



Title	翼周りの低マッハ数乱流場から発生する空力音の数値計算法に関する研究
Author(s)	韓, 昌和
Citation	大阪大学, 2015, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/52122
rights	
Note	

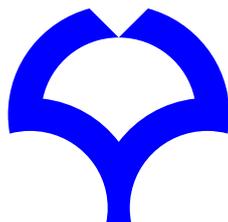
The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

博士学位論文

翼周りの低マッハ数乱流場から発生する
空力音の数値計算法に関する研究



韓 昌和

2015年1月

大阪大学大学院工学研究科

機械工学専攻

目次

第 1 章	緒言	1
1.1	研究背景	1
1.2	空力音の数値解法	2
1.3	低マッハ数流れ場における数値計算法	4
1.4	LES に関する従来の研究	6
1.5	騒音低減に関する過去の研究	9
1.6	本論文の構成	10
第 2 章	数値解析法	13
2.1	流れ場の基礎方程式	13
2.2	SGS モデル	14
2.2.1	コヒーレント構造 SGS モデル	15
2.2.2	新たな 1 方程式型 SGS モデルの提案	16
2.3	弱圧縮性流れの数値計算法	19
第 3 章	平板チャンネル乱流の LES	22
3.1	計算の概要	22
3.2	計算結果および考察	24
3.3	まとめ	32

第4章	翼周りの乱流の LES	33
4.1	一般曲線座標系における基礎方程式および1方程式型 SGS モデル	34
4.2	計算の概要	36
4.3	結果および考察	39
4.3.1	圧縮性の効果	39
4.3.2	翼面の圧力分布	40
4.3.3	前縁近傍における剥離領域および渦構造	43
4.3.4	SGS 運動エネルギーの非平衡性	48
4.3.5	流れ場に対する迎角の変化の影響	51
4.4	まとめ	53
第5章	翼周りの流れに起因する音響解析	55
5.1	音場の基礎方程式	55
5.2	結果および考察	57
5.2.1	翼周りの音源分布および遠方場での音圧の比較	57
5.2.2	音場に対するマッハ数の変化の影響	62
5.3	まとめ	65
第6章	後縁セレーション翼周りの流れ	66
6.1	計算の概要	66
6.2	結果および考察	68
6.2.1	流れ場の解析結果	68
6.2.2	音響解析結果	76
6.3	まとめ	81

第7章 結言	82
付録 A Compact Green's function	84
付録 B Acoustic analogy	87
B.1 空力音響学の基礎方程式	87
B.2 Lighthill–Curle 式	88
B.3 Powell の音源モデル	90
参考文献	91
関連発表文献	99
謝辞	102

第 1 章

緒言

1.1 研究背景

空気の流れに起因して発生する空力音は，人に不快感を与える原因であるため，その低減を目指して様々な研究が行われてきた．空力音に関する研究は，初期にはジェットエンジンなどの航空分野で主に行われてきたが [1][2]，現在では，自動車，高速鉄道などの輸送機器や，発電用の大型タービンおよび家電製品に用いられている各種ファンなどのような機械から発生する空力音に対する関心が高くなっている．具体的には，レイノルズ数 ($Re \approx 10^5 \sim 10^6$) やマッハ数 ($M \approx 0.1 \sim 0.3$) である走行する自動車や高速鉄道において，自動車では電動モーター，高速鉄道ではリニアモーター化への転換が進められていることによって，機械から発生する全体の騒音の中で，動力系の騒音より空力騒音が占める割合が大きくなり，その影響が顕著化してくるため，空力音の予測および低減手法の確立が望まれている．

空力騒音に関して，実験により音圧を測定し，音源の位置を特定することにより，騒音低減を試みることは可能である．しかし，実験では，騒音の測定は可能であるものの，空力騒音の低減対策を立てる上で重要となる音源に関する詳細な情報を得ることは困難である．

一方，流れの数値シミュレーション (Computational Fluid Dynamics : CFD) に基づく空力音の数値解析 (Computational AeroAcoustics: CAA) を用いることによって，流れ場や音源の詳細な情報の取得が可能である．そのため，CAA は従来の理論あるいは実験では困難である音源に関する情報の取得や空力騒音の発生メカニズムの解明に非常に有用なツールとして期待されている．

本論文は，上記のような背景に基づいて，非圧縮性流れ場としてよく扱われる領域である低マッハ数 ($M \leq 0.3$) の乱流場を計算対象とし，その流れ場に起因する音場を解析するため，空力音の予想手法の提案および，空力騒音の低減に関する数値計算を行ない，得られた知見をまとめたものである．

1.2 空力音の数値解法

空力音の予測手法は，流れ場と音場を同時に解析する直接解法および，流れ場と音場を別々に解く分離解法に大別できる．直接解法では，圧縮性 Navier–Stokes 方程式の数値計算により，流れ場および流れ場に起因する音場を同時に計算する．空力音を発生させる流れ場の現象および音による圧力・密度の変動などの全ての現象が解像できる計算領域と格子を用いて計算すれば，空力音の発生および伝播に関する全ての過程を解析することが可能である．しかし，本研究の計算対象である比較的高レイノルズ数 ($Re \approx 10^5 \sim 10^6$) かつ低マッハ数 ($M \approx 0.1 \sim 0.3$) 流れ場においては，流れ場の圧力変動と音波の伝播の時空間スケールが大きく異なるため，微小な乱流現象を精度よく解くことに加え，遠方まで高速に伝播する音響現象 (音波の伝播・反射・放射) を同時に捉える必要がある．そのため，高レイノルズ数かつ低マッハ数流れ場から発生する空力音の直接解法の利用は，計算コストなどを考慮すると現実的ではない [3]．こうした理由から，直接解法は，高いマッハ数における比較的単純な流れ場 (例えば，キャビティ流れ [4] や円柱周りの流れ [5] など) への適用に

限られている。

高レイノルズ数かつ低マッハ数流れ場に起因する空力音の解析には、Lighthillの音響アナロジーに基づき、音源となる流れ場の解析とそれに起因する音場の予測を別々に行う分離解法が用いられる。分離解法では、流れ場と音場の相互干渉がない、すなわち空力音は流れ場の情報により決められ、発生した音から流れ場へ与える影響はないと仮定する。一般的に、低マッハ数の流れにおいては、音圧は流れ場の圧力変動に比べて微小であるため、こうした仮定は妥当である。音源となる流れ場の解析手法としては、Direct Numerical Simulation (DNS)、Reynolds Averaged Numerical Simulation (RANS) や Large Eddy Simulation (LES) などが挙げられる。DNSは流れ場を精度よく再現することが可能であるが、本研究の計算対象のようなレイノルズ数が 10^5 のオーダーの場合には、計算コストを考慮するとDNSの利用は現実的ではない。RANSは、ゆっくりとした大きなスケールの変動を捉えることは可能であるものの、剥離を伴う流れ場に起因する空力音を予測するには、剥離によって生じる非定常現象を捉える必要があるため、RANSの適用は不適切である。LESはDNSに比べ比較的安い計算コストで非定常現象を扱うことができるため、工学上の実用的な乱流計算のツールとして期待されている。

分離解法の音響解析では、音源が既知である場合の空力音の伝播を記述する波動方程式の形になっているLighthill方程式[1]を基礎方程式とする。流れ場に物体が存在する場合、音響解析法として最も広く使われているのはLighthill-Curle式[6]である。Lighthill-Curle式では、流れ場に置かれた物体表面の圧力変動を音源とみなし、物体表面の圧力変動を用いて物体に働く力を計算し、その時間変動から遠方場での音圧を求める。低レイノルズ数の円柱周りの流れ場のように周波数のピーク値が存在する場合には、この方法により得られた遠方場での音圧レベルが実験データに良く一致することが報告されている[7]。また、Lighthill-Curle式を用いることで高レイノルズ数の複雑な物体周りの流れから発生する騒音に対しても、音圧レベルのプロフィールが定性的に予測できることが知られている[8]。

しかし、この方法は物体表面の圧力変動を音源とみなしているため、空間に分布している音源の把握ができず、騒音低減対策を立てる際に重要となる音源に対する議論が困難である。

Powell[9]により提案され Howe[10]により拡張された渦音理論 (Theory of vortex sound) を用い、音響解析を行う試みも多い [11][12]。この方法は、流れ場の渦の挙動を音源として扱うため、空間内に分布している音源の情報を得ることができる。しかしながら、体積積分を伴うことから空力音の予測精度は積分領域の決め方に依存する恐れがあり、音圧の計算の際に面積分を行う Lighthill–Curle 式に比べ計算コストが増加する。また、音源モデルの導出の際に圧縮性効果が考慮されていないため、非圧縮性流れとして扱う低マッハ数 ($M \leq 0.3$) 流れにおいて、マッハ数の変化による音圧レベルのピーク値の特性などが再現できず、予測精度の低下が考えられる。

本研究では、空力音の予測法として分離解法を採用し、流れ場の解析には圧縮性 Navier-Stokes 方程式を基礎式とする LES を用い、音響解析には圧縮性の効果が考慮された音源項を用いることにする。

1.3 低マッハ数流れ場における数値計算法

本研究の計算対象であるようなマッハ数が 0.3 以下の流れ場は、圧縮性の効果がわずかであると仮定し非圧縮性流れとして扱うことが一般的である [13]。しかしながら、低マッハ数であっても物体から離れたところに比べ物体近傍での密度変化は無視できず、物体近傍の流れ場の再現に影響を与えるため、低マッハ数であるものの実験条件に応じたマッハ数を考慮する必要があると考えられる。

低マッハ数の流れ場に通常の圧縮性解法を適用する場合、音速と移流速度の大きなスケールの差による収束性の劣化および過大な数値散逸による計算解像度の低下が問題となる。こうした問題を解決するために、Tukel[14]により提案され、Weiss–Smith[15]、Tukelら

[16], Unrau-Zingg[17] などにより改善された前処理法 (Preconditioned method) が広く使われている。音波の伝播速度を移流速度のオーダーとする前処理法を用いることによって上述した問題点は解決されるが、この方法は前処理マトリクスを生成させる際に1つ以上のコントロールパラメータが必要となるため、パラメータ依存性が指摘されていることや、計算コストの増大をもたらす問題点が挙げられる。

森西と里深 [18] は差分法と有理ルンゲ-クッタ法を用いた線の方法 (基礎方程式を解くために、最初に空間微分項を計算し、その後時間微分項について計算を行うこと) を圧縮性 Navier-Stokes 式に適用し、マッハ数が 0.01 ~ 0.4 の範囲で円柱および翼周りの流れ場の数値解析を行ない、計算手法の信頼性を示した。しかし、計算の安定のため人工粘性項を導入しており、この人工粘性項は流れ場に応じて最適な値になるように調整する必要がある [18]。

一方、圧縮・非圧縮性流体の統一解法に向けた圧力ベース解法 (pressure-based scheme) が Harlow-Amsden[19] の Implicit Continuous Eulerian 法を基盤として発展されてきた。Yabe-Wang[20] は非保存系の基礎式を移流フェーズと非移流フェーズに分離し、圧力の変化は温度と密度の変化により与える関係を用いて圧力方程式を導出し、流れ場を解く cubic interpolated pseudo particle-combined unified procedure (C-CUP) を提案し、良好な結果を示した。ただし、C-CUP 法は基礎式を移流項からなる移流フェーズとその他の項からなる非移流フェーズに分けて計算を行うため、計算が多少複雑になる。

稲垣ら [21] は圧縮性 Navier-Stokes 方程式に低マッハ数近似を適用し、非圧縮性流れの基礎方程式に付加項を加えた形式で表現される数値計算法を提案し、低マッハ数の流れ場に起因する流体共鳴音が再現されることを示した。従来の非圧縮性流れ解析の手法を一部拡張することで圧縮性の影響が表現できるが、圧縮性の効果は非圧縮性流れにおける連続条件からの微小なずれとして考慮されるため、連続条件の満足度が高い数値解法を用いる必要がある [21]。

以上の従来の数値計算法を参考にし，本研究では計算コストや計算の安定性を考慮し，圧力ベース解法を基盤とする Yabe-Wang の C-CUP 法を参考にした弱圧縮流れの数値計算法を提案し，低マッハ数における流れ場の数値計算を行う。

1.4 LES に関する従来の研究

乱流では，低波数の大きな渦は流れ場によって異なるが，高波数の小さな渦はより普遍的である．Large Eddy Simulation (LES) はこの性質に注目し，フィルター操作によって分離された計算格子より大きなスケール (grid scale: GS) の渦は直接計算し，計算格子より小さいスケール (subgrid scale: SGS) の渦はモデルにより近似する．SGS モデルはモデルの特徴により代数型モデル，1 方程式型モデルに大別できる．代数型モデルとして最も代表的なモデルが Smagorinsky model (SM) [22] である．このモデルは，SGS 応力は慣性小領域での運動エネルギー輸送に関する統計的な性質を考慮することによってモデリングされたものである．SM は数値計算の安定性が高いため，広範囲の乱流場の解析に用いられている．しかし，モデル係数の最適値が流れ場によって異なることや，非乱流領域や壁近傍における修正が必要である．また，SGS 運動エネルギー k_{sgs} の生成と散逸の局所平衡を仮定しているため，GS から SGS への適切なエネルギーの流れが表現できないことや遷移流れを再現できない欠点が知られている．こうした欠点を踏まえ，GS 流れ場の情報からモデル係数を局所的に決定することにより SM の欠点を解消する dynamic Smagorinsky model (DSM) が Germano ら [23] により提案され，Lilly [24] により修正された．このモデルは，SM に比べて，層流 - 乱流遷移に特別な切り替えを必要としないことや壁近傍での減衰関数による修正も必要としないことが利点である．しかし，モデル係数の値の変動は激しく，SGS 渦粘性係数が負になることがあるため，数値的に不安定である．そこで，局所的な変動を緩和するために，何らかの平均操作が用いられるが，それによって，DSM の特徴は控えめなも

のとなり，局所的な解像度が低下する恐れがある [25] .

近年，上述した SM や DSM の欠点を改良するために，多くの研究が行われてきた．稲垣ら [26] は，壁面減衰関数やモデル係数の決定の際に安定化操作を必要としない混合時間スケール SGS モデルを提案し，モデルの有効性と汎用性が高いことを示した．Vreman[27] は，陽的なフィルターやクリッピング操作が不要な理論的に導かれた局所モデルを提案し，平板チャンネル流れ場においてモデルの有効性を示した．Kobayashi[28][29] は，SM のモデル係数をコヒーレント構造関数 (無次元化した GS 流れ場の速度勾配テンソルの第 2 不変量) を用いて計算するコヒーレント構造モデル (coherent structure model: CSM) を提案し，平板チャンネル流れ場やバックステップ流れ場において DSM と同等以上の計算精度をもつことを示した．以上，ここに言及した SGS モデルは，従来の SM や DSM で指摘された計算精度や計算安定性に関する問題が解決でき，幅広い乱流場の解析への適用性が期待されている．

1 方程式型 SGS モデルは，代数型モデルで用いられている SGS 運動エネルギー k_{sgs} の生成と散逸の局所平衡仮定による欠点を回避するために発展されてきた．代数型 SGS モデルとは対照的に，1 方程式型 SGS モデルでは SGS 渦粘性 ν_{sgs} を決めるために k_{sgs} に関する方程式を解く必要がある．Yoshizawa–Horiuti[30] は $\nu_{sgs} = C_k \bar{\Delta} \sqrt{k_{sgs}}$ で定義される SGS 渦粘性を求めるために，乱流統計理論の 1 つである 2 スケール直接相関近似理論 (two-scale direct-interaction approximation: TSDIA) を用いて， k_{sgs} の輸送方程式をモデル化した 1 方程式型 SGS モデルを提案した．SGS 運動エネルギー k_{sgs} の輸送方程式は

$$\frac{Dk_{sgs}}{Dt} = -\tau_{ij}\bar{S}_{ij} - C_\varepsilon \frac{k_{sgs}^{3/2}}{\bar{\Delta}} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu_{sgs} + \nu) \frac{\partial k_{sgs}}{\partial x_j}, \quad (1.1)$$

であり，右辺の第 1 項は生成項，第 2 項は散逸項，第 3 項は拡散項を意味する．モデル係数 C_k と C_ε は Yoshizawa–Horiuti[30] により与えられている．1 方程式型 SGS モデルでは，

ν_{sgs} は負値になりえないため、数値計算上安定であり、 k_{sgs} は壁面や層流領域では自動的に0になることが特徴である。一方、モデル係数 C_k と C_ε を DSM と類似にダイナミック的に求める手法が Ghosal ら [31]、Davidon[32] などにより提案されている。Ghosal らは ν_{sgs} における係数 C_k をダイナミックに決定する方法を提案したが、負の渦粘性が発生しうるため、安定化のための何らかの操作が必要とされる。Davidon の手法では Ghosal らと同様に決定した ν_{sgs} を k_{sgs} 輸送方程式の生成項に適用し、GS 流れ場の方程式に現れる ν_{sgs} はグローバルなエネルギーの収支から決まる正の係数 C_k を用いて計算する。これとは異なり、Kajishima–Nomachi[33] は、 k_{sgs} 輸送方程式の生成項に DSM を適用することにより GS から SGS へのエネルギーの移動をダイナミックに決定し、運動方程式の SGS 応力はダイナミック手法ではなく上述したように k_{sgs} により与えられる1方程式型ダイナミックモデルを提案した。彼らは、平板チャンネル流れおよび回転するチャンネル流れに1方程式型ダイナミックモデルを適用し、高い計算精度および安定性をもつことを示した。

以上、ここに示したダイナミック手法を活用する方法は、テストフィルター操作を必要とする。テストフィルター操作は、計算コストの増加をもたらすことや、複雑な形状周りの流れ場の場合にはテストフィルターの種類により流れ場の再現に影響を与えることが起こりうるという問題点が挙げられる。そのため、こうした問題点を解決する新たな SGS モデルが必要であると考えられる。

本研究では、モデル係数が理論的に導かれている Yoshizawa–Horiuti[30] が提案した1方程式型 SGS モデルを基盤とし、Kajishima–Nomachi[33] のモデルを参考にして、ダイナミック手法を用いずに GS から SGS へのエネルギーの移動が表現できる1方程式型 SGS モデルを提案し、流れ場の数値計算を行う。

1.5 騒音低減に関する過去の研究

乱れの少ない一様流に平行に置かれた平板，円柱あるいは迎角が小さい翼周りの流れ場から発生する騒音は，広い周波数域にわたって生じる乱流騒音と区別して，卓越周波数を有する離散周波数騒音と呼ばれている．特に，発電用の大型タービンや各種電気製品などに用いられているファン周りの流れ場から発生する空力騒音は，広帯域周波数騒音より離散周波数騒音が支配的であることが知られている [34]．また，航空機のような固定翼では迎角などの条件によって離散周波数騒音が支配的となるため，騒音低減方法の開発は重要な課題となっている．離散周波数騒音の代表的な例として，後縁騒音 (Trailing edge noise) が挙げられる．後縁騒音は，平板あるいは翼の後縁近傍の渦が後縁を通過する現象に起因する空力音で，それに関する様々な実験的および数値的な研究が行われてきた．Tam[35] は，層流境界層が後縁から離れた後，ある距離において不安定じょう乱を発生させ，それが後縁近傍の境界層の微小なじょう乱を増幅させて周期的な変動を起こす feedback ループモデルを提案した．秋下 [36] は，翼後縁で発生する音と剥離泡の間で feedback が働き，周期的な変動が発生すると考えた．Brooks-Hodgson[37] は，翼後縁付近の表面圧力変動を計測し，Ffowcs Williams-Hawkings の理論 [38] に基づいて後縁騒音を予測することを試みており，後縁付近の表面圧力変動を正確に捉えることができれば高精度な後縁騒音の予測が可能であることを示した．

こうした研究成果に基づいて，様々な騒音対策技術が発展してきた [39][40]．後縁騒音低減の1つの方法として，飛行機の排気管にも活用されているセレーションが挙げられる．Howe[41] は，薄い平板の後縁にセレーションを行い，後縁から発生する騒音の放射強度を減らすことができることや，騒音の低減とセレーションパラメータ (セレーション波長とセレーション切り込み部の深さ) の関係を示し，平板の場合に効果的なセレーション条件を示した．佐々木ら [42] はセレーションを施した平板翼の後流特性と空力騒音を調査し，

セレーションの効果に対する迎え角の影響を示した。Oerlemansら [43] は実際の大型風車ブレードにセレーションを行い、空力性能に影響を与えずに全体的な騒音レベルがおよそ3dB減ることを示した。また、Jones-Sandberg[44] はNACA0012翼の後縁に薄い平板とスパン方向の数周期のセレーション幅を持つ薄い平板を取り付けた翼周りの流れ場の直接数値計算を行い、セレーションを施していない薄い平板よりセレーションを行なった薄い平板を後縁に取り付けた方が騒音低減により効果的であることを示した。

以上の研究例から分かるように、セレーションを行うことにより騒音が低減されることは明らかになっているが、その低減の詳細なメカニズムはまだ解明されていない。そのため、セレーションの形状は試行錯誤的な手段により決められることが現状である。また、薄い平板に適用したセレーションに関する研究は多く行われているが、厚みを有する翼の場合にセレーションを行い、騒音低減の効果を調べた数値的な研究例は筆者が調べた限り少ない。

1.6 本論文の構成

本研究では、代表的な流線形物体であるNACA0012翼周りの3次元流れ場を計算対象とし、高レイノルズ数かつ低マッハ数における翼周りの乱流場に起因する音場を精度よく予測するための計算手法を確立することを目的とする。本研究の空力音の数値解法は流れ場と音場で分けて解く分離解法を基盤としているため、音源となる翼周りの非定常流れ場の予測精度およびそれに起因する音場の予測精度を向上させるためのそれぞれのアプローチが必要となる。

音源となる流れ場の再現において、本研究では乱流モデルの改良および圧縮性の効果を考慮した数値計算法の利用により、予測精度の向上を図る。非定常乱流場の解析には、SGS運動エネルギーの非平衡成を考慮した1方程式型SGSモデルをベース [30] とし、SGS運動

エネルギーの生成率の算出にコヒーレント構造関数 [28] を活用した 1 方程式型 SGS モデルを用いる。低マッハ数流れ場において圧縮性の効果を取り入れるために、前処理法のようなコントロールパラメータを用いず、前処理に比べ相対的に低計算コストで密度変化を扱うことが可能である方法に着眼し、圧力に対する楕円形方程式をベースとする弱圧縮性流れの数値計算法を提案する。弱圧縮性流れの数値計算法と 1 方程式型 SGS モデルを組み合わせた本研究の計算手法により、高レイノルズ数かつ低マッハ数の乱流場が精度よく再現されることを示す。

音場の予測に関しては、圧縮性の効果が考慮された音源項を用いて翼周りの流れ場に起因する音場の解析を行う。本研究で用いる音源項により得られた結果の妥当性を示すため、従来の音源モデルおよび実験により得られた結果との比較を行う。

本研究の分離解法を、低騒音装置の 1 つであるセレーションを翼の後縁に実施した翼周り流れ場に適用し、後縁セレーションによる流れ場の変化が音源の挙動および空力音の発生に及ぼす影響を調べて得た知見に基づいて、翼後縁のセレーションにより騒音が低減される機構について述べる。

本論文は次のように構成されている。

第 2 章では、流れ場の解析に用いた LES の基礎方程式および SGS モデル、そして弱圧縮性流れの数値計算法について述べる。

第 3 章では、平板チャンネル流れの直接数値計算結果を参照し、本研究で用いられる弱圧縮性流れの数値計算法と 1 方程式型 SGS モデルを組み合わせた解析手法の有効性および壁面乱流の非等方性の適切な再現に必要な格子幅について調べる。

第 4 章では、翼周りの乱流場の LES 解析を実施し、流れ場の予測精度を実験データを用いて検証する。LES 解析結果から、本研究の計算対象である低マッハ数の流れ場においても微小な密度変化の考慮が流れ場の再現に重要であることや、境界層の遷移を伴う流れ場

ではSGS運動エネルギーの生成と散逸の非平衡が顕著であることを示す。

第5章では、本研究の音響解析に用いる音場の基礎方程式について説明する。翼周りの流れ場のLES解析によって得られた非定常データを音源として用い、翼周りの流れ場に起因する音場の解析を行う。本研究で用いる圧縮性の効果が考慮された音源項により得られた結果の妥当性を従来の音源モデルおよび実験により得られた結果との比較により示す。さらに、音場に対するマッハ数の変化が及ぼす影響について述べる。

第6章では、騒音低減装置の1つであるセレーションを翼の後縁に設けたセレーション翼周りの流れ場を計算対象としLES解析を行う。解析結果から、後縁セレーションによる流れ場の変化が音源挙動および騒音低減に及ぼす影響について述べる。

第7章では、得られた結果を総括する。

第 2 章

数値解析法

2.1 流れ場の基礎方程式

Large eddy simulation (LES) は非定常乱流に対する数値解析手法の 1 つであり，計算格子よりも大きな grid scale (GS) 成分の渦は直接数値計算を行い，計算格子よりも小さな subgrid scale (SGS) 成分の渦は乱流モデルで近似する計算手法である．この手法は，乱流において低波数の大きな渦は流れ場によって異なるが，高波数の小さな渦は流れ場の種類に関わらず普遍性を持ち，高波数の渦は等方的でエネルギーを散逸する役割を担っているという性質に基づいている．

空間フィルター $(\bar{\quad})$ や Favre average $(\widetilde{\quad})$ を施した圧縮性流れの連続の式，Navier–Stokes 方程式，気体の状態方程式を以下に示す．

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[-\tau_{ij} + 2\bar{\rho} \nu \left(\tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tilde{S}_{kk} \right) \right], \quad (2.2)$$

$$\bar{p} = \bar{\rho}RT. \quad (2.3)$$

ここで, ρ , u_i , p は密度, 速度, 圧力を, μ , R , T は粘性係数, 気体定数, 絶対温度を, δ_{ij} は Kronecker symbol を示す. GS 流れ場においての変形速度テンソル \tilde{S}_{ij} は以下のようにある.

$$\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.4)$$

式 (2.2) を用いれば, 格子スケール以下の渦を直接解かなくても良い代わりに, その効果を表す

$$\tau_{ij} = \bar{\rho}(\widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j) \quad (2.5)$$

を与える必要がある. ここで, τ_{ij} はフィルターによって粗視化された流れにおける残余応力である.

