



Title	群行動由来最適化法の開発
Author(s)	内種, 岳詞
Citation	大阪大学, 2013, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/51403
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

群行動由来最適化法の開発

Development of Animal Swarm Optimization

提出先 大阪大学大学院情報科学研究科

提出年月 2013年1月

内種 岳詞

研究業績

原著論文

[1]内種岳詞 and 畠中利治, “単一の目的関数に基づくガイド選択による多目的 PSO,” 進化計算学会論文誌 進化型多目的最適化 (EMO) 特集号, vol. 3, no. 3, pp. 155–162, 2012.

[2]Takeshi Uchitane, Ta Viet Ton and Atsushi Yagi, “An ordinary differential equation model for fish schooling,” *Scientiae Mathematicae Japonicae*, 2013(掲載予定).

国際会議論文

[1]Takeshi Uchitane, Nobuhiko Kondo and Toshiharu Hatanaka, “Guide selection methods using topology in multi-objective particle swarm optimization,” *Joint 4th International Conference of Soft Computing and Intelligent Systems and 9th International Symposium on advanced Intelligent Systems*, 2008.

[2]Takeshi Uchitane and Toshiharu Hatanaka, “Evolution strategies for biped locomotion learning using nonlinear oscillators,” *Proceedings of SICE Annual Conference (SICE) 2010*, pp. 1458–1461, 2010.

[3]Takeshi Uchitane and Toshiharu Hatanaka, “Applying Evolution Strategies for Biped

Locomotion Learning in RoboCup 3D Soccer Simulation,” *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 179–185, 2011.

[4]Takeshi Uchitane and Toshiharu Hatanaka, “Experimental Study for Multi-Objective PSO with Single Objective Guide Selection,” *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 2308–2313, 2012.

[5]Yamamoto Masashi, Takeshi Uchitane and Toshiharu Hatanaka, “An experimental study for multi-objective optimization by particle swarm with graph based archive,” *Proceedings of SICE Annual Conference (SICE)* 2012, pp. 89–94, 2012.

目次

第1章 序論	1
第2章 単一目的粒子群最適化法 (Particle Swarm Optimization)	5
2.1 最適化問題	5
2.2 PSO	5
2.3 実問題への適用	7
2.3.1 RoboCup Soccer Simulation 3D	8
2.3.2 歩行動作獲得問題	10
2.3.3 PSO の適用	14
2.3.4 数値実験	15
2.3.5 考察	17
2.4 まとめ	17
第3章 多目的粒子群最適化法	21
3.1 多目的最適化問題	22
3.2 Multi-objective PSO	22
3.3 単純化ルールによるガイド選択	25
3.3.1 数値実験	26
3.3.2 考察	35
3.4 まとめ	35
第4章 確率常微分方程式による魚群動態モデル	36
4.1 モデル方程式	38

4.2	局所解	39
4.3	特別な場合での大域解	39
4.3.1	確定的な場合 ($\sigma_1 = \sigma_2 = 0$)	40
4.3.2	確率的な場合 ($\sigma_1 + \sigma_2 > 0$)	42
4.4	数値実験	46
4.4.1	ロバスト性	46
4.4.2	衝突	47
4.5	まとめ	47
第 5 章	群行動由来最適化 (Animal Swarm Optimization)	50
5.1	ASO の構成	51
5.1.1	ポテンシャル場から受ける力	51
5.1.2	粒子の動作モデル	51
5.2	粒子の振る舞いの検証	52
5.2.1	Sphere 関数への適用	52
5.2.2	Rastrigin 関数への適用	54
5.2.3	Rosenbrock 関数への適用	55
5.2.4	ベンチマーク問題を用いた数値実験の考察	57
5.3	集団として振る舞いの効果とブラウン運動の効果	58
5.3.1	集団での振る舞いの効果	58
5.3.2	ブラウン運動の効果	58
5.4	まとめ	59
第 6 章	ASO の実問題への適用手順	69
6.1	グラディエントの推定	69
6.1.1	同時摂動型最適化法	70
6.1.2	同時摂動型最適化法によるグラディエント推定	71
6.1.3	CMA-ES	71

6.1.4	分散共分散行列を用いたグラディエント推定	73
6.1.5	ASO の実問題への適用に向けて	74
6.2	まとめ	75
第7章	結論	77

第1章 序論

最も望ましい設計，計画，方策などを合理的に作成することまたは選択することは最適化と呼ばれる。日常的な活動における行動選択から社会問題まで，多くのことを最適化問題として扱うことができる。最適化問題は，モデル構造やパラメータを持った数理モデルとして定式化される。最近では，計算機の発展により大規模で複雑な数理モデルを扱うシミュレーションが可能になり，ナノテクノロジーから宇宙開発までその扱うべき問題のスケールは大きくなりつつある。しかし，そのような大規模かつ複雑なシミュレーションにおいて，問題の設定が結果に及ぼす影響を予想することは困難であり，なにかしらの試行錯誤によって望ましい結果を得ることが期待される。たとえば，RoboCup プロジェクト [1] ではロボットによるサッカーの競技の実現を目指しており，複数のロボットが周囲の環境や自己の状態に応じた判断をし行動を選択しなければならない。どのような判断がどのように結果（勝敗や得失点）に影響を与えるかを解明することが望まれるが，その関係性をなにかしらの解析可能な関数で表すことは困難である。シミュレーションは実機を用いるより試行錯誤を複数回行うのに適しているため，ロボットのこのような意思決定の方式を開発するためにシミュレーション環境でロボットがサッカーの競技を行う RoboCup Soccer Simulation 2D 競技が設けられている。さらに，意思決定だけでなく行動のもととなる動作の作成をも目的とした RoboCup Soccer Simulation 3D 競技も設けられ，将来シミュレーションで得られた知見を実機へ応用することが期待されている。

計算機の発展は，最適化問題として定式化できる問題の規模や質の変化をもたらす一方で，望ましい結果を導く設定を探索する最適化法の開発にも影響を与えている。その1つが，進化の過程を経て生存してきた生物がもつ現実の環境において何かしらの

機能を発揮するシステムを工学的に利用するバイオインスパイアードなシステム開発であり、すでに生物が築き上げた様々なシステムを最適化法に取り入れることが検討されている。たとえば、これまでに生物の進化に由来したもの (Evolution Strategies), 遺伝の仕組みに由来したもの (Genetic Algorithm), 鳥の群の振る舞いに由来したものの (Particle Swarm Optimization), 蟻のフェロモン追跡に由来したもの (Ant Colony Optimization) そして、蜂の行動に由来したもの (Artificial Bee Colony Optimization) などが開発されてきた。また、生物集団の行動すなわち群の振る舞いに由来した最適化法が開発されている。これらの最適化法はいずれも、集団ベースの探索法であり、複数の探索点を用い試行錯誤的に望ましい結果を導く設定を発見することを目的としている。そして、複数の探索点を用いることにより、単一の探索点で繰り返し行った探索では達成できない高い最適解発見可能性や早い最適解発見が期待される。このように、多様な最適化法が開発されているが、No Free Lunch 定理 [2] が示すように、すべての問題に対して万能な解法は存在せず、問題ごとに有用な解法を開発、検討する必要がある。しかしながら、複数のベンチマーク問題に対する最適解の発見可能性と発見速度で集団ベースの最適化法の性能が評価されており、その性能は、集団を構成する探索点の動作モデルとそのモデルのパラメータに依存している。

本論文では、集団ベースの最適化法の中でも、探索点が群として動き回る様子をモデル化した動作モデルを持つ最適化法に焦点を当てる。生物が群を成すことにより、単一の個体では実現できない機能を発揮することは群知能 (Swarm Intelligence) と呼ばれる。たとえば、魚や鳥といった群れを形成して行動する動物は、個体間に働く単純な相互作用を通じて、群としての機能を実現する。個々の個体は群としての振る舞いを明示的に意識することなしに合理的な集団行動を実現しているように見え、餌場を効率良く探索したり外敵から身を守るといったメリットが得られる。これら群知能の自律的に機能を発揮する能力を、集団ベースの探索法に利用することが考えられる。

集団ベースの探索法の 1 つである Particle Swarm Optimization(以後、PSO とする) では、粒子と呼ばれる探索点が、位置と速度を持って動き回り望ましい解の発見を試みる。その動作モデルには、粒子の挙動を決定するパラメータと、探索によって更

新される入力（位置ベクトル）が存在し、望ましい粒子の動きや適用する問題に合わせてそれぞれ適切に設定する必要がある。

生物の群行動の仕組みを取り入れた探索法を新たに開発することは、集団ベースの最適化法の取り扱える新たな問題の領域を開拓するだけでなく、社会における集団行動の最適化や理解に役立つものと考えられる。また、PSOには、鳥の群行動をベースにしつつも人が取得した情報を処理し行動を決めるという社会的行動規範が部分的に取り込まれたため、動物の群行動のモデルにより忠実な最適化法の開発が期待できる。このため、本論文では新しい群の動作モデルに由来した探索法として Animal Swarm Optimization (以後、ASO とする) を提案する。ASO は、魚の群形成モデルに由来した動作モデルを採用した集団ベースの最適化法である。数値実験により、提案した動作モデルとそのモデルのパラメータに依存した最適解の発見可能性の観点から ASO の動作モデルにおける粒子の振る舞いを検証する。以下に、本論文の構成を述べる。

第2章では、既存の PSO が開発された経緯を示し、その後実問題への適用の研究として、単一目的の最適化問題である2足歩行ロボットの歩行動作獲得のための歩行パラメータ調整問題への PSO の適用を示す。ロボットの望ましい動作を実現するパラメータを調整する問題は、ロボットのボディダイナミクスによる変数間の複雑な依存関係や目的関数を直接解析することが困難であるため、試行錯誤的にパラメータを発見することが考えられている。動作の評価を数値化する目的関数の定式化と歩行動作モデルの定式化を示す [3]。そして、数値実験で PSO を用いて望ましい歩行動作を実現するパラメータを発見できることと、その探索の過程を示す [4]。

第3章では、多目的最適化問題への PSO の適用を示す。単一目的の最適化問題への適用との差異を述べ、多目的最適化問題における粒子の望ましい振る舞い方を議論する。また、多目的最適化問題に PSO を適用する1方法を提案し、その性能を評価する [5]。

第4章では、生物が集団を形成するモデルに由来した新たな最適化スキームの開発を目的に、既存の魚群モデルをより単純化した確率魚群モデルを提案する。魚群モデルでは、生物が群を形成するルールは、“集中”と“衝突回避”と“速度の一致”によっ

て達成されると言われている。これらのルールを物理的な力として扱い、確率魚群モデルとして確率常微分方程式で定式化する。また、そのモデルの解の構成と群形成のロバスト性を表す数値実験を示す [6]。

第5章では、ASOの動作モデルを開発する。まず、第4章で提案した確率魚群モデルに基づいて時間離散な確率魚群モデルを提案する。時間離散な確率魚群モデルでは、“集中”と“衝突回避”そして周囲の環境に反応するためにポテンシャル関数のグラディエントに基づく作用を考慮する。また、これらの情報処理や行動にともなうノイズも考慮することにする。これらの作用により、群を構成する各粒子は、周囲の粒子と一定の距離を保ちつつ集団を形成するように振る舞う。同時に、各時刻で自身の位置でのポテンシャル関数のグラディエントを感知し、よりよい方向へと移動する力を受ける。たとえば走化性のように、生物が環境に反応する能力をポテンシャル関数のグラディエントに基づく作用で表現することは自然である。また、時間離散な確率魚群モデルは、最適化法であるASOにおける粒子の振る舞いのモデルであり、様々な問題に対応するために、縄張りの半径、誘引力の到達距離、ノイズの強さなどのパラメータを含んでいる。ASOの最適化法としての性能を検証するために、ベンチマーク問題を用いた数値実験を行う。第2章で取り扱った2足歩行ロボットの歩行動作獲得のためのパラメータ調整問題は、目的関数の多峰性と設計変数間の依存関係が存在すると考えられる。このことから、ベンチマーク問題には、多峰性の目的関数と設計変数間に依存関係のある目的関数をそれぞれ利用する。また、歩行動作獲得問題は、高次元の設計変数空間における最適化を行う必要があることから、次元数の多い問題へのASOの適用も示す。数値実験により、ASOの粒子の振る舞いを評価し、パラメータが粒子の振る舞いへ与える影響について述べる。

第6章では、ASOを最適化問題へ適用する手順を示す。まず、ポテンシャル場の傾きが未知である問題のクラスにおいて、各粒子の位置でのポテンシャル場の傾きを推定しASOを適用する方法を述べる。次に、ASOによって最適解を得る手順について示し、ASOの利点についても述べる。

第7章では、本論文を総括し、今後の課題を述べる。

第2章 単一目的粒子群最適化法 (Particle Swarm Optimization)

粒子群最適化法 (Particle Swarm Optimization, 以後 PSO とする.) [7] は, 鳥の群の振る舞いに着想を得た確率的多点探索アルゴリズムである. 本章では, PSO が開発された過程を示し, さらに, PSO の実問題への適用を示す.

2.1 最適化問題

最適化問題は, 設計変数 $\boldsymbol{x} \in S$, $S \subset \mathbb{R}^D$ に対して目的関数 $f(\boldsymbol{x})$ の値が最小 (または最大) となる状態を求める問題である. 集合 S は実行可能領域を表し, たとえば S は, ある区間における連続の実数値や整数値, またはそれらの組み合わせとなる. 決定変数が連続値である最適化問題はとくに関数最適化問題と呼ばれる. また, 考えている目的関数がモデル化された系のエネルギーを表すものと見なし, エネルギー最小化問題とも呼ばれる.

2.2 PSO

PSO は粒子と呼ばれる複数の探索点が設計変数空間において速度を持って動き回りより良い解を探索する確率的最適化法である. PSO における粒子の動作モデルは, 粒子の位置を $\boldsymbol{x}_i^{(t)} \in \mathbb{R}^D$, $\boldsymbol{x}_i^{(t)} = (x_{i,1}^{(t)}, x_{i,2}^{(t)}, \dots, x_{i,D}^{(t)})^T$ (D は次元数) として式 (2.1) と式

(2.2)

$$v_{i,d}^{(t+1)} = wv_{i,d}^{(t)} + c_1r_1(p_{i,d}^{(t)} - x_{i,d}^{(t)}) + c_2r_2(g_d^{(t)} - x_{i,d}^{(t)}), \quad (2.1)$$

$$x_{i,d}^{(t+1)} = x_{i,d}^{(t)} + v_{i,d}^{(t+1)}, \quad (2.2)$$

により記述される。ここで、 d は設計変数空間の次元を表し、 i は粒子の番号を表す。 $v_{i,d}^{(t)}$ は t 世代目における粒子 $x_i^{(t)}$ の速度成分を表す。また、 w は、慣性係数であり、 c_1, c_2 はガイド方向への移動量を決定する項の係数である。 r_1, r_2 は、区間 $[0,1]$ の一様分布に従う乱数である。 $p_{i,d}^{(t)}$ は各粒子が探索の過程で見つけた最良の点 $pbest$ の成分を表し、 $g_d^{(t)}$ は全粒子の持つ $pbest$ の中での最良の点 $gbest$ の成分を表す。

PSO のアルゴリズムは、以下のようにまとめられる。

- i. 初期集団を探索空間内にランダムに生成する。
- ii. 各粒子を評価する。
- iii. 各粒子の $pbest$ を更新し、 $gbest$ を選択する。
- iv. 式 (2.1) と式 (2.2) に従って各粒子の位置を更新する。
- v. 終了条件を満たすまで、(ii) から (iv) を繰り返す。

$gbest$ は、全粒子の発見した中での最良の点であり、終了条件を満たしたときの $gbest$ を最良解とする。

PSO の動作モデルは、Heppner の鳥のシミュレーション [8] に由来している。そのシミュレーションでは、鳥はあらかじめ与えられた止まり木の位置に引き付けられ、その止まり木の周りに鳥が群がる様子がシミュレートされた。この振る舞いは、式 (2.1) に反映されており、粒子は自身が発見した最良の点 ($pbest$) と群れ全体で発見した最良の点 ($gbest$) に引き付けられ、その周囲を探索する。このことは、各々の鳥は自身の存在位置を“評価でき”他者の位置と“比較でき”得られた最も良い値を“覚えている”という仮定の上に成り立っている。また、探索の過程で、より良い $pbest$ や $gbest$ が発見されると、鳥が移動する軌跡が変化する。このように目標位置を与えられることにより、

近傍をランダムに探索する必要はなくなり、周囲をランダムに探索する機能(たとえばノイズ)は除かれた。しかし、人間が取得した情報を処理して自身の行動を決めるといふ社会的行動規範に基づく仮定(次元ごとに独立した振る舞いをする事)や、衝突が許された鳥であるという仮定(同時刻に同じ位置に粒子は存在できる事)が導入されたことにより、現実世界での生物集団の振る舞いからはかけ離れた動作モデルとなっている。

PSO は、はやい収束能力を持ち、他のアルゴリズムなどに比べ実装が容易であるという特徴を有している。そのため、性能の改善や様々な問題への適用法や動作モデルに含まれるパラメータの解析などの研究が行われてきた。多くのアルゴリズム開発の研究成果を取り込んだ、標準的な PSO として Standard PSO [9] が作成された。PSO のモデルに含まれるパラメータに対して粒子の挙動の収束に関する解析も行われた [10, 11, 12, 13, 14, 15]。また、多峰性関数への適用を考慮し大域探索と局所探索のバランスを取るために、慣性項の係数を動的に変更する手法 [16] や、速度の更新式に摂動の項を導入したもの [17]、そして、粒子間のネットワークを考慮し情報伝達を制限する方法 [18] などが開発された。動作モデルに対する改良として、生物の移動が時間的に跳躍するのは不自然であることから時間的に離散化されている粒子の動作モデルを連続時間におけるモデルで置き換え最適化を行う Continuous PSO [19] が提案された。

2.3 実問題への適用

単一目的の PSO を実問題である RoboCup Soccer Simulation 3D 競技環境における 2 足歩行ロボットの歩行パラメータ探索問題に適用し、その性能を評価する。実問題へ PSO を適用するときには、目的関数の設計と PSO の動作モデルパラメータを適切に設定しなければならない。以下の節で、適用する問題と、目的関数の設計方法および、PSO の動作モデルパラメータの設定法について述べる。また、数値実験の結果を示すとともに探索の進み方を示すことにより、ロボットの歩行問題に PSO を適用するとき重要となる点を述べる。

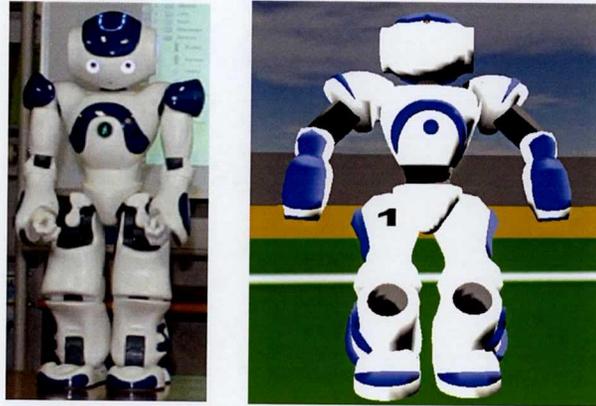


図 2.1: ロボットモデルに採用されたフランスの Aldebaran Robotics 社の Nao. 左の図は実機の外観を, 右の図はシミュレーションにおける Nao を示している.

2.3.1 RoboCup Soccer Simulation 3D

RoboCup は, 1992 年に発足した 2050 年までにサッカーワールドカップ優勝チームに勝つロボットサッカーチームを作ること为目标に掲げる知能ロボット開発の国際的なプロジェクトである [1]. 現在では, 世界各国で取り組まれており, Soccer 部門のほかに, Rescue 部門, Junior 部門などのカテゴリーが設けられ, 年に 1 度の世界大会や地域ごとの大会が開催されている. また, RoboCup は単に開発した技術を競う場ではなく, 様々な分野の研究者の情報交換や教育の場としても重要な役割を担っている.

RoboCup のサッカー部門に, 計算機のシミュレーションでサッカー競技を行う, RoboCup Soccer Simulation League 2D および RoboCup Soccer Simulation League 3D がある. RoboCup Soccer Simulation League 3D では, フランスの Aldebaran 社製のヒューマノイドロボット nao をに基づくエージェントモデルが採用されている. 参加チームは, このエージェントモデルからなるサッカーチームを開発するが, 各チームの開発のターゲットは, 複数体のエージェントの協調などの戦術面だけではなく, ロボットの動作の開発, 例えば, 歩行やキック, 起き上がり動作の実現が含まれている. 特に, サッカー競技では, エージェントの移動手段である歩行動作の開発は重要であり, 速く安定した歩行動作の実現が課題となっている. これら, 動作の生成までを含めた判断を行う人工知能の開発は, グランドチャレンジとして位置付けられている. 将来の課題とし

て、シミュレーションで得られた技術を実機に還元したり、人間との仮想的な試合を実現することなどが考えられる。

図 2.1 に実機の Nao とシミュレーションされたロボットの外見を示す。ロボットモデルは、22 の関節自由度を有する。サッカーのためのさまざまな動作、例えば、歩行、キック、起き上がり、旋回などをこれらの関節に適切な角速度を与えることにより実現しなければならない。そのため、チームごとに実現できる動作が異なり、チームの戦術もまた実現できる動作によって制限されている。計算機の性能向上とともに、大会における競技で用いるサッカーエージェントの数も 3, 4, 6, 9 と増やされて、2012 年度の世界大会では、11 対 11 の環境で競技が行われた。2012 年時点で実際に実機を含む RoboCup Soccer で人のサッカーと同じ 11 体のエージェント同士の試合が行えるのが Simulation 2D リーグと 3D リーグだけである。なお、Simulation 3D リーグの開発環境およびチーム開発に関しては、[20] を参照する。

Simulation 3D では、動力学サーバに Open Dynamic Engine [21] を用いている。動力学計算を行うサーバは、独立したクライアント（エージェントと呼ぶ）とネットワークを介して通信を行い競技を進行させる。サーバはエージェントに、ロボットに搭載されたセンサーで測定した値を送信する。このセンサ情報には、動力学シミュレーションによって計算されたロボットの状態（関節の角度、加速度、足の接地の有無など）や他のオブジェクト（ボールやフィールドのフラッグ）の位置が含まれる。一方で、サーバはエージェントから、ロボットを動作させるための角速度を受信する。その角速度に従って、ロボットの状態が動力学計算により更新されていく。なお、実機の Nao では、2 種類のモータが関節に備え付けられており、それぞれ 2 種類の減速比を有しているため、その組み合わせにより、4 種類の角速度が実現できる。しかし、Simulation 3D のロボットモデルでは、簡単のため、各関節に与えられる角速度の絶対値の上限を、実機の実現できるもっとも速い角速度 6.1395 rad/sec とされている。近年、社会支援や生活支援を目的として、単体で多様なタスクが実行可能なヒューマノイドロボットに関する研究や技術開発が盛んに行われている。

表 2.1: 歩行に用いられる駆動軸の一覧

関節	運動方向	表記 (k)
腰	前後	$hip1_L, hip1_R$
膝	前後	$knee_L, knee_R$
足首	前後	$ankle1_L, ankle1_R$
腰	左右	$hip2_L, hip2_R$
足首	左右	$ankle2_L, ankle2_R$

2.3.2 歩行動作獲得問題

歩行モデル

ロボットの歩行モデルは、足運びの周期を出力する振動子、振動子の位相出力に従って足首の目標位置を決定する軌道生成器と、足関節の現在の角度から目標位置に足を運ぶように関節の角速度を与える制御器を組み合わせで構成する。本論文では、簡単のため、腰から下の駆動軸を用いて歩行動作を実現する。用いた駆動軸を 2.1 に示す。以下では、歩行モデルの各要素を順に説明していく。

振動子モデルは、Tsuchiya らが提案した位相振動子モデル [22] をベースとする。位相振動子は、生物の小脳や脊椎に存在するパターン生成機構をモデル化したもので、振動子間の結合を適切に与えることにより、安定して周期的な出力を出せる。このモデルでは、位相 $\phi_i(t)$ を

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \sum_{j(j \neq i)} w_{i,j} \sin(\phi_j(t) - \phi_i(t) + \delta\theta_{i,j}) \quad (2.3)$$

のように進める。 $i(= 1, 2, 3)$ は、振動子の番号で、1 は左足の前後の運動に、2 は左足の前後の運動に、3 は左足の前後の運動にそれぞれ対応している。(2.3) の第 1 項の ω_i は、角周波数を表している。第 2 項は、他の振動子との相互作用を表し、 $w_{i,j}(= w_{j,i})$ は振動子間の結合重みを、 $\delta\theta_{i,j}$ は初期状態における振動子間の位相差を表している。本論文では、位相振動子は、2.2 で表わされるように、左右の足それぞれの前後方向の運動に各 1 つおよび、重心の左右方向の運動の生成に 1 つ、合計で 3 つ用いる。振動子の

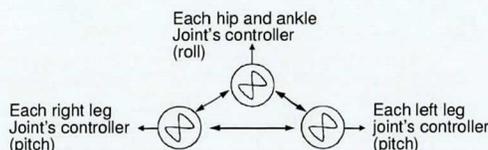


図 2.2: 位相振動子モデル

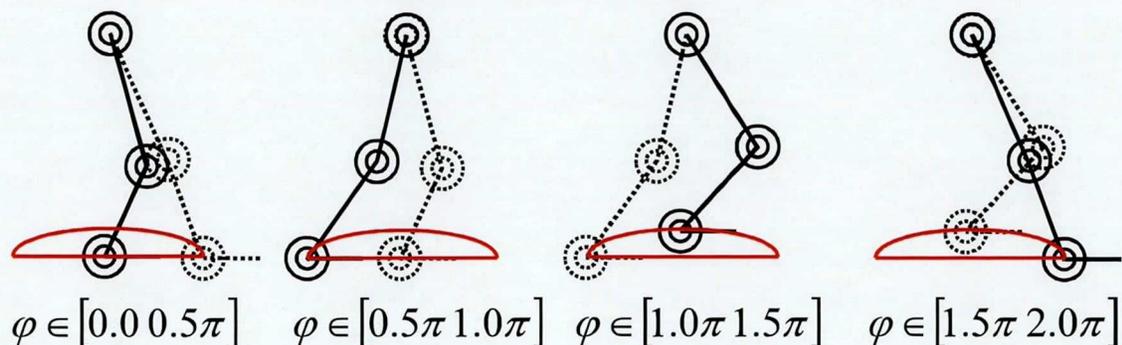


図 2.3: 位相の変化に対応する各関節の目標位置の遷移. 各関節の目標位置は, 点線で示された位置から実線で示された位置へと遷移していく.

