The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	共振アクチュエータの振幅制御に関する研究
Author(s)	浅井, 保至
Citation	大阪大学, 2015, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/52157
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

博士学位論文

共振アクチュエータの振幅制御に関する研究

浅井　保至

2015 年 1 月

大阪大学大学院工学研究科
知能・機能創成工学専攻

概要

リニア振動アクチュエータ（Linear Oscillatory Actuator:略称 LOA）は小形・軽量な構造を有し，短いストロークでの往復運動が可能であるというなどの理由から, 電気シェーバや電動歯ブラシなどの電気製品, バイブレーションや力覚提示装置などの振動デバイス，サスペンションやエンジンマウントなど制振デバイス，人工心臓などの医療機器に応用されており，特に効率の面から共振を利用したリニア共振アクチュエータの研究が盛んに行われている．リニア共振アクチュエータは，モータの回転運動を，クランク機構などにより直線運動へと変換する場合に比べ, 非接触で直接, 直線往復運動を得ることが可能であるため, 摩擦がなく，小型化が可能である．また，共振を利用しているため高速駆動が可能であり，ほぼ正弦波状の滑らかな運動が可能であるという特徴を有する．

リニア共振アクチュエータは前述のような長所を有しているが，共振を利用しているため外部からの負荷に対して振幅が大きく減少するという問題を有する．また，アプリケーションによっては，各々の外部負荷の大きさに適した振幅の出力を求められるため，任意の振幅制御が必要である．また，システムの小型化のため，それらの制御はセンサレスで行われることが求められる．

一方で，リニア共振アクチュエータの応用分野の拡大に伴い，多自由度駆動化が進んでいるが，多自由度化に伴い各軸方向駆動用の磁気回路が混在するため，各軸方向振幅の独立制御が必要である．特にエアギャップ方向に駆動軸を持つモデルについては，水平方向に比べ大きな推力を得ることが可能であり，また今後，二自由度以上の駆動を実現するためには，エアギャップ方向への駆動の検討が不可欠であるが, 制御が困難なことから検討されていない．

本研究では，負荷状況に応じて任意に振幅を制御するため，リニア共振アクチュエータに加わる外部負荷をセンサレスで推定する，ユニポーラ駆動モデルでの負荷推定手法を提案した．二つの逆起電圧信号を用いた外部負荷推定原理について述べ，負荷推定式を導出した．また，外部負荷によって移動する振動の中心の，片側に対してのみ振幅を維持することで，全体の振幅を一定とする，ユニポーラ駆動化による制御性の改善について示した．さらに，PID 制御の目標値を，推定した負荷情報を用いて任意に変化させることで，外部負荷に応じて出力する振幅を自由に制御可能な，負荷推定 PWM フィードバック制御による任意振幅制御を提案した．

提案した制御手法を考慮した有限要素解析によりその動作特性を求めたところ，外部負荷を良好に推定可能であり，負荷推定手法の効果を確認した．また，外部負荷の変化に応じてあらかじめ設定した目標値関数に従い振幅を出力可能であり，任意振幅制御の効果を確認した．

実機による提案制御下での測定を行ったところ，負荷推定手法により，良好に外部負荷が推定可能であ

ることを確認した．また，任意振幅制御下での動作実験により，外部負荷の変化に応じて，出力される振幅があらかじめ設定した目標値関数に従い良好に変化することを確認し，目標値関数の違いにより，任意の振幅を出力可能であることも確認した．これらの結果より，従来困難であった，センサレスでの外部負荷に対する任意振幅制御が実現可能であることを明らかにした．

次に，エアギャップ方向に駆動軸を持つ二軸駆動共振アクチュエータを提案し，ベクトル制御を用いた各軸独立制御法を提案した． 提案制御下での動作原理を述べ，また，端効果の影響を考慮した電流値補正について述べた．

有限要素解析により動作特性を求めたところ，X 軸駆動時に，吊りばね構造に起因する強制変位によって Z 軸方向の変動がみられたが，ベクトル制御により各軸独立に制御可能であることを確認した．両軸駆動時も単軸駆動時と同等の振幅を得ることができ，良好な結果を確認したが，ディテント特性の影響で多少の振幅の重畳が見られることが分かった．

また，二軸駆動共振アクチュエータの試作を行い，実機による測定を行った．単軸駆動時の実験を行ったところ，解析結果と同様に吊りばね構造に起因する強制変位によって Z 軸方向の変動がみられたが，提案制御手法により，各軸駆動を独立して制御可能であることを示した．両軸駆動時の実験を行ったところ，両軸駆動時にも単軸駆動時と同等の振幅を得ることが可能であることを示した．これらの結果より，本アクチュエータおよび提案制御手法の有効性を実機実験により明らかにした．

目次

概要 ……

第1章 緒論 …… 1

1.1 リニア共振アクチュエータに関する現状 …… 1

1.2 リニア共振アクチュエータの振幅制御の課題 …… 4

1.2.1. 外部負荷に対する振幅制御 …… 4

1.2.2. 多自由度化に伴う振幅制御 …… 4

1.3 数値解析シミュレーションの現状 …… 5

1.4 研究の目的・方針 …… 6

1.5 論文の構成 …… 6

第2章 有限要素法による解析手法 …… 9

2.1 電磁界の基礎方程式 …… 9

2.1.1. マクスウェルの基礎方程式 …… 9

2.1.2. 静磁界問題 …… 10

2.1.3. 時間依存場 …… 11

2.1.4. 永久磁石を含む場の基礎方程式 …… 12

2.2 有限要素法による定式化 …… 13

2.2.1. ガラーキン法による残差方程式 …… 13

2.2.2. 境界条件 …… 16

2.2.3. 未知数の定義方法 …… 18

2.2.4. 補間関数 …… 19

2.2.5. 時間依存場計算法 …… 21

2.2.6. 非線形特性計算法 …… 22

2.3 マクスウェルの応力法による電磁力の計算法 …… 23

2.4 電流分布計算法 …… 25

2.5 電圧が与えられた回路方程式との連立による数値解析 …… 25

2.6 逆起電圧フィードバック制御時の数値解析 …… 27

2.6.1. バイポーラ駆動モデル …… 27

2.6.2. ユニポーラ駆動モデル ……29
2.7 運動方程式との連立による数値解析 ……30
2.7.1. 運動方程式 ……31
2.7.2. 離散化 ……32
2.7.3. 三次元分割図自動修正法 ……33

第3章 リニア共振アクチュエータとその制御 ……37
3.1 基本構造と動作原理 ……37
3.1.1. 基本構造 ……37
3.1.2. 動作原理 ……38
3.2 バイポーラ駆動 PWM フィードバック制御 ……39
3.2.1. Pulse Width Modulation 制御 ……39
3.2.2. 逆起電圧検知による Duty 制御 ……40
3.3 実験装置・方法 ……43
3.4 解析モデル・条件 ……45
3.5 バイポーラ駆動モデルでの動作特性 ……46
3.5.1. 無負荷特性 ……46
3.5.2. 負荷特性 ……47
3.5.3. バイポーラ駆動モデルでの振幅増加原理 ……49
3.6 結言 ……51

第4章 センサレス負荷推定手法による任意振幅制御の提案 ……53
4.1 負荷推定手法と任意振幅制御 ……53
4.1.1. 負荷推定手法の提案 ……53
4.1.2. ユニポーラ駆動化による制御性の改善 ……56
4.1.3. 負荷推定 PWM フィードバック制御による任意振幅制御 ……58
4.2 基本構造 ……60
4.3 解析モデル・条件 ……61
4.4 提案制御下での動作特性解析 ……62
4.4.1. 検知電圧特性と負荷推定結果 ……62
4.4.2. 任意振幅制御下での動作特性 ……67
4.5 試作機及び実験装置概要 ……68
4.5.1. 試作機 ……68

4.5.2. 負荷装置 ……70
4.6 提案制御下での実験検証 ……70
4.6.1. 実験方法 ……70
4.6.2. 負荷推定実験 ……72
4.6.3. 任意振幅制御実験 ……73
4.7 結言 ……74

第5章 二軸駆動共振アクチュエータと各軸独立制御法の提案 ……76
5.1 アクチュエータの構造と制御概要 ……76
5.1.1. 基本構造 ……76
5.1.2. 動作原理 ……78
5.1.3. ベクトル制御による各軸独立制御 ……79
5.2 解析モデル・条件 ……80
5.3 静推力特性解析 ……81
5.3.1. ディテント特性 ……81
5.3.2. 電流推力特性 ……82
5.3.3. ベクトル制御下での推力特性 ……83
5.4 動作特性解析 ……84
5.4.1. 単軸駆動特性 ……84
5.4.2. 両軸駆動特性 ……87
5.5 試作機概要 ……89
5.6 静推力特性実験 ……90
5.6.1. ディテント特性 ……90
5.6.2. 電流推力特性 ……92
5.7 動作特性実験 ……92
5.7.1. 単軸駆動特性 ……92
5.7.2. 両軸駆動特性 ……95
5.8 結言 ……97

第6章 結論 ……99

謝辞 …… 101
研究業績一覧 …… 102

第 1 章

緒論

1.1　リニア共振アクチュエータに関する現状 [1)]

近年，リニアモータおよびリニア電磁アクチュエータは，産業界の様々な分野において活発に利用されており，その代表的利用として，輸送システム，工場用搬送システム，ロボット，NC 工作機などの FA 機器から，情報端末機，事務機などの OA 機器まで，幅広く展開している．そして，今後もこれらの応用分野は拡大していくと考えられる．その中で，リニア振動アクチュエータ（Linear Oscillatory Actuator:略称 LOA）は小形・軽量な構造を有し，短いストロークでの往復運動が可能であるというなどの理由から，電気シェーバや電動歯ブラシなどの電気製品，バイブレーションや力覚提示装置などの振動デバイス，サスペンションやエンジンマウントなど制振デバイス，人工心臓などの医療機器に応用されている [2~8)].

リニア振動アクチュエータは可動体の構成によって Table 1.1 のように 3 種類に分類される. Fig. 1.1～Fig. 1.3 にそれぞれのリニア振動アクチュエータの基本構造を示す.

Fig. 1.1 に示すようなコイル可動形リニア振動アクチュエータは，フレミングの左手則によって働く電流力を推力としており，中・小型機として実用化されているが，構造的にコイル部に大きなギャップを必要とするため効率が低下する，ストロークが永久磁石の長さによって制限される，といったデメリットもある.

Fig. 1.2 に示すような鉄心可動形リニア振動アクチュエータは，二つのコイルにそれぞれパルス電流を交互に流すことによって発生する磁気力を推力としており，構造は簡潔であるが，応答性や効率が低い.

Fig. 1.3 に示すような永久磁石可動形リニア振動アクチュエータは，鉄心可動形と同様に磁気力を推力としているが，可動体である永久磁石にエネルギーが蓄積されているため，磁石が磁界中を移動する

ことにより逆起電力が発生するが，エネルギー効率が高く，永久磁石の低コスト化によって最もよく採用されている方式である．特に，効率の面から共振を利用した永久磁石形リニア共振アクチュエータの研究が盛んに行われており [11~13]，高推力化のため，Fig. 1.4 に示すよう，表面磁石型や埋め込み磁石型，ハルバッハ磁極配置など，磁気回路構造に関する研究が多く報告されている [14,15]．リニア共振アクチュエータは，モータの回転運動を，クランク機構などにより直線運動へと変換する場合に比べ，非接触で直接，直線往復運動を得ることが可能であるため，摩擦がなく，小型化が可能である．また，共振を利用しているため高速駆動が可能であり，ほぼ正弦波状の滑らかな運動が可能であるという特徴を有する．

Table 1.1 Classification of linear oscillatory actuator

	Moving coil	Moving yoke	Moving magnet
Moving parts	coil （conductor）	yoke （ferromagne）	magnet (ferrite・rare-earth）
Electromagnetic	current force	magnetic force	magnetic force
Inertia	low	high	high
Application	sewing machine air pump	vibration exciter air compressor	electrical shaver electrical toothbrush artificial heart

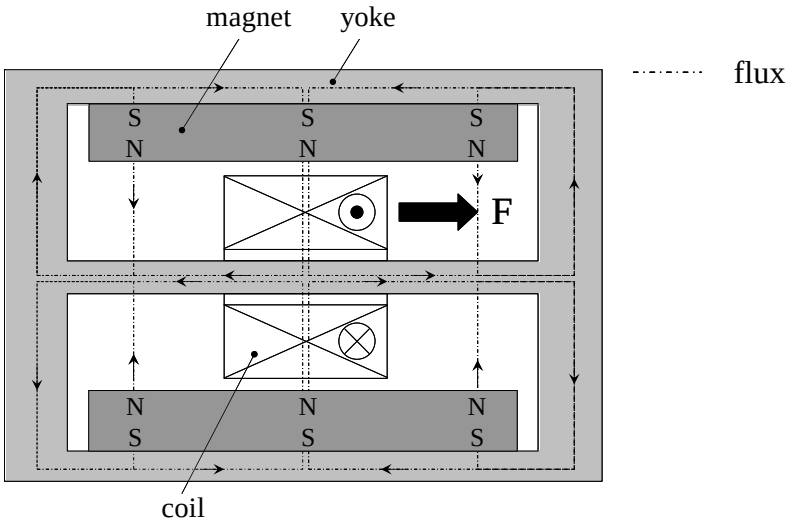


Fig. 1.1　Basic structure of moving coil linear oscillatory actuator

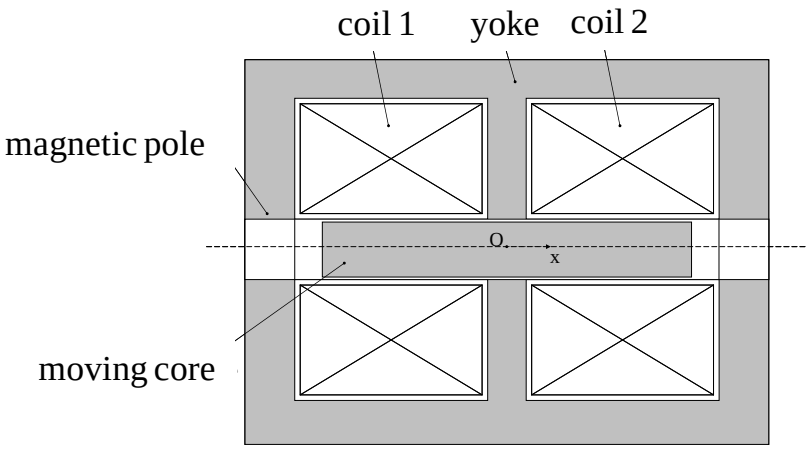


Fig. 1.2 Basic structure of moving core linear oscillatory actuator

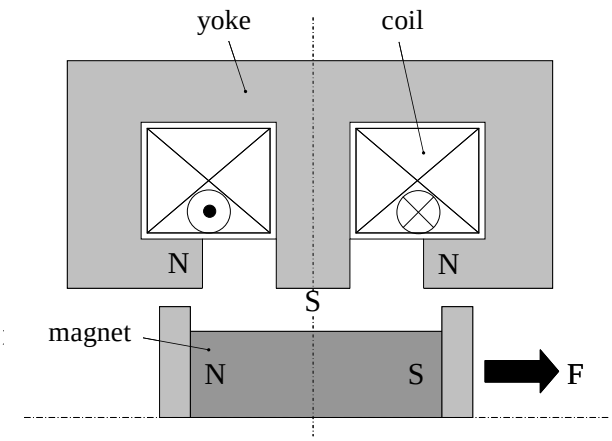
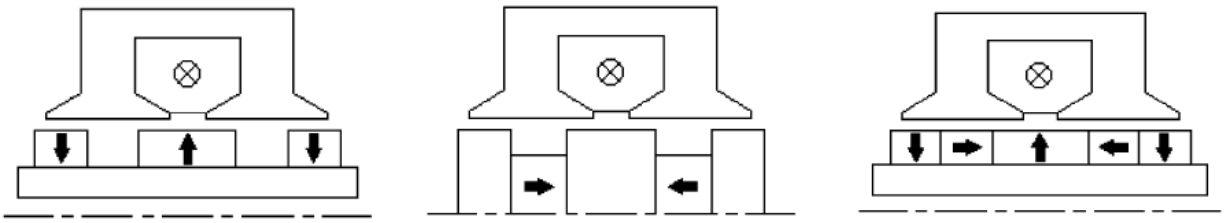


Fig. 1.3 Basic structure of moving magnet linear oscillatory actuator



(a) Surface permanent magnet (b) Interior permanent magnet (c) Halbach array

Fig. 1.4 Structures of pole configuration

1.2　リニア共振アクチュエータの振幅制御の課題

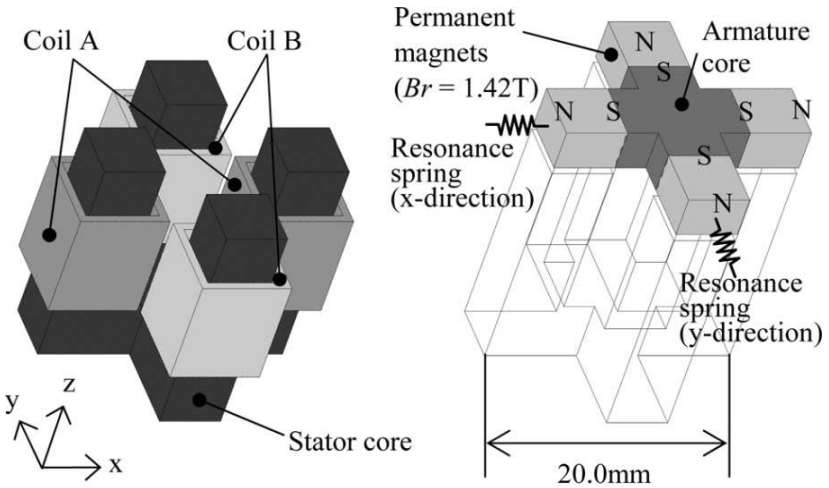
1.2.1　外部負荷に対する振幅制御

リニア共振アクチュエータは前節で述べたような長所を有しているが，共振を利用しているため外部からの負荷に対して振幅が大きく減少するという問題を有する．また，アプリケーションによっては，各々の負荷の大きさに適した振幅の出力を求められるため，任意の振幅制御が必要である．

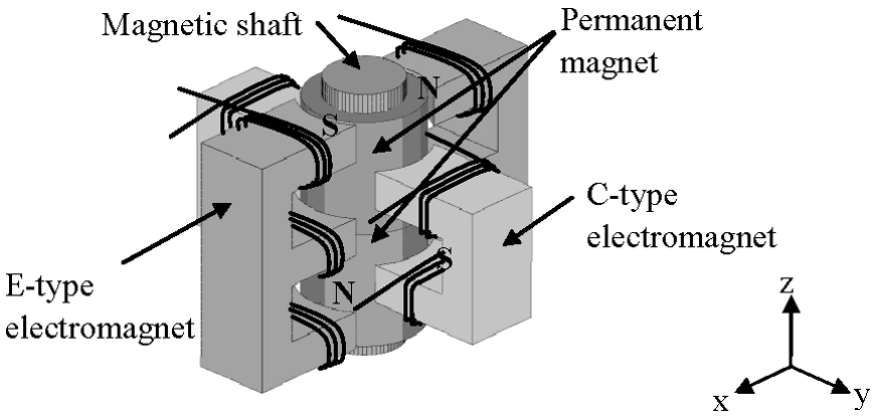
それに対応するために，可動子の振幅をセンサーにより検知して，コイルへの印加電圧を制御するフィードバック制御システムが提案されているが，振幅値を得るためのセンサーを外部に必要とするため，システムの大型化が問題となっている．そこでコイルからの逆起電圧信号を用いた，リニア共振アクチュエータのセンサレスフィードバック制御に関する研究も報告されている [16,17]．これらの研究では負荷による振幅の減少は抑えられているが，その動作は受動的であり，負荷に応じて能動的に任意の振幅を出力することは困難である．

1.2.2　多自由度化に伴う振幅制御

一方で，リニア共振アクチュエータの応用分野の拡大に伴い，多自由度駆動化が進んでおり，Fig. 1.5 のように，単体で二自由度駆動が可能である共振アクチュエータの研究が盛んに行われている [18,19]．しかし，多自由度化に伴い各軸方向駆動用の磁気回路が混在し干渉し合うため，各軸方向振幅の独立制御が必要である．特にエアギャップ方向に駆動軸を持つモデルについては，水平方向に比べ大きな推力を得ることが可能であり，また今後，二自由度以上の駆動を実現するためには，エアギャップ方向への駆動の検討が不可欠であるが，制御が困難なことから検討されていない．



(a) Planarly-actuated type



(b) Linear-rotation type

Fig. 1.5　Earlier studies of multi-DOF linear oscillatory actuator

1.3　数値解析シミュレーションの現状

近年では，コンピュータの著しい発展と，解析技術の進歩に伴い，複雑な形状のアクチュエータに対してもシミュレーションによりその諸特性を把握することが可能になっているため，数値解析シミュレーションは設計ツールとして重要な役割を果たしている [20~23].

特に，有限要素法の活用により，磁界方程式と電気回路方程式，さらには運動方程式を連成した動作特性解析も実用的レベルまできており，回転モータやリニアモータなど様々な電磁アクチュエータの設計へ応用されている．更に，多自由度駆動，PWM フィードバック制御，後述するベクトル制御など高度な制御系まで考慮した解析も可能となってきている．

1.4　研究の目的・方針

本研究では，外部負荷に応じて能動的に任意の振幅を出力するため，二つの逆起電圧信号を用いてセンサレスで外部負荷を推定する手法と，推定した負荷情報を用いて任意に振幅を制御する手法を提案する．提案した制御手法を考慮した動作特性解析を行い，その効果を確認する．また実機による測定結果によって，本手法の有効性を示す．

更に，各軸方向振幅を独立制御するため，エアギャップ方向に駆動軸を持つ二軸駆動共振アクチュエータと，ベクトル制御を用いた各軸独立制御手法を提案する．ベクトル制御下での二軸駆動共振アクチュエータの動作特性解析を行い，アクチュエータの特性を明らかにする．また実機による検証によって，提案したアクチュエータおよび制御手法の有効性を示す．

1.5　論文の構成

本論文は，本章を含めて 6 章から構成される．

第 1 章では，リニア振動アクチュエータに関する現状と分類，そして本研究の目的と方針について述べる．

第 2 章では，本研究の基礎となる，一次四面体辺要素を用いた三次元有限要素法による解析手法について述べる．また，磁性体の非線形性，時間差分，電磁力の数値解析法について述べるとともに，磁界，運動および回路方程式との連成解析法を示す．

第 3 章では，リニア共振アクチュエータの基本モデルおよびバイポーラ駆動 PWM フィードバック制御概要について述べ，フィードバック制御下でのリニア共振アクチュエータの動作特性を解明するとともに，実機による測定結果との比較を行う．

第 4 章では，外部負荷をセンサレスで推定する負荷推定手法について述べ，また，推定した負荷情報を用いた任意振幅制御について述べる．提案した制御手法を考慮した動作特性解析を行い，その効果を確認する．また，実機による検証を行い，提案した制御手法の有効性を示す．

第 5 章では，二軸駆動共振アクチュエータと，その制御方法について述べる．有限要素解析により静特性，動作特性を解明し，本アクチュエータの特性を明らかとする．また，提案した二軸駆動共振アクチュエータを試作し実機による検証を行い，本アクチュエータの有効性を示す．

第 6 章では，本研究で得られた結果を総括し，結論を述べる．

参考文献

1) 電気学会，“リニア電磁駆動システムの現状と応用技術”，電気学会技術報告（Ⅱ部）第 314 号(1989)

2) 村口洋介，水野勉，平田勝弘，和多田雅哉，矢島久志，“ここまで出来る　リニア駆動システム　リニアモータ応用事例(3)　LOA の用途”，平成 18 年電気学会産業応用部門大会，3-S10-5，pp.21-26(2006.08)

3) 平田勝弘“リニアモータとその解析法”，第１８回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム基調講演，A2K01，pp.7-14(2006.05)

4) 平田勝弘，“リニアドライブシステムの３次元磁界解析の実例”，平成 14 年電気学会全国大会シンポジウム，5-S22-4，pp.517-520(2002.03)

5) 2002 年版モータドライブ＆コントロール最新技術ガイド「電動歯ブラシにおける小型リニア活用技術」，平田勝弘，電子技術, pp.33-37(2002.03)

6) 荘司典孝・平田勝弘・上山健司・橋本栄一郎・高木貴弘：「三次元有限要素法を用いた小形リニア振動アクチュエータの動作特性解析」，電学論 D, 130-D, 4, pp.568-573

7) Fumiya Kitayama, Katsuhiro Hirata, and Masahiko Sakai, "Proposal of a Two Movers Linear Oscillatory Actuator for Active Control Engine Mounts", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL.49, NO.5, pp.2237-2240, 2013.05

8) M. Watada, D. Ebihara and K. Imachi, “Improvement on characteristics of linear oscillatory actuator for artificial hearts,” IEEE Transaction on Magnetics, vol. 29, no. 6, pp. 3361–3363, 1993.

9) 電気学会，“リニアモータとその応用”，オーム社(1984)

10) 山田一，“リニアモータ応用ハンドブック”，工業調査会(1986)

11) Y. Mitsutake, K. Hirata and Y. Ishihara, “Dynamic Response Analysis of A Linear Solenoid Actuator”, IEEE Transaction on Magnetics, VOL.33, No.2, pp.1634-1637(1997.03)

12) H. Enomoto, K. Harada, Y. Ishihara, T. Todaka and K. Hirata, “Optimal Design of Linear Oscillatory Actuator Using Genetic Algorithm”, IEEE Transaction on Magnetics, VOL.34, No.5, pp.3515-3518(1998.09)

13) Y. Hasegawa, K. Harada, Y. Ishihara, T. Todaka and K. Hirata, “Optimal design of axis symmetric linear oscillatory actuator using genetic algorithm”, International Journal of COMPEL, Vol.19, No.2, pp.625-631(2000.05)

14) Z. Q. Zhu, X. Chen, D.Howe, S. Iwasaki “Electromagnetic Modeling of a Novel Linear Oscillating Actuator”, IEEE Transactions on Magnetics, VOL. 44, NO. 11, pp.3855-3858 (2008.11)

15) Tae Heoung Kim, Hyung-Woo Lee, Youn-Hyun Kim, Ju Lee “Development of a Flux Concentration-Type Linear Oscillatory Actuator”, IEEE Transactions on Magnetics, VOL. 40, NO. 4, pp.2092-2094 (2004.7)

16) Katsuhiro Hirata, Keisuke Matsui and Tomohiro Ota, “Dynamic Analysis of Linear Resonant Actuator under PWM Control Employing the 3-D Finite Element Method”, Proceedings of the 13th Biennial IEEE CEFC (Conference on Electromagnetic Field Computation), Greek, OC1-1, p.192, 2008.05

17) 松井 慶介，平田勝弘，太田智浩，“三次元有限要素法を用いたリニア共振アクチュエータの動作特性解析”，第 20 回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム，21A3-2，pp.65-68，2008.05

18) Tadashi Yamaguchi, Yoshihiro Kawase, Koichi Sato, Satoshi Suzuki, Katsuhiro Hirata, Tomohiro Ota and Yuya Hasegawa, “Trajectory Analysis of 2-D Magnetic Resonant Actuator” , IEEE Trans. Magn., vol.45, No.3, pp.1732-1735, Mar. 2009.

19) K. Hirata, T. Yamamoto, T. Yamaguchi, Y. Kawase and Y. Hasegawa, ”Dynamic Analysis Method of Two-Dimensional Linear Oscillatory Actuator Employing Finite Element Method”, IEEE Trans. Magn., vol.43, No.4, pp.1441-1444, 2007.