以上により, 格子スケール以下の応力成分を含んだ GS 流れ場の基礎方程式が導かれた. 直接計算することができない $\tau_{ij} = \bar{\rho}(\widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j)$ に関しては, SGS モデルにより与えられる.

2.2 SGS モデル

本節では, 様々な代数型 SGS モデルのうち, 本研究と関係のあるコヒーレント構造 SGS モデルについて述べる. その後, 本研究で提案するコヒーレント構造関数を用いた 1 方程式型 SGS モデルについて記述する.

2.2.1 コヒーレント構造 SGS モデル

Kobayashi[28] は, SGS 渦粘性の大きさを乱流構造に基づいて決めるモデルを提案した. このモデルは, 最も代表的な SGS モデルである Smagorinsky model のモデル係数をコヒーレント構造関数を用いて計算する.

圧縮性流れにおける GS 速度場に対して, 速度勾配テンソル $\partial\tilde{u}_i/\partial x_j$ を

$$\frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial x_j} = \tilde{S}_{ij} + \tilde{W}_{ij}, \quad (2.6)$$

$$\tilde{W}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

と分解する. ここで, \tilde{W}_{ij} は渦度テンソルである.

速度勾配テンソルの第2不変量 Q , 速度勾配テンソルの大きさ E は次式により与えられる.

$$Q = \frac{1}{2} (\tilde{S}_{ii}\tilde{S}_{jj} - \tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij} + \tilde{W}_{ij}\tilde{W}_{ij}), \quad (2.7)$$

$$E = \frac{1}{2} (\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij} + \tilde{W}_{ij}\tilde{W}_{ij}). \quad (2.8)$$

コヒーレント構造関数は Q と E を用いて

$$F_{cs} = \frac{Q}{E} \quad (2.9)$$

に定義される．コヒーレント構造モデルは，渦粘性近似

$$\tau_{ij}^a = \tau_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk} = -2\bar{\rho}C\bar{\Delta}^2|\bar{S}|\left(\bar{S}_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\bar{S}_{ij}\right) \quad (2.10)$$

のモデル係数 C を

$$C = \frac{1}{20}|Fcs|^{3/2} \quad (2.11)$$

で与える．式 (2.10) において， τ_{ij}^a は非等方部分を， $|\bar{S}| (= \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}})$ は変形速度テンソルの強度を， $\bar{\Delta} [= (\bar{\Delta}_x\bar{\Delta}_y\bar{\Delta}_z)^{1/3}]$ はフィルター幅を意味する．一方，回転流の場合にはモデル係数 C を

$$C = \frac{1}{22}|Fcs|^{3/2}F_\Omega, \quad F_\Omega = 1 - Fcs \quad (2.12)$$

のように与える．コヒーレント構造関数 Fcs は， $-1 \leq Fcs \leq 1$ の範囲の値を持ち，層流では0になり層流化が表現でき，平板壁近傍では壁からの距離 y に対して $Fcs \propto y^2$ の関数形で0に近づく [28]．式 (2.11) と式 (2.12) の指数 (3/2) によって壁面漸近挙動が配慮されている．このコヒーレント構造モデルは，複雑な境界形状を伴う乱流場への適応性が高い [29]．

2.2.2 新たな1方程式型SGSモデルの提案

本SGSモデルは，SGS運動エネルギー k_{sgs} の輸送方程式をLESの基礎方程式に連立させて解く1方程式型モデルであり， k_{sgs} の輸送方程式の生成項にコヒーレント構造モデルの概念を適用させたものである．基盤となるモデルは統計理論 (two-scale direct-interaction approximation: TSDIA) に基づいて導かれた1方程式型SGSモデルである．

運動方程式 (2.2) に渦粘性近似を導入すると以下ようになる .

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j) + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\bar{p} + \frac{2}{3}\bar{\rho}k_{sgs}\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[2\bar{\rho}(\nu + \nu_{sgs})\left(\tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tilde{S}_{kk}\right)\right]. \quad (2.13)$$

式 (2.13) において , SGS 渦動粘性係数 ν_{sgs} は Yoshizawa の次元解析 [45] により

$$\nu_{sgs} = C_\nu\Delta_\nu\sqrt{k_{sgs}} \quad (2.14)$$

と与えられる . ここで , C_ν はモデル定数であり , 特性長さ Δ_ν は Okamoto–Shima[46] により以下のように与えられる .

$$\Delta_\nu = \frac{\bar{\Delta}}{1 + C_k\bar{\Delta}^2|\tilde{S}|^2/k_{sgs}}. \quad (2.15)$$

ここで , C_k はモデル定数である . 式 (2.15) は壁近傍の振る舞いを適切に表現するために用いる . 式 (2.14) の C_ν は正の値を有するため , ν_{sgs} が負の値になりえないことから , 式 (2.13) の数値計算の安定性も良好である . SGS 渦動粘性係数 ν_{sgs} は k_{sgs} をパラメータとするため , 層流域や壁面では 0 になることが期待できる . SGS 運動エネルギー k_{sgs} は以下の輸送方程式から求められる .

$$\frac{\partial k_{sgs}}{\partial t} + \tilde{u}_j\frac{\partial k_{sgs}}{\partial x_j} = -\tau_{ij}^a\tilde{S}_{ij} - C_\varepsilon\frac{k_{sgs}^{3/2}}{\Delta} - \varepsilon_\omega + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(C_d\Delta_\nu\sqrt{k_{sgs}} + \nu\right)\frac{\partial k_{sgs}}{\partial x_j}\right]. \quad (2.16)$$

ここで , C_ε と C_d はモデル定数である . 式 (2.16) において , 右辺はそれぞれ生成項 , 散逸項そして拡散項である . 散逸項に関しては , 壁近傍での低レイノルズ数の効果を説明するために Jones–Launder[47] の方法を参考にし , Okamoto–Shima[46] に従って以下のような

付加項を与える．

$$\varepsilon_\omega = 2\nu \frac{\partial \sqrt{k_{sgs}}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_{sgs}}}{\partial x_j}. \quad (2.17)$$

式 (2.16) の生成項 $-\tau_{ij}^a \tilde{S}_{ij}$ は以下のように表現する．

$$-\tau_{ij}^a \tilde{S}_{ij} = \left[2\nu_C \left(\tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tilde{S}_{kk} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k_{sgs} \right] \tilde{S}_{ij}. \quad (2.18)$$

動粘性係数 ν_C は, Kobayashi[28] により提案されたコヒーレント構造関数 (CSF) を導入して次のように与えられる．

$$\nu_C = C_1 |Fcs|^{3/2} \bar{\Delta} \sqrt{k_{sgs}}. \quad (2.19)$$

ここで, C_1 はモデル定数, $Fcs(= Q/E)$ は CSF を意味する．速度勾配テンソルの第 2 不変量 Q , 速度勾配テンソルの大きさ E は式 (2.7) と式 (2.8) により求められる．式 (2.18) に圧縮性を取り入れることにより k_{sgs} の生成は負の値を持つことも許容する．その結果, k_{sgs} の減少をもたらす場合もある．こうした過程において, いかなる数値的な不安定も引き起こされない．ただし, k_{sgs} が負値になった場合に限りクリッピングを行うが, その領域は無視できる程であり, クリッピングは数値計算の結果には影響を与えない．さらに, 複雑な形状を特定する壁関数のようなパラメータも必要ではない．数値的な安定性および普遍性を考慮すると, 本研究で提案する 1 方程式型 SGS モデルは複雑な形状を含む幅広い流れ場と高レイノルズ数の流れ場への適用が期待される．

本研究の SGS モデルで用いられる無次元定数は以下のものである: $C_\nu = 0.05$, $C_\varepsilon = 0.835$, $C_d = 0.10$, $C_k = 0.08$, $C_1 = 0.05$. ここで, C_ν , C_ε , C_d は Okamoto–Shima[46] による平衡平板間流れにおいて最適化された値を, C_k は TSDIA 理論により導かれた値 (0.0784) に近い値を, C_1 は Kobayashi[28] に提案された値を採用している．

2.3 弱圧縮性流れの数値計算法

本研究では圧縮性の連続の式，Navier–Stokes 方程式を用いて計算を行うため，従来の非圧縮性流れの時間進行法とは異なる方法で時間発展させる必要がある．そこで本研究では，Yabe–Wang[20] によって提案された cubic interpolated pseudo particle-combined unified procedure (C-CUP) 法 の概念を通常 の非圧縮性流れの時間進行法に取り入れた方法で時間発展を行う．この方法は，C-CUP 方法のように移流項と非移流項に分離をせず，時間発展を行う．

部分段階法と同様に式 (2.13) を 2 段階に分ける．

$$\frac{(\bar{\rho}\tilde{\mathbf{u}})^F - (\bar{\rho}\tilde{\mathbf{u}})^n}{\Delta t} = \nabla \cdot [-(\bar{\rho}\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{u}}) + \boldsymbol{\tau}]^n, \quad (2.20)$$

$$\frac{(\bar{\rho}\tilde{\mathbf{u}})^{n+1} - (\bar{\rho}\tilde{\mathbf{u}})^F}{\Delta t} = -\nabla \bar{p}^{n+1}. \quad (2.21)$$

ここで， n は時間ステップ数， F は部分段階ステップ， Δt は時間刻み， $\boldsymbol{\tau}$ は粘性項を意味する．式 (2.21) の両辺に ∇ を内積し，連続の式

$$(\bar{\rho}^{n+1} - \bar{\rho}^n)/\Delta t + \nabla \cdot (\bar{\rho}\tilde{\mathbf{u}})^{n+1} = 0 \quad (2.22)$$

を代入すると \bar{p}^{n+1} に対する楕円型方程式になる．

$$\frac{1}{\Delta t} \left[-\frac{\bar{\rho}^{n+1} - \bar{\rho}^n}{\Delta t} - \nabla \cdot (\bar{\rho}\tilde{\mathbf{u}})^F \right] = -\nabla^2 \bar{p}^{n+1}. \quad (2.23)$$

式 (2.23) には，圧力の他に未知量 ρ^{n+1} が含まれているため， ρ^{n+1} を既知量や圧力を用いて表し，方程式を閉じなければならない．

気体の状態方程式 (2.3) において，微小変化をとると

$$\Delta\bar{\rho} = \frac{1}{RT}\Delta\bar{p} - \frac{\bar{\rho}}{T}\Delta T \quad (2.24)$$

のようになる．流体摩擦の他に熱源がなく，さらに流れ場の温度変化が微小であると仮定すると，式 (2.24) は代表温度 T_0 を使って

$$\Delta\bar{\rho} = \frac{1}{RT_0}\Delta\bar{p} \quad (2.25)$$

とにおいても差し支えないと判断する．ただし，必ずしも等温場に限定するのではなく，圧力変化と密度変化の比が一定であると考える．式 (2.25) の関係を用いて，

$$\frac{\bar{\rho}^{n+1} - \bar{\rho}^n}{\Delta t} = \frac{1}{RT_0} \frac{(\bar{p}^{n+1} - \bar{p}^n)}{\Delta t} \quad (2.26)$$

を式 (2.23) の左辺に代入すると，以下のような圧縮性を考慮した圧力方程式が導出される．

$$\nabla^2 \bar{p}^{n+1} - \frac{\bar{p}^{n+1}}{(\Delta t)^2 RT_0} = \frac{\nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{u}})^F}{\Delta t} - \frac{\bar{p}^n}{(\Delta t)^2 RT_0}. \quad (2.27)$$

式 (2.27) において，圧縮性の効果は両辺の第2項により表現される．圧力方程式の解法にはSOR法を用いる．圧力方程式の収束判定基準は，式 (2.27) の右辺のノルムに対する相対誤差を $O(10^{-10})$ にし，より小さくした場合に対して流れ場の結果には大きな差はないことを確認している．数値計算の手順は，まず，圧力方程式から圧力 \bar{p}^{n+1} を算出し，式 (2.21) により $(\bar{\rho} \tilde{\mathbf{u}})^{n+1}$ を得る．次に，連続の式 (2.1) から \bar{p}^{n+1} を求める．以上より，次ステップの $\bar{\rho}, \tilde{\mathbf{u}}, \bar{p}$ を得ることができる．

ここで紹介した弱圧縮性流れの数値計算法は，上述したように微小な密度変化を仮定しているため，高いマッハ数の流れを適切に扱うことは困難であるものの，前処理法で用い

られる人為的な圧縮性のパラメータを利用せずに，低マッハ数流れにおける密度変化が表現可能であり，計算コストの面においても優位性を有する．

第 3 章

平板チャンネル乱流の LES

本章では、本研究で用いる 1 方程式型 SGS モデルと弱圧縮性流れの数値計算法を組み合わせた計算手法の有効性および壁面乱流の非等方性の適切な再現に必要な格子幅を調べるために、平行平板間を一定の圧力勾配で駆動される十分に発達した乱流を計算対象とし、LES 解析を行ない、得られた結果を示す。

3.1 計算の概要

Figure 3.1 に計算領域および境界条件を示す。座標系は主流方向に x 、壁から垂直な方向に y 、スパン方向に z とする。Table 3.1 にチャンネル幅 (δ) と壁面での平均摩擦速度 (u_τ) で定義されるレイノルズ数 (Re_τ)、計算領域 ($L_x \times L_y \times L_z$)、格子点数 ($N_x \times N_y \times N_z$)、壁指標で表した格子幅 (Δx^+ , Δy^+ , Δz^+) を示す。壁指標で表した格子幅は

$$\Delta y^+ = \frac{u_\tau \Delta y}{\nu}, \quad u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.1)$$

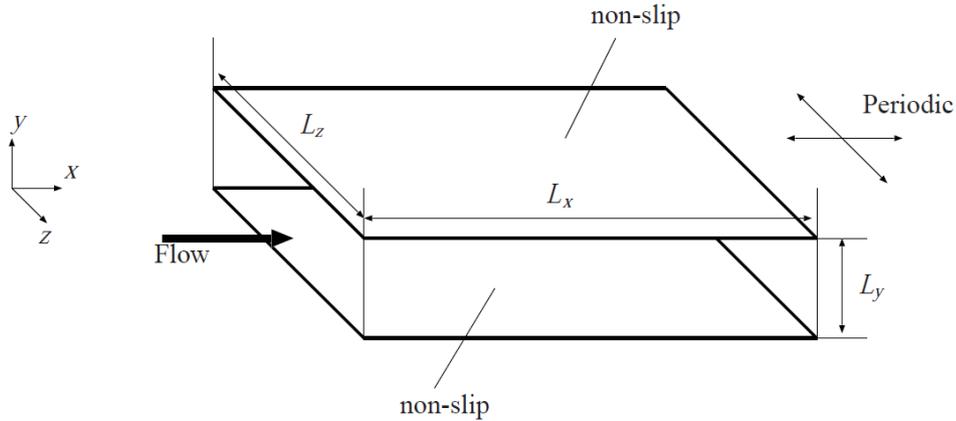


Figure 3.1 Computational domain and boundary conditions.

Table 3.1 Computational parameters.

Re_τ		$L_x \times L_y \times L_z$	$N_x \times N_y \times N_z$	Δx^+	Δy^+	Δz^+
180	Case1		$32 \times 64 \times 32$	73	0.5~11.0	25
	Case2	$12.8\delta \times 2\delta \times 4.3\delta$	$48 \times 64 \times 48$	49	0.5~11.0	17
	Case3		$64 \times 64 \times 64$	36	0.5~11.0	12
395	Case4		$32 \times 64 \times 32$	79	1.2~23.8	40
	Case5	$6.4\delta \times 2\delta \times 3.2\delta$	$48 \times 64 \times 48$	53	1.2~23.8	27
	Case6		$64 \times 64 \times 64$	39.5	1.2~23.8	19.4

により求められる．時刻刻みは $\Delta t = 2 \times 10^{-4}$ とする．主流およびスパン方向には周期境界条件，壁面上ではすべりなし境界条件を与える．空間離散化には2次精度の中心差分，粘性項および対流項は2次精度の Adams–Bashforth 法により時間発展させる．

非圧縮性流れのLESの場合には，Moserら[48]のDNSのデータベースを参照するため， $Re_\tau = 180, 395$ とする．本研究で提案したSGSモデルの有効性および格子解像度が流れ場に及ぼす影響について述べる．また，弱圧縮性流れの数値計算法の有効性を示すため， $Re_\tau = 180$ ，バルクマッハ数0.3に相当する壁面でのマッハ数 $M_\tau = 2 \times 10^{-2}$ における圧縮性流れのLESを実施する．等温壁面を仮定したFoyisiら[49]により得られたDNSデータと比較を行い，本計算手法により小さい密度変化が捉えられることや得られた乱流強度がDNSデータと良い一致を示すことを示す．

3.2 計算結果および考察

レイノルズ数 $Re_\tau = 180, 395$ における非圧縮性乱流のLESにより得られた計算結果を Moser ら [48] のDNS データベースと比較を行う。SGS モデルによる流れ場への影響を調べるために、Kobayashi のコヒーレント構造モデル (CSM) を用いて得られた結果を併せて示す。本節で表される“平均”は時間および空間平均を意味する。

Figure 3.2 に主流方向の平均速度分布を示す。最も格子解像度が低い Case1, 4 の場合には、本研究の SGS モデルと CSM により得られた平均速度分布は共に DNS データに比べて過大評価している。解像度が高い Case3, 6 の場合には、両モデルの分布は共に DNS データとよく一致している。

Figure 3.4 に GS 速度の変動強度分布を示す。解像度が低い Case1, 4 の場合には、DNS データに比べて主流方向の root-mean-square (RMS) u_{rms} は過大評価しているが、壁垂直およびスパン方向 v_{rms}, w_{rms} は過小評価している。LES において、壁近傍のエネルギー再配を担う渦に対して、GS 成分として直接的に扱うことができず、SGS 成分は等方渦粘性を用いているため表現できない。したがって、生成された主流方向速度の変動エネルギーのスパン方向や壁垂直方向への再配分が十分に表現されていないことが過小評価の原因である。最も解像度が高い Case3, 6 の場合は、LES の結果は大きく改善され DNS データによく一致している。Figure 3.2 と Fig. 3.4 において、Case2 の u_{rms} の分布は Case3 に比べて若干過大評価しているが、 v_{rms}, w_{rms} の分布はほとんど一致している。こうした傾向は Case5 と Case6 においても確認できる。これらの結果により、壁面乱流の非等方性を適切に再現するためには、壁指標で表した主流方向とスパン方向の格子幅 $\Delta x^+, \Delta z^+$ はそれぞれ 50, 30 以下になる必要があると考えられる。後に記述する翼周りの乱流のLESにおいてはこの結果を参考にして格子幅を決める。

GS および SGS 運動エネルギーの壁面近傍の挙動を Fig. 3.5 に示す。GS 運動エネルギー

k_{gs} の分布形は壁近傍で y^2 に比例しなければならない．SGS 運動エネルギー k_{sgs} に関しては、フィルター幅の変化に依存するため、非等間隔格子では k_{gs} のような挙動は要求されないが、 k_{gs} に追従して減衰することが望ましい．このことから、Fig. 3.5 に示される k_{gs} と k_{sgs} の分布は妥当であると考えられる．また、本研究の格子解像度においては、 k_{sgs} の大きさは k_{gs} に比べ十分小さいことが分かる．

SGS 運動エネルギー k_{sgs} の生成と散逸の局所非平衡を考慮した効果を示すため、 k_{sgs} 輸送方程式の各項の分布について調べる．面平均および時間平均された k_{sgs} の収支を Fig. 3.6 に示す．SGS 生成と SGS 散逸の差の RMS を Fig. 3.7 に示す．Figure 3.6 の k_{sgs} の収支では、大半の領域で生成と散逸が支配的であり、壁のごく近傍では粘性拡散項と散逸項が釣り合っている．SGS 運動エネルギー k_{sgs} の収支は局所平衡が成立しているようにみえるが、Fig. 3.7 の生成と散逸の差の RMS は壁付近で局所・瞬間的に大きく、釣り合っていない．こうした傾向は、壁近傍でエネルギーの生成と散逸が釣り合わない DNS の結果 [50][51] とよく一致している．このように k_{sgs} の生成と散逸は局所的に平衡ではないため、局所非平衡を考慮する必要があると考えられる．一方、局所非平衡を考慮した本研究の 1 方程式型 SGS モデルにより得られた平均速度や速度の変動強度分布は CSM の結果に比べ、大きな改善はみられない．しかし、円柱や翼周りの流れのように、境界層が発達していく場合には k_{sgs} の局所非平衡性はより明白に現れると考えられる．

本研究で用いる弱圧縮性流れの数値計算法の有効性を示すために、Foyisi ら [49] により得られた圧縮性 DNS データとの比較を行う．計算条件は Foyisi らの DNS データを参照するため、レイノルズ数とマッハ数は $Re_\tau = 180$ 、 $M = 0.3$ とする．また、マッハ数の増大による圧縮性の効果について調べるため、 $M = 0.1$ の場合に得られた結果を併せて示す．マッハ数の違いによる密度変化について調べる．密度変化の変動強度のピーク値は $M = 0.1$ 、 0.3 において平均密度の約 0.01% と 0.12% である．密度変化は式 (2.27) により M^2 に比例するため、マッハ数の違いによる密度変化は妥当に表現されてる．

Figure 3.8 に主流方向の平均速度およびGS速度の変動強度分布を示す。マッハ数 $M = 0.1$, 0.3 の速度分布はほとんど一致していることから、マッハ数が 0.3 以下の平板チャンネル乱流においては圧縮性の効果は非常に小さい。マッハ数 $M = 0.3$ の場合には、スパン方向 w_{rms} の分布はDNSデータに比べて若干過小評価しているが、主流方向の平均速度および主流方向 u_{rms} の分布はDNSデータとよく一致している。以上の結果より、1方程式型SGSモデルと弱圧縮性流れの数値計算法を組み合わせた本計算手法の使用により、微小な密度変化を扱うことができることや圧縮性のDNSデータに対して速度分布を精度よく再現できることが示された。

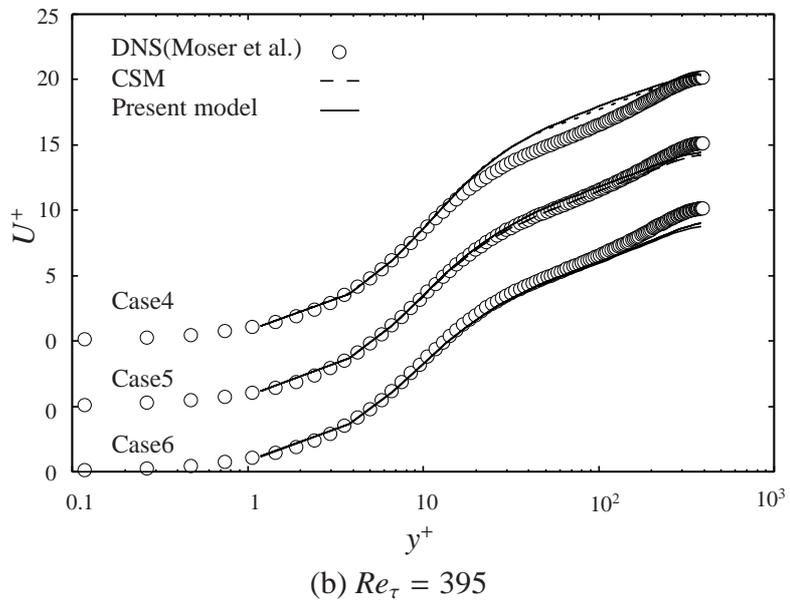
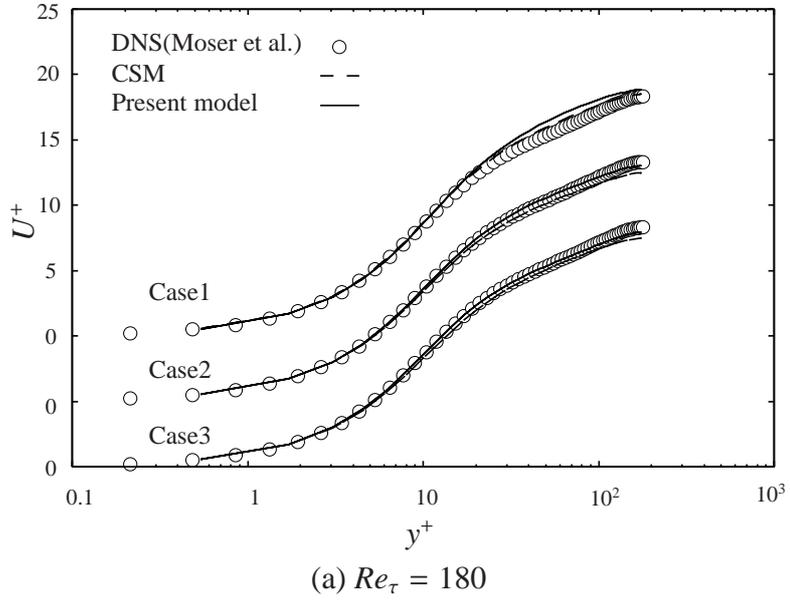
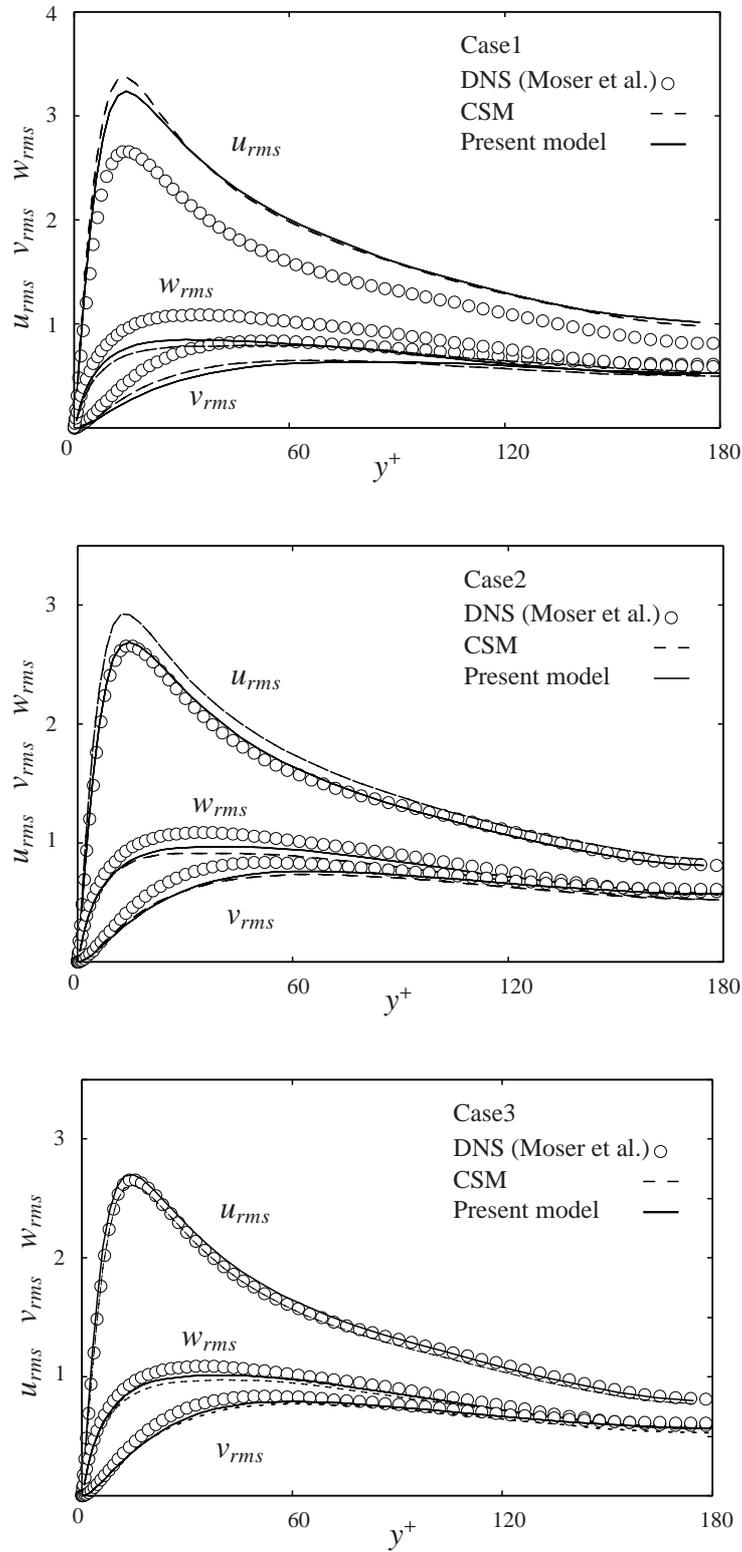


Figure 3.2 Profiles of mean streamwise velocity of each Reynolds number.

