動測定および音圧測定

本節では，手振れ補正用 VCM の電磁力に起因する放射騒音を予測するために提案した，連成解析手法の有効性を検証するための実測方法について述べる．実測は手振れ補正用 VCM の振動加速度の測定と音圧レベルの測定を行う．

4.4.1　振動測定

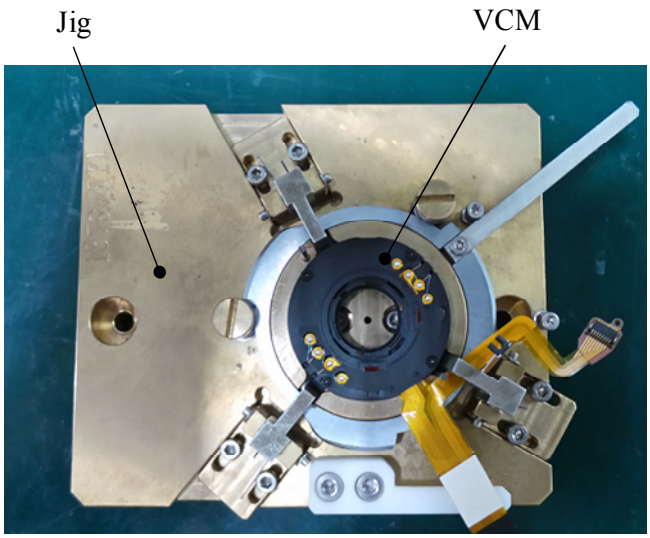
本研究で想定した 1kHz から 5kHz の周波数領域で発生する騒音の原因は主に永久磁石とコイルから発生するローレンツ力である．そのため，コイルが永久磁石の駆動方向と反対方向に力を受けることにより，コイルが配置されているベース部およびベース部とねじ止めされているカバーを振動させて発生する構造放射騒音と想定した．

ここで，手振れ補正用 VCM のカバーは実際にカメラの本体に搭載されているマイクと対面する方向であり，VCM を構成する部品の中で最も広い放射面積を持つことから，構造放射騒音への影響度が最も大きい部品であると考えられる．従って，カバーの振動挙動および特定周波数での振動モードと構造放射騒音は密接な関係があると考えられるので，VCM 駆動時のカバーの振動測定を行った．カバーの振動測定条件は VCM のコイル側に 1V の正弦波電圧を入力し，Laser Doppler Vibrometer (Polytec OVF-5000)を用いて図 4.8 に示すようにカバーの振動速度を測定した．コイルの入力周波数は後述する音圧レベル測定条件である 1/12 オクターブの中心周波数を入力し，各入力周波数で測定されたカバー部の速度データは FFT を行いて周波数特性を求めた．図 4.8 に測定条件とよび測定システムを示す．

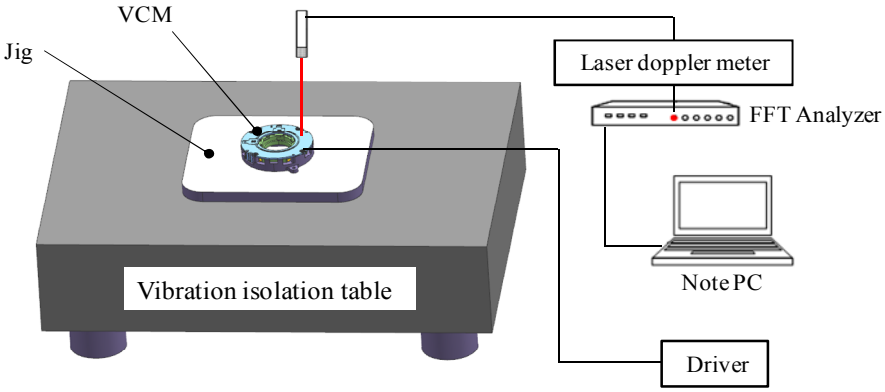
4.4.2　音圧測定

4.3.2 で述べた解析条件と同じ条件で手振れ補正用 VCM の音圧測定を行った．音圧レベルの測定は解析対象である手振れ補正用 VCM の体積より十分広い，ISO 3745 規格を満たす半無響室内で行った．図 4.9 に手振れ補正用 VCM の音圧レベル測定システムの構成を示す．

半無響室の中央部に Jig で固定された手振れ補正用 VCM が配置され，また，VCM の下部には半無響室の床面と 30cm を維持するように音響吸収材質で支えられている．カバーの上面と垂直方向 30mm 離れているところには音圧レベルの測定する周波数が 1kHz から 5kHz であることから，1/2-inch マイクを設置し，手振れ補正用 VCM の駆動時の音圧レベルを測定した．

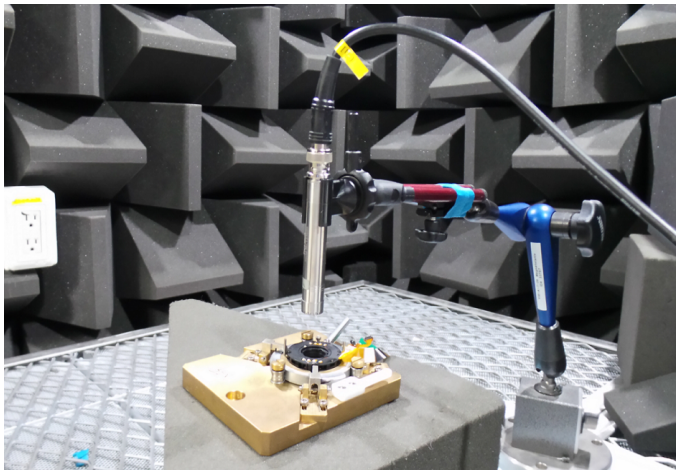


(a) VCM and jig for fixing

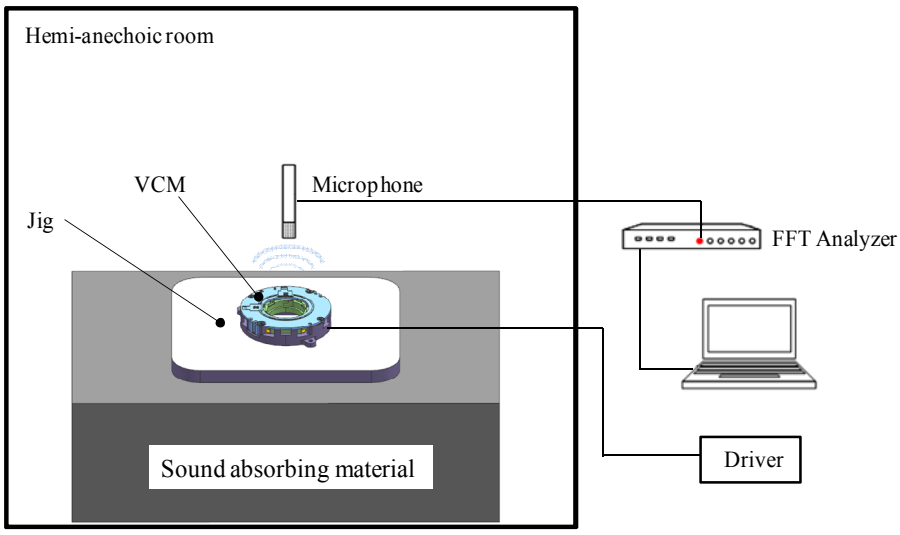


(b) Measurement system

Fig. 4.8 Vibration measurement setup.



(a) *SPL* measurement



(b) Measurement system

Fig. 4.9 Sound Pressure Level measurement setup.

4.5　解析結果と実測結果の比較検証

本節では以上まで述べた連成解析手法を用いて手ぶれ補正用 VCM の振動と音圧レベルの解析を行い，解析された結果と実測結果との比較検証を行うことで解析手法の妥当性を明らかにする．

4.5.1　振動解析結果と実測結果の比較

図 4.10 にはコイルに電圧を入力した時の手振れ補正用 VCM のカバー部における振動速度の実測結果と解析結果の比較を示す．同結果からわかるように，VCM の駆動時に 1kHz から 5kHz までの目的周波数内でカバーの振動速度は実測結果と解析結果が良好な一致を示している．また，速度のピーク値が現れる周波数も解析結果と実測結果は良好な一致を示していることから，4.3.2 節で述べた簡略化された解析モデルは実機の振動特性を良好に反映できるモデルであると考えられる．

4.5.2　音圧レベルの解析結果と実測結果の比較

図 4.11 に手振れ補正用 VCM における音圧レベルの実測結果と解析結果の比較を示す．同図の結果より，実測結果と解析結果は約 4kHz で最大 12dB の差が見られるものの，目的とする周波数領域全体に渡って非常に良く一致している．特に構造放射騒音に最も影響度が高いと予測される，音圧レベルがピークになる周波数領域における結果は両者が定性的，定量的に合致してしることがわかる．以上のことから本研究で提案した手振れ補正用 VCM の磁界・構造・音響の連成解析手法の有効性が検証された．

上記のカバー部の振動速度の測定結果と音圧レベルの測定結果を比較すると手振れ補正用 VCM から発生する騒音のピーク周波数領域はカバー部の振動と多くの相関関係があると考えられる．本研究の連成解析には VCM の電磁力に起因する振動のみを騒音発生源として考慮したが，目的周波数内で発生する VCM の振動と音圧の解析結果と実測結果の比較から，VCM の主な騒音の原因は空気伝搬騒音(Air Borne Noise)或いは透過性騒音よりは電磁力に起因する構造振動による構造放射騒音であることが確認できる．

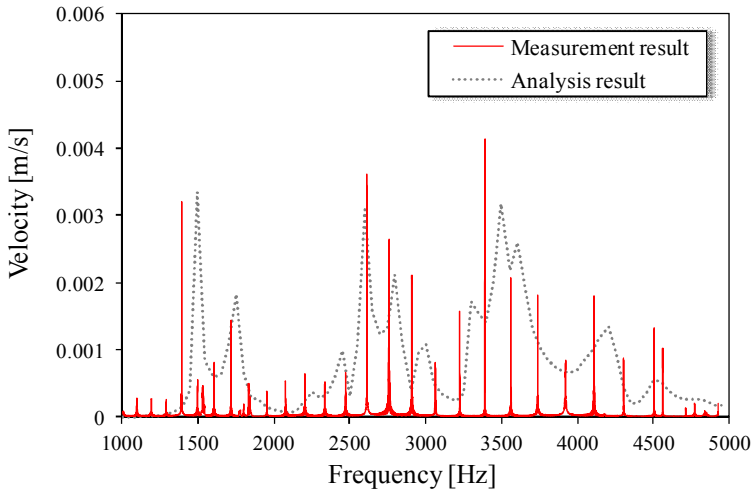


Fig. 4.10 Comparison between analysis and experiment result of cover vibration.

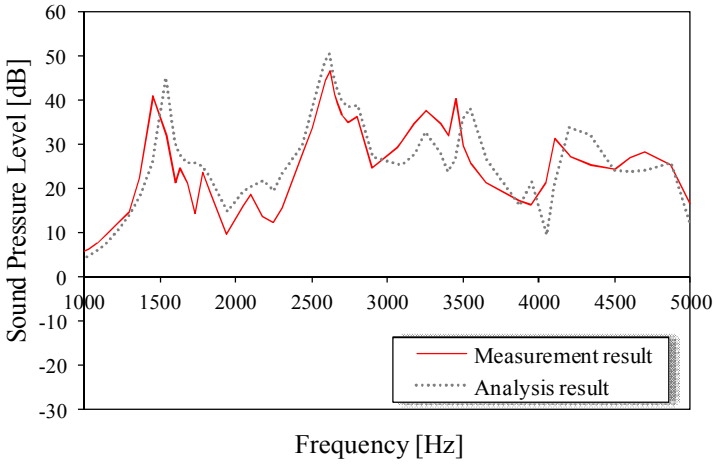


Fig. 4.11 Comparison between analysis and experiment result of sound pressure level

4.6　構造放射騒音の分析および改善設計

本節では連成解析手法と実測結果を基に，手振れ補正用 VCM の構造放射騒音の低減のため，主な音圧レベルのピークが生じた周波数で VCM のカバー部の振動モードと音圧放射挙動を分析する．また，VCM の構造放射騒音低減のために提案した連成解析手法を用いてカバー部の振動による音響放射挙動を考慮した改善設計の例を示し，試作した改善モデルを用いて実測結果と解析結果の比較検証を行うことで改善案の妥当性を明らかにする．

4.6.1　構造放射騒音の分析

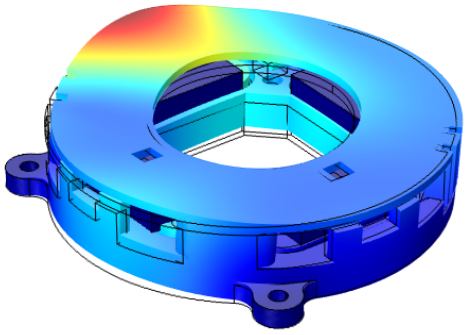
上記の振動と音圧レベルの実測結果と解析結果から目的周波数領域内での手振れ補正用 VCM の主な騒音の原因はカバー部の振動であることがわかった．これらの結果を基に手振れ補正用 VCM の 1-5kHz での構造放射騒音の分析を行う．図 4.11 からわかるように解析対象である手振れ補正用 VCM は約 1.5 kHz，2.6kHz，3.5kHz の領域で音圧レベルのピークが現れた．

まず，1.5 kHz 付近では図 4.12 のような振動モードと音響放射挙動が確認された．このような振動はコイルの加振力によるベース部の振動がカバーまで伝達され，ベース部とカバーの締結位置から比較的に遠く離れている，振動の自由度が高い位置で発生する振動モードである．

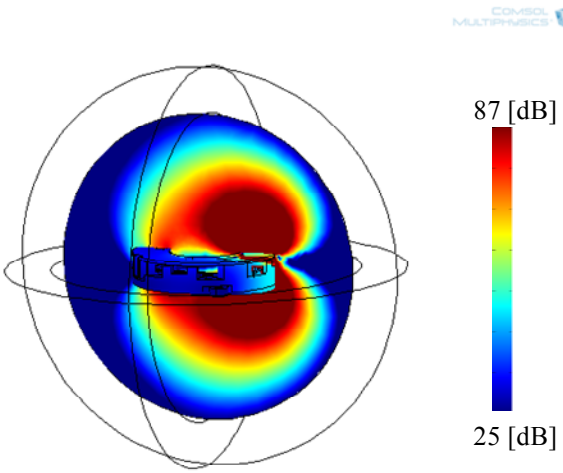
次に，約 2.6kHz の周波数領域では図 4.10 のカバー部の振動速度が最大でないことにも関わらず音圧レベルの実測結果と解析結果両方とも音圧レベルが最高値であった．その理由は，図 4.13 に示すように約 2.6kHz でのカバー部の振動モードはカバー部の全面がコーン型のスピーカのように振動する，受音点を基準として音響放射効率が最も良い振動モードであることに原因があると考えられる．

また，約 3.5kHz 領域では図 4.10 のカバーの測定と解析結果から確認できるように振動速度が最も高いが, 図 4.11 の音圧レベルの測定結果と解析結果からその音圧レベルは 1.5 kHz, 2.6kHz 領域より低い結果が得られた．約 3.5kHz 領域では図 4.14 に示すようにカバー部の中心を基準として左右側が各々類似な振幅を持ち，お互いに反対位相で振動するモードであることがわかる．このような振動モードは音響学的に Hydrodynamic Short Circuit の原理[7]より，たとえその振動が大きくても音響放射効率は低い振動モードである．すなわち，約 3.5kHz 領域で振動が最も大きいことにも関わらず音圧レベルが他の音圧ピークを表す周波数領域と比べて低い理由は，図 4.15 に示すように右側に強く振動する振動モードによって生じた音波が左側の振動により放射された音波によって相殺される振動モードであるためである．このような振動モードによる騒音は左側あるいは右側に振動を抑えるための締結位置を設定すると振動制御の側面では利得であるが，騒音制御の側面では音圧がより効率的に放射されるようになり，騒音対策としてはほとんど効果が期待できない．このような

例からわかるように，振動制御を行うことはそのまま騒音制御までに至らないことを意味し，構造物からの音響放射が生成する音響学的な原理を考慮する必要がある．

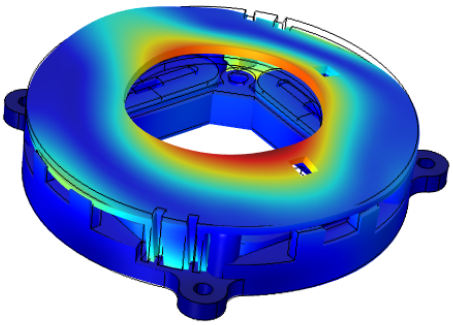


(a) Deformation shape at 1.5kHz

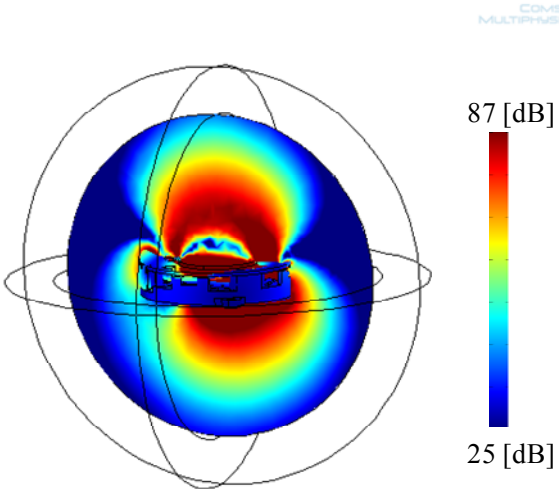


(b) Sound pressure radiation at 1.5kHz

Fig. 4.12 Deformation shape and sound pressure radiation at 1.5kHz.

