The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	市場と国家による暗黙のアライアンス構築を通じた金融システムの安定性 : リアルオプションとゲーム理論を用いた金融債務危機分析
Author(s)	吉岡, 孝昭
Citation	国際公共政策研究. 2014, 18(2), p. 1-16
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/51324
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

市場と国家による暗黙のアライアンス構築を通じた金融システムの安定性

―リアルオプションとゲーム理論を用いた金融債務危機分析―*

The Stability of Financial Systems through Implicit Alliances

—Analysis of Sovereign Debt Crisis Using Real Options and Game Theory—*

吉岡孝昭**

Takaaki YOSHIOKA**

Abstract

Europe is struggling with its sovereign debt crisis, and government and the central bank in each European country implemented large-scale measures to support their financial markets after the financial crisis. What happens when we attempt a cold shutdown of one of the biggest debt spirals that the world has ever seen? I analyzed the mechanism of the sovereign debt crisis using a two- player model with game theory and real options. The study found that the market and nations working together unconsciously (implicit alliances) has brought about the stability of financial systems. These implicit alliances postpone a financial system breakdown because supporting organizations and nations expect a restorative possibility, and continue financial assistance. But it also found problems associated with the “concentration of the exposure to supporting nations”.

キーワード：アライアンス、リアルオプション、ゲーム理論、金融システム、債務危機

Keywords : Alliance, Real Options, Game Theory, Financial System, Sovereign Debt Crisis

---

* 本稿作成にあたり、佐藤謙理事長、中川幸次理事（以上世界平和研究所）、森田道也教授（学習院大学）、大来洋一名誉教授（政策研究大学院大学）、柳田辰雄教授（東京大学）から有益なご教示を受けたことを記して、関係各位に謝意を表したい。また本稿の内容・意見等は、筆者個人に属するものであり、所属組織の見解ではない。なお、含まれる誤謬の一切の責任が著者にあることはいうまでもない。

** 世界平和研究所客員研究員、早稲田大学招聘研究員

第１節：はじめに

欧州の金融システムが、リーマン・ショック後、不安定化している。すなわち、ギリシャをはじめ PIIGS の財政破綻懸念国等では、円滑な資金繰りが立たず、支援を求め続けている一方で、ドイツ等支援国は、国内世論の反発もあって、支援スキームが、最後の最後まで決まらず、国際機関頼みの金融支援策となっている。このことを見透かした市場が、支援体制の綻びを突き、時に当該国の国債等を売り浴びせ、それを眺め、欧州各国は、最悪の事態を回避すべく、最後のところで支援の合意をしているという状況にある。

具体的には、ある国家の信用力が低下し破綻懸念国家に堕した場合に、ヘッジ・ファンド等が攻撃を仕掛けるほか、当該国へ投資している金融機関は、財務内容の健全化を図るため、当該国の国債売却による損切りや、CDS を通じてのリスクヘッジ、与信回収等がなされる。この動きの連鎖が、市場からの攻撃を加速させることになり、結果として、金融危機のトリガーを引く可能性がある。

市場のプレイヤーによる攻撃に対し、金融システムの安定化のため、国家・中央銀行・国際機関（以下「支援国家」という。）が追加与信を通じた支援を行わざるを得なくなっている。

この救済行動が、支援国家へのエクスポージャー集中を引き起こすことになる。しかも、この行動は、破綻懸念国家が痛みを伴った政策を完遂し、立ち直らなければ、国債の Due が来るたびに恒例行事のように資金繰り等の問題が、顕在化しては止血し、また顕在化しては止血することを繰り返すことで、抜本的な問題が解決されないまま継続していく。

本稿では、上記のような危機モード時を想定し、国家財政が悪化し金融危機を引き起こす可能性が生じてきた場合に、支援国家と市場プレイヤーが与信の早期回収・維持・追加与信（支援）を巡って戦略的な行動を行う合理性がゲームの均衡としてどのように表現出来るのか、あるいは、市場プレイヤーにとって、破綻懸念国を見据えた与信回収・清算のタイミングはどうなっているのか、支援国家は自らの追加与信・肩代わりリスクを考慮したうえで如何に支援していくのかについて検討を加える。

この結果を踏まえ、支援国家が、将来の復活の可能性を期待して支援がなされると、金融機関等市場のプレイヤーの過剰反応を鎮静化させ、一種の、市場と国家による「暗黙のアライアンス」が構築される。このアライアンスを通じた金融システムの破綻を先送りする行動が、財政破綻懸念国へ復活のための時間的猶予を与え、ひいては金融システムの安定性をもたらすことを論じたい。

分析にあたっては、与信債権評価は、Leland（1994）やこれを発展させた Mella-Barral and Perraudin（1997）の手法を用いる[1)]。また、ゲーム論的リアル・オプション[2)]は、Mella-Barral and Perraudin（1997）や芝田隆志・山田哲也（2008a、2008b）を準用する。

1）これらのモデルは、単純な DCF 法ではなく、リアル・オプション理論を用いた評価方法を展開している。

2）リアル・オプション理論を用いると、与信債権価値に当てはめた場合、現在価値がゼロになったとしても、すぐ破綻懸念国家を清算するのではなく、回復の可能性をしばらく様子見することで、もし回復可能性を前提に与信を継続すれば将来の利払い収益を獲得し、より悪化したならば清算価値分を回収するという戦略を採ることが出来ると考えられる。

本稿の構成は以下のとおりである。第２節「モデル分析」では、モデルの概略について述べる。そこでは、「支援国家がフォロアープレイヤーになる」との仮定の下で、２プレイヤーモデルを考察する。このモデルは、市場の主要プレイヤーである投資家や金融機関が先に与信を回収し、支援国家がそれを肩代わりするというもので、このモデルにより、財政が悪化した場合の与信回収・維持・支援のメカニズムや、各プレイヤーの最適戦略等について論じる。具体的には、リーダープレイヤー（市場プレイヤー）とフォロアープレイヤー（支援国家）の各々の与信債権価値モデルを示したうえで、その各々について最大化問題の解として得られた与信債権価値を導出して分析を行う。その際、フォロアープレイヤーについては、「復活の不確実性に賭けるオプション」価値を組み込んだ与信債権価値モデルに拡張する。