Figure 3.3 Intensity of velocity fluctuations at $Re_\tau = 180$.

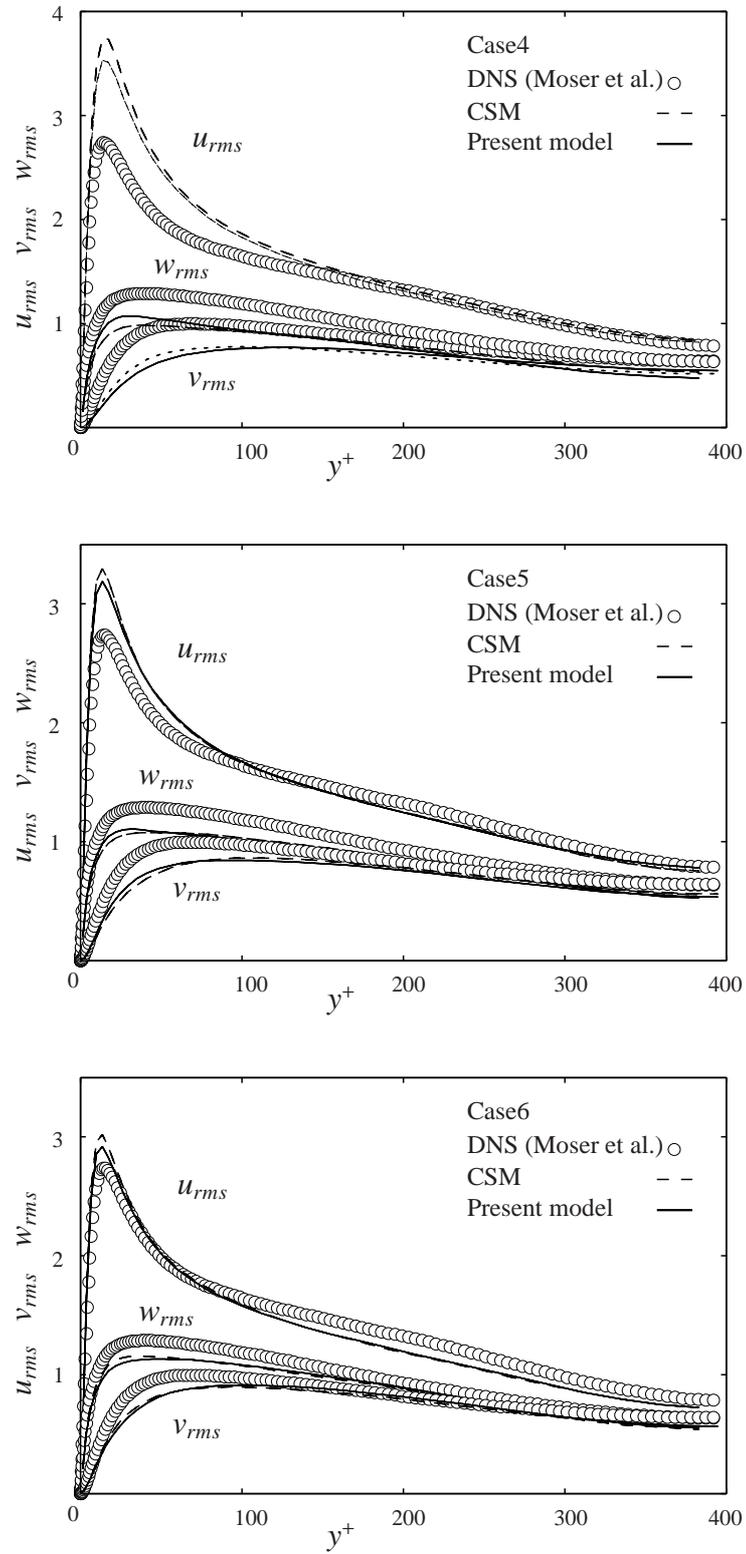


Figure 3.4 Intensity of velocity fluctuations at $Re_\tau = 395$.

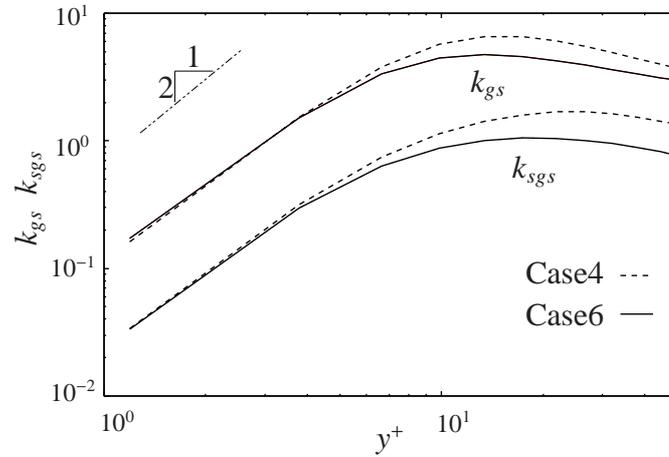


Figure 3.5 GS and SGS turbulent kinetic energy near wall at $Re_\tau = 395$.

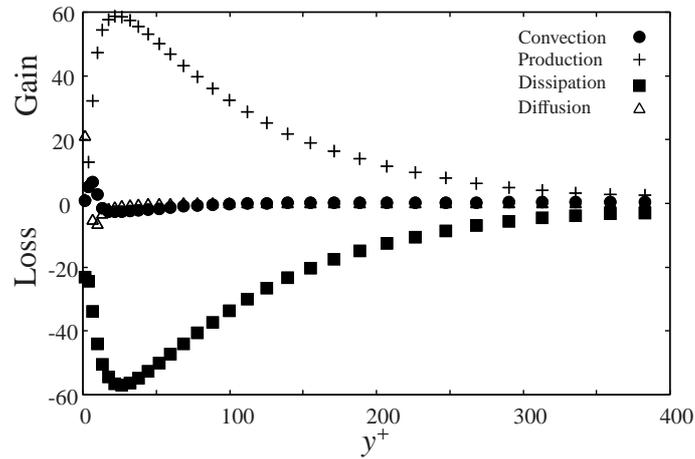


Figure 3.6 Budget of SGS kinetic energy in Case6.

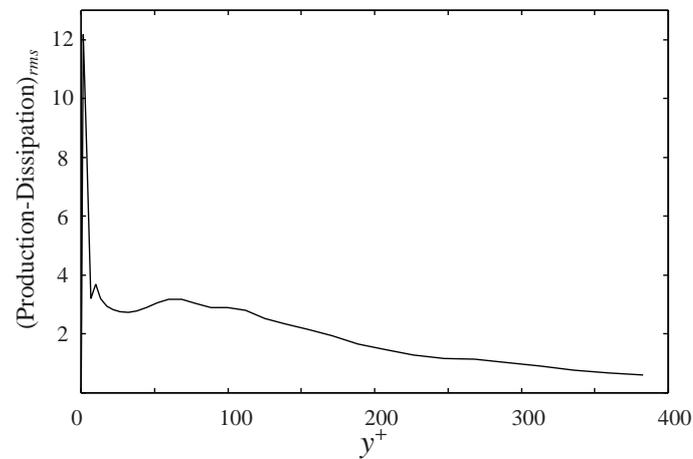
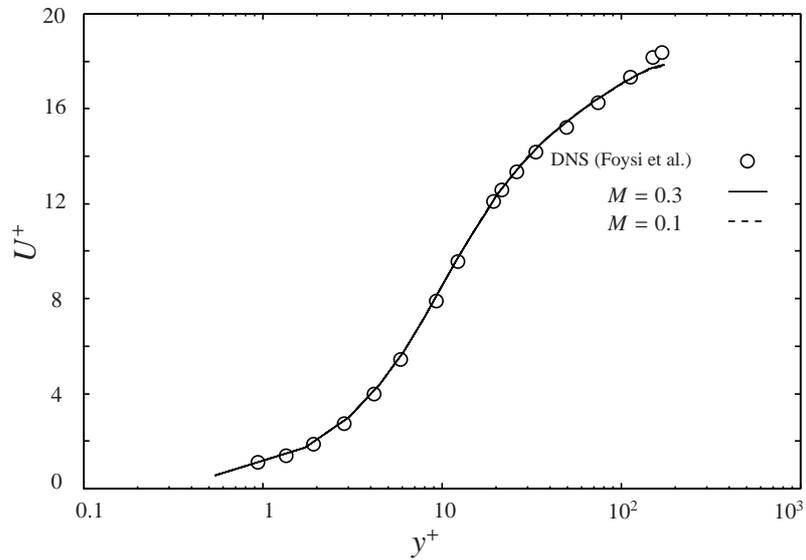
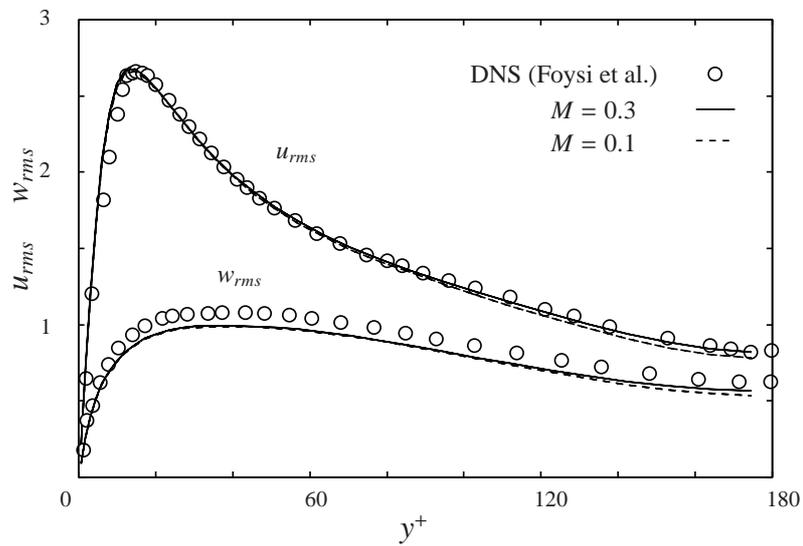


Figure 3.7 RMS of the difference of the production and dissipation in Case6.



(a) Profiles of mean streamwise velocity



(b) Intensity of velocity fluctuations

Figure 3.8 Velocity profiles at $Re_\tau = 180$ with $M = 0.3$ and 0.1 .

3.3 まとめ

本章では、本研究で提案した1方程式型SGSモデルと弱圧縮性流れの数値計算法を組み合わせた計算手法の有効性と壁面乱流の非等方性の適切な再現に必要な格子解像度を調べるため、平板チャンネル乱流におけるLES解析を行なった。

その結果、非圧縮性流れおよび圧縮性流れに関わらず、本研究のLES解析の結果得られた平均速度分布はDNSデータベースとよく一致することが示された。壁面乱流の非等方性を適切に再現するためには、主流方向とスパン方向の壁指標で表した格子幅 Δx^+ 、 Δz^+ をそれぞれ50、30以下とする必要があることが表された。時間および空間的に平均されたSGS運動エネルギー輸送方程式の各項の収支においては、SGS運動エネルギーの生成と散逸が釣り合っているようにみえるが、壁近傍では瞬間および局所的な生成と散逸の差は大きいことが確認された。これはDNSにより得られた結果と一致しており、そのため、本研究のSGSモデルのようなSGS運動エネルギーの生成と散逸の局所非平衡を考慮したモデルを用いることが流れ場の再現に有効であると言える。

第 4 章

翼周りの乱流の LES

本章では、代表的な流線形物体である NACA0012 翼型の 2 次元翼周りの 3 次元流れを計算対象とし、翼周りの乱流場の LES 解析を実施する。翼面近傍での境界層を精度よく捉えるため境界適合格子を用いる。そのため、一般曲線座標系において計算を行う。本計算手法の妥当性を示すため、Miyazawa ら [52] の実験データおよび Kato ら [53] により得られた数値計算結果と本研究の計算結果を比較する。迎角による流れ場の様子および抗力や揚力などの翼性能が正しく再現されることを示す。また、非圧縮性流れと圧縮性流れにより得られた結果の比較を行ない、微小な密度変化の考慮が流れ場の再現において重要であることを示す。

4.1 一般曲線座標系における基礎方程式および1方程式型SGSモデル

第2章で直交座標系で記述された連続の式 (2.1) と運動方程式 (2.13) を一般曲線座標系に書き換えると以下ようになる。

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^k} (J \bar{\rho} \bar{U}^k) = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^k} (J \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{U}^k) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^k} \left[J \frac{\partial \xi^k}{\partial x_i} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} \bar{\rho} k_{sgs} \right) \right] = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^k} \left(J \frac{\partial \xi^k}{\partial x_i} \sigma_{ij} \right). \quad (4.2)$$

ここで,

$$\sigma_{ij} = 2\bar{\rho}(\nu + \nu_{sgs}) \left(\bar{S}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \bar{S}_{kk} \right) \quad (4.3)$$

である。変形速度テンソル \bar{S}_{ij} は

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \xi^l}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{u}_l}{\partial \xi^j} + \frac{\partial \xi^l}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{u}_l}{\partial \xi^i} \right) \quad (4.4)$$

であり, 変形のヤコビアン J は

$$J = \left| \frac{\partial x_i}{\partial \xi^j} \right|, \quad \frac{1}{J} = \left| \frac{\partial \xi^i}{\partial x_j} \right|. \quad (4.5)$$

反変速度成分 \bar{U}^k は,

$$\bar{U}^k = \frac{\partial \xi^k}{\partial x_i} \tilde{u}_i \quad (4.6)$$

である。

第2章で直交座標系で記述されたSGS運動エネルギー k_{sgs} の輸送方程式 (2.16) を一般曲線座標系に書き換えると以下ようになる。

$$\frac{\partial k_{sgs}}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^k} (J k_{sgs} \bar{U}^k) = -\tau_{ij}^a \bar{S}_{ij} - C_\varepsilon \frac{k_{sgs}^{3/2}}{\bar{\Delta}} - \varepsilon_\omega + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi^k} \left[\left(C_d \Delta_\nu \sqrt{k_{sgs}} + \nu \right) \gamma^{kl} \frac{\partial k_{sgs}}{\partial \xi^l} \right]. \quad (4.7)$$

ただし, γ^{kl} は次のような対称テンソル

$$\gamma^{kl} = J \frac{\partial \xi^k}{\partial x_m} \frac{\partial \xi^l}{\partial x_m} \quad (4.8)$$

である。付加項 ε_ω は次のようになる。

$$\varepsilon_\omega = 2\nu \left(\frac{\partial \xi^k}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_{sgs}}}{\partial \xi^k} \right) \left(\frac{\partial \xi^l}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_{sgs}}}{\partial \xi^l} \right). \quad (4.9)$$

フィルターの代表長さ $\bar{\Delta}$ は, 座標変換のヤコビアンを用いて,

$$\bar{\Delta} = \sqrt[3]{J} \quad (4.10)$$

とする。

SGS 渦動粘性係数 ν_{sgs} , 特性長さ Δ_ν および k_{sgs} の輸送方程式における生成項 $-\tau_{ij}^a \bar{S}_{ij}$ は, 式 (2.14), 式 (2.15) および式 (2.18) と同様である。

4.2 計算の概要

計算対象は、代表的な流線形物体である NACA0012 翼型の 2 次元翼周りの 3 次元流れである。NACA0012 翼型は以下の式により定義される。

$$\pm y/C = 0.6 \times \left[0.2969 \sqrt{x/C} - 0.1260(x/C) - 0.3516(x/C)^2 + 0.2843(x/C)^3 - 0.1015(x/C)^4 \right]. \quad (4.11)$$

計算条件は、Miyazawa ら [52] の実験に対応させるため、レイノルズ数は翼弦張 C と主流方向速度 U_0 を基準とした $Re_C = 2 \times 10^5$ 、迎角 $\alpha = 9^\circ$ の流れ場を対象として解析を行う。また、 α による流れ場の様子を調べるために、レイノルズ数は変更せず、 $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$ と設定し、計算を行う。

Figure 4.1 に計算領域および境界条件の概略を示す。座標系は翼前縁を原点とし、翼弦に沿った下流方向を X 、それと垂直で負圧面から離れる方向を Y とする。迎角によらず、主流の流れの方向を x 、スパン方向を z 、 x と z に垂直な方向を y とする。計算格子には x - y 断面で C 型境界適合格子を用い、計算領域の大きさは翼弦張 C に対して、C 型格子の半円の直径を $11C$ 、後流の長さを $11C$ 、スパン方向の長さを $0.5C$ とする。格子数は、翼周りの方向に 1600 点 (そのうち、翼面に沿っては 800 点)、翼表面から離れる方向に 160 点、スパン方向に 60 点を配置している。壁指標で表した格子幅は以下の式により求められる。

$$\Delta Y^+ = \frac{u_\tau \Delta Y}{\nu}, \quad u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}. \quad (4.12)$$

ここで、 u_τ は壁面での平均摩擦速度である。翼中央付近における壁指標で表した格子幅は、概ね翼弦に沿った方向を 40、壁に垂直な方向を 1.2、スパン方向を 40 とする。時間刻みは $\Delta t = 5 \times 10^{-5}$ とする。

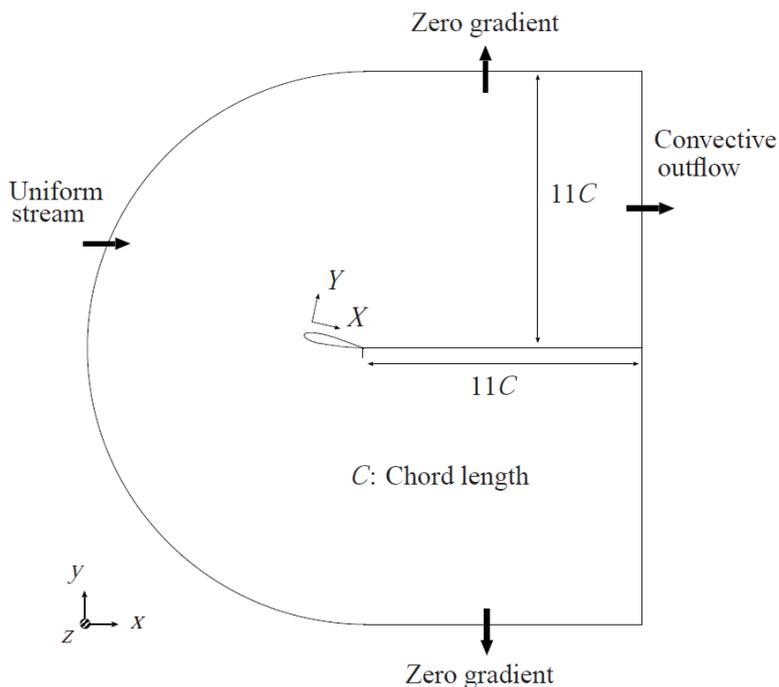


Figure 4.1 Computational domain and boundary conditions.

速度に関する境界条件は、流入部には乱れのない一様流を与える。SGS運動エネルギー k_{sgs} もゼロであるため、乱れは翼周りの境界層で発達するようになる。流れ場の k_{sgs} の初期条件がゼロであるため、初期計算では次のような操作が要求される。時間進行の1ステップは k_{sgs} 輸送方程式の生成項の渦動粘性係数を Kobayashi モデル [28]、したがって $\nu_C = C_1 |F_{cs}|^{3/2} \bar{\Delta}^2 |\tilde{S}|$ を用いて計算し、時間進行の2ステップからは、式 (2.19) を用いて計算を行う。流出部には対流流出条件を用い、主流に平行な上下の平面の遠方境界には勾配ゼロを与える。また、スパン方向には周期境界条件を、翼表面にはすべりなし条件を適用する。圧力に対する境界条件は、外側境界における圧力波の反射を防ぐために、宮内ら [54] により提案され、沖田と梶島 [55] が改善させた無反射境界条件を用いる。境界上で以下のような式を時間発展させることにより、境界における圧力を陽に与える。

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + U \left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right]^I + \left(U + \frac{1}{M} \right) \left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right]^C = 0. \quad (4.13)$$

ここで、 U は輸送速度であり、上付き添字 I は流れの非圧縮成分、上付き添字 C は圧縮性成分を表す。圧力勾配項の非圧縮性成分 I は

$$\left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right]^I = -(\tilde{u}_j - U_j) \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_j)}{\partial x_j}. \quad (4.14)$$

圧縮性成分 C は、近似的に以下のように与える。

$$\left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right]^C = \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right]^I. \quad (4.15)$$

圧力の境界条件を与える手順は、式 (4.14)、(4.15) によって境界上での圧力勾配の非圧縮性成分 I と圧縮性成分 C を 2 次精度中心差分により与える。得られた圧力勾配の各成分を式 (4.13) に代入し、2 次精度 Adams–Bashforth 法を用いて次の時間ステップにおける境界上の圧力を決定する。

拡散項は 2 次精度の中心差分により離散化される。運動方程式の対流項には QUICK 法を、 k_{sgs} 輸送方程式の対流項にはドナーセル (donor cell) 法を用いる。高レイノルズ数流れの場合に一般曲線座標系を用いることにより発生する数値的な不安定を防ぐために QUICK 法を採用している。QUICK 法が流れ場に及ぼす影響については検討を行ない、本流れ場においてはその影響は小さいことを確認した。時間発展に関しては、運動方程式の粘性項対流項に、 k_{sgs} 輸送方程式の生成項、散逸項、拡散項に 2 次精度の Adams–Bashforth 法を適用する。

4.3 結果および考察

本節では, $Re_C = 2 \times 10^5$, $\alpha = 9^\circ$ の条件における翼周りの流れ場のLESを実施して得られた結果について記述する. 本節で表す“平均”は時間および空間(スパン方向)平均を意味する.

4.3.1 圧縮性の効果

Figure 4.2 に瞬時の x - y 断面における翼周りの $\nabla \cdot \mathbf{u}$ の分布を示す. 前縁近傍の負圧面側に大きな $\nabla \cdot \mathbf{u}$ の分布が確認される. その領域の密度変化は, 上下の平行な面の遠方境界に対しておよそ 1.2% である. これは, 前章で実施した平板チャンネル乱流の場合とは異なり, 流れ場に物体が存在する場合には低マッハ数の条件でも物体近傍において圧縮性の効果は無視できないことを意味する.



Figure 4.2 Instantaneous and cross-sectional view of $\nabla \cdot \mathbf{u}$ around the airfoil.