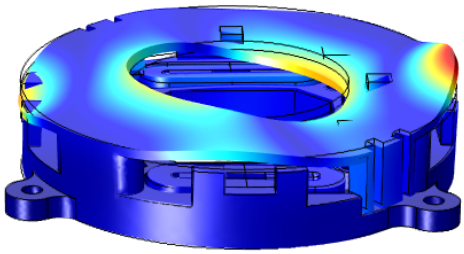


(a) Deformation shape at 2.6 kHz

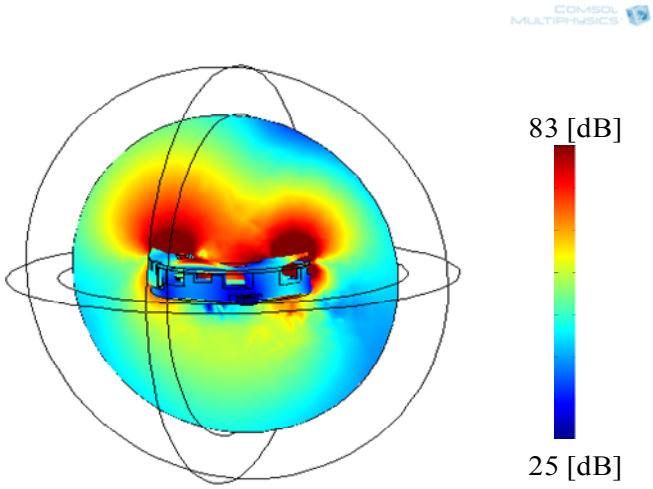


(b) Sound pressure radiation at 2.6 kHz

Fig. 4.13 Deformation shape and sound pressure radiation at 2.6 kHz.



(a) Deformation shape at 3.5kHz



(b) Sound pressure radiation at 3.5kHz

Fig. 4.14 Deformation shape and sound pressure radiation at 3.5kHz.

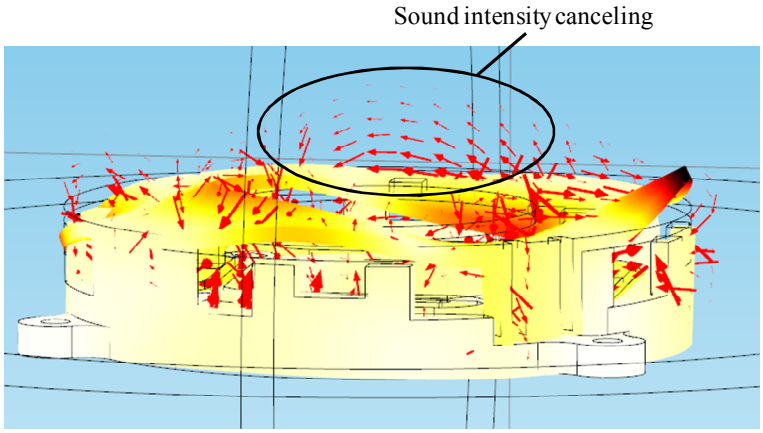


Fig. 4.15 Sound intensity canceling at 3.5kHz.

4.6.2　構造放射騒音低減のための改善設計

前述より把握された手振れ補正用 VCM の主な音響放射体であるカバー部の構造放射騒音の発生挙動から，効果的に構造放射騒音を低減する方法としては振動を低減させる方法と音響放射効率を低減させる方法が挙げられる．通常，機械構造物や電気機器の振動を低減する方法としては制振材を使った，ダンパー性を高める方法が広く用いられているが，このような振動制御手段は現物がすでに存在している際に行われる次善の策であり，製品設計の段階では制振材による騒音低減効果を予測することは困難である．また，音響放射効率の低減手法も未だに現物があることを前提とし，音響インテンシティ (Sound intensity) の測定や ODS(Operational Deflection Shape)の測定など，視覚化された実測データを基に行われている． 本研究では，振動の低減と音響放射効率を低減するために前述で提案した連成解析手法を用いて，実機製作の前に騒音低減効果を予測し改善設計に反映する．

本研究で行う構造放射騒音低減のための設計方法は手振れ補正用 VCM の主な音響放射体であるカバー部が Weak Sound Radiator になるように設計変更を行うことである． 上記で示した音圧レベルの測定結果と解析結果から音圧レベルがピークになる周波数領域での振動モードと音響放射挙動の結果から以下の図 4.16 のように，カバー部の基本構造に実機の製作性を考慮して補強構造を追加し，また各ピーク周波数で現れた振動モードを元に VCM の機能上，必要性が低いカバー部の形状を削除し設計変更を行った．このような補強構造はカバー部の厚さの変更や材質の変更などといった製品全体のサイズや量産性に影響を及ぼす方法ではなく，構造放射騒音制御を効率的に行うために部分的に構造物を補強し，構造放射騒音低減効果を極大化する方法である．

図 4.17 に改善前のモデルとカバー部に補強構造を追加した改善モデルに対する音圧レベルの解析結果を示す．同結果より，カバー部に部分的な補強構造を追加した改善モデルは改善前のモデルより音圧レベルの主なピーク周波数領域で音圧レベルの減少が見られる．最も音圧レベルが高かった約 2.6kHz 領域は，補強構造を追加することで音圧レベルのピークが約 2.8kHz と上昇し, 計算された音圧レベルは約 48.7 dB から 45.3 dB と約 5.2dB 減少した．図 4.18 に改善前のモデルと改善モデルの解析された音響インテンシティ分布図を示す．同図より，各周波数でカバー部は類似な振動モードを示すが，改善モデルは受音点に向かう音圧放射挙動が改善前のモデルより減少していることが確認される．

図 4.19 には目的周波数領域で初期モデルと改善モデルの音圧レベルの測定結果を示す．音圧レベルの測定結果から，カバー部に部分的な剛性を補強した改善モデルは初期モデルの音圧レベルのピーク値であった周波数領域での音圧レベルの減少が見られる．特に，約 2.8kHz での音圧レベルは初期モデルと比べ約 4.4dB の改善効果が測定され，本研究で提案した連成解析手法より予測された音圧レベルの減少効果と良好に一致した．また, 約 1.5kHz 領域と約 3.5kHz 領域では各々2.2dB と 2.7dB の音圧レベル減少が測定され，目的周波数内で音圧レベルのピークが現れた周波数帯域で音圧レベルの低減を達成した．

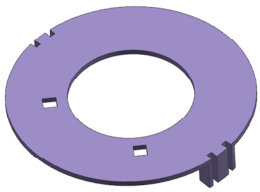
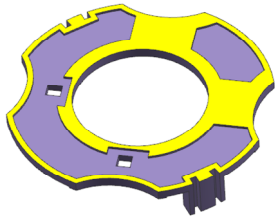
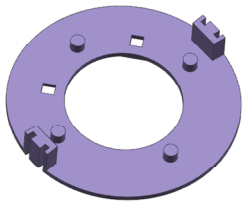
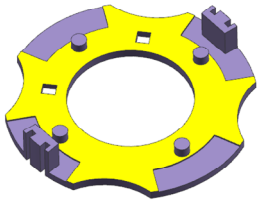
	Original cover shape	Improved cover shape
Top View		
Bottom View		

Fig. 4.16 Partial reinforcement of cover part.

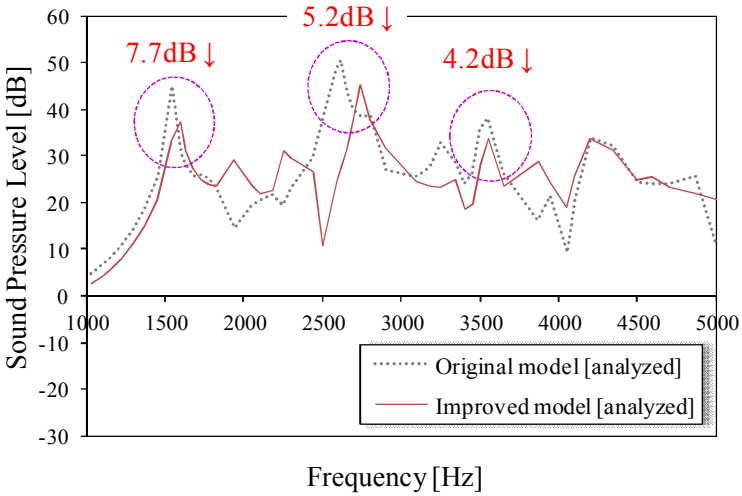


Fig. 4.17 Partial reinforcement of cover part.

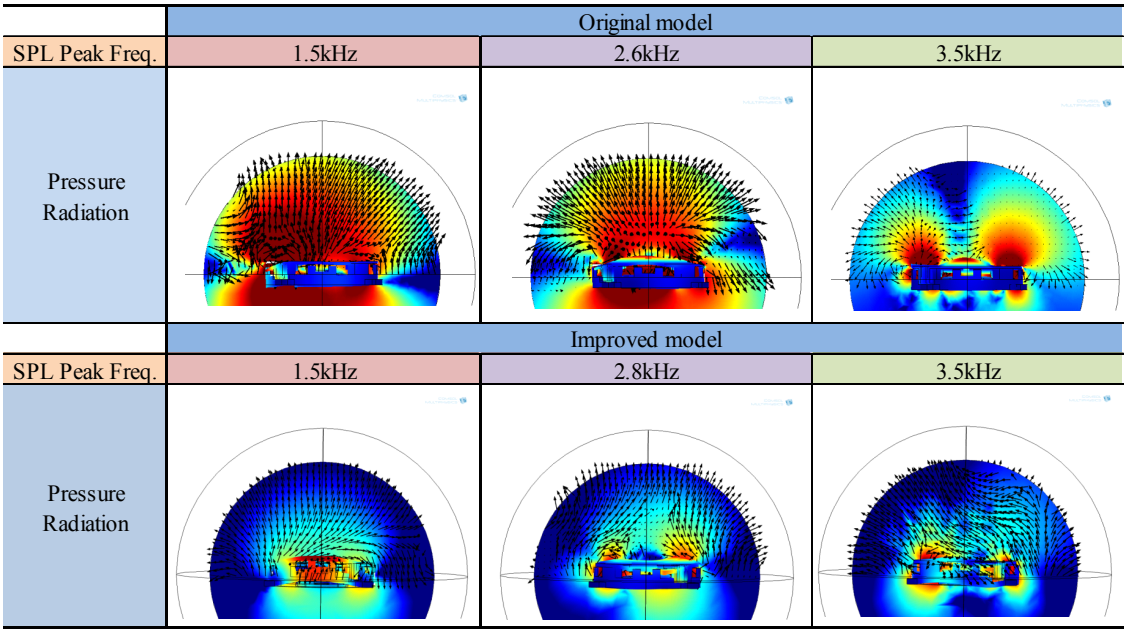


Fig. 4.18 Sound intensity radiation comparison between original model and improved model.

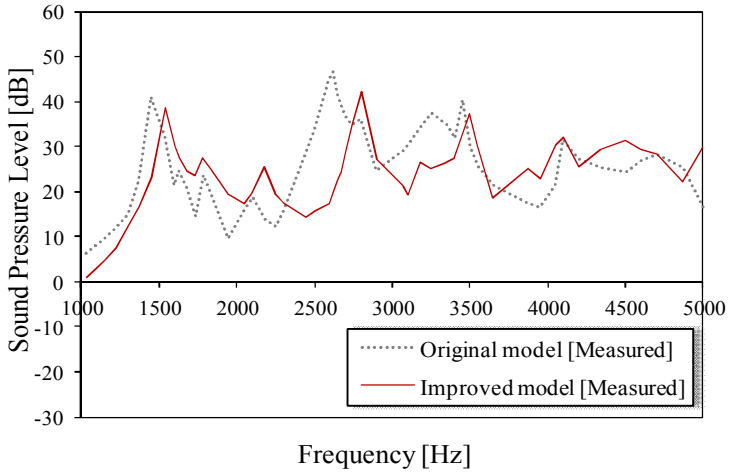


Fig. 4.19 Measured SPL comparison between original model and improved model.

4.7　結論

手振れ補正用 VCM の騒音問題は，近年デジタル撮像機器のメーカやユーザーにおいて重要な話題として浮上している．騒音問題は製品の設計レベルで事前に予測し，問題を解決することが難しいことから，騒音対策のためには開発の段階で高いコストと多くの時間を要している．

本章では，手振れ補正用 VCM において 1kHz から 5kHz の領域で電磁力が原因となって生じる振動放射騒音を把握するために，3 次元有限要素法を用いた磁界・構造・音響の連成解析手法を提案し，実測との比較検証を行うことで解析手法の有効性を検証した．また，手振れ補正用 VCM において主な振動音響放射体は VCM のカバー部であることを明らかにし，音圧レベルのピークが現れた周波数領域での振動音響放射挙動について述べた．

更に，振動騒音低減のために提案した解析手法を用いて VCM のカバー部の振動モードと音響放射挙動を考慮し，カバー部に部分的な剛性補強を行った．その結果，振動による音響放射を低減した改善モデルは初期モデルと比べ，各音圧レベルのピークが現れた周波数領域で良好な音圧レベルの低減効果が得られ，本研究で用いた解析手法は今後，VCM の低騒音化に応用できると考えられる．

参考文献

[1] Hader, O., Robbins, M., Novogrozky, Y. and Kaplan, D.: “Image Motion Restoration from a Sequence of Images”, Opt Eng., Vol. 35, pp.2898-2904, 1996.

[2] Stern, A. and Kopeika, N. S. : “General Restoration Filter for Vibrated image Restoration”, J. Opt. Soc. Am., Vol. A15, pp. 1512-1519, 1998.

[3] D. H. Yeom.: “Optical Image Stabilizer for Digital Photographing Apparatus”, IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2009.

[4] Hyung Jin Chang, Pyo Jae Kim, Dong Sung Song, and Jin Young Choi.: “Optical Image Stabilizing System using Multirate Fuzzy PID Controller for Mobile Device Camera”, IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2009.

[5] Jung-Ho Moon and Soo Yul Jung.: “Implementation of an Image Stabilization System for a Small Digital Camera”, IEEE Transactions on Consumer Electronics. 2008.