第３節は、比較静学分析を行い、その結果から得られたインプリケーションを述べる。すなわち、破綻国家の清算価値（回収可能額）や金利水準など外生条件を変化させた場合、２つのプレイヤーの最適行動にどのような変化が生じるのか、を比較静学により検証する。

第４節は、一応の本稿のまとめとインプリケーションについて論じる。

第２節：モデル分析

2.1：モデルの設定

Mella-Barral and Perraudin（1997）のモデルを準用し、市場プレイヤーにとっての国債価値（国家価値）と支援国家にとっての与信債権価値を示す。また、国債価値を左右する確率変数として、国家の各期の財政収支を取り上げ、X_t とする。この X_t を変化させる関数を以下のとおりとする。

まず、国家の財政収支（X_t）が幾何ブラウン運動に従うと仮定する。本来、国家の財政収支は、財政政策が意味を持ち、国家による管理が可能であるが、既にその管理能力を失った大規模なソブリン・リスクを抱える被支援要請国家には、政府と国民との関係等から、管理能力を期待出来ない場面が少なからずみられる。逆に言えば、そうであるからこそ、被支援国家になるとも言えよう。

事実、今次、ユーロ危機において、ギリシャは、デモも頻発するなど不利益変更に国民の支持が得られず、2010年の国際公約通りには財政収支を改善させることが出来ず、2011年以降も支援を仰がねばならなかったことを勘案しても、この仮定は、そう無理のある仮定ではなかろう。ここで想定する状態は、上述のとおり、あくまで、平常モードではなく、平常から危機モード以降の世界を仮定する（被支援国家の「財政赤字残高／GDP」比率は既に実質面で危機的高水準と仮定）。

とすれば、国家の財政収支（X_t）は次のような確率微分方程式に表わすことが出来る。

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dB_t \text{、} X_0 = x \qquad (1)$$

但し、dX_t は原資産の価格変化の増分。dB_t はブラウン運動に従う確率変数である。μ は原資産の価格変化の増分（dX_t）に対する期待値。σ は原資産の価格変化の増

分（dX_t）に対するボラティリティを表す[3)]。

被支援国家の借入額（国債を含む当該国家への与信額）をＬとし、国家の清算価値をＣとする。また、この実物資産は投資家や支援国家にとって与信担保の役割を果たしているので、担保カバー率ｃ（＝C/L≦100％）、C≦Ｌであると仮定する[4)]。

ここで用いる、各プレイヤー内の構成プレイヤーを、ｉとｊと定義し、i＝市場プレイヤー（投資家、金融機関）、j＝国家プレイヤー（支援国家）とする。ただし、ｉとｊ内の各々のプレイヤーは、一致して同一の行動をとるものと仮定する。このため、２プレイヤーとして分析できるものとする。

２プレイヤーの与信シェアをl_i、l_j、与信額は各々l_iL、l_jL（$l_iL + l_jL = L$）となる。この間、与信金利は両プレイヤーとも同じとする。また両プレイヤー各々の担保カバー率は100％未満とする[5)]。

市場プレイヤーや支援国家の行動を期待値の最大化問題として記述するため、市場プレイヤーや支援国家はリスク中立な経済主体と仮定し、国家財政収支の確率過程におけるドリフト項のμはリスク中立測度で測られたものとする。割引率rをリスク・フリーレートで与え、$r>\mu$を仮定する[6)]。また、破綻懸念国の国債金利はbとし、$b>r$とする。

支援国家の支援中止決定が、時刻tまでに得られるX_tに関する情報を用いて支援取りやめ（破綻）、債務処理（清算）の意思決定を行う。なお、国家の破綻は、支援国家が支援を放棄した時に決定される。

なお、市場プレイヤーの国債を含む与信価値最大化問題を考えるに当たり、X_tに関する情報集合の増大列を$\mathcal{F}_t$[7)]と定義する。この条件下で国債を含む与信債権価値の最大化問題を考えると、国家の破綻時刻τ_bは$\mathcal{F}_t$に関する停止時刻として計算される。$\mathcal{F}_t$に関する「時刻ｔより将来の停止時刻」を全体の集合$\mathcal{T}_t$と定義する。$\mathcal{F}_t$に関する条件付期待値を$\mathbb{E}_t(\cdot)=\mathbb{E}_t(\cdot|\mathcal{F}_t)$と表わす。

なお、時間順序は最適破綻時刻（τ_b）≦与信回収時刻（τ_m）≦清算時刻（τ_c）、財政収支の閾値ｘは清算閾値（x_c）≦与信回収閾値（x_m）≦最適破綻閾値（x_b）という関係が生じる。

以下では、市場プレイヤーと支援国家とに分けて考察する。

2.2：２プレイヤーモデル（リーダープレイヤーとフォロアープレイヤー）

支援国家の支援取りやめの決定が、通貨危機のトリガーを引くとの仮定[8)]に立って、以下では、①

3）幾何ブラウン運動の確率変数$\log(X_t/X_0)$は、平均$(\mu-\sigma^2/2)t$、分散$\sigma^2 t$の対数正規分布に従い、その平均（$\mathbb{E}(X_t)=e^{\mu t}X_0$）と分散（$\mathrm{Var}(X_t)=e^{2\mu t}X_0^2(e^{\sigma^2 t}-1)$）に表せる。

4）担保カバー率が100％を越える場合は、貸倒れリスクが存在しないため本稿では考察しない。なお、L、Cは固定値として扱う。

5）両プレイヤーの担保カバー率を非対称に設定してもゲームの均衡には影響を及ぼさない。本稿のモデル設定では、各プレイヤーの与信回収額が各プレイヤーの担保カバー率に無関係となるためである。

6）この仮定は、国家の財政収支の現在価値が有限な値となるために必要な条件である。すなわち、$r>\mu$ならば、積分$\int_{[0,\infty)} e^{-rt}(X_0 e^{\mu t})dt$は$X_0/(r-\mu)$に収束するが、$r\leq\mu$ならば同積分は発散する。

7）{Fn}を増大列として、$fn(e)=F(e)-Fn(e)$と定義する。

8）２プレイヤー間での協調行動・事前相談はない非協調ゲームを検討した。この仮定の下で最適化問題を検討したところ、支援国家の支援中止の決定が、通貨危機のトリガーを引くとの結論を得た。