20) A.Yoshitake，K.Harada，T.Todaka，Y.Ishihara.，“Dynamic Analysis of A Linear Oscillatory Under Feedback Control”， IEEE Transaction on Magnetic, Vol.33, No.2, p.1662-1665 (1997)

21) 太田智浩，平田勝弘，“２つの可動子を有するリニア振動アクチュエータの三次元磁界解析”，平成 14 年電気学会全国大会，5-157，p．219(2002.03)

22) 榎本英樹，吉武晃，原田和郎，石原好之，戸高敏之，平田勝弘，“遺伝的アルゴリズムを用いたリニア振動アクチュエータの形状最適化”，平成９年電気学会全国大会，1187，p.5-165(1997.03)

23) 太田智浩，河瀬順洋，平田勝弘，光武義雄，“三次元有限要素法によるリニア振動アクチュエータの推力解析”，電気学会リニアドライブ゛研究会，LD-97-34，pp.29-34(1997.02)

第２章

有限要素法による解析手法

近年，コンピュータ性能の著しい向上により，有限要素法による数値解析を主として，解析シミュレーションによるアクチュエータ性能の事前予測，最適設計への活用は不可欠となっている．特に，磁界方程式を電気回路方程式および可動部の運動方程式と連成させた動作特性解析が実用レベルまできており，様々な電磁アクチュエータの設計に応用されている．以下に，本研究で用いた三次元有限要素法による電磁界の解析手法について述べる．

2.1 電磁界の基礎方程式 [1,2)]

2.1.1 マクスウェルの基礎方程式

電磁界の諸現象を表す方程式は，すべてマクスウェルの基礎方程式から導出することができる．

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \tag{2.1}$$

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{2.2}$$

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{B} = 0 \tag{2.3}$$

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{D} = \rho \tag{2.4}$$

ここで，$\boldsymbol{H}$ は磁界の強さ，$\boldsymbol{J}$ は電流密度，$\boldsymbol{D}$ は電束密度，$\boldsymbol{E}$ は電界の強さ，$\boldsymbol{B}$ は磁束密度，ρ は電荷密度である．また，$\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{H}$，$\boldsymbol{D}$，$\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{J}$ の間には次式のような関係がある．

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \tag{2.5}$$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} \tag{2.6}$$

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E} \tag{2.7}$$

ここで，μ は透磁率，ε は誘電率，σ は導電率である．(2.3)式より，次式で定義される磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ を導入する．

$$\boldsymbol{B} = \mathrm{rot}\, \boldsymbol{A} \tag{2.8}$$

2.1.2 静磁界問題

静磁界問題では，(2.1)式の時間微分項を零とした次式を取り扱う．

$$\mathrm{rot}\, \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} \tag{2.9}$$

(2.9)式に(2.8)式を代入すれば，静磁界の基礎方程式は次式のように表される．

$$\mathrm{rot}\left(\frac{1}{\mu}\mathrm{rot}\, \boldsymbol{A}\right) = \mathrm{rot}\left(\nu\, \mathrm{rot}\, \boldsymbol{A}\right) = \boldsymbol{J} \tag{2.10}$$

ここで，ν は磁気抵抗率で透磁率 μ の逆数である．

静磁界問題は(2.10)式を満足する $\boldsymbol{A}$ を求めて，(2.8)式から次のように磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の x，y，z 方向の成分 B_x，B_y，B_z を求めることになる．

$$
\left.
\begin{aligned}
B_x &= \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\
B_y &= \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\
B_z &= \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}
\end{aligned}
\right\} \tag{2.11}
$$

2.1.3 時間依存場

磁束が時間的に変化するため解析領域内にある導体または磁性体に渦電流が流れ，それによる反作用磁界が問題となる場合について考察する．

このような場は，対する方程式に時間微分項$\partial/\partial t$が入るので，一般的に時間依存(渦電流)場と呼ばれる．なお，低周波を扱う場合，マクスウェルの基礎方程式の中の(2.1)式の右辺の時間微分項の変位電流を無視することができる．(2.8)式を(2.2)式に代入すると次式を得ることができる．

$$
\boldsymbol{E} = -\left(\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} + \mathrm{grad}\,\phi \right) \tag{2.12}
$$

ここでϕ は電気スカラポテンシャルであり，gradϕ はrot(gradϕ) = 0 に起因して生じる項である．これより(2.7)式と(2.12)式から時間依存場の磁界の基礎方程式は次式で表される．

$$
\mathrm{rot}(\nu\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{J}_0 + \boldsymbol{J}_e = \boldsymbol{J}_0 - \sigma\left(\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} + \mathrm{grad}\,\phi \right) \tag{2.13}
$$

$$
\boldsymbol{J}_e = -\sigma\left(\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} + \mathrm{grad}\,\phi \right) \tag{2.14}
$$

ここで，$\boldsymbol{J}_0$は強制電流密度，$\boldsymbol{J}_e$は渦電流密度である．

なお，辺要素を用いる場合はゲージ条件として$\phi = 0$ を選択できるため(2.14)式より電気スカラポテンシャルϕ を削除することもでき，通常$\boldsymbol{A}$法と呼ばれる簡単な式となる．ただし，電気スカラポテンシャルϕ を未知数とした場合，未知変数の増加により自由度が増す

ため連立一次方程式の解法であるICCG(Incomplete Cholesky Conjugate Gradient Method)法の収束特性が改善され計算時間が短いという利点がある．これは，通常$\boldsymbol{A}$-ϕ 法と呼ばれている．なお，このとき，次式で示される渦電流の発散条件を連立して計算を行う必要がある．

$$\mathrm{div}\left\{-\sigma\left(\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}+\mathrm{grad}\,\phi\right)\right\}=0 \tag{2.15}$$

2.1.4 永久磁石を含む場の基礎方程式

外部からの強制電流密度 $\boldsymbol{J}_0$ と渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ 以外に磁界をつくる永久磁石が存在する場合の基礎方程式は次式で表される．

$$\mathrm{rot}\left(\nu^{*}\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}\right)=\boldsymbol{J}_0+\boldsymbol{J}_\mathrm{m}+\boldsymbol{J}_\mathrm{e} \tag{2.16}$$

$$\nu^{*}=\begin{cases}\nu_0=1/\mu_0 & \text{(永久磁石の領域)}\\ \nu=1/\mu & \text{(永久磁石以外の領域)}\end{cases} \tag{2.17}$$

$$\boldsymbol{B}=\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A} \tag{2.18}$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{cases}\mu_0\,\boldsymbol{H}+\boldsymbol{M} & \text{(永久磁石の領域)}\\ \mu\,\boldsymbol{H} & \text{(永久磁石以外の領域)}\end{cases} \tag{2.19}$$

ここで，$\boldsymbol{J}_\mathrm{m}$は等価磁化電流密度，$\mu_0$および$\mu$ は真空中および磁性体の透磁率，$\boldsymbol{M}$は磁化である．なお，等価磁化電流密度$\boldsymbol{J}_\mathrm{m}$は次式を満足しなければならない．

$$\boldsymbol{J}_\mathrm{m}=\begin{cases}\nu_0\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{M} & \text{(永久磁石の領域)}\\ 0 & \text{(永久磁石以外の領域)}\end{cases} \tag{2.20}$$

このように，解析領域内に一般の磁性体と永久磁石が混在している場合は各々を別々の式で取り扱う．

永久磁石中の磁気特性は(2.18)式に(2.1)式を適用すると，

$$\mathrm{rot}\,\frac{1}{\mu_0}\left(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{M}\right)=\boldsymbol{J} \tag{2.21}$$

となる．続いて，磁束密度$\boldsymbol{B}$を，磁気ベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$を用いて表すと，

$$\mathrm{rot}\,\nu_0\left(\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}-\boldsymbol{M}\right)=\boldsymbol{J} \tag{2.22}$$

となる．ここで，ν_0は真空中の磁気抵抗率(=1/μ_0)である．
(2.22)式を変形すると次式で表される．

$$\mathrm{rot}\left(\nu_0\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}\right)=\boldsymbol{J}+\nu_0\mathrm{rot}\,\boldsymbol{M} \tag{2.23}$$

2.2 有限要素法による定式化

2.2.1ガラーキン法による残差方程式

前項の(2.16)式に後述する要素の辺で定義される磁気ベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$の補間関数$\boldsymbol{N}_i$を重み関数として，ガラーキン法を適用すると渦電流及び永久磁石を考慮した動磁場解析のための残差G_{oi} は次式で定義され零となる．

$$G_{oi}=G_{li}-G_{j0i}-G_{jei}-G_{jmi}=0 \tag{2.24}$$

ただし，(2.23)式右辺の各項は以下のようになる．

$$G_{li}=\int_V \boldsymbol{N}_i\cdot\left\{\mathrm{rot}\left(\nu\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}\right)\right\}dV \tag{2.25}$$

$$G_{j0i}=\int_{V_c}\boldsymbol{N}_i\cdot\boldsymbol{J}_0dV \tag{2.26}$$

$$G_{jei}=\int_{V_e}\boldsymbol{N}_i\cdot\left\{-\sigma\left(\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}+\mathrm{grad}\,\phi\right)\right\}dV \tag{2.27}$$

$$G_{jmi} = \int_{V_m} \boldsymbol{N}_i \cdot (\nu_0 \operatorname{rot} \boldsymbol{M}) dV \tag{2.28}$$

ここで，Vは全領域，V_cは巻線の領域，V_eは渦電流が流れる導体の領域及びV_mは永久磁石の領域とする．(2.25)式において磁気ベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$は離散化の過程で要素内では一次近似されるため，回転を２回適用すると恒等的に零となることから，このままの形では離散化できない.そこで次式のベクトル公式及びガウスの発散定理を用いて変形する.

$$\boldsymbol{u} \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v} \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{u} - \operatorname{div}(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}) \tag{2.29}$$

$$\int_V \operatorname{div} \boldsymbol{u} dV = \int_S \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{n} dS \tag{2.30}$$

$$(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}) \cdot \boldsymbol{w} = \boldsymbol{u} \cdot (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w}) \tag{2.31}$$

(2.25)式にベクトル公式及びガウスの発散定理を適用すると次式が得られる.

$$\int_V \boldsymbol{N}_i \cdot \{\operatorname{rot}(\nu \operatorname{rot} \boldsymbol{A})\} dV = \int_V \operatorname{rot} \boldsymbol{N}_i \cdot (\nu \operatorname{rot} \boldsymbol{A}) dV - \int_S \boldsymbol{N}_i \cdot \{(\nu \operatorname{rot} \boldsymbol{A}) \times \boldsymbol{n}\} dS \tag{2.32}$$

ここで$\boldsymbol{n}$は微小面積dSの外向きの単位法線ベクトルである．（2.32）式において右辺第2項は境界積分項で固定境界上では$\boldsymbol{N}_i = 0$ となり，磁界の強さ$\boldsymbol{H}$が境界面に垂直な場合は $\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H} = 0$ となるため結局零となる．したがって通常この項を零，すなわち磁束は境界に対して平行または垂直にしか通らないものとして解析する.

次に(2.28)式において永久磁石の磁化$\boldsymbol{M}$は要素内で一定として与えるために，その回転量は恒等的に零となる.そこで(2.28)式にもベクトル公式及びガウスの発散定理を適用すると次式が得られる.

$$\int_{V_m} \boldsymbol{N}_i \cdot (\nu_0 \operatorname{rot} \boldsymbol{M}) dV = \int_{V_m} \operatorname{rot} \boldsymbol{N}_i \cdot (\nu_0 \boldsymbol{M}) dV - \int_{S_m} \boldsymbol{N}_i \cdot \{(\nu_0 \boldsymbol{M}) \times \boldsymbol{n}\} dS \tag{2.33}$$

(2.33)式の境界積分項も零として，境界上の磁化$\boldsymbol{M}$は垂直または平行であるとする.

以上より渦電流及び永久磁石を考慮した動磁場解析のための残差 G_{oi} は次式で定義される．なお，境界積分項も示す.

$$
\begin{aligned}
G_{oi} = & \int_V \mathrm{rot}\,\mathbf{N}_i \cdot (\nu\,\mathrm{rot}\,\mathbf{A})dV - \int_S \mathbf{N}_i \cdot \{(\nu\,\mathrm{rot}\,\mathbf{A})\times\mathbf{n}\}dS \\
& - \int_{V_c} \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{J}_0 dV - \int_{V_e} \mathbf{N}_i \cdot \left\{-\sigma\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathrm{grad}\,\phi\right)\right\}dV \\
& - \int_{V_m} \mathrm{rot}\,\mathbf{N}_i \cdot (\nu_0\mathbf{M})dV + \int_{S_m} \mathbf{N}_i \cdot \{(\nu_0\mathbf{M})\times\mathbf{n}\}dS
\end{aligned}
\tag{2.34}
$$

ところで，(2.33)式において電気スカラポテンシャルϕ も未知変数とした場合，未知変数は $\boldsymbol{A}$ の 3 成分とϕ の合計 4 変数となるが，(2.34)式の残差 G_{oi} には 3 成分の式しかないため方程式の数が未知変数よりも少ないことになる. そこで渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ に対して次式に示す電荷保存則の式を導入する.

$$
\mathrm{div}\,\boldsymbol{J}_e = 0 \tag{2.35}
$$

(2.14)式と(2.35)式より，後述する要素の節点で定義される電気スカラポテンシャルϕ の補間関数N_i を重み関数としてガラーキン法を適用すると残差G_{di} は次式で定義され零となる.

$$
G_{di} = \int_{V_e} \boldsymbol{N}_i\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{J}_e dV = 0 \tag{2.36}
$$

また，(2.36)式にベクトル公式及びガウスの発散定理を適用すると次式が得られる.

$$
\int_{V_e} \boldsymbol{N}_i\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{J}_e dV = \int_{S_e} \boldsymbol{N}_i \boldsymbol{J}_e \cdot \boldsymbol{n} dS - \int_{V_e} \mathrm{grad}\,\boldsymbol{N}_i \cdot \boldsymbol{J}_e dV \tag{2.37}
$$

(2.37)式より渦電流が境界面に対して平行に流れる場合には, 上式の右辺第一項の境界積分項は零になる．また，境界面に対して垂直な場合，磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ と電気スカラポテンシャルϕ は固定境界となるため零になる．したがってこの項を零，すなわち渦電流は境界に対して平行または垂直にしか流れないものとする．以上より磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ と電気スカラポテンシャルϕ を未知数とする, いわゆる $\boldsymbol{A}$-ϕ 法を用いる場合，(2.34)式と(2.37)式の連立方程式を解くことで磁束分布及び渦電流分布を解析することが可能となる.

2.2.2境界条件

Fig. 2.1に示すような透磁率μ が異なる二つの領域間の境界面Γ 上の磁束密度$\boldsymbol{B}$，磁界の強さ$\boldsymbol{H}$の連続性を考察する．ただし，境界面Γ はx-y平面に平行であると仮定する．電磁界において磁界が満足すべき物理的な境界条件は次式で表される．

$$\boldsymbol{B}_1 \cdot \boldsymbol{n} = \boldsymbol{B}_2 \cdot \boldsymbol{n} \tag{2.38}$$

$$\boldsymbol{H}_1 \times \boldsymbol{n} = \boldsymbol{H}_2 \times \boldsymbol{n} \tag{2.39}$$

ここで，$\boldsymbol{B}_1$ 及び $\boldsymbol{B}_2$ はそれぞれ領域 1 及び領域 2 の磁束密度，$\boldsymbol{H}_1$ 及び $\boldsymbol{H}_2$ はそれぞれ領域 1 及び領域 2 の磁界の強さ，$\boldsymbol{n}$ は境界面Γ の単位法線ベクトルとする．(2.38)式は境界面に対する磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の法線方向成分の連続条件，(2.39)式は磁界の強さ $\boldsymbol{H}$ の接線方向成分の連続条件を示している．(2.39)式の磁界の強さ$\boldsymbol{H}$の接線方向成分の連続条件は，前述の(2.32)式の右辺第二項の境界積分項を零とすることで満たすことができる．また，磁束密度 $\boldsymbol{B}$ は磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ を用いて(2.8)式で表されることから磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の法線方向成分の連続性は，磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ の連続条件を考えればよいことになる．(2.38)式と(2.8)式よりΓ 上の $\boldsymbol{A}$ の分布に関して次式が得られる．

$$\frac{\partial A_{y1}}{\partial x} - \frac{\partial A_{x1}}{\partial y} = \frac{\partial A_{y2}}{\partial x} - \frac{\partial A_{x2}}{\partial y} \tag{2.40}$$

(2.40)式よりΓ 上でΓ に平行な二成分 A_x と A_y のみが連続であれば磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の法線方向成分の連続性が満足されることを示している．

次に有限要素法では有限の領域を扱うことから(2.38)式及び(2.39)式を満足する解析領域の取り方について検討する．(2.38)式及び(2.39)式において領域1を解析領域の内部，領域2を解析領域の外部とすれば，境界面上では境界面に沿った磁気ベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$のみで磁束密度$\boldsymbol{B}$及び磁界の強さ$\boldsymbol{H}$が表される．境界面上の磁気ベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$が零以外であれば，(2.8)式より磁束密度$\boldsymbol{B}$は境界面に垂直になることがわかる．これより，通常境界面上の磁気ベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$を未知数とすると，磁束密度$\boldsymbol{B}$は境界面に対して必ず垂直となり，このような境界を自然境界と呼ぶ．また，解析領域を十分に広く取ると磁束密度$\boldsymbol{B}$は近似的に零となり(2.38)式及び(2.39)式を満足することがわかる．このような境界を遠方境界と呼ぶ．一方，磁束密度$\boldsymbol{B}$が境界面に対して平行な場合，境界面に沿った

磁気ベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$は一定値でなければならない．このような境界を固定境界と呼ぶ．なお，遠方境界においても境界面に沿った磁気ベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$は零として与えるため，遠方境界は固定境界の一種であることがわかる．

続いて，渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ と電界の強さ $\boldsymbol{E}$ の境界条件について検討する．磁界と同様に渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ と電界の強さ $\boldsymbol{E}$ が満足すべき物理的な境界条件は次式で表される．

$$\boldsymbol{J}_{e1}\cdot\boldsymbol{n}=\boldsymbol{J}_{e2}\cdot\boldsymbol{n} \tag{2.41}$$

$$\boldsymbol{E}_1\times\boldsymbol{n}=\boldsymbol{E}_2\times\boldsymbol{n} \tag{2.42}$$

ここで，$\boldsymbol{J}_{e1}$ 及び$\boldsymbol{J}_{e2}$ はそれぞれ領域 1 及び領域 2 の渦電流密度，$\boldsymbol{E}_1$及び$\boldsymbol{E}_2$はそれぞれ領域1及び領域2の電界の強さとする．(2.41)式は，境界面に対する渦電流密度$\boldsymbol{J}_e$ の法線方向成分の連続条件，(2.42)式は電界の強さ$\boldsymbol{E}$の接線方向成分の連続条件を示している．（2.41）式の渦電流密度$\boldsymbol{J}_e$ の法線方向成分の連続条件は，前述の(2.37)式の右辺第一項の境界積分項を零とすることで満たすことができる．また，電界の強さ$\boldsymbol{E}$は磁気ベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$と電気スカラポテンシャルϕ を用いて(2.12)式で表されることから(2.42)式よりΓ 上の$\boldsymbol{A}$とϕ の分布に関して次式が得られる．

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial A_{x1}}{\partial t}+\frac{\partial \phi_1}{\partial x}=\frac{\partial A_{x2}}{\partial t}+\frac{\partial \phi_2}{\partial x}\\ \frac{\partial A_{y1}}{\partial t}+\frac{\partial \phi_1}{\partial y}=\frac{\partial A_{y2}}{\partial t}+\frac{\partial \phi_2}{\partial y}\end{aligned}\right\} \tag{2.43}$$

(2.43)式よりΓ 上でΓ に平行な二成分A_xとA_y及びϕ が連続であれば，電界の強さ$\boldsymbol{E}$の接線方向成分の連続性が満足されることを示している．

次に領域 1 を解析領域内部,領域 2 を解析領域の外部とする有限領域について検討する．渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ は(2.14)式より磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ と電気スカラポテンシャルϕ から表されるが,$\boldsymbol{A}$ は磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の境界条件により決定されるため渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ の境界条件はϕ を用いて指定することができる．まず，境界面上の電気スカラポテンシャルϕ を未知数とする，いわゆる自然境界とすると(2.37)式の右辺第一項を零とすることから，渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ は境界面に対して平行となる．また，境界面に沿った電気スカラポテンシャルϕ を零とする，いわゆる固定境界とすると渦電流密度 $\boldsymbol{J}_e$ は境界面に対して垂直となる．

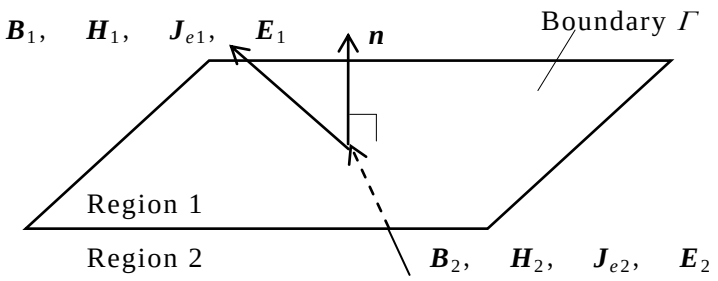
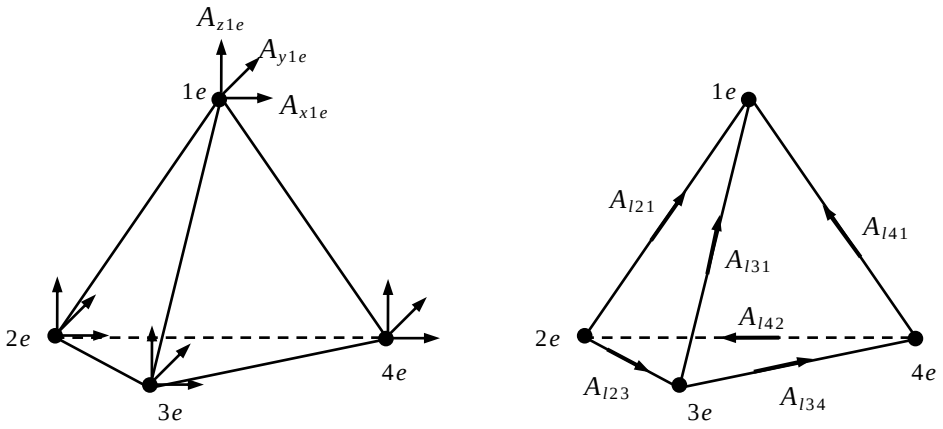


Fig. 2.1　Boundary between two regions

2.2.3未知数の定義方法

Fig. 2.2 に未知変数の定義方法を示す．ただし，未知変数には磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ を用いる．要素には四面体要素を採用して，図中の矢印が未知変数を表す．従来の節点要素では図 2.2 (a)に示すように各節点における磁気ベクトルポテンシャルの x, y 及び z 方向成分を未知数とする．したがって，要素の境界面上では磁気ベクトルポテンシャルの x, y 及び z 方向の全成分が連続となる．しかしながら，前節の(2.40)式より節点要素法における $\boldsymbol{A}$ の全成分の連続性は本来不要であり，接線方向成分のみの連続性で磁束密度 $\boldsymbol{B}$ 及び磁界の強さ $\boldsymbol{H}$ の連続性を満たした解析ができる．そこで，辺上の磁気ベクトルポテンシャルを未知数とする辺要素を通常用いる．辺要素においては境界面上で定義される未知変数が境界面に沿った成分のみであることから，先に述べた境界条件を自然に満たすことができる．



(a)　Nodal element　　(b)　Edge element

Fig. 2.2　Definition of unknown variables

2.2.4補間関数

(2.34)式を一次四面体辺要素により離散化する際に，Fig. 2.3 に示す要素(e)において相対辺番号 le に対応する相対節点番号 me，ne を定義する．未知変数は図中に示す相対節点番号 me から相対節点番号 ne へ向かう方向を正とする．このとき，要素の辺で定義される磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ の補間関数 $\boldsymbol{N}_{le}$ は次式で定義される．

$$N_{le} = \lambda_{me}\,\mathrm{grad}\,\lambda_{ne} - \lambda_{ne}\mathrm{grad}\,\lambda_{me} \tag{2.44}$$

ここでλ_{me} 及びλ_{ne} はそれぞれ相対節点番号me，neに対応する体積座標である．体積座標とは相対座標の一種でFig. 2.4に示すように，相対節点番号meに相対する面を底面とする斜線部の四面体の体積V_{me} と要素(e)の体積比で定義され次式で表される．

$$\lambda_{me} = \frac{1}{6V_e}\left(a_{me} + b_{me}x + c_{me}y + d_{me}z\right) \tag{2.45}$$

V_eは要素(e)の体積で，次式で表される．

$$V_e = \frac{1}{6}\sum_{me=1}^{4}(-1)^{me}x_{me}\left\{y_{ne}\left(z_{oe}-z_{pe}\right)+y_{oe}\left(z_{pe}-z_{ne}\right)+y_{pe}\left(z_{ne}-z_{oe}\right)\right\} \tag{2.46}$$

式中のme，ne，oe，peは循環する相対節点番号を示し，例えばme=2の時ne，oe，peはそれぞれ3，4，1に対応する．また，a_{me}，b_{me}，c_{me}，d_{me} は次式で表される．

$$a_{me} = (-1)^{me}\left\{x_{ne}\left(y_{pe}z_{oe}-y_{oe}z_{pe}\right)+x_{oe}\left(y_{ne}z_{pe}-y_{pe}z_{ne}\right)+x_{pe}\left(y_{oe}z_{ne}-y_{ne}z_{oe}\right)\right\} \tag{2.47}$$

$$b_{me} = (-1)^{me}\left\{y_{ne}\left(z_{oe}-z_{pe}\right)+y_{oe}\left(z_{pe}-z_{ne}\right)+y_{pe}\left(z_{ne}-z_{oe}\right)\right\} \tag{2.48}$$

$$c_{me} = (-1)^{me}\left\{z_{ne}\left(x_{oe}-x_{pe}\right)+z_{oe}\left(x_{pe}-x_{ne}\right)+z_{pe}\left(x_{ne}-x_{oe}\right)\right\} \tag{2.49}$$

$$d_{me} = (-1)^{me}\left\{x_{ne}\left(y_{oe}-y_{pe}\right)+x_{oe}\left(y_{pe}-y_{ne}\right)+x_{pe}\left(y_{ne}-y_{oe}\right)\right\} \tag{2.50}$$

(2.45)式を(2.44)式に代入すると次式が得られる．

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{N}_{le} = \frac{1}{36V_e^2}\big[&\{a_{me}b_{ne} - a_{ne}b_{me} + (c_{me}b_{ne} - c_{ne}b_{me})y + (d_{me}b_{ne} - d_{ne}b_{me})z\}\mathrm{i} \\
&+ \{a_{me}c_{ne} - a_{ne}c_{me} + (b_{me}c_{ne} - b_{ne}c_{me})x + (d_{me}c_{ne} - d_{ne}c_{me})z\}\mathrm{j} \\
&+ \{a_{me}d_{ne} - a_{ne}d_{me} + (b_{me}d_{ne} - b_{ne}d_{me})x + (c_{me}d_{ne} - c_{ne}d_{me})y\}\mathrm{k}
\end{aligned} \tag{2.51}
$$

ここで，$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$および$\boldsymbol{k}$はそれぞれx，y及びz方向の単位ベクトルである．辺leは複数個の要素に共有されているが，いずれの要素で求めた辺leの補間関数を同一にするためには，辺leの両端の節点me及びneの絶対節点番号nme及びnneが，$nme>nne$となるように相対節点番号をつければよいことになる．要素(e)内における磁気ベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}^{(e)}$は（2.51）式のベクトル補間関数$\boldsymbol{N}_{le}$を用いて次式で表される．

$$
\boldsymbol{A}^{(e)} = \sum_{le=1}^{6} \boldsymbol{N}_{le} A_{le} \tag{2.52}
$$

ここでA_{le}は要素(e)の相対辺番号leに沿った未知変数である．また，その単位はベクトル補間関数$\boldsymbol{N}_{le}$の単位がm^{-1}であることからWbの次元を有する．すなわち，A_{le}という未知変数は磁気ベクトルポテンシャルの単位Wb/mよりも長さの次元だけ高く，ラプラス問題などの既知の境界値を与えるときには，磁気ベクトルポテンシャル値にその辺の長さをかけたものを未知変数A_{le}に与えなければならないので注意を要する．以上より(2.51)式と(2.52)式を用いることで，(2.34)式を離散化することができる．

渦電流の電荷保存則の(2.37)式を離散化する際に，要素の節点で定義される電気スカラポテンシャルϕの補間関数N_{ne}は次式で定義される．

$$
N_{ne} = \frac{1}{6V_e}\left(a_{ne} + b_{ne}x + c_{ne}y + d_{ne}z\right) \tag{2.53}
$$

これより要素(e)内における電気スカラポテンシャル$\phi^{(e)}$は(2.53)式を用いて次式となる．

$$
\phi^{(e)} = \sum_{ne=1}^{4} N_{ne}\phi_{ne} \tag{2.54}
$$

以上より(2.53)式と(2.54)式を用いることで，(2.37)式を離散化することができる．

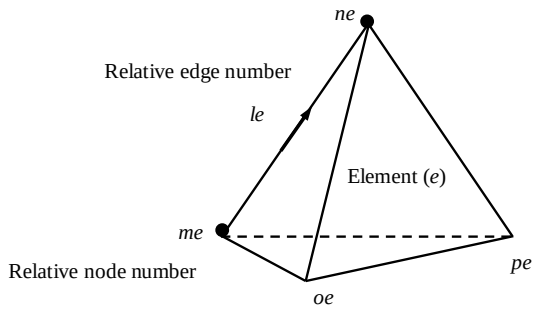


Fig. 2.3　Relationship between edge and node

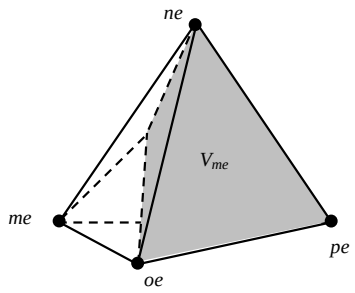


Fig. 2.4　Volume coordinate of relative node number *me*

2.2.5時間依存場計算法

(2.14)式の時間微分項である $\partial / \partial t$ の処理法としては，差分近似法と複素数近似法の二種類ある．しかしながら，磁性体の透磁率の非線形性を考慮するためには差分近似法を用いる必要がある．なぜならば，複素数近似法では磁性体の透磁率の時間的変化が考慮できないからである．そこで本論文では時間微分項の取り扱いには差分近似法を適用する．

差分近似法は解析する時間領域を微小時間幅Δtで小刻みに区切り，その区間内では現象が直線的に変化するものと仮定して微分方程式を離散化してstep-by-step法により計算する手法である．この直線の勾配の決定方法により前進，後退，中央差分法などがある．この中から解の収束性より後退差分法を用いた．後退差分法は時間微分項を次式に示すように時刻 $t+\Delta t$ における勾配で与える方法である．

$$\frac{\partial A^{t+\Delta t}}{\partial t} = \frac{A^{t+\Delta t} - A^{t}}{\Delta t} \tag{2.55}$$

なお，複素数近似法とは解析対象が交流定常状態であり，ベクトルポテンシャルや電流密度などの磁界の物理量が時間的に正弦波状に変化する場合，これらを複素数表示して時間微分項 $\partial / \partial t$ を jω（ωは角周波数）で置換するベクトル記号法的な手法である．

2.2.6非線形計算法

磁界解析の解析対象となる鉄などの磁性体の磁化曲線は，一般に非線形性を有する．すなわち，その透磁率は磁束密度に対して一定ではない．磁性体の磁化曲線を正確に考慮するには各要素に適当な透磁率を仮定して磁束密度を線形計算して，その結果得られた各要素の磁束密度に応じて透磁率を修正して磁束密度を再計算する必要がある．これを収束するまで繰り返すのだが，その繰り返し計算法として優れた収束性を有するニュートン・ラプソン法がよく用いられる．この方法によれば，解くべきマトリクスは(2.34)式と(2.37)式より次式で表される．

$$\begin{bmatrix} \left[\dfrac{\partial G_{oi}^{t+\Delta t}}{\partial A_l^{t+\Delta t}}\right] & \left[\dfrac{\partial G_{oi}^{t+\Delta t}}{\partial \phi_l^{t+\Delta t}}\right] \\ \left[\dfrac{\partial G_{di}^{t+\Delta t}}{\partial A_l^{t+\Delta t}}\right] & \left[\dfrac{\partial G_{di}^{t+\Delta t}}{\partial \phi_l^{t+\Delta t}}\right] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta A_l^{t+\Delta t}\} \\ \{\delta \phi_l^{t+\Delta t}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\{G_{oi}^{t+\Delta t}\} \\ -\{G_{di}^{t+\Delta t}\} \end{Bmatrix} \tag{2.56}$$

(2.56)式の係数マトリクスは次式で与えられる．ただし，時間微分項は後退差分近似し，等方性の磁性体についてのみ示す．

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{oi}^{t+\Delta t}}{\partial A_l^{t+\Delta t}} = \sum_{\Omega} \Bigg\{ & \int_V \mathrm{rot}\, \boldsymbol{N}_i^{(e)} \cdot \left(\nu^{(e)} \mathrm{rot}\, \boldsymbol{N}_l^{(e)}\right) \delta_i^{(e)} \delta_l^{(e)} dV \\ & + 2 \frac{\partial \nu^{(e)}}{\partial \left(\boldsymbol{B}_{t+\Delta t}^{(e)\ 2}\right)} \int_V \left(\mathrm{rot}\, \boldsymbol{N}_l^{(e)} \cdot \boldsymbol{B}_{t+\Delta t}^{(e)}\right) \cdot \left(\mathrm{rot}\, \boldsymbol{N}_i^{(e)} \cdot \boldsymbol{B}_{t+\Delta t}^{(e)}\right) \delta_i^{(e)} \delta_l^{(e)} dV \Bigg\} \\ & + \sum_{\Gamma_{je}} \frac{1}{\Delta t} \int_{V_e} \boldsymbol{N}_i^{(e)} \cdot \left(\sigma^{(e)} \boldsymbol{N}_l^{(e)}\right) \delta_i^{(e)} \delta_l^{(e)} dV \end{aligned} \tag{2.57}$$

$$\frac{\partial G_{oi}^{t+\Delta t}}{\partial \phi_l^{t+\Delta t}} = \sum_{\Gamma_{je}} \int_{V_e} \boldsymbol{N}_i^{(e)} \cdot \left(\sigma^{(e)} \mathrm{grad}\, \boldsymbol{N}_l^{(e)}\right) \delta_i^{(e)} \delta_l^{(e)} dV \tag{2.58}$$

$$\frac{\partial G_{di}^{t+\Delta t}}{\partial A_l^{t+\Delta t}} = \sum_{\Gamma_{je}} \int_{V_e} \mathrm{grad}\, \boldsymbol{N}_i^{(e)} \cdot \frac{1}{\Delta t} \left(\sigma^{(e)} \boldsymbol{N}_l^{(e)}\right) \delta_i^{(e)} \delta_l^{(e)} dV \tag{2.59}$$

$$\frac{\partial G_{di}^{t+\Delta t}}{\partial \phi_l^{t+\Delta t}} = \sum_{\Gamma_{je}} \int_{V_e} \mathrm{grad}\, \boldsymbol{N}_i^{(e)} \cdot \left(\sigma^{(e)} \mathrm{grad}\, \boldsymbol{N}_l^{(e)}\right) \delta_i^{(e)} \delta_l^{(e)} dV \tag{2.60}$$

ここでΩ とΓ_{je} はそれぞれ全領域及び渦電流が流れる領域である．また，$\boldsymbol{B}_{t+\Delta t}{}^{(e)}$ は時刻$t+\Delta t$における要素(e)の磁束密度である．(2.57)～(2.60)式は絶対辺番号i及びlを有する要素(e)についてのみ計算して，それらの和をとれば(2.56)式のマトリクスが作成できることを表している．すなわち$\delta_i{}^{(e)}$ と$\delta_l{}^{(e)}$ がこれらを表す関数であり，それぞれ要素(e)が絶対辺番号I 及びl を有するとき1, それ以外のとき0となる. なお, (2.56)式の係数マトリクスは, (2.58)式と(2.59)式より下段の行にΔt を乗じれば対称となることから，ICCG法[18)]が適用可能となる．また，(2.57)式中の$\partial\, \nu^{(e)} / \partial\, (\boldsymbol{B}_{t+\Delta t}{}^{(e)2})$ は，磁化曲線から求められる．線形解析ではこれを零として1回計算すればよい．

2.3 マクスウェルの応力法による電磁力の計算法 [3)]

磁界内の物体に働く力を求める方法には，マクスウェルの応力法，エネルギー変位法，磁化電流法，磁気モーメント法などがあるが，中でもマクスウェルの応力法がよく用いられ，本論文でもマクスウェルの応力法を適用する．

ファラデー・マクスウェルの理論[4)]では二電荷間に作用する力は周囲の媒体を伝わり，あたかも弾性の糸を引っ張るときに力が弾力としてその間を伝わるように電気作用もまた力管なるもので充たされた媒質の一種の歪みに起因して生じ，この歪んだ状態が電界であると考えている．同様に磁界においても，電磁力が働くものとしてこの歪んだ状態が磁界であると考えることができる．電磁界内にある閉曲面Sに囲まれた領域V内の単位体積あたりに作用する力を$\boldsymbol{f}$とすれば，閉曲面S内の全体積に作用する力$\boldsymbol{F}$は，$\boldsymbol{f}$を全領域について積分することで得られるが，それはまた面Sの単位面積あたりに作用する力，すなわちS上の応力$\boldsymbol{p}$を全表面について積分したものに等しく，次式で表すことができる．

$$\boldsymbol{F} = \int_V \boldsymbol{f} dV = \oint_S \boldsymbol{p} dS \tag{2.61}$$

次に，$\boldsymbol{f}$ の各成分f_x，f_y，f_zがそれぞれ未知ベクトル$\boldsymbol{T}_x$，$\boldsymbol{T}_y$，$\boldsymbol{T}_z$の発散量で表されるとすると次式を得ることができる．

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{F} &= \int_V \left(i div \boldsymbol{T}_x + j div \boldsymbol{T}_y + k div \boldsymbol{T}_z \right) dV \\
&= \int_S \left(i \boldsymbol{T}_x \cdot n + j \boldsymbol{T}_y \cdot n + k \boldsymbol{T}_z \cdot n \right) dS
\end{aligned}
\tag{2.62}
$$

ここで，$\boldsymbol{n}$は微小面積dSの単位法線ベクトルである．(2.61)式と(2.61)式より応力$\boldsymbol{p}$は次式で表すことができる．

$$
\boldsymbol{p} = \boldsymbol{T} \cdot \boldsymbol{n}, \quad \boldsymbol{T} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{T}_x \\ \boldsymbol{T}_y \\ \boldsymbol{T}_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{bmatrix}
\tag{2.63}
$$

ここで，$\boldsymbol{T}$ はマクスウェルの応力テンソル[4)]であり，次式で与えられる．

$$
\boldsymbol{T} = \left[T_{ij} \right], \quad T_{ij} = \frac{1}{\mu} \left\{ B_i B_j - \frac{1}{2} \left(\delta_{ij} + \gamma \right) \boldsymbol{B}^2 \right\}, \quad \left(i, j = x, y, z \right)
\tag{2.64}
$$

ここで，μ は物質中の透磁率，B_x，B_y，B_zはそれぞれ磁束密度$\boldsymbol{B}$のx，y，z方向成分，δ_{ij} は次式に示すクロネッカのデルタ関数である．

$$
\delta_{ij} = \begin{cases} 1 \ (i = j) \\ 0 \ (i \neq j) \end{cases}
\tag{2.65}
$$

また，γ は物質の質量密度mの変化による透磁率μ の変化を表す量で，次式で表される．

$$
\gamma = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{d\mu}{dm}
\tag{2.66}
$$

真空（空気）中では，$\gamma = 0$ としてよいため[4)]，閉曲面が真空（空気）中を取り囲む場合には(2.64)式は次式となる．

$$
\boldsymbol{T} = \left[T_{ij} \right], \quad T_{ij} = \frac{1}{\mu_0} \left\{ B_i B_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} \boldsymbol{B}^2 \right\}, \quad \left(i, j = x, y, z \right)
\tag{2.67}
$$

ここで，電磁石の可動鉄心に働く力を求めるときには，可動鉄心を囲む閉曲面Sのとり方は任意であるが，領域の分割によって計算結果に影響を生じる．最も誤差の少ない閉曲面

を選ぶには，磁束分布の変化が緩やかで，かつメッシュを細かく分割しているところを選ぶ必要がある.そのため電磁石では空気と接する可動鉄心の表面より離れた空間に積分面Sを選ぶのがよい.