4.3.2 翼面の圧力分布

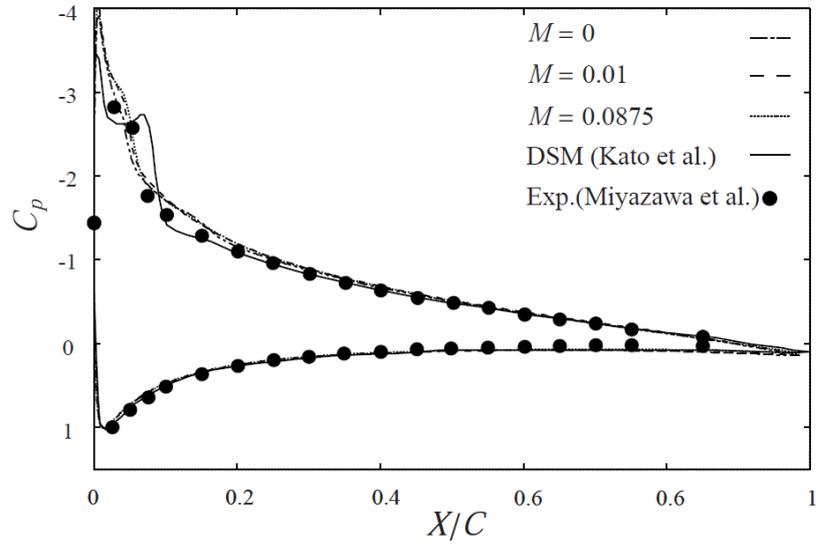
Figure 4.3 (a) に本研究の LES 解析により得られた翼面上での平均圧力係数 C_p の分布を、Fig. 4.3 (b) に翼負圧面側の圧力変動値 $C_{p\ rms}$ (C_p の root-mean-square) の分布を示す．本研究で得られた結果の妥当性を示すため、Miyazawa ら [52] により得られた実験データと比較を行う．また、SGS モデルが流れ場に及ぼす影響を調べるため、Kato ら [53] により実施された非圧縮性流れの LES により得られた結果を併せて示す．Kato らの研究は SGS モデルとして dynamic Smagorinsky model (DSM) を採用しており、格子解像度は本計算の解像度と同程度である．非圧縮性流れ場と圧縮性流れ場の LES により得られた結果の比較を行ない、圧縮性の考慮が流れ場に及ぼす影響について議論する．さらに、マッハ数 M による影響の議論のため、 $M = 0.01$ の条件における LES を実施し、その結果を併せて示す．

平均圧力係数 C_p 値は、翼から十分離れた位置における一様流の圧力を p_0 として次式により求められる．

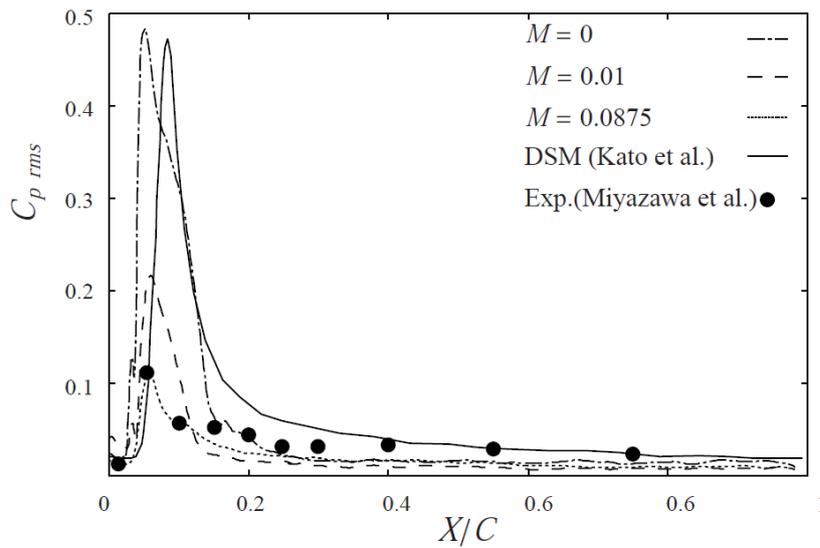
$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2}\rho U_0^2}. \quad (4.16)$$

Figure 4.3 (a) の C_p に関しては、本研究の解析結果と実験データはよく一致している．平均圧力係数 C_p の分布のマッハ数の変化による差はほとんど見られない．マッハ数 $M = 0$ により得られた本計算結果と Kato らの結果を比較すると、全体的にはよく一致しているものの前縁付近で違いがみられる．この差は SGS モデルの違い、したがって、DSM を用いる際に計算の安定化のため適用する平均操作 (Kato ら [53] の場合、要素内双 1 次関数) による局所的な解像度の低下が原因であると考えられる [25]．

Figure 4.3 (b) の翼負圧面側の圧力変動値 $C_{p\ rms}$ に関しては、 $C_{p\ rms}$ のピークの位置はマッハ数に関わらず実験データとよく一致しているものの、ピークの値はマッハ数の変化による大きな違いが見られる．まず、 $M = 0$ の場合、翼中央付近から後縁における $C_{p\ rms}$ 値は



(a) Averaged pressure coefficient on the airfoil surface



(b) Averaged fluctuation of the pressure coefficient on the suction side of the airfoil

Figure 4.3 Comparison of pressure profiles obtained from the incompressible and compressible flows.

実験データとよく一致しているが，前縁近傍では $C_{p,rms}$ のピーク値は実験データに比べ過大評価している．DSMを採用した Kato らの結果にも 1 方程式型 SGS モデルを用いた本研究の結果と同様な傾向がみられることから，前縁付近で確認される $C_{p,rms}$ 値の過大評価は

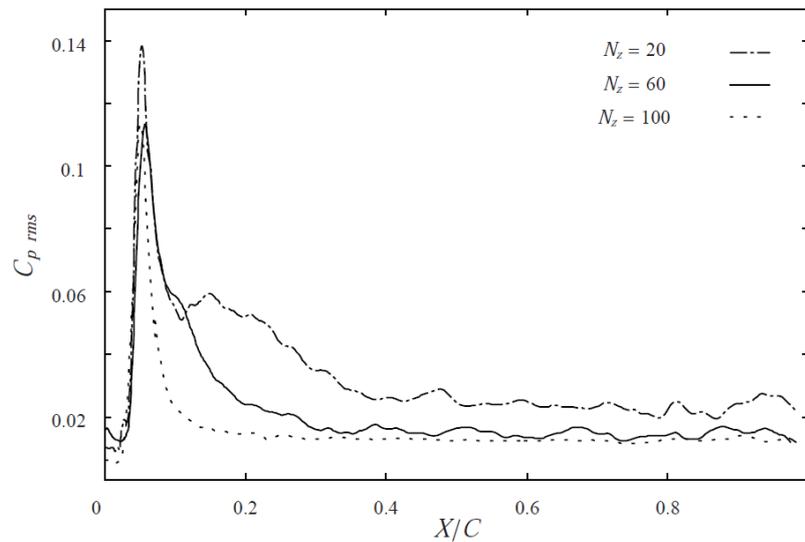


Figure 4.4 Comparison of fluctuation of the pressure coefficient on the suction side of the airfoil as against the different grid points in case of $M=0.0875$.

SGS モデルに関わらず生じるものである．前節の Fig. 4.2 で確認される前縁近傍での圧縮性の効果を考慮しないことが前縁付近でみられる $C_{p,rms}$ 値の過大評価の原因であると考えられる．実験と同様な条件である $M = 0.0875$ の場合には，前縁近傍のピーク値の大きさも含めて全体的に実験データとよく一致している．マッハ数による $C_{p,rms}$ のピーク値の大きさを比較すると，マッハ数が $M = 0.0875, 0.01, 0$ になることにつれて $C_{p,rms}$ のピーク値が大きくなる傾向がみられる．この結果から，マッハ数が低い流れ場においても実験に応じたマッハ数を考慮することが流れ場の再現に重要であると言える．一方，DSM を採用した Kato らの結果においてピーク値の位置が実験データと一致していないことから，翼負圧面側の圧力変動値 $C_{p,rms}$ の再現には本研究の 1 方程式型 SGS モデルの方が有効であると言える．

Figure 4.3 (b) の $C_{p,rms}$ ピーク値の大きさの格子解像度の依存性について調べる．スパン方向の解像度は乱流統計量に最も影響を与えるため，一定のスパン方向長さに対して，スパン方向の格子点数を $N_z = 20, 60, 100$ のように設定して計算を行なう．Figure 4.4 に格子点数による $C_{p,rms}$ を比較した結果を示す．スパン方向の格子解像度が低い $N_z = 20$ の場

合には、他の場合に比べ $C_{p\ rms}$ のピーク値が過大評価しているが、本研究で用いる $N_z = 60$ とより多い格子点数 $N_z = 100$ の場合には $C_{p\ rms}$ ピーク値の違いはほとんどみられない。したがって、壁面乱流の非等方性が適切に再現できる格子解像度が確保された場合には $C_{p\ rms}$ のピーク値の大きさは格子解像度に依存しないことが示された。

以上の翼面の圧力分布に関する結果から、翼の抗力や揚力などの空力性能を決定する翼面平均圧力係数 C_p の分布に関しては、圧縮性の有無に関わらず定量的な評価が可能であると言える。しかし、音の評価において重要である圧力変動値 $C_{p\ rms}$ に関しては、圧縮性の効果を考慮することにより定量的に十分な予測精度が得られるものの、非圧縮性流れ場では定性的な傾向のみ予測可能である。したがって、低いマッハ数の流れ場においても密度変化を考慮することが流れ場の再現、特に翼面の圧力変動の再現に重要であると言える。

4.3.3 前縁近傍における剥離領域および渦構造

Miyazawa ら [52] の実験によると、翼前縁近傍の $X/C < 0.1$ の領域で境界層の剥離および再付着の様子が確認される。このことは、前節で示した Fig. 4.3 (a) の平均圧力分布において $X/C = 0.02 \sim 0.06$ で分布の変化がみられること [56] および Fig. 4.3 (b) の圧力変動分布において $X/C = 0.05$ 付近で変動値が最も高くなっていることから確認でき、その領域は実験結果と定性的に一致している。剥離領域を定量的に評価するため、Fig. 4.5 に負圧面側の前縁付近での平均摩擦抵抗係数 C_f の分布を示す。平均摩擦抵抗係数 C_f は以下の式により求められる。

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho U_0^2 / 2}, \quad \tau_w = \mu \left(\frac{\partial u_b}{\partial n} \right)_{n=0}. \quad (4.17)$$

ここで、 u_b は翼面に平行な速度成分、 $n = 0$ は翼面上での値である。Figure 4.5 において、 C_f が正値から負値に変わる点を境界層の剥離点、負値から正値に変わる点を再付着点とみ

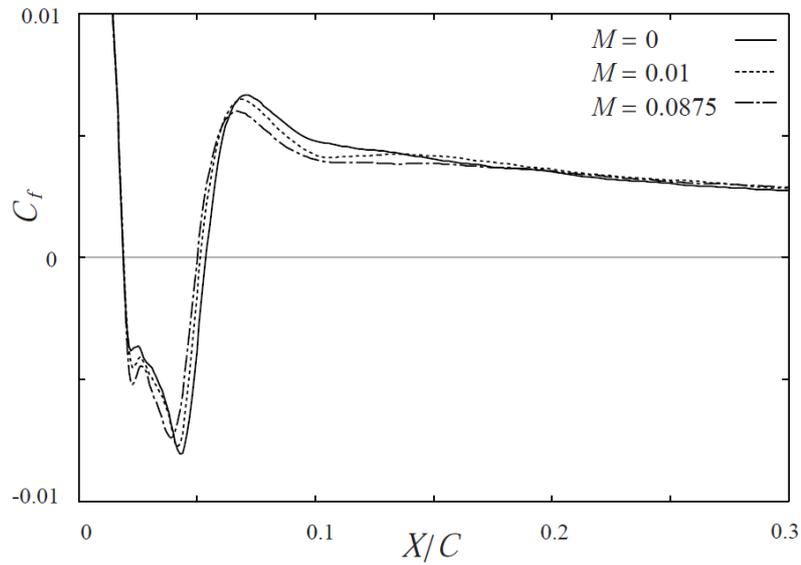


Figure 4.5 Averaged friction coefficients on the suction side of the airfoil in case of $M = 0, 0.01$ and 0.0875 .

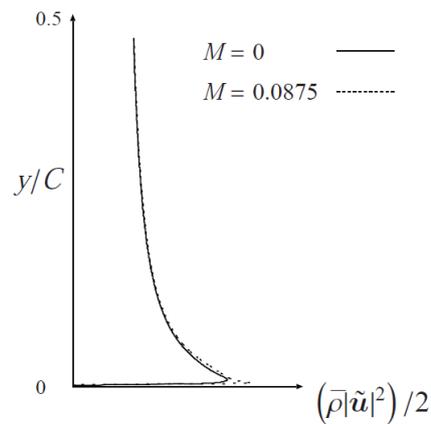


Figure 4.6 Profiles of the kinetic energy near the leading edge in cases of the $M = 0$ and 0.0875 .

なすと、マッハ数 $M = 0.0875$ の場合に得られた負圧面側の剥離領域は $X/C = 0.019 \sim 0.051$ である。Miyazawaら (2002) の実験により得られた再付着点位置は $X/C = 0.05$ 近傍であり、本研究により得られた再付着点の位置は実験データと良い一致を示している。Figure 4.5 において、剥離点の位置はマッハ数に関わらず $X/C = 0.019$ 近傍であり、再付着点の位置は $M = 0, 0.01, 0.0875$ の場合にそれぞれ $X/C = 0.054, 0.052, 0.051$ 付近であり、マッハ

数による再付着点の位置には大きな差はないが、マッハ数の増大とともに再付着点が上流側に移動している傾向がみられる。Figure 4.6 に $M = 0, 0.0875$ において各マッハ数の再付着点での GS 流れ場の運動エネルギー $(\bar{\rho}|\tilde{u}|^2)/2$ の分布を示す。運動エネルギー $(\bar{\rho}|\tilde{u}|^2)/2$ の値はマッハ数の増大につれて若干増加しており、これが再付着点を前方に移動させる要因であると考えられる。

翼前縁近傍における渦構造を、LES の解析により得られた瞬時の流れ場のデータを用いて求めた速度勾配テンソルの第2不変量の等値面 $Q = 300$ およびスパン方向渦度 ω_z のコンターより可視化する。Figure 4.7 に瞬時の速度勾配テンソルの第2不変量の等値面 Q を、Fig. 4.8 にスパン方向渦度 ω_z の分布を示す。Figure 4.7 の色は ω_z の大きさを意味する。Figure 4.7 (a) と Fig. 4.8 より、前縁近傍で次のような現象が生じていると考えられる。前縁近傍において、剥離せん断層が形成され、剥離せん断層に Kelvin-Helmholtz の不安定がスパン方向に発生することから、剥離せん断層が3次元的に崩壊しながら乱流境界層へ遷移する。こうした境界層の遷移過程は Yang-Voke[57] の研究で示された境界層の遷移過程とおよそ一致している。また、Fig. 4.9 に示した翼周りの k_{sgs} の分布より、境界層の再付着点よりも上流側では不要な k_{sgs} の分布はみられないことから、本研究の計算手法により乱流境界層への遷移過程が捉えられていることが分かる。

一方、マッハ数 $M = 0.0875$ 場合に比べ $M = 0$ の場合には、より強いスパン方向渦が再付着領域 $X/C = 0.05$ でみられる。Figure 4.3 (b) の圧力変動値 $C_{p\ rms}$ のピーク値の位置も $X/C = 0.05$ 付近であることから、翼前縁近傍の $C_{p\ rms}$ のピーク値はマッハ数により影響を受ける再付着領域での渦構造と関係があると考えられる。

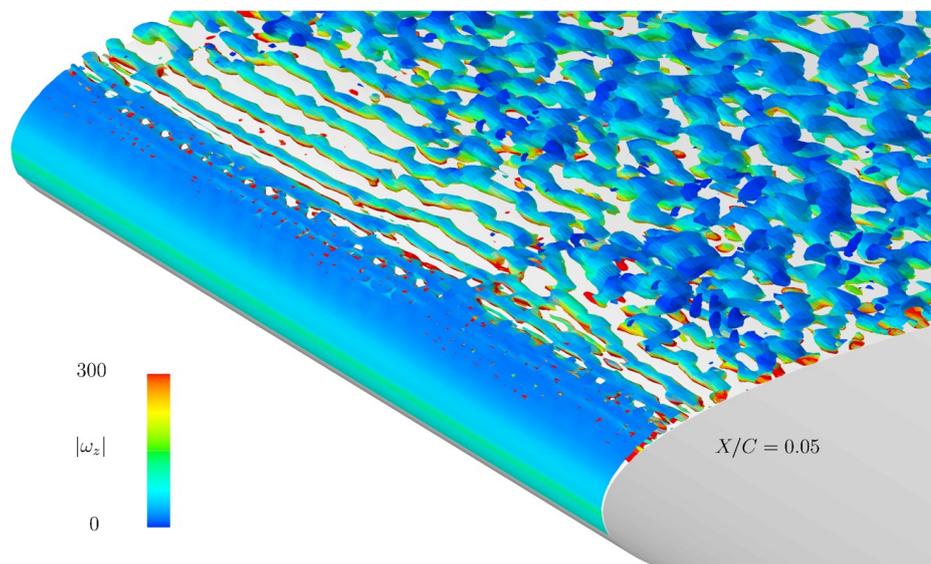
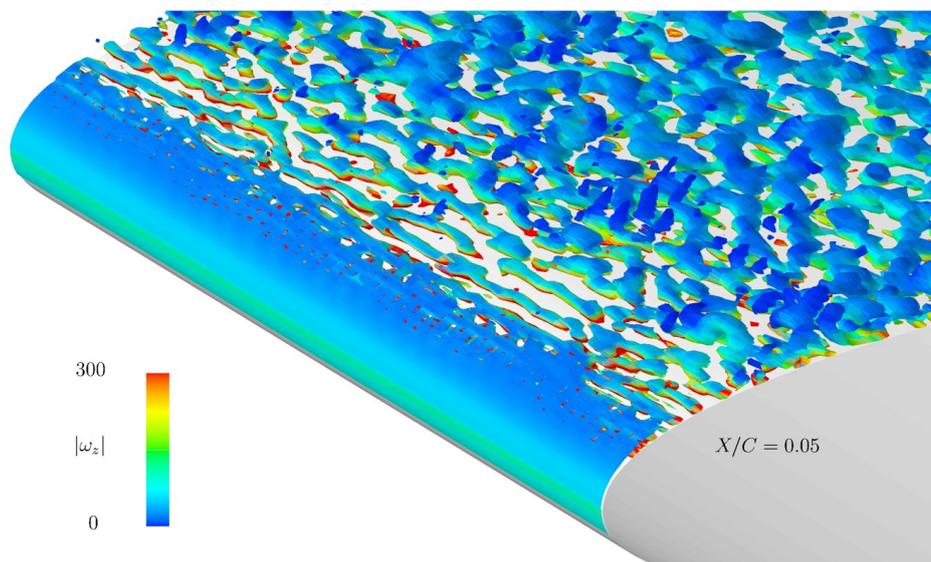
(a) $M = 0$ (b) $M = 0.0875$

Figure 4.7 Visualized instantaneous vortical structures near the leading edge: Iso-surface of $Q = 300$ colored by $|\omega_z|$.

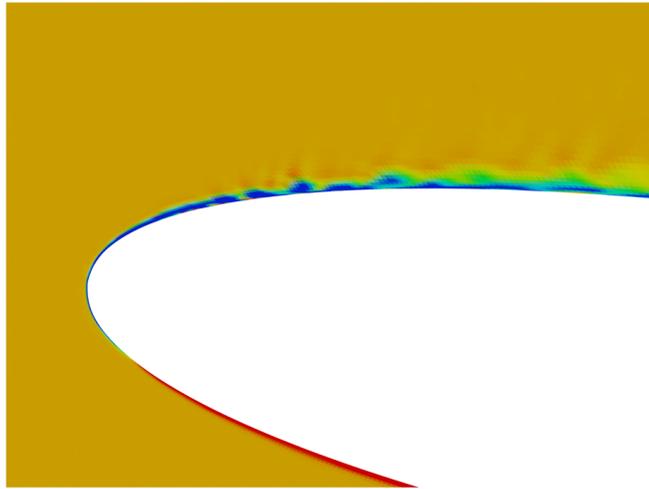


Figure 4.8 Instantaneous distribution of $|\omega_z|$ near the leading edge in case of $M = 0.0875$.

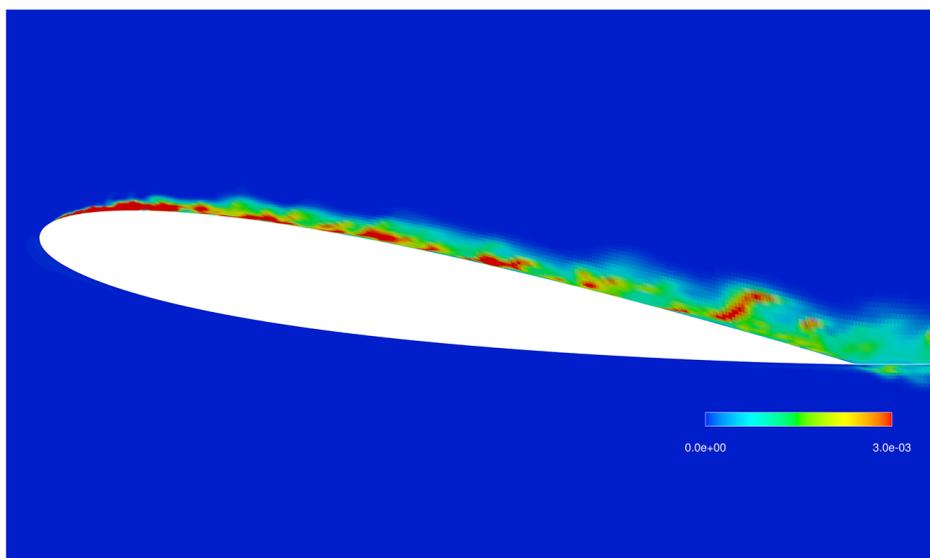


Figure 4.9 Instantaneous profile of the SGS turbulent kinetic energy k_{sgs} around the airfoil in case of $M = 0.0875$.

4.3.4 SGS 運動エネルギーの非平衡性

本節では、乱流境界層への遷移する流れ場において、SGS 運動エネルギー k_{sgs} の生成と散逸の局所非平衡性を考慮した SGS モデルの使用が必要であることを示す。前述した瞬時ににおける翼周りの k_{sgs} の分布を参考にして、境界層の遷移前後であると考えられる領域における GS 運動エネルギー k_{gs} および k_{sgs} の分布を Fig. 4.10 に示す。Figure 4.10 (a) の $X/C = 0.02$ では、 k_{gs} の大きさは明白であるが、 k_{sgs} は非常に小さい。Figure 4.10 (b) の $X/C = 0.10$ では、特に壁面近傍で k_{sgs} は k_{gs} とともに大きい値を有していることから、 $X/C = 0.02$ は遷移前、 $X/C = 0.10$ は遷移後の領域であることが確認された。こうした境界層の遷移前後の領域における k_{sgs} の生成と散逸の収支を調べる。Figure 4.11 (a) に境界層の遷移前の領域における k_{sgs} の生成と散逸の分布を、Fig. 4.11 (b) に遷移後の領域における k_{sgs} の生成と散逸の分布を示す。Figure 4.11 (b) のように、遷移後 $X/C = 0.10$ の発達した乱流境界層では k_{sgs} の生成と散逸の値は釣り合っているが、Fig. 4.11 (a) の遷移前の $X/C = 0.02$ では k_{sgs} の生成と散逸の値は釣り合っていないことが分かる。こうした傾向は、境界層の遷移過程を含む流れ場の DNS により得られた結果 [58][59] と一致している。したがって、遷移前の領域では k_{sgs} の生成と散逸の非平衡性は明白であり、層流から乱流への遷移過程における k_{sgs} の主流方向の発達は、本研究の k_{sgs} の輸送方程式の導入により適切に表現されていると言える。

以上の結果から、本研究のような乱流境界層への遷移過程を含む流れ場では、遷移前の領域で k_{sgs} の生成と散逸の非平衡性が明白であることが示された。したがって、従来の代表的な SGS モデルである Smagorinsky model や dynamic Smagorinsky model のような k_{sgs} の生成と散逸の局所平衡を仮定している代数型モデルでは、 k_{sgs} の非平衡性が表現できないため、 k_{sgs} の非平衡性が顕著に現れる流れ場の再現には本研究のような 1 方程式型 SGS モデルが有効であると言える。

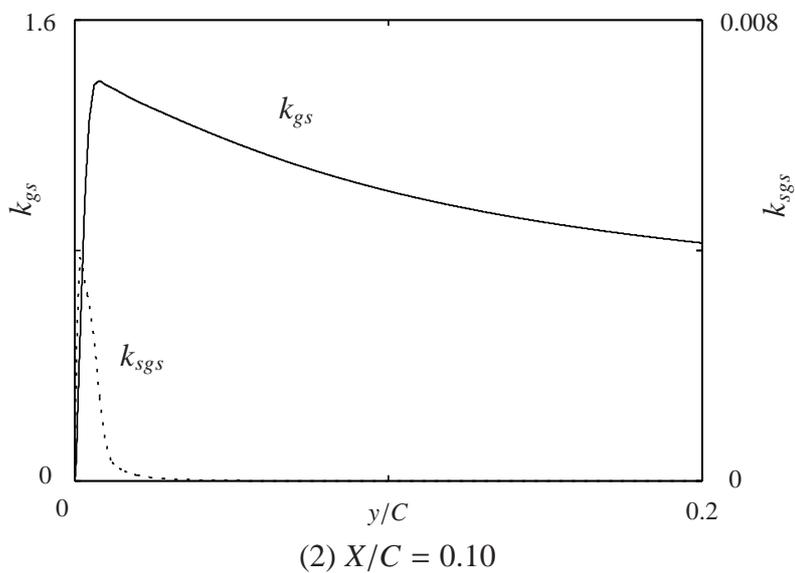
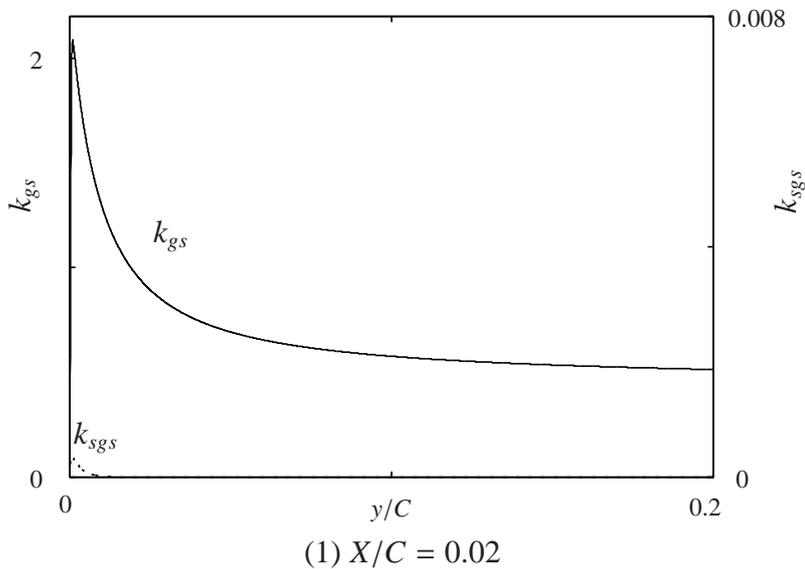


Figure 4.10 Profiles of k_{gs} and k_{sgs} near the leading edge.