市場プレイヤーが先に与信を回収し、それに対し、②支援国家が肩代わりの追加与信を実施するか、あるいは支援取りやめを行う場合についての最適化問題を検討する。

以下では、ゲーム論的リアル・オプションの先行研究での慣行に沿って、先に回収する市場プレイヤーをリーダープレイヤーであるプレイヤーＬとし、肩代わりの追加与信実施、あるいは支援取りやめを行う支援国家をフォロアープレイヤーであるプレイヤーＦとする。

2.3：リーダープレイヤー（市場プレイヤー）のモデル

2.3.1：リーダープレイヤーの与信債権価値

最適破綻時刻 τ_b^* の下で、市場プレイヤーの国家に対する与信価値最大化問題として、リーダープレイヤーの最適化問題を考える。

与信債権価値を $D_i^L(X_t)$（i＝市場プレイヤー）とし、与信を回収する時刻を $\tau_m \in \mathcal{T}_t$ とする。このとき、リーダープレイヤーＬの最適化問題は以下の通り（２）と表わされる。

$$D_i^L(X_t) = \max_{\tau_m \in \mathcal{T}_t} \mathbb{E}_t\left(\int_t^{\tau_b^*} e^{-r(s-t)} l_i bL \cdot ds + \int_{\tau_b^*}^{\tau_m} e^{-r(s-t)} l_i X_t \cdot ds + e^{-r(\tau_m - t)} l_i L\right) \qquad (2)$$

（２）式について説明すると以下のとおりである。

まず、右辺の期待値内の第１項は、破綻懸念国家が破綻する前（$t<\tau_b^*$）迄、毎期得られる支払金利（bL）の現在価値を表している。

第２項は破綻（τ_b^*）から与信回収（τ_m）する迄の間（$\tau_b^* \leqq t < \tau_m$）に、市場プレイヤーが得た与信シェア（$l_i$）に応じた財政収支（$X_t$）からの返済金額の現在価値を表している。なお、破綻以前に回収が生じる場合は、第１項の積分区間が t から τ_b^* までとなり、この第２項が不要となる。

第３項は、リーダープレイヤーが $t=\tau_m$ 時点で与信の全額（l_iL）回収することを表している。

2.3.2：リーダープレイヤーの与信債権価値の解析解導出

最大化問題の解として得られたリーダープレイヤーの与信債権価値 $D_i^L(x)$ を解析解として導出する。その際、破綻閾値 x_b と与信回収閾値 x_m が与えられた下で、最大化された債権価値の解を導出すると以下のとおりである。

まず、（２）式は以下のようなベルマン方程式に変形できる。

①$t<\tau_b^*$ のとき

$$D_i^L(X_t) = e^{-rdt}\left(l_i bL \cdot dt + \mathbb{E}_t\left[D_i^L(X_{t+dt})\right]\right)$$

②$\tau_b^* \leq t$ のとき

$$D_i^L(X_t) = e^{-rdt} \max\left\{l_i X_t \cdot dt + \mathbb{E}_t\left[D_i^L(X_{t+dt})\right], l_i L\right\}$$

これに伊藤のレンマを応用することで、$D_i^L(x)$が満たす微分方程式[9]が求められ、これらの方程式には解析解が存在し、市場プレイヤーiが与信を回収する最適な閾値x_mも同方程式の境界条件等から以下のように求められる。

① $x_b < x$ のとき

$$D_i^L(x) = \frac{l_i bL}{r} + \left[D_i^L|_{x_m < x \le x_b}(x_b) - \frac{l_i bL}{r}\right]\left(\frac{x}{x_b}\right)^{\gamma} \qquad (3)$$

但し、$D_i^L|_{x_m < x \le x_b}(x_b)$は、②のとおりである。

② $x_m < x \le x_b$ のとき

$$D_i^L(x) = l_i\left(\frac{x}{r-\mu}\right) + l_i\left(L - \frac{x_m}{r-\mu}\right)\left(\frac{x}{x_m}\right)^{\gamma} \qquad (4)$$

③ $x \le x_m$ のとき

$$l_i L \qquad (5)$$

ここで、$x_m = \frac{\gamma}{\gamma-1} \times L\,(r-\gamma)$である。また$\gamma = 1/2 - \mu/\sigma^2 - \sqrt{(\mu/\sigma^2 - 1/2)^2 + 2r/\sigma^2} < 0$で表される。

（３）式は、破綻前の与信債権価値である。第１項が支払金利の現在価値を表している。第２項が破綻オプション行使に伴う「負のオプション価値」に相当する。

xがx_mに近づくにつれてオプション価値は増加し、$x = x_m$で最大値となった時点で回収オプションが行使される。このとき、破綻後の与信債権価値$D_i^L|_{x \le x_b}(x)$は、リーダープレイヤーの与信額となる。また、同与信額への収束は、最大化問題の解の導出に当たって課された制約条件$D_i^{L'}|_{x \le x_b}(x_m) = 0$より、滑らかなものとなる。

（４）式において、第１項は国家財政収支の現在価値を表す。第２項は、リーダープレイヤーがフォロアープレイヤーより先に与信を回収することの「正のオプション価値」[10]を表している。この価値は、最適回収時刻がフォロアープレイヤーより早いことに伴って発生している。

図２-１は、リーダープレイヤーにとっての与信債権価値($D_i^L(x)$)が、財政収支(x)に対応してどう変化するかを示している。債権価値は与信額で基準化して表示している。まず、モデル想定により、リーダープレイヤーにとっての債権価値は１未満にはならず、与信回収閾値x_mで滑らかに１に向かって接続している。xが大きいほど、将来の支払利子総額が増加するため、債権価値は増大し、（３）

9）このとき微分方程式は以下の通り。

① $x_b < x$ のとき

$$rD_i^L(x) = l_i bL + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 D_i^{L''}(x) + \mu x D_i^{L'}(x)$$、境界条件：$D_i^L(x \to \infty) \to 0$, $D_i^L(x_b) \to D_i^L|_{x \le x_b}(x_b)$

② $x \le x_b$ のとき

$$rD_i^L(x) = l_i x + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 D_i^{L''}(x) + \mu x D_i^{L'}(x)$$、境界条件：$D_i^L(x \to \infty) \to l_i\left(\frac{x}{r-\mu}\right)$, $D_i^L(x_m) = l_i L$, $D_i^{L'}(x_m) = 0$