2.4 電流分布計算法

電流の流れる導体が複雑な形状をしている場合，(2.26)式の強制電流密度 $\boldsymbol{J}_0$ の方向ベクトルを与えることは容易でない．そこで磁界解析の前にあらかじめ電流分布を解析することで強制電流密度 $\boldsymbol{J}_0$ の方向ベクトルを求める.電流分布解析の基礎方程式は次式で表される.

$$\mathrm{rot}\left(\frac{1}{\sigma}\mathrm{rot}\,\boldsymbol{T}\right)=0,\quad \boldsymbol{J}=\mathrm{rot}\,\boldsymbol{T},\quad \oint \boldsymbol{T}\cdot d\,\boldsymbol{s}=I \tag{2.68}$$

ここで，σ は導電率，$\boldsymbol{T}$は電流ベクトルポテンシャル，$\boldsymbol{J}$は電流密度及びIは電流値である．(2.68)式の電流Iを単位電流として解き，得られた$\boldsymbol{J}$を強制電流密度$\boldsymbol{J}_0$の方向ベクトルとすることで任意の形状の導体に流れる電流の方向ベクトルを求めることが可能となる.

2.5 電圧が与えられた回路方程式との連立による数値解析 [5)]

解析領域内に定常電流が流れている時は,(2.34)式の強制電流密度を直接与えることで解析が可能である．しかしながら，時刻 t=0 で電圧を回路に急に与えたときに生じる過渡現象を扱う場合，電流は時間的に変化するため強制電流 I_0 も未知変数として扱い，電気回路方程式と連成して解析する必要がある．そこで電気回路方程式は，次式で与えられる.

$$\eta=V_0-RI_0-L\frac{dI_0}{dt}-\frac{d\psi}{dt}=0 \tag{2.69}$$

ここで，V_0は巻線の端子電圧，Rは抵抗及びLは解析領域外のインダクタンスである．また，ψ は鎖交磁束数であり次式で与えられる.

$$\psi = \frac{n_c}{S_c}\int\left(\oint \boldsymbol{A}\cdot d\,\boldsymbol{s}\right)dS \tag{2.70}$$

ここで，n_c は巻線の巻数，S_c は巻線の断面積，$d\boldsymbol{s}$は強制電流に沿った微小線分及びdSは巻線の断面上の微小面積である．微小線分$d\boldsymbol{s}$の方向は，巻線の断面の法線ベクトル$\boldsymbol{n}_s$と同じであるから，(2.70)式は次式で表すことができる．

$$\psi = \frac{n_c}{S_c}\int \boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{n}_s\,dV \tag{2.71}$$

(2.69)式に(2.71)式を代入することで次式を得ることができる．但し，時間微分項は後退差分近似した．

$$\begin{aligned}\eta = V_0 - RI_0^{t+\Delta t} - L\frac{I_0^{t+\Delta t} - I_0^t}{\Delta t} \\ -\frac{1}{\Delta t}\frac{n_c}{S_c}\sum_{\Gamma_{j0}}\int\left(\sum_{le=1}^{6}\boldsymbol{N}_{le}\boldsymbol{A}_{le}^{t+\Delta t} - \sum_{le=1}^{6}\boldsymbol{N}_{le}\boldsymbol{A}_{le}^{t}\right)\cdot\boldsymbol{n}_s^{(e)}\,dV = 0\end{aligned} \tag{2.72}$$

なお，強制電流I_0と強制電流密度$\boldsymbol{J}_0$の関係式は次式である．

$$\boldsymbol{J}_0 = \frac{n_c}{S_c}I_0\,\boldsymbol{n}_s \tag{2.73}$$

これより(2.73)式を(2.26)式に代入することで次式を得ることができる．

$$G_{joi}^{(e)t+\Delta t} = \sum_{\Gamma_{j0}}\frac{n_c}{S_c}I_0^{t+\Delta t}\int \boldsymbol{N}_i^{(e)}\cdot\boldsymbol{n}_s^{(e)}\,\delta_i^{(e)}dV \tag{2.74}$$

(2.73)式を用いて(2.34)，(2.37)および(2.72)式を連立して非線形解析するには，解くべきマトリクスは次式で表される．

$$
\begin{bmatrix}
\left[\dfrac{\partial G_{oi}^{t+\Delta t}}{\partial A_l^{t+\Delta t}}\right] & \left[\dfrac{\partial G_{oi}^{t+\Delta t}}{\partial I_0^{t+\Delta t}}\right] & \left[\dfrac{\partial G_{oi}^{t+\Delta t}}{\partial \phi_l^{t+\Delta t}}\right] \\
\left[\dfrac{\partial \eta^{t+\Delta t}}{\partial A_l^{t+\Delta t}}\right] & \left[\dfrac{\partial \eta^{t+\Delta t}}{\partial I_0^{t+\Delta t}}\right] & [0] \\
\left[\dfrac{\partial G_{di}^{t+\Delta t}}{\partial A_l^{t+\Delta t}}\right] & [0] & \left[\dfrac{\partial G_{di}^{t+\Delta t}}{\partial \phi_l^{t+\Delta t}}\right]
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
\{\delta A_l^{t+\Delta t}\} \\
\{\delta I_0^{t+\Delta t}\} \\
\{\delta \phi_l^{t+\Delta t}\}
\end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix}
-\{G_{oi}^{t+\Delta t}\} \\
-\{\eta_0^{t+\Delta t}\} \\
-\{G_{di}^{t+\Delta t}\}
\end{Bmatrix}
\tag{2.75}
$$

$$
\frac{\partial G_{oi}^{t+\Delta t}}{\partial I_0^{t+\Delta t}} = -\frac{n_c}{S_c}\sum_{\Gamma_{j0}}\int \boldsymbol{N}_i^{(e)}\cdot\boldsymbol{n}_s^{(e)}\,\delta_i^{(e)}dV \tag{2.76}
$$

$$
\frac{\partial \eta^{t+\Delta t}}{\partial A_l^{t+\Delta t}} = -\frac{n_c}{S_c}\cdot\frac{1}{\Delta t}\sum_{\Gamma_{j0}}\int \boldsymbol{N}_i^{(e)}\cdot\boldsymbol{n}_s^{(e)}\,\delta_l^{(e)}dV \tag{2.77}
$$

$$
\frac{\partial \eta^{t+\Delta t}}{\partial I_0^{t+\Delta t}} = -R - \frac{L}{\Delta t} \tag{2.78}
$$

(2.75)式の対称な位置関係にある係数マトリクス(2.76)式と(2.77)式は，このままでは等しくないのでマトリクスの解法にICCG法を用いることができない．そこで(2.75)式のη に関する行にΔtを乗じることで(2.75)式の係数マトリクスは対称となり，マトリクスの解法にICCG法が適用可能となる．

2.6 逆起電圧フィードバック制御時の数値解析

2.6.1 バイポーラ駆動モデル

逆起電圧フィードバック制御回路計算については，Fig. 2.5 に示すような PWM フィードバック制御の駆動電圧の入力を実現するため，Fig. 2.6 に示すような解析フローチャートに基づいて数値解析を行っている．Fig. 2.5 中の V_1 は検知電圧，$T(1)$は逆起電圧が 0 になってから実際に検知するまでの時間，$T(2)$は電圧印加の遅延時間，t_{on} は電圧印加時間，t_{off} は回路回生時間，N は入力するパルス波の数を表している．また巻線の端子電圧 V_0，及び抵抗 R は Fig. 2.6 のフローチャートに従い変化する．PWM フィードバック制御の詳細に関しては，第 3 章に示す．

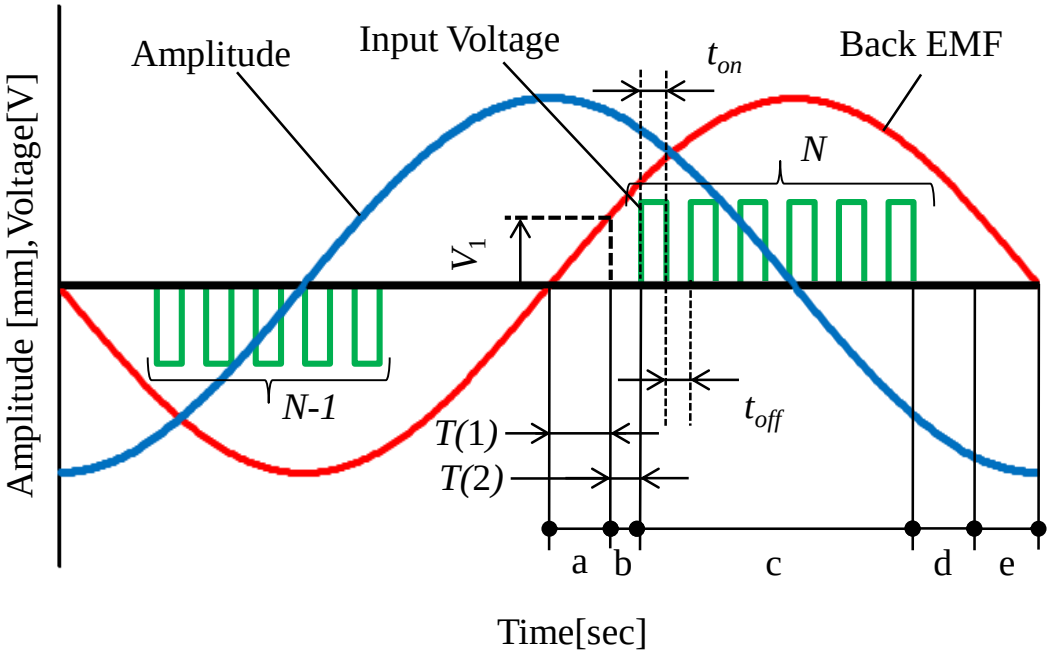


Fig. 2.5 Time chart of superimposed voltage

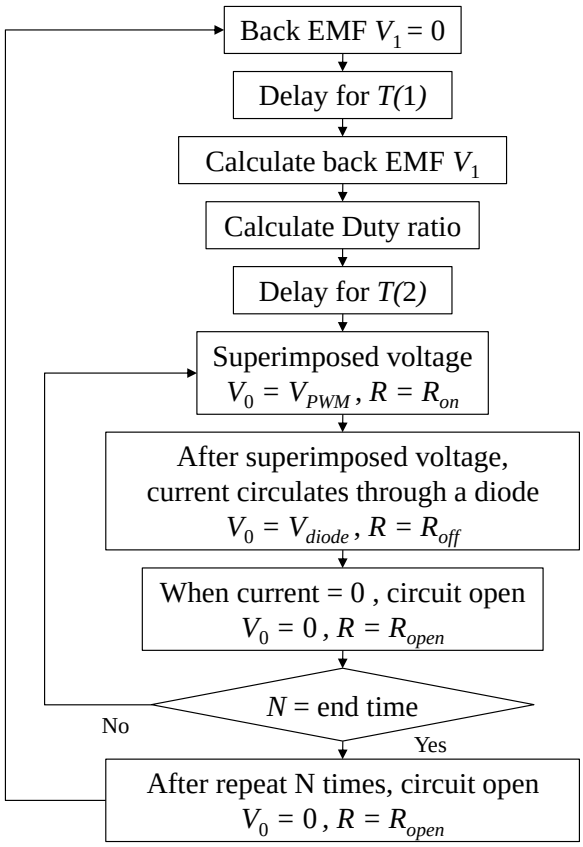


Fig. 2.6 Flowchart for PWM feedback control

2.6.2 ユニポーラ駆動モデル

前述の制御（バイポーラ駆動）を簡素化して片側方向のみにコイル励磁する，ユニポーラ駆動モデルでは，Fig. 2.7に示すようなPWMフィードバック制御の駆動電圧の入力を実現するため，Fig. 2.8に示すような解析フローチャートに基づいて数値解析を行っている．Fig. 2.7中のV_1は検知電圧，$T(1)$は電圧印加の遅延時間，t_{on}は電圧印加時間，t_{off}は回路回生時間，Nは入力するパルス波の数を表している．また巻線の端子電圧V_0，及び抵抗RはFig. 2.8のフローチャートに従い変化する．詳細はバイポーラ駆動同様，第3章に示す．

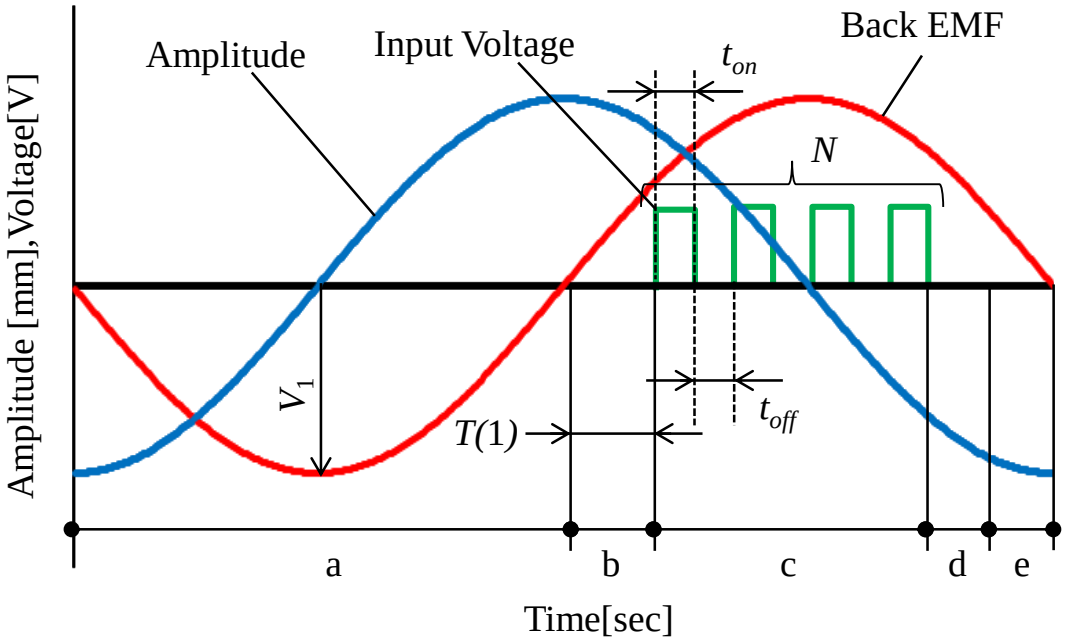


Fig. 2.7　Time chart of superimposed voltage

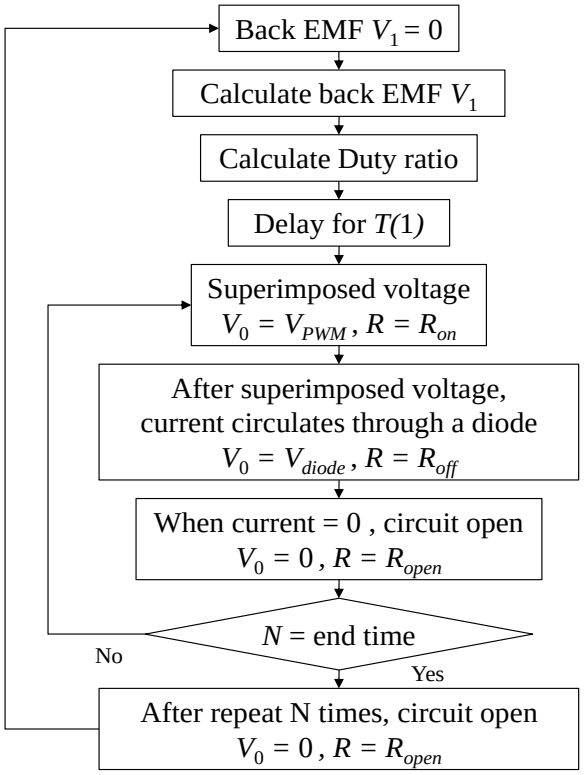


Fig. 2.8　Flowchart for PWM feedback control

2.7 運動方程式との連立による数値解析

リニア振動アクチュエータのような電磁アクチュエータに電圧が印加されて，可動子が移動する場合，各時刻における可動部の位置を求めて，可動部の移動に伴い三次元分割図を自動的に修正しながらアクチュエータの動作特性を解析することが必要となる．Fig. 2.9 にアクチュエータの動作特性解析のためのフローチャートを示す．

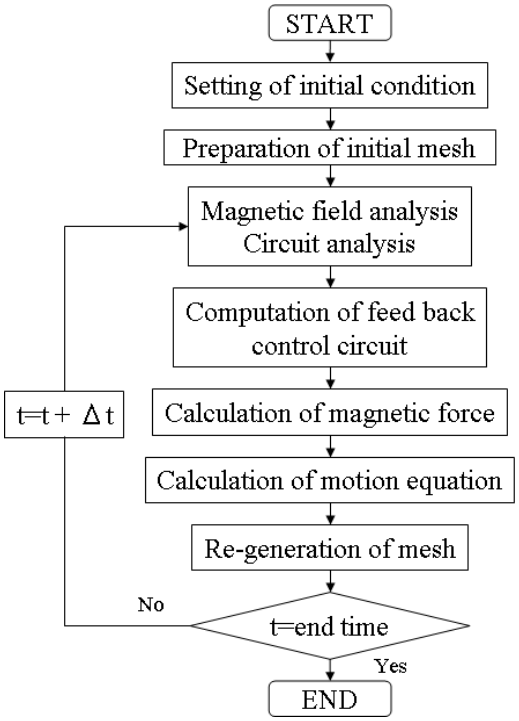


Fig. 2.9　Flowchart for dynamic analysis

2.7.1 運動方程式

電磁アクチュエータに電圧が印加されて，吸引力が負荷力を上回ると可動部が移動を始める．可動部の過渡動作特性を解析するには各時刻の可動部の位置を求める必要があるため，可動部に関する運動方程式を数値計算で解かねばならない．そこで x 方向にのみ直線運動する可動部について解くべき運動方程式は次式で表される．

$$m_x \frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + k_x x \pm F_{sx} = F_x \tag{2.79}$$

ここで，m_xはx方向へ動く可動子の質量，cは粘性減衰係数，k_xはバネ定数のx方向成分，F_{sx}はクーロン摩擦力のx方向成分，F_xは電磁力のx方向成分である．

また，平面運動を行う場合，(2.79)式に加え，z 方向に運動する可動部について解くべき運動方程式は同様に次式で表される．

$$m_z \frac{d^2z}{dt^2} + c\frac{dz}{dt} + k_z z \pm F_{sz} = F_z \tag{2.80}$$

ここで，m_zはz方向へ動く可動子の質量，k_zはバネ定数のz方向成分，F_{sy}はクーロン摩擦力のz方向成分，F_yは電磁力のz方向成分である．

2.7.2 離散化

(2.79)式を後退差分近似すると，時刻 t における可動子の加速度α^t は次式となる．

$$\alpha^t = \frac{F_z^t - c\dfrac{dz^t}{dt} - kx^t \pm F_s}{m} \tag{2.81}$$

微小時間Δt間の可動子の移動距離Δx^tは，可動子の運動を等加速度運動とみなすと次式で近似することができる．

$$\Delta x^t = v^t \Delta t + \frac{\alpha^t (\Delta t)^2}{2} \tag{2.82}$$

ここで，v^tは時刻tにおける可動子の速度である．また，可動部の運動が振動を伴う場合，次式に示すような近似の方が誤差が少なくなる．

$$\Delta x^t = v^t \Delta t + \alpha^t (\Delta t)^2 \tag{2.83}$$

次の時刻$t+\Delta t$ の可動子の移動距離$x^{t+\Delta t}$および速度$v^{t+\Delta t}$は次式で表される．

$$x^{t+\Delta t} = x^t + \Delta x^t \tag{2.84}$$

$$v^{t+\Delta t} = v^t + \alpha^t \Delta t \tag{2.85}$$

ここでx^t は時刻t における可動子の移動距離である．以上より(2.81)～(2.85)式までをΔtごとに時間を追って計算すれば，可動子の位置と時間との関係を求めることができる．また(2.80)式も同様に離散化される．

2.7.3 三次元分割図自動修正法

有限要素法を用いて移動問題を解く場合，移動物体の移動とともに磁界解析に必要な三次元分割図を，時間の経過とともに変更しなければならない．これからわかるように，解析の過程で分割図の修正が必要になる．以下に本研究で用いた直線運動と平面運動の分割図自動修正法の詳細を説明する．

(1)　直線運動

可動部が直線運動する場合の三次元分割図の自動修正法を述べる．本手法は，可動部と固定部の三次元分割図を作成して，可動部を移動させて可動部前方の分割図を切り取り，可動部後方と合成する手法である．本手法の特徴は直線上の任意の位置に移動した可動部と固定部の分割図を合成するため，ストロークの大きな可動部を有するリニアアクチュエータを解析することが可能となる．また，可動部と固定部を合成するアルゴリズムが非常に単純であり，さらに可動部が大きく移動しても可動部前方の突出した分割図を切り取り可動部後方に接続するため，節点数や要素数が変化せず，マトリクスの大きさの再編成および境界条件の再設定などが容易である．以上のことから本手法では三次元分割図の合成に要する計算時間が非常に短い．

ただし，本手法を用いるためには，可動部と固定部の接合面の分割図は格子状に作成する必要があり，全体の要素数が多くなる可能性がある．さらに可動部を任意の位置で合成することができないため，可動部の移動方向は一方向であるなどの制限がある．また，本手法では可動部と固定部の分割図を合成するために可動部と固定部の接合付近の分割図は扁平になり易く，可動部の周囲には若干の空気領域を設ける必要がある．以下に本手法の手順を具体的に示す．

ステップ 1: 初期状態の分割図を作成する．ただし，可動部および固定部の接合面付近の分割図は格子状にする．（Fig. 2.10 (a)）

ステップ 2: 可動部と固定部の分割図を切り離す．（Fig.2.10 (b)）

ステップ 3: 切り離した可動部の分割図を運動方程式より得られた位置に移動する．（Fig. 2.10 (c)）

ステップ 4: 固定部から突出した可動部前方の分割図を切り取り，可動部後方へ接続する．（Fig. 2.10 (d)）

ステップ 5: 可動部と固定部の分割図を再び合成する．（Fig. 2.10 (e)）

さらに，Fig. 2.11に可動部と固定部の分割図の接合面付近における合成方法を二次元断面で示す．なお，本来は四面体要素であるので二次元断面は三角形要素となるが，簡単のために四角形要素として示している．これより可動部の移動に伴い，要素数や節点数が変化していないことがわかる．可動部の移動距離は要素の間隔に関係なく，可動部と固定部で最も近い節点を接続するため任意の移動距離が可能である．また，渦電流が流れる導体が可動部であっても可動部の要素は変形をしておらず，可動部周辺の空気領域の要素は変形するが渦電流が流れることはないので特別に補間演算などを必要としない．

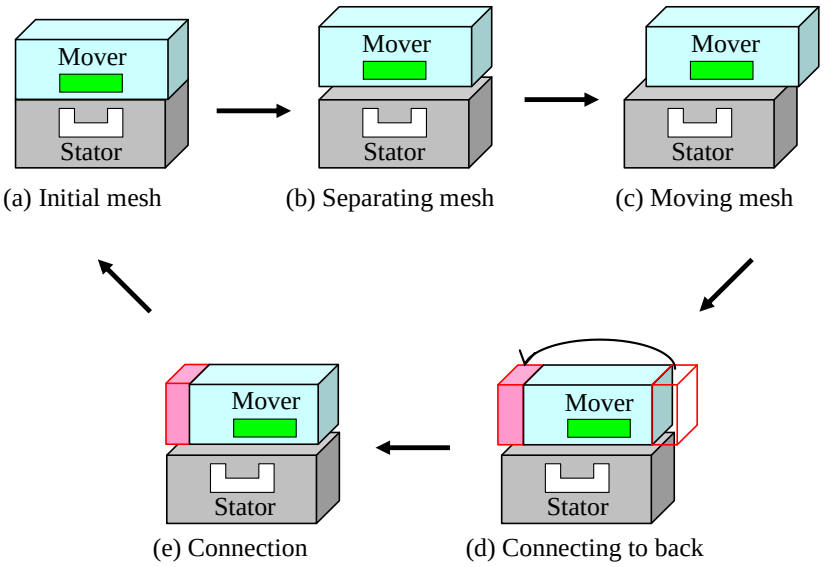


Fig. 2.10　Automatic re-generation of mesh

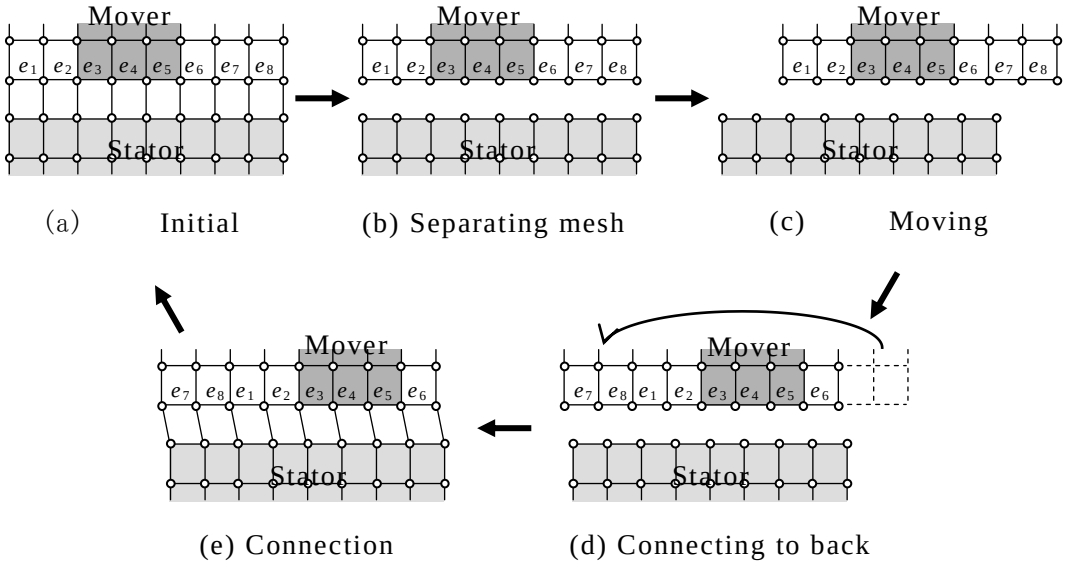


Fig. 2.11　Automatic connection of meshes

(2)　平面運動

可動部が平面運動する場合の三次元分割図の自動修正法を述べる．本手法はあらかじめ x 方向の初期と最終分割図，z 方向の初期と最終分割図の合計 4 つの分割図を作成して，4 つの分割図の座標を補間することで平面運動する三次元分割図を自動修正する．この方法は可動部の移動に伴い要素数や節点数が変化しないためマトリクスのサイズは変化せず，また手法としては非常に簡単であるためメッシュの修正に要する計算時間は非常に短い．但し，可動部の移動に伴い可動部周辺の空気領域の要素が扁平になり易く可動部の移動距離が制限される．以下に本手法の手順を具体的に示す．

ステップ 1: Fig. 2.12 に示すように 4 つの分割図をあらかじめ準備する．なお，それぞれは x 方向における初期と最終位置の分割図，z 方向における初期と最終位置の分割図であり，要素数や節点数，要素を構成する節点番号は等しいとする．つまり 4 つの分割図の違いは節点の座標のみである．また，本来は三次元分割図であるが，簡単のため二次元分割図で示している．

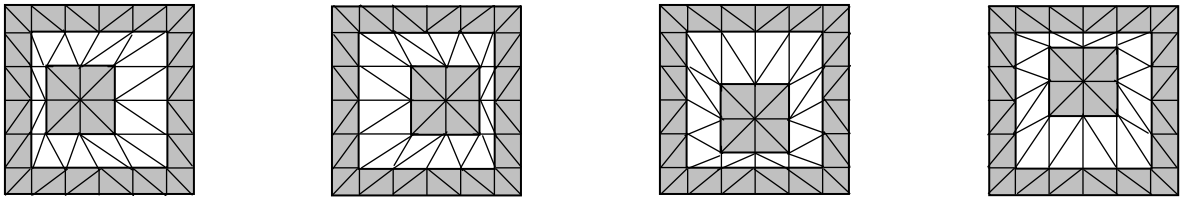
ステップ 2: 可動部の運動に伴い全ての節点に対して，x 方向における初期分割図の座標 Q_{px} と最終分割図 $Q_{px'}$，および z 方向における初期分割図の座標 Q_{pz} と最終分割図 $Q_{pz'}$ の座標を次式のように補間することで新しい節点座標 $Q_{px''}$ と $Q_{pz''}$ を計算する．

$$\begin{cases} Q_{px''} = (1-R_x)Q_{px} + R_x Q_{px'} \\ Q_{pz''} = (1-R_z)Q_{pz} + R_y Q_{pz'} \end{cases} \tag{2.85}$$

ここで，R_x と R_z は x，z 方向の移動距離の割合を示しており，次式で求めることができる．

$$\begin{cases} R_x = \Delta l_x / l_x \quad (0 \le R_x \le 1) \\ R_z = \Delta l_z / l_z \quad (0 \le R_z \le 1) \end{cases} \tag{2.86}$$

ここで，l_x と l_z はそれぞれ運動方程式によって得られる可動部の x，z 方向の移動距離であり，l_x と l_z はそれぞれ x，z 方向における可動部の初期位置と最終位置の間の距離である．(2.85)式と(2.86)式を解析領域の全ての節点に対して適用することで可動部の平面運動に伴う三次元分割図を自動修正することが可能となる．



(i) Initial mesh　(ii) Final mesh　(i) Initial mesh　(ii) Final mesh

(a) x direction　(b) z direction

Fig.2.12　Four meshes

以上より，本手法を用いることで，可動部の移動方向や分割図の作成に制限はあるものの，短時間で三次元分割図を自動修正し，複雑な動作をするアクチュエータの大規模な動作特性を解析することが可能となる.