[6] M. G. Song, D. H. Son, N. C. Park, Y. P. Park, K. S. Lim.: “Design of ball bearing type OIS actuator for mobile camera module”, KSNVE, Vol. 20, No.4, pp.361-372, 2010.

[7] M. G. Song, Y. J. Hur, N. C. Park, Y. P. Park, K. S. Park, S. C. Lim, J. H. Park.: “Development of small sized actuator for optical image stabilization”, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 7, pp.152-157, 2009.
[8] L.Cremer, M. Heckle, and E. Unger. : “Structure-Borne Sound”, Second Ed., Springer-Verlag, 1998.

第 5 章

EPS 用モータの電磁振動による音圧放射特性

5.1　緒言

近年，自動車産業において各国の燃費規制が強化されており，環境にやさしい自動車への要求が高まっている中，ハイブリッド自動車(Hybrid Vehicle)や電気自動車(Electric Vehicle) 等が注目を集めている．このような趨勢に伴い，従来の内燃機関車で主に使用されていた油圧式の操向装置や冷却装置，制動装置などが電動式に転換されている．特に，電動操向(EPS: Electric Power Steering) システムは電気エネルギーでモータを回転させ自動車の操向力をアシストする方式であり，従来の油圧式操向システムを代替する代表的な部品である．EPS システムは従来の油圧式操向システムに比べ低燃費，軽量化といった環境にやさしい特徴と構造的単純化，搭載の容易性などといった設計上の利点を持っている[1].

現在, 自動車に適用されている EPS システムは図 5.1 に示すようにハンドルのコラム部にモータが取り付けられギアに駆動トルクを伝達するコラムアシスト型(Column Assist Type)とラックにモータが取り付けられたラックアシスト型(Rack Assist Type)がある．コラムアシスト型は構造が相対的に単純であるが，剛性が低いため出力の小さい小型車に向いている．また，ラックアシスト型はコラムアシスト型と比べ剛性が高く，出力の増大が容易であることから主に大型車に搭載される．

一方，EPS システムは従来の油圧式操向システムでは発生しなかった EPS システム固有の騒音が発生し，その固有の騒音とは運転者がステアリングを回転させる時にモータから生じる騒音である．また，モータの取り付け位置によっては車内への騒音影響度が異なり，特にモータがコラム部に取り付けられるコラムアシスト型の場合は車内にモータが配置されるため，より騒音へ与える影響は高くなる．そのため，EPS システムを構成する部品の中で最も核心的な部品であるモータから発生する騒音を低減するために，様々な研究が行われており[2-4]，多くのメーカにおいても低騒音化に注力している．

一般的に EPS システムのモータから発生する主な騒音は運転者が操向のためにステアリングを回転させる時に生じる高周波性の騒音であり，特に駐停車の急操舵時に運転者はより大きく騒音を感じられる[5]．このような EPS システムのモータから発生する騒音の原因の一つとして，永久磁石と電磁石に起因する電磁加振力によってステータが振動する電磁振動が挙げられる[6-8].

本章では EPS 用モータから発生する騒音原の中で，特に急操舵時に運転者がより感性的に感じる高周波領域で生じる，モータの電磁力による振動騒音特性を予測するために 3 次元有限要素法を用いた解析モデルを構築し，主な振動騒音源を明らかにする．



(a) Column-type (b) Rack-type

Fig.5.1 Types of EPS system.

5.2 加振力の定義

前述したように EPS モータの主な騒音の原因は電磁気的な加振力であり，その加振力の周波数成分とモータの構造的な固有周波数が一致すると共振を引き起こし，振動と騒音は増大する．このようなモータの電磁気的な加振力は図 5.2 に示すように大きく Global Force と Local Force に分けて考えられる．Global Force とは振動するトルク(Oscillatory Torque)のことであり，モータの駆動時に形成される不均一なトルクがモータ本体とモータが装着されたシステム全体を加振する力である．Global Force にはコギングトルク(Cogging Torque)とトルクリップル(Torque Ripple)がある．一方，Local Force とはモータの回転運動を可能とする根本的な力であり，回転子と固定子の間で生じる局部的な吸引･反発力である．また，Local Force は直接的に固定子を振動させる加振力であるため，モータの騒音を引き起こす最も主な電磁気的な加振力である．この Local Force には電磁力の方向によってモータの径方向の力(Radial Force)と内周方向の力(Rotational Force)がある．

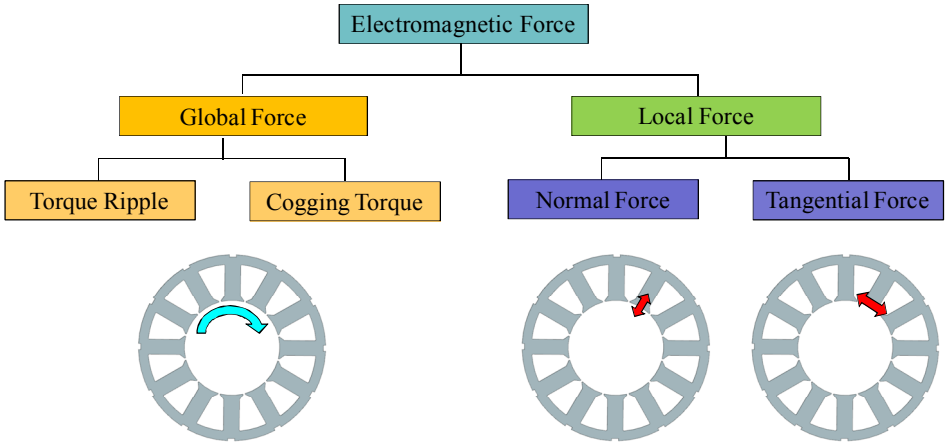


Fig.5.2 Outline of motor noise sources induced by electromagnetic forces.

モータの電磁気的な加振力の大きさは Permeance と起磁力(magnetomotive force)によって左右され，その基本周波数成分はモータを構成する永久磁石の Pole 数と固定子の Slot 数の組み合わせによって決まる．通常，このようなモータの電磁気的な加振力の基本周波数は以下の式(5.1)-(5.3)ようになる．

$$f_{cogging} = lcm(p,s)X \tag{5.1}$$

$$f_{torque} = 3pX \tag{5.2}$$

$$f_{local} = pX \tag{5.3}$$

ここで，$f_{cogging}$ はコギングトルク，f_{torque} はトルクリップル，f_{local} は Local Force，p は極数，s はスロット数，X は回転周波数，lcm は最小公倍数である．

5.3 研究対象モータ

本研究で研究対象とする EPS 用モータは図 5.3 に示す 8 極 12 スロット(8P12S)のモータである．コイルの結線図および主な仕様をそれぞれ図 5.4 および表 5.1 に示す．全てのコイルは同じ方向に集中巻をしており，永久磁石には NdFeB 系の希土類磁石(NMX-39EH，B_r = 1.24 T)，ロータおよびステータには積層鋼板(50JN470)を用いた．

図 5.5 にはモータの概観図とモータを構成する各部品名を示す．

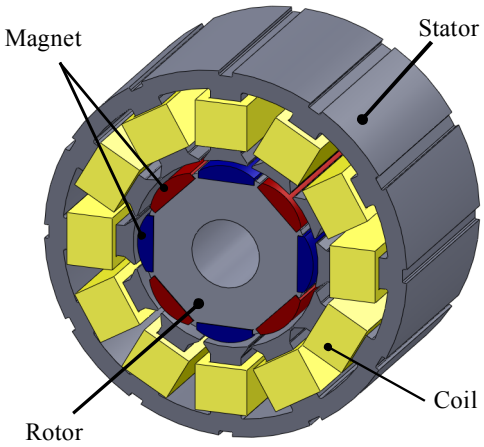


Fig.5.3 8P12S EPS motor.

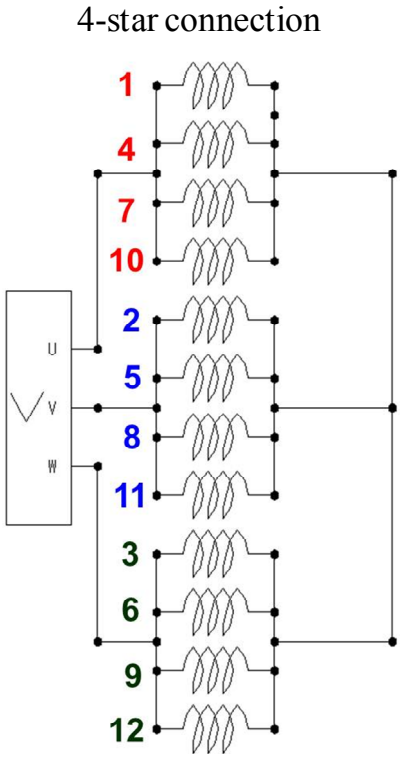


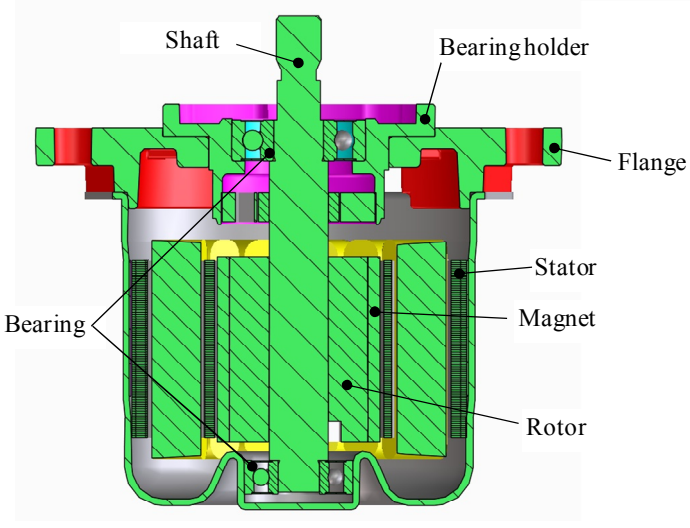
Fig.5.4 Wire configuration of 8P12S EPS motor.

Table.5.1 Specification of EPS motor.

Outer radius of rotor (mm)	38.8
Inner radius of stator (mm)	40.8
Outer radius of stator (mm)	80.0
Thickness of teth (mm)	6.75
Thickness of yoke (mm)	4.0
Height of rotor (mm)	42.5
Height of stator (mm)	42.5
Air gap (mm)	1.0
Slot open (mm)	1.0
Number of coil turns	22
Resistance of coil (mΩ)	104



(a) Exterior of 8P12S motor



(b) Coss section view of 8P12S motor

Fig.5.5 Exterior and cross section view of the EPS motor.

5.4　騒音源分析および目的周波数の選定

モータから発生する騒音は前述したように主にモータの電磁気的な特性に起因する騒音とモータの共振周波数，支持構造などといった構造的な特性から発生する騒音に分けられる．しかし，図 5.6 に示すようにモータの騒音は構造的な原因から発生する騒音と電磁気的な原因から発生する騒音が合成されて現れる．電磁気的な原因から発生する騒音の特性は加振力がモータの回転角によって変化するのでモータの駆動速度に比例して騒音の周波数特性が変化する特徴を持っており，構造的な原因から発生する騒音はモータの駆動速度によって音圧値は変化するが，音圧の周波数特性は変化せず一定の周波数領域で発生する特徴を持っている[9]．そのため，低速から高速まで運転領域が変化する EPS 用の研究対象モータの騒音特性を分析するために，モータの駆動回転数に対するモータの振動と音圧測定を行った．

図 5.7 にモータの振動と音圧測定のための測定条件と測定システムを示す．測定は無響室内で Jig に固定されたモータの側面と底面に加速度ピックアップを取り付け，モータの回転数に伴う振動を測定した．この際，モータから発生する音圧はモータの側面と底面の 2 箇所から 10cm 離れているところを受音点とし，1/2-inch マイク(B&K 2671)を用いて測定を行った．また，モータの駆動条件は相電流を 60A に設定し，モータの回転数は停止状態から 2500rpm まで回転させた．

図 5.8 と図 5.9 にモータの駆動回転数の変化に伴う測定された振動と音圧の様子を示す．この図から確認できるように，モータの駆動回転数の変化に伴い振動と音圧の大きさと周波数が変化する成分と，モータの駆動回転数に関係なく一定の周波数領域で大きな振動と音圧が現れる成分に分けられる．

まず，振動と音圧の周波数がモータの駆動回転数の増加と共に変化する成分はモータの駆動回転周波数を X とした場合，主に $8X$ を基本次数とする倍数成分次数で騒音が発生している．従って，本研究対象モータから生じる振動と音圧特性は Local Force 成分と深く関係していると考えられる．また，モータの駆動回転数に関係なく，一定の周波数領域で現れる振動と騒音は構造的な共振が原因であると考えられ，これらの電磁気的な原因から発生する加振力の周波数成分と構造的な共振が現れる周波数領域が一致すると，より大きな振動と騒音が生じると考えられる．

本研究では EPS 用の 8 P12 S モータの振動と騒音の主な原因である Local Force 成分を着目し，本モータにおいて最も振動と音圧が大きく現れた約 1kHz から 4kHz 領域までを目的周波数として研究を行う．

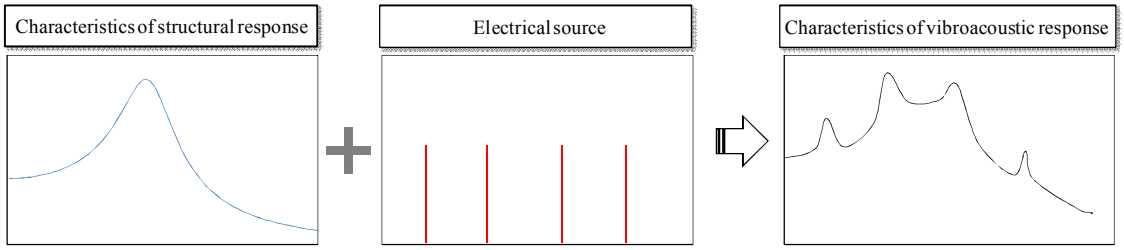
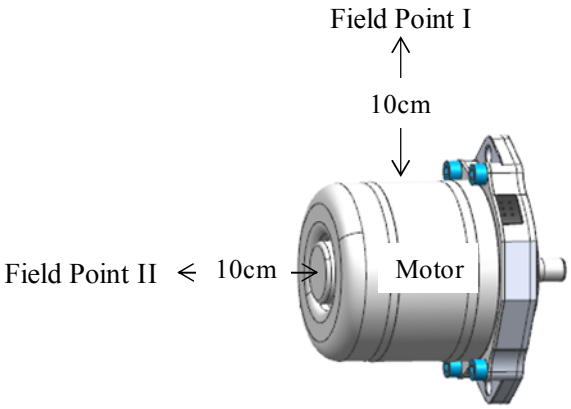
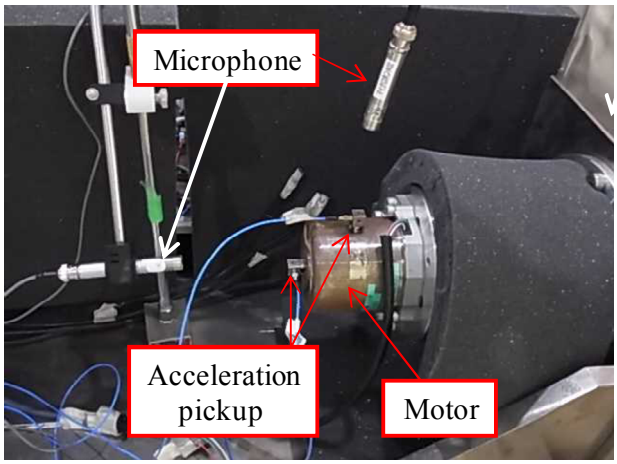


Fig.5.6 Outline of motor noise decoupling.

