

Title	Extremals of Trudinger-Moser inequality associated with point vortices of distributed intensities
Author(s)	張, 瀟
Citation	大阪大学, 2015, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/52055
rights	
Note	やむを得ない事由があると学位審査研究科が承認したため、全文に代えてその内容の要約を公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 ＜a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について をご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

論文内容の要旨

氏 名 (張 瀟)	
論文題名	Extremals of Trudinger-Moser inequality associated with point vortices of distributed intensities (離散型強度点渦系に関するTrudinger-Moser不等式の極値)
論文内容の要旨	
Mean field equations for many point vortices have been extensively studied in recent years from both physical and mathematical points of view. Following the ideas introduced by Onsager[1949], the vortex system was first formulated as a Hamilton system, and then a mean equation is derived by making use of the tools from equilibrium statistical mechanics theory. We consider the point vortex mean field equation for the case of multi-intensities, that is, when the distribution of the vortices of the intensity is subject to a Borel probability measure. To study this equation mathematically, it may be the first step to clarify the boundedness of a variational functional. This boundedness is a kind of Trudinger-Moser inequality. The supremum of the parameter for this inequality is called the extremal parameter. The exact value of the extremal parameter had been obtained for the discrete case by Shafrir-Wolansky[2005], represented in the dual form. Taking to the limit, Ricciardi-Suzuki[2014] obtained the exact value for the general case. The singularity of ground states at the critical level of negative inverse temperature is associated with the boundedness of the extremal functional. However, the extremal case, that is, the boundedness of the functional at the extremal parameter is still unclear. The first purpose of our research is to study the extremal boundedness for the general case, more precisely, the functional associated with one-sided Borel probability measure. We have achieved this property by the following steps. 1. We study the “residual vanishing” and show some related properties. 2. We use blowup analysis to obtain a variant of Y.Y. Li estimate. 3. We study the functional associated with one-sided Borel probability and use the above-mentioned estimate to show that the extremal boundedness holds when the residual vanishing occurs. The second part of this paper is devoted to a special case of the equation, when the Borel probability measure is a linear combination of 2 Dirac measures. 1. We analyze the behavior of blowup sequences of solutions in relation to the parameters and reduce the problem into a Liouville type equation. 2. We follow the method of moving plane derived by Chen-Li[93] to obtain the radial symmetry of the solutions of the Liouville type equation. 3. With the purpose of generalize this result to the general case, we repeat this progress to the case of 3 Dirac measures. I would like to mention this as my future plan of research.	

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 (張 瀟)			
	(職)	氏 名	
論文審査担当者	主 査	教 授	鈴木 貴
	副 査	教 授	日野 正訓
	副 査	教 授	小林 孝行

論文審査の結果の要旨

点渦乱流の平衡統計はL. Onsagerによってとなえられ、平均場極限方程式の特異極限において点渦系のHamiltonianが回帰するという顕著な現象が数学的に明らかになっている．この現象は実解析学におけるTrudinger-Moser不等式と緊密に関連し、とりわけその極値パラメータが秩序構造の単位となることが認識されている．本論文が扱うのは、渦度の強度が決定論的に連続分布する系の平均場極限において、現出するTrudinger-Moser不等式の極値における有界性である．先行研究によりこの極値は知られている一方、分布測度がデルタ的な場合を除き極値での有界性は知られていない．

デルタ的な場合の有界性の導出では、双対変分原理によって線形計画法の問題に変換し、そこで配置パラメータについての劣加法性を用いている．分布測度をデルタ系で近似し、極限をとるのが標準的な方法であるが、その手続きは複雑で、一様な評価を得ることができないため、未解決な問題となっていた．本論文では極値を下から近似し、その最小化元の挙動によって極値での有界性を導出するという方法をとっている．最小化元の列がコンパクトであれば最小値が達成されるが、これまでこのような例は知られていないため、この列がコンパクトでない場合を議論しなければならない．先行研究によってその場合の大域挙動は知られているが上記目的のためには十分でなく、スケーリングした解の列を空間大域的に評価する必要がある．これがY. Y. Liの評価で、本論文の中心を占めるものである．ここではポテンシャルを用いて漸近評価を繰り返すというW. Chen- C. Liの方法によってこのことを達成し、測度台についての仮定の下で、連続分布系についての極値Trudinger-Moser不等式を確立している．一方この列がコンパクトであるとするデルタ的な場合であっても興味深い結果が導出されることになる．論文は引き続き2点系を論じ、爆発解析とスケール極限の分類を試みて、全域解の対称性を含む新しい結果を導出している．

以上のように本論文は数理的に重要な問題を非線形解析学の深い方法を用いて解明したものであり、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める．