位相は, (2.3) をルンゲ・クッタ法で解き求める. サーバがエージェントから, ロボットを動作させるための角速度を受け取る時間間隔 (0.02 秒) でサンプリングされる. そして, 左足もしくは右足の振動子の位相が π または 2π を超えたとき, 位相はそれぞれ, $\phi_i(t) = \pi$ または, $\phi_i(t) = 0$ とリセットされる.

また, 直進歩行を考慮して, ω_i は 3 つの振動子で等しいと仮定し, それを ω と表記する. 足の前後方向の運動に用いられる振動子から足の左右方向の運動に用いられる振動子へのネットワークの重み $w_{1,2}$, と $w_{1,3}$ は等しいとする. 従って, 振動子モデルに含まれるパラメータは, $\omega, w_{1,2}, w_{2,3}$ の 3 つである.

次に, 軌道生成器について説明する. 位相振動子の出力は, 次のようにして足首の目標位置 $(x_i(t), z_i(t))$ に対応づけられる. ここでは, ロボットの腰が原点で, x 軸は前方向, y 軸は左方向, z 軸は上方向を正とする. 足の前後方向の運動に対して, 足首の目標位置 $(x_i(t), z_i(t))$ の軌跡は, 2.5 の右に示されるように支持脚 ($0 \leq \phi_i(t) < \pi$) が,

腰からの高さが一定の直線

$$\begin{cases} x_i(t) = \alpha(t) \cos(\phi_i(t)) \\ z_i(t) = -H + h \sin(\phi_i(t)) \end{cases} \quad (2.4)$$

とし、支持脚 ($\pi \leq \phi_i(t) < 2\pi$) が、歩幅を長軸とする楕円

$$\begin{cases} x_i(t) = \alpha(t) \cos(\phi_i(t)) \\ z_i(t) = -H \end{cases} \quad (2.5)$$

とする。次に、左右方向の運動に対して、ロボットの腰(原点)を中心に、足首の目標位置 $(x_i(t), z_i(t))$ を $y-z$ 平面で $R(t)$ 度回転する。 $R(t)$ は、 $roll_{max}$ を傾きの最大角度として

$$R(t) = roll_{max} \cos(\phi_1(t)) \quad (2.6)$$

とする。ここで、足の裏面が、 $x-y$ 平面と平行になるように、前後方向の運動での拘束条件を

$$\theta_{hip,1}(t) + \theta_{knee}(t) + \theta_{ankle,1}(t) = 0 \quad (2.7)$$

とし、左右方向の運動での拘束条件を

$$\theta_{hip,2}(t) + \theta_{ankle,2}(t) = 0 \quad (2.8)$$

とした。ここで、 h は、楕円軌道の短軸で、足首の関節がとおる楕円軌道の短軸の半分の長さを表し。 H は、腰から直線軌道までの距離を表す。 L_1, L_2 は、それぞれ腰から膝までの長さ、膝から足首までの長さを表す。 $\alpha(t)$ は歩幅を表す。なお、静止状態から歩行状態への急激な状態変化を緩和するため、 $\alpha(t)$ は初期歩幅 α_0 、最大歩幅 α_{max} および歩幅の更新距離 St を用いて、

$$\alpha(0) = \alpha_0 \quad (2.9)$$

$$\alpha(t) = \min(\alpha(t-1) + St\delta(t - t^{touch}), \alpha_{max}), t \neq 0$$

とする [23] . そして, r は, 歩行中に上体を前傾させる角度を表す. よって, 目標軌道を定めるパラメータは, $h, H, \alpha_0, \alpha_{max}, St, roll_{max}$ で, 歩行姿勢を定めるパラメータは, r で, 合計7つである.

足首の目標位置 $(x_i(t), z_i(t))$ から, 逆運動学を解き腰の2軸, 膝の1軸および, 足首の2軸の各駆動軸の目標角度を求める. 各関節が目標角度に追従するように, 各関節の駆動軸を制御する. 制御には, 目標角度からの偏差によって制御量を求める以下のPD制御

$$A_k(t) = P_{gain}(\hat{\theta}_k(t) - \theta_k(t)) + D_{gain}(\Delta\theta_k(t) - \Delta\theta_k(t - \delta t)), \quad (2.10)$$

$$\Delta\theta_k(t) = \hat{\theta}_k(t) - \theta_k(t - \delta t), \quad (2.11)$$

を用いた. $A_k(t)$ (rad/sec) は, 時刻 t における関節 k に対する角速度で, k は腰, 膝および足首の関節を表す. ここで, P_{gain} は, 比例ゲインを, D_{gain} は微分ゲインをあらわし, 制御のためのパラメータは, P_{gain}, D_{gain} の2つである. ここでも, 簡単のため, すべての関節を同じ制御ゲインで制御していることに注意されたい.

以上のことから, 2.3に示す, 12個のパラメータを適切に調整し, 所望の歩行動作を実現することを考える.

歩行動作の評価

サッカーの競技は, さまざまな動作を切り替えて実現されるが, ここでは, もっとも基本となる歩行について考える. 歩行動作として競技では, より速いことと, 転倒しない安定性が求められている. そこで本研究では, 一定時間でより遠くまで進める歩行を望ましい歩行とみなし, その歩行動作を獲得することを目標とする.

静止状態のロボットの姿勢は, 3つの振動子からの出力を 0.5π ($R(t)$ の値は0となり, 両足とも足首の目標位置は腰の真下に位置する) とみなして実現する. 歩行を開始するときは, $\phi_1 = 0.0\pi, \phi_2 = 1.0\pi, \phi_3 = 0.0\pi$ を振動子の初期位相として与える. ある歩行パラメータによる歩行のパフォーマンスを, 一定時間内に前進できた距離 L と左

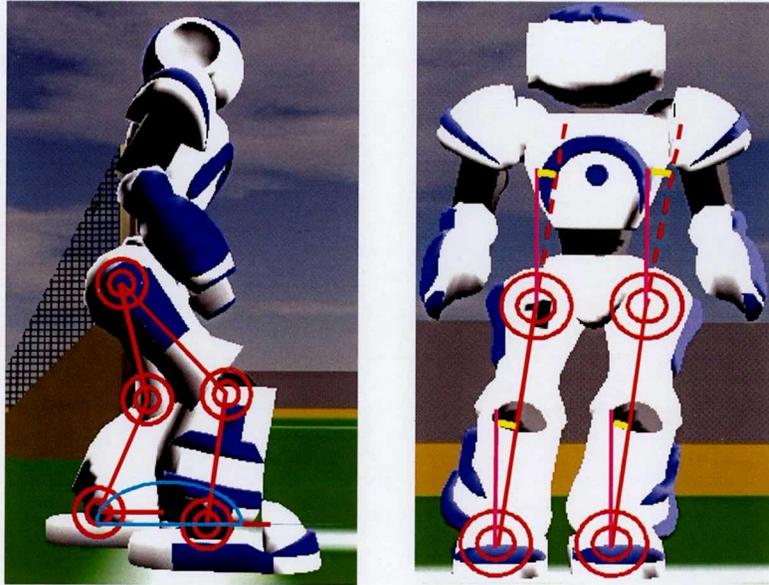


図 2.4: 左の図には、側面から見た歩行動作を実現するために動的に制御する関節（腰、膝、足首）と足首の軌道が示され、右の図には正面から見た歩行動作を実現するために動的に制御する関節（腰、足首）が示される。

右にそれた距離 $|x_{side}|$ をもとに、式 (2.12)

$$f = L - |x_{side}| \quad (2.12)$$

で評価する。ここで、歩行動作獲得問題は、式 (2.12) を最大化するように歩行パラメータを最適化する問題とみなす。

2.3.3 PSO の適用

本論文で扱う歩行動作獲得問題は、歩行システムのパラメータを解析的に与えることが困難である。また、シミュレーションにおいては試行錯誤を繰り返すことが可能ではあるが、少ない評価回数でより望ましい歩行パラメータを発見することが求められる。そこで我々は、高い解発見能力に期待して、Particle Swarm Optimization (PSO) によるパラメータ調整を検討する。

PSO の速度更新式に含まれる慣性項の係数 w , および、 $pbest$ や $gbest$ に引き付けられる強さをあらわす係数 c_1, c_2 は、[29] に従い、 $w = 0.6, c_1 = 1.7, c_2 = 1.7$ とした。

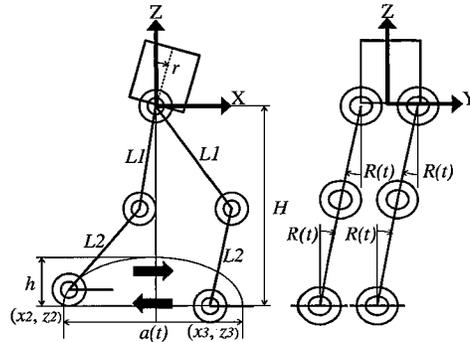


図 2.5: 座標上でのロボットの関節位置と足運びの軌道

各パラメータの探索範囲は，区間 $[0,1]$ に規格化した．初期集団の粒子は，区間 $[0,1]$ の一様乱数からサンプリングして生成した．あるパラメータに対応する次元において，探索範囲を飛び出した粒子は，境界に戻され，速度に 0 を与えるものとした．

2.3.4 数値実験

実験に用いた Simulation 3D の環境は，サーバの OS に Ubuntu 10.04 64bit を，サッカーサーバのライブラリに simspark-0.2.2[30] を，サッカーサーバに rcserver3d-0.6.5[30] をそれぞれ用いた．動力学計算ライブラリは ode- 11.1[21] を用いた．エージェントをサーバに接続して，静止状態から動作を開始し，20 秒間の間の移動（歩行）の大きさを計測することにより評価関数を求めることができる．

探索の用いた PSO の粒子数を 10, 20, 40, 80 として，それぞれの粒子数に対して，10 回の試行を行った．各試行における評価回数の上限を 4000 回として，各試行における *gbest* の評価値の推移を図 2.6 から図 2.9 に示す．各試行における初期集団は同じ分布から異なるシードでサンプリングしたものである．また，表 2.3 に，各粒子数における初期集団および，80, 160, ... 800 回評価を行ったときの，10 試行の *gbest* の評価値を示す．表における各数値は，上から最大値，最小値，平均値である．粒子数が異なるため，表の列方向で PSO の繰り返し回数は異なっている．たとえば，評価回数 80 回の列では，粒子数が 10 のときは 8 世代目の評価値が示され，粒子数が 80 のときには初

表 2.2: 歩行パラメータ一覧表

パラメータ	最小値	最大値
ω	2.5π	50.0π
w_{12}	-1.0	1.0
w_{23}	-1.0	1.0
α_{max}	0.0	$2\sqrt{(L_1 + L_2)^2 - H^2}$
α_0	0.0	$2\sqrt{(L_1 + L_2)^2 - H^2}$
St	0.0	$2\sqrt{(L_1 + L_2)^2 - H^2}$
h	0.0	$\frac{L_1 + L_2}{2}$
H	$\frac{L_1 + L_2}{2}$	$L_1 + L_2$
r	0.0	30.0
$roll_{max}$	0.0	10.0
P_{gain}	0.0	2.69
D_{gain}	0.0	2.69

期世代の評価値が示される。太字の値は各々の評価回数における最大値のうちのもっとも値の高いもので、網掛けされている値は各々の各々の評価回数における評価値の平均値のうちもっとも値の高いものである。

粒子数 10 の test03 を除くすべての試行で、探索の初期に評価値の急な改善が認められる。CMA-ES による探索 [31] に比べ、探索の成功率が高く、この問題には PSO による探索が適していることがわかる。また、探索初期では、探索に用いる粒子が少ないほうが、同じ評価回数での評価値が高いことから、局所探索により改善が進むと考えられ、実践的な対応として、探索の序盤では多くの粒子を用い比較的早い段階から粒子数を減じて、少ない粒子による局所探索を行うことで、より少ない評価回数で有効なパラメータが得られることが予想される。

2.3.5 考察

比較的少ない粒子数の場合でも、探索の成功率が高く少ない評価回数で有効な歩行パラメータが獲得できることが示された。しかし、目的関数の値が10を超えない試行が存在し、良いパラメータを発見できない可能性があることが示された。ロボットの動作獲得問題では、より少ない試行でより良いパラメータを確実に得られることが求められる。このため、十分良い歩行パラメータが得られない試行があることは解決すべき課題であり、問題ごとに適切なPSOのパラメータを設定する方法などが解決法として考えられる。

2.4 まとめ

第2章では、本研究で取り扱う最適化問題の枠組みを示し、そのような問題に対する最適化法の1つとしてPSOについて述べた。PSOにおける粒子の動作モデルが開発された経緯を示し、次元ごとに独立した粒子の振る舞いや粒子同士の衝突の許可といった仮定が取り入れられたものであることを注意した。また、最適化問題として2足ロボットの歩行動作獲得問題を定式化し、PSOの適用を示した。数値実験により、望ましい動作を実現する歩行パラメータを獲得できることが分かった。

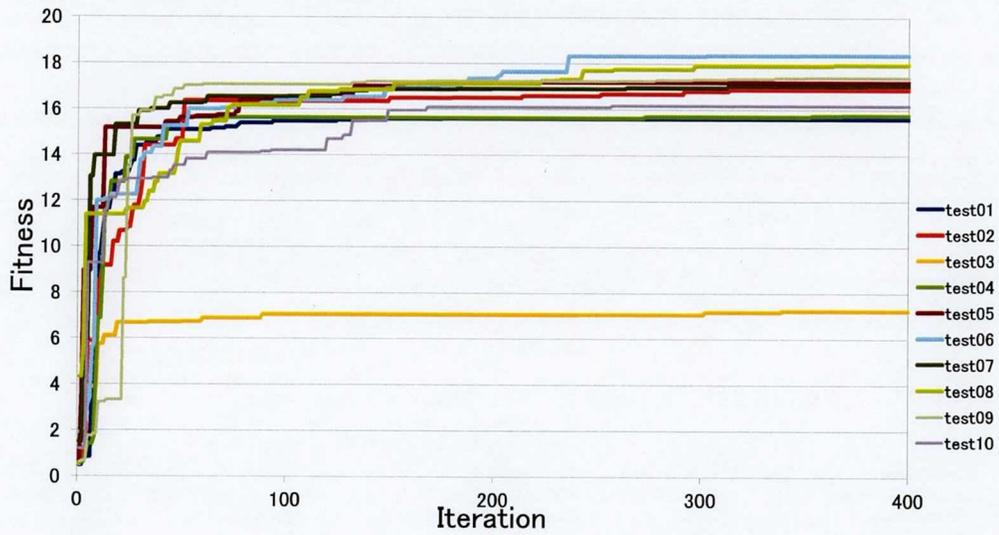


図 2.6: 粒子数 10 における *gbest* の評価値.

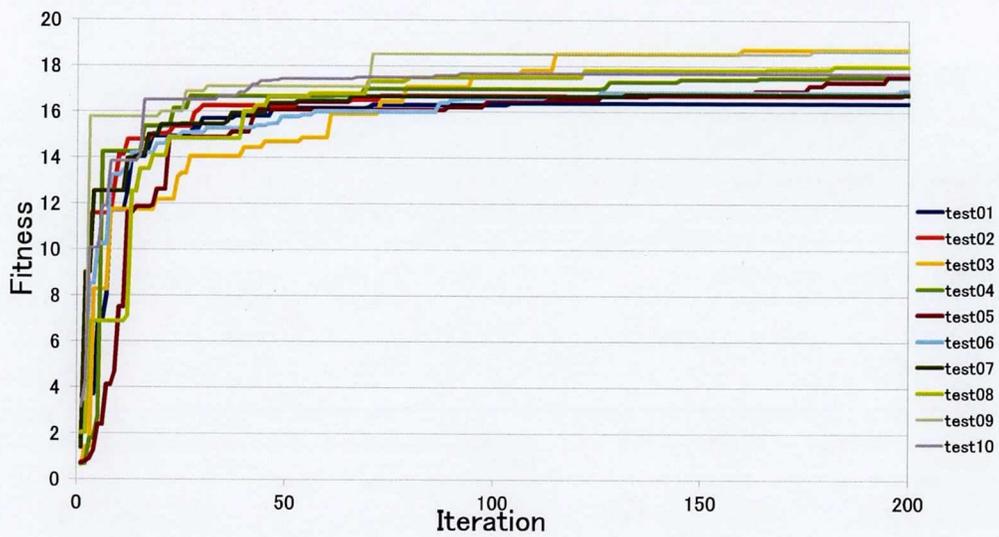


図 2.7: 粒子数 20 における *gbest* の評価値.

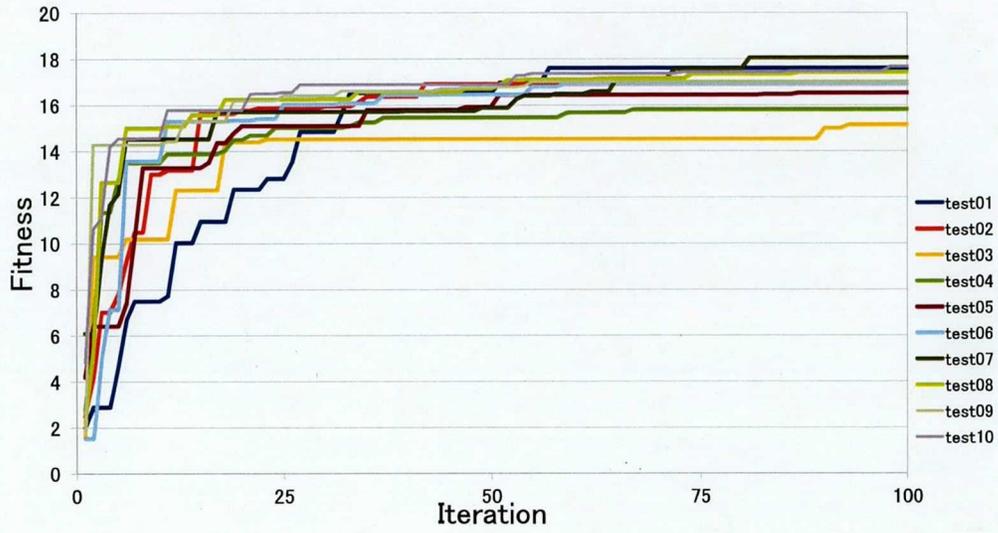


図 2.8: 粒子数 40 における *gbest* の評価値.

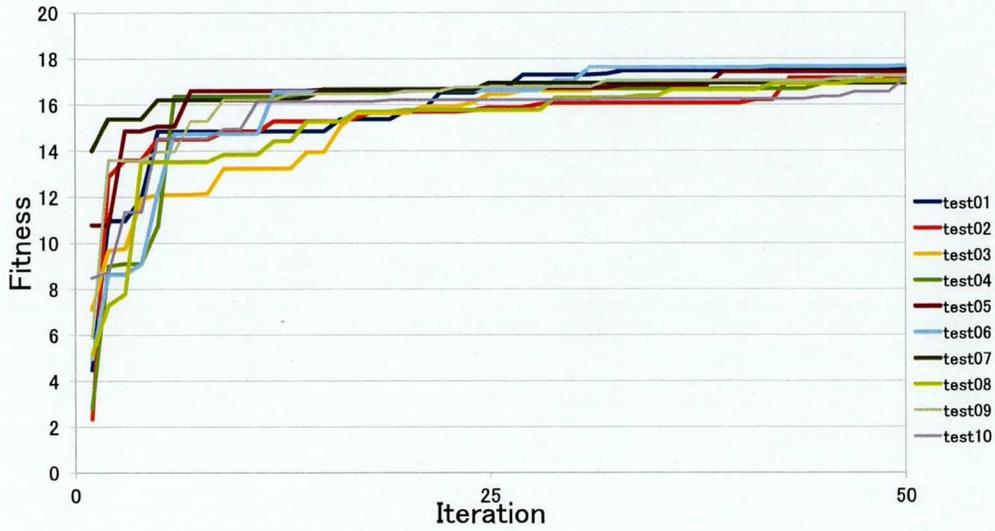


図 2.9: 粒子数 80 における *gbest* の評価値.

表 2.3: 探索初期における評価値

粒子数		初期集団	80 回	160 回	240 回	320 回	400 回	480 回	560 回	640 回	720 回	800 回
10	max	4.34	13.97	15.31	15.70	16.47	16.86	17.03	17.07	17.07	17.07	17.07
	min	0.50	1.71	3.35	6.69	6.72	6.72	6.74	6.90	6.90	6.90	7.07
	ave	1.27	7.10	11.20	13.06	13.84	14.35	14.72	14.90	15.08	15.09	15.14
20	max	3.45	15.79	15.79	15.79	15.79	16.52	16.52	16.52	16.52	16.89	17.11
	min	0.63	1.28	4.13	6.88	11.60	11.72	12.17	12.17	13.31	14.04	14.04
	ave	1.73	8.04	10.36	12.16	13.68	14.20	14.61	15.01	15.25	15.56	15.68
40	max	6.09	14.29	14.29	15.00	15.00	15.00	15.79	15.79	15.79	16.25	16.25
	min	1.52	1.52	2.88	6.67	7.49	7.49	10.03	10.03	10.95	10.95	12.34
	ave	2.93	6.69	9.70	11.89	12.69	12.94	13.78	13.92	14.28	14.78	15.14
80	max	8.47	8.47	13.57	13.57	13.58	14.84	16.35	16.59	16.59	16.59	16.59
	min	2.33	2.33	7.28	7.75	8.62	10.74	12.08	12.08	12.12	13.22	13.22
	ave	5.26	5.26	10.25	10.70	11.45	13.02	14.57	14.86	14.86	15.17	15.17

第3章 多目的粒子群最適化法

多目的最適化問題に適用するための PSO の開発が進められており、これらを総称してここでは、多目的粒子群最適化法 (multi-objective PSO) という。GA などによる進化型多目的最適化と同様に、パレート最適解集合を離散的に代表点で近似することを目指しており、探索の過程で得られたパレート最適解の候補を“アーカイブ”に保存する方法を用いた multi-objective PSO の研究が行われている [32, 33, 34]。

単一目的の PSO と multi-objective PSO との主な違いは、パレート最適解の候補を保存しておくアーカイブの他に、ガイド選択法にある。単一目的の PSO では、探索の過程で発見した最良解がガイドに選ばれるが、多目的最適化問題では、解の優劣が一意に定まらないとき、最良解が複数存在するため、どのようにガイドを選択するかが重要である。これまでに、パレート支配の概念に基づいたガイドの選択法が提案されている。一般にパレート面への収束性を重視すると、解の多様性が失われる傾向があり、その逆に、解の多様性を重視すると、パレート面への収束性が悪くなる。例えば、解の多様性を重視したガイド選択法としてアクティブグリッドを用いる方法 [35] が提案されている。一方で、パレート面への解の収束性を重視したガイド選択法として σ 値を用いた方法 [36] や粒子のトポロジーを考慮に入れた方法 [37] などが提案されている。また、多数目的の問題に対するガイド選択法 [38] も提案されている。本章では、PSO を多目的最適化問題に適用するときに課題となるガイド選択について述べ、これまでの研究で提案してきたガイド選択法と従来のガイド選択法とを PSO の粒子の動作式に含まれるパラメータのさまざまな組み合わせにおいて比較し、その探索性能を検討する。

3.1 多目的最適化問題

多目的最適化問題は複数の目的関数を最大化もしくは最小化する解を求める問題で、次のように定義されている。

$$\min f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x}) \quad (3.1)$$

$$\text{subject to } g_j(\mathbf{x}) \geq 0, j = 1, 2, \dots, p \quad (3.2)$$

$$h_j(\mathbf{x}) = 0, j = 1, 2, \dots, q \quad (3.3)$$

ここでは、 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ は、 n 次元実数値ベクトルであり、 $f_i(\mathbf{x})$, $i = 1, 2, \dots, m$ は、 \mathbf{x} に対する m 個の目的関数であり、 $g_j(\mathbf{x})$, $j = 1, 2, \dots, p$ と $h_j(\mathbf{x})$, $j = 1, 2, \dots, q$ は制約条件を表す。多目的最適化問題では、支配関係に基づいて解の優劣が決定される。最小化問題において、

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, m\} \quad f_i(\mathbf{x}_1) \leq f_i(\mathbf{x}_2)$$

かつ

$$\exists j \in \{1, 2, \dots, m\} \quad f_j(\mathbf{x}_1) < f_j(\mathbf{x}_2).$$

のとき、 \mathbf{x}_2 は \mathbf{x}_1 に支配されていると言い、 $\mathbf{x}_2 \prec \mathbf{x}_1$ と表記することとする。一方で、目的関数の間にトレードオフの関係が存在するとき、お互いに支配されない解が存在するため解は一意には定まらず、全実行可能解のうち、他のどの解にも支配されていない解の集合、すなわち、パレート最適解集合を求めることが多目的最適化問題の目標である。

3.2 Multi-objective PSO

Multi-objective PSO では、解の優劣関係が定まらないとき、どのようにガイドを選択するかが重要な問題となっている。

現在の p_{best} と粒子の移動後の位置 x_{new} との関係は、

1. x_{new} が p_{best} を支配している。 ($x_{new} \prec p_{best}$)

2. p_{best} が x_{new} を支配している. ($x_{new} \succ p_{best}$)

3. x_{new} と p_{best} の優劣関係は定まらない.