10）「正のオプション価値」は、①当該国全体への与信額Lから、リーダープレイヤーの回収閾値x_mにおける財政収支価値を差し引き、リーダープレイヤーの与信シェアを乗じた部分と、②回収が行われる確率（$(x/x_m)^{\gamma}$）の部分から構成される。①は、リーダープレイヤーが与信回収により得ることができる利得を意味するため、これに回収を行う確率をかけたものは、リーダープレイヤーの回収オプション価値と解釈できる。

式第１項（破綻しない場合の支払金利の現在価値）をＬで基準化した値に近づいていく。

2.4：フォロアープレイヤー（支援国家）のモデル

2.4.1：フォロアープレイヤーの与信債権価値

フォロアープレイヤー与信債権価値を $D_j^F(x_t)$（j＝支援国家）とし、このとき、フォロアープレイヤーの最適化問題は、リーダープレイヤーの最適回収時刻 $\tau_m{}^*$ を所与とした下で、以下の（６）式の通りで表わされる。なお、POP_t は「復活の不確実性に賭けるオプション」価値とする。

$$D_j^F(X_t) = \max_{\tau_c \in \mathcal{T}_t} \mathbb{E}_t\left(\int_t^{\tau_b^*} e^{-r(s-t)} l_j bL \cdot ds + \int_{\tau_b^*}^{\tau_m^*} e^{-r(s-t)} l_j X_t \cdot ds - e^{-r(\tau_m^*-t)} l_i L + \int_{\tau_m^*}^{\tau_c} e^{-r(s-t)} X_t \cdot ds + e^{-r(\tau_c-t)} C\right) + POP_t \quad (6)$$

フォロアープレイヤーは $\tau_m{}^*$ において与信の肩代りを行った後、最適な時刻で国家の破綻を確定し処理する。その時刻は（６）式の最適化問題の解として得られる。

この最適化問題を解くために（６）式を（７）式のように整理する。

$$D_j^F(X_t) = \max_{\tau_c \in \mathcal{T}_t} \mathbb{E}_t\left(\int_t^{\tau_b^*} e^{-r(s-t)} l_j bL \cdot ds + \int_{\tau_b^*}^{\tau_m^*} e^{-r(s-t)} l_j X_t \cdot ds + \int_{\tau_m^*}^{\tau_c} e^{-r(s-t)} (X_t - rl_i L) \cdot ds + e^{-r(\tau_c-t)} (c - l_i) L\right) + POP_t \quad (7)$$

（７）式については、右辺の期待値内の第１～２項はリーダープレイヤーと同じ考えである[11]ので、第３項以降の説明を行う。

第３項は、国家の破綻が確定し処理するまでの間（$\tau_m{}^* < t < \tau_c$）に得た財政収支全額から、肩代わりしたリーダープレイヤーの与信額から得られる利子収入（rl_iL）を控除した現在価値を表している。

第４項は、時刻 τ_c で国家を破綻処理した時の回収額（清算価値 C＝cL）からリーダープレイヤーの与信額を肩代わりした（l_iL）ものを控除した現在価値を表している。

期待値の外に位置する POP_t は、フォロアープレイヤーとして「復活の不確実性に賭けるオプション」価値をオプションとして定式化したものである。ここでも、POP_t は、上記で活用したブラック・ショールズ・モデルでも表わされるが、本稿では簡単に外生変数として扱う。

2.4.2：フォロアープレイヤーの「復活の不確実性に賭けるオプション」価値を組み込んだ与信債権価値の解析解導出

次に、フォロアープレイヤーの与信債権価値 $D_j^F(x)$ を解析解として導出すると以下のとおりである。その際、上記の POP_t は、期待値が掛っていないので、以下の解析解の導出に当たっては、まず、期待値内の解析解を導出し、導出後、POP_t を加算することで計算を行う。

（７）式の期待値内の方程式は、以下のようなベルマン方程式に変形できる。

11）異なるのは、フォロアーとなるため、以下のように第３～４項と、期待値の外に位置する「復活の不確実性に賭けるオプション」価値を表す POP_t 項が加えられる個所である。

①$t < \tau^*_b$ のとき

$$D^F_j(X_t) = e^{-rdt}\left(l_i bL \cdot dt + \mathbb{E}_t\left[D^F_j(X_{t+dt})\right]\right) \tag{8}$$

②$\tau^*_b \leq t < \tau^*_m$ のとき

$$D^F_j(X_t) = e^{-rdt}\left(l_j X_t \cdot dt + \mathbb{E}_t\left[D^F_j(X_{t+dt})\right]\right) \tag{9}$$

③$\tau^*_m \leq t$ のとき

$$D^L_j(X_t) = e^{-rdt}\max\left\{(X_t - rl_i L)\cdot dt + \mathbb{E}_t\left[D^L_i(X_{t+dt})\right], (c - l_i)L\right\} \tag{10}$$

これに伊藤のレンマを応用することで、$D^F_j(x)$ が満たす微分方程式[12] が求められ、これらの方程式には解析解が存在し、支援国家 j が与信を回収する最適な閾値 x_m も同方程式の境界条件等から以下のように求められる。

① $x_b < x$ のとき

$$D^F_j(x) = \frac{l_j bL}{r} + \left[D^F_j|_{x_m < x \leq x_b}(x_b) - \frac{l_j bL}{r}\right]\left(\frac{x}{x_b}\right)^{\gamma} + POP_t \tag{11}$$

但し、$D^F_j|_{x_m < x \leq x_b}(x_b)$ は、②、③のとおりである。

② $x_m < x \leq x_b$ のとき

$$D^F_j(x) = l_j\left(\frac{x}{r-\mu}\right) + \left(D^F_j|_{x_c < x \leq x_m}(x_m) - \frac{x_m}{r-\mu}\right)\left(\frac{x}{x_m}\right)^{\gamma} + POP_t \tag{12}$$

③ $x_c < x \leq x_m$ のとき

$$D^F_j(x) = l_j\left(\frac{x}{r-\mu}\right) - l_i L + \left(cL - \frac{x_c}{r-\mu}\right)\left(\frac{x}{x_c}\right)^{\gamma} + POP_t \tag{13}$$