参考文献

1) 河瀬,伊藤,“最新三次元有限要素法による電気･電子機器の実用解析”,森北出版(1997)

2) 中田，高橋，“電気工学の有限要素法（第２版)”，森北出版（1992）

3) 中田，伊藤，河瀬，“有限要素法による交直電磁石の設計と応用”，森北出版(1991)

4) 竹山，“電磁気学現象理論”，丸善(1994)

5) T.Nakata et al.，“3-D Finite Element Method for Analyzing Magnetic Field in Electrical Machines Excited from Voltage Source”，IEEE Transaction on Magnetic, MAG-21, No.6, p.2582 (1998)

第 3 章

リニア共振アクチュエータとその制御 [1~6)]

本章では，リニア共振アクチュエータの基本モデルおよび動作原理について述べ，バイポーラ駆動 PWM フィードバック制御概要について述べる．フィードバック制御下でのリニア共振アクチュエータの動作特性を解明するとともに，実機による測定結果との比較により解析手法の有効性を確認する．また，バイポーラ駆動モデルでの PID 制御による振幅増加原理についても述べる．

3.1 基本構造と動作原理

3.1.1 基本構造

本論文で取り上げたリニア共振アクチュエータの外観を Fig. 3.1 に，磁気回路の基本構造を Fig. 3.2 に示す．本アクチュエータは主に，可動子，固定子，および共振ばねからなる．並行に 2 個配置された可動子は，着磁方向の異なる永久磁石（NbFeB, Br=1.42T），電磁軟鉄（SUY）のバックヨークと駆動子から構成され，固定子は，E 字型の積層ケイ素鋼板で構成されるステータヨークと，その中央脚に巻回された 68 ターンのコイルから構成される．そして，可動子は，固定子とのエアギャップ長 0.36mm を保持するように，共振を得るための共振ばねによって支持されている．共振ばねは後述するように，主ばね(k=6.93 N/mm)と 2 個の可動子をつなぐリンクばね(k=3.22 N/mm)から構成されている．

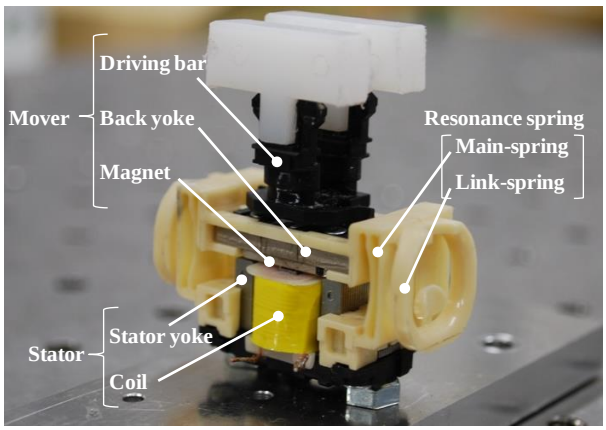


Fig. 3.1 Appearance of linear resonant actuator

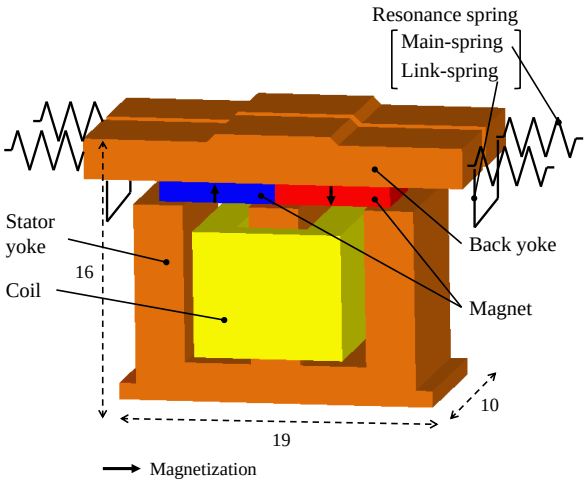


Fig. 3.2 Basic structure of magnetic circuit

3.1.2　動作原理

本論文で取り上げたリニア共振アクチュエータの駆動原理を Fig. 3.3 を用いて説明する．E 字型のステータの中央脚に巻きつけられたコイルが励磁されると，ステータに磁束が発生し，ステータに磁極が励磁される．このとき，ステータの各磁極と可動子の永久磁石の磁極との間に磁気推力が発生し，可動子が移動する．ここで 2 個の可動子は極性の異なる永久磁石を有しているため，互いに逆方向に移動する．また，コイルに励磁する電流の向きを反転させることで，それぞれの可動子は逆方向に移動する．このようにコイル電流を交番させることによって可動子を往復振動させることができる．

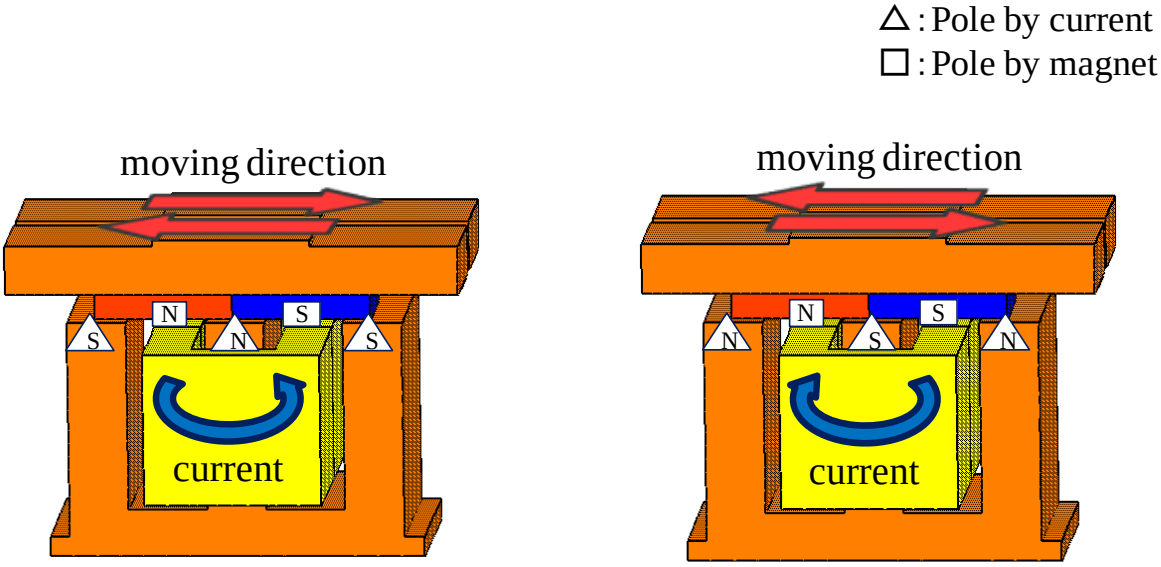


Fig. 3.3　Operating principle

3.2　バイポーラ駆動 PWM フィードバック制御

3.2.1　Pulse Width Modulation 制御

Fig. 3.4 を用いて, 本アクチュエータで導入する PWM 制御の有効性を一般の制御と比較し説明する. 一般の制御では，Duty に応じて矩形波電圧を一定時間印加する．このとき電流波形は，可動子の運動により発生する逆起電圧，及び巻線のインダクタンスによって，三角波に近い波形を生成する．

それに対して PWM 制御では，交番電圧の印加時間 t_p において，さらにスイッチング制御し，オン，オフの時間を Duty に応じて変化させる．本制御により，電流波形がノコギリ波状となり，平均電流を低下させ，また電圧を印加していない t_{off} 区間においても電流が流れ，推力が発生するため，一般のフィードバック制御より高い駆動効率が実現できる．

t_{on} 区間と t_{off} 区間での制御回路の動作を，それぞれ Fig. 3.5 の(a)，(b)に示す．t_{on} 区間は A と D の MOS-FET を ON 状態にし，コイルを励磁する．また t_{off} 区間では A の MOS-FET を OFF 状態にし，コイルに蓄えられたエネルギーを，ダイオードを介し回生している．また電流を反転させる場合は，t_{on} 区間で B と C の MOS-FET を ON 状態にし，t_{off} 区間で B の MOS-FET を OFF 状態にする．

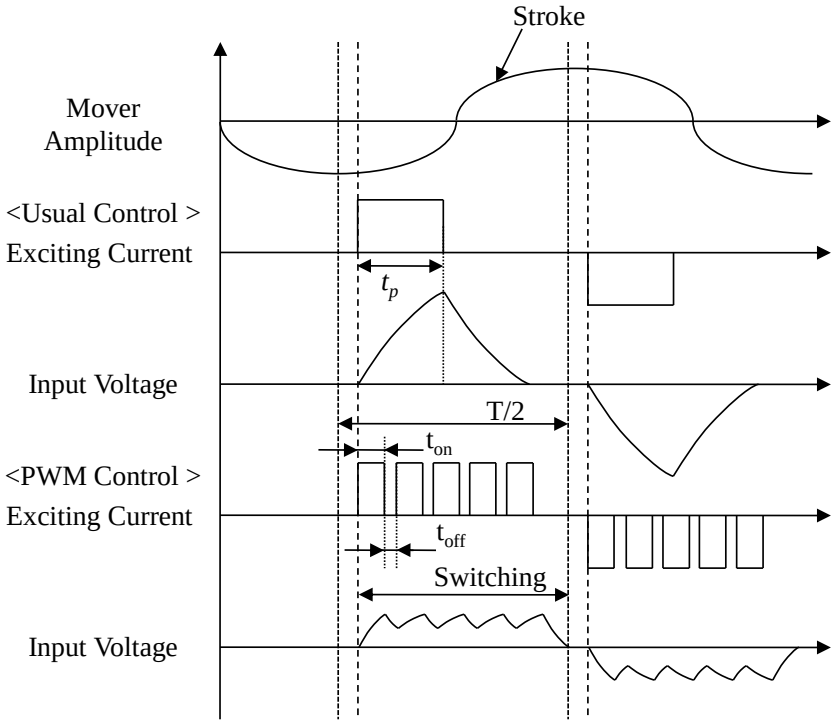
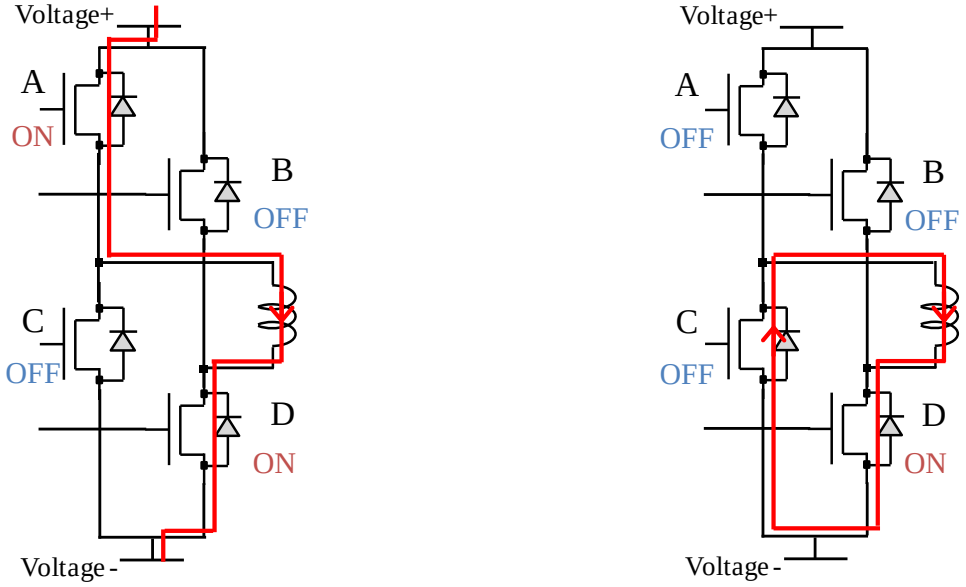


Fig. 3.4　Comparison of voltage and current waveforms



(a) Excitation mode　　(b) Circulation mode

Fig. 3.5　Full bridge control circuit

3.2.2　逆起電圧検知による Duty 制御

本アクチュエータは共振を利用しているため，外部から負荷が加わると振幅が極端に減少するという課題がある．そのため，振幅の減少を検出し，Duty を制御する必要がある．本研究では，可動子の位置を把握するために外部のセンサを用いず，コイルに誘起される逆起電圧を利用する．

Fig. 3.6 に示すように，可動子の永久磁石が移動する場合，永久磁石によるコイルの鎖交磁束$\phi(x)$は，可動子の位置 x により変化する．ここでレンツの法則によりコイルには逆起電圧 V_1 が次式で発生する．

$$V_1 = -\frac{d\phi(x)}{dt} \tag{3.1}$$

ここで，(3.1)式を変形すると，

$$V_1 = -\frac{dx}{dt}\frac{d\phi(x)}{dx} \tag{3.2}$$

が得られる．(3.2)式より，$d\phi(x)/dx$ は位置 x に対して一意に決まるので，可動子の位置が同じ点では，逆起電圧は可動子の速度に比例して発生することが分かる．

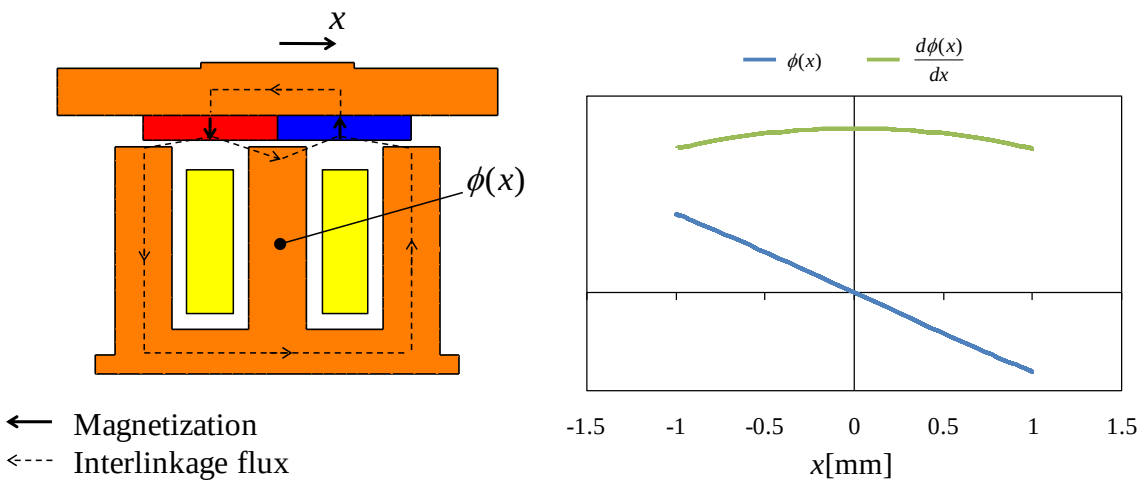


Fig. 3.6　Full bridge control function

次に，逆起電圧の大きさにより，PWM 電圧の Duty を制御するバイポーラ駆動 PWM フィードバック制御について示す．Fig. 3.7 にその詳細を示すように，大きく分けて以下 a～e の 5 つの区間に分けて制御を行っている．

a 区間：逆起電圧が 0 の点，つまり，可動子が振動の折り返し点に達してから，
　　ある一定時間後の逆起電圧 V_1 を検知する区間．

b 区間：電圧検知から，電圧印加までの遅延区間．

c 区間：a の逆起電圧 V_1 より決定される時間 t_{on} だけ電圧を印加する区間．

d 区間：ダイオードにより回路に電流を回生する区間．

e 区間：回路を開放する区間．

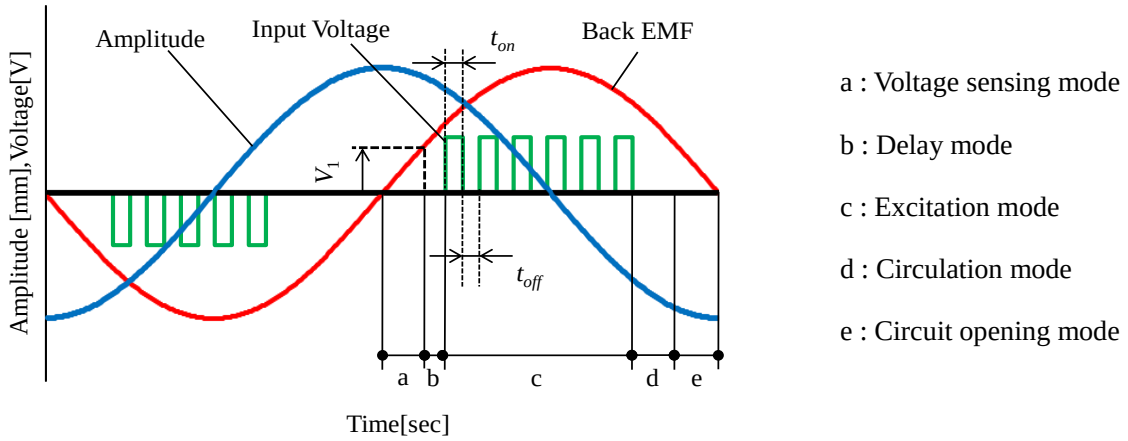


Fig. 3.7　Full bridge model

また，実際の制御において，a 区間が 250μsec，b 区間が 25μsec であり，PWM の周期は 250μsec で，入力パルスは 6 パルスと 5 パルスを交互に入力している．電圧印加時間 t_{on} については，検知電圧 V_1 に応じて，(3.3) 式で表される Duty を Proportional Integral Differential 制御（：略称 PID 制御）に従って決定している．

$$Duty(\%) = \frac{t_{on}}{t_{on} + t_{off}} \times 100 \tag{3.3}$$

PID 制御とは，目標値と検出値との偏差を求め，偏差に比例した出力を出す比例動作，偏差の時間積分に比例した出力を出す積分動作，偏差の時間的変化率に比例した出力を出す微分動作それぞれに適切な重みをかけ，出力を決定する制御方式である．制御偏差を $e(t)$ とすると PID 制御の基本的な制御出力 $m(t)$ は次式で表わされる．

$$m(t) = K_P e(t) + K_I \int e(T)dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \tag{3.4}$$

ただし，K_P は比例ゲイン，K_I は積分ゲイン，K_D は微分ゲインである．

本アクチュエータでのフィードバック制御では，制御出力を Duty(%)とするため，式(3.4)は次式に変形される．

$$Duty(\%) = K_P e(t) + K_I \int e(T)dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \tag{3.5}$$

式(3.5)は次式に離散化される．

$$Duty_{n+1}(\%) = K_P e_n(t) + K_I \sum_{i=0}^{n} e_n(t)\Delta t + K_D \frac{e_n(t) - e_{n-1}(t)}{\Delta t} \tag{3.6}$$

検出値は検知電圧 V_1 であり，目標値を V_s とすると制御偏差 $e(t)$ は次式となる．

$$e(t) = V_S - V_1 \tag{3.7}$$

3.3　実験装置・方法

実験装置の写真を Fig. 3.8 に，実験装置の構成図を Fig. 3.9 に示す．これらの実験装置を用いて実機による動作特性を計測した．以下に実験の手順を示す．

安定化電源(KIKUSUI PAS20-18)より供給される 3.6V の直流電圧を，制御回路により矩形波の交番電圧に変換し，コイルに印加する．可動部の変位をレーザ変位計(KEYENCE　LK-G35)によって測定する．その際，コイルの両端電圧を電圧プローブ(LeCroy PP006)で，コイルに流れる電流を電流プローブ(Tektronix TCP312)で同時に測定する．なお，レーザ変位計，電圧プローブ，電流プローブの出力はオシロスコープ(LeCroy WaveJet324)を介してパソコンへ取り込む．

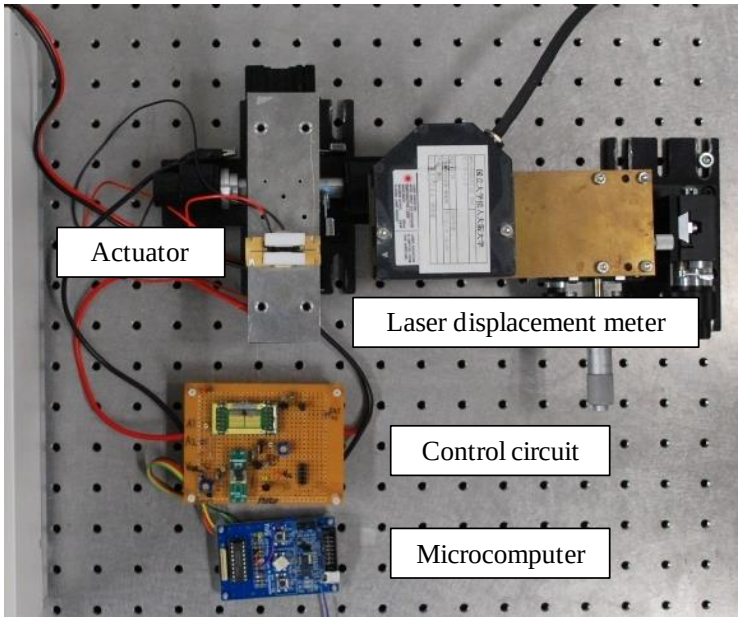


Fig. 3.8　Photograph of experimental instrument

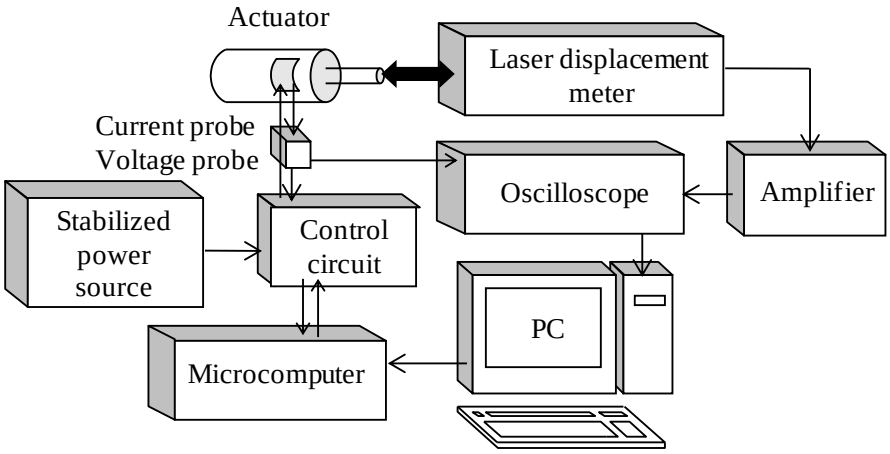


Fig. 3.9　Experimental setup of dynamic characteristic measurement

本実験では PWM フィードバック制御を実現するため，マイコン(ルネサステクノロジ SR8C15CP)による回路制御をおこなっている．バイポーラ駆動モデルでのマイコン制御のフローチャートを Fig. 3.10 に，制御回路図を Fig. 3.11 に示す．

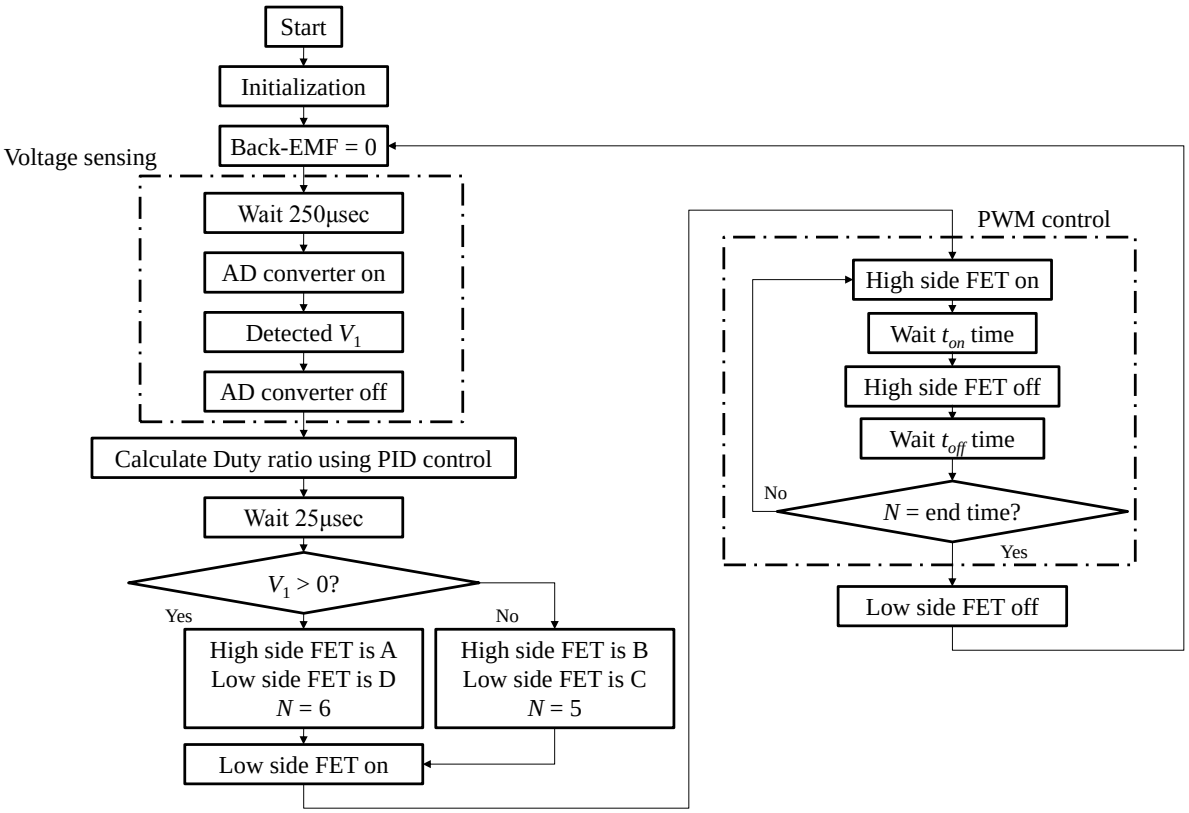


Fig. 3.10　Flowchart of microcomputer control

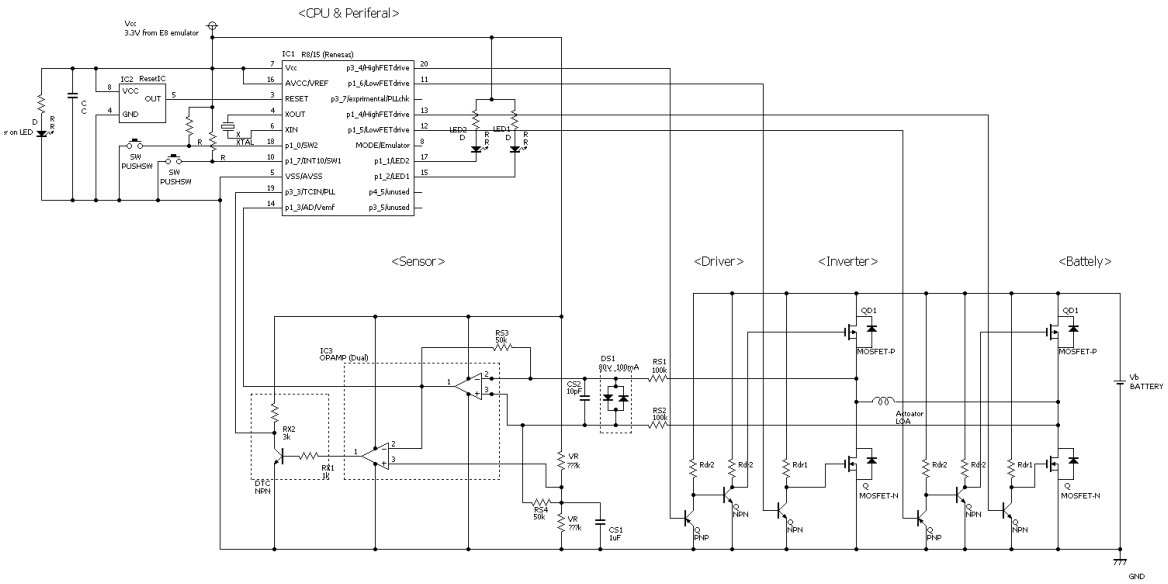


Fig. 3.11　Electronic circuit diagram

3.4　解析モデル・条件

解析に用いたアクチュエータの各部寸法を Fig. 3.12 に示す．有限要素解析モデルを Fig. 3.13 に，解析条件を Table3.1 に，解析諸元を Table3.2 に示す．なお，電圧印加時抵抗 R_{on}，電流回生時抵抗 R_{off} は，コイル抵抗と FET のオン抵抗とを合わせた値となっている．フィードバック制御回路，PWM 制御条件に関する解析条件は，3.2 節に示す通りである．

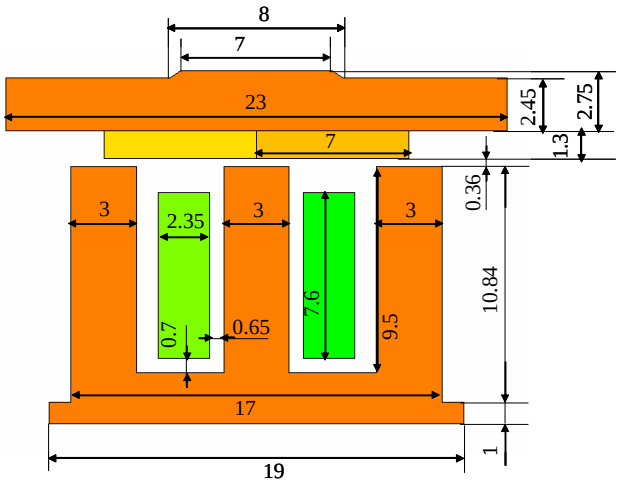


Fig. 3.12　Dimensions of analyzed model

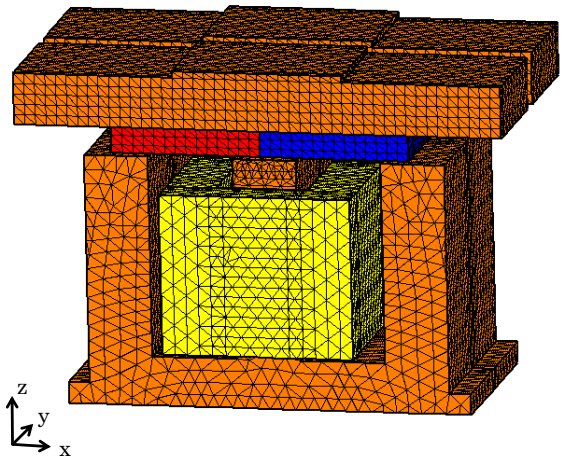


Fig. 3.13　FEM model

Table3.1　Analysis conditions

Input voltage V_{PWM} [V]	3.6	Mass of mover [g]	6.95
Diode voltage V_{diode} [V]	0.5	Coil turn [Turn]	68
Viscous dumping coefficient [N・s/m]	0.14	Magnetization of magnets [T]	1.41
Resistance(on) R_{on} [mΩ]	350	Resistance(off) R_{off} [mΩ]	290
FET resistance [mΩ]	60	Coil resistance [mΩ]	230
Main-spring constant [N/mm]	6.93	Link-spring constant [N/mm]	3.22