($x_{new} \not\prec p_{best}$ かつ $x_{new} \not\succeq p_{best}$)

のいずれかであり, (1) では p_{best} を更新し, (2) の場合は更新しない. (3) の場合には, 更新しない方法 (この更新法を p_{domi} と表す)[39] や, 確率的に更新する方法 (この更新法を p_{rand} と表す)[35] そして, 必ず更新する方法が提案されている.

探索過程で発見された非劣解は, パレート最適解集合を代表する解候補としてアーカイブに保存され, 一方で, 発見された解に支配されたアーカイブメンバは削除される. アーカイブメンバは集団が見つけた最良の解であり, g_{best} はアーカイブメンバから選択されるのが適切であるが, アーカイブメンバは1点とは限らないため, どのように g_{best} を選択するかが問題となる. なお, アーカイブに保存できる解候補の数には上限が設けられ, 一般的に限られた数の解候補で, パレート最適解を近似しなければならない. そのため, アーカイブに保存された解候補の数が上限値を超えたとき, なにかしらの方法で, アーカイブメンバを取り除かなければならず, アーカイブの更新法についても研究がなされている [33].

g_{best} 選択法として, 解の多様性を確保するために, 目的関数空間をグリッドに区切り, アーカイブメンバの密度が疎なグリッド内にあるアーカイブメンバを, g_{best} として選択する手法がある (この更新法を g_{grid} と表す)[35]. この方法では, グリッド内のアーカイブメンバ数の逆数に応じた確率に従い1つのグリッドを選択し, そこから無作為に1つのガイドを選択する. アーカイブメンバの密度が小さい領域が優先的に選択され, 最終的な解の多様性維持が期待できる. なお, アクティブグリッドにより目的関数空間におけるアーカイブメンバの混み具合を測る方法は, g_{best} を選択するためだけでなく, アーカイブ数の上限に達したとき, アーカイブから削除するメンバを選定するときにも利用される.

また, σ 値と呼ばれる指標を用いる g_{best} 選択法が提案されている (この更新法を g_{sigma}

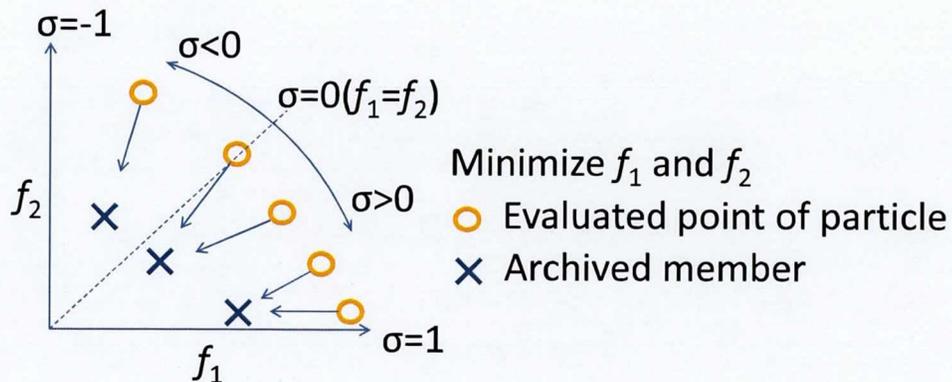


図 3.1: 2 目的のときの σ 値は, f_1 軸に近づくにつれて値が大きくなり, 逆では値が小さくなる. 各粒子は, 似た σ 値を持つアーカイブメンバを g_{best} として選択する.

と表す)[36]. σ 値は, 例えば 2 目的のときは,

$$\sigma = \frac{f_1^2 - f_2^2}{f_1^2 + f_2^2} \quad (3.4)$$

と定義される. σ 値は, 目的関数空間の原点からの方位を示している. ある粒子に対して, その σ 値と近い値の σ 値のアーカイブメンバをその粒子のガイドとして選択する. これにより, 原点方向に位置するアーカイブメンバに引き付けられ, パレート面への収束が期待される. 図 2 に, 一例として, 2 目的のときの σ 値の取りうる値と, 粒子が引き付けられるアーカイブメンバの関係を示す.

既存のガイドの選択法においては, 真のパレート面への収束性能またはパレート面上での広がりどちらかを重視した方法が主に提案されており, 両性能のバランスを考慮したガイド選択法の開発は重要な課題である. しかしながら, 多数のアーカイブから複雑なアルゴリズムによりガイドを選択することは必ずしも好ましくなく, 単純なルールによるガイド選択がむしろ望ましい. さらに, 真のパレート面を広く一様にカバーする解集合を得るためには, 局所的な探索と大域的な探索を限られた粒子数で同時に行わなければならない. 粒子の挙動を決めるパラメータである w と c_1 および c_2 の設定は重要である.

3.3 単純化ルールによるガイド選択

これまでの研究において、以下のようなガイド選択法を提案してきた [40, 41].

1. p_{best} は、どれか1つの目的関数の優劣に従い更新する (この p_{best} 更新法を p_{pro} と表す).
2. g_{best} は、どれか1つの目的関数の優劣に従いアーカイブメンバから選択する (この選択法を g_{pro} と表す).

これらは、いずれか1つの目的関数に対する探索の促進が考慮されており、選択した目的関数における探索に集中するのを避けるため、両ガイドに同時に用いることはせず、それぞれ既存のガイド選択法と組み合わせて用いる. 本研究では、どの目的関数に従うかを r 世代ごとに、例えば2目的の問題では、 $f_1, f_2, f_1, f_2, \dots$, のように順次変更することを考える.

Multi-objective PSO では、真のパレート面上を広く一様に近似するような解を発見することが望まれ、探索過程において、局所的な探索と大域的な探索とを並行して効率よく行われるようにパラメータの設定を考慮する必要がある. また、我々が提案したガイド選択法は、ある1つの目的関数の優劣に従ってガイドを更新するため、単一目的の PSO と類似の粒子の挙動が期待できる. このため、既存のガイド選択法とともに用いられてきたパラメータの他に、単一目的の PSO において推奨されているパラメータを用いることを考える. さらに、リニアに減少する慣性係数を用いることも考える.

慣性係数の減少のさせ方として、世代ごとに減少させる方法を用いることを考える. p_{pro} または g_{pro} を用いた探索に対しては、ガイド選択に用いるある1つの目的関数が切り替わるまでの間、慣性係数をリニアに減少させ、別の1つの目的関数に切り替えたとき、慣性係数を初期値に戻すことも考える.

ベンチマーク問題を用いた数値実験より、提案手法が、より単純な方法でガイドを選択しているにもかかわらず、適切にパラメータを設定することで、真のパレート面の被覆率および収束性の面で、既存手法と同等かそれ以上の性能を持つことを示す.

表 3.1: ガイド選択法の組み合わせ

		p_{best} 更新手法		
		p_{pro}	p_{domi}	p_{rand}
g_{best} 選択法	g_{pro}	-	ex10	ex20
	g_{grid}	ex01	ex11	ex21
	g_{sigma}	ex02	ex12	ex22

3.3.1 数値実験

本研究では, p_{pro} と既存の g_{best} 選択法の組み合わせ, g_{pro} と既存の p_{best} 選択法の組み合わせ, および, 既存のガイド選択法同士の組み合わせに対して, 真のパレート面上での多様性と真のパレート面への収束性の比較を行う.

ガイド選択

3.1 は検証に用いたガイド選択法の組み合わせを示している. p_{best} 選択に提案手法を適用したものは, ex01 および ex02, g_{best} 選択に提案手法を適用したものは, ex10 および ex20, そして, 既存手法の組み合わせは, ex11, ex12, ex21, ex22 となる. なお, 提案手法を p_{best} 更新と g_{best} 選択の両方に適用することは, ある 1 つの目的関数の探索に集中しすぎると考えられるため, 組み合わせには含めない. 提案手法を含むガイドの組み合わせにおいては, どの目的関数に従ってガイドを更新するかを r 世代ごとに, 例えば 2 目的の問題では, $f_1, f_2, f_1, f_2, \dots$, のように順次変更することを考える. 本実験では, $r = 5, r = 10, r = 20, r = 50$ および, $r = 100$ とした.

探索パラメータ

既存のガイド選択法の組み合わせでは, $(w, c) = (0.4, 1.0)$ [36] や, $(0.4, 2.0)$ [35] が用いられた. 提案手法では, ある選択された目的関数が切り替わるまでの r 世代の間, 部分的には単一目的の PSO と類似の粒子の挙動が期待できるので, 単一目的の

PSO でよく用いられているパラメータ設定である $(w, c) = (0.712, 1.193)$ [10] や $(0.729, 1.494)$ [11] との組み合わせも用いることを考える. ここで, 慣性係数 $w = 0.4$ は, 速度の減衰に必要な世代が少ないことから, 本研究では $w = 0.95$ の設定を追加し, $w = 0.4$ と $w = 0.95$ とに対して様々な c の値を組み合わせ用いることを考える. さらに, 局所的なパレート面が存在する多目的最適化問題に対して, 世代が進むにつれて慣性係数を 0.7 から 0.4 へ減衰させる手法が提案されており, k 世代目における慣性係数は,

$$w(k) = 0.4 + (0.7 - 0.4) \frac{k_{max} - k}{k_{max}} \quad (3.5)$$

で表現される. ここでは, k_{max} は, 最終世代を表している. 本研究では, 慣性係数を世代ごとに減衰させる手法と様々な c の値とを組み合わせ用いることを考える. 提案手法では, r 世代ごとにある 1 つの目的関数に従ってガイドが選択されることから, 慣性係数を r 世代の間減衰させ, また別の 1 つの目的関数に従ってガイドが選択されるとき, 慣性係数をリセットすることを考える. k 世代目における慣性係数は,

$$w(k) = 0.4 + (0.7 - 0.4) \frac{r - \text{mod}(k, r)}{r} \quad (3.6)$$

で表現される. ここでは, $\text{mod}(k, r)$ は世代数 k をローテーションサイクル r で割った余りをそれぞれ表している. 表 3.2 は, 探索パラメータ $w, c (= c_1 = c_2)$ の組み合わせが示されており, 例えば, $wc00$ は $w = 0.4, c = 1.0$ の組み合わせを, $wc40$ は w が 0.7 から 0.4 へ世代ごとに減衰, $c = 1.0$ の組み合わせを, $wc53$ は w が 0.7 から 0.4 へ r 世代ごとに減衰, $c = 1.494$ の組み合わせをそれぞれ示している. なお, 単一目的の PSO でよく用いられているパラメータ設定である $(w, c) = (0.712, 1.193)$ は $wc22$, $(0.729, 1.494)$ は $wc33$ とそれぞれ表す.

ベンチマーク問題

数値実験に用いたベンチマーク問題 $ZDT1, ZDT3, ZDT4, KUR, DTLZ1, DTLZ2, DTLZ3$ は, 連続空間における実数値の多目的最小化問題である.

表 3.2: 探索パラメータの組み合わせ

		$c(= c_1 = c_2)$			
		1	2	1.193	1.494
w	0.4	wc00	wc01	wc02	wc03
	0.95	wc10	wc11	wc12	wc13
	$0.7 - 0.4(g)$	wc40	wc41	wc42	wc43
	$0.7 - 0.4(r)$	wc50	wc51	wc52	wc53

$ZDT1$, $ZDT3$ および $ZDT4$ は, 目的関数 f_1 と f_2 の最小化問題である [42]. 変数 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^D$, $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_D)^T$ に対して,

$$f_1(\mathbf{x}) = x_1 \quad (3.7)$$

$$f_2(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x})h(\mathbf{x}) \quad (3.8)$$

と定義される. ここで, D は問題の次元数で, g や h は問題ごとに特有の関数である. $ZDT1$ では, パレート最適解集合は連続した凹面となる. $ZDT3$ では, パレート最適解集合は, 不連続な面となる. なお, 本研究では σ 値を用いる都合から, f_2 に 1 を加え第 1 象限にのみ解が存在するようにした. $ZDT4$ では, パレート最適解集合は $ZDT1$ と同じ面であるが, 多数の局所的なパレート面が存在する.

一方, KUR [43] は, f_1 と f_2 の最小化問題で, $-5 \leq x_i \leq 5, i = 1, \dots, D$ に対して, ここでは,

$$f_1(\mathbf{x}) = -10 \sum_{i=1}^{D-1} \{\exp(-0.2\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2})\} + 20 \quad (3.9)$$

$$f_2(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D \{|x_i|^{0.8} + 5 \sin^3(x_i)\} + 12 \quad (3.10)$$

として定義する. KUR は, 目的関数 f_1 が x_1 に直接依存せず, パレート最適解集合が不明である. 本研究では σ 値を用いるため, f_1 に 20 を f_2 に 12 を加算した.

次に, $DTLZ1$, $DTLZ2$, $DTLZ3$ は, Deb らによって提案された M 目的 ($M \geq 3$) の最小化問題である [44]. ここでは $M = 3$ とした. $DTLZ1$ では, パレート最適解集合は,

$(f_1 - 0.5) + (f_2 - 0.5) + (f_3 - 0.5) = 0$ の平面 ($0 \leq f_i, i = 1, 2, 3$) となる。DTLZ2 では、パレート最適解集合は、 $f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 = 1$ の球面 ($0 \leq f_i, i = 1, 2, 3$) となる。DTLZ3 では、パレート最適解集合は、DTLZ2 と同じ面であるが、多数の局所的なパレート面が存在する。なお、本研究では問題の次元数を、ZDT1 と ZDT3 に対して $D = 30$ とし、ZDT4 に対して $D = 10$ とし、KUR に対して $D = 3$ とし、DTLZ1, DTLZ2, DTLZ3 に対して $D = 7$ とした。

それぞれの実験における共通の設定として、各ベンチマーク問題に対して粒子数 100、アーカイブ数の上限 100、最大世代数 6000 とした。粒子の初期配置 $x_i^{(0)} = U[0, 1]$ は、同じ試行回数目のときには共通とし、初期速度は 0 とした。設計変数空間において問題で設定された探索範囲を超えた粒子については、範囲を越えた次元 j の上限を UB_j 、下限を LB_j としたとき、

$$x_j = 2UB_j - x_j, \text{ (if } x_j > UB_j\text{)} \quad (3.11)$$

$$x_j = 2LB_j - x_j, \text{ (if } x_j < LB_j\text{)} \quad (3.12)$$

$$v_j = -v_j \quad (3.13)$$

となるように再配置した。アーカイブメンバの上限数は 100 として、上限数を超えたときには、アクティブグリッドを利用して、アーカイブメンバの個数が最も多いグリッドから上限数以下になるまで消去する方法を用いた。アクティブグリッドの利用において、各目的関数ごとの分割数 s は、2 目的問題のとき、 $s = 4$ を、3 目的問題のとき、 $s = 3$ をそれぞれ用いた。

評価手法

評価値として、Cover Rate (CR) を用いる。CR は真のパレート面のカバー率を評価する指標である。真のパレート面が存在する範囲を目的関数ごとに q 分割したグリッドを構成し、CR は、真のパレート面が通過するグリッドに対する得られたアーカイブメンバが存在するグリッドの割合として与えることとした。すなわち、CR は、値が

1 に近づくほど、真のパレート面の近くを広く覆えていることを示す。ここでは、2 目的問題に対して分割数 $q = 50$ 、3 目的問題に対して分割数 $q = 10$ とした。

しかしながら、 CR の評価だけでは、たとえば、その値が小さいときに、収束が十分でないか、解が一様に広がっていないか判別できない。そこで、ガイド選択法の特徴を調べるために *Success Count (SC)* および、*Success Rate (SR)* の評価を併せて示すことにより、提案したガイド選択法の有する特徴を考察する。 SC と SR は、それぞれ一度の試行で得られたアーカイブメンバにおいて、真のパレート面からの距離が閾値 δ 以下のアーカイブメンバの数と全アーカイブメンバに対する割合を表している。すなわち、 SC が多くかつ、 SR が高いほど真のパレート面付近に多くの解候補を発見できたことになる。なお、 KUR は真のパレート面が不明であり、全実験設定で得られたアーカイブメンバの非劣解集合を真のパレート面とした。

実験結果

ガイド選択法の組み合わせに対して CR に基づく評価を示す。次いで、収束性能や解の広がり調べ、ガイド選択の特徴を議論するために、 SC と SR による評価を行う。

3.3 には、問題ごとに、8 つのガイド選択法の組み合わせのそれぞれにおいて、 CR の平均値が最も高い探索パラメータの組み合わせについて、 CR の平均値、分散、最大値および最小値を示している。8 つのガイド選択法の組み合わせの中で CR の平均値が最も良かった値が太字で示されている。3.3 では、 $ZDT1$ 、 $ZDT3$ および KUR において、 g_{pro} を含むガイド選択法が比較的良い CR の平均値を示している。また、 $ZDT4$ 、 $DTLZ1$ および $DTLZ1$ において、 p_{pro} を含むガイド選択法が比較的良い CR の平均値を示している。 $DTLZ2$ においては、 CR の平均値では既存手法の組み合わせに劣るものの、 $ex10$ は $ex11$ より CR 値のばらつきや最小値の面では優れている。なお、 CR の平均値が“-”であることは、どのパラメータの組を用いても真のパレート面付近に解を発見できなかったことを意味しており、パラメータの組み合わせは示されない。 $DTLZ1$ と $DTLZ3$ は局所的なパレート面を多数持つ問題であり、同様に局所的

なパレート面を多数持つ問題である *ZDT4* においても、真のパレート面付近の解が発見できない試行が存在している。

提案手法においては、ガイド選択に用いる1つの目的関数を切り替えるサイクル r が探索性能に影響を与える。3.3 に示されたガイドの組み合わせにおいて、 p_{pro} に対しては比較的短いサイクル、 g_{pro} に対しては比較的長いサイクルがよい性能を示す傾向がある。

3.4 には、問題ごとに、既存のガイド選択法同士の組み合わせ (*ex11*, *ex12*, *ex21*, *ex22*), p_{pro} を適用したガイド選択法 (*ex01*, *ex02*) および g_{pro} を適用したガイド選択法 (*ex10*, *ex20*) のそれぞれの中で、*SC* の平均値が最も高いガイド選択法の組み合わせと探索パラメータの組み合わせが示されている。また、*SC* および *SR* の平均値、分散、最大値および最小値、そして、各試行における *SC* での勝数および閾値 δ がそれぞれ示されている。*SC* の平均値が最も良かった値、および、*SR* の平均値が最も良かった値が太字で示されている。

p_{pro} を含むガイド選択の組み合わせは、*KUR* を除く2目的の問題において、真のパレート面付近に多くの解を発見している。さらに、局所的なパレート面を多数持つ問題 *ZDT4*, *DTLZ1* と *DTLZ3* に対しても、真のパレート面付近の解を発見できている。しかし、必ずしも *CR* の評価が良いパラメータとの組み合わせにおいて、真のパレート面付近に多くの解を見つけていない。これらのことから、 p_{pro} を用いると、収束性能の向上が期待できるが、真のパレート面を覆うような広い範囲に分布するアーカイブメンバを得ることに成功していない一方で、 g_{pro} を含むガイド選択の組み合わせは、3.4 より収束性能では優れているとは言えないが、*CR* の評価においては、比較的良い結果を得ている。これらのことから、 g_{pro} を用いると、広い範囲での解の発見が期待できると考えられる。

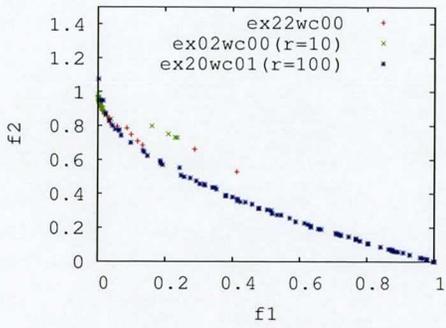
表 3.3: CR の比較 (2 目的問題では 20 試行, 3 目的問題では 10 試行). それぞれのガイド選択法の組み合わせにおける, CR の平均値, 分散, 最大値および最小値が示される. ここで CR の平均値が “-” であることは, どのパラメータの組を用いても真のパレート面付近に解を発見できなかったことを意味しており, パラメータの組み合わせは示されない.

	guide	wc	CR_{ave}	CR_{var}	CR_{max}	CR_{min}
ZDT1	ex01(r=10)	wc52	0.144	0.0307	0.419	0.000
	ex02(r=50)	wc01	0.190	0.0350	0.512	0.000
	ex10	-	-	-	-	-
	ex20(r=100)	wc01	0.374	0.0030	0.488	0.291
	ex11	wc40	0.002	0.0000	0.023	0.000
	ex12	wc42	0.228	0.0187	0.500	0.047
	ex21	wc42	0.102	0.0204	0.407	0.000
	ex22	wc01	0.049	0.0043	0.221	0.000
ZDT3	ex01(r=5)	wc52	0.101	0.0010	0.159	0.048
	ex02(r=100)	wc12	0.106	0.0052	0.193	0.000
	ex10(r=50)	wc12	0.041	0.0001	0.062	0.021
	ex20(r=100)	wc12	0.153	0.0001	0.172	0.138
	ex11	wc40	0.082	0.0003	0.110	0.048
	ex12	wc42	0.138	0.0005	0.166	0.103
	ex21	wc42	0.105	0.0011	0.159	0.048
	ex22	wc22	0.050	0.0004	0.076	0.000
ZDT4	ex01(r=50)	wc42	0.081	0.0390	0.558	0.000
	ex02(r=100)	wc22	0.326	0.0607	0.628	0.000
	ex10(r=50)	wc01	0.077	0.0261	0.477	0.000
	ex20(r=100)	wc10	0.243	0.0500	0.570	0.000
	ex11	wc42	0.027	0.0143	0.535	0.000
	ex12	wc43	0.193	0.0424	0.547	0.000
	ex21	-	-	-	-	-
	ex22	wc10	0.137	0.0404	0.523	0.000
KUR	ex01(r=50)	wc33	0.573	0.0016	0.648	0.500
	ex02(r=50)	wc51	0.570	0.0007	0.648	0.523
	ex10(r=20)	wc43	0.600	0.0009	0.648	0.545
	ex20(r=10)	wc22	0.569	0.0025	0.659	0.466
	ex11	wc00	0.570	0.0022	0.667	0.494
	ex12	wc43	0.580	0.0019	0.667	0.494
	ex21	wc00	0.551	0.0014	0.609	0.483
	ex22	wc11	0.526	0.0018	0.632	0.448

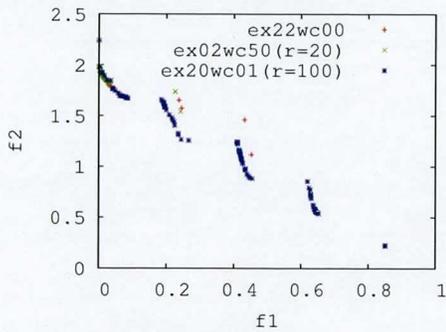
	guide	wc	CR_{ave}	CR_{var}	CR_{max}	CR_{min}
DTLZ1	ex01	-	-	-	-	-
	ex02(r=20)	wc10	0.252	0.002	0.325	0.172
	ex10	-	-	-	-	-
	ex20	-	-	-	-	-
	ex11	-	-	-	-	-
	ex12	wc01	0.079	0.008	0.209	0.000
	ex21	-	-	-	-	-
	ex22	wc10	0.034	0.000	0.061	0.012
DTLZ2	ex01(r=5)	wc50	0.304	0.000	0.328	0.294
	ex02(r=50)	wc22	0.239	0.000	0.264	0.204
	ex10(r=100)	wc42	0.301	0.000	0.336	0.264
	ex20(r=100)	wc01	0.131	0.001	0.179	0.064
	ex11	wc00	0.313	0.000	0.340	0.285
	ex12	wc43	0.299	0.001	0.336	0.251
	ex21	wc42	0.291	0.001	0.336	0.226
	ex22	wc41	0.187	0.000	0.213	0.157
DTLZ3	ex01	-	-	-	-	-
	ex02(r=20)	wc10	0.161	0.002	0.243	0.111
	ex10	-	-	-	-	-
	ex20	-	-	-	-	-
	ex11	-	-	-	-	-
	ex12	wc43	0.071	0.003	0.132	0.000
	ex21	-	-	-	-	-
	ex22	wc10	0.017	0.000	0.030	0.009

表 3.4: SC および SR の比較 (20 試行). 既存のガイド選択法同士の組み合わせ (ex11, ex12, ex21, ex22), p_{pro} を適用したガイド選択法 (ex01, ex02) および g_{pro} を適用したガイド選択法 (ex10, ex20) のそれぞれの中で, SC の平均値が最も良いガイド選択法の組とパラメータの組における, SC と SR の平均値, 分散, 最大値および最小値, そして, SC における既存手法の組み合わせに対する勝数, 真のパレート面からの距離の閾値が示される.