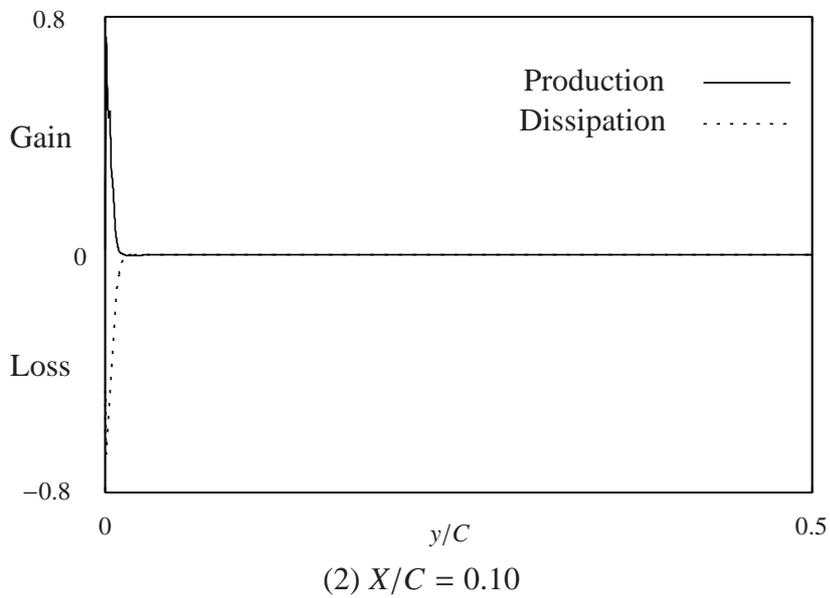
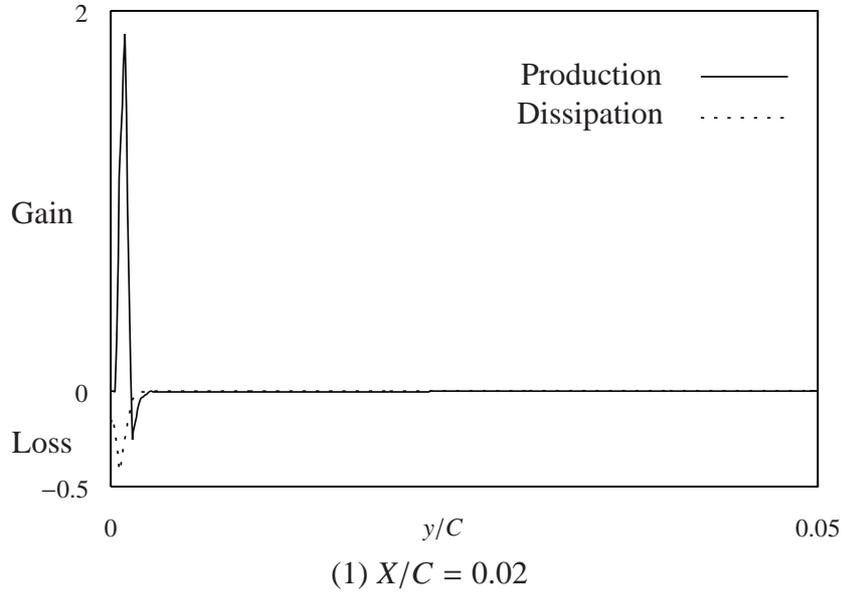


Figure 4.11 Profiles of the production and dissipation of the k_{sgs} transport equation near the leading edge.

4.3.5 流れ場に対する迎角の変化の影響

ここでは, $Re_C = 2 \times 10^5$, $M = 0.0875$, 迎角 $\alpha = 0^\circ, 5^\circ, 9^\circ$ の条件における LES 解析を実施し, 流れ場に対する α の変化の影響について述べる. 迎角 $\alpha = 0^\circ, 5^\circ, 9^\circ$ の条件で得られた抗力係数 C_D と揚力係数 C_L を Miyazawa ら [52] により得られた実験データと比較する. また, 剥離領域に対する α の変化の影響について述べる.

Figure 4.12 に α に対する C_D と C_L の値を示す. 比較のため, Miyazawa らにより得られた実験データを併せて示す. 抗力係数 C_D と揚力係数 C_L はそれぞれ以下の式により求められる.

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A}, \quad C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 A}. \quad (4.18)$$

ここで, F_D, F_L は翼に働く流体力の x 軸方向, y 軸方向の成分であり, A は翼の投影断面積である. Figure 4.12 において, 抵抗係数 C_D は実験データによく一致している. 揚力係数 C_L は実験データに比べ若干過大評価しているが, α の増加に従う C_L の特性はよく再現されている.

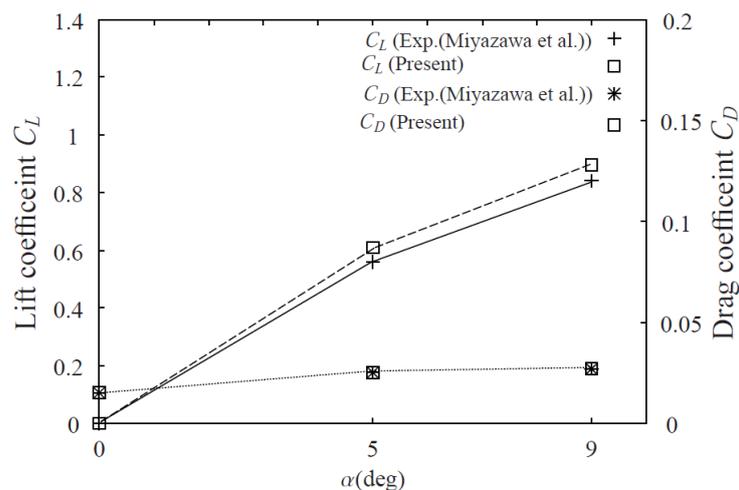


Figure 4.12 Lift and drag coefficient as against the angle of attack.

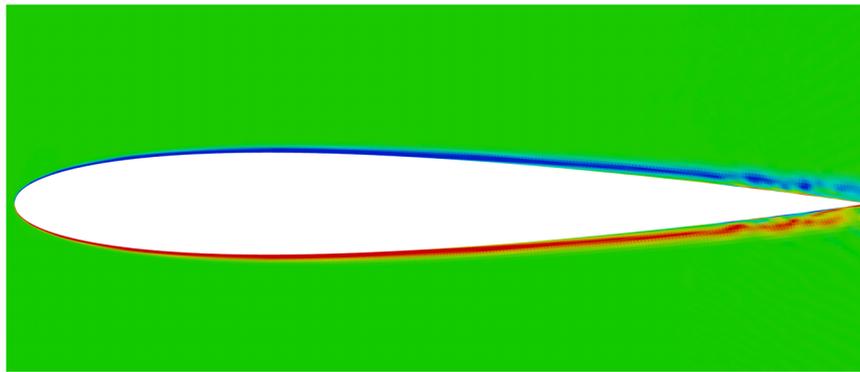
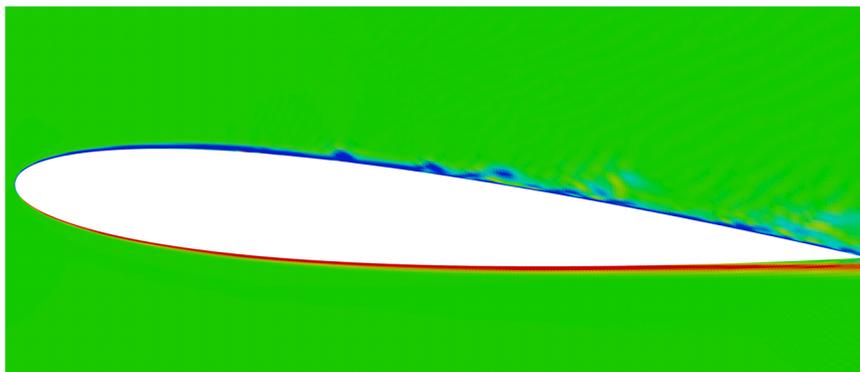
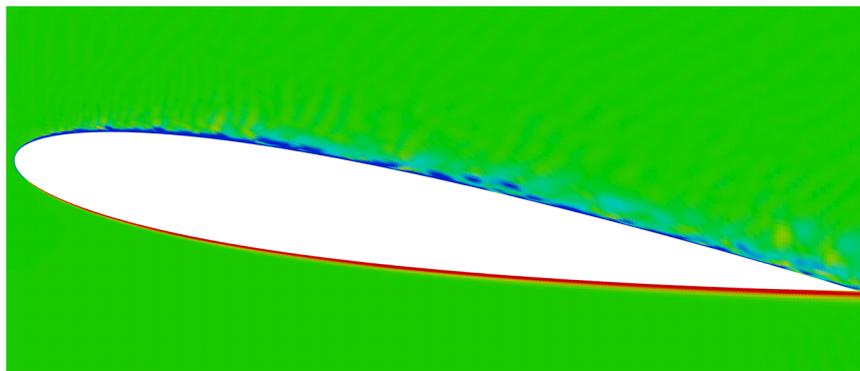
(a) $\alpha = 0^\circ$ (b) $\alpha = 5^\circ$ (c) $\alpha = 9^\circ$

Figure 4.13 Instantaneous distribution of ω_z around the airfoil at 3 steps of angles of attack : colored by $|\omega_z| \leq 100$

Figure 4.13 に $\alpha = 0^\circ, 5^\circ, 9^\circ$ における翼周りのスパン方向渦度 ω_z の分布を示す．迎角 $\alpha = 0^\circ$ の場合は後縁付近， $\alpha = 5^\circ$ は翼中央部， $\alpha = 9^\circ$ は前縁近傍に境界層の剥離領域がみられる．剥離領域をより詳しく調べるため，Fig. 4.14 に α に対する平均摩擦抵抗係数 C_f を示

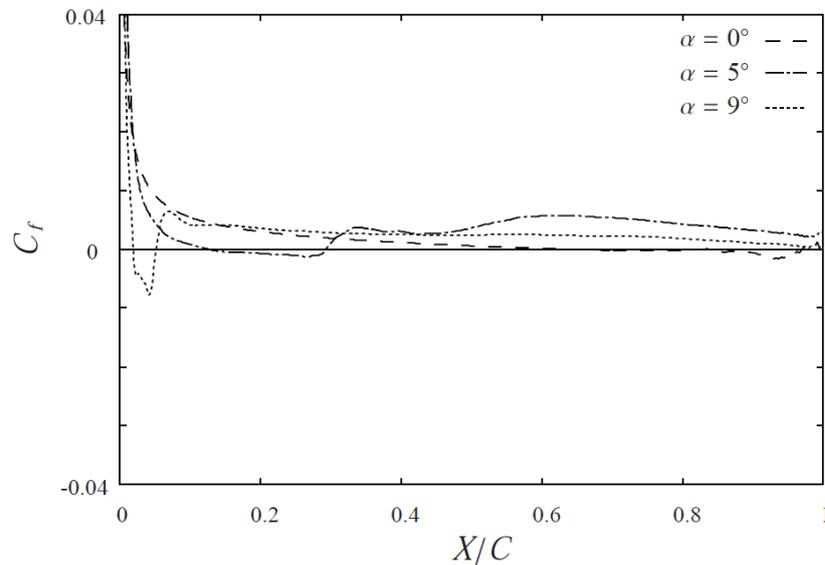


Figure 4.14 Averaged friction coefficients on the suction side of the airfoil as against the angle of attack.

す．迎角 $\alpha = 0^\circ, 5^\circ, 9^\circ$ に対する剥離領域はそれぞれ $X/C = 0.85 \sim 0.97$, $X/C = 0.13 \sim 0.30$, $X/C = 0.02 \sim 0.05$ である．迎角 α の増大による剥離点が上流側に移動する傾向 [60] が正しく再現されている．

4.4 まとめ

第2章で紹介した本研究の計算手法を一般座標系に拡張し，NACA0012 翼周りの乱流のLESを実施した．その結果，迎角の変化による翼性能および剥離領域が本研究手法により妥当に再現されることが示された．境界層の剥離前の領域において，SGS運動エネルギーの生成と散逸の非平衡性が明白であることが示された．こうした現象はSGSエネルギーの局所平衡を仮定している従来の代数型SGSモデルでは表現できないため，本研究の計算対象のような境界層の遷移過程を含む流れ場の再現においては，1方程式型SGSモデルが有効であると言える．一方，非圧縮性・圧縮性の流れ場に関わらず流れ場の定性的な再現は

可能であった。しかし、平板チャンネル流れ場とは異なり、翼前縁近傍で無視できない密度変化が確認され、こうした密度変化の考慮が流れ場の再現に重要であることが非圧縮性流れ場および圧縮性流れ場から得られた結果の比較より明らかになった。特に、非圧縮性流れ場に比べ、音の評価において重要である翼面圧力変動が圧縮性の考慮により精度よく再現されたことから、本計算手法は音響解析においても既存の非圧縮性スキームに比べて有効であると言える。

第 5 章

翼周りの流れに起因する音響解析

本章では、第 4 章で実施した $Re_C = 2 \times 10^5$, $M = 0.0875$, $\alpha = 9^\circ$ の条件における翼周りの乱流の LES 解析により得られた流れ場の非定常データを用いて、翼周りの流れに起因する音響解析を行ない、その結果を示す。圧縮性の効果が考慮された本研究の音源項により得られた音場の予測結果を、従来の音源モデルにより得られた結果および実験により測定されたデータと比較する。さらに、走行する高速列車のマッハ数に相当する $M = 0.15$ の条件における翼周りの乱流の LES を実施し、マッハ数の変化による音圧レベルの特性が本研究の音源項を用いることにより表現できることを示す。

5.1 音場の基礎方程式

流れ場の連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) \quad (5.1)$$

の時間変化 $\partial/\partial t$ は

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) \right] \quad (5.2)$$

となり，式 (5.2) の両辺に $-c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i \partial x_i}$ を加えると，

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i \partial x_i} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) \right] - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i \partial x_i} \quad (5.3)$$

のような右辺をソース項とする波動方程式となる．式 (5.3) の右辺のソース項において，密度の時間変化が微小であると仮定すると，次式のようになる．

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i \partial x_i} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho_0 \frac{\partial u_i}{\partial t} \right) - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i \partial x_i} \quad (5.4)$$

ここで， ρ_0 は密度の平均値である．式 (5.4) の右辺の第1項に，運動方程式を代入し， $p = c_0^2 \rho$ の関係を用いて書き換えると，式 (5.4) は

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = \rho_0 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (5.5)$$

のように $\rho_0 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$ を音源項とする波動方程式となる．式 (5.5) の右辺は，音場の予測に広く用いられている Powell の音源モデル [9] に圧縮性の効果が考慮されたものであるため，Powell の音源モデルのように渦音を表現しながらマッハ数の変化による音場の予測が可能であると考えられる．以降，式 (5.5) の $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla) u]$ を音源項として音場の予測を行う．

遠方場における音圧は，コンパクト Green 関数 [10] を用いて式 (5.5) を解くことにより求めることができる．物体が静止しており，物体の境界面 S での速度は0であるとし，観測点 x が音源領域 y から十分離れていると仮定すると，式 (5.5) は Green の公式を用いる

ことにより次のように展開される．

$$p_a(\boldsymbol{x}, t) = -\rho_0 \iiint [(\boldsymbol{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{u}] \cdot \nabla G(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, t - \tau) d^3 \boldsymbol{y} d\tau. \quad (5.6)$$

ここで， p_a は音圧を意味する．付録 A に示したコンパクト Green 関数 (式 A.13) を式 (5.6) に代入すると，

$$p_a(\boldsymbol{x}, t) = -\frac{\rho_0 x_i}{4\pi c_0 |\boldsymbol{x}|^2} \frac{\partial}{\partial t} \int [(\boldsymbol{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{u}] \left(\boldsymbol{y}, t - \frac{|\boldsymbol{x}|}{c_0} \right) \cdot \nabla Y_i(\boldsymbol{y}) d^3 \boldsymbol{y} \quad (5.7)$$

のような結果が得られる．

式 (5.7) により求められた音圧 (p_a) に対して，フーリエ変換を行ない p'_a を得る．得られた p'_a を用い，次式により音圧レベル (sound pressure level: SPL) を求める．

$$\text{SPL(dB)} = 10 \times \log \left(\frac{p_a'^2}{P_b^2} \right) = 20 \times \log \left(\frac{p'_a}{P_b} \right) \quad (5.8)$$

ここで， P_b は基準圧力を表し，その大きさは有次元で $P_b = 2 \times 10^{-5} \text{Pa}$ である．

5.2 結果および考察

5.2.1 翼周りの音源分布および遠方場での音圧の比較

本節では， $Re_c = 2 \times 10^5$ ， $M = 0.0875$ ， $\alpha = 9^\circ$ の条件における翼周りの流れ場に起因する音場の解析結果を示す．

空力音の音源分布は，付録 B に示している Lighthill 式 (B.5) の右辺，あるいは Powell の式 (B.17) の右辺を求めることで表すことができる．前節で述べたような本研究の音源項 $\rho_0 \nabla \cdot [(\boldsymbol{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{u}]$ と Powell の音源モデル $\rho_0 \nabla \cdot (\boldsymbol{w} \times \boldsymbol{u})$ との関係から，ここでは $\rho_0 \nabla \cdot [(\boldsymbol{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{u}]$

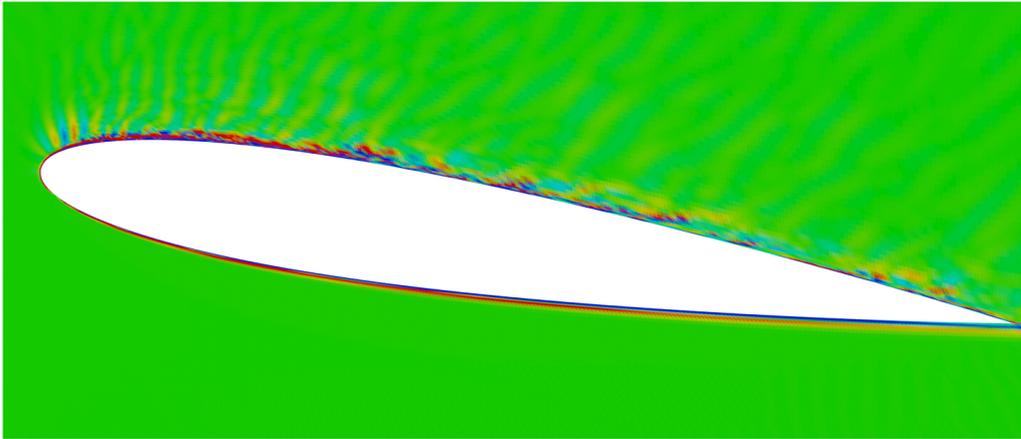
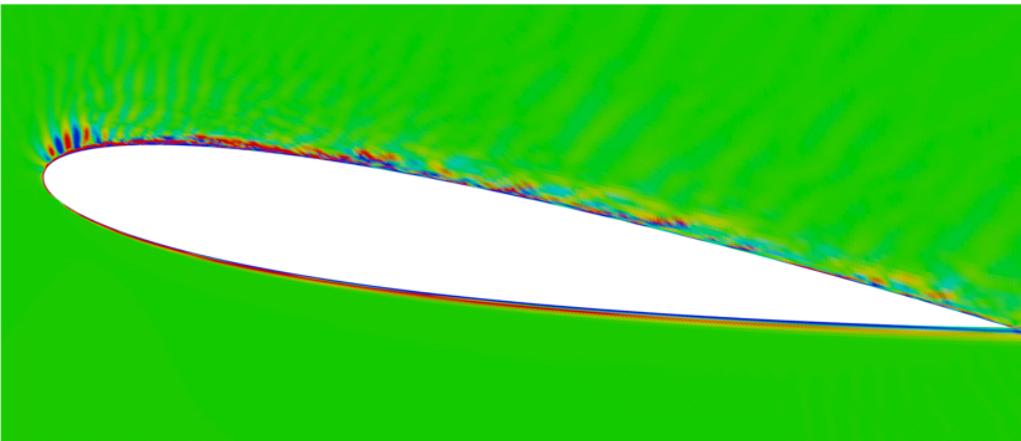
(a) $\rho_0 \nabla \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{u})$ (b) $\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]$

Figure 5.1 Comparison of the profiles of the sound source around NACA0012 airfoil: colored by $\rho_0 \nabla \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{u})$ and $\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]$ over the range $\pm = 10000$.

と $\rho_0 \nabla \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{u})$ により得られた音源の分布を比較する。

Figure 5.1 に第4章のLES解析から得られた流れ場の非定常データを用いて求めた瞬時に
おける音源の x - y 断面分布を示す。Figure 5.1 (a) は $\rho_0 \nabla \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{u})$, Fig. 5.1 (b) は $\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]$
により得られた分布である。Figure 5.1 において, $\rho_0 \nabla \cdot (\mathbf{w} \times \mathbf{u})$ と $\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]$ により得
られた音源の分布は全体的によく一致してるものの, 前縁近傍の負圧面側で正と負の細長
い分布が交互に並んでいる領域では違いがみられる。この領域は第4章で示した圧縮性の
効果が強く現れる領域であることから, 圧縮性の効果を考慮している $\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]$ の分

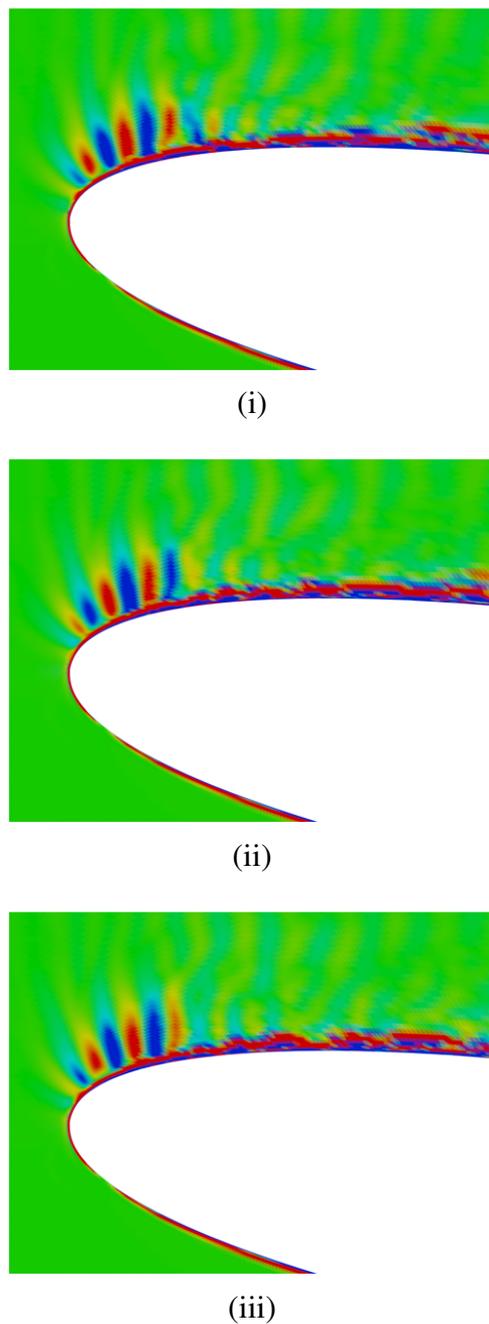


Figure 5.2 Time evolution of the distribution of $\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]$.