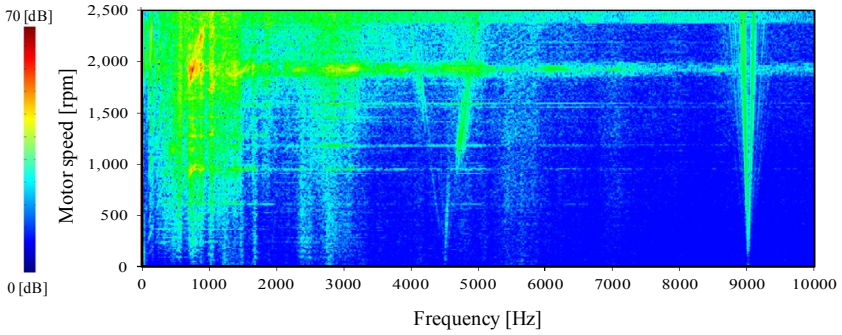


(a) Field points for sound pressure level measurement

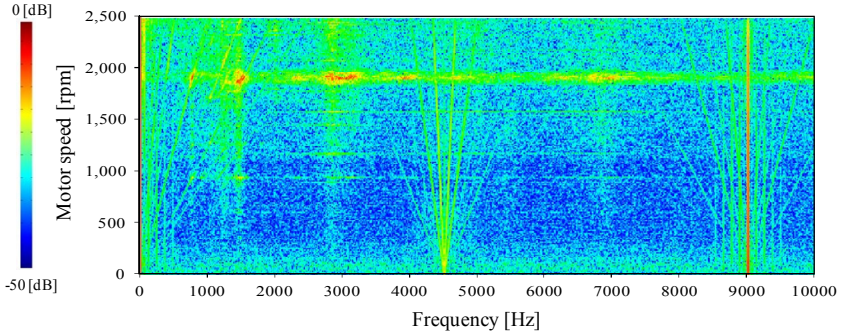


(b) Measurement of vibration and sound pressure level

Fig.5.7 Measurement setup.

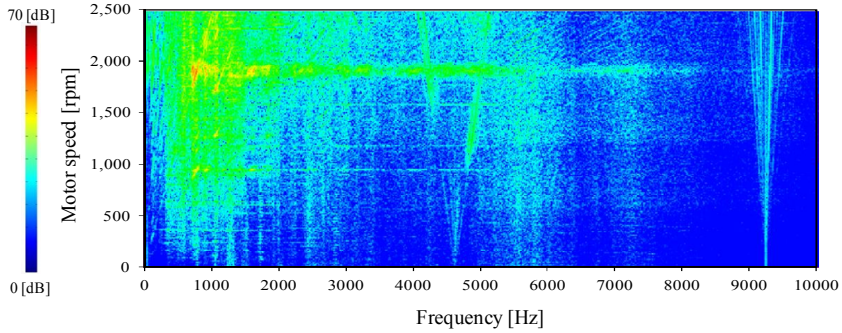


(a) Sound pressure level

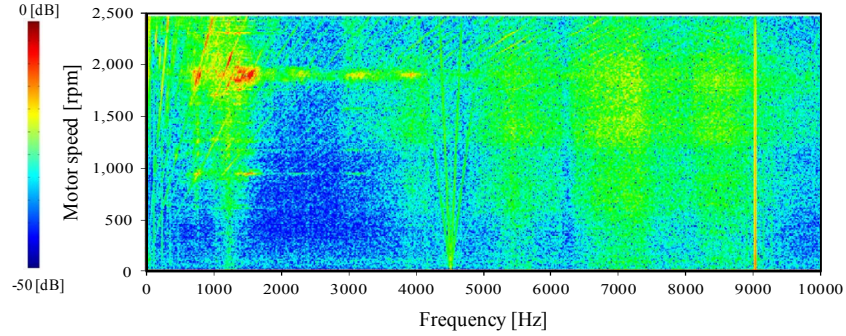


(b)Vibration

Fig.5.8 Measurement results of SPL and vibration at field point I.



(a) Sound pressure level



(b) Vibration

Fig.5.9 Measurement results of SPL and vibration at field point II.

5.5　EPS 用モータの連成解析

本研究では EPS 用 8P12S モータの電磁力によるモータの振動と騒音特性を明らかにするための数値解析モデルの構築および目的周波数帯域で生じる騒音の原因を解明する．そのために，以下の図 5.10 のように 3 次元有限要素法を用いた電磁気・構造・音圧解析を行い，実測との比較検証を行うことで解析モデルの妥当性を検証する．その後，モータの主な騒音源を明らかにする．

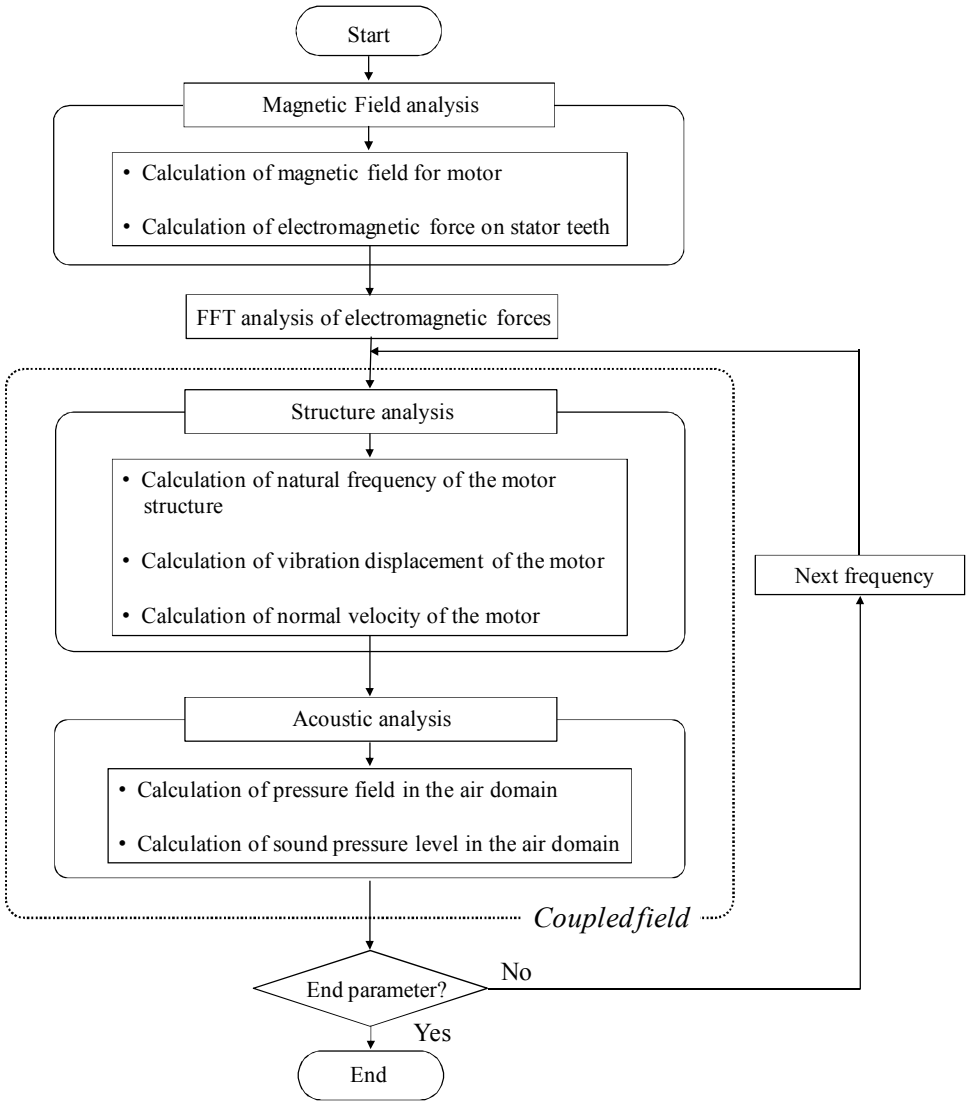


Fig.5.10　Modeling procedure in this study.

5.6　電磁力解析

5.6.1　節点力法を用いた電磁力の計算

前述したように解析対象モータの主な騒音源は Local Force といった 電磁気的な加振力による電磁振動である．本解析ではモータの Local Force を求めるために，電磁力の計算方法の一つである節点力法を用いた．節点力法とは, 磁性体内部の各節点に働く力 f_1, f_2, ・・・, f_n の和を求めることにより，磁性体全体に働く力を計算する手法である．節点力法を用いると マクスウェルの応力法のように閉曲面の選び方に注意を払う必要がなく，磁性体内部の電磁力を求めることができる．

まず，マクスウェルの応力テンソルを式(5.4)のようにおく．

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} B_x^2-B_y^2-B_z^2 & 2B_xB_y & 2B_xB_z \\ 2B_yB_x & B_y^2-B_z^2-B_x^2 & 2B_yB_z \\ 2B_zB_x & 2B_zB_y & B_z^2-B_x^2-B_y^2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{bmatrix} \tag{5.4}$$

ここで, 四面体要素の場合, 節点 i にかかる電磁力の総和を求める. 四面体節点要素の場合, 補間関数 N_i は式(5.5)で与えられるので，電磁力の総和は，式(5.6)，式(5.7)，式(5.8)で表される．

$$N_i=\frac{1}{6V}\left(b_i+c_ix+d_iy+e_iz\right) \tag{5.5}$$

$$f_{xi}=-\frac{1}{6V}\iiint_V\left(T_{xx}c_i+T_{xy}d_i+T_{xz}e_i\right)\mathrm{d}V=-\frac{1}{6}\sum_{V_i}\left(T_{xx}c_i+T_{xy}d_i+T_{xz}e_i\right) \tag{5.6}$$

$$f_{yi}=-\frac{1}{6}\sum_{V_i}\left(T_{yx}c_i+T_{yy}d_i+T_{yz}e_i\right) \tag{5.7}$$

$$f_{zi}=-\frac{1}{6}\sum_{V_i}\left(T_{zx}c_i+T_{zy}d_i+T_{zz}e_i\right) \tag{5.8}$$

ここで，式(5.6)，式(5.7)，式(5.8)の V_i は，節点 i を含む要素の総和である．また，トルクは式(5.9)で求めることができる．

$$T=\sum_i^n r_i\boldsymbol{t}_i\cdot\boldsymbol{f}_i \tag{5.9}$$

ここで，r_i は回転軸から節点 i までの距離，$\boldsymbol{t}_i$ は単位接線ベクトルを表す．

5.6.2　解析モデルおよび解析条件

本研究の 8P12S モータは，1200rpm にて相電流振幅が 60A で，定格点として設計されている．そこで，本研究ではモータの回転速度 1600rpm にて，振幅 30A の正弦波電流を入力して電磁場解析を行い，モータのティースにおける電磁加振力の Local Force の計算を行った．3 次元有限要素法を用いた電磁力の解析では本研究対象モータの周方向および軸方向の対称性から，1/8 モデルとして解析を行った．図 5.11 にモータの電磁力を求めるための解析モデルの空気領域を除いた要素分割図を示す．また，本解析の解析諸元は表 5.2 に示す．

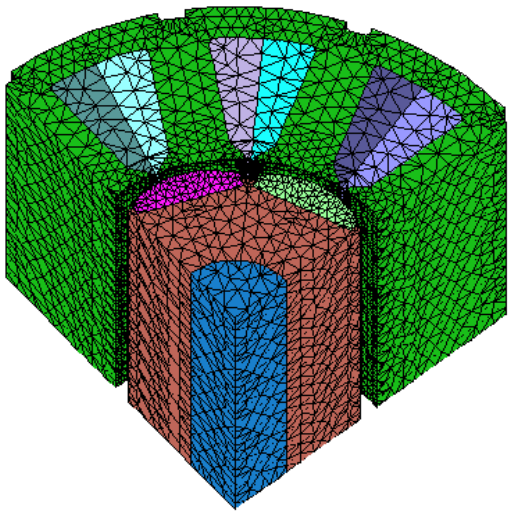


Fig.5.11 FEM analysis model of 8P12S EPS motor for electromagnetic forces calculation.

Table.5.2　Discretization data for electromagnetic forces calculation.

Number of elements	227,592
Number of nodes	61,491
Total CPU time (min.)	113

Solved on: Intel(R) Core (TM) 2 Quad (2.5 GHz), 12Gbyte memory

5.6.3　電磁力の解析結果

図 5.12 にモータの電磁力解析から求められたモータのステータにおける径方向および内周方向の電磁加振力を参照した面を示す．ステータの参照面から得られた径方向および内周方向の電磁力の 1 周期分の解析結果を図 5.13 に示し，FFT によるスペクトル分析結果を図 5.14 に示す．

図 5.14 から確認できるように本研究対象モータの電磁加振力の周波数成分はモータの駆動回転数 1600rpm において前述の式(5.3)で示したように，駆動回転周波数である約 26.6Hz の 8 倍(Pole 数)を基本次数(約 213Hz)とする倍調波成分で構成されている．

また，モータの電磁加振力は 9 次(約 960Hz)までは径方向の電磁力が支配的であるが，本研究の目的周波数内である 10 次(約 1066Hz)以上の周波数領域では内周方向の電磁力が径方向より大きいことが確認された．

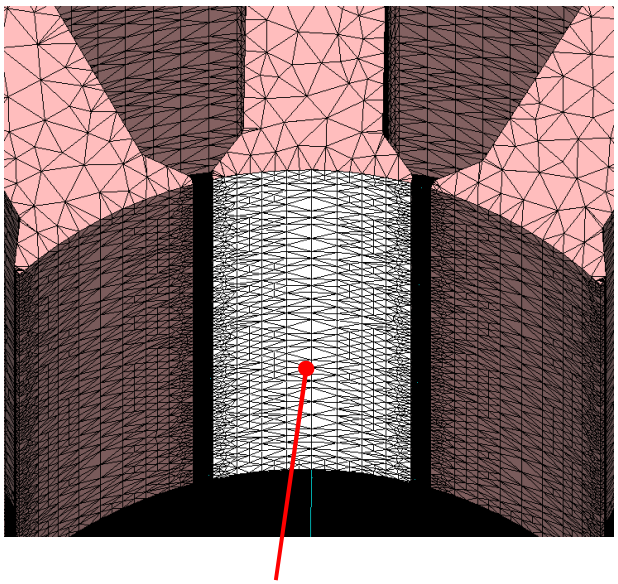
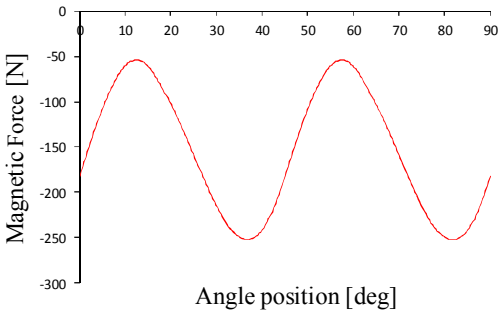
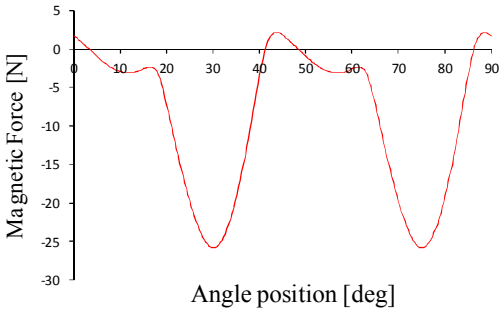


Fig.5.12 Electromagnetic forces reference boundary.