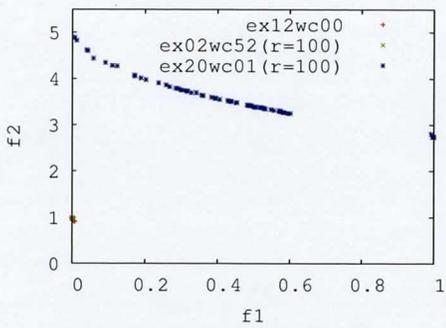
	guide	wc	SC_{ave}	SC_{var}	SC_{max}	SC_{min}	SR_{ave}	SR_{var}	SR_{max}	SR_{min}	勝数 (SC)	δ
ZDT1	ex22	wc00	71.70	322.54	91	18	0.734	0.025	0.910	0.180	—	0.01
	ex02(r=10)	wc00	77.05	170.26	95	52	0.783	0.014	0.950	0.520	13	0.01
	ex20(r=100)	wc01	42.90	134.73	69	20	0.430	0.013	0.690	0.202	2	0.01
ZDT3	ex22	wc00	30.45	902.47	85	0	0.341	0.110	0.859	0.000	—	0.01
	ex02(r=20)	wc50	67.40	215.52	99	41	0.681	0.019	0.990	0.458	17	0.01
	ex20(r=100)	w01	40.80	157.64	74	27	0.409	0.016	0.740	0.270	9	0.01
ZDT4	ex12	wc00	48.25	1671.57	100	0	0.483	0.167	1.000	0.000	—	0.0001
	ex02(r=100)	wc52	63.20	614.38	94	1	0.632	0.061	0.940	0.010	12	0.0001
	ex20(r=100)	w01	12.85	406.34	62	0	0.129	0.041	0.620	0.000	3	0.0001
KUR	ex12	wc00	7.40	39.94	22	1	0.074	0.004	0.220	0.010	—	0.0001
	ex02(r=100)	wc53	7.25	151.88	37	0	0.074	0.015	0.370	0.000	6	0.0001
	ex10(r=100)	wc43	12.85	55.40	32	2	0.129	0.006	0.320	0.020	14	0.0001
DTLZ1	ex12	wc43	91.35	418.03	100	17	0.946	0.032	1.000	0.207	—	5
	ex02(r=5)	wc10	20.30	408.43	49	0	0.317	0.104	0.776	0.000	0	5
	ex10(r=100)	wc53	18.15	1116.13	94	0	0.555	0.220	1.000	0.000	1	5
DTLZ2	ex11	wc00	6.70	16.33	18	0	0.066	0.002	0.180	0.000	—	0.001
	ex02(r=50)	wc53	10.10	197.15	48	0	0.107	0.020	0.480	0.000	8	0.001
	ex10(r=100)	wc42	18.25	315.57	72	0	0.181	0.033	0.720	0.000	16	0.001
DTLZ3	ex12	wc42	74.25	1661.14	100	0	0.759	0.158	1.000	0.000	—	5
	ex02(r=50)	wc33	6.30	376.96	66	0	0.076	0.055	0.833	0.000	3	5
	ex10(r=50)	wc42	9.70	531.48	77	0	0.105	0.059	0.802	0.000	3	5



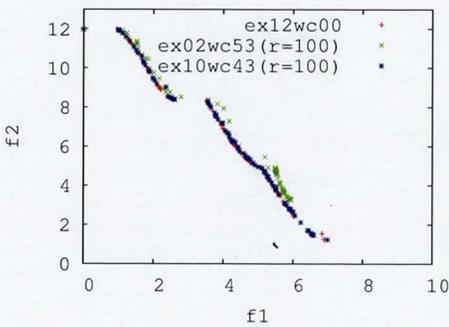
☒ 3.2: ZDT1



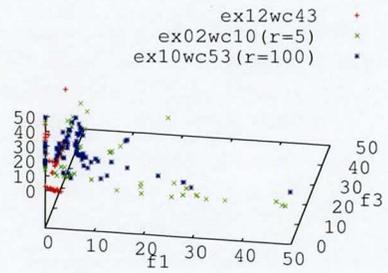
☒ 3.3: ZDT3



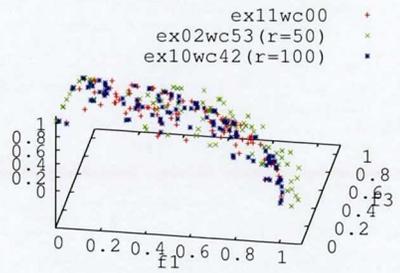
☒ 3.4: ZDT4



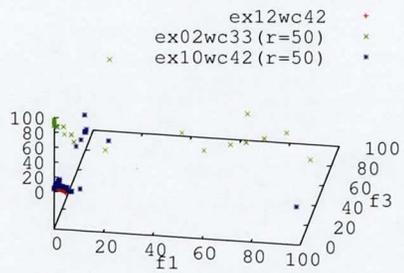
☒ 3.5: KUR



☒ 3.6: DTLZ1



☒ 3.7: DTLZ2



☒ 3.8: DTLZ3

3.3.2 考察

提案したガイド選択法と既存のガイド選択法の組み合わせに対して、さまざまなパラメータの与え方を設定し、真のパレート面の被覆率および真のパレート面への収束性能を評価した。数値実験により、 p_{pro} および g_{pro} は既存のガイド選択法に比べて単純なガイド選択法であるにも関わらず、既存のガイド選択法と同等かそれ以上の解を発見できた。また、 p_{pro} を適用すると真のパレート面への収束性が向上し、一方で、 g_{pro} を適用すると広い範囲の解が得られることが示された。これらの結果より、提案手法は、収束性能と解の多様性を考慮して問題に適用することができ、提案手法の有用性が示された。なお、提案手法に対して、問題ドメインの知識を用い、参照する目的関数を切り替えるサイクルだけでなく、その配分や目的関数の参照順を適切に与えることにより探索の性能を向上させることについては今後の課題である。

局所的なパレート面を多数持つベンチマーク問題では、 g_{pro} を用いたときに、真のパレート面付近の解を発見できない試行が存在した。これは、局所解に陥っていると考えられ、単一目的の PSO で開発された局所解に陥いりにくくする方法や局所解から脱出するための方法の導入により、この問題を解消できると考えている。また、提案手法は、従来のガイド選択を行うときに必要な目的関数間の比較が必要ないため、多数目的の問題に提案したガイド選択を適用することは計算コストの面で有利であると考えられる。

3.4 まとめ

第3章では、PSO を多目的最適化問題へ適用するときの課題を述べ、その課題を解決する1方法を提案した。提案手法の有用性を検証するためにベンチマーク問題を用いた数値実験を実施した。実験結果より、提案手法が単純な方法であるにもかかわらず、既存の手法と同等かそれ以上の性能を示すことが分かった。また、提案法を用いたときの粒子の振る舞いの特徴や動作モデルのパラメータ調整に関する知見を与えた。

第4章 確率常微分方程式による魚群動態モデル

本章では、魚の群形成過程を常微分方程式でモデル化することを考える。常微分方程式で書かれるモデルには、個々の個体の行動規則が明確に表現できることや、漸近的な振る舞いの解析や数値計算といった常微分方程式で開発されたテクニックが利用できるという利点がある。

D次元空間の粒子として魚を取り扱うことを考える。魚が進む方向が、魚の前方向とする。モデル化における仮定として、Aoki[46], Huth-Wissel[47], Warbutton-Lazarus[48]による観察結果に基づいてCamazine-Deneubourg-Franks-Sneyd-Theraulaz-Bonabeau[45]により導入された次の3つのルールを設ける。

- i. 群はリーダーを持たず、個々の魚は同じ行動ルールに従う。
- ii. どのように行動すべきかを決定するために、個々の魚は、近傍の魚達の位置と速度の加重平均を用いる。
- iii. 魚の動作と周囲の魚の状況の感知には、ある不確実性が伴う。

これらと似た仮定が、Reynolds[49]によっても提唱されている。

4.1節で、システムにおける個体の振る舞いを、決定論的な微分方程式と確率論的な微分方程式によってモデル化する。ここでは、加重平均を重力の法則に類似した力として扱う。 i 番目の魚の位置 x_i は、他の魚の位置 x_j ($j \neq i$)との相互作用によって決まり、相互作用は

$$-\alpha \left[\frac{1}{(\|x_i - x_j\|/r)^p} - \frac{1}{(\|x_i - x_j\|/r)^q} \right] (x_i - x_j) \quad (4.1)$$

で与える. 式(4.1)において, $1 < p < q < \infty$ は定数で, $r > 0$ は縄張りの半径である. すなわち, もし $\|x_i - x_j\| > r$ なら, i 番目の魚は j 番目の魚と引き合い, 逆に, $\|x_i - x_j\| < r$ なら, i 番目の魚は j 番目の魚から遠ざかる. そして, p, q, r は魚の種に依存して決まるパラメータと考える. 特に, p, q の値が大きいと, 相互作用を及ぼす範囲が狭くなることに注意する.

同様に, 速度の調和にも加重平均が用いられる. ここでは,

$$-\beta \left[\frac{1}{(\|x_i - x_j\|/r)^p} + \frac{1}{(\|x_i - x_j\|/r)^q} \right] (v_i - v_j). \quad (4.2)$$

式(4.2)において, v_i は i 番目の魚の速度で, v_j は j 番目の魚の速度である.

魚群形成過程については数種類の数理モデルが, 差分モデルまたは微分モデルとしてすでに提案されてきている. Vicsek 等 [50] は, 単純な差分モデルを提案した. そこでは, すべての魚は, 同じ大きさで近傍の個体と平均的に同じ方向の速度を持ち, その速度にノイズが加わって動く. Oboshi 等 [51] は, 別のモデルを提案した. そこでは, 個体は, 最近傍に位置する他の個体との距離に基づいて 4 種類の動作から 1 つの動作を選択する. また, Olfati-Saber 等 [52] と D'Orsogna 等 [53] は, 一般化されたモース理論を用いて決定論的なモデルと引力・斥力ポテンシャル関数を用いたモデルをそれぞれ構築した.

本章ではまず, モデル方程式を定式化する. 次に, モデル方程式に対して解の局所的な存在を示し他後に, 特別な場合における解の大域的な存在を証明する. さらに, 個々の魚間の情報伝達と魚の行動に不確実性が存在するとき, 文献 [45, Chapter 11] で導入された行動規則にしたがう群形成に対して, そのロバスト性を示す数値実験を行う.

次章では本章の結果を踏まえて, 動物が群形成を行う規則に基づいた最適化スキームの開発を行う.

4.1 モデル方程式

N 体の魚の行動を質点 (粒子) として扱う. それらは, ユークリッド空間 \mathbb{R}^d ($d = 1, 2, 3, \dots$) の中を動き回るとする. i 番目の粒子の位置は, $x_i = x_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) で表す. また, その速度は, $v_i = v_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) で表す. 本論文で提案するモデルは, 次の式

$$\begin{cases} dx_i = v_i dt + \sigma_i dw_i, \\ dv_i = \left\{ -\alpha \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[\frac{1}{(\|x_i - x_j\|/r)^p} - \frac{1}{(\|x_i - x_j\|/r)^q} \right] (x_i - x_j) \right. \\ \left. - \beta \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[\frac{1}{(\|x_i - x_j\|/r)^p} + \frac{1}{(\|x_i - x_j\|/r)^q} \right] (v_i - v_j) + f_i(t, x_i, v_i) \right\} dt, \end{cases} \quad (4.3)$$

で与えられる. 最初の式は, x_i に対する確率微分方程式で, $\sigma_i dw_i(t)$ は魚の周囲の情報を取得する能力に関する不確実性と魚の行動に関する不確実性を表すノイズである. ここで, $\{w_i(t), t \geq 0\}$ ($i = 1, \dots, N$) は, 適当な d 次元確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0}, \mathbb{P})$ で定義された独立なブラウン運動 [62] の組とする. 次の式は, v_i に対する確定的な方程式で, $1 < p < q < \infty$ は指数のパラメータ, $r > 0$ は半径のパラメータ, α, β は正の定数のパラメータである. また, $f_i(t, x_i, v_i)$ は, 時刻 t における外力を表しており, \mathbb{R}^d における位置と速度 (x_i, v_i) で決まる. ここでは, $f_i(t, x_i, v_i)$ ($i = 1, \dots, N$) は, 局所的に滑らかであると仮定する.

以下では, 単純のため $\alpha_1 = \alpha r^p, \beta_1 = \beta r^p, \gamma = r^{q-p}$. とする. すると, システム (4.3) は, 各 $i = 1, \dots, N$, について

$$\begin{cases} dx_i = v_i dt + \sigma_i dw_i, \\ dv_i = \left\{ -\alpha_1 \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[\frac{1}{\|x_i - x_j\|^p} - \frac{\gamma}{\|x_i - x_j\|^q} \right] (x_i - x_j) \right. \\ \left. - \beta_1 \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[\frac{1}{\|x_i - x_j\|^p} + \frac{\gamma}{\|x_i - x_j\|^q} \right] (v_i - v_j) + f_i(t, x_i, v_i) \right\} dt, \end{cases} \quad (4.4)$$

と表せる.

確率論については [54, 55, 56, 57] を参照する. また, 伊藤の公式を含む確率微分方程式については [58, 59, 60, 61] を参照する.

4.2 局所解

位相空間を

$$\mathbb{R}(N) = \{(x_1, \dots, x_N, v_1, \dots, v_N) \in \mathbb{R}^{Nd} \times \mathbb{R}^{Nd} \mid x_i \neq x_j (1 \leq i, j \leq N, i \neq j)\}$$

と定める. (4.4) の右辺の全関数は, $\mathbb{R}(N)$ において局所的に滑らかなので, この位相空間に属す位置から出発したとき, (4.4) の局所解の存在と一意性は, 確定的でも確率的でも明らかで, 例えばそれは, [64, 65] の結果から示される. よって, 次の定理が成り立つ.

定理 4.2.1 任意の初期値

$$(x_1(0), \dots, x_N(0), v_1(0), \dots, v_N(0)) \in \mathbb{R}(N)$$

に対して, (4.4) は区間 $[0, \tau)$ に唯一の局所解を持つ. ここで, $\tau \leq \infty$ であり, もし $\tau < \infty$ ならば τ は爆発時間である.

4.3 特別な場合での大域解

ここでは, $N = 2$ の場合において, (4.4) における大域解の存在を証明する. 初めに, 確定的な場合 (すなわち, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$) でかつ外力が働かない場合 $f_1 = f_2 \equiv 0$ を考える. 次に, 確率的な場合 (すなわち, $\sigma_1 + \sigma_2 > 0$) でかつ d と q が $d > \max\{q - 4, 2\}$ および $q > 2$ を満たす場合を考える.

4.3.1 確定的な場合 ($\sigma_1 = \sigma_2 = 0$)

システム (4.4) は次の式

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = v_i, \\ \frac{dv_i}{dt} = -\frac{\alpha_1(x_i - x_j)}{\|x_i - x_j\|^p} + \frac{\alpha_1\gamma(x_i - x_j)}{\|x_i - x_j\|^q} - \frac{\beta_1(v_i - v_j)}{\|x_i - x_j\|^p} - \frac{\beta_1\gamma(v_i - v_j)}{\|x_i - x_j\|^q}, \end{cases} \quad (4.5)$$

となる. ここで, $i, j = 1, 2, i \neq j$ である.

定理 4.3.1 $1 < p < q < \infty$, $q > 2$ とし, 任意の初期値 $(x^0, v^0) \in \mathbb{R}(2)$ に対して, (4.5) は一意的な大域解 $(x(t), v(t))$ を $\mathbb{R}(2)$ に持つ.

証明 定理 4.2.1 で述べたように, (4.5) には爆発時間 τ_1 で表される区間 $[0, \tau_1)$ に一意の解が存在する. そして, (4.5) は次式

$$\begin{cases} \frac{d(x_1 + x_2)}{dt} = v_1 + v_2, \\ \frac{d(v_1 + v_2)}{dt} = 0, \\ \frac{d(x_1 - x_2)}{dt} = v_1 - v_2, \\ \frac{d(v_1 - v_2)}{dt} = -2 \left[\frac{\alpha_1}{\|x_1 - x_2\|^p} - \frac{\alpha_1\gamma}{\|x_1 - x_2\|^q} \right] (x_1 - x_2) \\ \quad - 2 \left[\frac{\beta_1}{\|x_1 - x_2\|^p} + \frac{\beta_1\gamma}{\|x_1 - x_2\|^q} \right] (v_1 - v_2), \end{cases}$$

と等価である. したがって,

$$\begin{cases} x_1(t) + x_2(t) = [v_1(0) + v_2(0)]t + x_1(0) + x_2(0), \\ v_1(t) + v_2(t) = v_1(0) + v_2(0), \\ \frac{d(x_1 - x_2)}{dt} = v_1 - v_2, \\ \frac{d(v_1 - v_2)}{dt} = -2 \left[\frac{\alpha_1}{\|x_1 - x_2\|^p} - \frac{\alpha_1\gamma}{\|x_1 - x_2\|^q} \right] (x_1 - x_2) \\ \quad - 2 \left[\frac{\beta_1}{\|x_1 - x_2\|^p} + \frac{\beta_1\gamma}{\|x_1 - x_2\|^q} \right] (v_1 - v_2), \end{cases} \quad (4.6)$$

を得る. ここで, $\xi = x_1 - x_2$ で $\eta = v_1 - v_2$ とおく. $\tau_1 = \infty$ を証明するためには, 次

のシステム

$$\begin{cases} \frac{d\xi}{dt} = \eta, \\ \frac{d\eta}{dt} = -2 \left(\frac{\alpha_1}{\|\xi\|^p} - \frac{\alpha_1\gamma}{\|\xi\|^q} \right) \xi - 2 \left(\frac{\beta_1}{\|\xi\|^p} + \frac{\beta_1\gamma}{\|\xi\|^q} \right) \eta, \end{cases} \quad (4.7)$$

を $\mathbb{R}_*^d = \{\xi \in \mathbb{R}^d : \xi \neq 0\}$ の中で考えたとき, \mathbb{R}_*^d の各点から出た解が大域的に存在することを示すことが十分である. 明らかに, τ_1 は (4.7) の爆発時間でもある. ここで, $\tau_1 < \infty$ と仮定する. $[0, \tau_1)$ において, $X = \frac{1}{\|\xi\|}$, $Y = \|\eta\|^2$, $Z = \langle \xi, \eta \rangle$ とする. このとき, (X, Y, Z) が $X(t) > 0, Y(t) \geq X^2(t)Z^2(t)$ と次の方程式

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = -X^3Z, \\ \frac{dY}{dt} = -4\alpha_1X^pZ + 4\alpha_1\gamma X^qZ - 4(\beta_1X^p + \beta_1\gamma X^q)Y, \\ \frac{dZ}{dt} = Y - 2\alpha_1X^{p-2} + 2\alpha_1\gamma X^{q-2} - 2(\beta_1X^p + \beta_1\gamma X^q)Z, \end{cases} \quad (4.8)$$

を満たすことは容易に分かる. また,

$$\limsup_{t \rightarrow \tau_1} [X(t) + Y(t) + |Z(t)| + X^{-1}(t)] = \infty. \quad (4.9)$$

$M > 0$ として, 関数

$$H = X^{q-4} + X^{q-2} + Y^2 + MZ^2 + Y + X^{-4} + M$$

を導入することにより, 次の式

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} &= -(q-4)X^{q-2}Z - (q-2)X^qZ \\ &\quad + 2Y[-4\alpha_1X^pZ + 4\alpha_1\gamma X^qZ - 4(\beta_1X^p + \beta_1\gamma X^q)Y] \\ &\quad + 2MZ[Y - 2\alpha_1X^{p-2} + 2\alpha_1\gamma X^{q-2} - 2(\beta_1X^p + \beta_1\gamma X^q)Z] \\ &\quad - 4\alpha_1X^pZ + 4\alpha_1\gamma X^qZ - 4(\beta_1X^p + \beta_1\gamma X^q)Y + 4X^{-2}Z \\ &= -(q-2)X^qZ - 8\alpha_1X^pYZ + 8\alpha_1\gamma X^qYZ + 2MYZ - 4M\alpha_1X^{p-2}Z \\ &\quad + (4M\alpha_1\gamma - q + 4)X^{q-2}Z - 4\alpha_1X^pZ + 4\alpha_1\gamma X^qZ - 8(\beta_1X^p + \beta_1\gamma X^q)Y^2 \\ &\quad - 4M(\beta_1X^p + \beta_1\gamma X^q)Z^2 - 4(\beta_1X^p + \beta_1\gamma X^q)Y + 4X^{-2}Z \end{aligned}$$

を得る. 十分小さな $\epsilon > 0$ に対して,

$$\begin{aligned}
\epsilon X^q Y + \epsilon^{-3} X^{q-2} &\geq \epsilon X^{q+2} Z^2 + \epsilon^{-3} X^{q-2} \geq 2\epsilon^{-1} X^q |Z|, \\
\epsilon X^p Y^2 + M\beta_1 \gamma X^p Z^2 &\geq 2\sqrt{\epsilon M\beta_1 \gamma} X^p Y |Z|, \\
\epsilon X^q Y^2 + M\beta_1 \gamma X^q Z^2 &\geq 2\sqrt{\epsilon M\beta_1 \gamma} X^q Y |Z|, \\
X^q |Z| + Z^2 + \frac{1}{4\epsilon^2} &\geq (X^q + \epsilon^{-1}) |Z| \geq \max\{X^q |Z|, X^p |Z|, X^{q-2} |Z|\}, \\
X^{-4} + Z^2 &\geq 2X^{-2} |Z|, \quad Z^2 + M^2 \geq 2M |Z|, \\
(X^q + \epsilon^{-1}) |Z| &\geq X^{p-2} |Z| \quad (p \geq 2 \text{ のとき}), \\
(M^2 X^{-2} + 1) |Z| &\geq M X^{p-2} |Z| \quad (p < 2 \text{ のとき}),
\end{aligned}$$

が成立することが容易に分かる. 加えて, $MY^2 + MZ^2 \geq 2MYZ$ であることは明らかである. また, $X > 0, Y \geq X^2 Z^2$ のような条件の下に, 適当な $M_1 > 0$ が存在し $[0, \tau_1)$ 上で $\frac{dH}{dt} \leq M_1 H$ となることが結論される. それゆえに, 比較定理を用いることにより, すべての $t \in [0, \tau_1)$ に対して

$$H(t) = X^{q-4}(t) + X^{q-2}(t) + Y^2(t) + MZ^2(t) + Y(t) + X^{-4}(t) + M \leq H(0)e^{M_1 t}$$

を得る. よって, (4.9) より $\tau_1 = \infty$ となる. すなわち, (4.5) の解は大域的でなければならない.

4.3.2 確率的な場合 ($\sigma_1 + \sigma_2 > 0$)

ここでは, 確率的な場合を考える. システム (4.4) は

$$\begin{cases} dx_i = v_i dt + \sigma_i dw_i(t), \\ dv_i = \left\{ - \left[\frac{\alpha_1}{\|x_i - x_j\|^p} - \frac{\alpha_1 \gamma}{\|x_i - x_j\|^q} \right] (x_i - x_j) \right. \\ \quad \left. - \left[\frac{\beta_1}{\|x_i - x_j\|^p} + \frac{\beta_1 \gamma}{\|x_i - x_j\|^q} \right] (v_i - v_j) \right\} dt, \end{cases} \quad (4.10)$$

のようになる. ここで, $i, j = 1, 2, i \neq j$ である. (4.10) に対して, 大域解の存在は確定的な場合と同義ではない. $d > \max\{q - 4, 2\}$ かつ $q > 2$ なら, 大域解の存在は示されるが, $d = 1$ または 2 のときは, ある解は有限時間において爆発するかもしれない.