布はその影響を妥当に表現していると言える。

Figure 5.2 に前縁近傍における $\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]$ の分布を上から時系列 (時間間隔は 3.5×10^{-2}) に並べたものを示す。前縁近傍の $\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]$ の細長い分布はおよそ $2.33 \times 10^{-4} s$ で正と

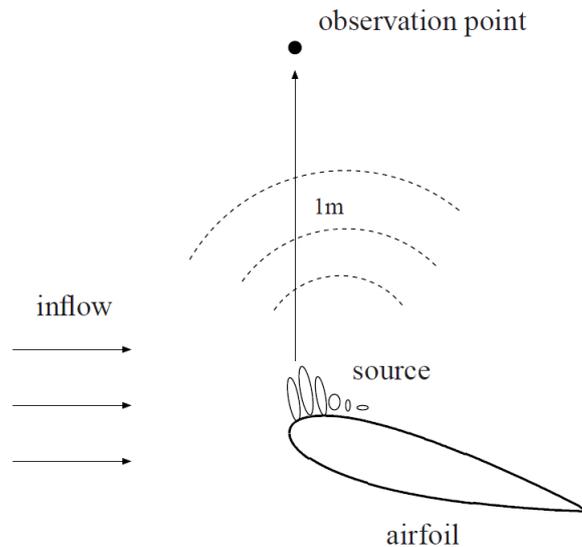
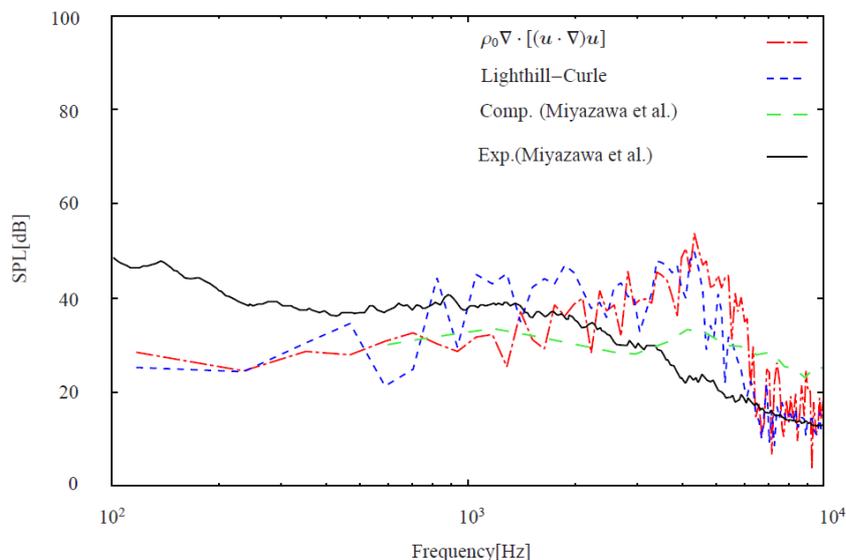


Figure 5.3 Schematics of prediction of far-field sound.

負の領域が入れ替わる．前縁付近で確認される規則的な $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ の構造は時間的に変化しており，その領域は実験的に予測された剥離領域により誘起される音源領域に相当していることから，前縁近傍の細長い $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ の分布は音源を表していると考えられる．

次に，遠方場での音圧レベル (sound pressure level: SPL) の比較を行う．遠方場での音圧は式 (5.7) により求められ，式 (5.8) により SPL に変換される．音圧を求める際に体積積分を行う必要があり，ここでは体積積分の範囲を Fig. 5.1 (b) の分布を参考にし，かつ計算コストを考慮して決める．音圧の予測において，Miyazawa ら [52] の実験条件に対応させるため，Fig. 5.3 のように，主流方向の代表速度は $U_0 = 30\text{m/s}$ ，翼弦長は $C = 0.1\text{m}$ ，観測点は翼の前縁から一様流と垂直な方向に 1m 離れた位置にあるとする．Figure 5.4 に音圧レベル (sound pressure level : SPL) のプロフィールを示す．LES 解析において，無次元時間 2.5×10^{-3} ごとにサンプリングした $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ を用いて算出した音圧 1024 点を FFT により周波数領域に変換する．FFT の周波数解像度は，有次元で 117Hz に相当する．比較のために，本研究の LES 解析により得られた非定常データを音源とする Lighthill–Curle 式

Figure 5.4 Sound pressure level in case of $M = 0.0875$.

(B.14) により求められた SPL のプロフィール (Lighthill–Curle) , Miyazawa ら [52] により得られた数値計算の結果および実験データを併せて示す . Figure 5.4 において , $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ と Lighthill–Curle 式により得られた SPL のプロフィールは実験データと完全に一致していない . しかし , Miyazawa らの計算結果により得られた SPL のプロフィールも彼らの実験データと一致していない . こうした実験データと数値計算により得られた結果の不一致の理由として , 流れ場の計算における解像度の不足や音圧の予測における音源領域を点音源としてみならずコンパクト仮定などが考えられるが , その不一致の原因の解明は今後の課題とする . ここで注目したいのは , 音圧の予測に広く利用されている Lighthill–Curle 式により得られた SPL のプロフィールと $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ により得られた SPL のプロフィールが定性的に一致していること , 特に , およそ 4300Hz 付近で見られるピーク値がよく一致していることである . この周波数は , 前述した前縁近傍の $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ の正と負の細長い分布が入れ替わる周期とよく一致していることから , 前縁近傍の $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ の分布は主な音源であり , 遠方場での音圧の予測に $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ を音源項として用いることは可能であると言える . しかしながら , 遠方場での音圧の予測の際に体積積分を行う必要がある

(a) $M=0.0875$ (b) $M=0.15$

Figure 5.5 Instantaneous distribution of $\nabla \cdot \mathbf{u}$ around NACA0012 airfoil in case of $M = 0.0875$ and 0.15 : colored by $|\nabla \cdot \mathbf{u}| \leq 0.1$.

ため、表面積分を行う Lighthill–Curle 式に比べ計算コストが増加し、音圧の予測精度は積分領域の決め方に依存する。そのため、計算負荷などを考慮すると、音圧レベルの予測には Lighthill–Curle 式を、音源の探索には本研究で用いる $\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]$ を使用することが実用的であると言える。

5.2.2 音場に対するマッハ数の変化の影響

本節では、レイノルズ数や迎角など他の計算条件は前節と同様にし、マッハ数 $M = 0.15$ における NACA0012 翼周りの乱流場の LES を実施し、前節に示した $M = 0.0875$ により得

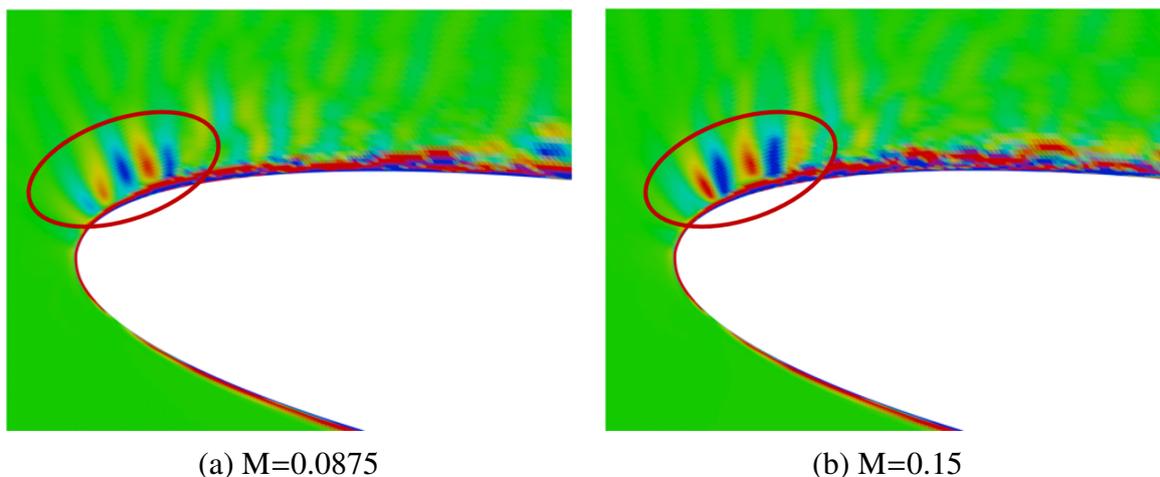


Figure 5.6 Instantaneous distribution of $\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]$ around the leading edge in case of $M = 0.0875$ and 0.15 : colored by $|\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]| \leq 5000$.

られた結果との比較を行ない，本研究で用いている音源項がマッハ数の変化による音場の表現が可能であることを示す．

Figure 5.5 に $M = 0.0875, 0.15$ における翼周りの $\nabla \cdot \mathbf{u}$ の分布を示す．マッハ数 $M = 0.0875$ の場合に比べ，前縁付近の負圧面側でより強い $\nabla \cdot \mathbf{u}$ の分布が $M = 0.15$ の場合に確認され，マッハ数の増大による圧縮性の効果が大きくなっていることが分かる．

Figure 5.6 に翼前縁近傍での $\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]$ の分布を示す．Figure 5.6 (a) と (b) において，マッハ数が大きくなるにつれて前縁近傍での領域に違いがみられる．マッハ数 $M = 0.15$ の場合， $M = 0.0875$ に比べ大きな値を持っていることや明確な正と負の細長い構造が赤い線で囲んだ領域で確認されることから，マッハ数の変化による音源の分布が表現されていると言える．

Figure 5.7 に $M = 0.0875, 0.15$ の条件における遠方場での音圧レベル (SPL) を示す．観測点の位置は，前節と同様に翼の前縁から 1m 離れている位置にあるとする．前節と同様に，無次元時間 2.5×10^{-3} ごとにサンプリングした $\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]$ を用いて算出した音圧 1024 点を FFT により周波数領域に変換する．Hutcheson ら [62] は，迎角 $\alpha = 10^\circ$ の条件における NACA0015 翼周りの流れ場から発生する空力音の計測を行ない，マッハ数 $M = 0.09$ ，

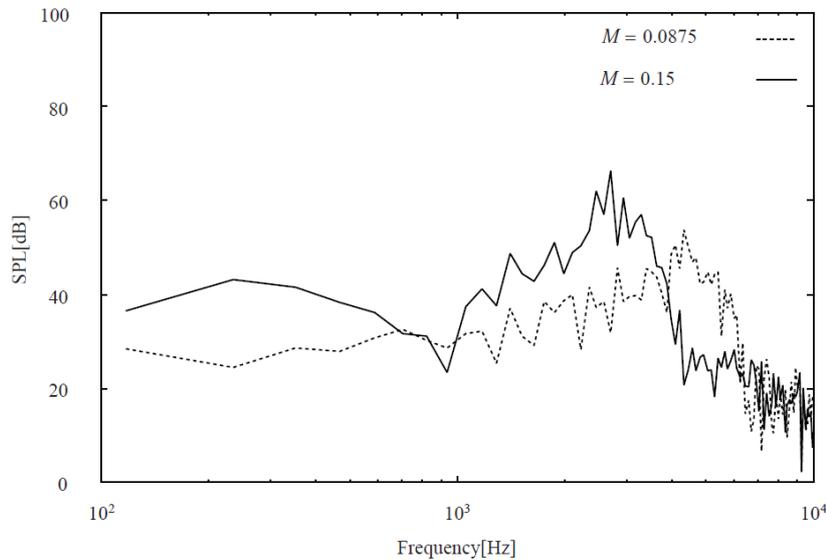


Figure 5.7 Sound pressure level obtained by using $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ in case of $M = 0.0875$ and 0.15 .

0.11, 0.127 による SPL のプロフィールの変化を調べ、マッハ数の増加に従い SPL のピーク周波数の位置が高周波数領域から低周波数領域に移動する傾向があることを示している。Figure 5.7 をみると、 $M = 0.0875$ の場合に約 4300Hz 付近で見られるピーク値が $M = 0.15$ の場合にはおよそ 2500Hz 近傍でピーク値が確認される。こうしたマッハ数の増加に従うピーク周波数の高周波数領域から低周波数領域へ移動する傾向は、Hutcheson らの実験で得られた傾向と一致していることが分かる。

以上の結果から、本研究で用いている音源項 $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ は、マッハ数の変化による音場の表現が可能であることが音源の分布および遠方場での音圧レベルのプロフィールの結果から示された。したがって、低マッハ数流れ場において、非圧縮性流れ場から音源を求め、音場の予測を行う従来の分離解法に比べ、弱圧縮性流れの数値計算法により圧縮性の効果が考慮された音源を求め、それを用いて音場を予測する本研究の分離解法は、より幅広い低マッハ数領域での音場の予測に有効な方法であると言える。

5.3 まとめ

本章では，NACA0012 翼周りの流れ場の LES 解析により得られた流れ場の非定常データを用いて，翼周りの流れ場に起因する音場の解析を行なった．その結果，本研究で用いた圧縮性の効果が考慮された音源項により得られた翼前縁付近の音源分布は，実験的に予測された前縁近傍での剥離泡により誘起される音源領域に相当しており，圧縮性の効果が音源の分布に現れることが示された．また，遠方場で予測された音圧レベルは，参考にした実験データと定性的に一致しており，特に，音圧の計算に広く利用されている Lighthill–Curle 式により得られた音圧レベルと一致することが示された．さらに，実験で確認されるマッハ数の増加に従う音圧レベルのピーク周波数の高周波数から低周波数領域へ移動する傾向が本研究で用いた音源項により表現できることが示された．

一般的に非圧縮性流れ場として扱う $M \leq 0.3$ の流れ場においても圧縮性の影響が現れるため，非圧縮性流れ場から音源を求める従来の分離解法に比べ，微小な密度変化を考慮した流れ場から音源を求め，音場を予測する本研究の分離解法は，低マッハ数の流れ場に起因する音場の予測に有効であると言える．

第 6 章

後縁セレーション翼周りの流れ

本章では、騒音低減方法の 1 つであるセレーションを施した NACA0012 翼周りの乱流の LES の結果を示す。迎角 $\alpha = 0^\circ$ の場合においては、翼周りの流れ場から発生する一定の卓越周波数を有する離散周波数騒音が支配的であり、セレーションの適用により離散周波数騒音が低減されることが知られている。しかしながら、セレーションの実施による流れ場のどのような変化が騒音低減に関与するのかは明らかではない。ここでは、NACA0012 翼および後縁セレーション翼周りの流れ場と音場の結果を比較し、後縁セレーションによる流れ場の変化が音源の分布および騒音の低減に及ぼす影響について述べる。

6.1 計算の概要

NACA0012 翼周りおよび NACA0012 翼を基にして施した後縁セレーション翼周りの 3 次元流れを計算対象とする。計算条件は、NACA0012 翼周りの流れ場に起因する空力音を測定した林ら [63] の実験に対応させるため、レイノルズ数 $Re_C = 1.2 \times 10^5$ 、迎角 $\alpha = 0^\circ$ 、マッハ数 $M = 0.087$ とする。Figure 6.1 に計算領域および境界条件の概略を示す。計算格子には x - y 断面で C 型境界適合格子を用い、計算領域の大きさは翼弦長 C に対して、C 型格子

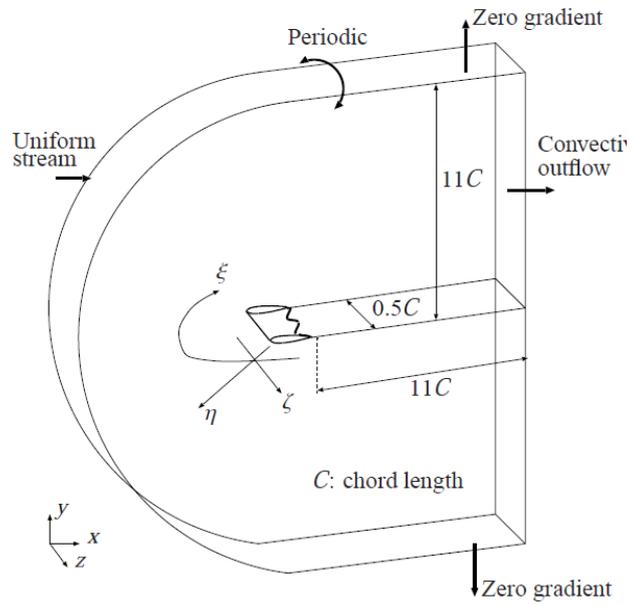


Figure 6.1 Computational domain and boundary conditions.

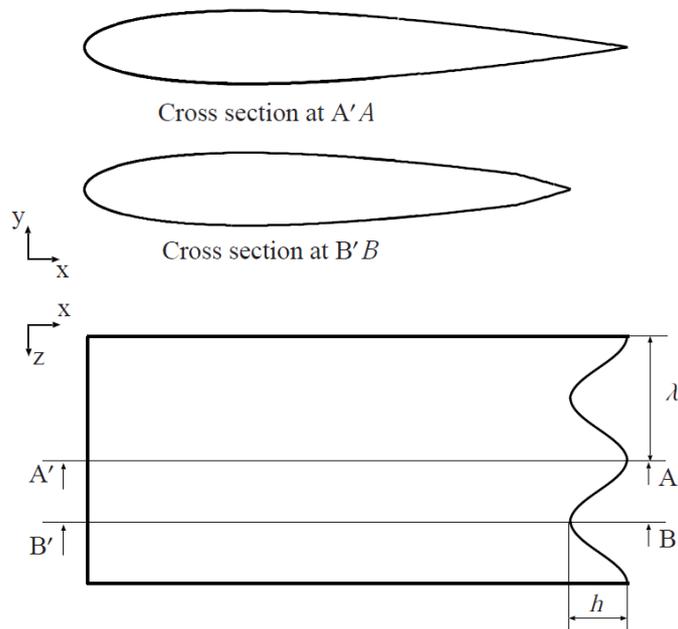


Figure 6.2 Cross sectional and top views of the serrated airfoil.

の半円の直径を $11C$, 後流の長さを $11C$, スパン方向の長さを $0.5C$ とする . 格子点数は , 翼周りの方向 ξ に 1600 点 (そのうち , 翼面に沿っては 800 点) , 翼表面から離れる方向 η に

160点, スパン方向 ζ に60点を配置している. Figure 6.2に本研究で用いる後縁セレーシオン翼の断面形状を示す. Figure 6.2において, λ はスパン方向 z の波長の長さ, h は最大切り込み部の長さである. セレーシオン断面形状は, 翼後縁の厚みをすべて0とするため, 翼前縁から $X/C = 0.8$ の位置から翼厚みを減少させ, 最大切り込み部の後縁部($X/C = 0.9$)で厚みが0になるようにする. その間の形状については, スパン方向に翼形外形線を線形内挿して厚みを与えている.

境界条件, 離散化手法および時間発展法は, 第4章に述べたものと同様である.

6.2 結果および考察

6.2.1 流れ場の解析結果

Figure 6.3 (a)にNACA0012翼周りの主流方向の平均速度分布を, Fig. 6.3 (b)に後縁セレーシオン翼周りの断面 $A'A$, $B'B$ における主流方向の時間平均速度分布を示す. Figure 6.3 (a)のNACA0012翼周りの場合, 後縁近傍で境界層が剥離し, 再付着する様子がみられる. NACA0012翼周りの平均速度分布に比べ, Fig. 6.3 (b)の後縁セレーシオン翼周りの場合には切り込み部(断面 $B'B$)で広い剥離領域がみられる. こうした後縁近傍での剥離領域の拡大により圧力回復が遅くなり, 翼にかかる抵抗の増大をもたらす. NACA0012翼の場合には $C_D = 1.13 \times 10^{-2}$, 後縁セレーシオン翼の場合には $C_D = 1.27 \times 10^{-2}$ であり, 後縁セレーシオンにより抵抗が若干増大することが確認される.

後縁セレーシオンによる渦構造の変化を調べるため, 瞬時における速度勾配テンソルの第2不変量 $Q = 400$ の等値面をFig. 6.4に示す. 主流方向渦度 ω_x の値を Q の等値面上に色階調で表し, 赤は $\omega_x = 100$, 青は $\omega_x = -100$ に相当する. Figure 6.4 (a)のNACA0012翼周りの流れの場合, $X/C = 0.82$ 付近から $Q = 400$ 以上の数値をもつスパン方向渦が観察され, 翼面上に沿って下流に進みながら3次元化し, 小さい渦に崩壊する様子が確認され

る．後流側に大きな ω_x の値を有する渦構造はほとんどみられない．それに比べ，Fig. 6.4 (b) の後縁セレーシオン翼周りの流れの場合には， $X/C = 0.82$ 付近で $Q = 400$ 以上の数値をもつスパン方向渦が見られず，主流方向およびスパン方向渦を含んだより細かい空間スケールの渦構造が後縁近傍で生成されており，後流側に強い主流方向渦を含んだ大きい渦構造が発達している様子が観察される．セレーシオン付近での渦の挙動をより詳しく調べるため，Fig. 6.5 に後縁セレーシオン翼の後縁近傍における渦構造 ($Q = 2000$ の等値面) の時間進行を示す．Figure 6.5 の赤い線で囲んだ渦に注目すると，セレーシオン切り込み部で見られる小さい渦が下流に移動するにつれて引き伸ばされ，さらに後流側において大きなスケールの主流方向渦となっていく様子がみられる．以上より，後縁セレーシオンにより後縁付近でのスパン方向渦の成長が妨げられ，主流方向渦が後縁近傍から後流にかけて発達されることが確認された．こうした主流方向の渦の発達は，主流の垂直断面内 ($y-z$) の変動成分に大きく影響を及ぼす．

Figure 6.6 と Fig. 6.7 に NACA0012 翼周りおよび後縁セレーシオン翼周りの流れの後縁付近でのレイノルズ応力 R_{ij} の分布を示す．なお，レイノルズ応力は以下の式で定義される．

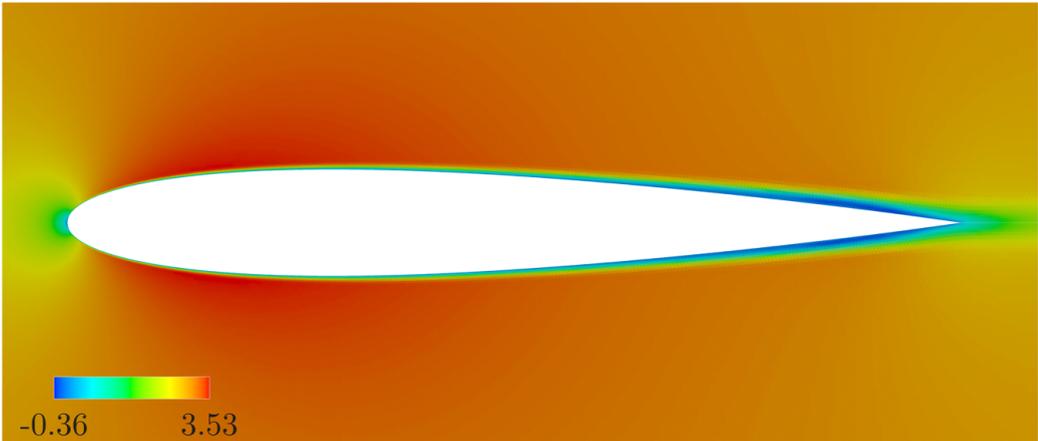
$$R_{ij} = \bar{\rho} \widetilde{u'_i u'_j}. \quad (6.1)$$

Figure 6.6 は $R_{22} = 0.05$ の等値面を，Fig. 6.7 は $R_{33} = 0.02$ の等値面を表す．NACA0012 翼では後縁近傍の翼面上で R_{22} がスパン方向に渡って分布していることに対して，後縁セレーシオン翼の場合には R_{22} の分布が後縁近傍の翼面上ではほとんどみられない．また， R_{33} が後流側にほとんど見られない NACA0012 翼に比べ，後縁セレーシオン翼の後流側には R_{33} が広く分布している．これにより，翼後縁のセレーシオンによる主流方向渦の発達は，後縁近傍での主流に垂直な方向の速度変動の減少をもたらすことが分かる．

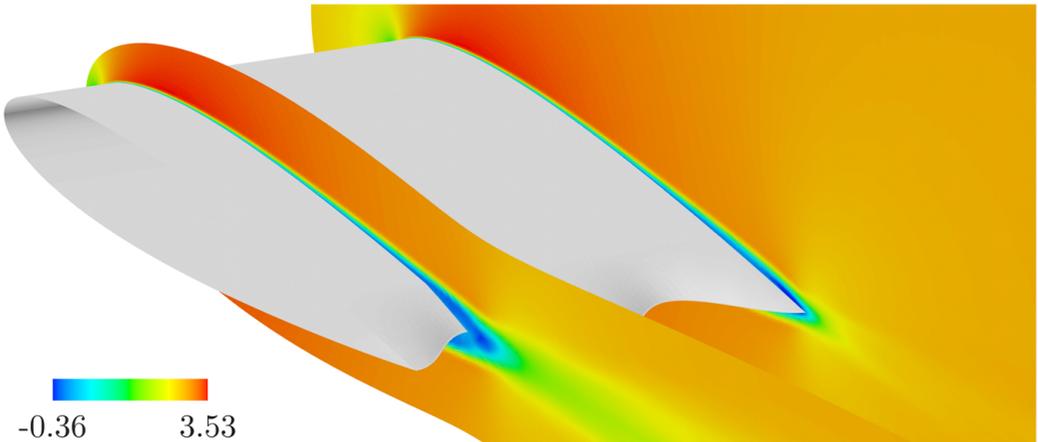
Figure 6.8 に NACA0012 翼と後縁セレーシオン翼の後縁近傍での翼面の圧力変動分布を

示す。Figure 6.8 (a) の NACA0012 翼においては、後縁近傍で強い圧力変動分布が全スパン方向に渡ってみられるが、Fig. 6.8 (b) の後縁セレーシオン翼では、NACA0012 翼の場合に比べ全体的に圧力変動値が小さくなっている。切り込み部に比べ先端部分に圧力変動が集中しており、こうした翼面圧力変動分布は、Fig. 6.6 の圧力変動に影響の大きいレイノルズ応力の y 方向成分の後縁近傍での分布とよく一致している。

以上より、翼後縁のセレーシオンは、翼にかかる抵抗の増大をもたらすものの、後縁近傍でのスパン方向渦の成長を妨げ、主流方向渦の発達を促進させる。それに起因して後縁近傍での主流の垂直断面内の速度変動が緩和され、その結果、縁近傍での翼面圧力変動の減少をもたらすことが明らかになった。

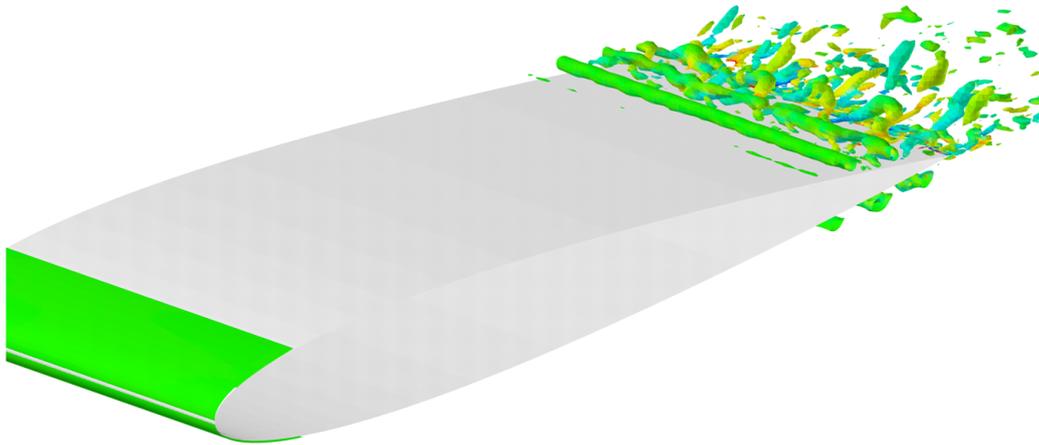


(a) NACA0012 airfoil

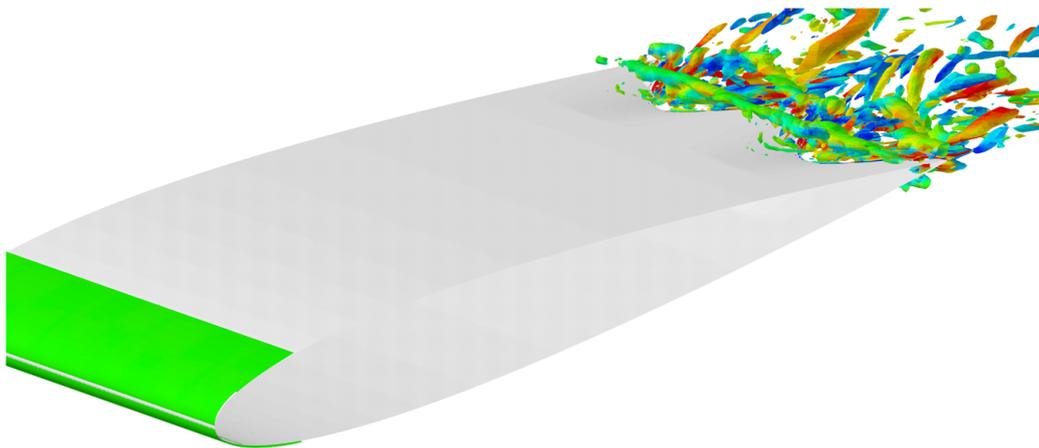


(b) Serrated airfoil

Figure 6.3 Profile of avergaed velocity distribution around the airfoil.