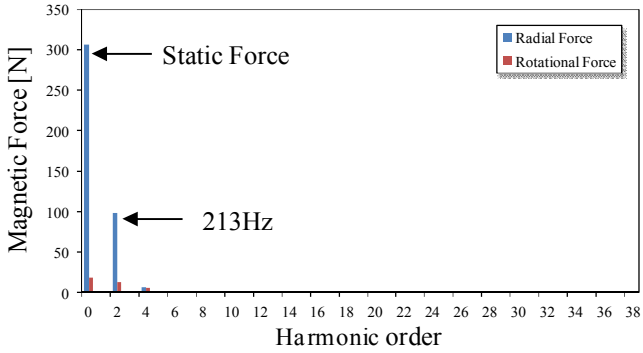


(a) Radial force

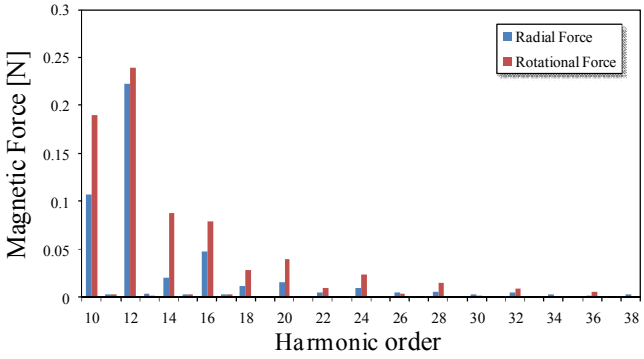


(b) Rotational force

Fig.5.13 Analyzed results of electromagnetic forces of 8P12S motor.



(a) from 0 to 38th



(b) from 10th to 38th

Fig.5.14 Spectrum analysis Electromagnetic forces.

5.7　固有振動数解析と実測の比較検証

前述したように，モータの電磁気的な原因から発生する加振力の周波数成分と構造的な共振が現れる周波数領域が一致すると，より大きな振動と騒音が生じると予想される．そのために，共振が発生する可能性が高い周波数を調べるためにモーダル解析を行い，固有振動数を測定結果との比較検証により解析モデルを構築する．

5.7.1　ステータ単体の固有振動数測定[10]

まず，モータの電磁加振力が直接的に働くステータの固有振動数の測定を行った．測定環境を図 5.15 に示す．ステータを防振スポンジ上に載せ，インパルスハンマにて衝撃を与える．その際，加速度ピックアップを用いて振動加速度を計測し，FFT 処理を行うことで周波数領域に分解する．

図 5.16 にはステータの固有振動数の測定結果を示す．同図から確認できるように，ステータは約 1kHz，2.6kHz および 4.4kHz で固有振動モードが現れた．

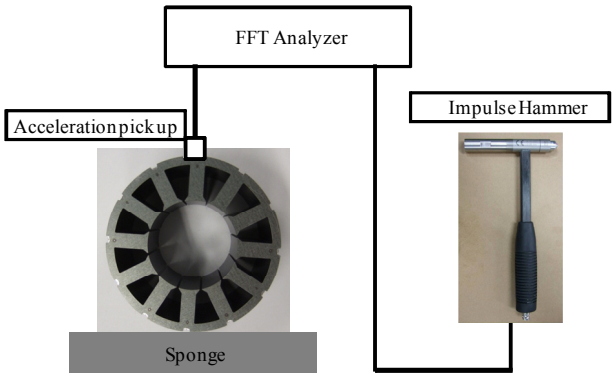


Fig.5.15 Natural frequency measurement setup of stator.

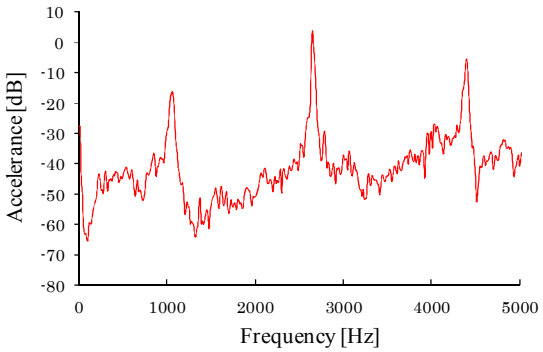


Fig.5.16 Natural frequency measurement result of stator.

5.7.2　ステータ単体の固有振動数解析[10]

ステータの固有振動数を求めるために 3 次元有限要素法を用いてモーダル解析を行った．実機のステータを構成する積層鋼(50JN470)の材料特性は，電磁鋼板を積層し，YAG レーザ溶接を行うことで形成されおり本来は異方性の特長を有するが，本解析モデルではバルク体の等方性材料として扱っている．電磁鋼板の面内方向の剛性には YAG レーザ溶接部の特性が影響し，積層方向の剛性には，電磁鋼板の絶縁被膜が影響しているため，これらによるヤング率の減少を考慮する必要がある．

そこで本研究では，50JN470 のバルク状態におけるヤング率は 214GPa であるが，本解析においては実機のステータの剛性をモデリングするために，ステータの第 1 次固有振動数が 固有振動数の測定結果と解析結果がほぼ一致するようなヤング率を解析のパラメータとして検討を行った．また，ステータのヤング率以外のポアソン比(0.3)と密度(7700 kg/m^3)は通常の値を用いた．

本解析の解析モデルの要素分割図を図 5.17 に示し，解析諸元を表 5.3 に示す．

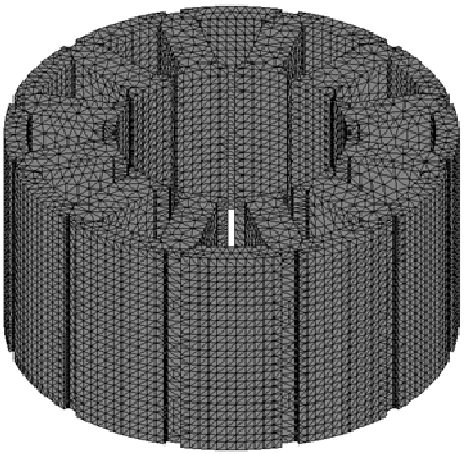


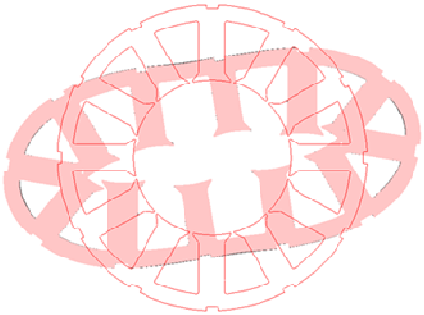
Fig.5.17 Analysis model and mesh for modal analysis of stator.

Table.5.3　Discretization data for modal analysis of stator.

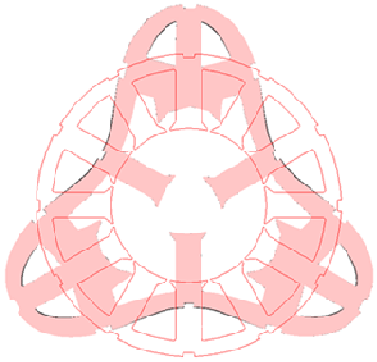
Number of elements	83,346
Number of nodes	25,054
CPU time (hour)	1

Solved on：Intel® Core™2 Quad CPU Q8300 2.50GHz、12GB RAM

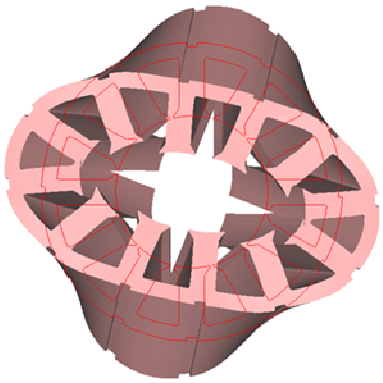
実機の第 1 次固有振動数とほぼ一致するようなステータのヤング率を固有振動数解析を行うことで検討した結果，ヤング率が 104GPa の条件でステータの固有振動数が 1062Hz, 2678Hz, 2805Hz, 4409Hz であり，実測とよく一致するような結果が得られた．また，1062Hz では楕円モード, 2678Hz では三角形モード, 2805Hz では楕円の軸方向逆位相モード, 4409Hz では四角形モードが得られた．これらの固有振動数のうち，2805Hz のみは軸方向の変形であり，それ以外は電磁鋼板の面内方向の変形である．図 5.18 にステータ単体での固有振動数解析により求めた固有振動数および固有振動モードを示す．



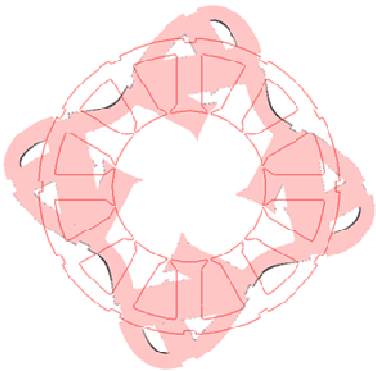
(a) 1062Hz



(b) 2678Hz



(c) 2805Hz



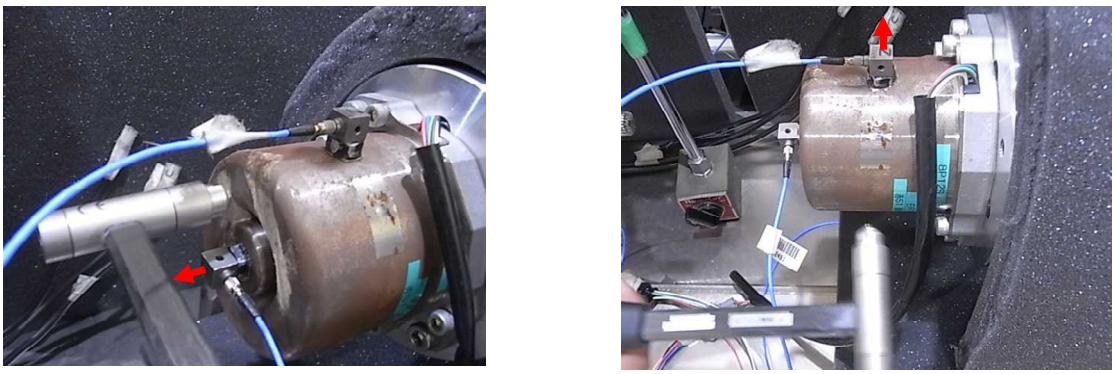
(d) 4409Hz

Fig.5.18 Characteristics of vibration mode of the stator.

5.7.3　モータの固有振動数測定

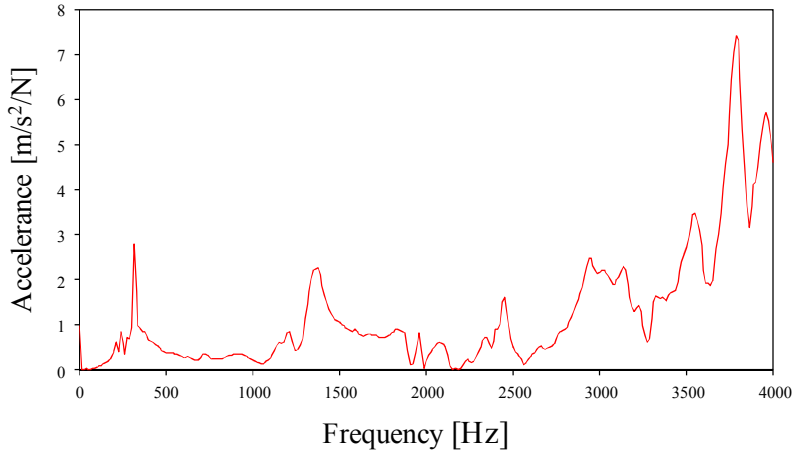
前節のステータ単体の固有振動数の測定結果では約 1kHz，2.6kHz および 4.4kHz で固有振動モードが現れた．しかし，実機のモータはステータとモータのケースが圧入された状態であり，モータの固定方法としてはフランジの 2 箇所をボルト締結している．そのため，ステータがモータとして組み立てられた状態では拘束条件の変化とモータを構成する部品によって固有振動数の変化が予想される．従って，図 5.19 に示すように，モータの組立状態での固有振動数を調べるために，モータの固有振動数の測定を行った．測定はモータが固定された状態で，モータの側面と後面をインパルスハンマを用いて衝撃を与え，各方向の振動応答を測定した．

図 5.20 にモータの側面と後面方向にハンマリングした時の各々の固有振動数の測定結果を示す．同図から確認できるように，モータの側面方向にハンマリングした場合の固有振動数はステータ単体の測定結果と比較して，目的周波数内で生じる固有振動数の周波数が異なり，多くの固有振動モードが現れた．また，モータの後面方向にハンマリングした場合は約 3.3 kHz で特徴的な固有振動数が測定された．

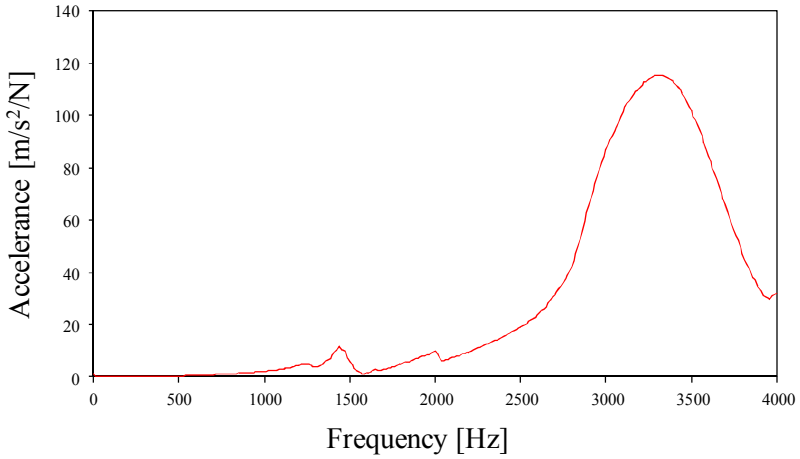


(a) Side direction hammering　　(b) Rear direction hammering

Fig.5.19 Natural frequency measurement setup of motor.



(a) Side direction natural frequency measurement result



(b) Rear direction natural frequency measurement result

Fig.5.20 Natural frequency measurement results of motor.

5.7.4　モータの固有振動数解析

モータの固有振動数を求めるために 3 次元有限要素法を用いてモーダル解析を行った．解析モデルは図 5.21 に示すようにモータのロータおよびベアリングを除いたモデルである．本来，モータのロータとベアリングは偏心によるモータ回転時に質量バランスの不均一やエアギャップの変化を起こし，振動と騒音を引き起こす主な部品でもある．しかし，本研究ではモータの製作上の誤差や欠陥などにより生じる振動と騒音の影響は考慮せず，電磁加振力によるモータの振動と騒音関係を明らかにするために，これらの部品を除いて解析モデルを作成した．

解析に用いたモータ各部品の材料特性は前節から得られたステータのヤング率を用い，ステータ以外のモータの構成部品の材料特性は通常の値を用いた．解析に用いたモータの各部品における材料特性を表 5.4 に示し，解析諸元を表 5.5 に示す．

固有振動数解析において解析モデルの拘束条件は解析結果に大きく影響を与える．実機のモータの拘束条件としては上記でも述べたように，モータのフランジ部の 2 箇所がボルト締結されている．このような拘束条件と同様な条件を解析モデル上に再現するために，本解析では解析モデルの拘束条件を以下の図 5.22 に示すように 4 つの条件で解析を行った．

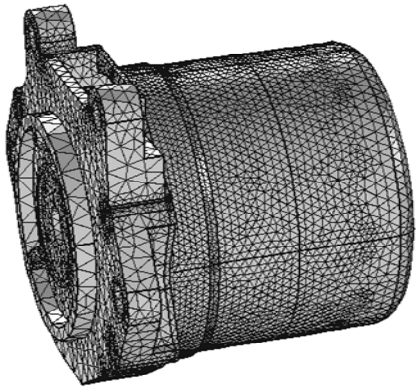


Fig.5.21 Modal analysis model of 8P12S motor.