定理 4.3.2 $d > \max\{q - 4, 2\}$ かつ $q > 2$ とする. このとき, 任意の初期値 $(x^0, v^0) \in \mathbb{R}(2)$ に対して, (4.10) は一意的な大域解を $\mathbb{R}(2)$ に持つ.

証明 定理 4.2.1 から, (4.10) の解は $[0, \tau_1^*)$ に存在する. ここで, τ_1^* は爆発時間である. その区間において, 次の式

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1(t) + v_2(t) = v_1(0) + v_2(0), \\ x_1(t) + x_2(t) = [v_1(0) + v_2(0)]t + \sigma_1 w_1(t) + \sigma_2 w_2(t) + x_1(0) + x_2(0), \\ d(x_1 - x_2) = (v_1 - v_2)dt + \sigma_1 dw_1(t) - \sigma_2 dw_2(t), \\ d(v_1 - v_2) = \left\{ -2 \left[\frac{\alpha_1}{\|x_1 - x_2\|^p} - \frac{\alpha_1 \gamma}{\|x_1 - x_2\|^q} \right] (x_1 - x_2) \right. \\ \quad \left. - 2 \left[\frac{\beta_1}{\|x_1 - x_2\|^p} + \frac{\beta_1 \gamma}{\|x_1 - x_2\|^q} \right] (v_1 - v_2) \right\} dt, \end{array} \right.$$

を得る. そして, τ_1^* は次のシステム

$$\left\{ \begin{array}{l} d\zeta = \psi dt + \sigma dw(t), \\ d\psi = \left[-2 \left(\frac{\alpha_1}{\|\zeta\|^p} - \frac{\alpha_1 \gamma}{\|\zeta\|^q} \right) \zeta - 2 \left(\frac{\alpha_1}{\|\zeta\|^p} + \frac{\beta_1 \gamma}{\|\zeta\|^q} \right) \psi \right] dt, \end{array} \right. \quad (4.11)$$

の爆発時間でもある. ここで, $\zeta = x_1 - x_2, \psi = v_1 - v_2, \sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ であり, $w(t) = \frac{1}{\sigma}[\sigma_1 w_1(t) - \sigma_2 w_2(t)]$ は, $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0}, \mathbb{P})$ における d -次元ブラウン運動である. 伊藤の公式を用いると直ちに, $[0, \tau_1^*), X(t) > 0, Y(t) \geq 0$ において

$$X = \frac{1}{\|\zeta\|}, \quad Y = \|\psi\|^2, \quad Z = \langle \zeta, \psi \rangle \quad (4.12)$$

はそれぞれ

$$\left\{ \begin{array}{l} dX = \left[-X^3 Z - \frac{d-3}{2} \sigma^2 X^3 \right] dt - \sigma X^3 \langle \zeta, dw \rangle, \\ dY = \left[-4\alpha_1 X^p Z + 4\alpha_1 \gamma X^q Z - 4(\beta_1 X^p + \beta_1 \gamma X^q) Y \right] dt, \\ dZ = \left[Y - 2\alpha_1 X^{p-2} + 2\alpha_1 \gamma X^{q-2} - 2(\beta_1 X^p + \beta_1 \gamma X^q) Z \right] dt + \sigma \langle \psi, dw \rangle, \end{array} \right. \quad (4.13)$$

を満たすことが分かる. ここで, 終了時間を $k \geq k_0$ についてそれぞれ,

$$\tau_k = \inf \left\{ t \geq 0 : X(t) \notin \left(\frac{1}{k}, k \right) \text{ または } Y(t) \notin [0, k] \right\}$$

と置き, $k_0 > 0$ は $(X(0), Y(0)) \in (\frac{1}{k_0}, k_0) \times [0, k_0)$ となるような十分大きな値とする. 慣例に従い, 空集合の下限は ∞ とする. τ_k は, $k \rightarrow \infty$ のとき非減少なので, ある極限 $\tau_\infty = \lim_{k \rightarrow \infty} \tau_k$ が存在する. $\tau_\infty \leq \tau_1^*$ であることは, 直ちに分かる. 実際, $\tau_\infty = \infty$ を背理法により示すことができる. $\mathbb{P}\{\tau_\infty \leq T\} > \varepsilon$ のように $T > 0$ かつ $\varepsilon \in (0, 1)$ が存在すると仮定する. $\Omega_k = \{\tau_k \leq T\}$ と置くことにより, 次の (4.14) のような $k_1 \geq k_0$ が存在する, すなわちすべての $k \geq k_1$ について

$$\mathbb{P}(\Omega_k) \geq \varepsilon. \quad (4.14)$$

次のような $C^2(\mathbb{R}_+^2 \times \mathbb{R}, \mathbb{R}_+)$ 関数

$$V(X, Y, Z) = X^\theta + X^{-4} + Y^2 + MZ^2 + M \quad (4.15)$$

を考える. ここで, $M > 0$ は十分大きな値で, θ は $\max\{q-6, 0\} < \theta < \min\{d-2, q-2\}$ のように固定された指数である. もし, $(X(t), Y(t), Z(t)) \in \mathbb{R}_+^2 \times \mathbb{R}$ であるならば, 伊藤の公式を用いて

$$\begin{aligned} dV(X(t), Y(t), Z(t)) &= f(X(t), Y(t), Z(t))dt \\ &+ \langle g(X(t), Y(t), Z(t), \zeta(t), \psi(t)), dw(t) \rangle \end{aligned} \quad (4.16)$$

を得る. ここで, f は

$$\begin{aligned} f(X, Y, Z) &= \\ &\theta X^{\theta-1}[-X^3 Z - \frac{d-3}{2}\sigma^2 X^3] + \frac{1}{2}\theta(\theta-1)\sigma^2 X^{\theta+2} + 4X^{-2}Z \\ &+ 2(d+2)\sigma^2 X^{-2} + 2Y[-4\alpha_1 X^p Z + 4\alpha_1 \gamma X^q Z - 4(\beta_1 X^p + \beta_1 \gamma X^q)Y] \\ &+ 2MZ[Y - 2\alpha_1 X^{p-2} + 2\alpha_1 \gamma X^{q-2} - 2(\beta_1 X^p + \beta_1 \gamma X^q)Z] + \sigma^2 MY \quad (4.17) \\ &= -\theta X^{\theta+2}Z - 4\alpha_1 M X^{p-2}Z + 2\alpha_1 \gamma M X^{q-2}Z - 8\alpha_1 X^p YZ + 8\alpha_1 \gamma X^q YZ \\ &+ 2MYZ + M\sigma^2 Y + 4X^{-2}Z + 2(d+2)\sigma^2 X^{-2} \\ &- \frac{(d-2-\theta)\theta\sigma^2}{2}X^{\theta+2} - 8(\beta_1 X^p + \beta_1 \gamma X^q)Y^2 - 4M(\beta_1 X^p + \beta_1 \gamma X^q)Z^2 \end{aligned}$$

であり, g はある適切な関数である. 確定的な場合に対しては, 次の不等式

$$\begin{aligned} M\beta_1\gamma X^q Z^2 + \frac{\epsilon^2}{M\beta_1\gamma} X^{\theta+2} &\geq 2\epsilon X^{\frac{q+\theta+2}{2}} |Z|, \\ \epsilon X^p Y^2 + M\beta_1\gamma X^p Z^2 &\geq 2\sqrt{\epsilon M\beta_1\gamma} X^p Y |Z|, \\ \epsilon X^q Y^2 + M\beta_1\gamma X^q Z^2 &\geq 2\sqrt{\epsilon M\beta_1\gamma} X^q Y |Z|, \\ Y^2 + Z^2 &\geq 2Y|Z|, Z^2 + 1 \geq 2|Z|, Y^2 + 1 \geq 2Y, X^{-4} + M^2 \geq 2MX^{-2}, \end{aligned}$$

が成立する. ここで, $\epsilon > 0$ は十分小さい値とする. $p \geq 2$ のとき, $\frac{q+\theta+2}{2} > \max\{q - 2, \theta + 2\} > p - 2 \geq 0$ なので, 十分大きな $M_1 > 0$ に対して,

$$2\epsilon X^{\frac{q+\theta+2}{2}} |Z| + M_1 |Z| \geq \max\{M^2 X^{\theta+2} |Z|, M^2 X^{p-2} |Z|, M^2 X^{q-2} |Z|\}$$

を得る. $1 < p < 2$ のときは,

$$MX^{-4} + 2MZ^2 + M^3 \geq 2MX^{-2}|Z| + 2M^2|Z| \geq 2MX^{p-2}|Z|$$

とする. すなわち, p に関わらず, すべての $X > 0, Y \geq X^2 Z^2, Z \in \mathbb{R}$ について

$$f(X, Y, Z) \leq M_2 V(X, Y, Z)$$

となるような $M_2 > 0$ が存在することが分かった. すべての $t \geq 0$ に対して, (4.12) と (4.16) および上式から

$$(X(t \wedge \tau_k), Y(t \wedge \tau_k), Z(t \wedge \tau_k)) \in \mathbb{R}_+^2 \times \mathbb{R}, \quad Y(t \wedge \tau_k) \geq X^2(t \wedge \tau_k) Z^2(t \wedge \tau_k),$$

が成立する. 次の式

$$\begin{aligned} \int_0^{s \wedge \tau_k} dV(X(t), Y(t), Z(t)) &\leq \int_0^{s \wedge \tau_k} M_2 V(X(t), Y(t), Z(t)) dt \\ &\quad + \int_0^{s \wedge \tau_k} \langle g(X(t), Y(t), Z(t)), dw_1(t) \rangle \end{aligned}$$

を得る. この不等式の両辺の期待値を取ると,

$$d\mathbb{E}V(X(s \wedge \tau_k), Y(s \wedge \tau_k), Z(s \wedge \tau_k)) \leq M_2 \mathbb{E}V(X(s \wedge \tau_k), Y(s \wedge \tau_k), Z(s \wedge \tau_k)) ds$$

となり, ここから, すべての $s \geq 0$ に対して,

$$\mathbb{E}V(X(s \wedge \tau_k), Y(s \wedge \tau_k), Z(s \wedge \tau_k)) \leq V(X(0), Y(0), Z(0))e^{M_2 s}$$

が成り立つ. 特に, 次の式

$$\mathbb{E}V(X(T \wedge \tau_k), Y(T \wedge \tau_k), Z(T \wedge \tau_k)) \leq V(X(0), Y(0), Z(0))e^{M_2 T} \quad (4.18)$$

が成り立つ. 一方で, すべての $\omega \in \Omega_k$ に対して, $X(\tau_k)(\omega) \in \{k, \frac{1}{k}\}$ または $Y(\tau_k)(\omega) = k$ が成り立つ. そして,

$$V(X(T \wedge \tau_k), Y(T \wedge \tau_k), Z(T \wedge \tau_k)) \geq a_k$$

が成り立つ. ここで, $a_k = \min \{k^\theta, k^4, k^2\}$ である. このことを (4.14) と組み合わせると,

$$\mathbb{E}V(X(T \wedge \tau_k), Y(T \wedge \tau_k), Z(T \wedge \tau_k)) \geq \mathbb{E}[1_{\Omega_k} V(x_{T \wedge \tau_k}, y_{T \wedge \tau_k})] \geq \varepsilon a_k$$

が得られ, (4.18) により, $V(X(0), Y(0), Z(0))e^{M_2 T} \geq \varepsilon a_k$ となり, $k \rightarrow \infty$ とすると, $\infty > V(X(0), Y(0), Z(0))e^{M_2 T} \geq \infty$ となり矛盾する. ゆえに, $\tau_\infty = \infty$ となり, また $\tau_1^* = \infty$ である. 証明終了.

4.4 数値実験

ここでは, 数値実験の結果を示す. 初めに, 魚の群形成のロバスト性を表す例を示す. 次に, 衝突の可能性を表す例を示す.

4.4.1 ロバスト性

σ_i はすべて十分小さいと仮定し, 群形成が強いロバスト性をもつことを表す例を挙げる.

$\alpha = 1, \beta = 0.5, r = 1, p = 3, q = 4, \sigma_i = 0.015$ として $f_i(t, x_i, v_i) = -5v_i$ とする. d 次元空間における粒子の数 $N = 100$ として, $d = 2, 3$ とした. 初期値 $x(0)$ は, 区間 $[0, 10]^{100d}$ にランダムに生成し, 速度は $v(0) \equiv 0$ とした. 図 4.1 に, 時刻 $t = 0, 5, 10, 15$ における 2 次元空間の粒子の位置とその速度ベクトルを示す. 図 4.2 に, 時刻 $t = 0, 10, 20, 30$ における 3 次元空間のものを示す.

4.4.2 衝突

d 次元空間における 2 粒子が衝突 (有限時間以内に解が存在しなくなることを意味する.) する例を示す. ここでは, $d = 1, 2$ とする. そして, σ_i は小さくないとし, 初期値における 2 粒子間の距離が十分小さいとする.

$d = 1$ において, $\alpha = 5, \beta = 1, r = 0.5, p = 3, q = 4, \sigma_i = \sigma$, として $f_i(t, x_i, v_i) = -v_i$ とした. 初期値 $x(0)$ は, 区間 $[0, 1]^2$ にランダムに生成し, 初期速度は $v(0) \equiv 0$ とした. 図 4.3 に, $\sigma = 0, 0.15, 5$ のときの 2 粒子の軌跡を示す. σ が小さいとき (ここでは, $\sigma = 0, 0.15$) 衝突は起こらない. 一方, σ が大きいとき (ここでは, $\sigma = 5$), 衝突が発生した.

$d = 2$ において, $\alpha = 7, \beta = 19, r = 1, p = 3, q = 4, \sigma_i = 9$ として $f_i(t, x_i, v_i) = -5v_i$ とした. 初期値 $x(0)$ は, 区間 $[0, 5]^4$ にランダムに生成し, 初期速度は $v(0) \equiv 0$ とした. 図 4.4 に, 2 粒子の距離の軌跡を示す.

確率微分方程式の数値計算については [63] を参照する.

4.5 まとめ

第 4 章では, 確率常微分方程式による魚群動態モデルを新しく提案した. 生物の群形成をモデル化しその特徴を示すことは, 社会に存在する様々なシステムのモデル化やその応用に役立つと考える.

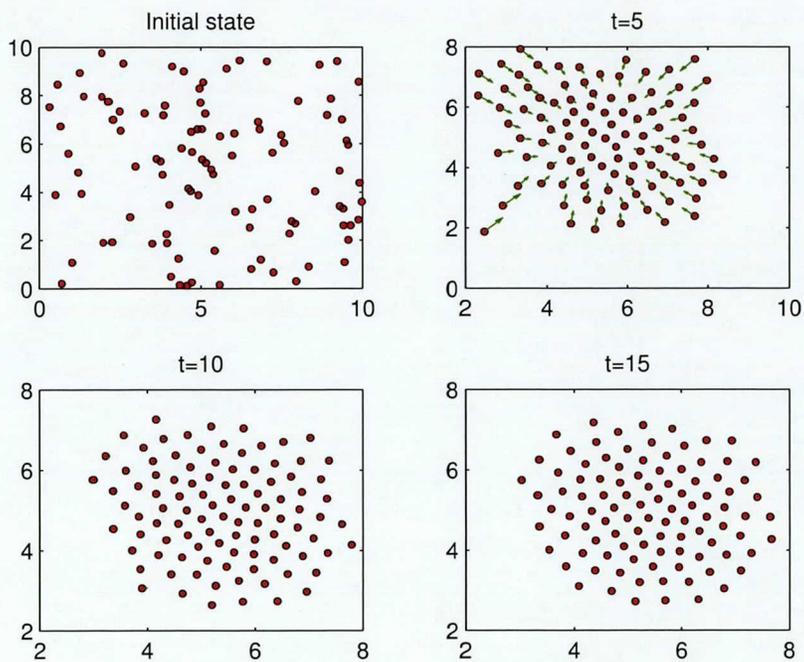


図 4.1: 2次元空間における群形成

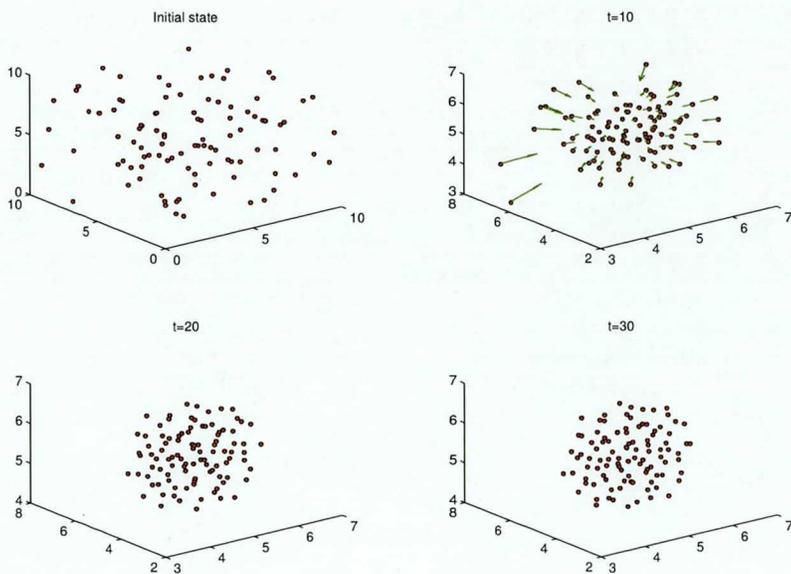


図 4.2: 3次元空間における群形成

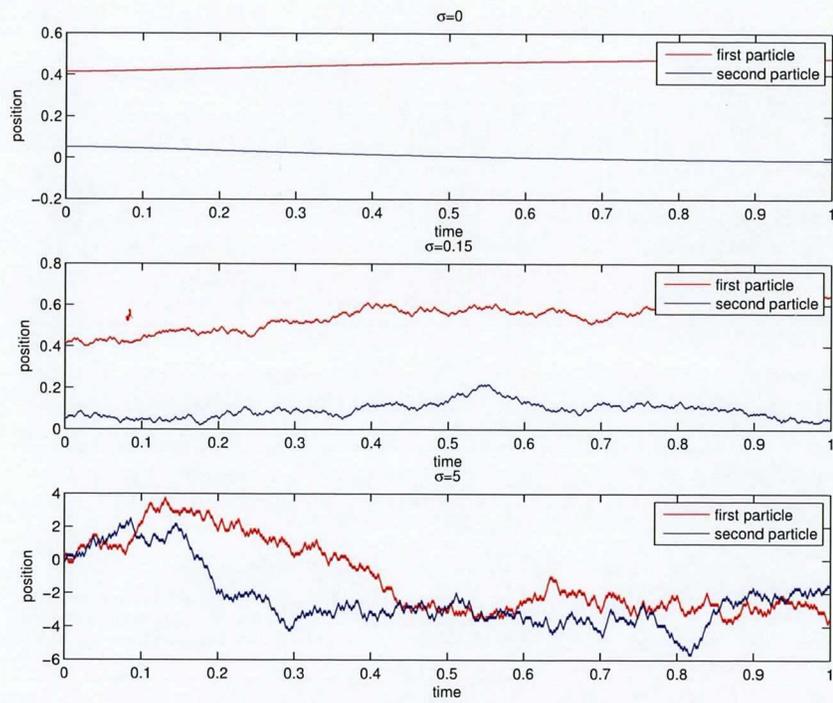


図 4.3: 1次元空間における衝突

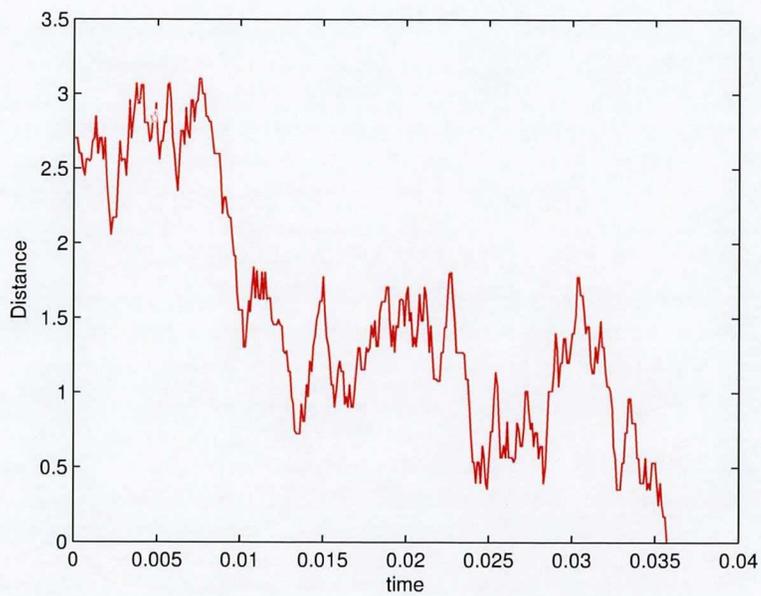


図 4.4: 2次元空間における衝突

第5章 群行動由来最適化 (Animal Swarm Optimization)

第2章と第3章で扱ったPSOの動作モデルは、Heppnerの鳥の行動シミュレーションなどを参考にしているが、動作モデルの開発の過程において、人間が取得した情報を処理して自身の行動を決めるという社会的行動規範に基づく仮定(次元ごとに独立した動作とそれに伴う各々の次元での衝突の許可)が導入されたために、粒子の振る舞いは、生物のそれとは大きく異なり、生物が現実世界で獲得してきた群行動の特徴を十分に発揮できているとは考えにくい。そのため、より現実の生物の群行動に近い動作モデルを持つ集団ベースの最適化法を開発することを考える。提案する最適化法では、生物が群として行動するとき発揮する機能をより顕著に最適化に利用できることが期待される。

本章は、第4章で提案した確率魚群モデル(4.3)に基づいて提案した時間離散な確率魚群モデルを粒子の動作モデルとして持つ群行動由来最適化 (Animal Swarm Optimization, 以後ASOとする。)を開発する。初めに、最適化法としての粒子の振る舞いを考え、連続な時空間において定式化されている確率魚群モデル(4.3)にポテンシャル場から受ける力を導入する。次に、計算機で扱えるようにモデルの時間変数の離散化を行い、ASOの探索手順を定式化する。最後に、ベンチマーク問題に対してASOの動作モデルを適用した数値実験を行い、粒子の振る舞いからASOの最適解の発見可能性を検証する。

5.1 ASOの構成

5.1.1 ポテンシャル場から受ける力

最適化法の動作モデルとして粒子が振る舞うためには、確率魚群モデル(4.3)における環境から受ける力 $f(t, x_i, v_i)$ を適切に設定する必要があり、また、不要な項を取り除く必要がある。ASOにおける動作モデルは、次式

$$\begin{cases} dx_i = v_i dt + \sigma_i dw_i, \\ dv_i = \left\{ -\alpha \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[\frac{1}{(\|x_i - x_j\|/r)^p} - \frac{1}{(\|x_i - x_j\|/r)^q} \right] (x_i - x_j) - \gamma \nabla f(x_i) \right\} dt \end{cases} \quad (5.1)$$

で与える。(4.3)との違いは、 f が粒子の位置におけるポテンシャル関数のグラディエントとしたこと、および、速度調和の項を取り除いたことである。最小化問題において最適化を行うためには、粒子はより適した場所へと移動していくことが求められるため、粒子はポテンシャル関数のグラディエントに対してより小さいポテンシャルの方向へ移動する力を受ける。また、群の移動方向は、個々の粒子がポテンシャルを最小にする方向へ移動する動きと集団を形成する動きの総和によって決定されるべきなので、速度の調和の項は無視する。

5.1.2 粒子の動作モデル

式(5.1)は常微分方程式で表されているので、粒子の動作を計算機で実現するためには、適当な離散化が必要である。ASOにおける粒子の位置と速度の更新は、それぞれ

次式

$$\left\{ \begin{array}{l} x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + v_i(t + \Delta t)\Delta t + \sigma\xi_i(\Delta t), \\ v_i(t + \Delta t) = wv_i(t) \\ - \left\{ \alpha \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[\frac{1}{(\|x_i(t) - x_j(t)\|/r)^p} - \frac{1}{(\|x_i(t) - x_j(t)\|/r)^q} \right] [x_i(t) - x_j(t)] \right. \\ \left. - \gamma \nabla f[x_i(t)] \right\} \Delta t \end{array} \right. \quad (5.2)$$

によって与える.