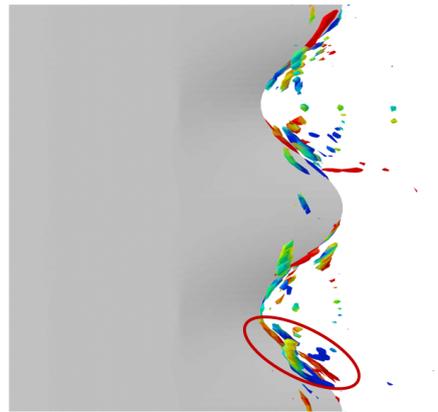


(a) NACA0012 airfoil

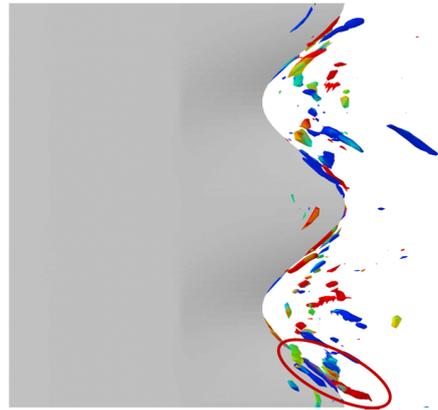


(b) Serrated airfoil

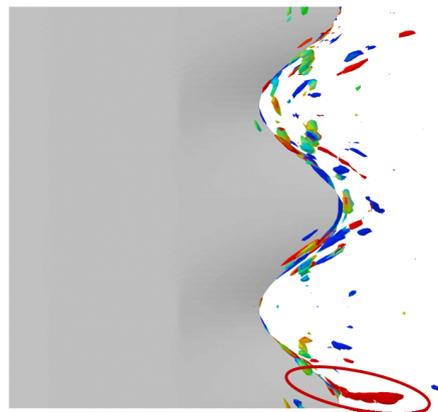
Figure 6.4 Instantaneous profile of iso-contours of $Q = 400$ colored by $|\omega_x| \leq 100$.



(i)



(ii)



(iii)

Figure 6.5 Time evolution of vortex structure: $Q = 2000$ colored by $|\omega_x| \leq 100$.

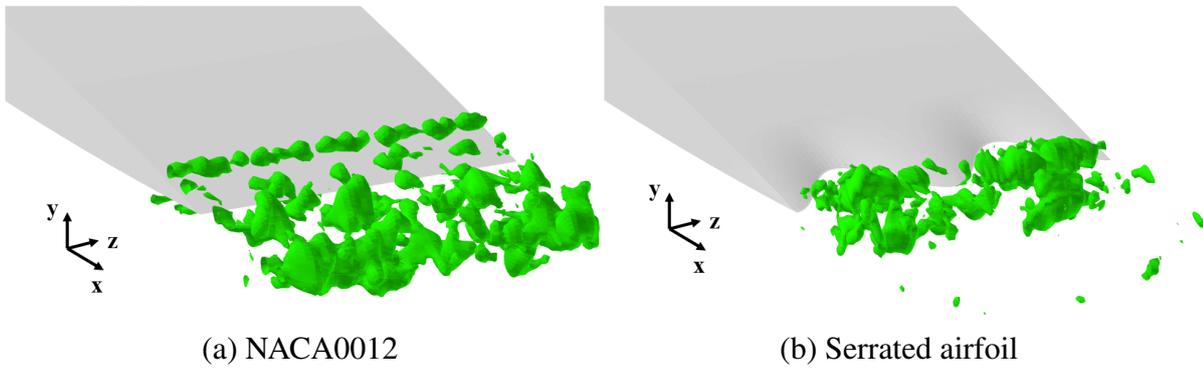


Figure 6.6 Iso-contours of Reynolds stress $R_{22} = 0.05$ near the trailing edge.

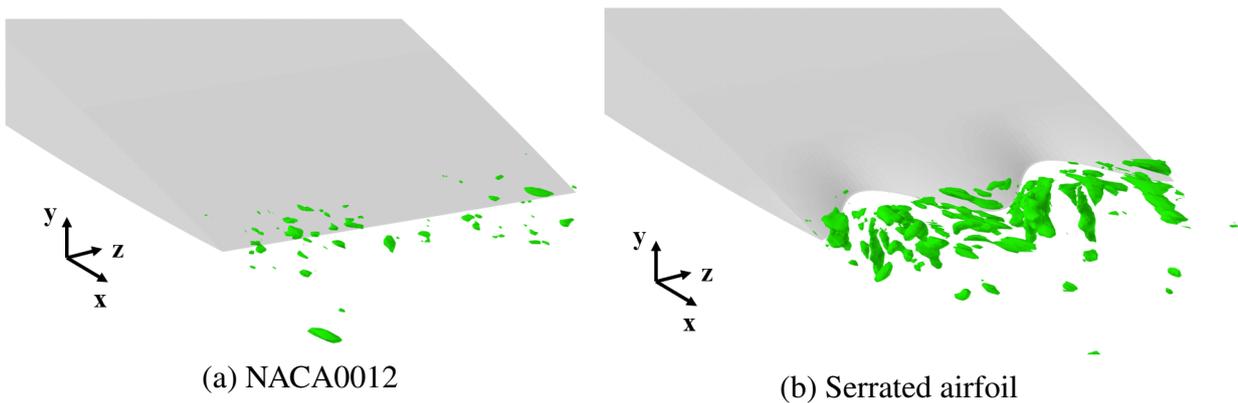
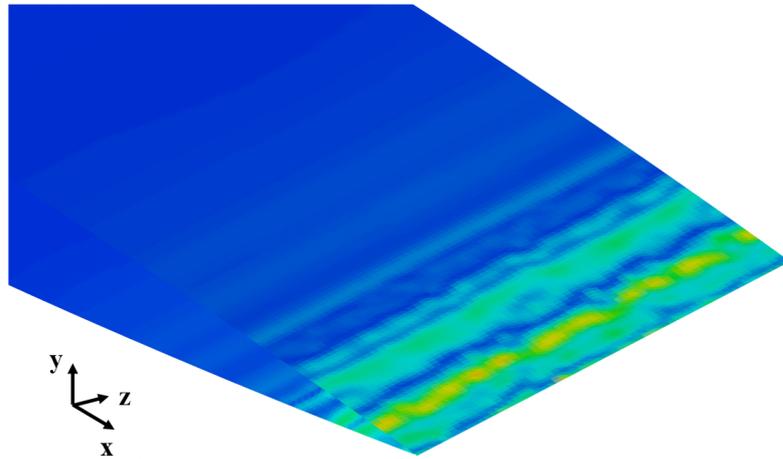
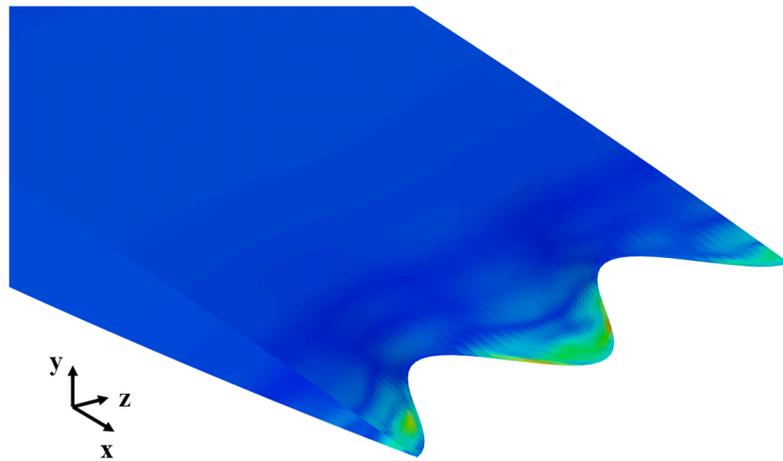


Figure 6.7 Iso-contours of Reynolds stress $R_{33} = 0.02$ near the trailing edge.



(a) NACA0012



(b) Serrated airfoil

Figure 6.8 Profile of the pressure fluctuation near the leading edge.

6.2.2 音響解析結果

Figure 6.9 に NACA0012 翼周りおよび後縁セレーシオン翼周りの $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ の分布を示す。第5章で述べた迎角 9° の場合における音源の分布 (Fig. 5.1) とは異なり、翼後縁近傍から後流にかけて強い $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ の分布が Fig. 6.9 から確認される。NACA0012 翼周りに比べ、後縁セレーシオン翼周りに場合は、後縁近傍で $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ の値が若干小さくなっている。セレーシオンの最大切り込み部 (断面 $B'B$) では、断面 $A'A$ に比べ相対的に強い $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ の分布が確認されるが、後縁から離れた後流では強い分布はみられない。これは、前節の Fig. 6.5 と Fig. 6.6 において、断面 $B'B$ に比べ断面 $A'A$ 付近で強い主流方向渦の発達による主流に垂直な断面内の変動成分が減少したことに起因すると考えられる。一方、Fig. 6.9 (a) において後縁部で強い音源が分布する位置は、Fig. 6.10 のスパン方向渦度 ω_z の分布と Fig. 6.11 の平均摩擦係数 C_f のプロフィールにおいて確認される翼の中央部で剥離した境界層が再付着する位置 $x/C = 0.82$ とよく一致している。これにより、剥離した境界層が再付着する前にセレーシオンを施すことが強い音源の低減に効果的であると言える。

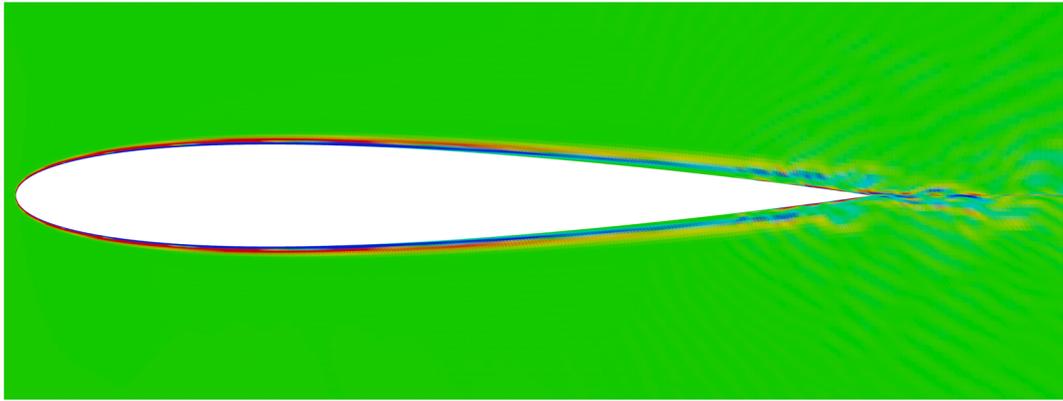
Figure 6.9 において、強い $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ の分布が広い領域で確認されるため、 $\rho_0 \nabla \cdot [(u \cdot \nabla)u]$ を音源として音圧を求める際には計算コストの増加および積分領域の決め方に対する依存性が懸念される。ここでは翼面の圧力変動を音源として用いる Lighthill–Curle 式 (B.14) により遠方場での音圧を求める。Figure 6.13 に遠方場で測定した音圧レベル (SPL) のプロフィールを示す。観測点の位置は、林ら [63] の実験条件に合わせて、Fig. 6.12 のように後縁の主流と垂直な方向に翼から 0.5m 離れた位置にあるとする。無次元時間 2.5×10^{-3} ごとにサンプリングした圧力変動のデータを用いて、式 (B.14) により算出された音圧 1024 点を FFT により周波数領域に変換する。周波数解像度は 195Hz 程度である。比較のため、林ら [63] の NACA0012 翼を用いた実験により得られた音圧の測定データを併せて示す。Figure 6.13 に

において、NACA0012翼周りの流れ場から得られたSPLのプロフィールは、1000Hz~3000Hzの間において実験データとよく一致しており、特に、実験データでみられるおよそ1800Hz付近のピーク音をよく再現している。一方、後縁セレーシオン翼周りの流れ場から求められたSPLのプロフィールをみると、1800付近のピーク音は消えており、約2000Hz付近でピーク値がみられるものの、NACA0012翼の場合のピーク値に比べその値は小さいことが分かる。次式で定義される周波数バンド毎の総和をとった音圧レベル (overall sound pressure level: OASPL) を求め、比較を行う。

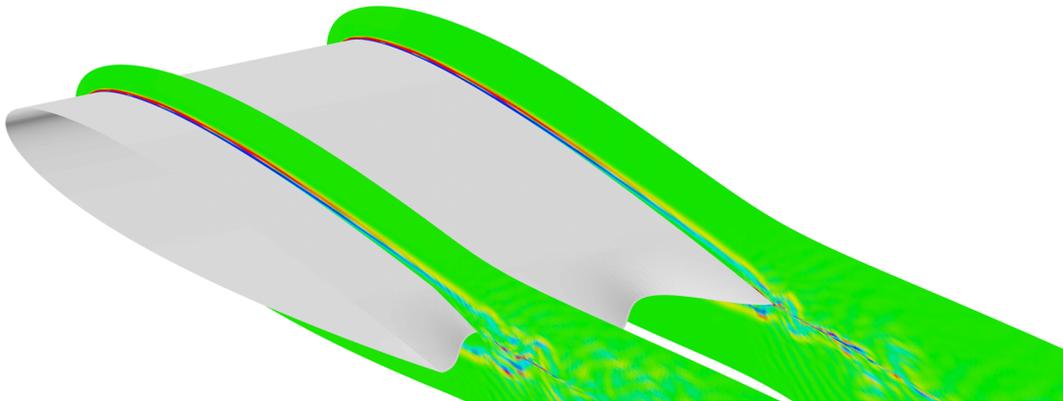
$$\text{OASPL}(\text{dB}) = 10 \times \log \left[\int \left(\frac{p_a^2}{p_b^2} \right) df \right]. \quad (6.2)$$

ここで、 f は周波数を意味する。周波数バンド 146Hz~10000Hz における NACA0012 翼と後縁セレーシオン翼の OASPL は、それぞれ 81dB, 73dB で、本研究で設けた翼後縁のセレーシオンにより、1800Hz 付近のピーク音の低減だけではなく、OASPL も減少することが示された。

以上、翼後縁のセレーシオンにより、後縁近傍での音源の分布が減少することや特定の周波数領域のピーク音とともに OASPL も減少することが示された。強い音源分布が現れ始める位置と剥離した境界層が再付着する位置とよく一致していることから、翼性能の低下は予測されるものの、再付着点より上流側でセレーシオンを施すことが騒音低減の面では有効であると言える。



(a) NACA0012 airfoil



(b) Serrated airfoil

Figure 6.9 Instantaneous distribution of $\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]$ around airfoil : colored by $|\rho_0 \nabla \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]| \leq 8000$

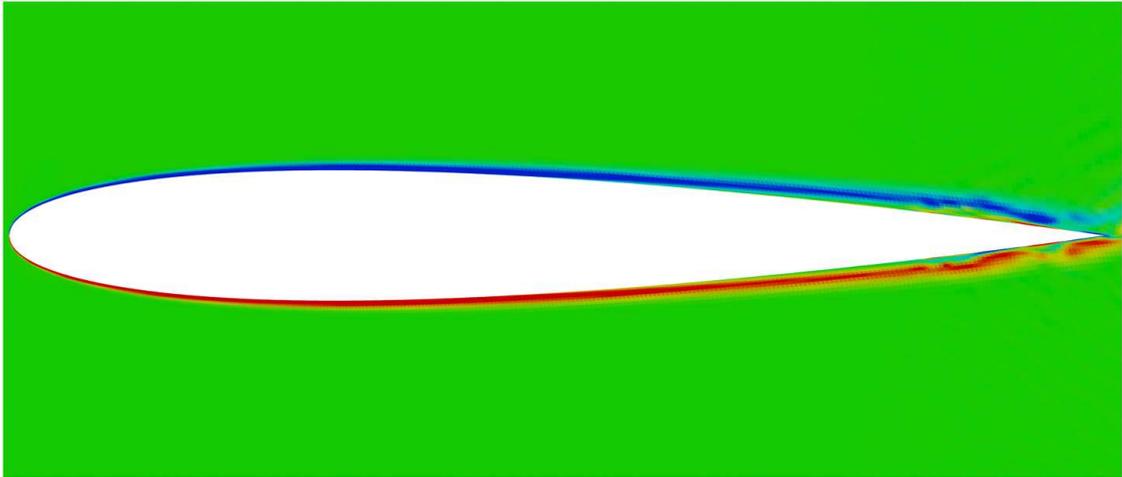


Figure 6.10 Instantaneous distribution of ω_z around NACA0012 airfoil : colored by $|\omega_z| \leq 50$

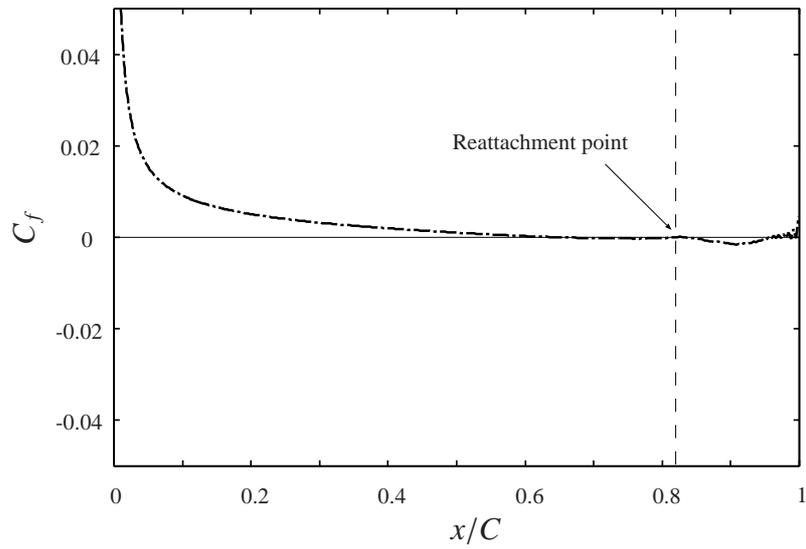


Figure 6.11 Averaged friction coefficients on the suction side of NACA0012 airfoil

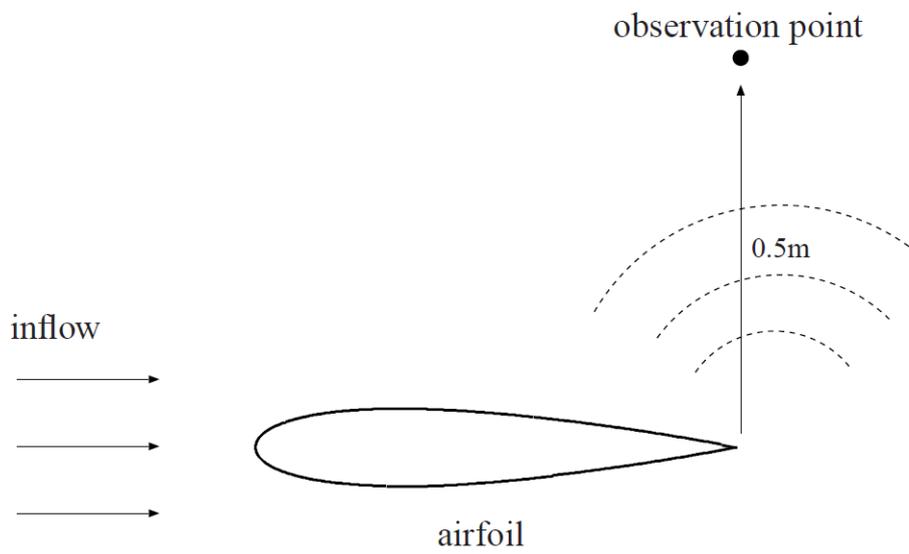


Figure 6.12 Schematics of prediction of far-field sound.

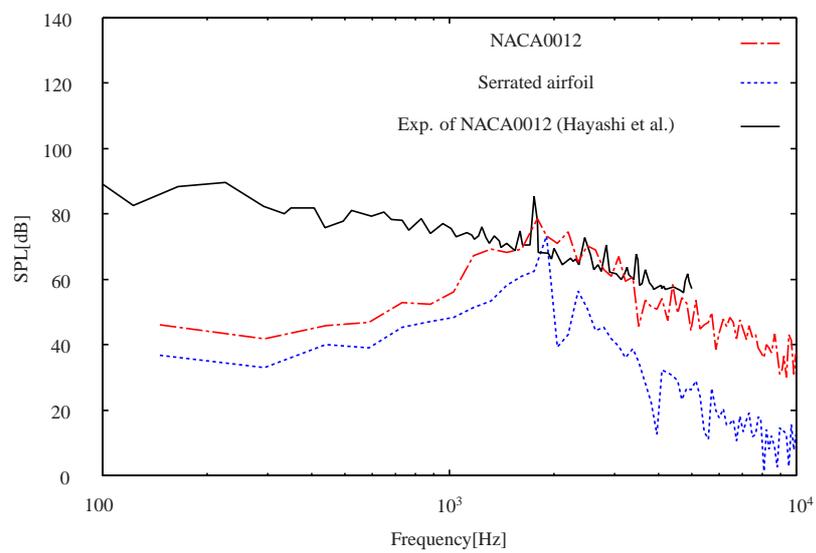


Figure 6.13 Sound pressure level.

6.3 まとめ

本章では，騒音低減装置であるセレーションを NACA0012 翼の後縁に施し，NACA0012 翼周りおよび後縁セレーション翼周りの流れ場の LES 解析により得られた結果の比較を行った．さらに，翼周りの流れ場に起因する音場の解析を行ない，後縁セレーションによる流れ場の変化が音場に及ぼす影響について調べた．

その結果，翼後縁のセレーションにより，後縁近傍でのスパン方向渦の成長は妨げられ，主流方向渦の発達が進められ，それに起因して後縁近傍での翼面圧力変動が減少し，遠方場での騒音が低減することが分かった．NACA0012 翼周りの流れにおいて，強い音源の分布が現れ始める位置は剥離した境界層が再付着する位置とよく一致していることから，再付着点の位置より上流側でセレーションを施すことが騒音低減に効果的であると言える．こうした本研究の結果より，セレーション形状を決める際の試行錯誤を多少減らすことができるかと確信する．

第 7 章

結言

本研究では，空力音の予測手法として分離解法を採用し，音源となる流れ場を高い精度で再現すること，流れ場に起因する音場の精度よく予測するための数値解法を提案することを目的として数値解析を行なった．低マッハ数乱流場の計算にはコヒーレント構造関数を活用した 1 方程式型 SGS モデルおよび弱圧縮性流れの数値計算法を組み合わせた方法を，音場の予測には圧縮性の効果考慮した方法を用い，計算対象は平板チャンネル流れ，2 次元 NACA0012 翼の 3 次元流れ，後縁セレーション翼周りの 3 次元流れ場とした．得られた成果は以下のようにまとめられる．

第 3 章では，既往の平板チャンネル流れの直接数値計算結果を参照し，本研究で提案した 1 方程式型 SGS モデルと弱圧縮性流れの数値計算法を組み合わせた計算手法の有効性と，壁面乱流の非等方性の再現に必要な格子解像度を示した．

第 4 章では，NACA0012 翼周りの乱流場の数値計算を行ない，遠方場での音圧の予測に重要である翼面の圧力変動分布を精度よく再現するためには，低マッハ数流れ場においても圧縮性を考慮した本計算手法が有効であることを示した．

第 5 章では，第 4 章の翼周りの乱流場の数値計算により得られた非定常データを用いて

音響解析を行うとともに、圧縮性の効果が考慮された音源項を使用する本研究の予測手法が一般的に非圧縮性流れ場として扱う $M \leq 0.3$ の低マッハ数乱流場に起因する音場の解析に有効であることを示した。

第6章では、低騒音装置として注目されているセレーションを NACA0012 翼の後縁に施したセレーション翼周りの乱流場の数値計算を行ない、後縁近傍での渦構造の変化により空力騒音が低減される機構を示した。

本研究は、低マッハ数かつ高レイノルズ数流れ場に起因する音場の予測精度を向上させるため、実用的な音場の予測手法である従来の分離解法を発展させたものである。音源の詳細な情報を得ることができない実験的な研究や、圧縮性の効果が考慮できない従来の分離解法に比べ、低マッハ数乱流場に起因する音場の再現が可能である点から、 $M = 0.08 \sim 0.25$ である自動車や高速鉄道などの開発の際に、本研究の計算手法は空力音の低減対策に寄与できるものである。

付録 A

Compact Green's function

右辺が空間中の音源項である非同次 Helmholtz 方程式について考える .