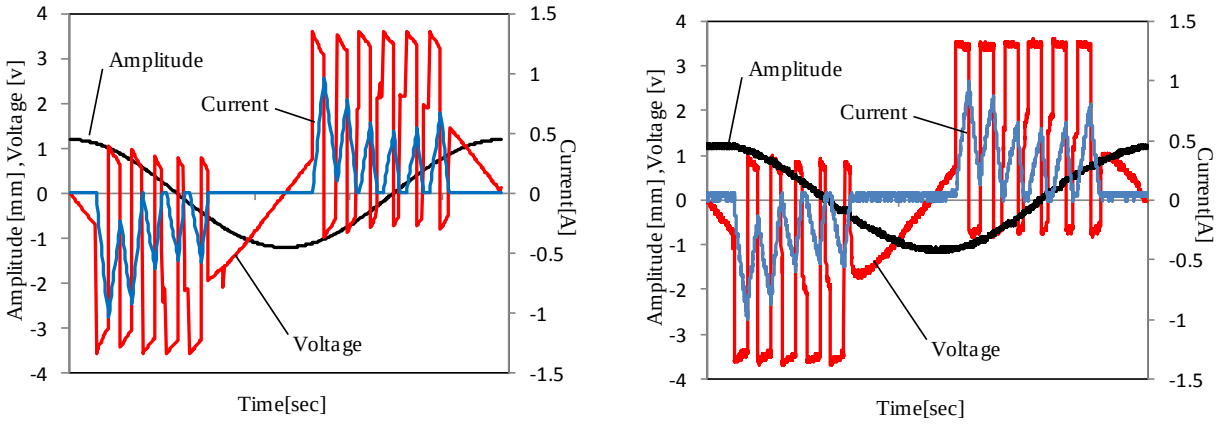
Table3.2　Discretization date and CPU time

Number of elements	668,934
Number of edges	792,175
Number of unknown variables	768,815
Number of steps	1,300
Time division [μsec]	10
CPU time [h]	300
Computer used : Core2 Duo 3.0GHz PC	

3.5　バイポーラ駆動モデルでの動作特性

3.5.1　無負荷特性

無負荷時のバイポーラ駆動モデルでの解析結果を Fig. 3.14(a)に，測定結果を Fig. 3.14(b)に示す．振幅，周波数，平均電流の比較を Table3.3 に示す．解析結果と測定結果を比較すると，電圧，電流，振幅とすべての波形において，両者の良好な一致を確認することができ，提案解析手法の有効性を明らかにすることができた．また，Table3.3 に示すように，振幅，周波数，平均電流ともに解析結果と測定結果とは良好な一致を示していることがわかる．



(a) Computed results　　(b) Experimental results

Fig. 3.14　Comparison of amplitude, voltage and current waveforms

Table3.3　Comparison of computed and experimental results

	Computed results	Experimental results
Amplitude pk-pk [mm]	2.37	2.37
Frequency [Hz]	216	217
Average current [A]	0.20	0.22

3.5.2　負荷特性

本論文で用いたリニア共振アクチュエータの外部負荷の変動に対する動作特性への影響を検討するため，提案手法による解析と，実機を用いた実験を行った．負荷実験の冶具を Fig. 3.15 に示す．解析では可動子の運動方向と逆向きに一定の外部負荷を与える．そこで，実験では図に示すように可動子に垂直方向に重りを乗せ，可動子と摩擦テープとの摩擦力により水平負荷に変換し与えている．可動子と摩擦テープの摩擦係数はおよそ 0.1 である．

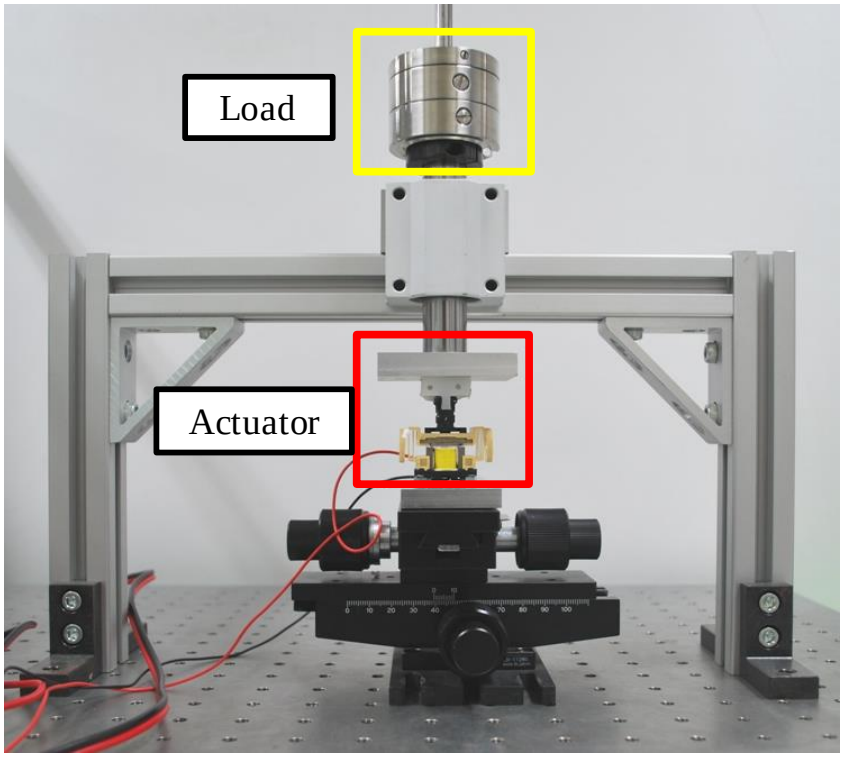
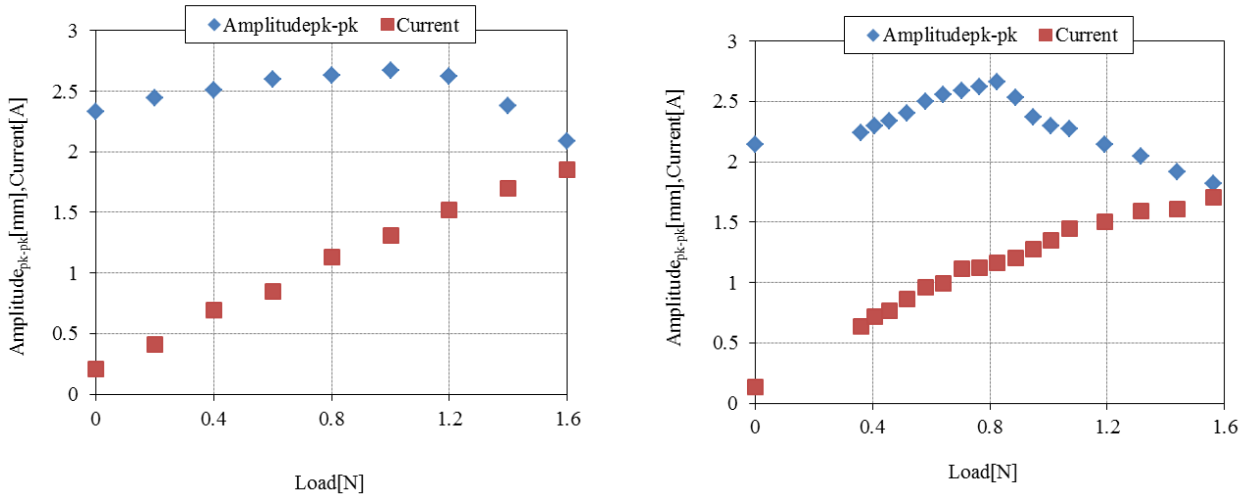


Fig. 3.15　Load device

外部負荷を 0～1.6 N まで変化させた時の可動子の振幅とコイルに流れる平均電流の変化の解析結果を Fig. 3.16 (a)に，測定結果を Fig. 3.16 (b)に示す．

PID 制御の各ゲインはハンドチューニングにより K_P= 0.75，K_I=0.01，K_D=0.75 と決定し，目標値は無負荷状態で振幅が 2.30mm$_{pk\text{-}pk}$ 時に検知される値 V_s =0.67 とした．

測定結果と解析結果を比較すると，振幅，平均電流ともに外部負荷に対する傾向は良好に一致しているといえる．しかし，PID 制御により振幅が一定に保たれるはずであるが，外部負荷が増加するにつれて振幅も増加していくことが確認された．解析では，約 1.0N の負荷が加えられている時に最も振幅が大きくなり，約 2.67mm を示した．また，実験では約 0.8N の負荷が加えられている時に最も振幅が大きくなり，約 2.66mm を示した．それ以上の負荷に対しては，Duty100%となり，制御の余地がなくなり振幅が低下している．解析結果と実験結果で振幅が最大となる負荷に差異があるが，この誤差原因は，解析では外部負荷を一定として与えているが，実際には摩擦テープと可動部の接触状態による摩擦力の誤差があり，常に一定の負荷が与えられていないためと考えられる．また，押さえつけ負荷により，固定子と可動子のエアギャップ長が変化していると考えられる．



(a) Computed results　　(b) Experimental results

Fig. 3.16　Load characteristics

3.5.3　バイポーラ駆動モデルでの振幅増加原理

負荷特性で見られた，外部負荷の増加に伴い振幅も増加する原因について述べる．

まず，外部負荷に対する検知電圧と振幅の関係を調べるため，フィードバック制御を行わず，一定の Duty で電圧を印加した場合の解析を行った．振幅と検知電圧の関係を Fig. 3.17 に示す．Fig. 3.17 より，振幅と検知電圧の関係は一意に決まらず，外部負荷の大きさに依存していることがわかる．ここで，検知電圧をある一定の値に保つとした場合，外部負荷が増加するにつれて，振幅も増加していくことが読み取れる．

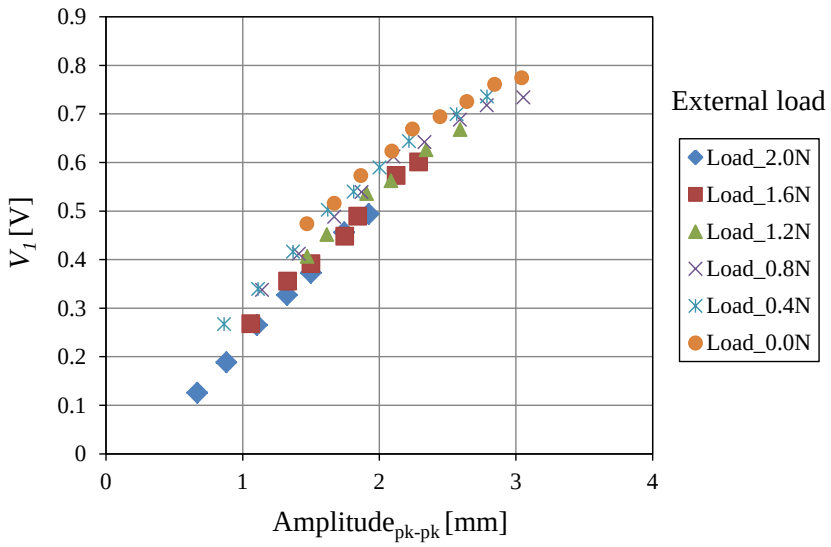


Fig. 3.17　Computed results of Back-EMF characteristic

次に，バイポーラ駆動モデルでの振幅増加原理について示す．

・まず，無負荷状態で，可動子が原点を中心に振幅 A で振動しているとする．(Fig. 3.18(a))

・そこへ外部より負荷が加わると，振動の中心がばねによる復元力と外部負荷が釣り合う位置へ移動する．振動の中心が移動したことにより振幅が A' へと減少し，検知電圧も低下する．(Fig. 3.18 (b))

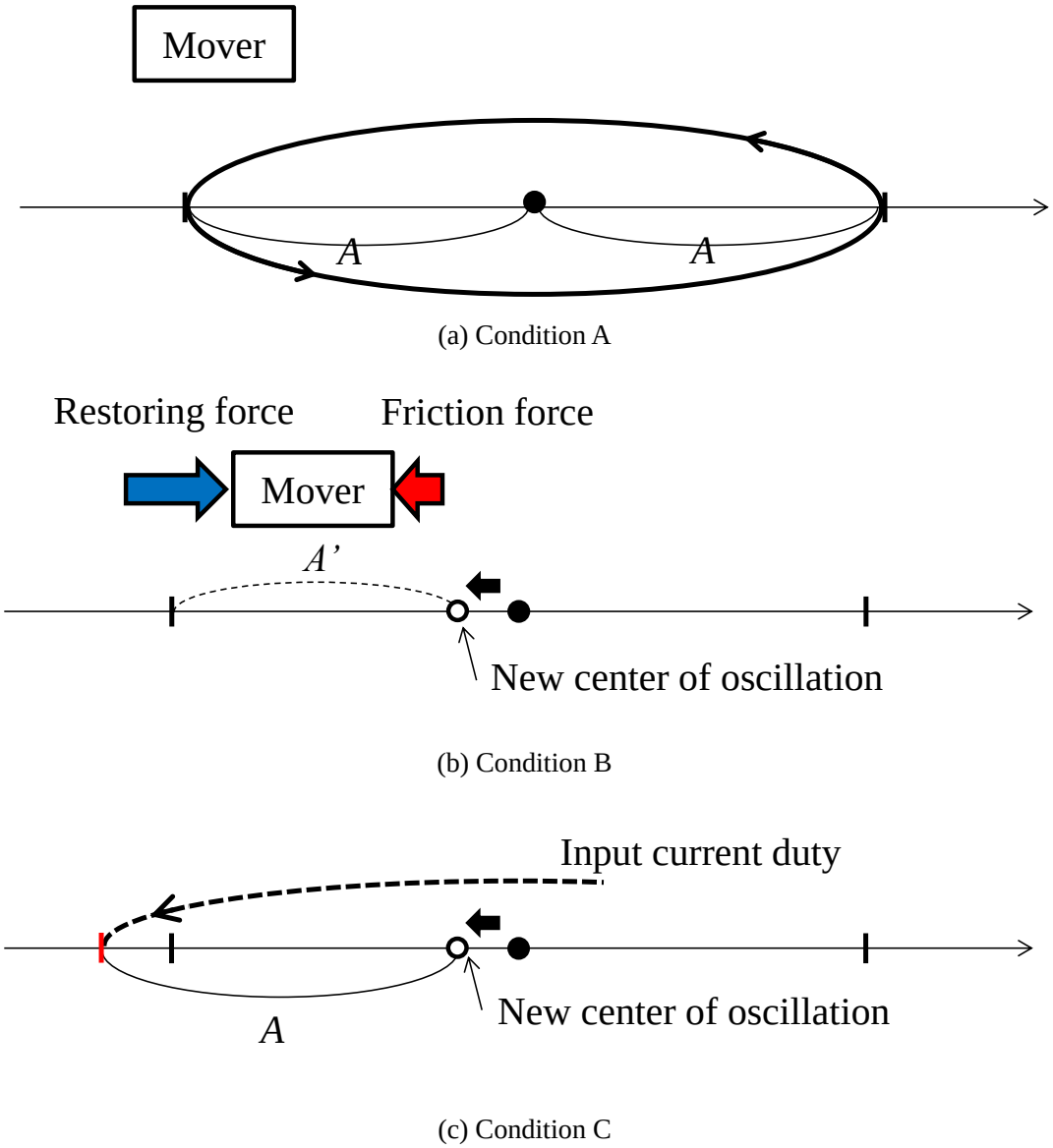
・ここで，検知電圧が無負荷時と等しくなる条件は，新たな振動の中心から，振幅 A で可動子が振動を開始することである．この条件を満たすようにフィードバック制御が働き，入力が増加する．(Fig. 3.18 (c))

・もう半周期では外部負荷の方向が変わり，同様に振動の中心が新たな振動の中心へ移動する．

この半周期では電圧検知をおこなっていないが，入力は前の半周期と同じ値を入力しているため，定常状態では両半周期で状態は同等となり，新たな振動の中心から，振幅 A で振動を開始する．(Fig. 3.18 (d))

・結果，外部負荷により発生した新たな二つの振動の中心間の距離が，可動子の振幅の増加分として現れる．また，外部負荷が増加すると，振動の中心はより外側へと移動するため，中心間が離れ，振幅はより増加する．(Fig. 3.18 (e))

よって，バイポーラ駆動モデルにおいて PID 制御を行うと，外部負荷に対して振幅の減少を抑えることは可能であるが，その振幅は一定とならず，外部負荷の増加に伴い，振幅が増加するということが分かった．

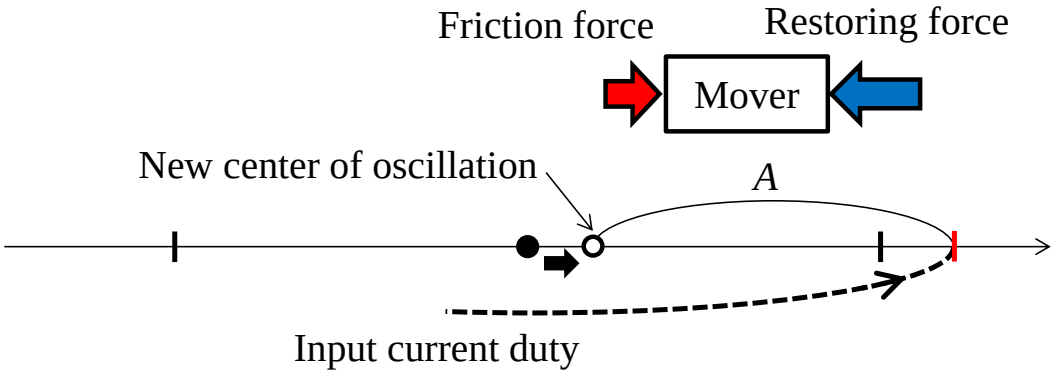


(a) Condition A

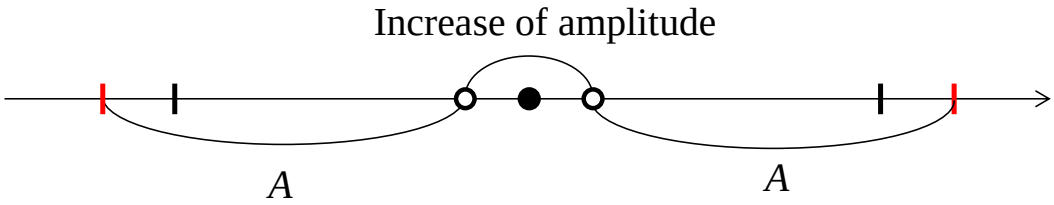
(b) Condition B

(c) Condition C

Fig. 3.18　Control flow



(d) Condition D



(e) Condition E

Fig. 3.18　Continued

3.6　結言

本章では，以下について明らかにした．

可動子の振幅を把握するために外部のセンサを用いず，コイルに誘起される逆起電圧を用いた，バイポーラ駆動 PWM フィードバック制御について述べた．バイポーラ駆動 PWM フィードバック制御を考慮した有限要素解析により，アクチュエータの動作特性を求め，実機を用いた測定結果との比較を行った．その結果，振幅，電圧，電流波形ともよく一致し，これにより本解析手法の有効性を確認した．

また，外部負荷が変化した時の，アクチュエータの動作特性への影響を解析により求め，測定結果との比較を行った結果，摩擦テープと可動部の接触状態による摩擦力の誤差，エアギャップの変動による誤差が見られたものの，両者は良く一致することを確認できた．しかし，バイポーラ駆動モデルにおいて PID 制御を行うと，外部負荷に対して振幅の減少を抑えることは可能であるが，外部負荷によって移動した振動の中心に対し振幅を維持するため，その振幅は一定とならず，外部負荷の増加に伴い，振幅が増加するということを示した．

参考文献

1) 浅井保至，松井慶介，平田勝弘，太田智浩，“三次元有限要素法による LRA の共振解析とリンクばねの効果”,平成 21 年電気学会全国大会，5-207，pp.309-310，2009.03

2) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata and Tomohiro Ota, “Dynamic Analysis Method of Linear Resonant Actuator with Multi-Movers Employing 3-D Finite Element Method”, Proceedings of the 17th Biennial IEEE COMPUMAG (Conference on the Computation of Electromagnetic Fields), Florianopolis, Brazil, PA5.2, pp.149-150, 2009.11

3) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata, and Tomohiro Ota, "Dynamic Analysis Method of Linear Resonant Actuator With Multimovers Employing 3-D Finite Element Method", IEEE Transaction on Magnetics, VOL.46, No.8, pp.2971-2974, 2010.08

4) 嶋田晴樹，平田勝弘，浅井保至，太田智浩，“リニア共振アクチュエータの PWM-PID 制御による高効率制御”，平成 23 年電気学会全国大会，5-211，pp.305-306，2011.03

5) 嶋田晴樹，平田勝弘，浅井保至，太田智浩，“リニア共振アクチュエータの PWM-PID 制御による高効率制御”，第 23 回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム，1A4-3，pp92-97，2011.5

6) 嶋田晴樹，平田勝弘，浅井保至，太田智浩，"リニア共振アクチュエータの PWM-PID 制御による高効率制御"，日本 AEM 学会誌 Vol.20, No.1, pp.66-71, 2012.03

第 4 章

センサレス負荷推定手法による任意振幅制御の提案 [1~9)]

本章ではリニア共振アクチュエータに加わる外部負荷をセンサレスで推定する手法を提案し，実機による測定によりその有効性を明らかにする．また，推定した負荷を用いて，外部負荷に対して任意の振幅を出力可能な任意振幅制御を提案し，その有効性についても明らかにする．

4.1　負荷推定手法と任意振幅制御

4.1.1　負荷推定手法の提案

前章までに, 外部負荷に対して振幅の減少を抑えることが可能な制御を示してきた. しかし, アクチュエータの用途によって，外部負荷の大きさに対して求められる振幅値は様々であり，負荷状況に応じて任意に振幅を制御することが望まれる. そのためには負荷情報を外部センサ等により得る必要があるが, それではシステムの大型化を招く．また，得た負荷情報を元に振幅制御を行う際，第 3 章で述べた通りバイポーラ駆動モデルでは目標振幅と実際の振幅との間に誤差が残り，制御性が悪い.

そこで本章では，Fig. 4.1 に示すように，電圧印加を半周期分にして検知区間を延長し，逆起電圧の最大値 V_1 と，逆起電圧が 0 となってから（振幅が折り返した後）一定時間後(t_b)の逆起電圧 V_2 の二つの検知電圧を使用したユニポーラ駆動モデルでのセンサレス負荷推定手法を提案する.

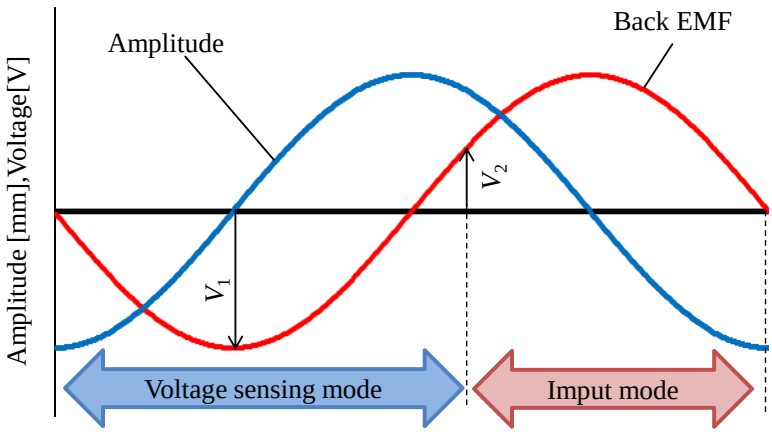


Fig. 4.1　Two Back-EMF signals for load estimation method

提案する負荷推定手法の推定原理について述べる．

粘性摩擦のみが作用する運動系において，ある初期位置 x_0 からの減衰振動は以下の運動方程式を解くことで得られる．

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \tag{4.1}$$

$$x = D\exp(-\xi\omega_n t)\cos(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n t - \phi) \tag{4.2}$$

$$D = \frac{x_0{}^2\omega_n{}^2 + v_0{}^2 + 2\xi\omega_n v_0 x_0}{(1-\xi^2)\omega_n} \tag{4.3}$$

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \tag{4.4}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{4.5}$$

$$\phi = \tan^{-1}\frac{v_0 + \xi\omega_n x_0}{x_0\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n} \tag{4.6}$$

ここで，v_0 は初期速度である．

また，クーロン摩擦と粘性摩擦の両者が発生する場合で，可動子が初期位置 x_0 から次の振幅の折り返し点 x_1 までの間，解くべき運動方程式は式(4.7)となる．

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \tag{4.7}$$

ここで，この運動方程式は Fig. 4.2 に示すように，ばねとクーロン摩擦が釣り合う位置 F/k を中心に粘

性摩擦による減衰振動を行うと捉えることができる．Fig. 4.2 より x_0 と x_1 の関係を整理すると，

$$x_1 = x_0 \exp(-\xi\pi) - \frac{F}{k}\{\exp(-\xi\pi)+1\} \tag{4.8}$$

となる．減衰振動はこれを繰り返すため，x_n と x_{n+1} の関係は次式となる．

$$x_{n+1} = x_n \exp(-\xi\pi) - \frac{F}{k}\{\exp(-\xi\pi)+1\} \tag{4.9}$$

ここで可動子の位置情報は，外部センサなしで得ることは困難なため，速度情報（逆起電圧）への変換を行う．式(4.9)より，半周期ごとの振幅には以下のような関係式が成り立つ．

$$x_2 + x_1 = (x_1 + x_0)\exp(-\xi\pi) - \frac{2F}{k}\{\exp(-\xi\pi)+1\} \tag{4.10}$$

x_0 から x_1 の間に発生する逆起電圧の最大値を V_1，x_1 から x_2 の間に発生する逆起電圧の最大値を V_2’とすると，振幅と逆起電圧の最大値の関係は比例関係にあることから，定数 K_a を用いて以下のように表せる．

$$x_1 + x_0 = K_a V_1 \tag{4.11}$$

$$x_2 + x_1 = K_a V_2' \tag{4.12}$$

したがって，式(4.10)は下記のように書き換えられる．

$$K_a V_2' = K_a V_1 \exp(-\xi\pi) - \frac{2F}{k}\{\exp(-\xi\pi)+1\} \tag{4.13}$$

これを外部負荷 F について解くと，

$$F = \frac{K_a\{V_1 \exp(-\xi\pi) - V_2'\}}{2\{\exp(-\xi\pi)+1\}}k \tag{4.14}$$

が得られ，さらに最大値 V_2’と一定時間後の値 V_2 は比例関係にあることから，定数 K_V を用いて以下の負荷推定式が得られる．

$$F = \frac{K_a\{V_1 \exp(-\xi\pi) - K_V V_2\}}{2\{\exp(-\xi\pi)+1\}}k \tag{4.15}$$

したがって，外部負荷は逆起電圧 V_1，V_2 によって推定可能であることが分かる．

また，本負荷推定手法では，逆起電圧の最大値 V_2’と一定時間後の値 V_2 は比例関係にあるとして，定数 K_V を用いて V_2 を推定しているが，アクチュエータのディテント特性が非線形の場合，振幅によって共振周波数が変化するため， K_V を一定で与えると推定に誤差が生じる．よって，振幅，すなわち V_1

に合わせ，K_Vを補正する必要がある．以下に，K_Vと共振周波数の関係について示す．

式(4.2）を時間微分し，速度（逆起電圧）の関数を求める．

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\omega_n D\exp(-\xi\omega_n t)\left[\sqrt{1-\xi^2}\sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t-\phi)+\xi\cos(\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t-\phi)\right] \\ &= -\omega_n D\exp(-\xi\omega_n t)\sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t-\phi+\alpha)\end{aligned} \tag{4.16}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\xi \tag{4.17}$$

ここで $v_0 = 0$ であることを考慮すると，$\phi = \alpha$ となるため，

$$\dot{x} = -\omega_n D\exp(-\xi\omega_n t)\sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t) \tag{4.18}$$

となる．速度が最大値となるのは 1/4 周期であるため，K_Vは式(4.19)となり，共振周波数（角周波数）に依存することがわかる．

$$K_V = \frac{V_2'}{V_2} = \frac{\exp\left[-\xi\left(\pi/2\sqrt{1-\xi^2}-\omega_n t_b\right)\right]}{\sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t_b)} \tag{4.19}$$

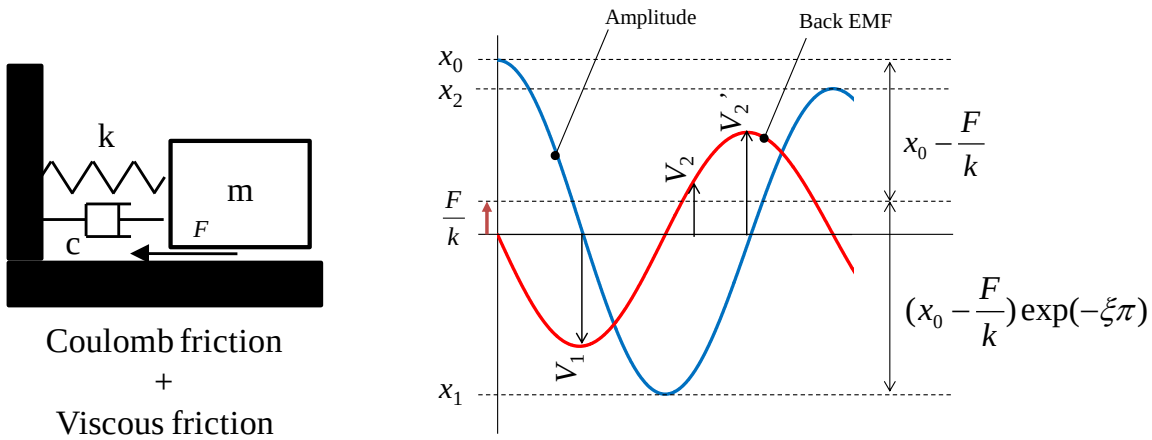


Fig. 4.2　Load estimation method

4.1.2　ユニポーラ駆動化による制御性の改善

前述のようにユニポーラ駆動化することで負荷推定が可能となり，さらに制御性も改善される．バイポーラ駆動モデルでは外部負荷の増加に伴い振幅が増加するため，それを考慮し PID 制御の目標値を設定する必要があったが，ユニポーラ駆動モデルでの特性を利用すれば，出力したい振幅と検知電圧の関係が一対一に決まるため，利便性を高めることが可能である．

以下に，ユニポーラ駆動モデルでの振幅一定原理について示す．

・まず，無負荷状態で原点を中心に可動子が振幅 *A* で振動しているとする．(Fig. 4.3(a))

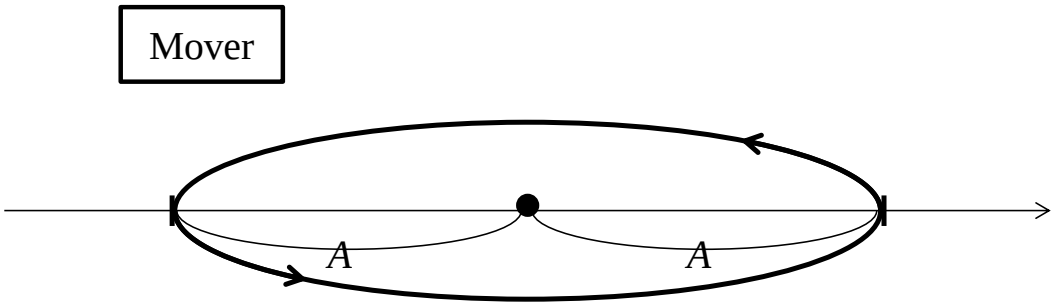
・そこへ外部より負荷が加わると，振動の中心がばねによる復元力と外部負荷が釣り合う位置へ移動する. 振動の中心が移動したことにより振幅が *A'*へと減少し, 検知電圧も低下する. (Fig. 4.3(b))

・ここで，検知電圧が無負荷時と等しくなる条件は，新たな振動の中心から，振幅 *A* で振動を開始することである．この条件を満たすようにフィードバック制御が働き入力が増加する．(Fig. 4.3(c))