5.2 粒子の振る舞いの検証

ASO の粒子の振る舞いを検証するために、滑らかな関数を目的関数に持つベンチマーク問題を用いた数値実験を行う。なお、確率魚群モデル (4.3) は 2 次元および 3 次元の魚の振る舞いをモデル化しているが、一般次元のユークリッド空間を考えることにより、ASO は多次元へ容易に拡張することができる。

ベンチマーク問題には、2 次元 Sphere 関数と、2 次元および 12 次元 Rastrigin 関数、Rosenbrock 関数をそれぞれ用いた。第 4 章による数値実験の結果から、ASO の粒子動作モデルに含まれるパラメータ N, w, σ, r, p, q は、群の振る舞いを決定している。このことから、どのようなパラメータの組み合わせによって粒子が十分に最適解に近づくことが可能かを検証する。実験に共通なパラメータ設定として、 $N = 9, 25, 49$, $w = 0.0, 0.9$, $\sigma = 3000, 10000, 30000$, $r = 0.5, 1.0, 2.0$, $(p, q) = (3, 5), (7, 9)$ とし、それぞれを組み合わせることを考える。また、時間ステップを $\Delta t = 1.0 \times 10^{-6}$ とし、ステップ数は 5000 回とする。

5.2.1 Sphere 関数への適用

Sphere 関数は以下の式

$$f(x) = \sum_d x_d^2 \quad (5.3)$$

で定義される。ここで、実数値ベクトルは $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^D$ である。最小値は、 $x_d = 0, d = 1, 2, \dots, D$, となる点である。Sphere 関数は単峰性の関数で、極小値がただ1つ存在する関数である。また粒子がどの位置に存在しても ∇f より最適解の方向を知ることができる。

実験設定

どのようなパラメータの組み合わせによって粒子が十分に最適解に近づくことが可能かを検証する。粒子の初期配置は、最適解を含む範囲にランダムに生成する。2次元 Sphere 関数に対する初期条件を

- 最適解を含む範囲: $[-2, 2]^2$ にランダムに生成,
- 初期の粒子の速度は0に設定,

とする。

実験結果

図5.1に、それぞれのパラメータの組み合わせに対する5試行で得られた解における目的関数の平均値を示す。初期配置とノイズによらず最適解に近づくためには、ノイズを小さい値 ($\sigma = 3000$) とし、縄張りの半径を小さな値 $r = 0.5$ とするのが比較的良い。Sphere 関数が単峰性であることから、粒子は縄張りの半径に依存したある範囲の中に存在すると考えられ、その範囲が狭いほうが限られた粒子で最適解を発見できる可能性が高いと考えられる。また、ノイズが大きいと最適解を大きく飛び越すことが考えられ、十分に最適解に近づくためにはノイズが大きくないことが必要だと考える。

5.2.2 Rastrigin 関数への適用

Rastrigin 関数は以下の式

$$f(\mathbf{x}) = 10D + \sum_d [x_d^2 - 10 \cos(2\pi x_d)] \quad (5.4)$$

で定義される。ここで、実数値ベクトルは $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^D$ である。Rastrigin 関数は、式 (5.4) の余弦関数の項のため、各次元に複数の極小値をもつ。最小値は、 $x_d = 0, d = 1, 2, \dots, D$ となる点である。Rastrigin 関数は多峰性の関数で、各次元ごとに距離 1 の間隔で極小値を持つ。多峰性の関数では局所的な谷に粒子が陥り抜け出せなくなると探索がそこで終了し、最適解が発見できなくなることがある。

実験設定

粒子の初期配置は最適解を含む範囲にランダムに生成する。また、最適解を含まない範囲に格子状に生成する。2次元 Rastrigin 関数に対する初期条件を

- 最適解を含む範囲: $[-2, 2]^2$ にランダムに生成,
- 最適解を含まない範囲: $[8, 12]^2$ に格子状に生成,
- 初期の粒子の速度は 0 に設定,

とし、12次元 Rastrigin 関数に対する初期条件を

- 最適解を含む範囲: $[-2, 2]^{12}$ にランダムに生成,
- 初期の粒子の速度は 0 に設定,

とする。

実験結果

図 5.2 から図 5.4 に、それぞれのパラメータの組み合わせに対する 5 試行で得られた解における目的関数の平均値を示す。図 5.2 では、ほとんどのパラメータ設定で最適解が存在する谷を発見できたことが示されている。図 5.3 では、ノイズを $\sigma = 3000$ に設定すると、粒子は最適解に近づけないことが示されている。また、慣性項を $w = 0.0$ に設定するより $w = 0.9$ と設定する方が最適解に近い位置が発見できている。図 5.4 では、どのパラメータの組み合わせを用いても最適解が存在する谷に十分近づけない試行が存在することが示されている。平均的に最も最適解に近い位置を発見したパラメータの組み合わせは、 $N = 9$, $w = 0.9$, $\sigma = 10000$, $r = 2.0$, $(p, q) = (3, 5)$ であり、他のパラメータも含めた全試行の中で最も良い解を得たのもこのパラメータの組み合わせで、その最良解の目的関数値は 4.29 で、そのとき 12 次元中 11 次元で最適解が存在する谷を発見できた。

5.2.3 Rosenbrock 関数への適用

Rosenbrock 関数は以下の式

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{d=1}^{D-1} [100(x_{d+1} - x_d^2)^2 + (x_d - 1)^2] \quad (5.5)$$

で定義される。ここで、実数値ベクトルは $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^D$ である。Rosenbrock 関数は、式 (5.5) の第 1 項にある変数間の依存関係のため、最適解が存在する方向への傾きを得ることが困難である。最小値は、 $x_d = 1$, $d = 1, 2, \dots, D$ となる点である。変数間に依存関係を持つ目的関数では、最適値方向への傾きを直接得ることが困難である。

実験設定

粒子の初期配置は最適解を含む範囲にランダムに生成する。また、最適解を含まない範囲に格子状に生成する。2 次元 Rosenbrock 関数に対する初期条件を

- 最適解を含む範囲: $[-2, 2]^2$ にランダムに生成,
- 最適解を含まない範囲: $[8, 12]^2$ に格子状に生成,
- 最適解を含まない範囲: $x_1 \in [8, 12], x_2 \in [-12, -8]$ に格子状に生成,
- 初期の粒子の速度は 0 に設定,

とし, 12 次元 Rosenbrock 関数に対する初期条件を

- 最適解を含む範囲: $[-2, 2]^{12}$ にランダムに生成,
- 初期の粒子の速度は 0 に設定,

とする.

実験結果

図 5.5 から図 5.8 に, それぞれのパラメータの組み合わせに対する 5 試行で得られた解における目的関数の平均値を示す. Rosenbrock 関数に対しては, 慣性項が $w = 0.9$ でありノイズが小さく $\sigma = 3000$ 縄張りの半径が小さい $r = 0.5$ であるときのパラメータの組み合わせにおいて, 最適解の近くに解を発見できた. この傾向は Sphere 関数でも見られたが, Sphere 関数ではノイズが大きいてもある程度よい評価値を示していたのに対し, Rosenbrock 関数ではノイズが大きいと評価値がより悪くなる. このことは, Rosenbrock 関数の特徴である変数間の依存関係が影響していると考えられ, 目的関数の変数間に依存関係があるときにはノイズを大きくすることは望ましくないと考えられる. また, 図 5.7 は, 変数間の差が顕著な初期位置から探索を始めた結果で, 図 5.6 と

比較すると、ノイズの影響が強く表れている。このことから、変数間の依存関係が目的関数の値において支配的な位置で、ノイズの影響が大きいと考えられる。

5.2.4 ベンチマーク問題を用いた数値実験の考察

ASO における粒子の動作モデルに対してベンチマーク問題を用いた数値実験を行った。この節では、最適解に十分近い解を得るために、慣性項 w ノイズの大きさ σ そして縄張りの半径 r の設定に関する考察を行う。

慣性項 w は、どのベンチマーク関数に対しても必要であることが示された。Rastrigin 関数に ASO を適用した場合、最適解から遠く離れた位置に存在する粒子がポテンシャルの局所的な谷を越えて最適解に近づくために十分大きな σ を与えなければならない。しかし、大きすぎる σ を与えると、最適解が存在する谷を多くの次元で発見できる可能性が減る。Rosenbrock 関数に ASO を適用した場合、関数の変数間に依存関係があるため、Sphere 関数に比べて大きな σ の値による影響を顕著に受け、粒子が最適解に十分に近づける可能性がより減少する。しかし、小さすぎる σ は粒子がステップごとに動ける幅を狭めるため、遠方から最適解に近づくには適さない。縄張りの半径 r は、集団の広がる範囲や密集したときの密度に関わっているため、ベンチマーク問題や初期値ごとに適切な設定が異なるとわかる。たとえば、最適解から初期値が離れているときや問題の次元が大きいときには比較的大きな値が良い。これは、大きな縄張りの半径 r は集団の広がる範囲を大きくするため、適用したベンチマーク問題では集団全体に働くポテンシャル場からの力の総和がより強く働いたと考えられ、また、より遠くに存在する粒子との相互作用も働くため、多次元空間において粒子間のユークリッド距離が比較的大きいときでも集団で動作する作用が働いたと考えられる。

5.3 集団として振る舞いの効果とブラウン運動の効果

ベンチマーク問題での粒子の振る舞いから、ASO の動作モデルを用いて最適解を発見できる可能性が示された。この節では、ASO の動作モデルに含まれる“集団での振る舞い”、“ブラウン運動”のそれぞれの作用の役割について考える。なお、ポテンシャル場の作用がない場合についてはランダムウォークをすることが予想され、ここでは考察を行わない。

5.3.1 集団での振る舞いの効果

集団で振る舞う作用が存在しないと、個々の粒子は近傍に存在するポテンシャルが局所的に低い位置に到達することが考えられ、Rastrigin 関数のように複数のポテンシャルの谷が存在するような問題では、最適解の近傍にたどり着けない。また、個々の粒子がポテンシャル場のグラディエントに基づいて受ける力は、集団で振る舞うことにより統合され、粒子全体のポテンシャルの総和が小さくなる状態を目指すと考えられる。

5.3.2 ブラウン運動の効果

ブラウン運動は、力学的エネルギーが局所的に小さくなる状態の間を飛び越えるために必要だと考える。効果を検証するために、ブラウン運動を行わない(すなわち、 $\sigma = 0$) 設定でも粒子を動作させることを考える。5.2.2 節の数値実験より、平均的に最適解の付近を発見できたパラメータセット $N = 49$, $w = 0.9$, $\sigma = 10000$, $r = 2.0$, $(p, q) = (3, 5)$ に対し、 σ の値のみ 0, 3000, 10000, 30000 としてブラウン運動の効果を考える。そして、5.2.2 節の数値実験の 12 次元 Rastrigin 関数に対して、同じ初期条件で粒子の振る舞いを検証する。

表 5.1 に 5 試行それぞれにおいて、最終ステップで得られた粒子のポテンシャル関数値の総和と最小値を示す。集団のポテンシャル関数値の総和は、 σ が増加するにしたがって大きくなる傾向がある。また、最終ステップで得られたポテンシャル関数最

表 5.1: ポテンシャル関数の総和

σ		test1	test2	test3	test4	test5
0	sum	938	973	973	1001	935
	min	9.02	8.00	10.99	8.02	8.03
3000	sum	1082	1106	1091	1147	1053
	min	10.09	9.48	10.83	9.89	11.26
10000	sum	2508	2655	2593	2411	2523
	min	21.89	24.36	16.79	16.51	22.57
30000	sum	17732	18830	18892	19219	19046
	min	147.63	222.27	198.41	195.95	181.32

小値も、 σ が増加するにしたがって大きくなる傾向があが、 $\sigma = 1000$ のとき、全パラメータの組み合わせの中で最も粒子が原点に近づいたことから、ポテンシャル関数値の総和が小さいと、初期状態からの粒子の動きが少ないと考えられる。

この結果より、集団全体が取りうる状態はノイズによって多様化されると考えられる。そして粒子の取りうる状態の変動が起こる程度のノイズを加えることにより、ポテンシャルの山を越えて最適解に十分に近い位置を発見できる可能性が高まると考えられる。

5.4 まとめ

第5章では、確率常微分方程式で与えられた魚群動態モデルに基づき時間離散な確率魚群モデルを提案し、ASOにおける粒子の動作モデルとした。提案手法が最適解を見出す能力を評価するためにベンチマーク問題による数値実験を行い、ASOを用いて最適化が行える可能性を示した。また、ASOの動作モデルに含まれる集団での振る舞いの作用とブラウン運動の作用の効果について考察し、両方の効果が同時に必要であることを数値実験により示した。集団で振る舞う効果は、ポテンシャル場における粒子全体の力学的エネルギーが小さくなる状態を導くと考えられる。また、ブラウン

運動の効果は、粒子全体が取りうる状態の多様性に関係しており、ポテンシャルが局所的に小さくなる状態から別の状態へ遷移する作用をもたらすと考えられる。

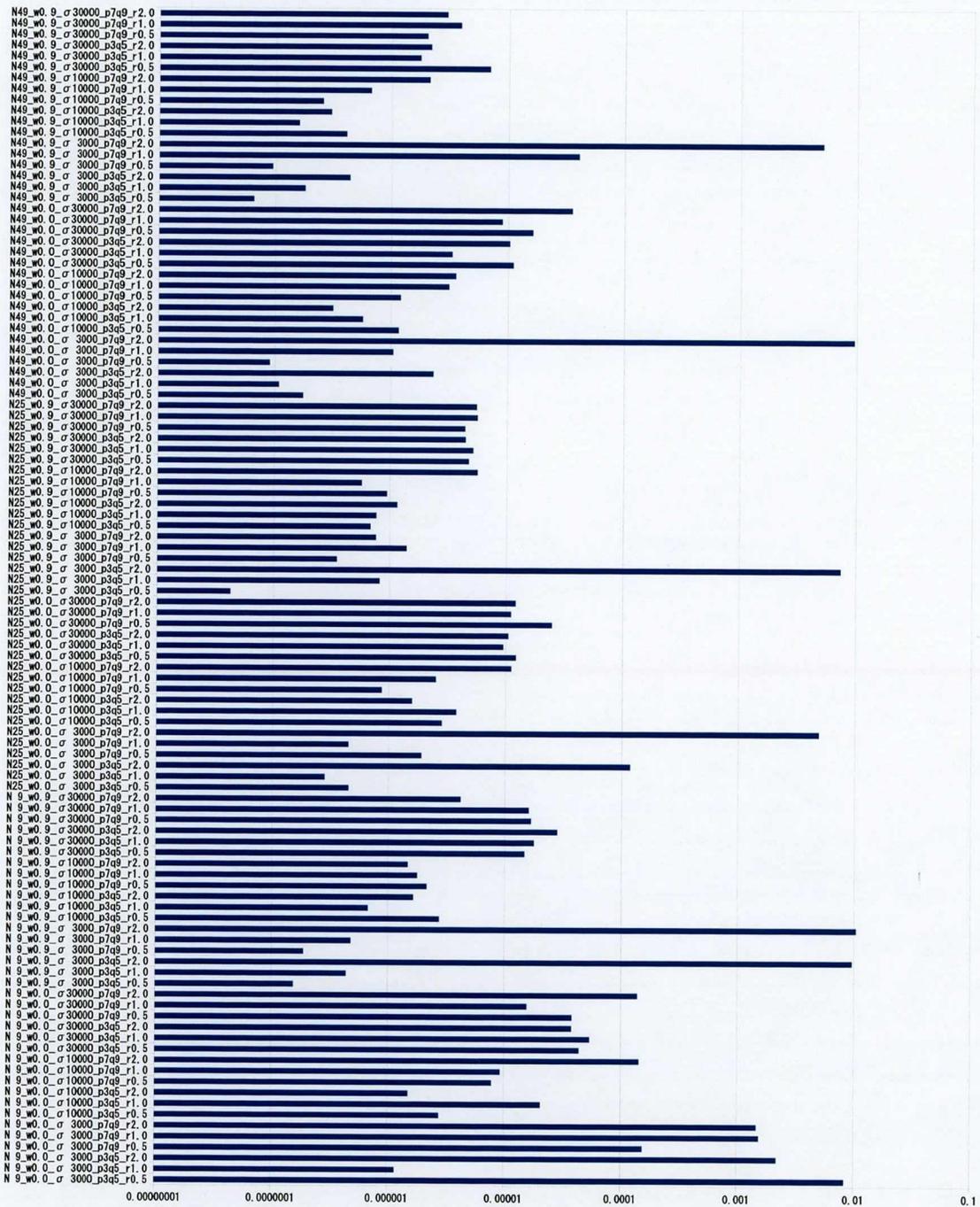


図 5.1: 2次元 Sphere 関数における発見した解の平均値. 初期値は $[-2, 2]^2$ にランダムに生成.

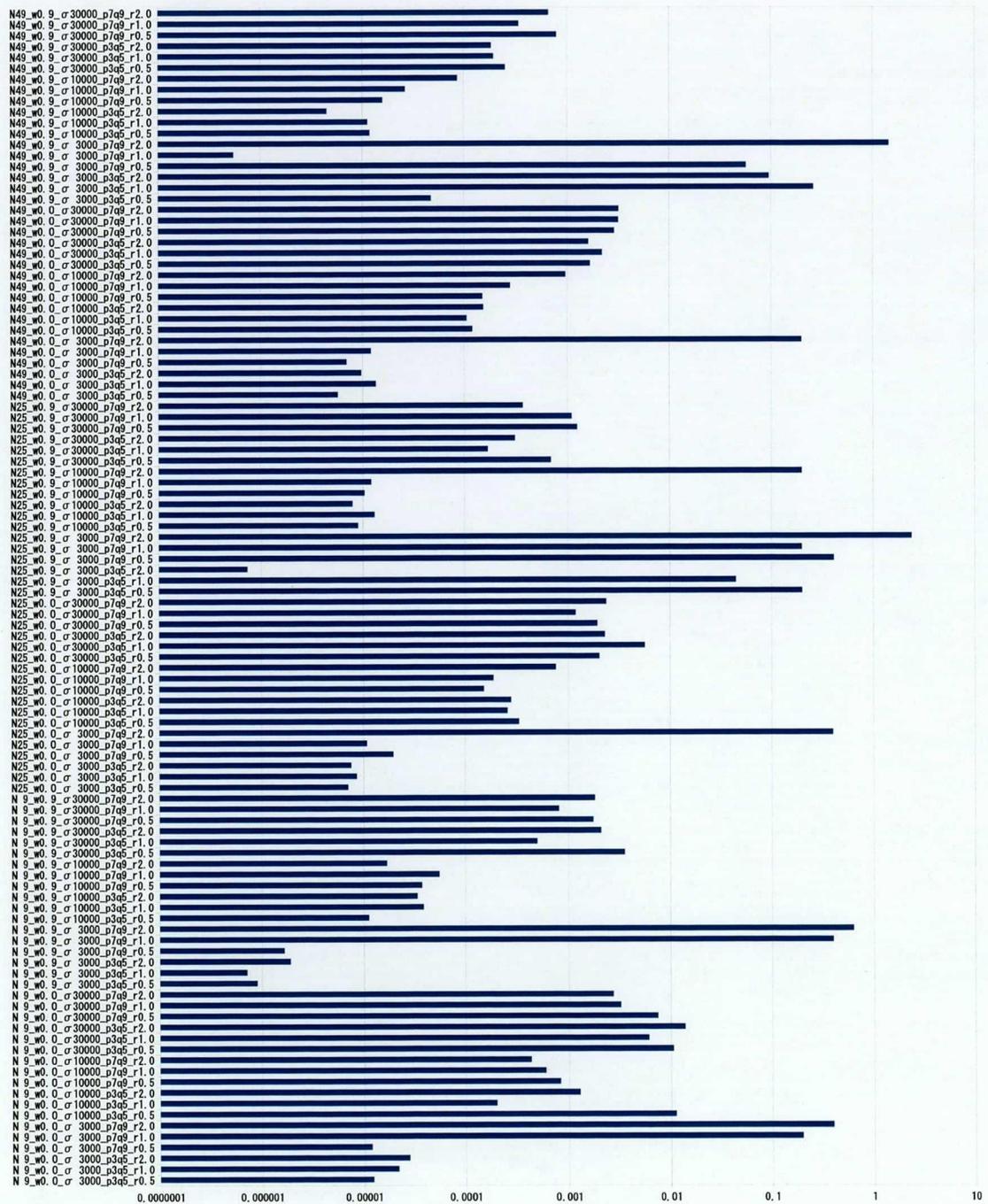


図 5.2: 2 次元 Rastrigin 関数における発見した解の平均値. 初期値は $[-2, 2]^2$ にランダムに生成.

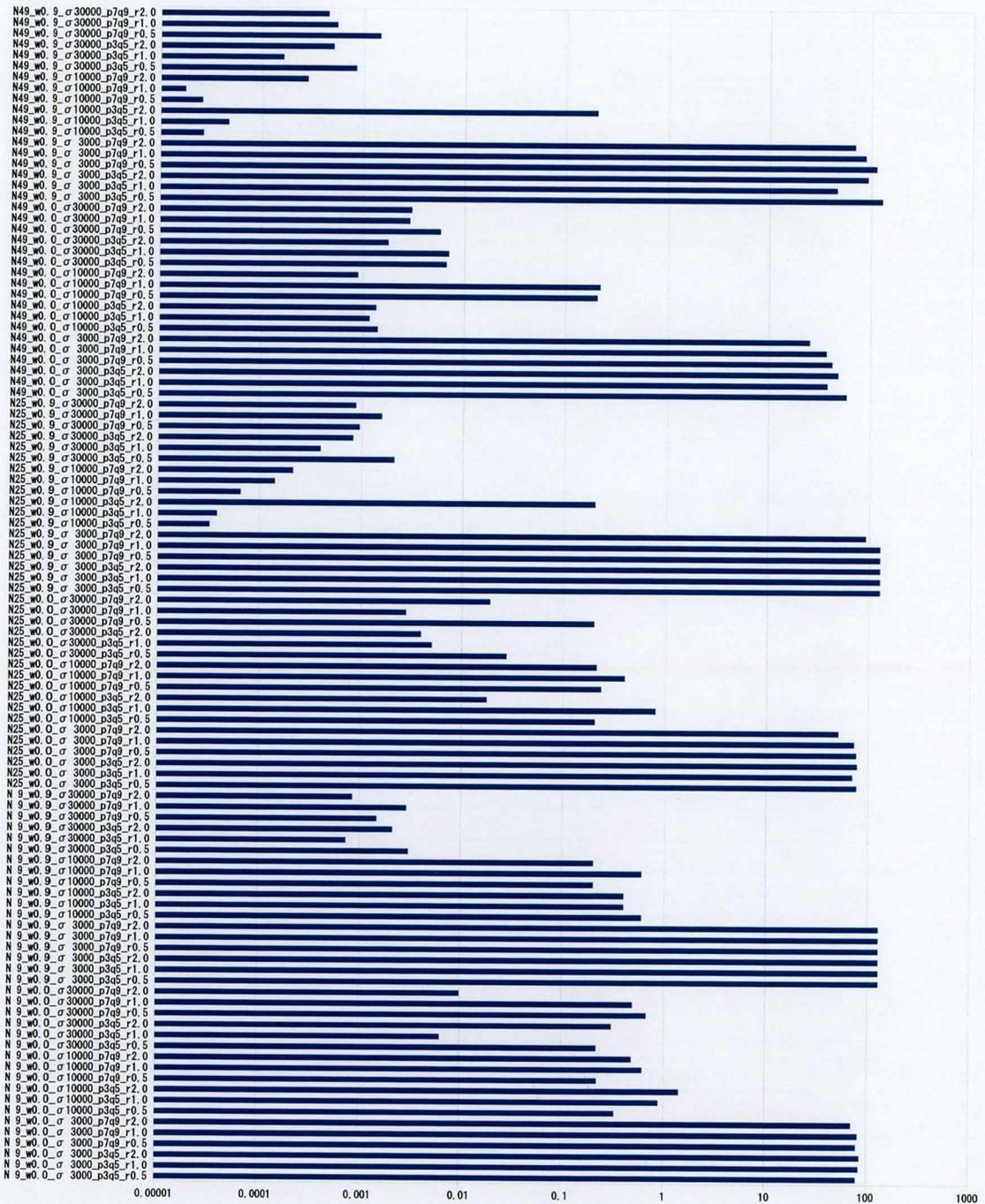


図 5.3: 2次元 Rastrigin 関数における発見した解の平均値. 初期値は $[8, 12]^2$ にランダムに生成.