④ $x \leq x_c$ のとき

$$(c - l_i)\ L + POP_t \tag{14}$$

ここで、 $x_c = \frac{\gamma}{\gamma - 1}(cL)(r - \gamma)$ である。

（11）式は、リーダープレイヤーの場合と類似しているが、破綻後の与信債権価値 $D^F_j|_{x_m < x \leq x_b}(x)$ の

12）このとき微分方程式は以下の通り。

① $x_b < x$ のとき

$rD^F_j(x) = l_j bL + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 D^{F''}_j(x) + \mu x D^{F'}_j(x)$ 、境界条件：$D^F_j(x \to \infty) \to 0$, $D^F_j(x_b) \to D^F_j|_{x \leq x_b}(x_b)$

② $x_m < x \leq x_b$ のとき

$rD^F_j(x) = l_j x + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 D^{F''}_j(x) + \mu x D^{F'}_j(x)$ 、境界条件：$D^F_j(x \to \infty) \to l_j\left(\frac{x}{r-\mu}\right)$, $D^F_j(x_m) = D^F_j|_{x \leq x_m}(x_m)$

③ $x \leq x_m$ のとき

$rD^F_j(x) = (x - rl_i L) + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 D^{F''}_j(x) + \mu x D^{F'}_j(x)$ 、境界条件：$D^F_j(x \to \infty) \to \left(\frac{x}{r-\mu}\right) - l_i L$, $D^F_j(x_c) = (c - l_i)L$, $D^{F'}_j(x_c) = 0$

内容が異なる。また、「復活の不確実性に賭けるオプション」価値を持つことによる第３項の POP_t が加算されている（以下（12）～（14）まで同様に加算）。しかし、この加算が大きな意味を持つ。この加算は、「正のオプション」価値を具体的に表すものとなり、フォロアープレイヤーとして機能する積極的な意味を支援国家に付与することになる。

このようにフォロアーの価値は「正」と「負」のオプション価値の合成となっている[13)]。

（12）式の第１項は国家財政収支の現在価値を表す[14)]。第２項は、リーダープレイヤーに先行回収されることの「負のオプション価値」を表している。その中には、肩代わり後の債権価値 $D_j^F|_{x_c < x \leq x_m}(x)$ が含まれており、その内容を（13）式に示した。

（13）式の第１項は、財政収支の現在価値からリーダープレイヤーの与信額を差し引いたものであり、先行回収された場合に財政収支価値の一部がリーダープレイヤーによって持ち出されることを意味している。第２項は、フォロアープレイヤーが国家を清算する権利を保有していることによる清算オプション価値である。清算価値（cL）から清算閾値 x_c で評価した財政収支の現在価値を差し引いたものに清算確率 $\left(\frac{x}{x_c}\right)^{\gamma}$ を乗じた式で表わされる。

清算価値が与信額未満（担保カバー率が100％未満）という仮定から、清算時刻が回収時刻より早くはならないことを意味した $x_c \leqq x_m$ が導ける。x_c と x_m の距離が大きいほど、フォロアープレイヤーは肩代わりした後に、被支援国が破綻することなく、国家運営を継続する状態が続きやすくなる。

図２－１にフォロアープレイヤーの POP_t を控除した与信債権価値 $(D_j^F(x) - POP_t)$ を与信額を基準化して太線で示した。リーダープレイヤーに回収オプションを行使される「負のオプション価値」を持つため、リーダープレイヤー与信の場合より下方にシフトしている。このように両プレイヤー間で利得の格差が生じており、とくに財政収支が悪化した局面で著しく拡大するため、本来、合理的にはフォロアープレイヤーになるのを回避したいが、金融システムを守るという使命を担うフォロアープレイヤーとしての支援国家の存在が必要となる。

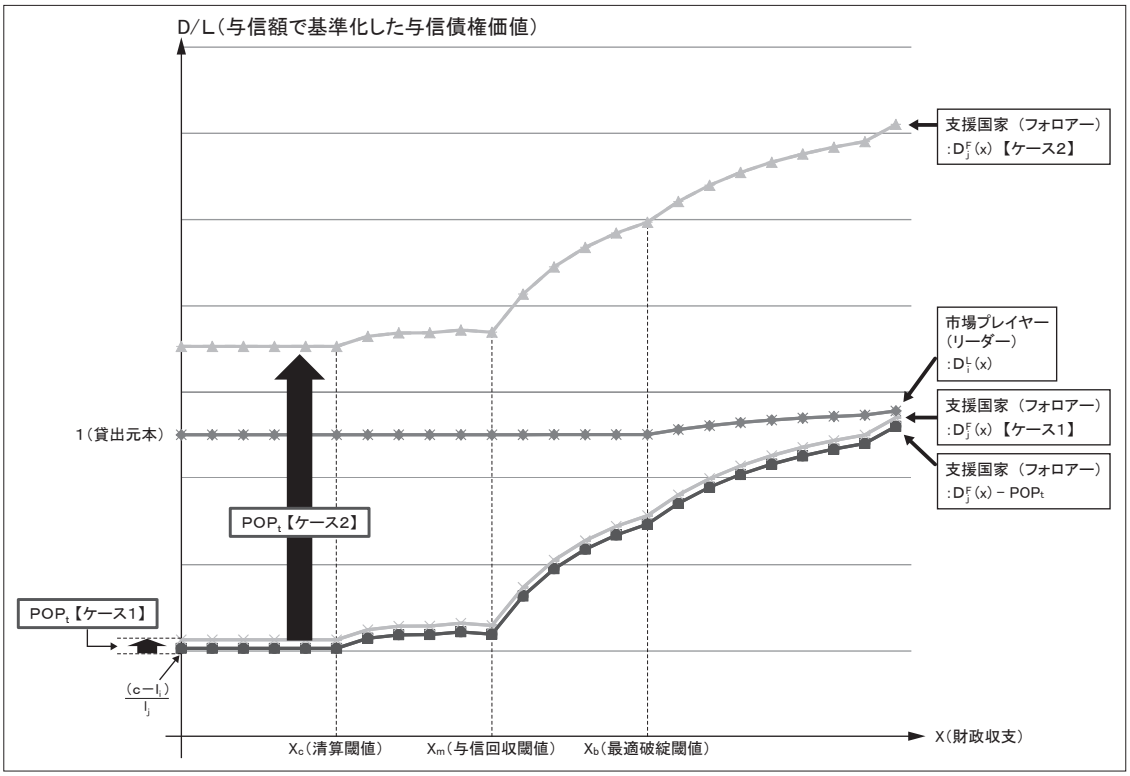
2.5：リーダープレイヤー、フォロアープレイヤーの与信債権価値分析

これまでの分析により算出された、リーダープレイヤー、フォロアープレイヤーの与信債権価値を基に、両プレイヤーは如何に対応するか、ということを考察してみたい。

まず、図２－１によって、以下のように２つのケースに分けて論じることにしたい。なお、ケース分けに使用される $D_{L-F}(x) = D_i^L(x) - D_j^F(x)$ とする。