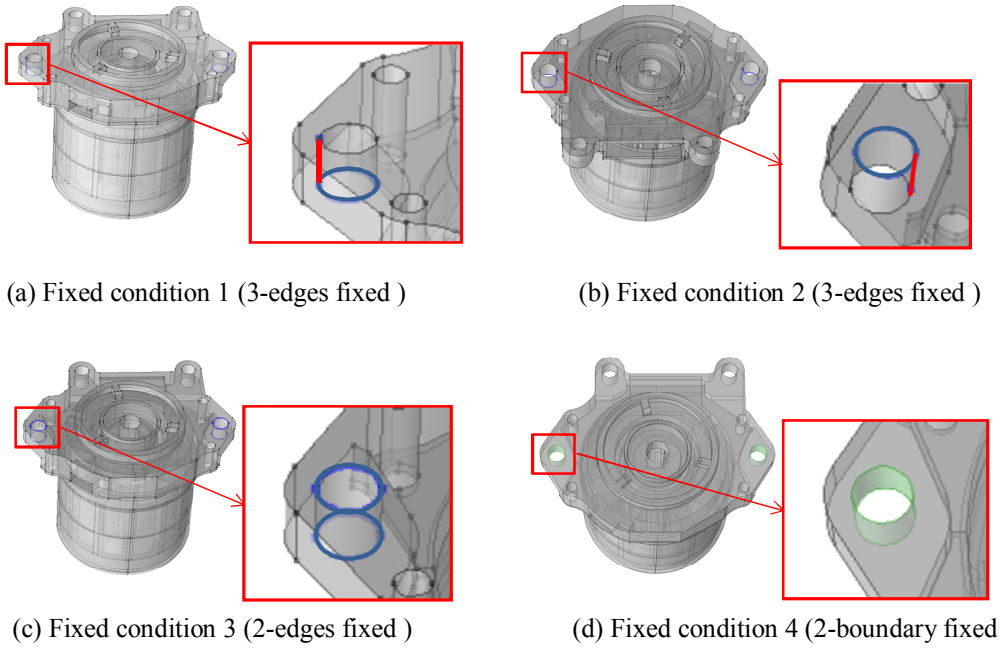
Table.5.4　Material properties for Modal analysis of 8P12Smotor

Part	Material	Young's Modulus [GPa]	Poisson's ratio	Density [kg/m^3]
Flange	ADC12	71	0.3	2700
Bearing Holder	ADC12	71	0.3	2700
Case	SECD-20/20	210	0.3	7850
Stator	50NJ470	104	0.3	7700
Bearing	Aluminum	71	0.3	5000

Table.5.5　Discretization data for modal analysis of 8P12S motor.

Number of elements	103,299
Number of degrees of freedom	527,928
Total CPU time (min.)	2

Solved on: Intel(R) Xeon (3.6 GHz), 8 cores, 48Gbyte memory.



(a) Fixed condition 1 (3-edges fixed)　(b) Fixed condition 2 (3-edges fixed)

(c) Fixed condition 3 (2-edges fixed)　(d) Fixed condition 4 (2-boundary fixed)

Fig.5.22 Constraint condition for modal analysis.

各々の拘束条件はボルトの同軸度，真円度により生じるフランジ部のボルト穴の内部面とボルトの軸部と接する条件を考慮し作成した．まず，拘束条件 1 と 2 はフランジ部のボルト穴とボルト頭部が接する線上(青線)およびボルトの軸部がボルト穴の内部面と一列の線(赤線)で接する場合を想定した拘束条件である．拘束条件 3 はフランジ部のボルト穴とボルト頭部が接する線上(青線)およびモータの固定 Jig と接する線上は変位が生じない条件と想定した拘束条件である．また，拘束条件 4 はボルト穴の内部面(緑色面)が全て固定されている条件である．

上記の拘束条件の下で行った解析結果と実測結果との固有振動数の比較を表 5.6 から 5.9 まで示す．同結果から確認できるように，拘束条件 1 は実測結果とよく一致し，実機のボルト締結条件と類似な拘束方法であること考えられる．

また，拘束条件 1 の解析結果から得られた各固有振動数での振動モードを図 5.23 に示す．5.2 節で述べたように，モータの加振力の周波数成分とこれらの固有周波数が一致すると図 5.23 に示すような振動モードで共振が引き起こされ，振動と騒音が増大すると考えられる．

Table.5.6 Eigen frequency comparison between measured and analyzed results of fixed condition 1.

Mode Number	Measured Results [Hz]	Analyzed Results [Hz]	Error [%]
1st	312	319	2.2
2nd	1375	1403	2
3rd	2450	2502	2.1
4th	2950	2695	-9.4
5th	3325	3268	-1.7
6th	3550	3496	-1.5
7th	3787	3710	-2
8th	3962	3911	-1.3

Table.5.7 Eigen frequency comparison between measured and analyzed results of fixed condition 2.

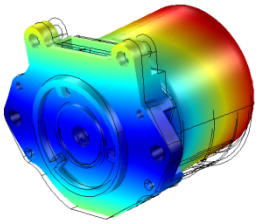
Mode Number	Measured Results [Hz]	Analyzed Results [Hz]	Error [%]
1st	312	352	11.4
2nd	1375	1616	15
3rd	2450	2498	2
4th	2950	2729	-8
5th	3325	3288	-1.1
6th	3550	3499	-1.4
7th	3787	3874	2.3
8th	3962	4434	10.7

Table.5.8 Eigen frequency comparison between measured and analyzed results of fixed condition 3.

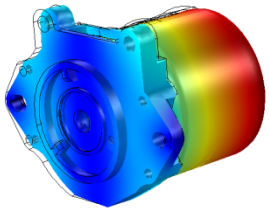
Mode Number	Measured Results [Hz]	Analyzed Results [Hz]	Error [%]
1st	312	464	33
2nd	1375	1832	25
3rd	2450	2527	3.1
4th	2950	2803	-5.2
5th	3325	3331	0.2
6th	3550	3501	-1.3
7th	3787	3952	4.2
8th	3962	4532	12.6

Table.5.9 Eigen frequency comparison between measured and analyzed results of fixed condition 4.

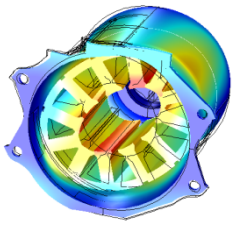
Mode Number	Measured Results [Hz]	Analyzed Results [Hz]	Error [%]
1st	312	521	41
2nd	1375	1971	31
3rd	2450	2200	-11.3
4th	2950	2539	-16.1
5th	3325	2864	-16
6th	3550	3385	-4.8
7th	3787	3505	-8
8th	3962	4215	6



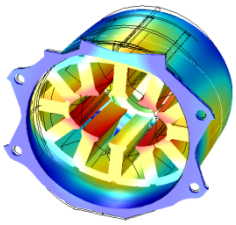
(a) 319Hz



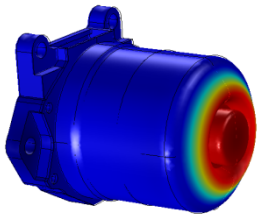
(b) 1403Hz



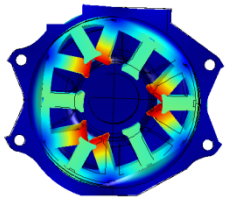
(c) 2502Hz



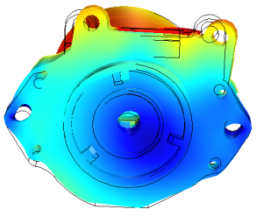
(d) 2695Hz



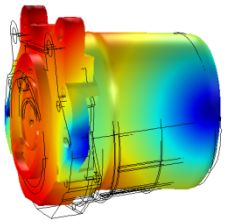
(e) 3268Hz



(f) 3496Hz



(g) 3701Hz



(h) 3911Hz

Fig.5.23 Characteristics of vibration mode of the motor.

5.8　振動解析結果と実測結果の比較検証

5.6 節で述べたように，電磁場解析において節点力法を用いて求めた 1 周期分の電磁力の分布をもとに，電磁加振力によるモータの振動特性を求めるために周波数応答解析を行った．

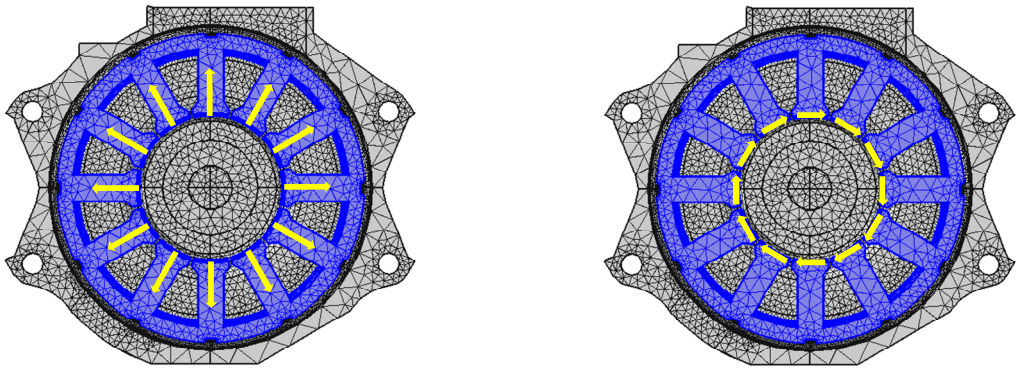
解析モデルは前節のモータの固有振動数解析と同様であり，ロータとベアリングを除いたモデルである．また，本解析に用いたモータの各々の材料特性およびボルト締結状態の拘束条件も前節の固有振動数解析と同様にして解析を行った．

電磁場解析から求めた電磁力をモータの加振力として与える方法としては以下の図 5.24 に示すように，ステータティースの先端面に径方向および内周方向各々の成分を解析モデルの外部負荷の境界条件として与えた．

本解析では，径方向および内周方向各々の電磁力によるモータの振動挙動を調べるために解析条件を以下の 3 つに分けて解析を行った．

- 解析条件 1：径方向の電磁力のみ外部負荷として与える．
- 解析条件 2：内周方向の電磁力のみ外部負荷として与える．
- 解析条件 3：径方向および内周方向を同時に外部負荷として与える．

以上の解析条件で，解析のパラメータである周波数は本研究の目的周波数である 1kHz から 4kHz までの帯域で，モータの基本次数の倍数である 213Hz 刻みで解析を行った．なお，本解析の解析諸元を表 5.10 に示す．



(a) Radial force　　(b) Rotational force

Fig.5.24 External load boundary condition for frequency response analysis.

Table.5.10 Discretization data for frequency response analysis of 8P12S motor.

Number of elements	103,299
Number of degrees of freedom	527,928
Total CPU time (min.)	13

Solved on: Intel(R) Xeon (3.6 GHz), 8 cores, 48Gbyte memory.

本解析モデルの検証のために 5.6 節の電磁場解析と同様な条件である，モータの回転速度 1600rpm にて振幅 30A の正弦波電流を入力した場合のモータの振動加速度を測定した．その際，振動加速度の測定箇所は前述の図 5.19 と同様に，モータの側面と後面の 2 箇所で赤印で示すように各面の法線方向の振動を測定した．モータの固定条件も前節の固有振動数の測定と同様な条件である．

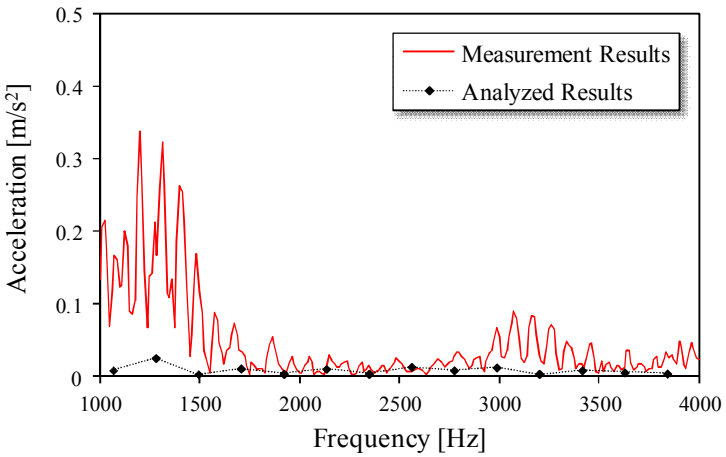
以上まで述べた周波数応答解析の解析条件と実測条件下で両者の結果を比較することで解析モデルの検証を行うと共に，電磁力の各方向成分によるモータの振動挙動を比較する．

まず，図 5.25 の(a)にモータの回転速度 1600rpm，振幅 30A の正弦波電流を入力した場合の振動加速度の測定結果と径方向のみを与えた解析条件 1 の解析結果の比較を示す．同結果から確認できるように，径方向の電磁力のみを考慮した解析条件 1 の結果は目的周波数内で振動加速度のレベルがモータの側面と後面の両方で実測値と比較して大きい差が現れた．

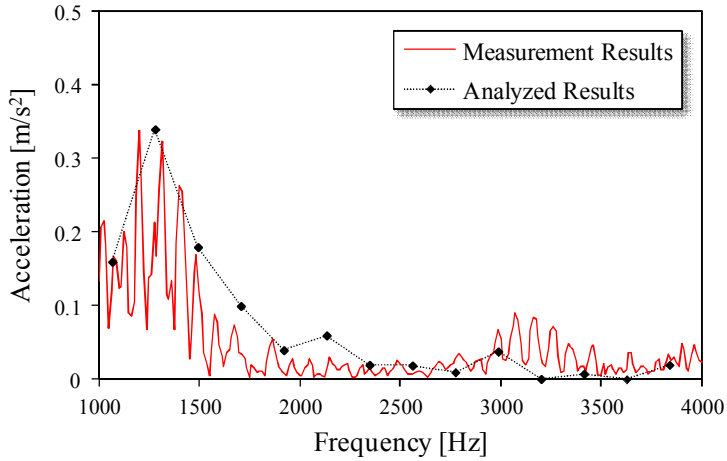
次に，図 5.25 の(b)に内周方向のみを考慮した解析条件 2 の解析結果と実測結果の比較を示す．内周方向のみを考慮した解析結果はモータの側面での振動加速度が実測結果と比較して類似な傾向が現れた．従って，本研究対象モータの側面で発生する約 1kHz から 1.9kHz までの振動は内周方向の電磁力と深く関係していると考えられる．

内周方向の電磁力によるモータの約 1kHz から 1.9kHz までの振動増幅の原因は図 5.26 に示す，1280Hz (12 次)での振動モードの比較図から確認できる．径方向の電磁力のみを考慮した場合の振動モードはステータが四角に変形する振動モードが現れる．しかし，内周方向のみを考慮した場合の振動モードを見ると，内周方向の電磁力よりモータ全体が上下に振動する，第 2 次固有振動モードと同様な振動挙動を引き起こしている．従って，内周方向の電磁力の高調波成分がモータの第 2 次固有振動数の付近で共振が生じ，振動が増幅されたと考えられる．

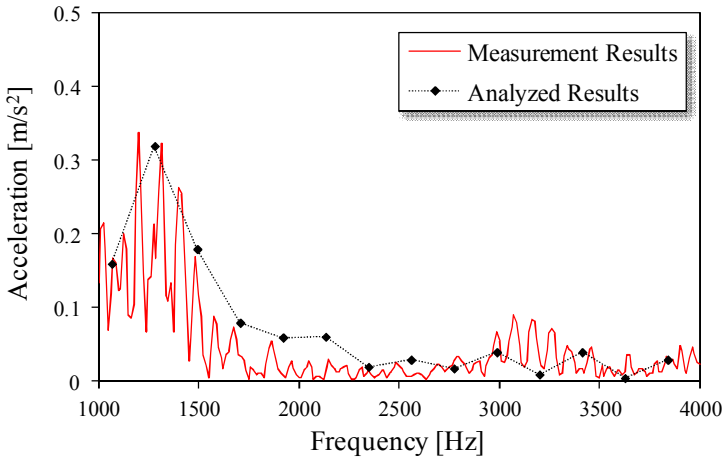
図 5.25 の(c)には径方向および内周方向の電磁力両方を同時に考慮した解析条件 3 の結果と実測結果の比較を示す．上記の解析条件 1 と 2 と比較し，モータ側面での振動はほぼ同様な傾向が現れる．



(a) Measured and analyzed results of analysis condition 1



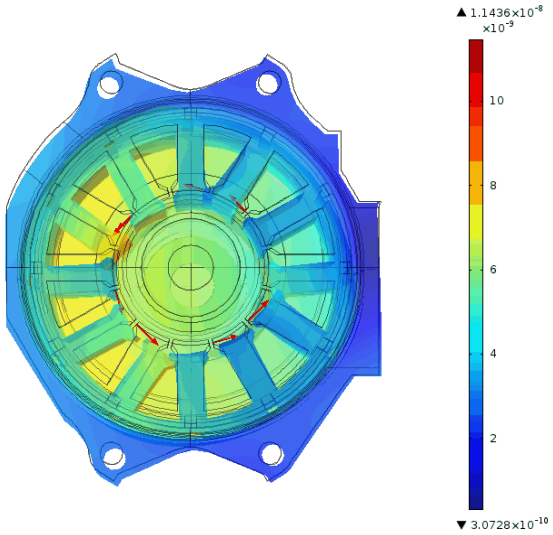
(b) Measured and analyzed results of analysis condition 2



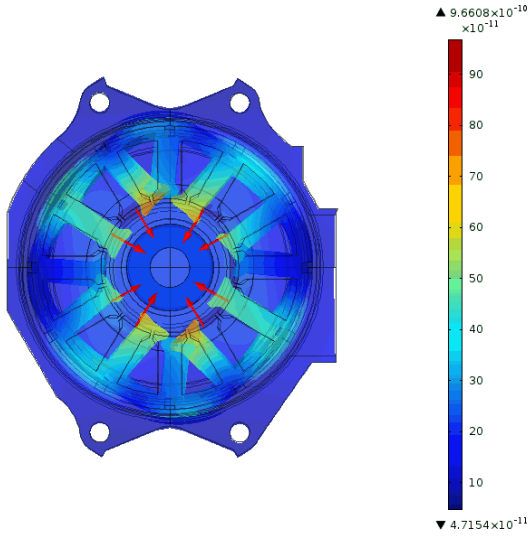
(c) Measured and analyzed results of analysis condition 3

Fig.5.25 Side direction acceleration comparison between measured and analyzed.