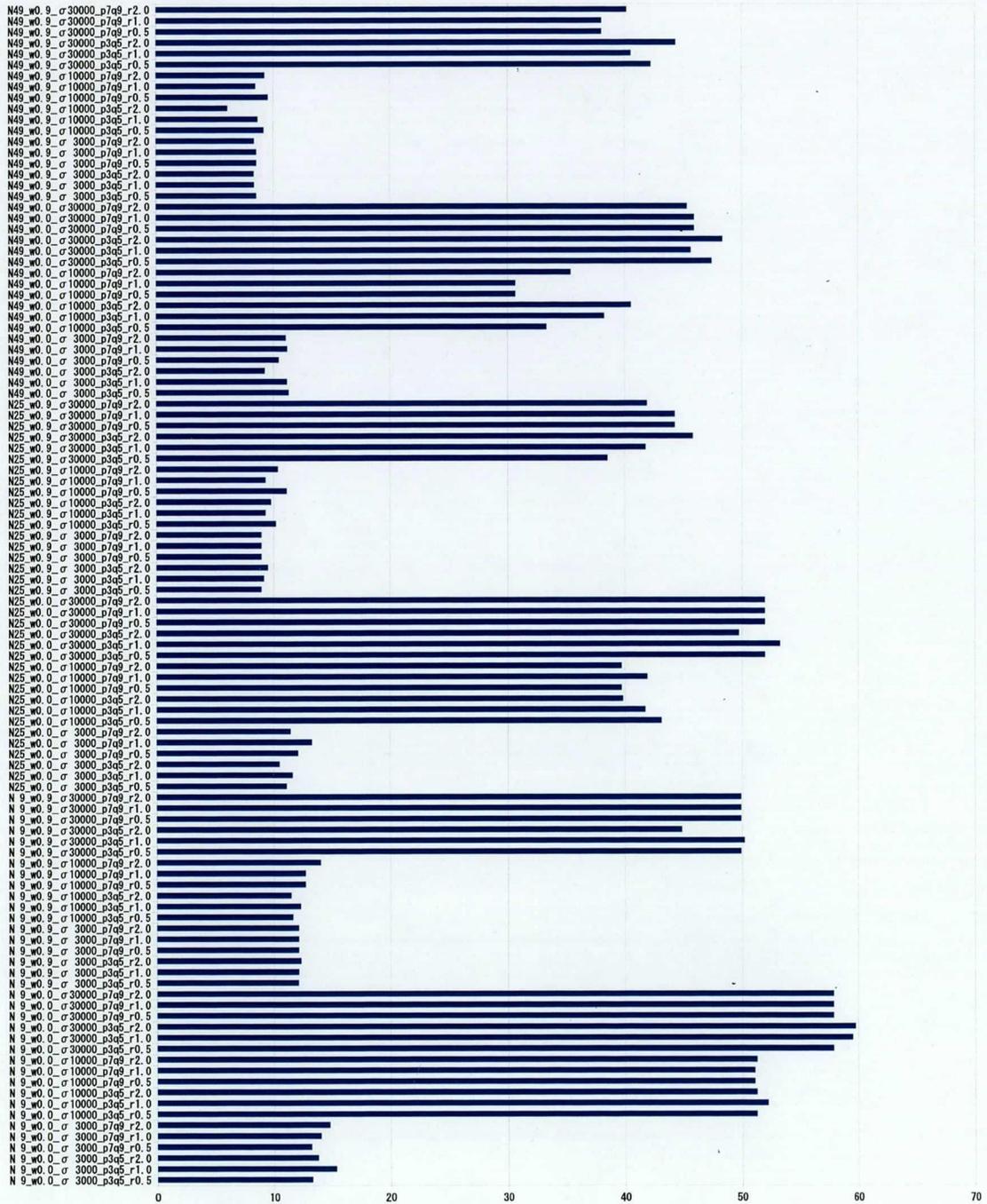


図 5.4: 12 次元 Rastrigin 関数における発見した解の平均値. 初期値は $[-2, 2]^{12}$ にランダムに生成.

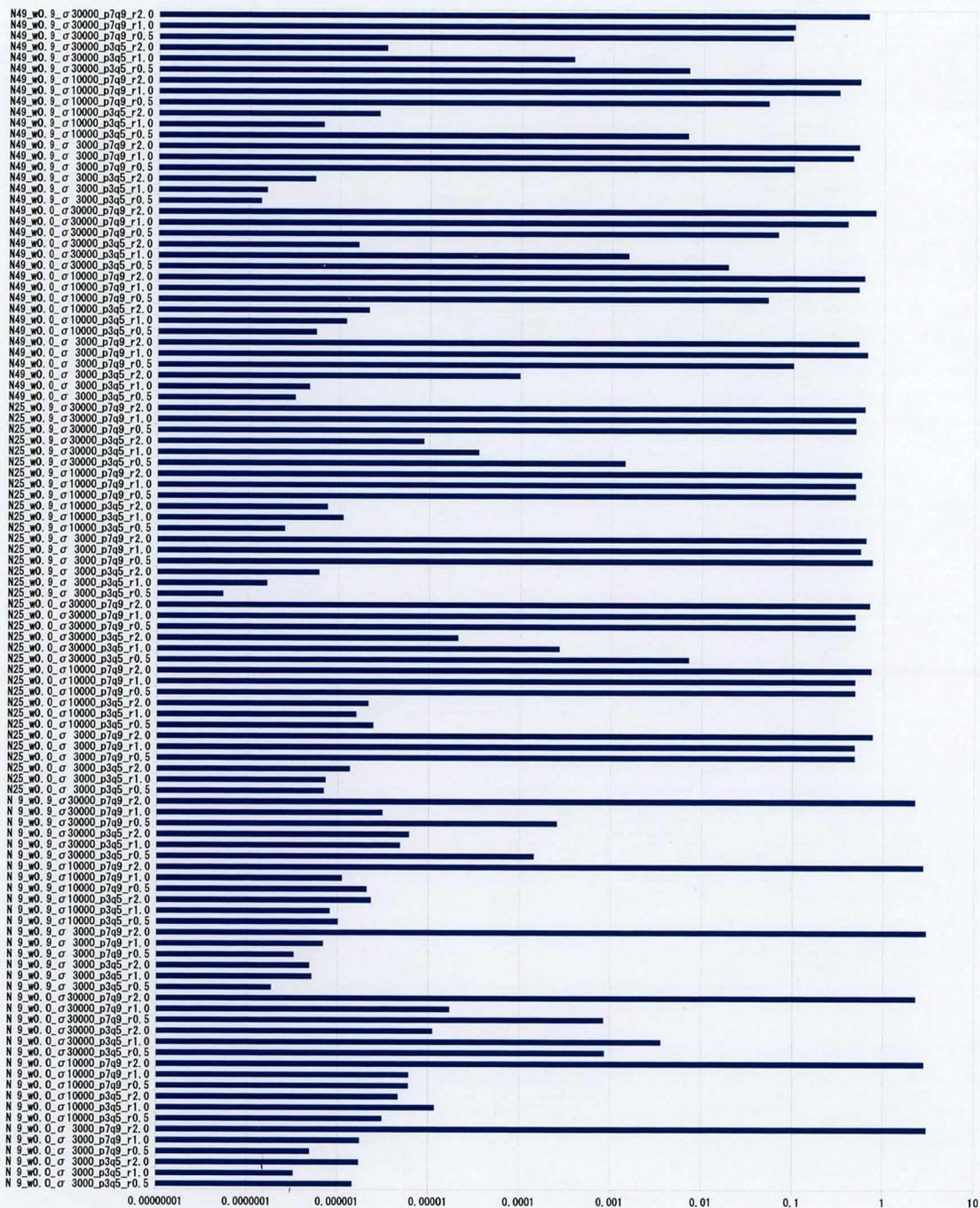


図 5.5: 2次元 Rosenbrock 関数における発見した解の平均値. 初期値は $[-2, 2]^2$ にランダムに生成.

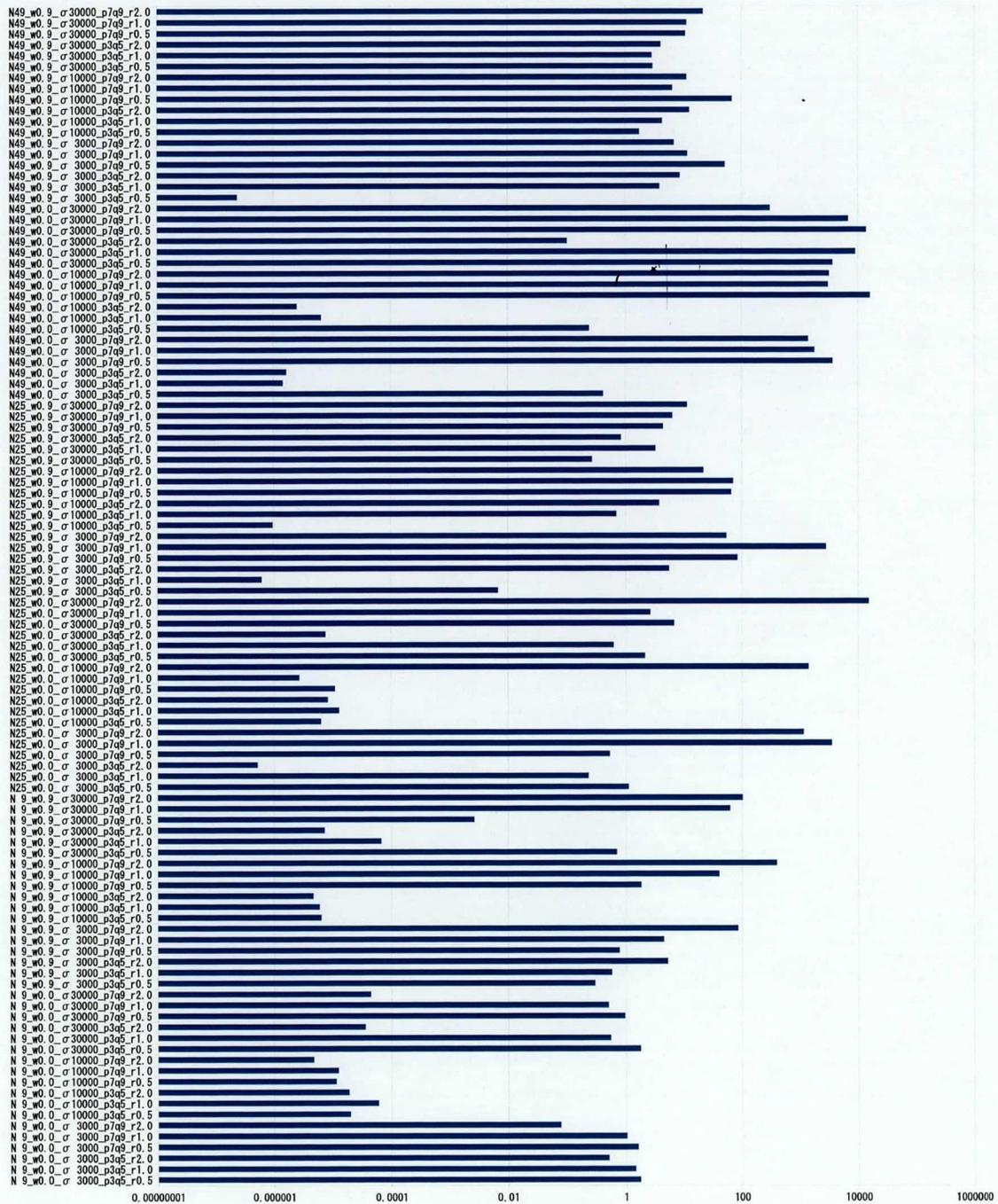


図 5.6: 2次元 Rosenbrock 関数における発見した解の平均値. 初期値は $[8, 12]^2$ に格子状に生成.

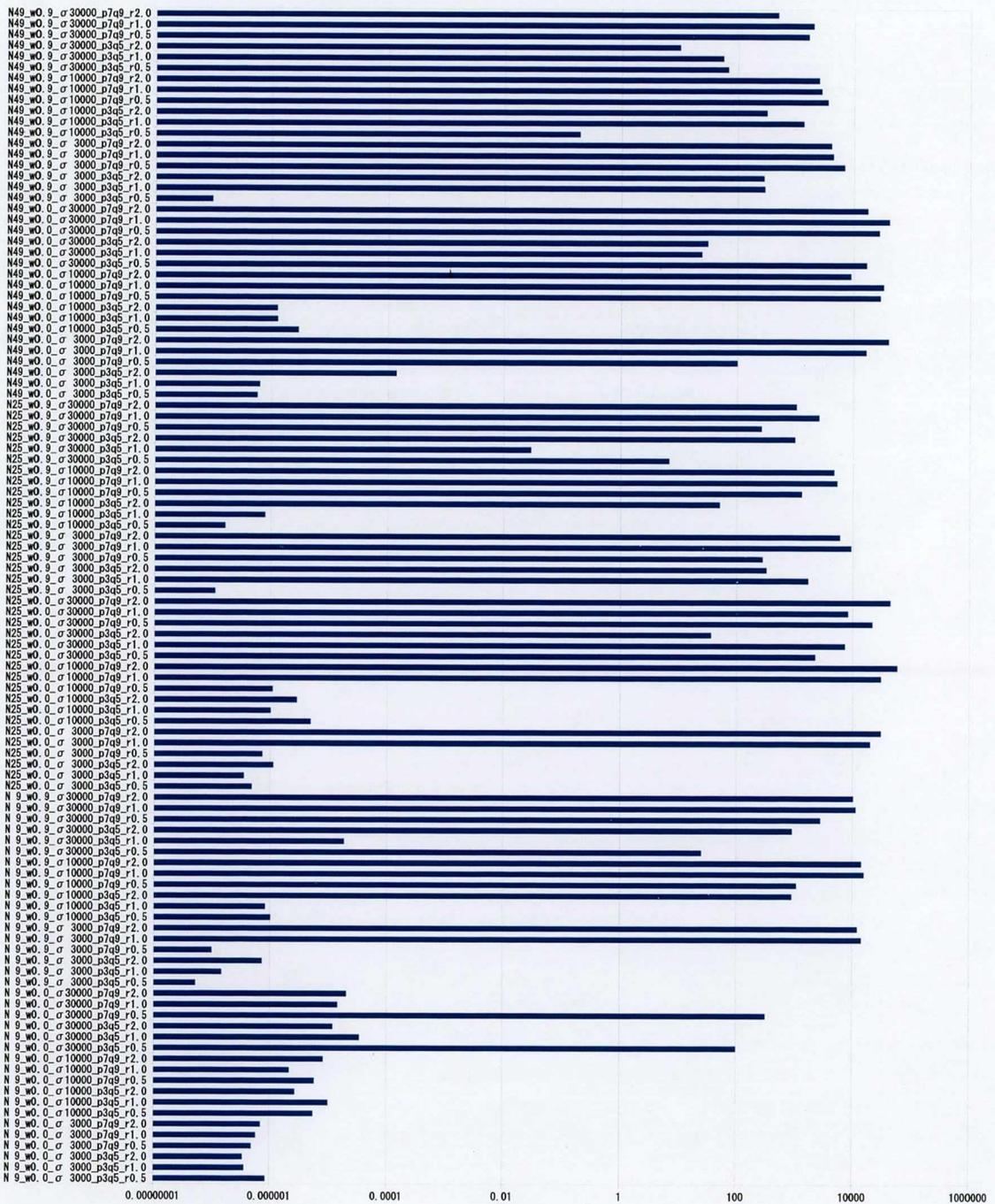


図 5.7: 2次元 Rosenbrock 関数における発見した解の平均値. 初期値は $x_1 \in [8, 12]$, $x_2 \in [-12, -8]$ に格子状に生成.

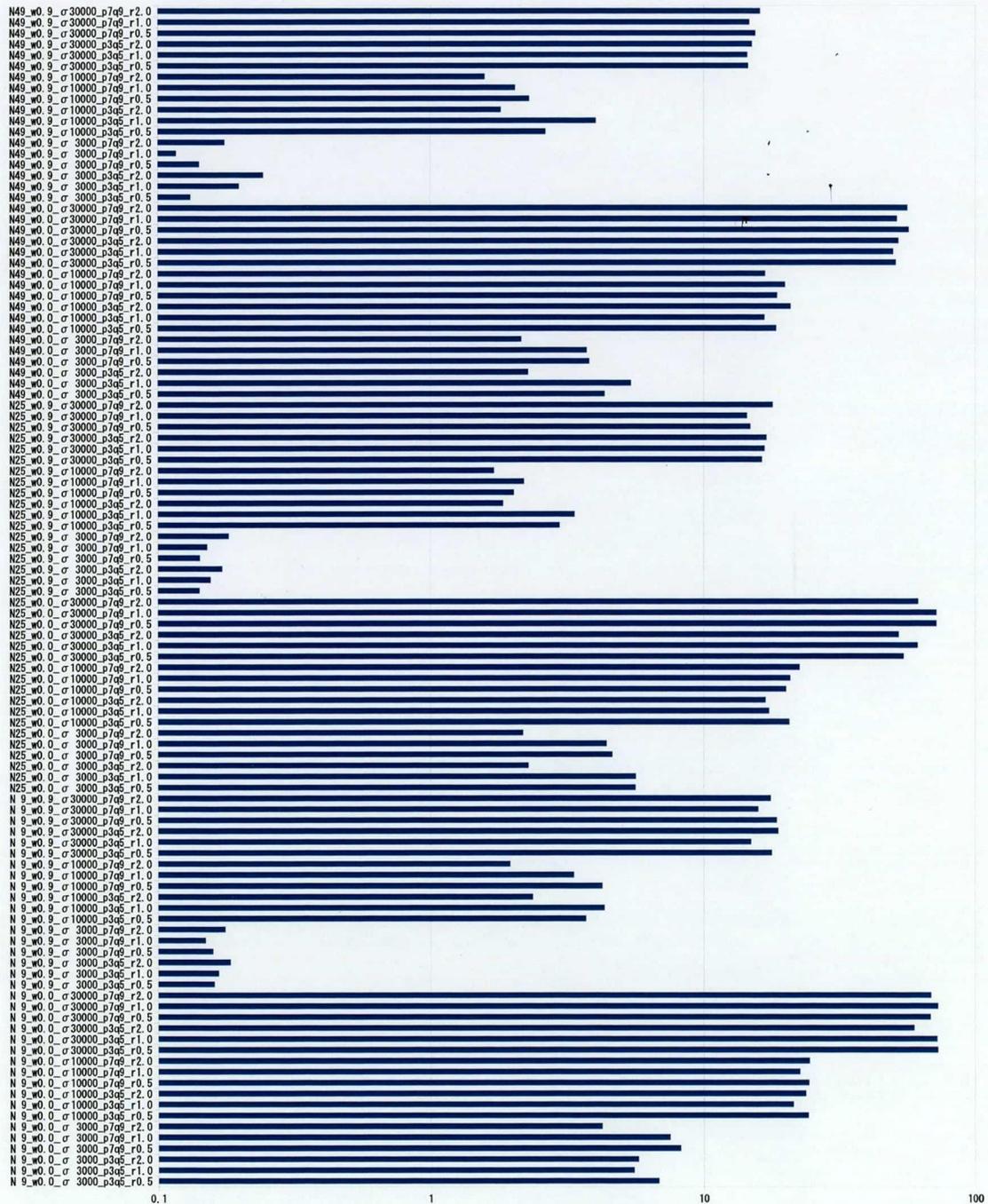


図 5.8: 12 次元 Rosenbrock 関数における発見した解の平均値. 初期値は $[-2, 2]^{12}$ にランダムに生成.

第6章 ASO の実問題への適用手順

実問題には、目的関数のグラディエントを設計変数で偏微分することにより得ることはできない問題が存在する。本論文で扱った PSO をはじめ、多くの進化計算では目的関数の値を直接用いて最適化を行う。たとえば、PSO では、目的関数の値を直接用いて $pbest$ や $gbest$ を更新し、最適化を行う。一方で、そのような問題に対して目的関数の値からグラディエントを近似し利用することにより最適化を行う方法が開発されてきた。本論文で提案した ASO は、目的関数のグラディエントを利用している。よって、これまでに開発されてきたグラディエントを近似し利用する手法を参考に、ASO をそのような問題へ適用できる可能性がある。

本論文で着目した集団ベースの最適化法は、なにかしらの良い解を求めるられることが利点としてあげられる。ASO における粒子の動作モデルにより、粒子全体はポテンシャル関数の極小値に集まることが示された。しかし、極小となる点を発見できるようなロジックが導入されていないことからなにかしらの解を求める手順を示す必要がある。

本章では、先ず、目的関数のグラディエントを目的関数の値から近似する方法を用い ASO を適用する手法について述べる。次に、ASO の実問題への適用しなにかしらの解を求める手順を示し、また、ASO を用いる利点を議論する。

6.1 グラディエントの推定

グラディエントが未知である問題に対して、単一の点で探索する手法として、同時摂動型最適化法が開発された。同時摂動型最適化法では、ある探索点におけるグラディエントを推定するために、近傍の点の評価値を新たに必要とするが、問題の次元が増

えてもある探索点につき追加で近傍の位置を1点評価するだけでよく、計算コストが抑えられる。本節ではまず、同時摂動型最適化法を参考にしたグラディエントの推定方法を示す。

次に、複数の探索点を持つ ASO では、粒子は縄張りを主張して一定の距離以内に近づかないように相互に力が加わり、粒子の位置は過度に密集せず分布することができる。このことから、各粒子の評価値の分布から個々の粒子の位置でのグラディエントを推定する方法を考える。ここでは、グラディエントの分布を多次元正規分布と仮定し、進化戦略の一種である Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy(以後、CMA-ES と表す) で採用されている分散共分散行列を学習する方法を参考に、各粒子における目的関数の値からグラディエントを表す分布を考える。そして、探索点の評価値を用いたグラディエントの近似方法を示す。

6.1.1 同時摂動型最適化法

勾配法は、単一の探索点を用いて関数 $f(x)$ の最小値を与える点を逐次的に求める方法である。勾配法では、探索点 $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^D$ を式

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{x}(t) - \alpha \nabla f(\mathbf{x}(t)) \quad (6.1)$$

で逐次更新していく。ここで、 t は、ステップを表し α は正の定数である。ある位置における目的関数のグラディエントは、

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \left(\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1}, \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_D} \right)^T \quad (6.2)$$

と表せる。ここで、十分小さな摂動 c を考えると、 $\nabla f(\mathbf{x})$ は

$$\nabla f(\mathbf{x}) \approx \frac{f(\mathbf{x} + c\mathbf{e}_i) - f(\mathbf{x} - c\mathbf{e}_i)}{2c}, \quad (i = 1, 2, \dots, D). \quad (6.3)$$

と近似できる。ここで、 \mathbf{e}_i は、第 i 番目の要素が1で他の要素は0のベクトルである。しかし、この方法でグラディエントを求めるためには、 $2D$ 回目的関数を追加で計算

する必要があり、 D が大きい問題には適していない。そこで、あるステップにおける $\nabla f(\mathbf{x}(t))$ として

$$\nabla f(\mathbf{x}(t)) \approx \frac{f(\mathbf{x}(t) + \mathbf{c}(t)_i) - f(\mathbf{x}(t) - \mathbf{c}(t))}{2c(t)_i}, \quad (i = 1, 2, \dots, D) \quad (6.4)$$

を考える。ここで、 $\mathbf{c}(t)$ は摂動ベクトルで、 $c(t)_i$ はその第 i 番目の要素である。この方法でグラディエントを近似すれば、追加の目的関数の計算は 2 回で済み、問題の次元が大きいとき有効である。 $\mathbf{c}(t)$ の与え方としては、 $|c(t)_i| = 1$ として各要素の符号をステップごとに次元に独立にランダムに選ぶ方法が挙げられる。

6.1.2 同時摂動型最適化法によるグラディエント推定

多点探索の ASO では、各粒子の点におけるグラディエントの近似値を得る必要があり、(6.4) を粒子の位置ごとに計算し $\nabla f(\mathbf{x})$ の代わりに利用することを考える。このとき、(6.4) を粒子数 N 回計算する必要があり、追加の目的関数の計算回数は $2D \times N$ 回となる。

6.1.3 CMA-ES

CMA-ES は、Hansen らによって提案された進化戦略 (ES) の一種である [66]。このアルゴリズムでは、戦略パラメータとして分散共分散行列とステップサイズを世代ごとに進化させ、最適解を探索する。CMA-ES は、親個体として選択された個体をもとに分散共分散行列を調整する。分散共分散行列の形は子個体を生成する分布を決定するので、分散共分散行列を目的関数のランドスケープにあわせて調整することにより、複雑なランドスケープを持つ問題でも、効率的に最適解を発見することを目指している。以下に、CMA-ES における子個体生成方法および、戦略パラメータの調整方法を示す。

探索アルゴリズム

CMA-ES は，子個体生成，評価選択，戦略パラメータ更新を繰り返して探索を行う。以下に，hansen らの提案した，*rank-one-update* と呼ばれる分散共分散行列の更新法と，親個体 μ 体から子個体 λ 体を生成する (μ, λ) の世代交代モデルの CMA-ES[66] のアルゴリズムを示す。

子個体生成は，

$$\mathbf{x}_k^{(g+1)} = \langle \mathbf{x} \rangle_{\mu}^{(g)} + \sigma^{(g+1)} \underbrace{\mathbf{B}^{(g)} \mathbf{D}^{(g)} \mathbf{z}^{(g+1)}}_{\mathcal{N}(0, \mathbf{C}^{(g)})}, \quad (k = 1, \dots, \lambda) \quad (6.5)$$

で記述される。 $\mathbf{x}_{\mu}^{(g+1)}$ は，子個体のパラメータを表すベクトルで，親個体ベクトルを平均したベクトル $\langle \mathbf{x} \rangle_{\mu}^{(g)}$ に，分散共分散行列 $\mathbf{C}^{(g)}$ に従う正規乱数を加算して次世代の子個体とする。親個体選択は，生成された λ 体の子個体を評価し，上位 μ 体を親個体として採用する (μ, λ) 型の世代交代モデルに従う。

戦略パラメータである分散共分散行列 $\mathbf{C}^{(g)}$ とグローバルステップサイズ $\sigma^{(g+1)}$ は世代ごとに更新される。 $\mathbf{C}^{(g)}$ の更新は，

$$\mathbf{C}^{(g+1)} = (1 - c_{cov})\mathbf{C}^{(g)} + c_{cov}\mathbf{P}_c^{(g+1)}(\mathbf{P}_c^{(g+1)})^T, \quad (6.6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_c^{(g+1)} &= (1 - c_c)\mathbf{P}_c^{(g)} + \\ &\quad \underbrace{\sqrt{c_c(2 - c_c)} \frac{\sqrt{\mu}}{\sigma^{(g)}} (\langle \mathbf{x} \rangle_{\mu}^{(g+1)} - \langle \mathbf{x} \rangle_{\mu}^{(g)})}_{\sqrt{\mu}\mathbf{B}^{(g)}\mathbf{D}^{(g)}\langle \mathbf{z} \rangle_{\mu}^{(g+1)}}, \end{aligned} \quad (6.7)$$

$$\langle \mathbf{x} \rangle_{\mu}^{(g+1)} = \frac{1}{\mu} \sum_{i \in I_{sel}^{(g)}} \mathbf{x}_i^{(g)}, \quad (6.8)$$

$$\langle \mathbf{z} \rangle_{\mu}^{(g+1)} = \frac{1}{\mu} \sum_{i \in I_{sel}^{(g+1)}} \mathbf{z}_i^{(g+1)}, \quad (6.9)$$

で表される。式(6.7)で， $\mathbf{C}^{(g)}$ を更新するためのベクトル $\mathbf{P}_c^{(g+1)}$ が，親個体に選ばれた子個体のベクトルの平均値の移動量 $\langle \mathbf{x} \rangle_{\mu}^{(g+1)} - \langle \mathbf{x} \rangle_{\mu}^{(g)}$ をもとに決まる。なお， $\mathbf{D}^{(g)}$ は， $\mathbf{C}^{(g)}$ の固有値の平方根を対角成分に持つ行列で， $\mathbf{B}^{(g)}$ は，長さ 1 に規格化した固有ベクトルを行に並べた行列であり，それぞれ，子個体生成と戦略パラメータの更新の式を計算するために用いられる。また， c_c と c_{cov} は次元数 n によって決まる定数である。

グローバルステップサイズ $\sigma^{(g+1)}$ の更新は,

$$\sigma^{(g+1)} = \sigma^{(g)} \exp\left(\frac{1}{d_\sigma} \left(\frac{\|\mathbf{P}_\sigma^{(g+1)}\|}{\mathbb{E}[\|\mathcal{N}(0, I)\|]} - 1 \right)\right), \quad (6.10)$$

$$\mathbf{P}_\sigma^{(g+1)} = (1 - c_\sigma) \mathbf{P}_\sigma^{(g)} + \sqrt{c_\sigma(2 - c_\sigma)} \underbrace{\frac{\sqrt{\mu}}{\sigma^{(g)}} \mathbf{B}^{(g)} \langle z \rangle_\mu^{(g+1)}}_{\mathbf{B}^{(g)} (\mathbf{D}^{(g)})^{-1} (\mathbf{B}^{(g)})^{-1} \frac{\sqrt{\mu}}{\sigma^{(g)}} (\langle x \rangle_\mu^{(g+1)} - \langle x \rangle_\mu^{(g)})}, \quad (6.11)$$

で表される. 式 (6.10) と式 (6.11) は, 親個体の平均ベクトルとの距離が, $\mathcal{N}(0, I)$ で発生させた乱数のユークリッドノルムが取る期待値より大きい子個体が親個体として多く選択されると, $\sigma^{(g+1)}$ の値を増加させる. つまり, 親個体の平均ベクトルから距離の遠い子個体が親個体として多く選ばれれば, 探索範囲が広がり, 逆に, 親個体の平均ベクトルの近傍に生成された子個体が親個体として多く選ばれれば, 探索範囲は狭まる. また, c_σ は次元数 n によって決まる定数である.

