OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Complete classification of genus-1 simplified broken Lefschetz fibrations
Author(s)	Hayano, Kenta
Citation	大阪大学, 2013, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/51641
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【24】

氏名	早野健太（はやのけんた）
博士の専攻分野の名称	博士（理学）
学位記番号	第　25805　号
学位授与年月日	平成25年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	Complete classification of genus-1 simplified broken Lefschetz fibrations （種数1の単純特異レフシェッツ束の完全な分類）
論文審査委員	(主査) 教授　後藤　竜司 (副査) 教授　大鹿　健一　　教授　満渕　俊樹 東京工業大学教授　遠藤　久顕

論文内容の要旨

特異レフシェッツ束は，4次元多様体から2次元多様体への可微分写像であり，near-symplectic 構造に適合するファイバー構造として，Auroux，Donaldson，Katzarkov によって導入されたものである．Donaldson と Gompf により，シンプレクティック構造とレフシェッツ束が対応することが知られているが，Auroux，Donaldson，Katzarkov は near-symplectic 構造と特異レフシェッツ束に対して類似の結果を得ており，この意味で特異レフシェッツ束はレフシェッツ束の一般化とみなすことができる．

単純特異レフシェッツ束とは球面上の特異レフシェッツ束であり，ファイバーのトポロジーや特異点の配置に関するある条件を満たすものである．近年全ての4次元多様体から2次元球面への写像が，単純特異レフシェッツ束とホモトピックであることが証明された．また，単純特異レフシェッツ束が与えられると，その消滅サイクルをみることにより全空間の組み合わせ的な表示が得られる．これらのことから，単純特異レフシェッツ束は全ての4次元多様体を統一的かつ組み合わせ的に扱う手法を与えるということが期待されており，近年急速に研究が進んでいる．本論文は，単純特異レフシェッツ束に対する以下の二つの問題に関するものである．

一つ目の問題は，ファイバーの種数が小さい単純特異レフシェッツ束の全空間の分類問題である．Kas と Moishezon は独立に，種数1のレフシェッツ束の同型類を完全に分類した．実際彼らは，種数1の非自明かつ相対的極小なレフシェッツ束は，楕円曲面 E(n)に自然に定まるレフシェッツ束と同型になるということを証明した．一般に，相対的極小でないレフシェッツ束の全空間は，相対的極小なレフシェッツ束の全空間を有限回ブローアップすることにより得られるので，彼らの結果は非自明なレフシェッツ束の全空間を完全に分類しているといえる．本論文では Kas と Moishezon による結果を，種数1の単純特異レフシェッツ束に一般化する，すなわち，種数1の単純特異レフシェッツ束の全空間の完全な分類を行う．

二つ目の問題は，超楕円的な単純特異レフシェッツ束の性質に関する問題である．可微分のカテゴリーにおいて，超楕円的レフシェッツ束とは，そのモノドロミー表現の像が超楕円的写像類群に含まれるようなレフシェッツ束として定義される．Fuller と Siebert-Tian は独立に，このように定義された超楕円的レフシェッツ束が，各ファイバーを保つような対合を許容するということを証明した．本論文ではまず超楕円的単純特異レフシェッツ束を，各消滅サイクルが超楕円的対合により保たれるような単純特異レフシェッツ束として定義し，ファイバーの種数が十分大きい場合には Fuller と Siebert-Tian の結果と類似の結果が単純特異レフシェッツ束についても成立するということを示す．また，松本幸夫氏および遠藤久顕氏により，超楕円的レフシェッツ束の全空間の符号数が，特異ファイバーの周りの情報だけで決まることが示されているが，本論文ではこれらの結果の，単純特異レフシェッツ束への一般化も与える．

論文審査の結果の要旨

Auroux, Donaldson and Katzarkov により導入された broken Lefschetz fibrations は Lefschetz fibrations を拡張したものであり，特異ファイバーとして二重点と indefinite fold という1次元多様体に沿った特異点を許容する多様体のファイバー構造である．退化したシンプレクティック構造と Seiberg-Witten 理論との関連を示唆する Taubes による研究プログラムの提唱以来注目されている．

早野健太氏は学位申請論文：Complete classification of genus-1 simplified broken Lefschetz fibrations において，二次元球面上のファイバー種数1の broken Lefschetz fibrations を持つ4次元多様体の微分同相類を完全に決定した．これは，Kas, Moishzon によるファイバーの種数1の Lefschetz fibrations の全空間の分類の自然な拡張であり，4次元多様体論において，基盤となる重要な結果である．また超楕円型 broken Lefschetz fibrations の involution の研究，符号数に関する公式など，独創的な結果を得ている．

これらの結果の多くは既に以下の論文として国際的な学術雑誌に出版，受理されている．

[1] K. Hayano and M. Sato, Four-manifolds admitting hyperelliptic broken Lefschetz fibrations, to appear in Michigan Mathematical Journal

[2] K. Hayano, A note on sections of broken Lefschetz fibrations, Bulletin of the London Mathematical Society, 44(2012), (4), 823-836

[3] K. Hayano, On genus-1 simplified broken Lefschetz fibrations, Algebraic & Geometric Topology, 11(2011), 1267-1322.

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値のあるものと認める．