13）概念的に示すと、フォロアーが持つオプション価値とは、①国家を倒産させることで損失を被る「負のオプション価値」と、②リーダーに与信を回収されることによる「負のオプション価値」のほか、③国家の清算オプションを保有することによる「正のオプション価値」で表せる。

14）x の割引率は $r-\mu$ となっている。これは、x が(1)式に従って確率的に変動するためである。



（図２－１）リーダープレイヤー、フォロアープレイヤーの与信債権価値概略図

（資料）本稿の「表３－１」のパラメータ設定に準じ独自に作成。なお、担保カバー率(c)は、与信回収時（0.6）から清算時まで漸減し、清算（0.01）後一定と計算した。

ケース１（$D_{L-F}(x)>0$）では、「復活の不確実性に賭けるオプション」価値を加えても、フォロアープレイヤーとなっている支援国家は、リーダープレイヤーの与信価値を上回ることがないため、この利得以外に価値を見いださなければ、支援を行うことはない。

ケース２（$D_{L-F}(x)\leqq 0$）では、「復活の不確実性に賭けるオプション」価値を加えると、フォロアープレイヤーである支援国家は、リーダープレイヤーの与信回収時期に至っても、リーダープレイヤーの与信価値を上回るため、オプション価値を加えた利得では、価値を見いだし、支援を行うことになる。

このようにケース分けすると、「復活の不確実性に賭けるオプション」価値を加えた利得で見る限り、フォロアープレイヤーがリーダープレイヤーの与信価値を上回るケース２の場合、支援を行うことの合理性が確認できる。しかも、今次欧州危機の場合は、ユーロの通貨統合と言う大きな理想や域内の金融システムの安定維持等の限定合理性を織り込むと、無制限ではないとしても支援を継続するインセンティブの大きな存在を検証できたと考えてよかろう。

第３節：比較静学分析

本節では、各外生変数が変化したとき、リーダープレイヤーとフォロアープレイヤーに如何なる変化が生じるかを、比較静学分析により行う。

具体的には、①支援国家のシェア、②担保掛け目、③無リスク金利、④期待値（財政収支の見込み）を変化させることで、市場プレイヤーや、支援国家の与信債権価値に如何なる変化が生じるかについて検証し、そのインプリケーションを示す。そこで、数値計算にあたって基準となるパラメータを表３－１のように設定した。その結果は、表３－２のとおりである。

（表３－１）数値計算に当たって基準となるパラメータ

変　数	数値	変　数	数値	変　数	数値	変　数	数値
確率変数Ｘのトレンド(μ)	0%	評価時点の財政収支(X)	0	支援国家シェア(l)	70%	貸出金利(b)	10%
同ボラティリティ(σ)	10%	貸出額(L)	5,000	担保掛け目(c)	40%	無リスク金利(r)	6%

（資料）本稿の仮説設定に準じ独自に作成。

（表３－２）主要変数の変化に伴う影響

<table>
<tr><th rowspan="3"></th><th colspan="4">増加（上昇）</th><th colspan="4">減少（下落）</th></tr>
<tr><th colspan="2">リーダープレイヤー</th><th colspan="2">フォロアープレイヤー</th><th colspan="2">リーダープレイヤー</th><th colspan="2">フォロアープレイヤー</th></tr>
<tr><th>領域</th><th>シフトの方向</th><th>領域</th><th>シフトの方向</th><th>領域</th><th>シフトの方向</th><th>領域</th><th>シフトの方向</th></tr>
<tr><td>支援国家のシェア</td><td colspan="2"></td><td>清算・回収・破綻の領域</td><td>上方シフト。</td><td colspan="2"></td><td>清算・回収・破綻の領域</td><td>下方シフト。</td></tr>
<tr><td>担保掛け目</td><td colspan="2"></td><td>全体を通じて</td><td>上方シフト。</td><td colspan="2"></td><td>全体を通じて</td><td>下方シフト。</td></tr>
<tr><td>無リスク金利</td><td rowspan="2">清算に至る前の領域</td><td>債権価値が低下。</td><td rowspan="2">清算に至る前の領域</td><td>債権価値が低下。</td><td rowspan="2">清算に至る前の領域</td><td>債権価値が上昇。</td><td rowspan="2">清算に至る前の領域</td><td>債権価値が上昇。</td></tr>
<tr><td>期待値(財政収支見込み)</td><td>債権価値が上昇。</td><td>債権価値が上昇。</td><td>債権価値が低下。</td><td>債権価値が低下。</td></tr>
</table>

（資料）本稿の仮説設定に準じ独自に作成。

3.1：支援国家シェア（l_j）変化の比較静学

支援国家のシェアが変化した場合の影響を比較静学により検証する。

具体的には、支援国家の与信シェアが増加（70%→90%）する場合と、減少（70%→30%）する場合を例に分析を行った。その結果は以下のとおりである。

①支援国家のシェアが高い水準になればなるほど、与信債権価値が増加する。これは、フォロアープレイヤーである支援国家に、既にかなりのリスクが集中している状態にあるため、フォロアープレイヤーが、リーダープレイヤーに与信を先行して回収された分を、肩代わりする与信量（含む損失）が少ないために起こる影響である。