一方，図 5.27 に示すようにモータ後面における実測結果と解析条件 1，2 および 3 の解析結果の比較から，約 2.8kHz 帯域で大きな差が見られる．この周波数帯域で生じた振動加速度の差の原因としては，本解析で考慮しなかったロータやベアリングの固有振動モードにより発生したと考えられる．図 5.20 に示した後面方向のハンマリング実験の結果では約 2.8kHz の周波数帯域では特定な固有振動数が現れなかったが，モータ駆動時には共振と考えられる程度の振動が発生している．このような原因としては，モータ後面のハンマリング時にロータとベアリング部まで衝撃が十分に与えられなかったためであると考えられる．

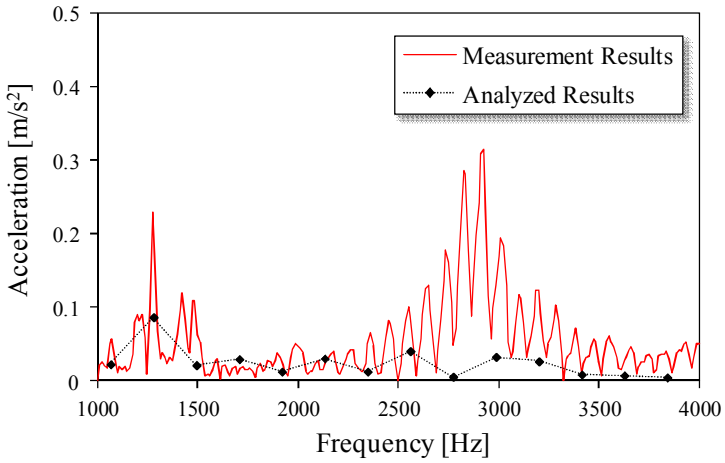


(a) Analysis condition 1

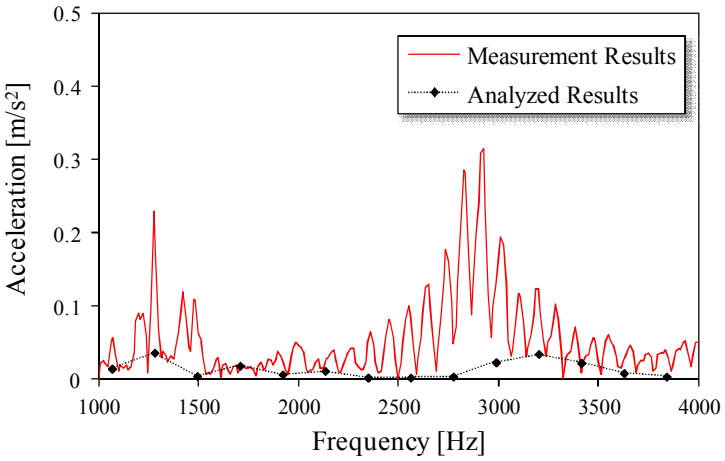


(b) Analysis condition 2

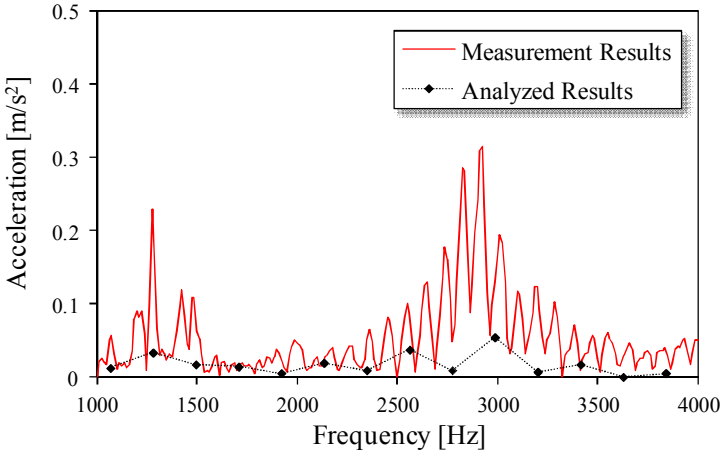
Fig.5.26 Vibration characteristic comparison between analysis condition 1 and 2 at 1280Hz.



(a) Measured and analyzed results of analysis condition 1



(b) Measured and analyzed results of analysis condition 2



(c) Measured and analyzed results of analysis condition 3

Fig.5.27 Rear direction acceleration comparison between measurement and analysis.

5.9　音圧解析結果と実測結果の比較検証

前節の 5.8 では電磁加振力によるモータの振動挙動に関して実測結果と解析結果との比較を行うことで，解析モデルの有効性を検証した．本節では，電磁加振力に起因するモータの振動による音響放射特性を調べるために 3 次元有限要素法を用いた連成解析モデルを作成し，実測との比較を行うことで，解析モデルの有効性を検証するとともに目的周波数帯域で生じる音圧の放射特性について述べる．

解析モデルは図 5.28 に示すように解析モデルの中心部にモータが配置されており，音圧を求めるためのモータを取り囲む空気層から構成される．また，空気層の外部領域には PML が構成されており，図 5.7 の音圧測定条件と同様にモータから 10cm 離れているところに求められた音圧を参照するための受音点(field point)を作成した．

図 5.29 には解析モデルの一部の空気層を除いた要素分割図を示す．解析モデルのモータ部の要素は前節の周波数応答解析に用いた要素と同様であり，空気層の要素は目的周波数の最大周波数である 4kHz までの音圧特性を解析するために音の波長を考慮して作成した．

電磁応力の加振方法としては，前節の周波数応答解析の結果から，電磁応力の径方向および内周方向をステータティースの先端面に同時に与えた．また，解析に用いた材料特性としてモータ部の各部品は前節と同様である．尚，本解析の解析諸元は表 5.11 に示す．

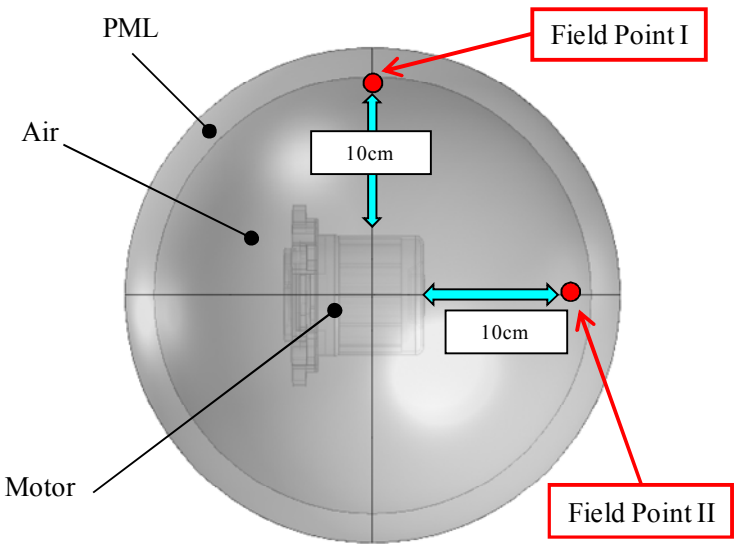


Fig.5.28 Analysis model specification for vibro-acoustic analysis.

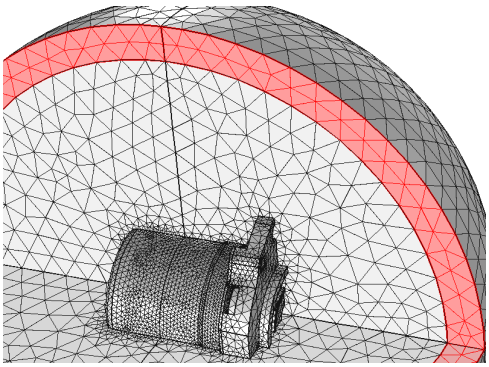


Fig.5.29 Exploded view of analysis model mesh.

Table.5.11 Discretization data for vibroacoustic analysisof 8P12S motor.

Number of elements	268,160
Number of degrees of freedom	825,718
Total CPU time (min.)	32

Solved on: Intel(R) Xeon (3.6 GHz), 8 cores, 48Gbyte memory.

本解析モデルの検証のために 5.6 節の電磁場解析と同様な条件である，モータの回転速度 1600rpm にて振幅 30A の正弦波電流を入力した場合のモータから発生する音圧を測定した．

以上まで述べた電磁加振力に起因するモータの振動による音響解析の解析条件と実測条件下で両者の結果を比較し，解析モデルの検証を行うと共に，モータの音響放射挙動を明らかにする．

まず，図 5.30 の(a)に受音点 I におけるモータから発生する音圧を狭帯域(Narrow band)として表した測定結果と解析結果の比較を示す．同結果から確認できるように，測定結果と解析結果は定性的に同様な傾向を表している．

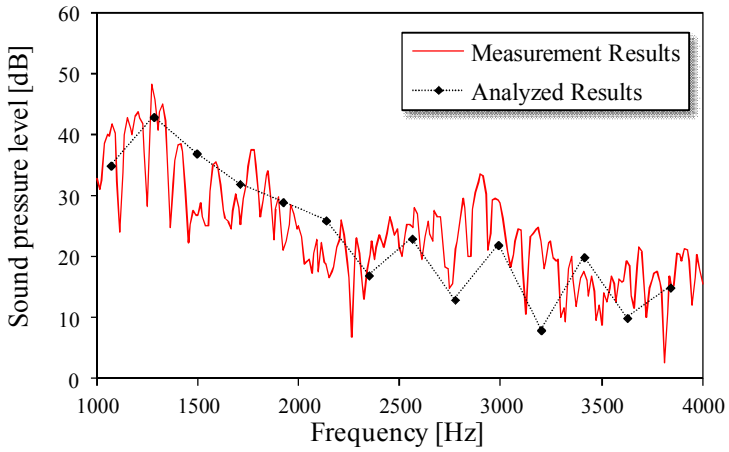
前節の 5.8 のモータ側面の振動測定結果では約 1kHz から 1.9kHz までの周波数領域で高い振動加速度が現れたが，音圧に関しても同領域で解析結果と測定結果の両方，最大音圧値が現れた．これより，目的周波数内で生じるモータの騒音の中で，最も高い音圧が現われた約 1.2kHz での騒音の原因は内周方向の電磁力によるモータの第 2 固有振動モードと共振により生じたと考えられる．

次に，図 5.30 の(b)に受音点 II におけるモータから発生する音圧を狭帯域として表した測定結果と解析結果の比較を示す．同図の結果から，モータの後面に放射される音圧は解析結果と実測結果に差が現れた．このような差の原因は前節で述べたように，本解析で考慮しなかったモータのロータやベアリングの固有振動モード，回転子の偏心などにその原因があると考えられる．

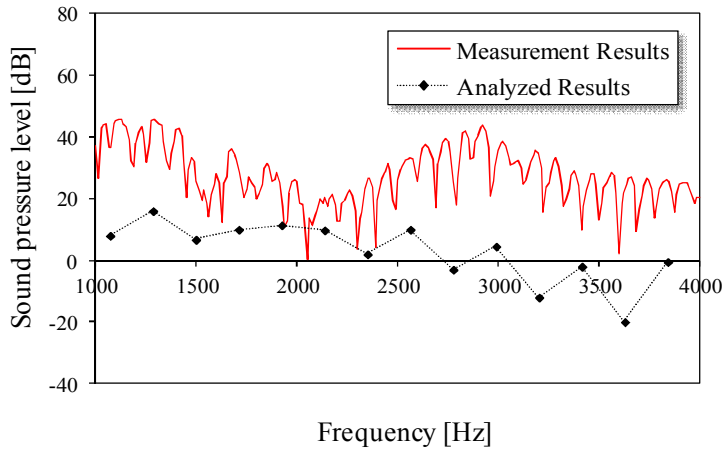
また，図 5.30 の(a)において 2.9 kHz で本研究でモータの加振力として考慮した電磁力の周波数成分と一致していないことにも関わらず，約 33.5dB と比較的に高い音圧レベルが測

定された．このような原因は図 5.30 の(b)の測定結果により，比較的に高い音圧が発生した周波数が 2.9 kHz と両方一致していることから，上記で述べたモータのロータやベアリングの固有振動モード, 回転子の偏心などによるモータの後面から発生した騒音が受音点 I にも影響を与えたと考えられる．

図 5.31 にはモータの側面に放射される音圧レベルの放射パターンを示す．モータの側面に放射される音圧は約 2kHz まではモータの第 2 固有振動モードの影響により，双方向指向性を持つ放射パターンであり，周波数の増加とともに主ローブは複数ローブに分けられることが確認できる．また，図 5.32 にはモータの前後面に放射される音圧レベルの放射パターンを示す．同図から確認できるように，モータの前後面に放射される音圧は目的周波数帯域で主ローブの放射パターンがほぼ維持されることから音圧放射の指向性上，電磁加振力によるモータの構造的な振動モードとの相関性は低いと考えられる．

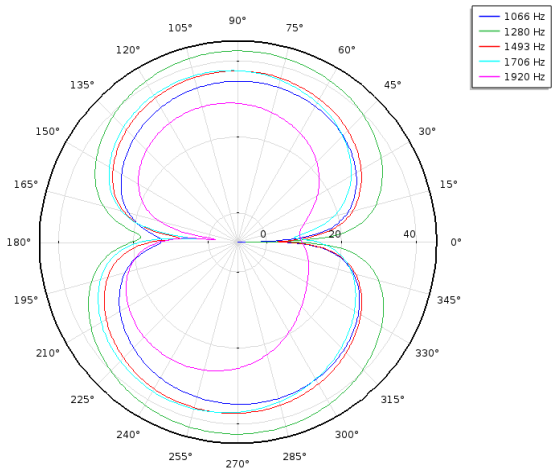


(a) Measured and analyzed results at field point I

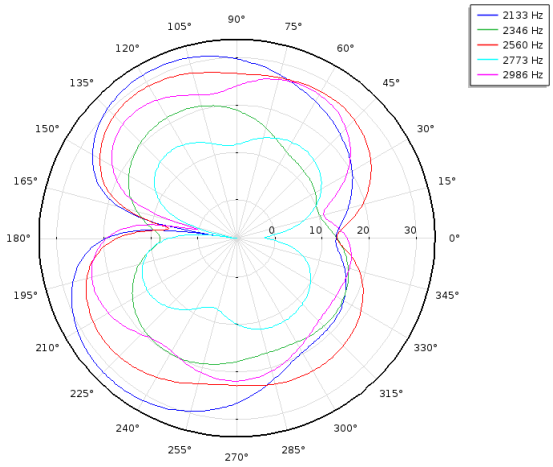


(b) Measured and analyzed results at field point II

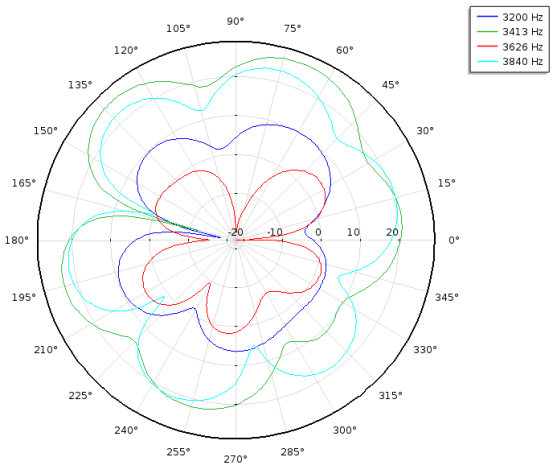
Fig.5.30 Sound pressure level comparison between measurement and analyzed result.