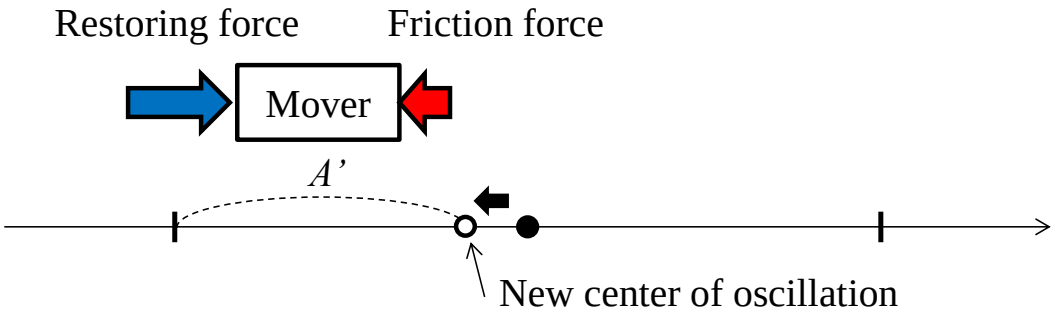
・この後，ユニポーラ駆動モデルでは入力を行わず，可動子は振幅 *A* で自由振動を行う．そしてもう半周期では外部負荷の方向が変わり，同様に振動の中心が新たな振動の中心へ移動し，振幅 *A"*で振動を開始する． (Fig. 4.3(d))

・その結果，片側の新たな振動の中心を基準に，振幅は一定に保たれる．(Fig. 4.3(e))

よって，外部負荷が増加すると，振動の中心はより外側へと移動するが，振幅は一定に保つことが可能である．

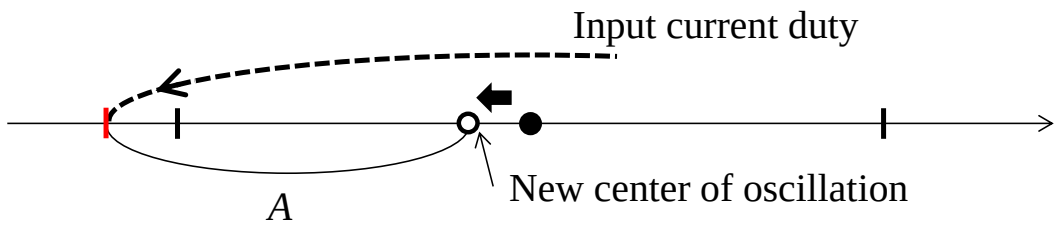


(a) Condition A

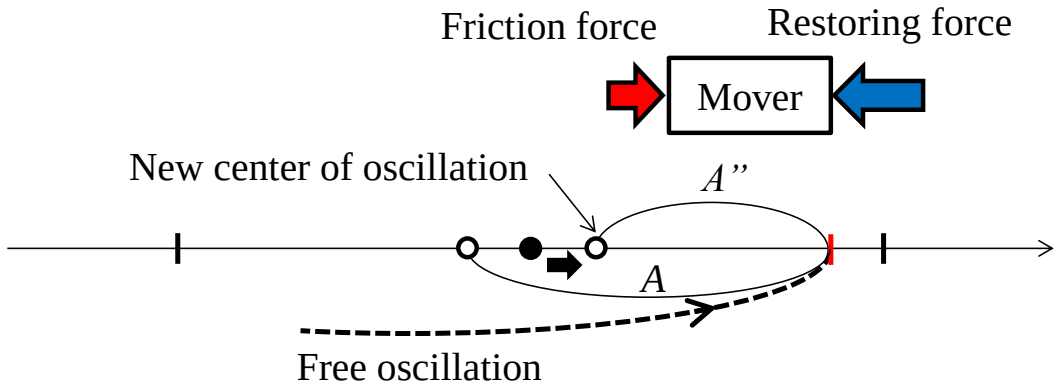


(b) Condition B

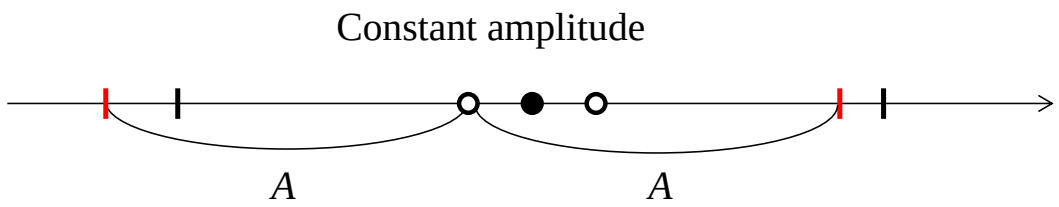
Fig. 4.3　Control flow



(c) Condition C



(d) Condition D



(e) Condition E

Fig. 4.3　Continued

4.1.3　負荷推定 PWM フィードバック制御による任意振幅制御

PWM フィードバック制御に負荷推定手法を取り入れた，負荷推定 PWM フィードバック制御について述べる．Fig. 4.4 にその詳細を示すように，以下の a～f の 6 つの区間に分けて制御している．

a 区間：逆起電圧が 0 の点，つまり，可動子が振動の折り返し点に達してから，
逆起電圧の最大値 V_1 を検知する区間．

b 区間：再び逆起電圧が 0 の点，つまり，可動子が振動の折り返し点に
達してから，一定時間後(t_b)の逆起電圧 V_2 を検知する区間．

c 区間：逆起電圧が 0 の点から電圧印加までの遅延区間.

d 区間：電圧を印加する区間.

e 区間：ダイオードにより回路に電流を流す区間.

f 区間：回路を開放する区間.

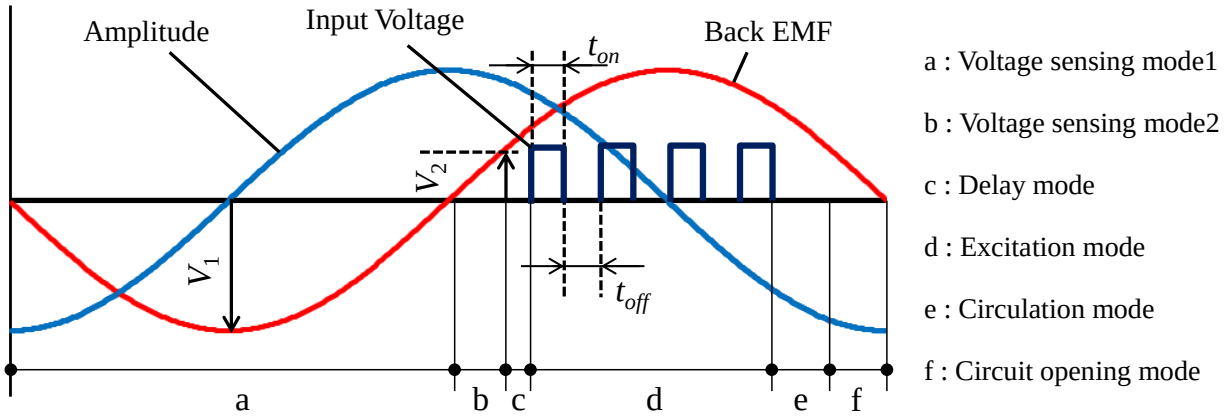
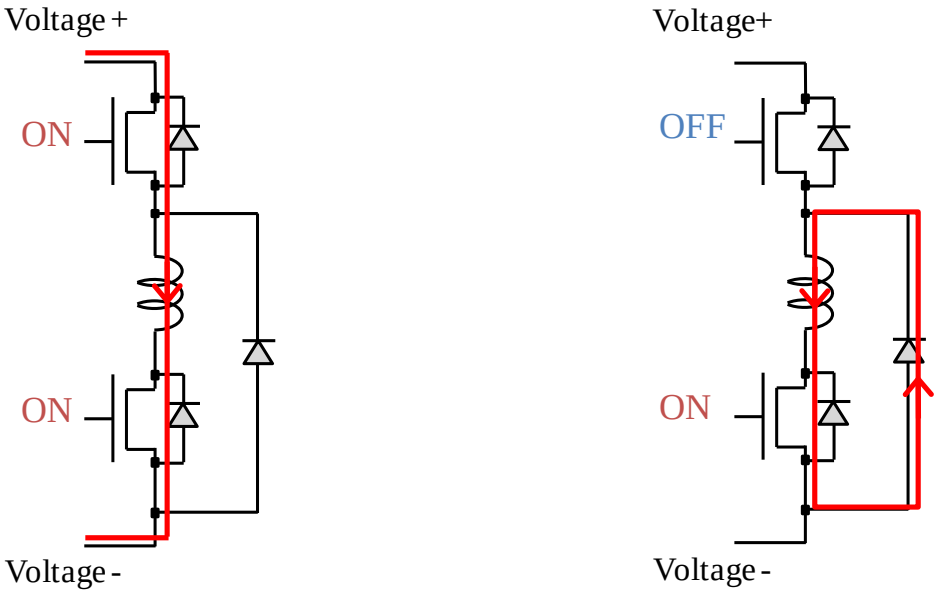


Fig. 4.4　Half bridge model with load estimation

d 区間，e 区間での制御回路動作を Fig. 4.5 に示す．d 区間では両方の MOS-FET を ON 状態にし，コイルを励磁する．e 区間ではハイサイドの MOS-FET を OFF 状態にし，コイルに蓄えられたエネルギーを，ダイオードを介し回生している．



(a) Excitation mode　　(b) Circulation mode

Fig. 4.5　Half bridge control circuit

また，実際の制御においては，b 区間が 250μsec であり，PWM の周期は 454μsec で，入力パルスは 4 パルスである．電圧印加時間 t_{on} についてはバイポーラ駆動モデル同様，検知電圧 V_1 に応じて，Duty を PID 制御により決定している．

ここで，式(4.22)に示すように，PID 制御の目標値を，推定した負荷情報を用いて任意に変化させることで，外部負荷に応じて任意の振幅を出力することが可能となる．任意振幅制御での制御出力は以下の式で決定される．

$$Duty(\%) = K_P e(t) + K_I \int e(T)dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \tag{4.20}$$

$$e(t) = V_S - V_1 \tag{4.21}$$

$$V_S = f(F') \tag{4.22}$$

ここで，F'は推定負荷である．

4.2　基本構造

本章での制御対象であるリニア共振アクチュエータを Fig. 4.6 に示す．アクチュエータは主に，可動子，固定子，および共振ばねからなる．

可動子は，極性の異なる永久磁石（NbFeB, Br=1.20T），電磁軟鉄（SUY）のバックヨークと駆動子から構成され，固定子は，E 字型の積層ケイ素鋼板で構成されるステータヨークと，その中央脚に巻回された 68 ターンのコイルから構成される．そして，可動子は，固定子とのエアギャップ長 0.40mm を保持するように，共振を得るための共振ばね(k=12.62 N/mm)によって支持されている．動作原理は第 3 章で述べたものと共通である．

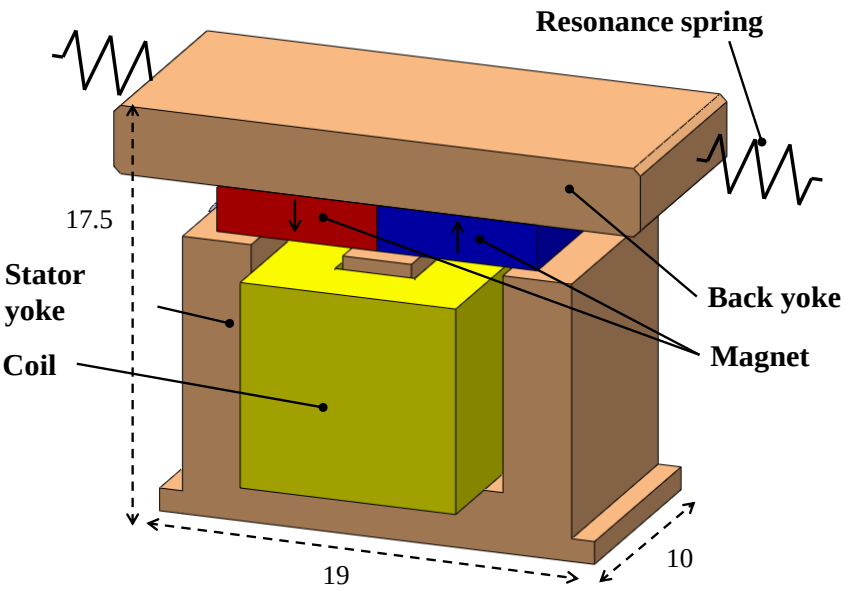


Fig. 4.6　Basic structure of the LRA

4.3　解析モデル・条件

解析に用いたアクチュエータの各部寸法を Fig. 4.7 に示す．本章では取り扱うアクチュエータが厚み方向に等しい構造であるため，解析時間の短縮のため二次元解析を行う．有限要素解析モデルを Fig. 4.8 に，解析条件を Table4.1 に，解析諸元を Table4.2 に示す．

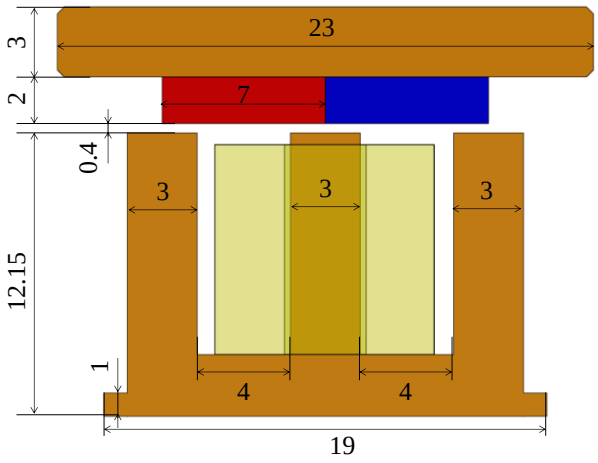


Fig. 4.7　Dimensions of analyzed model

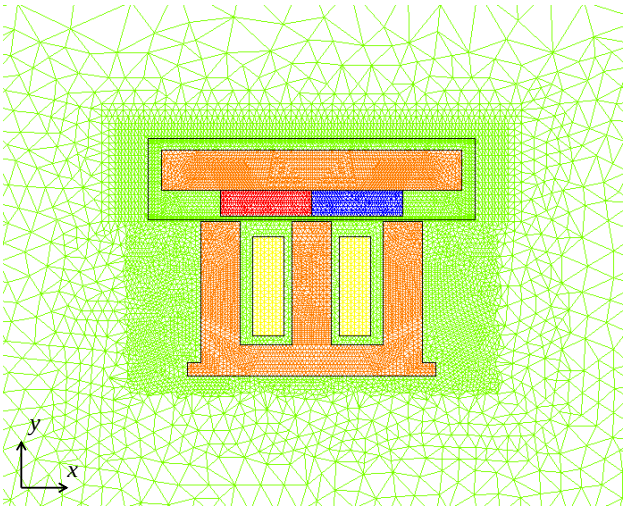


Fig. 4.8　FEM model

Table4.1　Analysis conditions

Input voltage V_{PWM} [V]	3.6	Mass of mover [g]	37.63
Diode voltage V_{diode} [V]	0.5	Coil turn [Turn]	68
Viscous dumping coefficient [N・s/m]	0.66	Magnetization of magnets [T]	1.20
Resistance(on) R_{on} [mΩ]	350	Resistance(off) R_{off} [mΩ]	290
FET resistance [mΩ]	60	Coil resistance [mΩ]	230
Spring constant [N/mm]	12.62		

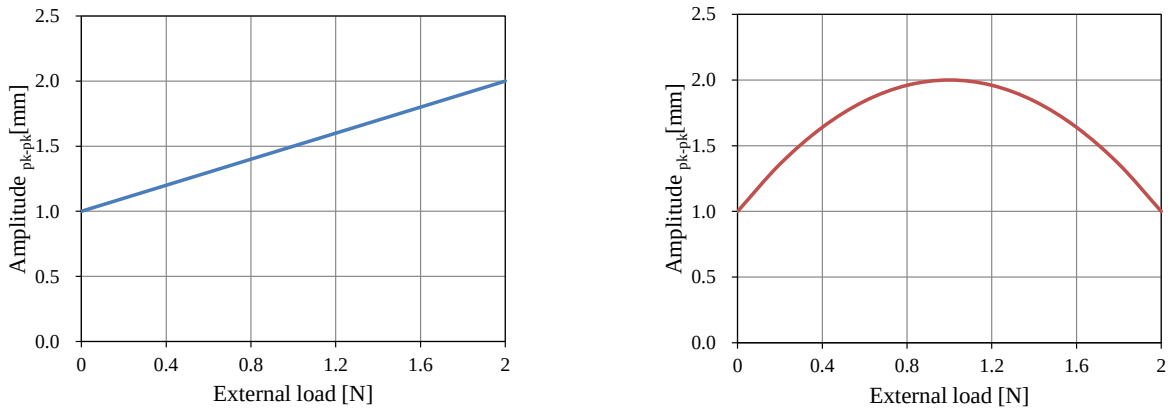
Table4.2　Discretization date and CPU time

Number of elements	18,924
Number of unknown variables	9,446,
Number of steps	20,000
Time division [μsec]	10
CPU time [h]	2
Computer used : Core2 Duo 3.0GHz PC	

また, 4.1.3 項で述べた目標値を, 今回は例として式(4.23), (4.24)に示す目標値関数に従って決定する. 目標値関数はそれぞれ，Fig. 4.9(a)のような，外部負荷の増加につれて振幅も増加する 1 次関数型，Fig. 4.9(b)のような，外部負荷の増加につれて振幅が一度増加し，ピークを迎え，減少する 2 次関数型である.

$$V_S = 0.5 * F' + 1 \tag{4.23}$$

$$V_S = -1 * (F' - 1)^2 + 2 \tag{4.24}$$



(a) Linear function　　(b) Quadratic function

Fig. 4.9　Target function

4.4　提案制御下での動作特性解析

4.4.1　検知電圧特性と負荷推定結果

まずは V_1 と V_2 の関係が外部負荷によりどのように変化するかを明らかとするため，Duty を固定値で与え，様々な振幅に保った時の解析を行った．解析結果を Fig. 4.10 に示す．なお，V_1 と振幅の関係は Fig. 4.11 に示すように比例関係であり，外部負荷によって変化しない．したがって，グラフ中の V_1 は振幅と読み替えることもできる．解析結果より，V_1 と V_2 の関係は比例関係であるが，外部負荷によってバイアス部分が変動することが確認できる．この結果からも，V_1 と V_2 より，外部負荷は一意に決まることがわかる．

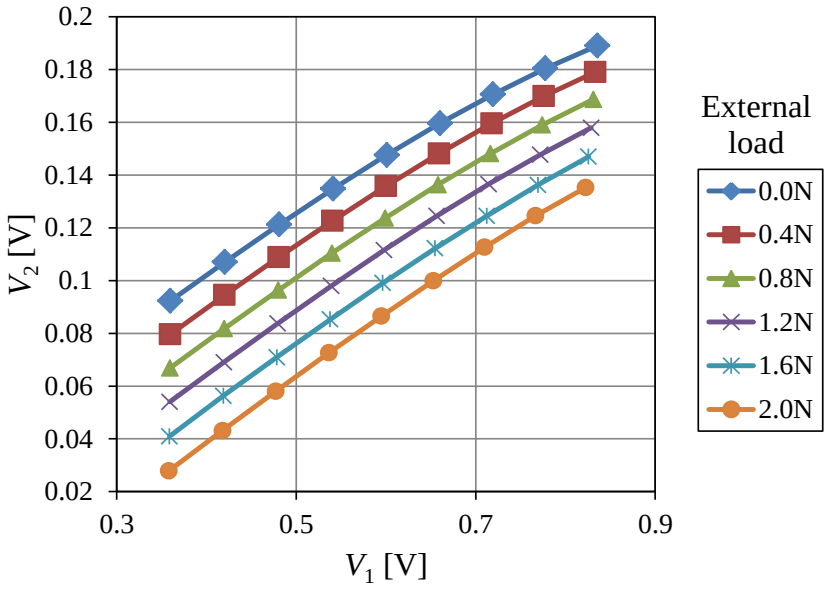


Fig. 4.10　Relationship of V_1, V_2. and external load

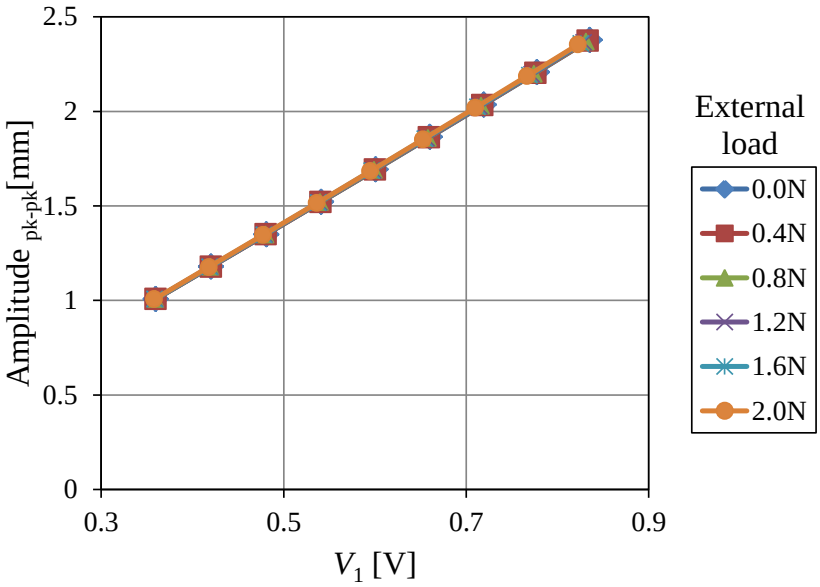


Fig. 4.11　Relationship between V_1 and amplitude

次に得られた V_1 と V_2 の結果より，負荷推定式を用い負荷を推定した．推定した結果を Fig. 4.12 に示す．結果より，V_1 が小さいとき，つまり振幅が小さいときは，負荷を良好に推定できていることがわかる．しかし，V_1 が大きくなるにつれて，つまり振幅が大きいときは，誤差が増加していくことが分かった

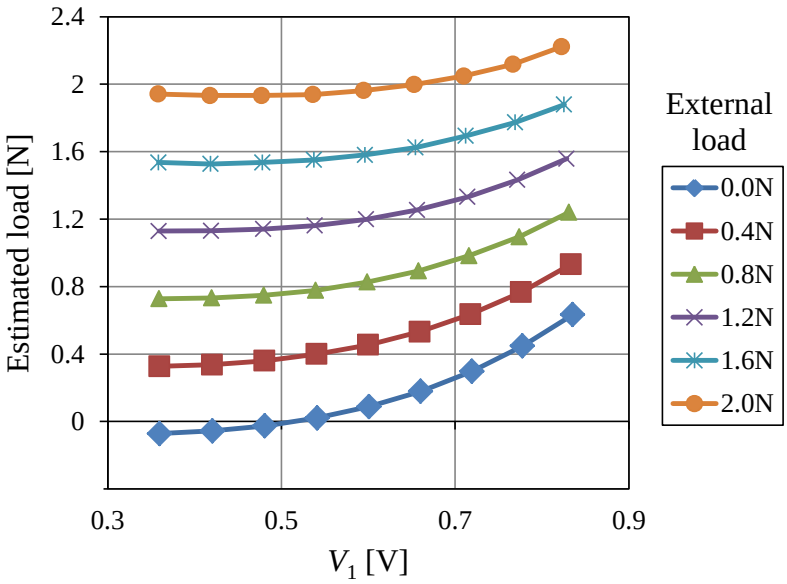


Fig. 4.12　Relationship between V_1 and estimated load

この原因は 4.1.1 項で述べたように，ディテント特性の非線形性による，共振周波数の変化である．本アクチュエータのディテント特性を Fig. 4.13 に，振幅と周波数の関係を Fig. 4.14 に示す．図のように，ディテント特性は非線形となっているため，振幅によって共振周波数が変化する．よって，振幅，すなわち V_1 に合わせ，Fig. 4.15 に示すように K_V を補正する．補正後の推定結果を Fig. 4.16 に示す．結果より，高振幅側で発生していた誤差が低減でき，良好に外部負荷を推定可能であることを示した．

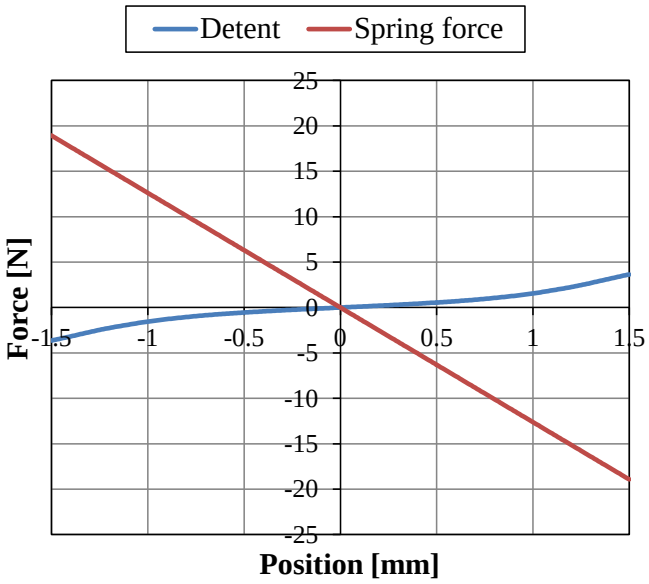


Fig. 4.13　Detent characteristic

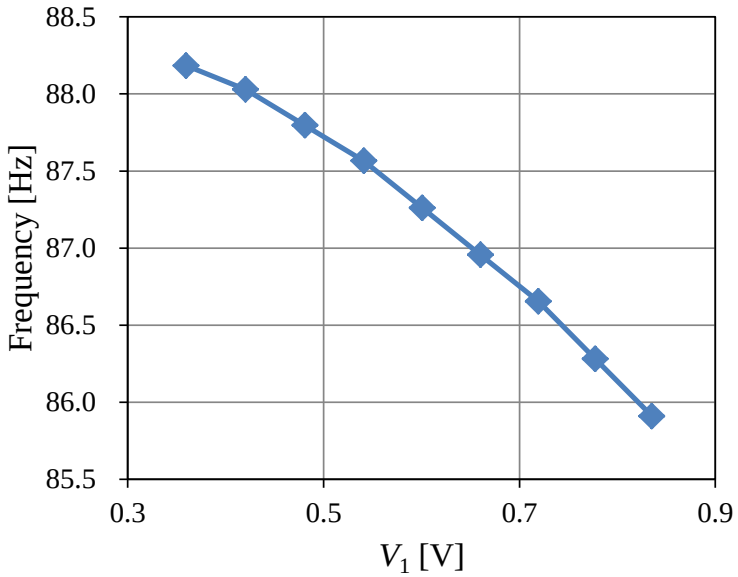


Fig. 4.14　Relationship between V_1 and frequency

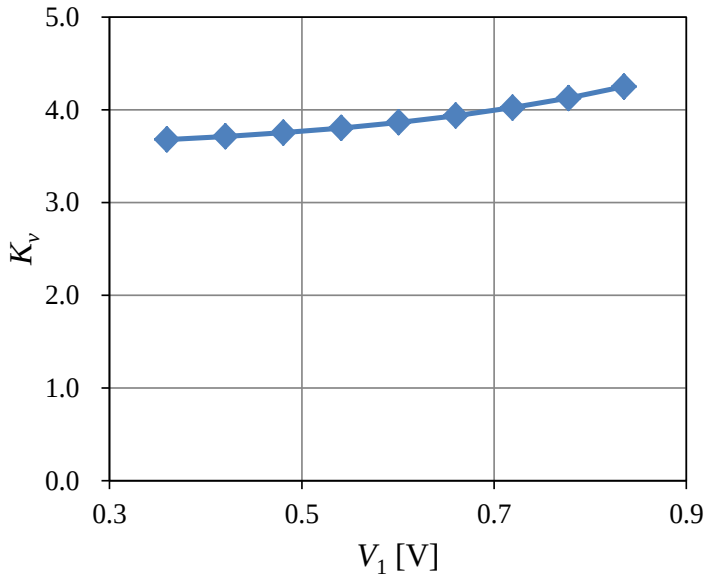


Fig. 4.15 Correction of K_v

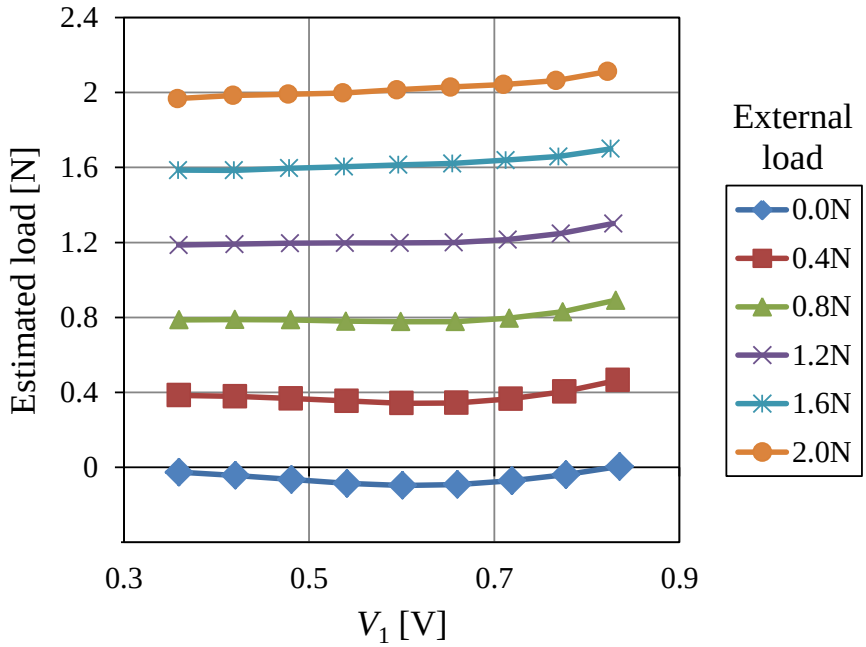
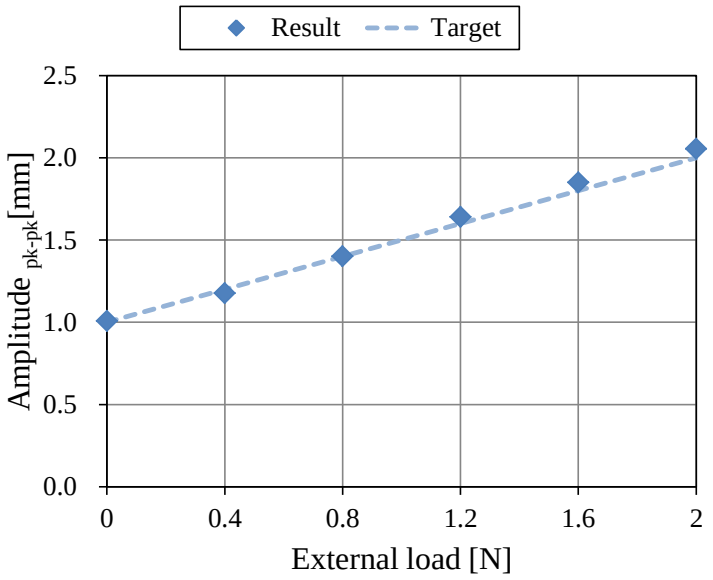


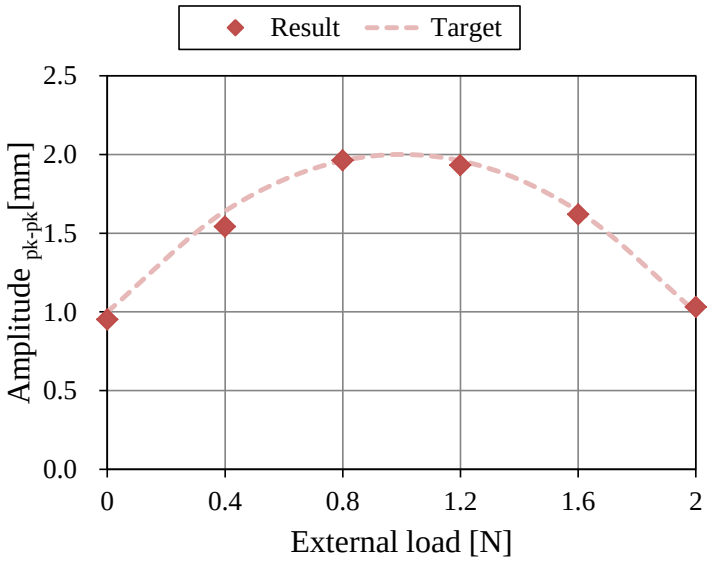
Fig. 4.16 Relationship between V_1 and estimated load after correction