②一方、支援国家のシェアが低ければ低いほど、与信債権価値が低下する。これは、①とは逆

に、フォロアープレイヤーが、リーダープレイヤーに与信を回収される影響が大きいために債権価値の劣化が大きいためである。

すなわち、支援国家のシェアが大きい状態であると、リーダープレイヤーからの与信回収ダメージが相対的に小さくなることによるものと思われる。ということは、支援国家のシェアが大きければ、大きい程、フォロアーとしての行動することへの合理性が増すということであり、逆に言えば、シェアが小さい中で、支援国家としての機能を引き受けフォロアーになることは、転嫁メカニズムにより極めて大きなリスクを追加的に引き受ける覚悟をせねばならない、ということである。

3.2：担保掛け目（c）変化の比較静学

担保掛け目が変化した場合の影響を比較静学により検証する。

具体的には、担保掛け目（100％時）、担保掛け目増加（40％→80％）、担保掛け目減少（40％→20％）を例に行った。その結果は以下のとおりである。

①担保掛け目が増加すると、清算価値が上昇し、フォロアーとなった支援国家は、ラスト・リゾートとして救済・支援を行っても、なお、担保掛け目の上昇から損失は軽減される。特に、担保掛け目が100％となった場合は、全て保全されるので、支援インセンティブは極めて大きくなる。しかし、現実としては、そのような場合には破綻は生じない。

②一方、担保掛け目が減少すると、清算価値が低下し、与信債権価値も低下する。これは、リーダープレイヤーの先行回収により、フォロアーの支援国家が貸出を肩代わりすることを意味するため、大きな損失を引き受けることであり、こうした支援を継続することのダメージが非常に大きなものとなるリスクを抱えている。

すなわち、担保掛け目が大きいと、リーダープレイヤーからの回収によるダメージは緩和され、フォロアープレイヤーの与信債権価値を向上させるプラスの効果を生み出す可能性を示唆していることは皮肉である。しかし、逆の場合は、回収の肩代わりで、リスクは更に大きなものとなり、破壊的である。通常は、こうした担保掛け目が低くなることで、国家の債務危機は発生するため、むしろ現実は後者のように悲惨なケースを想定しておくことが現実であろう。

3.3：無リスク金利（r）変化の比較静学

無リスク金利が変化することの影響を、以下のとおり比較静学により検証する。具体的には、無リスク金利上昇（６％→10％）、無リスク金利下落（６％→３％）を例に行った。その結果は以下のとおりである。

①無リスク金利が上昇すると、支払金利の割引現在価値が低下し、清算時以前の与信債権価値を下落させる。

②一方、無リスク金利が下落すると、支払金利の割引現在価値が上昇し、清算時以前の与信債権価値を上昇させる。設定条件によっては、フォロアープレイヤーの債権価値は、リーダー

プレイヤーの債権価値を上回ることもあるなど、支援の合理性が増すことがみてとれた。

3.4：期待値〈財政収支見込み〉（μ）変化の比較静学

期待値が変化することの影響を、以下のとおり比較静学により検証する。期待値の影響をみることは、財政収支見込みを見ることにも等しい。具体的には、期待値上昇（０％→３％）、期待値下落（０％→▲４％）を例に行った。その結果は以下のとおりである。

①期待値（財政収支見込み）が増加すると、支払金利の割引現在価値や、返済財源となる国家財政収支の割引現在価値が上昇し、清算時以前の与信債権価値を上昇させる。

②一方、期待値（財政収支見込み）が減少すると、支払金利の割引現在価値や、返済財源となる国家財政収支の割引現在価値が下落し、清算時以前の与信債権価値を下落させる。

第４節：終わりに

本稿では、ゲーム論的リアル・オプションの手法により、２プレイヤーモデル（リーダープレイヤー、フォロアープレイヤー）に分け、支援するか、与信回収・破綻を選択するか、を巡り、競争する状況を考えた。

そのモデル分析結果によると、「復活の不確実性に賭けるオプション」価値を組み込むことによって、支援するメカニズムが明らかになった。また、国家財政の回復に賭けるオプション価値が、回収や清算を先送りさせる合理性を定量的に評価する手法として活用可能であることも示している。

具体的には、「復活の不確実性に賭けるオプション」価値によって、支援国家は、市場プレイヤーに比べ、各種価値（通貨統合維持、自国金融システムの擁護等）があるため、破綻懸念国家の財政状況回復に賭けるオプション価値によって、回収や清算を先送りさせる合理性がある。

しかし、その結果として生じるゲームの均衡が、支援国家へのエクスポージャー集中を通じて与信ポートフォリオの集中リスクが一段と高まる可能性があることや、破綻懸念国家の信用状況が悪化したときほど信用リスクの加速度的上昇をもたらす仕組みを内包してしまう危険性も併せ明らかになった。この場合、比較静学分析結果によると、①支援国家へのエクスポージャー集中が起こること、②いったんエクスポージャー集中が起こった後は、支援を継続する（清算を先送りする）合理性が強まってしまう危険性があるとすることも示唆されている。

また、比較静学分析では、支援国家のシェアが大きいほど、あるいは、担保掛け目が大きいほど、清算価値の増加を通じて与信債権価値を増大させ、支援の枠組み構築がなされやすいことも示唆された。しかし、逆の状況が生じた場合は、悲劇的な結果が待っていることも暗示されている。

また、無リスク金利下落、財政収支等の期待値の増加により、清算に至る前の与信債権価値を上昇させて、破綻処理を先延ばしする合理性が増大することも見て取れた。

市場は国家支援の存在を見極めつつ、破綻に賭ける戦略は危険と判断し、市場と国家が微妙な「暗

黙のアライアンス」を結ぶことが合理的となり、ひいては金融システムの安定化が図られることをみてきた。

今後も、市場と国家による「暗黙のアライアンス」が生じ、金融システムの安定性が担保されることを期待したい。

参考文献

（日本語文献）

安藤美孝（2005）「与信ポートフォリオの信用リスクの解析的な評価法：極限損失分布およびグラニュラリティ調整を軸に」『金融研究』第24巻別冊第１号、日本銀行金融研究所、39～120頁。

翁邦雄、白川方明、白塚重典（2000）「資産価格バブルと金融政策：1980年代後半の日本の経験とその教訓」、『金融研究』第19巻第４号、日本銀行金融研究所、261～322頁。

小幡績、坂井功治（2005）「メインバンク・ガバナンスと「追い貸し」」『経済研究』第56巻第２号、一橋大学経済研究所。

菊池健太郎（2007a）「与信ポートフォリオ VaR の解析的な評価法：条件付鞍点法による近似計算の理論と数値検証」『金融研究』第26巻別冊第２号、日本銀行金融研究所、137～186頁。