(a) 1066Hz ~ 1920Hz

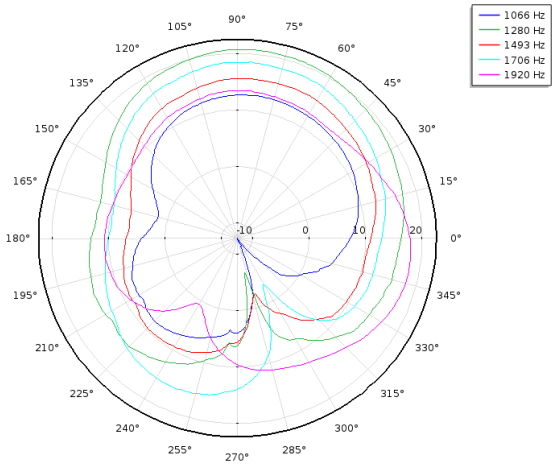


(b) 2133Hz ~ 2986Hz

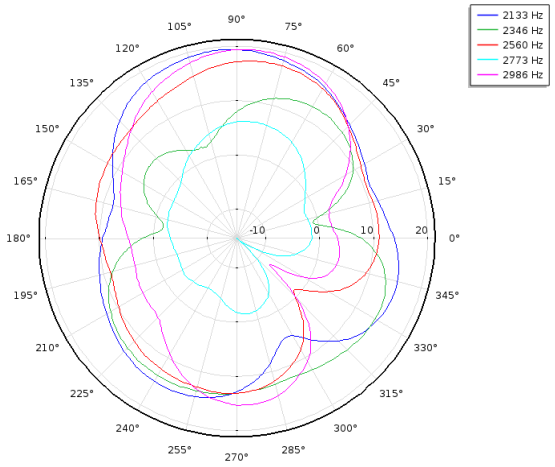


(c) 3200Hz ~ 3840Hz

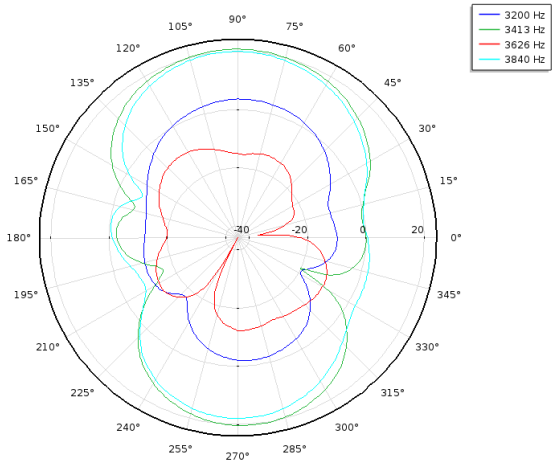
Fig.5.31 Side direction sound pressure level beam pattern of the motor.



(a) 1066Hz ~ 1920Hz



(b) 2133Hz ~ 2986Hz



(c) 3200Hz ~ 3840Hz

Fig.5.32 Side direction sound pressure level beam pattern of the motor.

5.10　結論

EPS システムは従来の油圧式操向システムに比べ低燃費，軽量化，構造的な単純化，搭載の容易性などの特徴を持っている．しかし，EPS システムは従来の油圧式操向システムでは発生しなかった EPS 用のモータから生じる固有の騒音が発生し，低騒音モータが要求されている．

本章では，EPS 用の 8P12S モータにおいてモータ駆動時の振動と騒音特性を測定し，約 1kHz から 4kHz までの領域を目的周波数として 3 次元有限要素法を用いた解析モデルの構築を行うとともに電磁加振力によるモータの振動音響特性について述べた．

まず，モータのステータに作用する電磁加振力を節点力法を用いて求め，主な加振周波数および加振力の方向成分の検討を行った．

また，モータの固有振動数を調べるためにステータ単体およびロータとベアリングを除いた解析モデルを作成し固有周波数解析を行い，実測結果との比較を行うことでモータの固有振動特性が反映できる解析モデルを構築した．

その後，電磁加振力を考慮したモータの振動特性を調べるために周波数応答解析を行い，ステータに作用する電磁加振力の各々の方向成分による振動挙動について述べるとともに，実測結果との比較検証を行った．

更に，構築した解析モデルを用いて電磁加振力による音響解析を行い，実測との比較を行うことで解析モデルの有効性を明らかにした上で，モータの振動による音圧放射特性について述べた．その後，目的とした周波数領域で生じる電磁加振力による振動騒音の主な原因は内周方向の電磁応力と第 2 次固有振動数による共振であることを明らかにした．

参考文献

[1] W. Ijiri, T. Tsutsui.: “Technical Trends of Electric Power Steering Systems:, Koyo Engineering Journal Edition No. 162., 2003.

[2] Takahashi Miyoshi et al., : “Design of DC Brushless Motor for EPS to Reduce Cabin Noise”, SAE Technical Paper Series, 2006-05-0534, 2006.

[3] Hideki Ishii et al., ; “Identification of Noise Source in electric Power Steering System Using Wavelet Transform:, SAE Technical Paper Series, 2007-01-2272, 2007.

[4] Y. H. Kim et al., : “Finite Element Model Updating and Vibration analysis of PMDC Motor Rotor System”, JKSPSE, Vol. 11, No. 1, pp. 20-27, 2007.

[5] Toshinori Tannaka, : “An advanced Electrical Power Steering Motor(2)”, SAE Technical Paper, 2001-03-08, 2001.

[6] Belmans, R. and Geysen, W.: “A case study of the electromechanical analysis of the audible noise in an inverter fed induction motor”, Proceedings of EPE, Aachen, pp. 451-455, 1986.
[7] Onodera, S and Yamasawa, K.: “An evaluation of electromagnetic vibration of a squirrel-cage induction motor”, Elektrotechnicky Casopis 44(2), pp. 56-60, 1993.
[8] Lisner, R.P.: “The vibro-acoustic behaviour of induction motors with harmonically varying load”, PhD thesis, Monash University, 1995.
[9] L.L.Beranet,and I.L.Ver.: "Noise and vibration control engineering", New York: Wiley, 1992.
[10] 新口昇，平田勝弘，近藤晃明: “EPS モータの電磁振動による共振特性”，電気学会論文誌，Vol.133， No.10， pp.1022-1030, 2013.

第 6 章

結論

本論文では，電磁駆動源から発生する電磁気的な振動音響特性を予測するために有限要素法を用いた連成解析手法に関する研究を行い，様々な電磁駆動源における連成解析手法の提案および実測との比較を行うことで提案した連成解析手法の有効性を検証した．最後に，本論文の成果を章ごとに要約する．

緒論では，電磁駆動源における騒音の発生原因に関して示した後，主な騒音源である電磁力による騒音特性を示した．また，電磁力による電磁駆動源の振動音響特性を解析するための研究動向を概観し，それらに関する有限要素法，境界要素法，統計的エネルギー分析法の位置づけについて述べた後，本論文の研究対象と目的を示した．

第 2 章では，有限要素法を用いて電磁駆動源の電磁力による振動音響特性を解析するため，電磁場の支配方程式，構造解析の支配方程式および音響解析の支配方程式を導出した．電磁場と構造解析の連成解析手法およびガラーキン法を用いた離散化手法について述べた．その後，構造と音響解析のための連成解析の支配方程式およびガラーキン法を用いた離散化手法について述べた．

第 3 章では，超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカにおいて超磁歪材料の非線形性を考慮した超磁歪アクチュエータの磁界・構造の連成解析手法を提案した．試作した超磁歪アクチュエータを対象に実験結果との比較により提案した解析手法の妥当性を明らかにした．また，超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカの音響放射挙動を明らかにするためにバイアス磁界下で超磁歪素子の材料特性を考慮した磁界・構造・音場の連成解析手法を提案し，実測結果と解析結果の比較検証を行うことで連成解析手法の妥当性を明らかにした．

第 4 章では，手振れ補正用 VCM の電磁気的な原因から発生する振動騒音を予測するために VCM の電磁加振力であるローレンツ力を周波数領域で求めるための解析手法を提案し，3 次元有限要素法を用いた磁界・構造・音響の連成解析を行った．また，解析手法の有効性を明らかにするために実機との比較検証を行った後，手振れ補正用 VCM の電磁加振力による振動挙動を求め，音響放射への関係を明らかにした．更に，VCM の主な振動音響放射体であるカバー部の音響放射を低減するための構造放射騒音の低減手法の例を示した．

第 5 章では，EPS 用モータから発生する騒音原の中で，モータの電磁力による振動騒音特性を予測するために有限要素法を用いた解析モデルを構築し，実測との比較検証を行い解析モデルの有効性を検証した．その後，構築した解析モデルを用いて目的周波数内で生じる電磁加振力による振動騒音の主な原因は内周方向の電磁応力とモータの第 2 次固有振動数による共振であることを明らかにした．

謝辞

本研究を行うにあたり，終始温かくご指導ご鞭撻を下さいました大阪大学・工学研究科・平田勝弘教授に心より深甚なる感謝の意を表す次第です．平田勝弘教授は博士前期課程から私の指導教官として，留学生活において強力に応援してくださいました．常日頃より議論を通じた有益なご助言を賜りました大阪大学・大学院准教授　宮坂史和，大阪大学・大学院助教　新口昇先生方らには，深く感謝致します．

研究生活の面で色々と支援してくださった大阪大学・大学院・博士後期課程　梁承浩氏に深く感謝致します．また研究生活全般で常にお世話になりました平田研究室の皆様に謝意を表します．

両親をはじめ，私のよい理解者であり応援者であった吳英敏(妻)と兪采沅(娘)や家族の皆様にも感謝の意を表します．最後に，故人になった今でも私の精神的な柱である祖父にこの論文を捧げます．

研究業績一覧

学術論文

(1) 兪炳振，平田勝弘：「有限要素法を用いた超磁歪アクチュエータの解析手法」，電気学会論文誌，VOL.130，No.6，pp.721-727，2010 年 6 月.

(2) 兪炳振，平田勝弘，大西敦郎：「超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカーの磁場・構造・音場の連成解析手法に関する研究」，電気学会論文誌，VOL.130， No.12，pp.1315-1322，2010 年 12 月.

(3) 兪炳振，平田勝弘，大西敦郎：「超磁歪振動子を用いた平面スピーカーの音響特性解析」，日本 AEM 学会論文誌，VOL.19，No.1， pp.9-13，2011 年 3 月.

(4) A. Oonishi, K. Hirata, B. Yoo, N. Niguchi, “Frequency response characteristics for linear actuator made by NiMnGa shape memory alloy”, International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, Vol. 39, pp. 913-918, 2012.

(5) 兪炳振，平田勝弘：「有限要素法を用いた磁界・構造・音響の連成解析手法による手振れ補正用 VCM の構造放射騒音低減に関する研究」, 電気学会論文誌, VOL.134, No.8, pp.***-***，2014 年(掲載待ち)

国際学会発表論文

(1) Byungjin Yoo, Masato Hirano, Katsuhiro Hirata, “Fully Coupled Electro-Magneto-Mechanical Analysis Method of Magnetostrictive Actuator Using 3-D Finite Element Method”, Proceedings of the 2008 International Conference on Electrical Machines, Portugal, PC.1-14, No.1175, pp.1-4, September 2008.

(2) Byungjin Yoo, Katsuhiro Hirata, “Coupled analysis method of electromagnetic-structure acoustic for flat panel speaker driven by giant magentostrictive material based acutuator using finite element method” , Proceedings of IEEE International Magnetics Conference, Sacramento, California, No.FH-11, p.82, May 2009.

(3) Byungjin Yoo and Katsuhiro Hirata, “Magneto-Mechanical Coupled Frequency Characteristics Analysis of Giant Magnetostrictive Material Actuator Using Finite Element Method”, Proceedings of the 7th LDIA2009 (International Symposium on Linear Drives for Industry Applications), Incheon, Korea, PS4.9, pp.349-352, September 2009.

(4) Byungjin Yoo, Katsuhiro Hirata and Oonishi Atsurou, “Electromagnetic-Structure- Acoustic Coupled Analysis Method of GMM Transducer Speaker”, Proceedings of the 17th Biennial IEEE COMPUMAG (Conference on the Computation of Electromagnetic Fields), Florianopolis, Brazil, PA5.10, pp.165-166, November 2009.

(5) Atsurou Oonishi, Katsuhiro Hirata, Byungjin Yoo and Noboru Niguchi, “Frequency Response Characteristics for Linear Actuator Made by Ni-Mn Shape Memory Alloy”, Proceedings of ISEM 2011 the 15th International Symposium on Applied Electromagnetic and Mechanics, Napoli, Italy, PS1.14, pp.171-172, September 2011.
(6) Byungjin Yoo, Katsuhiro Hirata, “Acoustic Noise Reduction for Optical Image Stabilizer VCM Using Electro-Mechanical-Acoustic Coupled Analysis Method”, Proceedings of CEM 2014 the 9th International Conference on Computational in Electromagnetics, London, England, P4-02, April 2014.
(7) Byungjin Yoo, Noboru Niguchi, Katsuhiro Hirata, Ariff Zaini, “Acoustical Noise Source Identification of Electric Power Steering Motor Using Finite Element Method”, The 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON-2014), Dallas, USA, DD-002437, Oct 2014.

国内学会発表論文

(1) 兪炳振，平野正人，平田勝弘：「3 次元有限要素法による超磁歪アクチュエータの連成解析手法に関する研究」，電気学会回転機リニアドライブ合同研究会，LD-08-47，pp.17-21，2008 年 8 月.
(2) 平田勝弘，兪炳振，平野正人：「3 次元有限要素法を用いた超磁歪アクチュエータの性能予測」，電気学会リニアドライブ研究会，LD-08-62，pp. 61-66，2008 年 10 月.
(3) 兪炳振，平野正人，平田勝弘：「有限要素法を用いた超磁歪アクチュエータの周波数応答解析」，電気学会リニアドライブ研究会，LD-09-11，pp.59-64，2009 年 01 月.
(4) 大西敦郎，平田勝弘，兪炳振：「超磁歪アクチュエータを用いた平面スピーカーの磁場・構造・音場連成解析手法に関する研究」，電気学会リニアドライブ研究会，LD-08，pp. 11-15，2009年10月.