4.4.2　任意振幅制御下での動作特性

任意振幅制御法の有効性を確認するため，動作特性解析を行った．定常状態での外部負荷と振幅の関係を Fig. 4.17 に示す．結果より，外部負荷の変化に応じて，出力される振幅があらかじめ設定した目標値関数に従い良好に変化していることが分かる．また，目標値関数の違いにより，外部負荷に応じてさまざまな振幅を出力可能であることもわかる．これらの結果より，負荷推定 PWM フィードバック制御による任意振幅制御の有効性を確認できた．



(a) Linear function



(b) Quadratic function

Fig. 4.17　Load characteristics under arbitrarily amplitude control method

4.5　試作機及び実験装置概要

4.5.1　試作機

提案した制御手法の有効性を検証するため，実機検証を行う．試作機の模式図を Fig. 4.18 に，試作機写真を Fig. 4.19 に示す．可動子は共振ばねによって，エアギャップ 0.4mm を保ち支持されている．磁気回路部以外では，共振ばねが磁性体であるが，磁気回路に十分影響しない位置に配置されている．

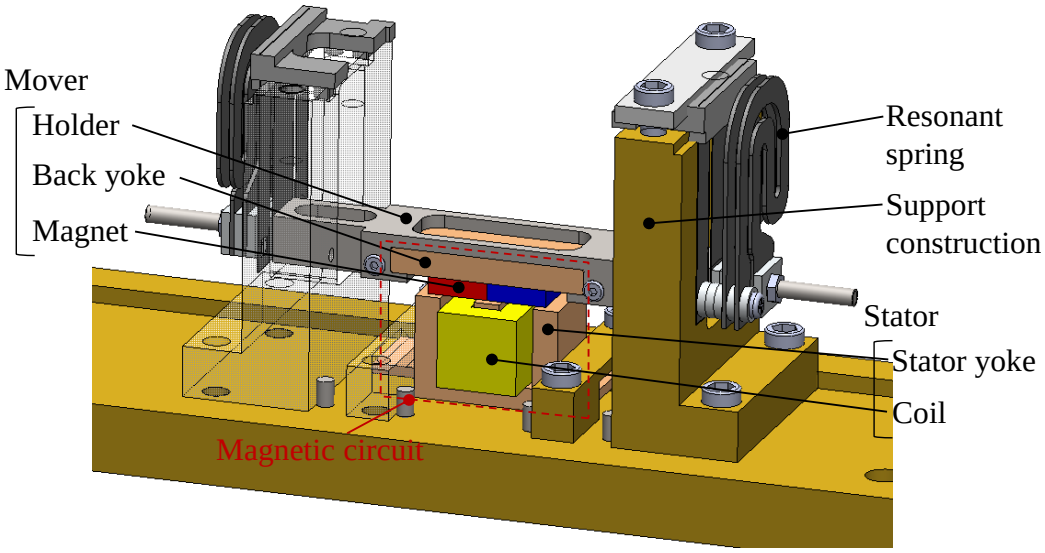


Fig. 4.18　Pattern diagram of prototype

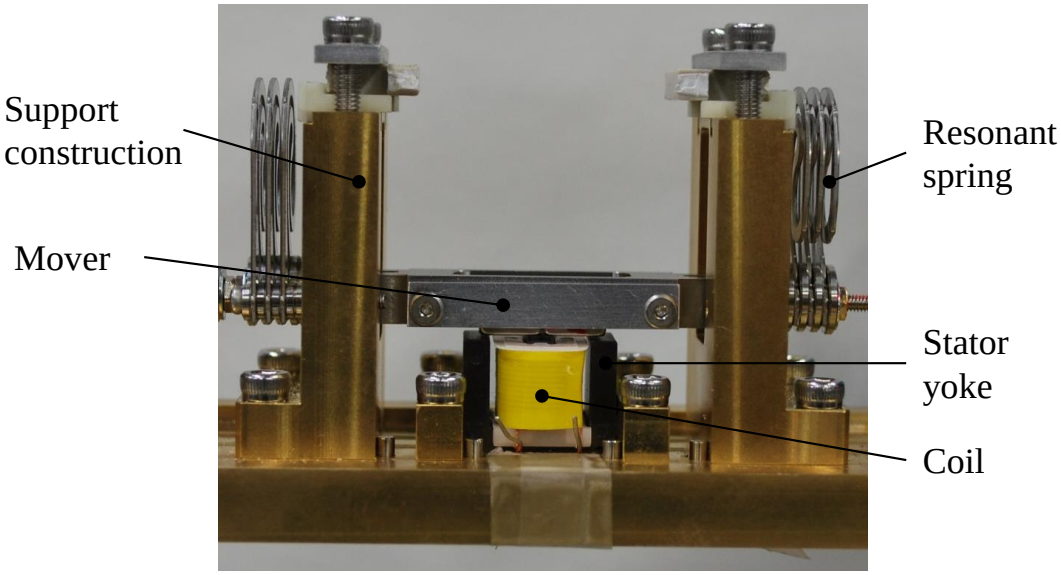


Fig. 4.19　Photographs of prototype

本実験では負荷推定 PWM フィードバック制御実現するため, マイコン(ルネサステクノロジ SH7125)による回路制御をおこなっている．制御基板の外観を Fig. 4.20 に，制御回路図を Fig. 4.21 に示す.

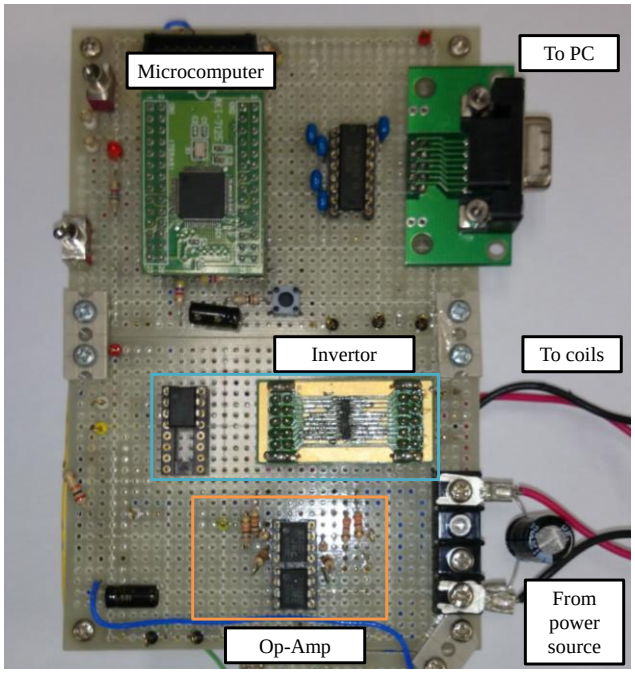


Fig. 4.20　Control circuit

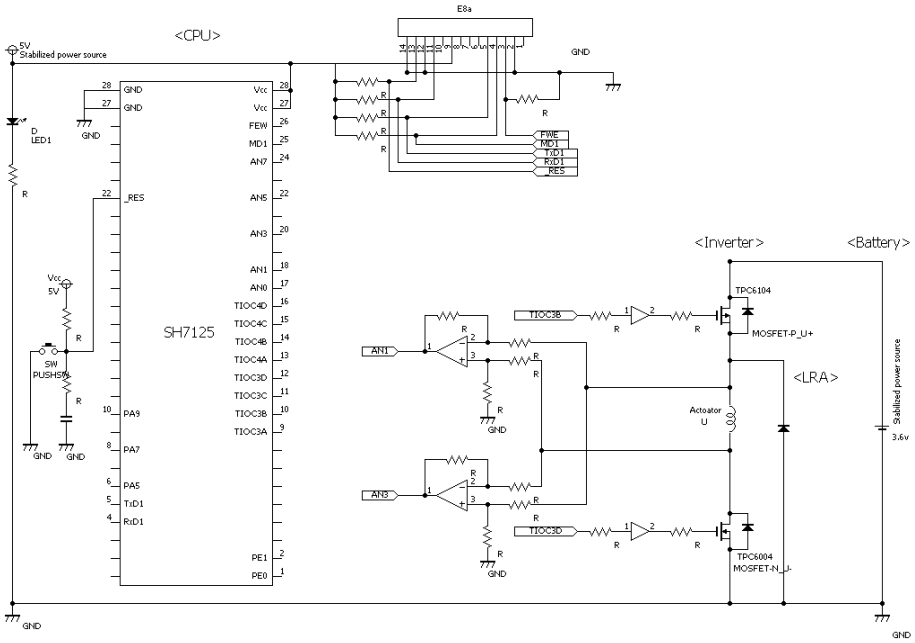


Fig. 4.21　Electronic circuit diagram

4.5.2　負荷装置

前章までは，可動子に垂直方向に重りを乗せ，摩擦力により外部負荷を与えていたが，本章では実験精度と再現性を高めるため，アクチュエータにボイスコイルモータ（VCM）を接続し，外部負荷を与える．負荷実験の治具を Fig. 4.22 に示す．VCM はディテント力がなく，励磁電流に比例した推力を発生するため，励磁電流をアクチュエータの可動子と同期し制御することで，アクチュエータの駆動方向と逆向きの外部負荷を発生させる．

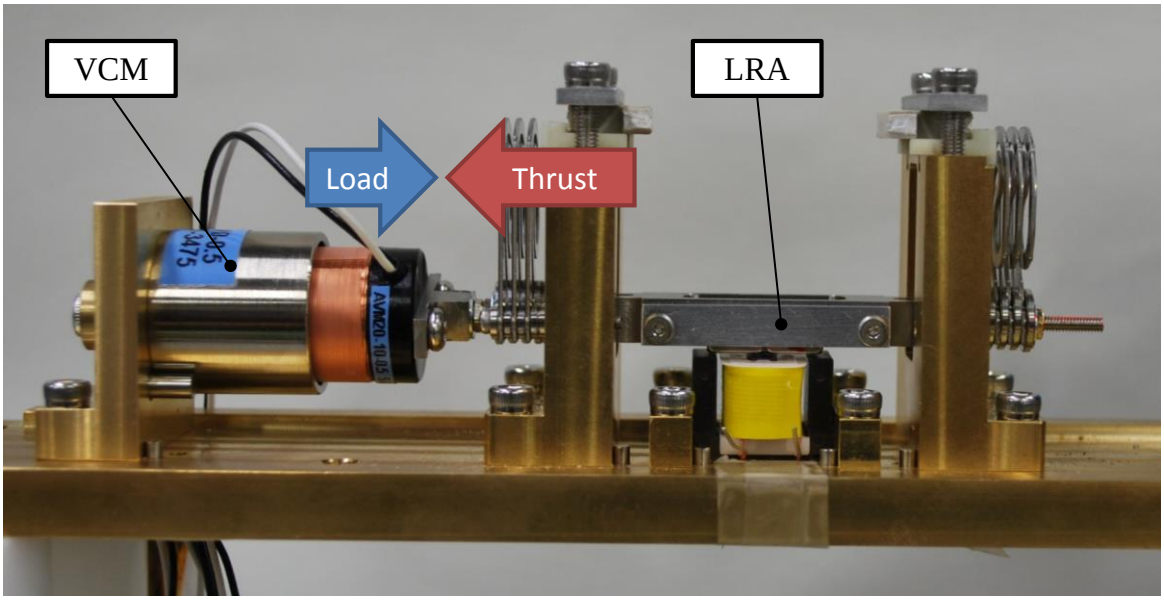


Fig. 4.22　Load device

4.6　提案制御下での実験検証

4.6.1　実験方法

実験装置全体の写真を Fig. 4.23 に，実験装置の構成図を Fig. 4.24 に示す．

安定化電源(KIKUSUI PAS20-18)より供給される 3.6V の直流電圧を，制御回路により矩形波の交番電圧に変換し，コイルに印加する．同時に，アクチュエータの移動方向と逆向きの外部負荷が発生するよう，VCM に電圧を印加する．可動部の変位をレーザ変位計(KEYENCE　LK-G35)によって測定する．その際，コイルの両端電圧を電圧プローブ(LeCroy PP006)で，コイルに流れる電流を電流プローブ(Tektronix TCP312)で同時に測定する．なお，レーザ変位計，電圧プローブ，電流プローブの出力はオシロスコープ(LeCroy WaveJet324)を介してパソコンへ取り込む．

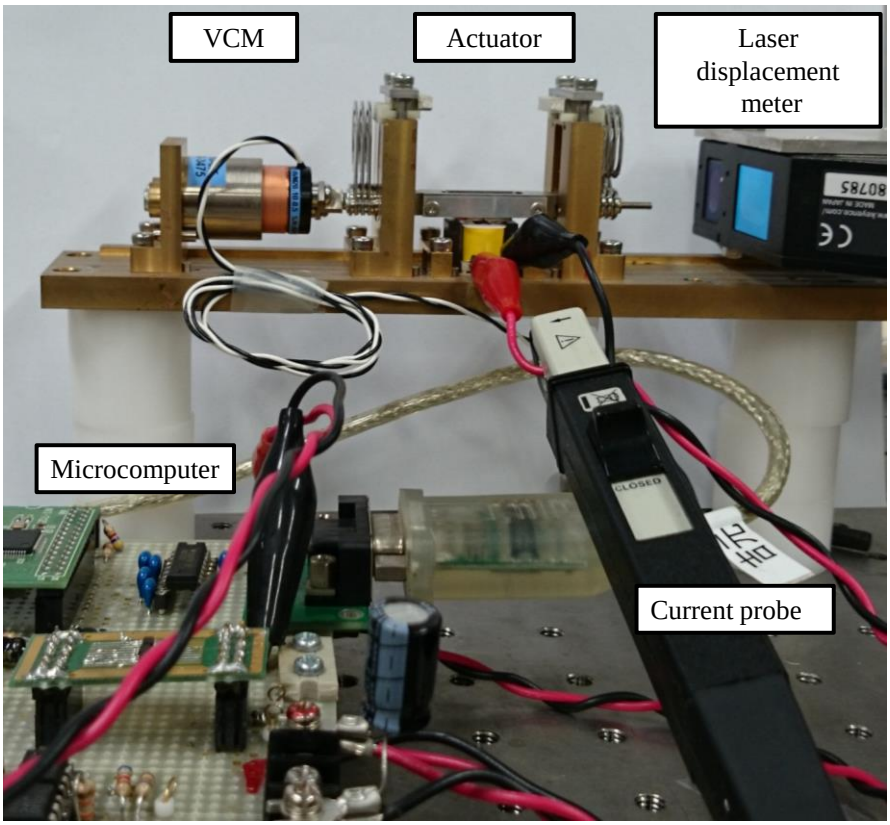


Fig. 4.23 Photograph of experimental instrument

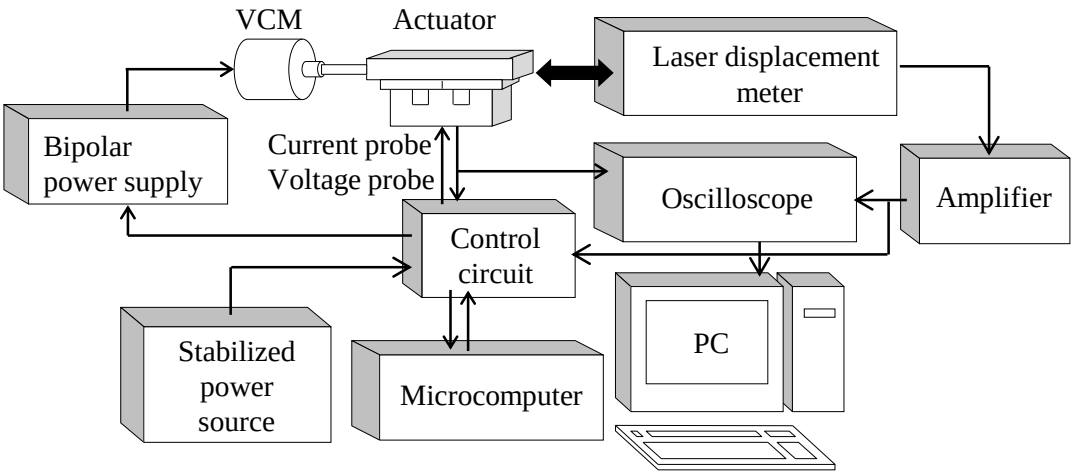


Fig. 4.24 Experimental setup of dynamic characteristic measurement

4.6.2　負荷推定実験

負荷推定手法の有効性を確認するため，Duty を固定値で与え，様々な振幅に保った時の V_1 と V_2 を測定した．測定結果を Fig. 4.25 に示す．測定結果より，解析結果と同様に外部負荷によってバイアス部分が変動することを確認できた．また，このとき推定された負荷を Fig. 4.26 に示す．推定結果より，実機においても外部負荷を良好に推定可能であることを確認した．これらの結果より，提案した負荷推定手法によって，センサレスで外部負荷情報を拾得可能であることを明らかにした．

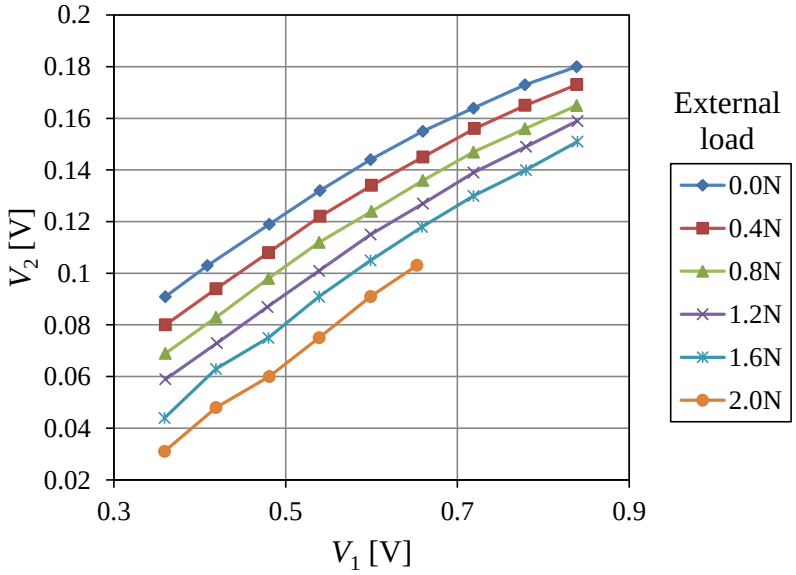


Fig. 4.25　Relationship of V_1, V_2. and external load

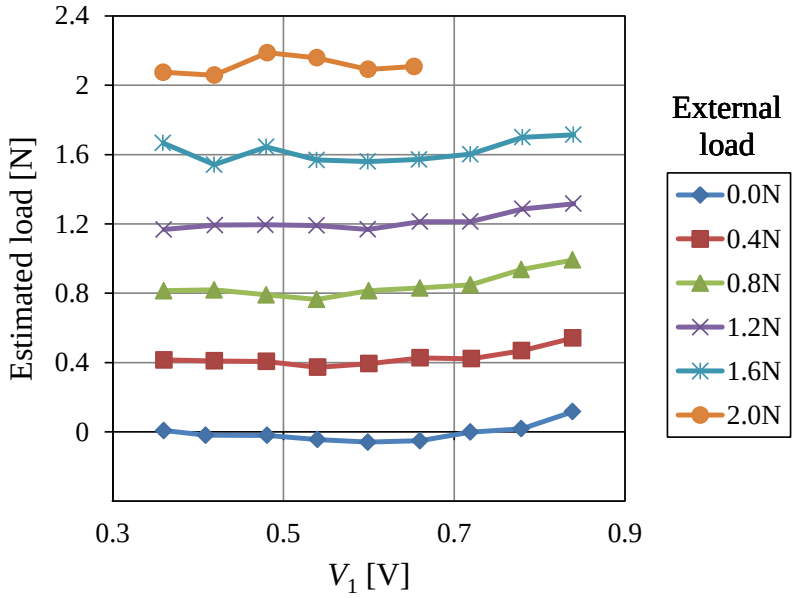
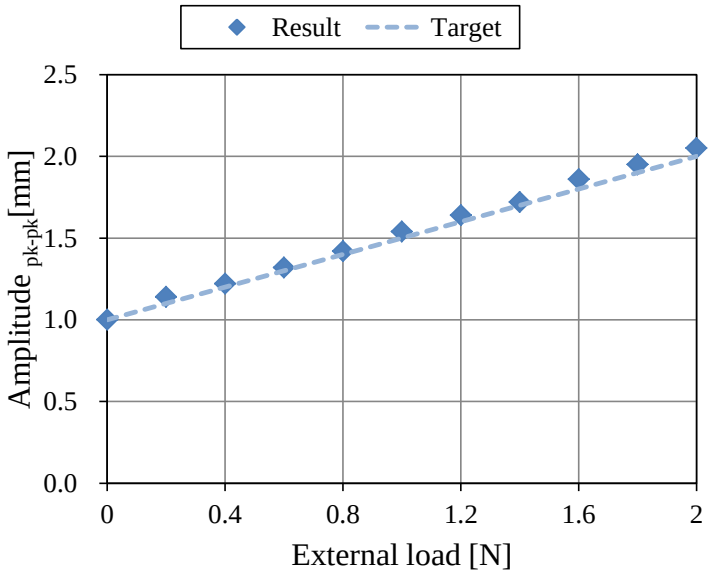


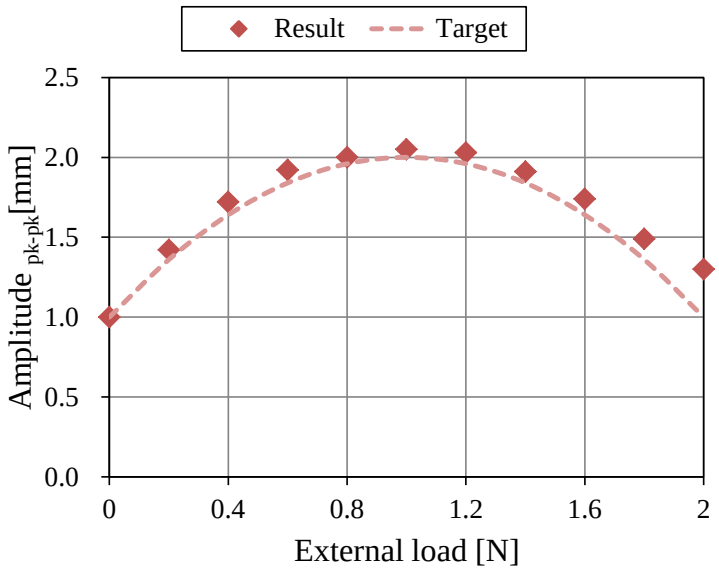
Fig. 4.26　Relationship between V_1 and estimated load

4.6.3　任意振幅制御実験

任意振幅制御法の有効性を確認するため，解析と同様の目標値関数を与え，実験を行った．定常状態での外部負荷と振幅の関係を Fig. 4.27 に示す．結果より，実験においても外部負荷の変化に応じて，出力される振幅があらかじめ設定した目標値関数に従い良好に変化することを確認できた．また，目標値関数の違いにより，任意の振幅を出力可能であることも確認できた．これらの結果より，従来困難であった，センサレスでの外部負荷に対する任意振幅制御が実現可能であることを明らかにした．



(a) Linear function



(b) Quadratic function

Fig. 4.27　Load characteristics under arbitrarily amplitude control method

4.7　結言

本章では，以下について明らかにした．

負荷状況に応じて任意に振幅を制御するため，リニア共振アクチュエータに加わる外部負荷をセンサレスで推定し，バイポーラ駆動モデルで見られた振幅増加を改善する，ユニポーラ駆動モデルでの負荷推定手法を提案した．二つの逆起電圧信号を用いた外部負荷推定原理について述べ，負荷推定式を導出した．また，外部負荷によって移動する振動の中心の，片側に対してのみ振幅を維持することで，全体の振幅を一定とする，ユニポーラ駆動化による制御性の改善について示した．さらに，PID 制御の目標値を，推定した負荷情報を用いて任意に変化させることで，外部負荷に応じて出力する振幅を自由に制御可能な，負荷推定 PWM フィードバック制御による任意振幅制御を提案した．

提案した制御手法を考慮した有限要素解析により，その動作特性を求めたところ，アクチュエータのディテント特性の非線形性により推定誤差が発生したため補正を行った．補正後，負荷推定手法により外部負荷を良好に推定可能であることを確認した．また，任意振幅制御により，外部負荷の変化に応じて，出力される振幅があらかじめ設定した目標値関数に従い良好に変化することを確認し，目標値関数の違いにより，外部負荷に応じてさまざまな振幅を出力可能であることも確認した．

実機による提案制御下での測定を行ったところ，負荷推定手法により，良好に外部負荷が推定可能であることを示した．また，任意振幅制御下での動作実験により，外部負荷の変化に応じて，出力される振幅があらかじめ設定した目標値関数に従い良好に変化することを示し，目標値関数の違いにより，任意の振幅を出力可能であることも示した．これらの結果より，従来困難であった，センサレスでの外部負荷に対する任意振幅制御が実現可能であることを明らかにした．

参考文献

1) 浅井保至, 平田勝弘, 太田智浩, "リニア共振アクチュエータの逆起電圧検知による PID 制御に関する研究", 電気学会リニアドライブ研究会,LD-10-017, pp.93-98, 2010.3

2) Katsuhiro Hirata, Yasuyoshi Asai and Tomohiro Ota, "3-D Finite Element Analysis of Linear Resonance Actuator under PID Control", Proceedings of the 14th Biennial IEEE CEFC (Conference on Electromagnetic Field Computation), Chicago IL, USA, 32P8, 2010.5

3) 浅井保至，平田勝弘，太田智浩，“リニア共振アクチュエータの逆起電圧検知による PID 制御”，日本 AEM 学会論文誌, VOL.19, No.1, pp.3-8, 2011.03

4) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata, Tomohiro Ota, "3-D Finite Element Analysis of Linear Resonant Actuator under PID Control Using Back EMF", IEEJ Journal of Industry Applications, Vol.1, No.2, pp.111-116, 2012.09

5) 浅井保至，平田勝弘，太田智浩，"逆起電圧検知によるリニア共振アクチュエータの負荷推定法と振幅制御法の提案"，マグネティックス・リニアドライブ合同研究会，LD-12-4，pp.17-21，2012.2

6) Y. Asai, K. Hirata and T. Ota, "PID Feedback Control Method for Linear Resonant Actuator Using an Estimated External Load from the Back-EMF as a Target Voltage", Proceedings of International Symposium on Power Electronics, Electrical Drive, Automation and Motion, Sorent, Italy, FB4, pp.1547-1551, 2012.06

7) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata and Tomohiro Ota, "Amplitude Contorol Method of Linear Resonant Actuator by Load Estimation from the Back-EMF", Proceedings of 15th Biennial IEEE CEFC (Conference on Electromagnetic Field Computation), Oita, Japan, MP3-4, p.51, 2012.11

8) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata, and Tomohiro Ota, "Amplitude Control Method of Linear Resonant Actuator by Load Estimation From the Back-EMF", IEEE T Transaction on Magnetics, Vol.49, No.5, pp.2253-2256, 2013.05

9) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata and Tomohiro Ota, "Experimental Validation of Load Estimation Method from the Back-EMF for Amplitude Control Method of Linear ResonantActuator", Proceedings of IEEE ICMA2013 (International Conference on Mechatronics and Automation), Takamatsu, Japan, pp.444-449, 2013. 08

第 5 章

二軸駆動共振アクチュエータと各軸独立制御法の提案 [1~4)]

本章では二軸駆動共振アクチュエータと，その各軸独立制御方法について述べる．三次元有限要素解析により静特性, 動作特性を解明し, 本アクチュエータの特性を確認する. また, 二軸駆動共振アクチュエータの試作を行い, アクチュエータの有効性を検証するため, 静推力特性, 及び動作特性を計測する.

5.1　アクチュエータの構造と制御概要

5.1.1　基本構造

提案する二軸駆動共振アクチュエータの基本構造を Fig.5.1 に示す．提案するアクチュエータは，4 極 3 スロットの永久磁石同期電動機を直線状に展開した構造を有する．磁石配置は，リニアアクチュエータの問題点である, 端効果の影響を低減するため, 図に示すような配置としている. 本アクチュエータは X 軸方向に±1.2mm，Z 軸方向に±0.5mm 駆動することを想定している．可動部は，図のように磁化された希土類磁石（NbFeB, *Br*=1.42T）と磁性材料（SUY）のバックヨークで構成されており，固定子は, E 字型のステータ（珪素鋼板）と各磁極脚に巻かれた 3 つのコイル（45 ターン）から構成される．可動子は，固定子と初期のエアギャップ 1mm を保持するように支持されており，X 軸・Z 軸に独立に駆動する共振ばねが装着されている.