菊池健太郎（2007b）「信用 VaR の債務者別分解とパラメータ感応度：条件付鞍点法による VaR 解析表現法の応用」『金融研究』第26巻別冊第２号、日本銀行金融研究所、187～231頁。

経済産業省（2006）「事業再生の円滑化のための対応策」。

芝田隆志・山田哲也（2008a）「債務支援国家寄せ」リスクと与信債権価値の評価ーゲーム論的リアル・オプションによるアプローチー」日本銀行金融研究所ディスカッション・ペーパー・シリーズ Discussion Paper No.2008-J-14。

芝田隆志、山田哲也（2008b）「メイン寄せリスクと貸出債権価値の評価：ゲーム論的リアルオプションによるアプローチ」『金融研究』第27巻別冊第２号、日本銀行金融研究所、１～46頁。

内閣府（2003）『平成15年版 経済白書』。

日本銀行（2002）「不良債権問題の基本的な考え方」。

日本銀行（各年）「金融システムレポート」。

日本銀行金融機構局（2005）「リスク管理高度化と金融機関経営に関するペーパーシリーズ 統合リスク」。

肥後秀明（2006）「不均一な与信ポートフォリオのリスク計量におけるモンテカルロ・シミュレーションの効率化」日本銀行ワーキングペーパーシリーズ No 06-J-18。

福田慎一、鯉渕賢（2004）「主力行の債権放棄比率：誰が多く負担するのか？」『経済学論集』第70巻２号、東京大学経済学会。

福田慎一、鯉渕賢（2006）「不良債権と債務超過メインバンクの超過負債」CARF ワーキングペーパーCARF-J-022。

山田哲也（2007）「「メイン寄せ」のゲーム論的考察」『経済論叢』京都大学経済学会。

吉岡孝昭（2010）「最近の国際金融経済動向ー欧米の動揺と再興する経済ー」『平和研所内会議報告（概要）』６月14日開催。http://www.iips.org/inhousemeeting/inhousemeeting20100614.pdf、2013年11月20日確認。

（英語文献）

Dixit, A. and R. Pindyck (1994), *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press.

Egami, M. (2009), “A game options approach to the investment problem with convertible debt financing,” Working paper, Kyoto University.

Fudenberg, D. and J. Tirole (1985), "Pre-emption and Rent Equalisation in the Adoption of New Technology," *Review of Economic Studies*, 55, pp.383-401.

Goldstein, R., N. Ju, and H. Leland (2001), "An ebit-based model of dynamic capital structure," *Journal of Business*, 74, pp.483-512.

Grenadier, R. (1996), "The Strategic Exercise of Options: Development Cascades and Overbuilding in Real Estate Markets," *Journal of Finance*, 51, pp.1653-1679.

Grenadier, S. and N. Wang (2007), "Investment under uncertainty and time-inconsistent preferences," *Journal of Financial Economics*, 84, pp.2-39.

Hoshi, T. (2001), "What happened to Japanese banks?," *Monetary and Economic Studies*, 19, pp.1-30.

Huisman, K. and P. Kort (1999), "Effect of strategic interactions of the option value of waiting," Center Discussion Paper 9922.

Huisman, K. (2001), *Technology Investment: The game theoretic Real Option Approach*, Kluwer Academic Publishers.

Kijima, M. and T. Shibata (2005), "Real Options in An Oligopoly Market," *Kyoto Economic Review*, 74, pp.47-64.

Laibson, D. (1997), "Golden eggs and hyperbolic discounting," *Quarterly Journal of Economics*, 112, pp.443-477.

Leland, H. (1994), "Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure," *Journal of Finance*, 49, pp.1213-1252.

Lyandres, E. and A. Zhdanov (2006a), "Accelerated financing and investment in the presence of risky debt," *Simon School Working paper*, No.FR03-28.

Lyandres, E. and A. Zhdanov (2006b), "Convertible debt and investment timing," Working paper, Rice University.

Mauer, D. C. and S. Sarkar (2005), "Real option, agency conflicts and optimal capital structure," *Journal of Banking and Finance*, 29, pp.1405-1428.

Mella-Barral, P. and W. Perraudin (1997), "Strategic Debt Services," *Journal of Finance*, 52, pp.531-556.

Modigliani, F. and M. Miller (1958), "The cost of capital, corporation finance, and the theory of investment," *American Economic Review*, 48, pp.261-297.

Nishihara, M. and T. Shibata (2009), "Investment game with debt financing," Recent Advances in Financial Engineering, Proceedings of the 2008 Daiwa International Workshop on Financial Engineering, World Scientific, pp.161-187.

Shibata, T. (2005), "On the Value-Volatility Relationship in a Real Options Model," *Kyoto Economic Review*, 74, pp.205-213.

Sundaresan, S. and N. Wang (2007), "Investment under uncertainty with strategic debt service," *American Economic Review*, 97, pp.256-261.

Thomas E. Copeland, Vladimir Antikarov (2003), *Real Options: A Practitioners Guide*、トム コープランド、ウラジミール アンティカロフ著、栃本克之訳（2002）『決定版 リアル・オプション―戦略フレキシビリティと経営意思決定』東洋経済新報社。

Weeds, H. (2002), "Strategic Delay in a Real Options Model of R&D Competition," *Review of Economic Studies*, 69, pp.729-747.

Yagi, K., R. Takashima, H. Takamori and K. Sawaki (2008), "Timing of convertible debt financing and investment," *CARF Working paper*, No. CARF-F-131, The University of Tokyo.

Zhdanov, A. (2007), "Competitive equilibrium with debt," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 42, pp.709-734.

Zhdanov, A. (2008), "Optimal capital structure in a duopoly," Working paper, University of Lausanne.

(HP)

Wikipedia、NHK、OECD、ECB、BOJ、日本国金融庁、国連、世界銀行、IMF。

（新聞等）

日本経済新聞、読売新聞、WSJ、FT 等。

（統計等）

ADB（Various Years）*Key Indicators.*

IMF（Various Years）*International Financial Statistics*, *Direction of Trade Statistics Yearbook*, and *World Economic Outlook Databases.*