6.1.4 分散共分散行列を用いたグラディエント推定

CMA-ES では, 新たな子集団を生成するために分散共分散行列と σ が利用される. しかし, ASO では, 各粒子の位置でのグラディエントを推定するために分散共分散行列を用いる. ここでは, ASO における分散共分散行列の更新と σ の決定法, そして, それらの利用方法について述べる.

ASO において, 分散共分散行列と σ で与えられる多次元正規分布が目的関数の形状を表していると考えると, 多次元正規分布における粒子の位置でのグラディエントを計算することができる. そのためには, それらが目的関数の形状を表すように更新しなければならない. ASO では, 良い位置を推定したいのではなくグラディエントを推定したいので, CMA-ES における, 親集団の数に相当する個体を選び分散共分散行列を更新する方法ではなく, 群に含まれるすべての粒子の評価値を入力として分散共分散行列を更新する. また, σ は, 探索の成功の可否によって増減するのではなく, 粒子の評価値から決定する. そして, 得られた分散共分散行列 σ から, 個々の粒子の位

置に置けるグラディエントを計算する.

式 (6.12) – (6.14) は, ASO における分散共分散行列の更新を表す.

$$\bar{\mathbf{C}}^{(t+1)} = (1 - c_{cov})\bar{\mathbf{C}}^{(t)} + c_{cov}\bar{\mathbf{P}}_c^{(t+1)}(\bar{\mathbf{P}}_c^{(t+1)})^T, \quad (6.12)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_c^{(t+1)} = (1 - c_c)\bar{\mathbf{P}}_c^{(t)} + \sqrt{c_c(2 - c_c)}\frac{\sqrt{N}}{\sigma^{(t)}}(\langle \bar{\mathbf{x}} \rangle_N^{(t+1)} - \langle \bar{\mathbf{x}} \rangle_N^{(t)}), \quad (6.13)$$

$$\langle \bar{\mathbf{x}} \rangle_N^{(t+1)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\bar{\mathbf{x}}_i^{(t)})\bar{\mathbf{x}}_i^{(t)}. \quad (6.14)$$

式 (6.12) – (6.14) からの変更点は, 式 (6.14) で, 親集団の平均位置ではなく, 評価値の加重平均を分散共分散行列の更新に用いる. これにより, 群の評価値の分布から求めた最適解の存在確率の高い位置を中心とした分布になるように分散共分散行列が更新される. 次に, 式 (6.16)–(6.17) は ASO における分散共分散行列を用いたグラディエント推定を表す.

$$L(x_i^{(t)}) = \left[\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^D |\sigma \bar{\mathbf{C}}^{(t+1)}|} \exp \left(-\frac{1}{2} (x_i^{(t)} - \langle \bar{\mathbf{x}} \rangle_N^{(t+1)}) \sigma \bar{\mathbf{C}}^{(t+1)} (x_i^{(t)} - \langle \bar{\mathbf{x}} \rangle_N^{(t+1)})^T \right) \right], \quad (6.15)$$

$$\nabla f(x_i^{(t)}) \approx \frac{d}{dx_i} L(x_i^{(t)}), \quad (6.16)$$

$$\text{s.t. } \sigma = \arg \min \left\| \sum_{i=1}^N (f(x_i) - L(x_i)) \right\|. \quad (6.17)$$

なお, この方法では追加で目的関数を計算する回数は増えないが, 分散共分散行列と σ の更新計算および粒子の位置でのグラディエントの近似値の計算が必要となる.

6.1.5 ASO の実問題への適用に向けて

第 5 章では, ASO の動作モデルを開発しその振る舞いを検証してきた. 本節では, ASO を実問題へ適用する手順および, ASO を用いた最適化の利点について述べる.

ASO の適用法

ASO は時間離散, 空間連続な動作モデルを持つ最適化法である. この手法が対象にしている問題は, 目的関数 $f(\mathbf{x})$ の値および $\nabla f(\mathbf{x})$ の値が観測可能な問題な問題で

ある。

個々の粒子は、動作モデルにおける集団を形成する作用とブラウン運動の影響を同時に受けるため、ポテンシャルが局所的に最小となる位置にある粒子が留まれるとは限らない。よって、ASO を最適化法として利用するためには、最適解を発見するためのロジックが必要である。そこで、各ステップで各々の粒子の位置における目的関数の値を求め、求めた目的関数の値で最小値を与える位置を記憶し、この手順を終了条件を満たすまで繰り返すことを考えるこの一連の手順により得られた最小値の中で最小のものを与える位置をステップ最適解と呼ぶ。次にステップ最適解でのポテンシャル場のグラディエントを求め、グラディエントが0 であるならその位置を発見した最適解として出力し、もし、グラディエントが0 でないなら、その位置から古典的な方法(たとえば、勾配法)を用いてさらに探索を進め、グラディエントが0 となる位置を求めそれを最適解とする。

ASO の利点

ASO の動作モデルは、ロジックを利用していないため、粒子の動作のための目的関数の比較コストが必要ない。また、粒子は最適値に集中するのではなく、集団全体のポテンシャルの総和が小さくなる状態となるように個々の粒子が動作すると考えられる。このため、最適解の近傍を発見できるだけでなく、広範囲に広がるポテンシャルの谷を発見することができ、一度の試行で多様な解を得ることが期待できる。また、動的にポテンシャル場の状態が変わる問題においても、その変化に合わせて集団全体のポテンシャルの総和が小さい状態になるように適応的に動作できる可能性があり、最適解の変動に追従できる可能性がある。

6.2 まとめ

第6章では、目的関数のグラディエントを設計変数で偏微分することにより得ることができない問題に対してASO を適用するために、グラディエントを目的関数値から

近似する方法を2種類示した。同時摂動型の最適化手法を参考に、各粒子ごとにその周囲の評価値を得ることでグラディエントを推定する方法を示した。また、CMA-ESにおける分散共分散行列の更新方法を参考に、全ての粒子の評価値を用いてグラディエントを推定する方法を示した。そして、ASOによって最適解を得る手順について示し、ASOの利点についても述べた。

第7章 結論

本論文では，集団ベースの最適化法の中でも，探索点が群として動き回る様子をモデル化した動作モデルを持つ最適化法に焦点を当てた．

第2章では，本研究で取り扱う最適化問題の枠組みを示し，そのような問題に対する最適化法の1つとしてPSOについて述べた．PSOにおける粒子の動作モデルが開発された経緯を示し，次元ごとに独立した粒子の振る舞いや粒子同士の衝突の許可といった仮定が取り入れられたものであることを注意した．また，最適化問題として2足ロボットの歩行動作獲得問題を定式化し，PSOの適用を示した．数値実験により，望ましい動作を実現する歩行パラメータを獲得できることが分かった．

第3章では，PSOを多目的最適化問題へ適用するときの課題を述べ，その課題を解決する1方法を提案した．提案手法の有用性を検証するためにベンチマーク問題を用いた数値実験を実施した．実験結果より，提案手法が単純な方法であるにもかかわらず，既存の手法と同等かそれ以上の性能を示すことが分かった．また，提案法を用いたときの粒子の振る舞いの特徴や動作モデルのパラメータ調整に関する知見を与えた．

第4章では，確率常微分方程式による魚群動態モデルを新しく提案した．生物の群形成をモデル化しその特徴を示した．モデル方程式の解析として局所解と大域解の一意的存在について考察した．

第5章では，確率常微分方程式で与えられた魚群動態モデルを最適化スキームの動作モデルとして利用することを提案した．提案したASOの解を発見する能力を提示するためにベンチマーク問題による数値実験を行い，ASOを用いて最適化が行える可能性を示した．また，ASOの動作モデルに含まれる群れ形成の作用とブラウン運動の作用の必要性を示し，それらの役割について考察した．

第6章では、目的関数のグラディエントを設計変数で偏微分することにより得ることができない問題に対してASOを適用するために、グラディエントを目的関数値から近似する方法を2種類示した。同時摂動型の最適化手法を参考に、各粒子ごとにその周囲の評価値を得ることでグラディエントを推定する方法を示した。また、CMA-ESにおける分散共分散行列の更新方法を参考に、全ての粒子の評価値を用いてグラディエントを推定する方法を示した。そして、ASOによって最適解を得る手順について示し、ASOの利点についても述べた。

PSOの応用、開発と生物の群行動の仕組みを取り入れた新たな探索手法であるASOの開発により、集団ベースの最適化法の研究を行う本論文の目標は達せられた。

社会における集団行動では、複数の種が同じ空間で協力や競争を行っている。提案したASOでは1つの種を考え、群に含まれる粒子はすべて同じ動作モデルのパラメータを持ちまたその値は定数としたが、複数の種が存在しそれらが粒子間で、また集団間で影響し合うような集団による探索や、動作モデルのパラメータが動的に変化していく探索も考えられる。また、このように社会に存在するシステムを利用することは、社会における集団行動の理解に役立つものと考えられる。

謝辞

本研究は，大阪大学大学院情報科学研究科情報数理学専攻非線形数理講座において八木厚志教授の指導の下，著者が行った研究をまとめたものです．本研究を遂行するにあたり，ご指導ご鞭撻をいただいた八木厚志教授に心より御礼申し上げます．また，日頃より親身になって相談に応じてくださった山本吉孝准教授に深く感謝の意を表します．そして，多方面にわたりご指導いただいた畠中利治助教に心より御礼申し上げます．

情報数理学専攻の藤崎泰正教授ならびに沼尾正行教授には，本論文の作成にあたり貴重なご助言をいただきました．深く感謝の意を表します．

本研究で携わったRoboCupプロジェクトにおいてお世話になりました，大阪府立大学の中島智晴教授，愛知工業大学の伊藤暢浩准教授，福井工業大学の杉原一臣准教授ならびに，福井工業高等専門学校 of 河原林友美講師に厚く御礼申し上げます．

学生生活において多くのご助力をいただきました事務職員の荒井ゆかりさんに，感謝いたします．

非線形数理講座の諸先輩方，友人，後輩達とは，多くの時間を共に過ごしました．私の5年間の研究生生活は，この時間なくしては語れません．誠にありがとうございました．

在学中には研究発表や留学生のチューター，シニアティーチングアシスタントなど多くの経験をさせていただきました．同専攻の皆様と共に過ごしたことによって，これらの貴重な経験を得られたことを心から感謝しております．

最後に，これまで私を温かく見守ってくれた家族に感謝いたします．

参考文献

- [1] RoboCup Official Site <http://www.robocup.org/>.
- [2] H. W. David and G. M. William, “No Free Lunch Theorems for Optimization,” *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 1, pp. 67–82, 1997.
- [3] T. Uchitane and T. Hatanaka, “Applying Evolution Strategies for Biped Locomotion Learning in RoboCup 3D Soccer Simulation,” *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 179–185, 2011.
- [4] 内種岳詞 and 畠中利治, “RoboCup Soccer Simulation 3D における歩行動作獲得問題への PSO の適用,” 第 8 回進化計算フロンティア研究会/第 2 回進化計算学会研究会 合同研究会 資料集, pp. 99–105, 2012.
- [5] T. Uchitane and T. Hatanaka, “Experimental Study for Multi-Objective PSO with Single Objective Guide Selection,” *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 2308–2313, 2012.
- [6] T. Uchitane, T. V. Ton and A. Yagi, “An ordinary differential equation model for fish schooling,” *Scientiae Mathematicae Japonicae*, 2013(掲載予定).
- [7] J. Kennedy and R. Eberhart, “Particle swarm optimization,” *IEEE International Joint Conference on Neural Networks*, pp. 1942–1948, 1995.
- [8] F. Heppner and U. Grenander, “A stochastic nonlinear model for coordinated bird flocks,” *The Ubiquity of Chaos*, AAAS Publications, Washington, DC, 1990.
- [9] D. Bratton and J. Kennedy, “Defining a Standard for Particle Swarm Optimization,” *IEEE Swarm Intelligence Symposium 2007*, pp. 120–127, 2007.
- [10] M. Clerc, “The swarm and the queen: towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization,” *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 1951–1957, 1999.
- [11] M. Clerc, “Stagnation Analysis in Particle Swarm Optimization or What Happens When Nothing Happens,” *Technical Report CSM-460*, 2006.

- [12] I. C. Trelea, “The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection,” *Information Processing Letters*, vol. 85, pp. 317–325, 2003.
- [13] V. Kadiramanathan, K. Selvarajah and P. J. Fleming, “Stability analysis of the particle dynamics in particle swarm optimizer,” *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 10, no. 3, pp. 245–255, 2006.
- [14] M. Jiang, Y.P. Luo and S.Y. Yang, “Stochastic convergence analysis and parameter selection of the standard particle swarm optimization algorithm,” *Information Processing Letters*, vol. 102, pp. 8–16, 2007.
- [15] Y. Wakasa, K. Tanaka, T. Akashi and Y. Nishimura, “Decay rate and l2 gain analysis for the particle swarm optimization algorithm,” *Asian Journal of Control*, vol. 14, no. 1, pp. 125–136, 2012.
- [16] Y. Shi and R. Eberhart, “Parameter selection in particle swarm optimization,” *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 1447, pp. 591–600, Springer, 1998.
- [17] X. Chen and Y. Li, “A Modified PSO Structure Resulting in High Exploration Ability With Convergence Guaranteed,” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics Part B Cybernetics*, vol. 37, no. 5, pp. 1271–1289, 2007.
- [18] J. Kennedy and R. Mendes, “Population structure and particle swarm performance,” *Processing of IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC) 2002*, vol. 2, pp. 1671–1676, 2002.
- [19] H. M. Emara and H. A. Abdel Fattah, “Continuous swarm optimization technique with stability analysis,” *Proceedings of American Control Conference 2004*, vol. 3, pp. 2811–2817, 2004.
- [20] 中島 智晴 and 中邨 陽介, “RoboCup サッカー 3D シミュレーションリーグ解説 : 仕組みと環境構築,” *日本知能情報フエジィ学会誌*, vol. 23, pp. 46–53, 2012.
- [21] R. Smith, “Open Dynamic Engine,” <http://www.ode.org/ode.html>.
- [22] K. Tsuchiya, S. Aoi and K. Tsujita, “Locomotion control of a biped locomotion robot using nonlinear oscillators,” *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems 2003*, vol. 2, pp. 1745–1750, 2003.
- [23] Y. Matsumoto, T. Uchitane and T. Hatanaka, “歩幅更新規範を導入した進化型 CPG による歩行動作獲得,” 第 18 回 インテリジェントシステム・システム・シンポジウム *FAN2008 CD-ROM*, 2008.

- [24] G. Taga, Y. Yamaguchi and H. Shimizu, "Self-organized control of bipedal locomotion by neural oscillators in unpredictable environment," *Biological cybernetics*, 65, pp. 147-159 1991.
- [25] W. Yang, S. Marui, K. Murakami, W. Seo and N. Young Chong, "Adaptation in Bipedal Locomotion Using Phase Oscillator Networks", *The 3rd International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI)* 2006.
- [26] A. Russell, G. Orchard and R. Etienne-Cummings, "Configuring of Spiking Central Pattern Generator Networks for Bipedal Walking Using Genetic Algorithms," *Proceedings - IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, art, no. 4252941, pp. 1525-1528 2007
- [27] S. Jiang, J. Cheng, and J. Chen, "Design of central pattern generator for humanoid robot walking based on multi-objective GA," *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems 3*, pp. 1930-1935 2000
- [28] "The GNU Scientific Library (GSL)," <http://www.gnu.org/software/gsl/>.
- [29] I. C. Trelea, "The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection," *Information Processing Letters*, vol. 85, pp. 317-325, 2003.
- [30] O. Obst and M. Rollmann, "Spark - A Generic Simulator for Physical Multi-agent Simulations," <http://simspark.sourceforge.net/>.
- [31] T. Uchitane and T. Hatanaka, "Applying evolution strategies for biped locomotion learning in RoboCup 3D Soccer Simulation," *Processing of IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)* 2011, pp. 179-185, 2011.
- [32] M. R. Sierra and C. A. Coello Coello: "Multi-Objective Particle Swarm Optimizers: A Survey of the State-of-the-Art," *International Journal of Computational Intelligence Research*, vol. 2, no. 3, pp. 287-308, 2006.
- [33] N. Padhye, "Comparison of archiving methods in multi-objective particle swarm optimization (MOPSO): empirical study," *Proceedings of the 11th Annual conference on Genetic and evolutionary computation*, pp. 1755-1756, 2009.
- [34] N. Padhye, J. Branke and S. Mostaghim, "Empirical comparison of MOPSO methods - Guide selection and diversity preservation -," *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 2516-2523, 2009.
- [35] C. A. Coello Coello and M. S. Lechuga, "Handling multiple objectives with particle swarm optimization," *IEEE Transaction on Evolutionary Computation*, vol. 8, pp. 256-279, 2004.

- [36] S. Mostaghim and J. Teich, "Strategies for finding good local guides in multi-objective particle swarm optimization (MOPSO)," *Proceedings of IEEE Swarm Intelligence Symposium*, pp. 26–33, 2003.
- [37] T. Uchitane, N. Kondo and T. Hatanaka, "Guide selection methods using topology in multi-objective particle swarm optimization," *Joint 4th International Conference on Soft Computing and Intelligent System and 9th International Symposium on advanced Intelligent Systems*, pp. 1038–1042, 2008.
- [38] O. R. Castro, Jr., A. Britto and A. Pozo, "A Comparison of methods for leader selection in Many-Objective problems," *IEEE World Congress on Computational Intelligence*, pp. 589–596, 2012.
- [39] H. Xiaohui and R. Eberhart, "Multiobjective optimization using dynamic neighborhood particle swarm optimization," *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 1677–1681, 2002.
- [40] 内種 岳詞 and 畠中 利治, "多目的 PSO における広範なパレート面探索を考慮したガイド選択," 第 5 回 進化計算シンポジウム 2011 講演論文集, pp. 261–266, 2011.
- [41] T. Uchitane and T. Hatanaka, "Experimental Study for Multi-Objective PSO with Single Objective Guide Selection," *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 2308–2313, 2012.
- [42] E. Zitzler, L. Thiele, M. Laumanns, C. M. Fonseca and V. G. da Fonseca, "Performance assessment of multiobjective optimizers: an analysis and review," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, pp. 117–132, 2003.
- [43] Frank Kursawe, "A Variant of Evolution Strategies for Vector Optimization," *The 1st Workshop on Parallel Problem Solving from Nature PPSN I*, pp. 193–197, 1991.
- [44] K. Deb, L. T. M. Laumanns and E. Zitzler, "Scalable Multi-Objective Optimization Test Problems," *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 825–830, 2002.
- [45] S. Camazine, J. L. Deneubourg, N. R. Franks, J. Sneyd, G. Theraulaz and E. Bonabeau, "Self-Organization in Biological Systems," *Princeton University Press*, 2001.
- [46] I. Aoki, "A simulation study on the schooling mechanism in fish," *Bull. Japanese Soc. Scientific Fisheries*, vol. 48, pp. 1081–1088, 1982.
- [47] A. Huth and C. Wissel, "The simulation of the movement of fish school," *J. Theor. Biol.*, vol. 156, pp. 365–385, 1992.

- [48] K. Warburton and J. Lazarus, “Tendency-distance models of social cohesion in animal groups,” *J. Theor. Biol.*, vol. 150, pp. 473–488, 1991.
- [49] C. W. Reynolds, “Flocks, herds, and schools: a distributed behavioral model,” *Computer Graphics*, vol. 21, pp. 25–34, 1987.
- [50] T. Vicsek, A. Czirók, E. Ben-Jacob, I. Cohen and O. Shochet, “Novel type of phase transition in a system of self-driven particles,” *Phys. Rev. Letter*, vol. 75 pp. 1226–1229, 1995.
- [51] T. Oboshi, S. Kato, A. Mutoh and H. Itoh, “Collective or scattering: evolving schooling behaviors to escape from predator,” *Artificial Life, MIT Press*, pp. 386–389, 2002.
- [52] R. Olfati-saber, “Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory,” *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. 51, pp. 401–420, 2006.
- [53] M. R. D’Orsogna, Y. Chuang, A. Bertozzi and L. Chayes, “Self-propelled particles with soft-core interactions: patterns, stability and collapse,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 96, 2006.
- [54] 伊藤 清, “確率論の基礎 (新版),” 岩波書店, 2004.
- [55] 伊藤 清, “確率論,” 岩波書店, 1991.
- [56] 伊藤 清, “確率過程,” 岩波書店, 2007.
- [57] 重川 一郎, “確率解析,” 岩波書店, 2008.
- [58] 長井 英生, “確率微分方程式,” 共立出版, 1999.
- [59] 舟木 直久, “確率微分方程式,” 岩波書店, 2005.
- [60] I. Karatzas and S. E. Shreve, “Brownian Motion and Stochastic Calculus (2nd ed.),” *Springer*, 1998.
- [61] B. Øksendal, “Stochastic Differential Equations,” *Springer*, 2007.
- [62] P. Mörters and Y. Peres, “Brownian Motion,” *Cambridge University Press*, 2010.
- [63] P. E. Kloeden and E. Platen, “Numerical Solution of Stochastic Differential Equations,” *Springer*, 2010.
- [64] L. Arnold, “Stochastic Differential Equations: Theory and Applications,” *John Wiley & Sons*, 1972.

- [65] A. Friedman, “Stochastic Differential Equations and their Applications,” *Academic press*, 1976.
- [66] N. Hansen, “The CMA evolution strategy: a comparing review” *Towards a new evolutionary computation. Advances on estimation of distribution algorithms*, pp. 75–102, Springer, 2006.
- [67] T. Uchitane and A. Yagi, “Animal Swarm Optimization,” (投稿中).