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \varphi = -q(\mathbf{x}, t) \quad (\text{A.1})$$

ここで , 次式 ,

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) G = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y})\delta(t - \tau) \quad (\text{A.2})$$

を満たし , 固体面 S 上で ,

$$\frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad \text{on } S \quad (\text{A.3})$$

を満たす Green 関数がある . 音場の線形性を用いると , 流れ場に物体が存在する場合の Green 関数 G は , 物体が存在しない場合の式 (A.1) の解である自由空間の Green 関数 G_0

$$G_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t - \tau) = \frac{1}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \delta\left(t - \tau - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}{c_0}\right) \quad (\text{A.4})$$

と，物体による影響を表す G' の合成として表される [10] .

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t - \tau) = G_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t - \tau) + G'(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t - \tau). \quad (\text{A.5})$$

式 (A.5) の右辺第 1 項は直接音を，第 2 項は散乱音を表している .

式 (A.1) は，流れ場の解析により得られたデータと Green 関数を用いて

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} -q(\mathbf{y}, \tau) G(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t - \tau) d^3 \mathbf{y} d\tau \quad (\text{A.6})$$

のように書き換えることができる .

一方，コンパクト音源の仮定を用いると，音源位置 \mathbf{y} は点音源と見なすことができる .
ここでは，適当な座標系をとることにより $\mathbf{y} = 0$ とし，さらに観測点 \mathbf{x} が音源位置 \mathbf{y} から十分離れていると仮定すると，式 (A.4) において次のような近似を行うことができる [10] .

$$|\mathbf{x} - \mathbf{y}| \approx |\mathbf{x}| - \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{|\mathbf{x}|} = |\mathbf{x}| - \frac{x_j y_j}{|\mathbf{x}|} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \approx \frac{1}{|\mathbf{x}|} + \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{|\mathbf{x}|^3} \approx \frac{1}{|\mathbf{x}|} \quad (\text{A.8})$$

ここで，相反定理 (Reciprocal theorem)

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t - \tau) = G(\mathbf{y}, \mathbf{x}, t - \tau) \quad (\text{A.9})$$

を利用して，音源位置と観測点を入れ替える . 式 (A.7) と式 (A.8) により，自由空間の Green 関数 G_0 は次のように近似できる .

$$G_0(\mathbf{y}, \mathbf{x}, t - \tau) = \frac{1}{4\pi|\mathbf{x}|} \delta\left(t - \tau - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0}\right) \quad (\text{A.10})$$

流れ場に存在する物体の影響を表す Green 関数 $G'(\mathbf{y}, \mathbf{x}, t - \tau)$ は、観測点が物体から十分離れている場合には物体の影響は微小であるとみなせるため、物体の周りの速度ポテンシャルを用いて表すことができる。

$$G'(\mathbf{y}, \mathbf{x}, t - \tau) = \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{Y}}{4\pi c_0 |\mathbf{x}|^2} \frac{\partial}{\partial t} \delta\left(t - \tau - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0}\right) \quad (\text{A.11})$$

ここで、Kirchhoff ベクトル \mathbf{Y} は、 \mathbf{y} 方向に単位速度を持ち、物体の境界面 S 上で

$$\frac{\partial Y_i(\mathbf{y})}{\partial n} = 0 \quad (\text{A.12})$$

を満たす速度ポテンシャルで、 $\nabla^2 Y_i = 0$ の解である。したがって、Green 関数 (A.5) は、式 (A.10) と式 (A.11) を足すことにより、次のように得られる。

$$G(\mathbf{y}, \mathbf{x}, t - \tau) = \frac{1}{4\pi |\mathbf{x}|} \delta\left(t - \tau - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0}\right) + \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{Y}}{4\pi c_0 |\mathbf{x}|^2} \frac{\partial}{\partial t} \delta\left(t - \tau - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0}\right) \quad (\text{A.13})$$

Kirchhoff ベクトル \mathbf{Y} を求めることにより、式 (A.13) のコンパクト Green 関数を計算することができる [10]。

付録 B

Acoustic analogy

B.1 空力音響学の基礎方程式

圧縮性の連続の式と Navier-Stokes 式を用いて Lighthill 方程式を導く [1] .

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0, \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}. \quad (\text{B.2})$$

ここで, σ_{ij} は

$$\sigma_{ij} = 2\mu \left(S_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} S_{kk} \right) \quad (\text{B.3})$$

であり, S_{ij} は変形速度テンソルである .

式 (B.2) の両辺の発散をとると ,

$$\frac{\partial^2(\rho u_i)}{\partial t \partial x_i} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}(\rho u_i u_j) + \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\partial^2 \sigma_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (\text{B.4})$$

となる . 連続の式 (B.1) を時間微分し , 式 (B.4) を引いた式の両辺に $-c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i \partial x_i}$ を加えると , 次式が得られる .

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [\rho u_i u_j + \delta_{ij}(p - c_0^2 \rho) - \sigma_{ij}]. \quad (\text{B.5})$$

右辺に現れる

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + \delta_{ij}(p - c_0^2 \rho) - \sigma_{ij} \quad (\text{B.6})$$

は Lighthill の応力テンソルであり , 式 (B.5) は Lighthill 方程式と呼ばれ , 空力音響学の基礎式となる . Lighthill 方程式は , 右辺を音源とする非同次波動方程式であり , 流れ場の音源 $\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}$ により発生する音波の伝播を表す .

B.2 Lighthill–Curle 式

Curle[6] は , 流れ場に静止した固体面 S がある場合の Lighthill 式 (B.5) の解を導いた . Lighthill–Curle 式は以下のような手順で導かれる [10].

固体面 S の内・外側の領域で定義される関数 $f(\boldsymbol{x})$ により決定される Heaviside 関数

$$H(f) = \begin{cases} 1 & (f(\boldsymbol{x}) > 0 : \text{outside of } S) \\ 0 & (f(\boldsymbol{x}) \leq 0 : \text{within } S) \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

を用いる .

連続の式 (B.1) および , 式 (B.2) の両辺に $\frac{\partial}{\partial x_i}(c_0^2\rho)$ を加えた以下の式

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(c_0^2\rho) = -\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{B.8})$$

の両辺に式 (B.7) の Heaviside 関数をかけると ,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i H) + \frac{\partial}{\partial x_i}(c_0^2\rho H) &= -\frac{\partial}{\partial x_j}(T_{ij}H) + c_0^2\rho \frac{\partial H}{\partial x_i} + T_{ij} \frac{\partial H}{\partial x_j} \\ &= -\frac{\partial}{\partial x_j}(T_{ij}H) + (\rho u_i u_j + p'_{ij}) \frac{\partial H}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

および

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho H) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i H) = \rho u_i \frac{\partial H}{\partial x_i} \quad (\text{B.10})$$

となる . ここで , p'_{ij} は

$$p'_{ij} = \delta_{ij}p - \sigma_{ij} \quad (\text{B.11})$$

である . 式 (B.10) を時間微分した式から式 (B.9) の発散をとった式を引くと , 以下のような微分形の Lighthill–Curle 式が得られる .

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\right)(c_0^2\rho H) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}(HT_{ij}) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\rho u_i u_j + p'_{ij}) \frac{\partial H}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho u_j \frac{\partial H}{\partial x_j} \right). \quad (\text{B.12})$$

固体面が剛体であり , 静止している場合 , 式 (B.12) の一般解は自由空間の Green 関数 (式 (A.4)) を用いると

$$c_0^2\rho H = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \frac{T_{ij}(\mathbf{y}, t - |\mathbf{x} - \mathbf{y}|/c_0)}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} d^3\mathbf{y} - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S \frac{p'_{ij}(\mathbf{y}, t - |\mathbf{x} - \mathbf{y}|/c_0)n_j}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} dS \quad (\text{B.13})$$

のように求められる．遠方場において， $c_0^2 \rho(\boldsymbol{x}, t) = p(\boldsymbol{x}, t)$ ， $H(f) = 1$ となり，コンパクト音源 (点音源 $\boldsymbol{y} = 0$) を仮定すると，式 (B.13) は

$$p(\boldsymbol{x}, t) \approx \frac{x_i}{4\pi c_0 |\boldsymbol{x}|^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_S p'_{ij} n_j \left(\boldsymbol{y}, t - \frac{|\boldsymbol{x}|}{c_0} \right) dS \quad (\text{B.14})$$

と近似される．

B.3 Powell の音源モデル

Powell は，Lighthill 式の音源項を書き換え，渦の音源としての役割について議論した [9]．式 (B.5) の Lighthill 式において， $\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0$ を満たし，

$$(\boldsymbol{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{u} = \nabla \left(\frac{1}{2} u^2 \right) + (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{u}) \quad (\text{B.15})$$

の関係をを用いると，式 (B.5) は以下のように書き換えることができる．

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i \partial x_i} = \rho_0 \nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{u}) + \nabla^2 \left(\frac{1}{2} u^2 \right) \quad (\text{B.16})$$

式 (B.16) の右辺の第 2 項は， $M \ll 1$ ， $Re \gg 1$ の場合には微小な値を持つため無視できる．したがって，式 (B.16) は

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i \partial x_i} = \rho_0 \nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{u}) \quad (\text{B.17})$$

のようになり，式 (B.17) は Powell の音源項と呼ばれている．

Howe[64] は，Powell により提唱された渦音理論を発展させ，Lighthill の音響理論を全エントルピー B を用いた形式に書き直した．

参考文献

- [1] Lighthill, M.J., “On sound generated aerodynamically I. General theory”, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, Vol. 211, pp. 564-587, (1952)
- [2] Lighthill, M.J., “On sound generated aerodynamically II. Turbulence as a source of sound”, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, Vol. 222, pp. 1-32, (1954).
- [3] 加藤千幸, “流体騒音の現状と今後の課題”, 生産研究, Vol. 51, pp. 3-8, (2000).
- [4] Yokoyama, H. and Kato, C., “Fluid-acoustic interactions in self-sustained oscillations in turbulent cavity flows. I. Fluid-dynamic oscillations”, Physics of Fluids, Vol. 21, 105103, (2009).
- [5] Inoue, O. and Hatakeyama, N., “Sound generation by a two-dimensional circular cylinder in a uniform flow”, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 471, pp. 285-314, (2002).
- [6] Curle, N., “The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound”, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, Vol. 231, pp. 505-514, (1955).
- [7] 加藤千幸, “低マッハ数の流れから発生する流体音の数値解析”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 71, pp. 2613-2621, (2005).

-
- [8] 水島文夫, 栗田健, 山出吉伸, 加藤千幸, 上原均, 廣川雄一, “数値シミュレーションによる次世代高速新幹線用低騒音パンタグラフの開発”, 平成 20 年度地球シミュレータ産業利用成果報告書, (2009).
- [9] Powell, A., “Theory of vortex sound”, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 36, pp. 177-195, (1964).
- [10] Howe, M.S., “Theory of vortex sound”, Cambridge University Press, Vol. 33, (2003).
- [11] Mhring, W., “On vortex sound at low Mach number”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 85, pp. 685-691, (1978).
- [12] Takaishi, T., Ikeda, M. and Kato, C., “Method of evaluating dipole sound source in a finite computational domain”, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 116, pp. 1427-1435, (2004).
- [13] White, F.M., “Fluid mechanics: 4th edition”, McGraw-Hill Higher Education, (1999).
- [14] Turkel, E., “Preconditioned methods for solving the incompressible and low speed compressible equations”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 72, pp. 277-298, (1987).
- [15] Weiss, J.M. and Smith, W.A., “Preconditioning applied to variable and constant density flows”, *AIAA Journal*, Vol. 33, pp. 2050-2057, (1995).
- [16] Turkel, E., Vatsa, V.N. and Radespiel, R., “Preconditioning methods for low-speed flows”, NASA Contractor Report, 201605, (1996).
- [17] Unrau, D. and Zingg, D.W., “Viscous airfoil computations using local preconditioning”, AIAA Paper 2027, (1997).

-
- [18] 森西晃嗣, 里深信行, “有理ルンゲ・クッタ法による低マッハ数流れの数値計算”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 56, pp. 1906-1913, (1990).
- [19] Harlow, F.H. and Amsden, A.A., “Numerical simulation of almost incompressible Flow”, Journal of Computational Physics, Vol. 3, pp. 80-93, (1968).
- [20] Yabe, T. and Wang, P., “Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid”, Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 60, pp. 2105-2108, (1991).
- [21] 稲垣昌英, 村田收, 安倍賢一, 近藤継男, “低マッハ数流れにおける流体共鳴音の数値解析法”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 66, pp. 2274-2281, (2000).
- [22] Smagorinsky, J., “General circulation experiments with the primitive equations” , Monthly Weather Review, Vol. 91, pp. 99-164, (1963).
- [23] Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W.H., “A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model” , Physics of Fluids A, Vol. 3, pp. 1760-1764, (1991).
- [24] Lilly, D.K., “A proposed modification of the Germano subgrid scale closure method” , Physics of Fluids A, Vol. 4, pp. 633-635, (1992).
- [25] 大宮司久明, 三宅裕, 吉澤徴, “乱流の数値流体力学 - モデルと計算法”, 東京大学出版会, (1998).
- [26] 稲垣昌英, 近藤継男, 長野靖尚, “実用的な LES のための混合時間スケール SGS モデル” , 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 68, pp. 2572-2579, (2002).
- [27] Vreman, A.W., “An eddy-viscosity subgrid-scale model for turbulent shear flow: Algebraic theory and applications”, Physics of Fluids, Vol. 16, pp. 3670-3681, (2004).

- [28] Kobayashi, H., “The subgrid-scale models based on coherent structures for rotating homogeneous turbulence and turbulent channel flow” , *Physics of Fluids*, Vol. 17, 045104, (2005).
- [29] Kobayashi, H., Ham, F. and Wu, X., “Application of a local SGS model based on coherent structures to complex geometries” , *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 640-653, (2008).
- [30] Yoshizawa, A. and Horiuti, K., “A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large eddy simulation of turbulent flows” , *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 58, pp. 2834-2839, (1985).
- [31] Ghosal, S., Lund, T.S., Moin, P. and Akelvoll, K., “A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flows”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 286, pp. 229-255, (1995).
- [32] Davidon, L., “Large eddy simulation: a dynamic one-equation subgrid model for three-dimensional recirculating flow”, *11th International Symposium on Turbulent Shear Flow*, Vol. 3, pp. 26.1-26.6, (1997).
- [33] Kajishima, T. and Nomachi, T., “One-equation subgrid scale model using dynamic procedure for the energy production” , *Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 73, pp. 368-373, (2006).
- [34] 深野徹, Talukder, A.A, 高松康生, 原義則, “一様流中の平板から発生する離散周波数騒音の発生機構に関する実験的研究”, *日本機械学会論文集 B 編*, Vol. 51, pp. 2828-2837, (1985).

- [35] Tam, C.K.W., “Discrete tones of isolated airfoils”, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 55, pp. 1173-1177, (1974).
- [36] 秋下貞夫, “一様流中に置かれた翼による騒音”, *日本機械学会論文集 B 編*, Vol. 47, pp. 2243-2252, (1981).
- [37] Brooks, T.F. and Hodgson. T.H., “Trailing edge noise prediction from measured surface pressures”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 78, pp. 69-117, (1981).
- [38] Ffowcs Williams, J.E. and Hawkings, D.L., “Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion” , *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 264, pp. 321-342, (1969).
- [39] Envia, E., “Fan noise reduction: an overview”, *International Journal of Aeroacoustics*, Vol. 1, pp. 43-64, (2002).
- [40] 池田充, 末木健之, 光用剛, “部材間干渉緩和と多孔質材貼付によるパンタグラフ空力音低減”, *鉄道総研報告*, Vol. 24, pp. 43-48, (2010).
- [41] Howe, M.S., “Aerodynamic noise of a serrated trailing edge”, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 5, pp. 33-45, (1991).
- [42] 佐々木壮一, 奈須秀太郎, 林秀千人, “セレーション平板翼の空力騒音低減効果”, *長崎大学工学部研究報告*, Vol. 38, pp. 1-6, (2008).
- [43] Oerlemans, S., Fisher, M., Maeder, T., and Kgler, K., “Reduction of wind turbine noise using optimized airfoils and trailing-edge serrations”, *AIAA Journal*, Vol. 47, pp. 1470-1481, (2009).

- [44] Jones, L.E. and Sandberg, R.D., “Numerical investigation of airfoil self-noise reduction by addition of trailing-edge serrations”, 16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA Paper 2010-3703, (2010).
- [45] Yoshizawa, A., “A statistically-derived subgrid model for the large-eddy simulation of turbulence” , *Physics of Fluids*, Vol. 25, pp. 1532-1538, (1982).
- [46] Okamoto, M. and Shima, N., “Investigation for the one-equation-type subgrid model with eddy-viscosity-expression including the shear-dumping effect” , *JSME International Journal Series B*, Vol. 42, pp. 154-161, (1999).
- [47] Jones, W.P. and Launder, B.E., “The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence” , *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 301-314, (1972).
- [48] Moser, R.D., Kim, J. and Mansour, N.N., “Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau=590$ ” , *Physics of Fluids*, Vol. 11, pp. 943-945, (1999).
- [49] Foyi, H., Sarkar, S. and Friedrich, R., “Compressibility effects and turbulence scalings in supersonic channel flow” , *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 509, pp. 207-216, (2004).
- [50] Moin, P. and Mahesh, K., “Direct numerical simulation: a tool in turbulence research” , *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 30, pp. 539-578, (1998).
- [51] Abe, H., Kawamura, H. and Matsuo, Y., “Direct numerical simulation of a fully developed turbulent channel flow with respect to the Reynolds number dependence” , *Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 123, pp. 382-393, (2001).

- [52] Miyazawa, M., Kato, C. Yoshiki, H. and Suzuki, Y., “Large eddy simulation of flow around an isolate aerofoil and noise prediction”, 5th JSME-KSME Fluids Engineering Conference, pp. 546-551, (2002).
- [53] Kato, C., Yamade, Y., Wang, H., Guo, Y., Miyazawa, M., Takaishi, T., Yoshimura, S. and Takano, Y., “Numerical prediction of sound generated from flows with a low Mach number” , Computers & Fluids, Vol. 36, pp. 53-68, (2007).
- [54] 宮内敏雄, 店橋護, 鈴木基啓, “DNSのための流入・流出条件”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 60, pp. 813-821, (1994).
- [55] 沖田浩平, 梶島岳夫, “翼まわりの非定常キャビテーション流れの数値シミュレーション”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 61, pp. 3900-3907, (2002).
- [56] Gault, D.E., “An experimental investigation of regions separated laminar flow”, NACA Technical Note, 3505, (1955).
- [57] Yang, Z. and Voke, P.R., “Large-eddy simulation of boundary-layer separation and transition at a change of surface curvature”, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 439, pp. 305-333, (2001).
- [58] Na, Y., and Moin, P, “Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer”, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 374, pp. 379-405, (1998).
- [59] Laurent, C., Mary, I., Gleize, V., Lerat, A., and Arnal, D., “DNS database of a transitional separation bubble on a flat plate and application to RANS modeling validation”, Computers & Fluids, Vol. 61, pp. 21-30, (2012).

-
- [60] Hu, H. and Yang, Z., “An experimental study of the laminar flow separation on a low-Reynolds-number airfoil”, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 130, 051101, (2008).
- [61] Batchelor, G.K., “An introduction to fluid dynamics”, Cambridge University Press, (2000).
- [62] Hutcheson, F.V., Brooks, T.F., Burley, C.L. and Stead, D.J., “Measurement of the noise resulting from the interaction of turbulence with a lifting surface”, 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA paper 2011-2907, (2011).
- [63] 林秀千人, 深野徹, 児玉好雄, “一様流中に置かれた NACA0012 翼から発生する離散周波数騒音の発生機構に関する実験的研究”, *日本機械学会論文集 B 編*, Vol. 59, pp. 802-806, (1993).
- [64] Howe, M.S., “Vorticity and the theory of aerodynamic sound”, *Journal of Engineering Mathematics*, Vol. 41, pp. 367-400, (2001).

関連発表文献

論文 (英文)

1. “Large eddy simulation of weakly compressible turbulent flows around an airfoil”
Changhwa HAN and Takeo KAJISHIMA,
Journal of Fluid Science and Technology, Vol. 9, No. 4, JFST0063(13p), (2014).

講演論文 (国際会議)

1. “Aeroacoustics using LES of turbulent flows around an airfoil”
Takeo KAJISHIMA and Changhwa HAN,
2014 Autumn Meeting of Korean Society of Computational Fluids Engineering , Jinju ,
Korea , (2014-11).
2. “Sound source detection in turbulent flows around an airfoil at low Mach number”
Changhwa HAN and Takeo KAJISHIMA,
Proceedings of the 10th Asian Computational Fluid Dynamics Conference (ACFD10) ,
Jeju , Korea , pp. 302-307, (2014-10).
3. “One-equation subgrid scale model for large eddy simulation of weakly compressible
flow”
Changhwa HAN and Takeo KAJISHIMA,

Proceedings of the 8th International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP8), Poitiers, France, USB media No. P23(5p), (2013-8).

4. “Numerical simulation of reduction of discrete frequency noise by trailing edge serration of airfoil”

Changhwa HAN, Takeshi OMORI and Takeo KAJISHIMA,

Proceedings of the 8th JSME-KSME Thermal and Fluids Engineering Conference (TFEC8), Incheon, Korea, USB media No. GSF20-003(4p), (2012-3).

5. “Numerical simulation of turbulent flow past a serrated airfoil”

Changhwa HAN, Takeshi OMORI and Takeo KAJISHIMA,

Proceedings of the ASME-JSME-KSME Joint Fluids Engineering Conference 2011 (AJK2011), Hamamatsu, Japan, USB media No. AJK2011-02009(10p), (2011-7).

講演論文 (国内学会)

1. “前縁剥離を伴う二次元翼周りの乱流の LES 解析”

韓昌和, 梶島岳夫,

第90期日本機械学会流体工学部門講演会 講演論文集, 京都, pp. 235-236, (2012-11).

2. “翼の後縁セレーションによる離散周波数騒音の低減に関する研究”

韓昌和, 大森健史, 梶島岳夫,

第25回数値流体力学シンポジウム 講演論文集, 大阪, USB media No. A08-4(5p), (2011-12).

3. “LES による非対称拡大流路内乱流の予測と剥離の制御に関する研究”

韓 昌和，太田 貴士，梶島 岳夫，

日本機械学会関西支部 第83期定期総会講演会 関西学生会 平成19年度学生員卒業発表講演会，講演論文集，大阪，講演番号1715，(2008-03)，

謝辞

本研究は、著者が大阪大学大学院 工学研究科 機械工学専攻 マイクロ機械科学部門 流体物理学領域に在学中、梶島 岳夫 教授の御指導のもとで行ったものであります。梶島 岳夫 教授には、2007 年度に著者が交換留学生として来日してから本論文を仕上げる現在に至るまで、数えきれないほど多くのことを学ばせて頂きました。梶島 岳夫 教授の指導のおかげで、諦めずに最後まで研究を続けることが出来ました。この場を借りて梶島 岳夫 教授に心より感謝を申し上げ、尊敬の意を表します。

大阪大学大学院 工学研究科 機械工学専攻 田中 敏嗣 教授、矢野 猛 教授には、御多忙の中、副査をお引き受け頂き、本論文に対する的確な御指摘を頂きました。改めて心より御礼申し上げます。

大阪大学大学院 工学研究科 機械工学専攻 竹内 伸太郎 准教授、大森 健史 博士には、研究に関する御助言を頂くだけでなく、研究に向き合う姿勢を学ばせて頂きました。ここに心より御礼申し上げます。

著者の恩師でありながら日本留学の大先輩である申 柄録 教授には、長い間お世話になっており、多数の御助言と暖かい励ましの御言葉を頂きました。この場を借りて、心より感謝と尊敬の意を表します。

荏原製作所の安 炳辰 博士には、交換留学の時期から多方面で助けを頂きました。ここに心より感謝致します。青山学院大学 理工学部 機械創造工学科 姜 東赫 博士には、研究に関する多数の有益な御助言を頂きました。心より御礼申し上げます。

水力実験室の多くの方々から、多大な御支援及び御協力を頂き、誠にありがとうございます。

ます。中でも同期である宮内 優 博士，博士後期課程 深田 利昭 氏から多大な御協力を頂きました。また，研究に関する数多くの議論を通して多くのことを学びました。改めて御礼申し上げます。

本研究の遂行にあたり，文部科学省より国費留学生として採用され，経済的に支えて頂きました。改めて関係各位に謝意を表します。

最後に，遠い韓国から私を支えてくれた家族に感謝と愛の心を伝えます。

2015年1月

韓 昌和