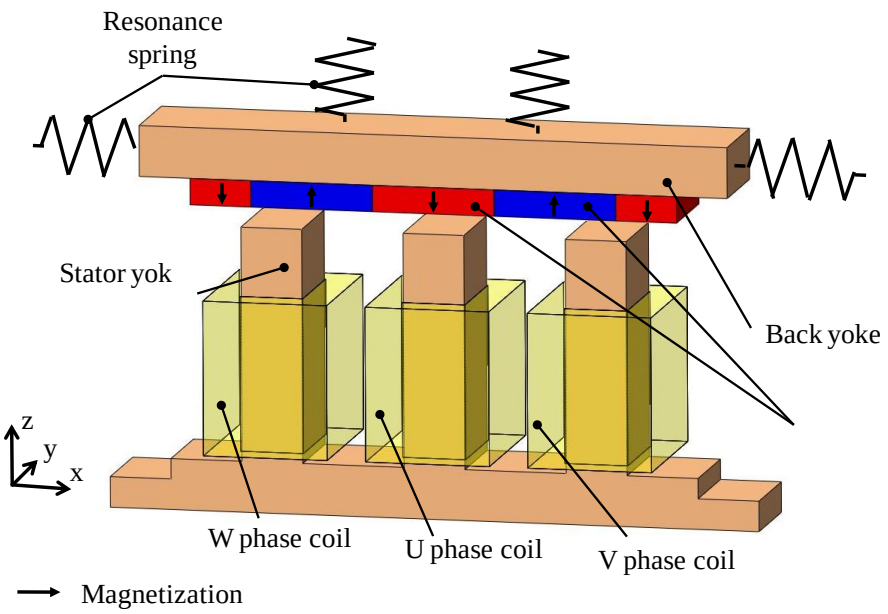


Fig.5.1　Basic structure of the LRA

Fig.5.2 に可動部支持構造を示す．X 軸方向の可動部（青線部分）は板ばねによって吊るすように支持され，　Z 軸方向への可動部（赤線部分）は X 軸方向可動部の中でコイルばねによって支持される．それぞれは独立に駆動可能であるが，X 軸方向の可動部は板ばねで吊るすように可動子を支持する構造であるため，X 軸方向に変位すると振り子のように Z 軸方向へも全体が微小であるが，変位する．すなわち，Z 軸方向のばねの釣り合い中心は，図中破線で示したような曲線状の軌跡を描く．この変位を板ばね長 l の振り子運動と近似すると，振れ角 θ における Z 軸方向の強制変位 Δz は次式で表される．

$$\Delta z = l(1-\cos\theta) \tag{5.1}$$

シミュレーションでは，運動方程式を計算する際に Z 軸方向のばね中心が X 軸方向の位置によって変化するよう，(5.1)式を用いて計算した．

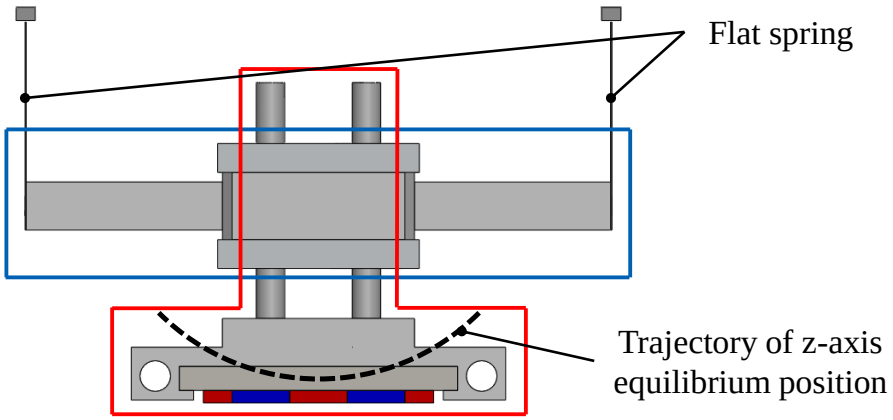
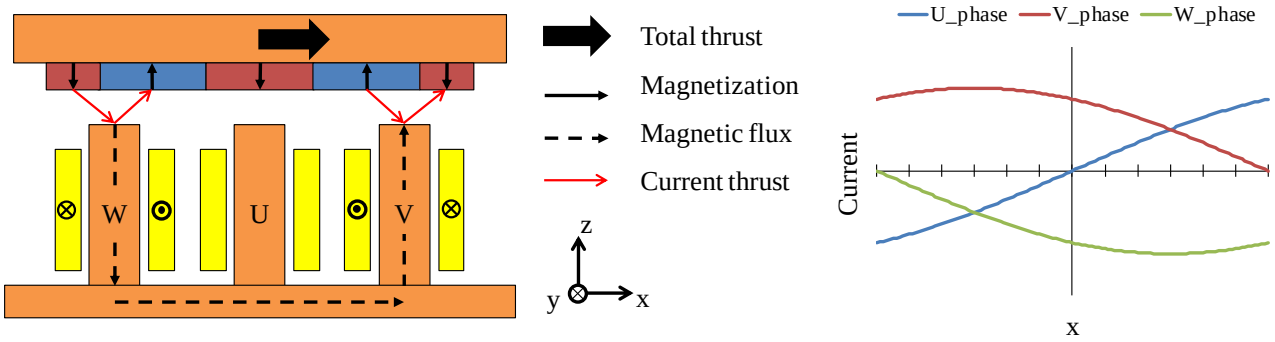


Fig.5.2 Mover support structure

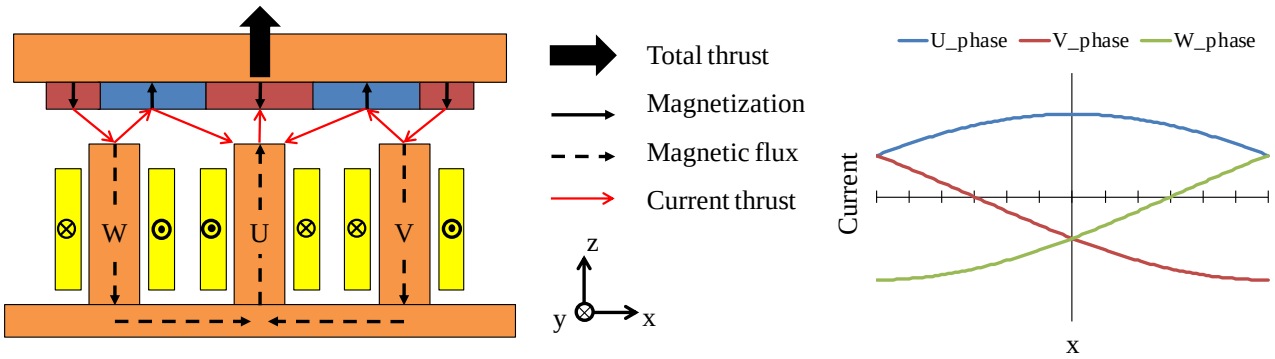
5.1.2　動作原理

二軸駆動共振アクチュエータの動作原理を Fig.5.3 を用いて示す．初期位置において X 軸方向に駆動させる場合，V 相に正相，W 相に逆相を励磁すると，Fig.5.3 (a)に示すような磁束がステータに発生し，ステータに磁極が励磁される．したがって，ステータの各磁極と可動子の永久磁石の磁極との間に磁気推力が発生する．この時，Z 軸方向の推力が打ち消されるため，X 軸方向にのみ推力が発生する．また，可動子の移動に合わせ，図中のように電流を変化させることで，X 軸方向に一定の推力が発生する．

また，初期位置において Z 軸方向に駆動させる場合，U 相に正相，V 相 W 相に U 相の 1/2 の逆相を励磁すると，Fig.5.3 (b)に示すような磁束がステータに発生し，ステータに磁極が励磁される．したがって，ステータの各磁極と可動子の永久磁石の磁極との間に磁気推力が発生する．この時，X 軸方向の推力が打ち消されるため，Z 軸方向にのみ推力が発生する．また，可動子の移動に合わせ，図中のように電流を変化させることで，Z 軸方向に一定の推力が発生する．



(a) X axis drive



(b) Z axis drive

Fig.5.3　Operating principle

5.1.3　ベクトル制御による各軸独立制御

電流値の決定方式としてベクトル制御を適応する．ベクトル制御とは各コイルに励磁する電流を，トルクに寄与するトルク電流成分(i_q成分)と，トルクに寄与しない界磁電流成分(i_d成分)に分離して制御する方法である．通常のモータ制御ではi_d成分は 0 とするか，弱め界磁成分として使われるが，本研究ではi_q成分を X 軸方向推力成分，i_d成分を Z 軸方向推力成分として扱い，各軸方向の駆動を独立に制御することを目的とする．

ベクトル制御で使用する座標変換について，Fig.5.4 を用いて示す．固定子座標系である uvw 座標は同じく固定子座標系であるαβ座標へ(5.2)式にて変換される．

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos 0 & \cos(\tfrac{2}{3}\pi) & \cos(-\tfrac{2}{3}\pi) \\ \sin 0 & \sin(\tfrac{2}{3}\pi) & \sin(-\tfrac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \tag{5.2}$$

次に，αβ座標は回転子座標系である dq 座標へ(5.3)式にて変換される．

$$\begin{bmatrix} d \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \tag{5.3}$$

ここで，θは固定子に対する可動子の位相である．

したがって，uvw 座標から dq 座標への変換式は(5.2)式，(5.3)式より次式で表される．

$$\begin{bmatrix} d \\ q \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \tfrac{2}{3}\pi) & \cos(\theta + \tfrac{2}{3}\pi) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - \tfrac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \tfrac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \tag{5.4}$$

また逆に，dq 座標から uvw 座標への変換式は次式で表される．

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \cos(\theta - \tfrac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \tfrac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta + \tfrac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \tfrac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ q \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

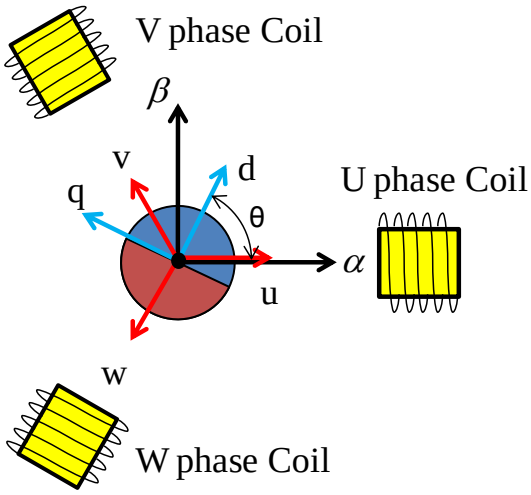


Fig.5.4　Vector control

5.2　解析モデル・条件

解析に用いたアクチュエータの各部寸法を Fig.5.5 に示す．可動子が中心位置での空気領域を除く有限要素解析モデルを Fig.5.6 に，解析条件を Table5.1 に，解析諸元を Table5.2 に示す．

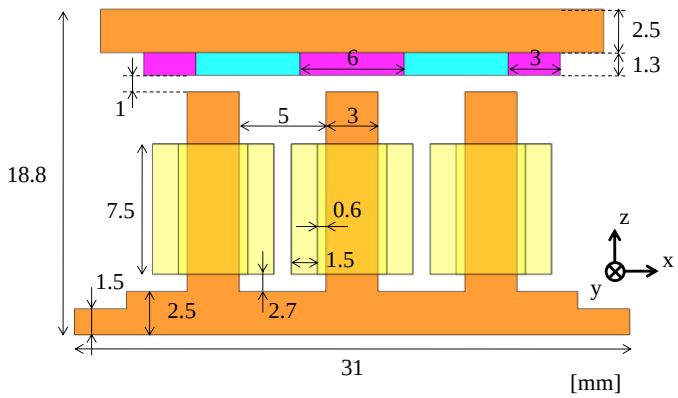


Fig.5.5　Dimensions of analyzed model

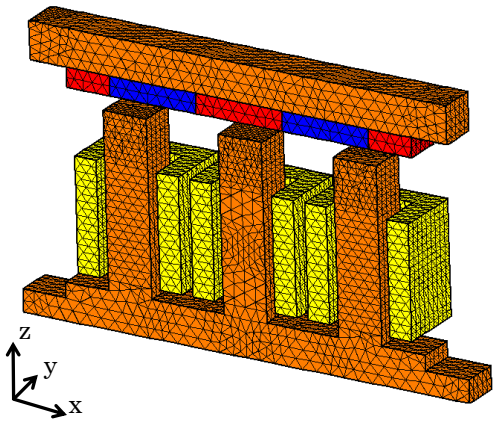


Fig.5.6　Analyzed model (1/2 region)

Table5.1　Analysis conditions

Coils	Maximum voltage [V]	3.6
	Resistance [Ω]	0.16
	Number of turns [turn]	45
X-axis	Mass of mover [g]	53.76
	Spring constant [N/mm]	11.50
	Viscous damping coefficient [N·s/m]	0.10
Z-axis	Mass of mover [g]	24.78
	Spring constant [N/mm]	40.75
	Viscous damping coefficient [N·s/m]	0.25

Table5.2　Discretization date and CPU time

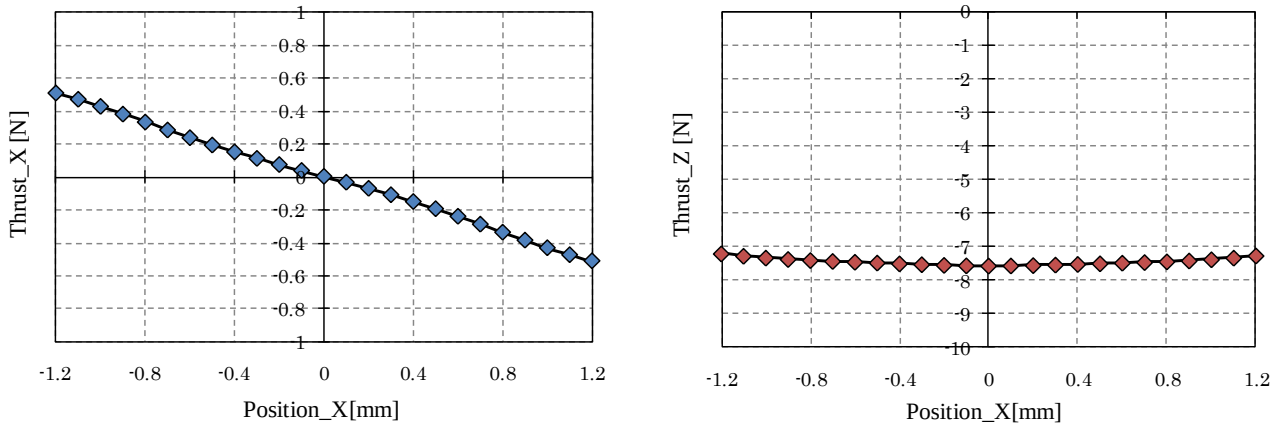
Number of elements	306,400
Number of edges	367,200
Number of unknown variables	347,800
Number of steps	25
CPU time [min]	23
Computer used : Core2 Duo 3.0GHz PC	

5.3　静推力特性解析

5.3.1　ディテント特性

有限要素法解析によって得られた，エアギャップを 1mm に保った時の X 軸，Z 軸それぞれのディテント特性を Fig.5.7 に示す．X 軸方向については，原点を中心にほぼ線形の磁気ばね特性を示しており，Z 軸については，全域でほぼ一定の吸引力が働いている．吸引力は原点で最大となり約 7.6N となった．

可動子が中心位置での磁束密度ベクトル分布を Fig.5.8 に示す．図より，永久磁石から発生した磁束が，エアギャップを介しステータに流れる磁気回路が構成されていることが分かる．また，ステータの磁気飽和が発生していないことが分かる．



(a) X axis　　(b) Z axis

Fig.5.7　Detent characteristics

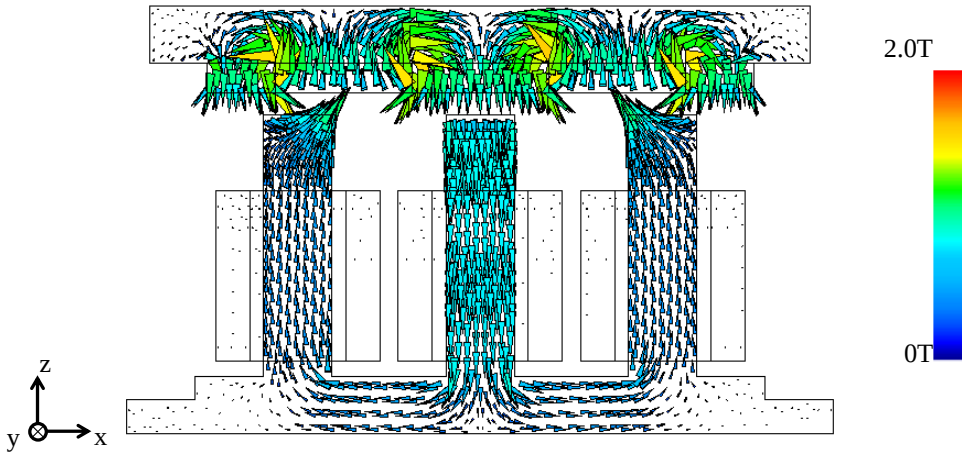
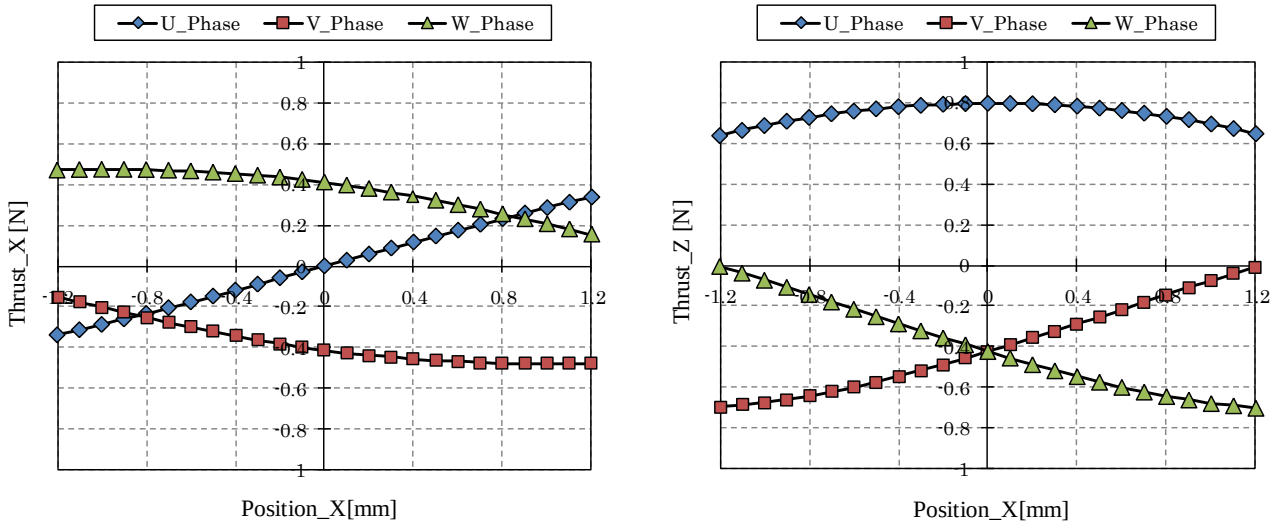


Fig.5.8　Distributions of magnetic flux density vectors

5.3.2　電流推力特性

各位置によるアクチュエータの推力特性を明らかにするため，u 相，v 相，w 相にそれぞれ，起磁力 100A を与えた時の解析を行った．各相に電流を励磁した時の，X 軸，Z 軸それぞれの電流推力特性を Fig.5.9 に示す．ここで電流推力とは各相コイルに電流を励磁して得られた推力からディテント推力を引いた推力を指す．

解析結果より各軸ともにほぼ位相が 120°ずれた正弦波状の推力特性を得ることができた．また X 軸方向より，Z 軸方向の方が大きな推力が発生していることが分かる．



(a) X axis　　(b) Z axis

Fig.5.9　Current thrust characteristics

5.3.3　ベクトル制御下での推力特性

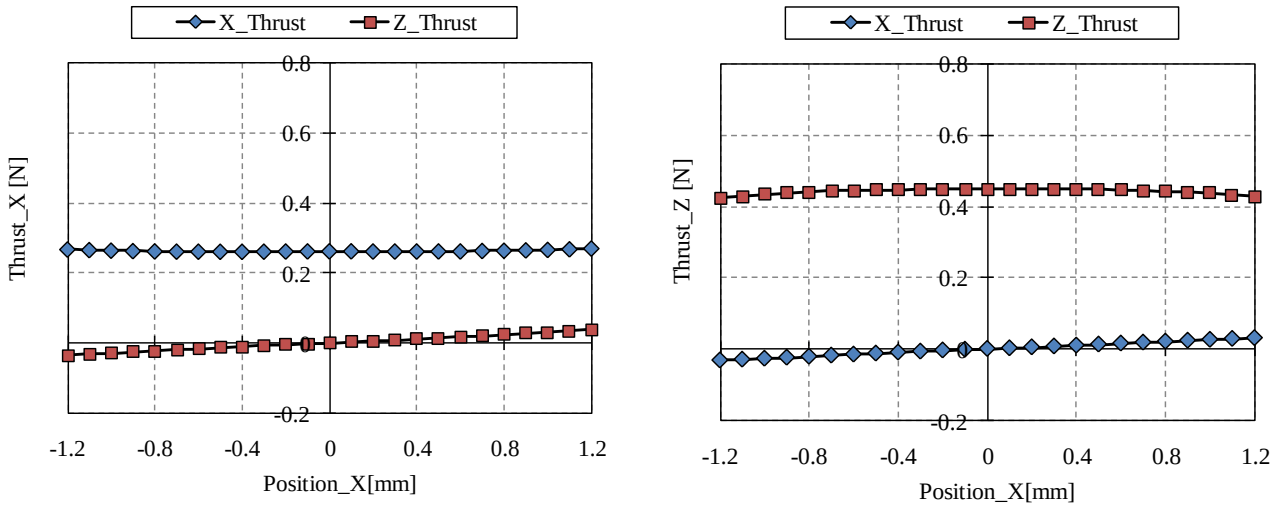
今回提案したアクチュエータは表面磁石型であり，非突極性であるため，ベクトル制御下での推力発生式は(5.6)式となる．

$$\begin{bmatrix} F_d \\ F_q \end{bmatrix} = \phi \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

ここで，F_d は電流推力の Z 軸方向成分，F_q は電流推力の X 軸方向成分，ϕ は永久磁石による電機子鎖交磁束である．また，固定子に対する可動子の位相 θ は(5.7)式で表せる．

$$\theta = \frac{x}{l}\pi \tag{5.7}$$

ここで，l は N 極と S 極との距離である．(5.6)式，(5.7)式より，$i_d = 0$，$i_q = 1$，または $i_d = 1$，$i_q = 0$ とし dq 変換を行い，各相に与える電流値を決定し，各位置に対する推力特性解析を行った．解析結果を Fig.5.10 に示す．(a)より，可動子が原点より離れるほど Z 軸方向の推力が大きく発生している．(b)の場合も同様に X 軸方向の推力が発生していることが分かる．これはベクトル制御の推力発生式が，各相の電流推力特性が正弦波になっていることを前提としているからである．Fig.5.9 で示した推力特性は，正弦波状に変動しているように見えるが，位置が原点より離れるほど端効果により，僅かに波形の乱れが生じている．



(a) (i_d =0, i_q =1)　　(b) (i_d =1, i_q =0)

Fig.5.10　Thrust characteristics under vector control

前節で示した通り，端効果が推力特性に大きな影響を与えるため，推力が一定とならなかった．よって各相に与える電流値の補正を行う必要がある．

$$\begin{bmatrix} F_d^* \\ F_q^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{ux}(\theta) & \phi_{vx}(\theta) & \phi_{wx}(\theta) \\ \phi_{uz}(\theta) & \phi_{vz}(\theta) & \phi_{wz}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \cos(\theta - \tfrac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta - \tfrac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta + \tfrac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \tfrac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

ここで，F_d^*，F_q^*は各軸の目標推力，$\phi_{ux}(\theta)$，$\phi_{vx}(\theta)$，$\phi_{wx}(\theta)$，$\phi_{uz}(\theta)$，$\phi_{vz}(\theta)$，$\phi_{wz}(\theta)$ は各相，各軸の電機子鎖交磁束である．(5.8)式より目標推力を任意で与え，各位置での i_d，i_q を決定する．

5.4　動作特性解析

5.4.1　単軸駆動特性

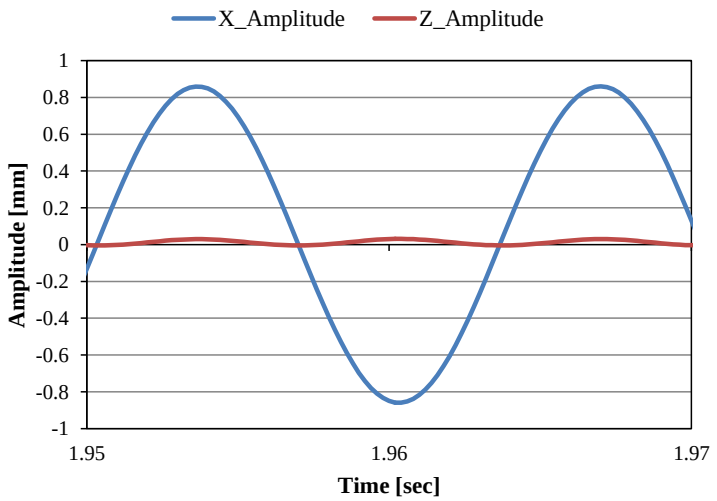
提案アクチュエータの動作特性を明らかとするため，前述したベクトル制御を考慮した，動作特性解析を行った．解析モデル，解析条件は静特性解析と同様である．解析諸元を Table5.3 に示す．

X 軸の目標推力のみを振幅 0.2N，75Hz の正弦波状に変動させた場合の各軸の振幅波形を Fig.5.11(a)に，電流波形を Fig.5.11(b)に，Z 軸の目標推力のみを振幅 0.2N，192Hz の正弦波状に変動させた場合の各軸の振幅波形を Fig.5.12(a)に，電流波形を Fig.5.12(b)に示す．X 軸駆動時には，5.1.1 項で述べた，吊

りばね構造に起因する強制変位によってZ軸方向の変動がみられるが，各々の振幅波形より，各軸が独立に制御できていることが分かる．

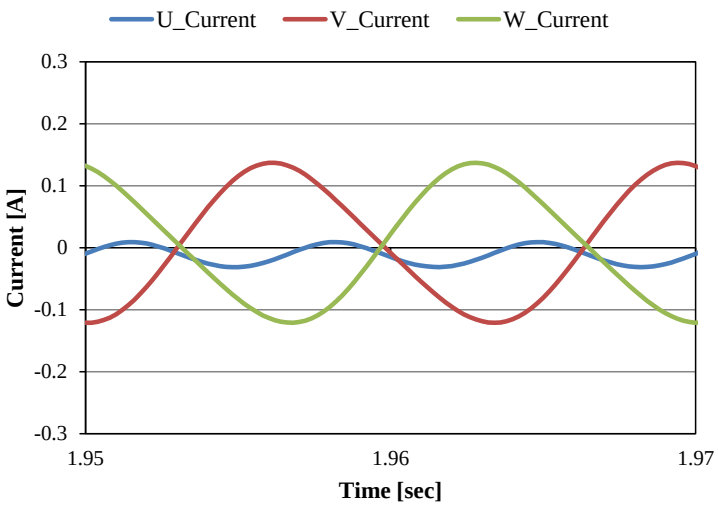
Table5.3　Discretization date and CPU time

Number of elements	306,400
Number of edges	367,200
Number of unknown variables	347,800
Number of steps	9900
Time division [μsec]	20
CPU time [hours]	253
Computer used : Core2 Duo 3.0GHz PC	



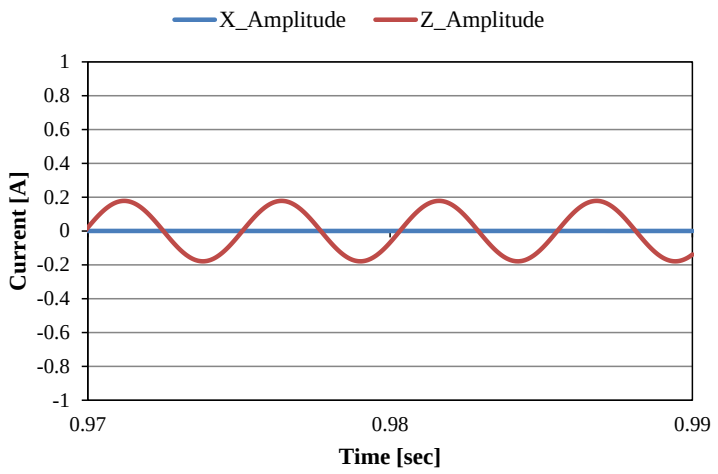
(a) Amplitude

Fig.5.11　Transient characteristics of X axis drive

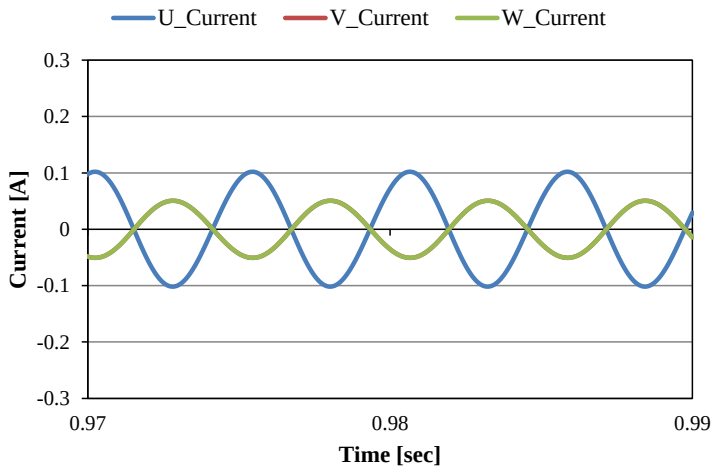


(b) Current

Fig.5.11 Continued



(a) Amplitude



(b) Current

Fig.5.12 Transient characteristics of Z axis drive

5.4.2 両軸駆動特性

次に，単軸駆動時の目標推力を同時に与えた，両軸駆動時の動作特性解析を行った．各軸の振幅波形を Fig.5.13(a)に，電流波形を Fig.5.13(b)に，定常状態での各軸の振幅を Table5.4 に示す．Table5.4 より，両軸駆動時にも単軸駆動時と同等の振幅を得ることができている．各軸の振幅に対し FFT による周波数分析を行った結果を Fig.5.14 に示す．分析結果より，X 軸方向はほぼ駆動周波数である 75Hz で振動していることがわかる．また，Z 軸方向は駆動周波数である 192Hz 以外に，150Hz の振動が大きく重畳していることがわかる．これは単軸駆動時にも表れた，強制変位によるものである．その他に，微小ではあるが，X 軸方向の 117Hz や，Z 軸方向の 42Hz など，各軸の駆動周波数やその倍数との差分の成分が重畳していることがわかる．

この重畳成分の原因はディテント特性にあり，以下のように関係していると考えられる．まず，可動子が X 軸方向に移動した場合，X 軸方向のディテント特性は Fig.5.7(a)より，おおよそ x に対して一次関数 $K_a x$ で変化し，Z 軸方向のディテント特性は Fig.5.7(b)より，おおよそ x に対して二次関数 $K_b x^2$ で変化する．次に，可動子が Z 軸方向に移動した場合，エアギャップが変動するため，両軸ともディテント特性はおおよそ関数 $K_c z^2+K_d z$ で変化する．ここで，K_a，K_b，K_c，K_d，は定数である．したがって，各軸のディテント特性 F_{dX}，F_{dZ} は，各軸の駆動により，(5.9)式，(5.10)式で変化すると考えられる．

$$F_{dX} = K_a x(K_c z^2 + K_d z) \tag{5.9}$$

$$F_{dZ} = K_b x^2(K_c z^2 + K_d z) \tag{5.10}$$

ここで可動子が，X 軸方向に $x = \sin\alpha t$，Z 軸方向に $z = \sin\beta t$ で振動しているとすると，X 軸方向のディテントは(5.11)式で変動する．

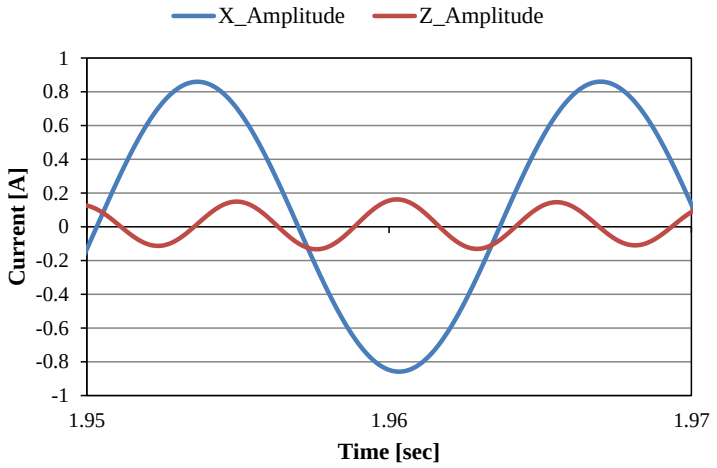
$$\begin{aligned} F_{dX} &= K_a \sin\alpha t(K_c \sin^2\beta t + K_d \sin\beta t) \\ &= \frac{K_a}{4}[K_c\{2\sin\alpha t - \sin(\alpha+2\beta)t - \sin(\alpha-2\beta)t\} \\ &\quad + K_d\{-2\cos(\alpha+\beta)t + 2\cos(\alpha-\beta)t\}] \end{aligned} \tag{5.11}$$

また，Z 軸方向のディテントは(5.12)式で変動する．

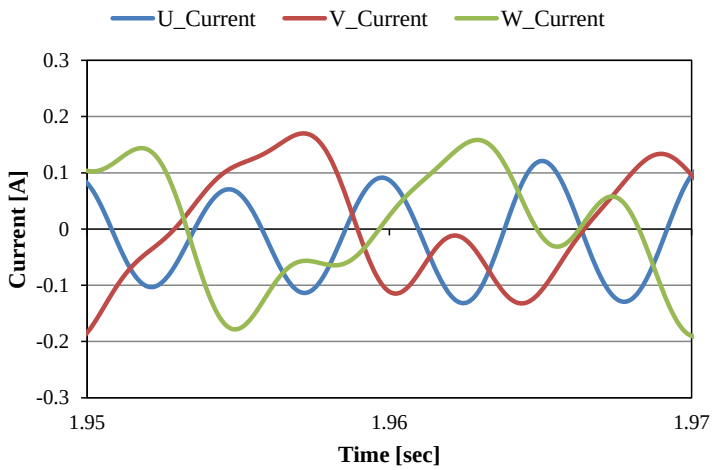
$$\begin{aligned} F_{dZ} &= K_b \sin^2\alpha t(K_c \sin^2\beta t + K_d \sin\beta t) \\ &= \frac{K_b}{8}[K_c\{2 - 2\cos 2\alpha t - 2\cos 2\beta t + \cos(2\alpha+2\beta)t + \cos(2\alpha-2\beta)t\} \\ &\quad + K_d\{4\sin\beta t - 2\sin(2\alpha+\beta)t + 2\sin(2\alpha-\beta)t\}] \end{aligned} \tag{5.12}$$

(5.11)式, (5.12)式より, ディテント特性が重畳していた周波数で変動していることが分かる. したがって，この変動が加振力となり，重畳振動が発生していたと考えられる．今回のように重畳周波数と各軸の共振周波数が大きく異なる場合は，振幅に大きな影響は表れないが，互いの共振周波数が近い場合は

注意が必要である.



(a) Amplitude



(b) Current

Fig.5.13　Transient characteristics of biaxial drive

Table5.4　Comparison of amplitudes

	Biaxial	Single
X_Amplitude pk-pk [mm]	1.72	1.72
Z_Amplitude pk-pk [mm]	0.30	0.36

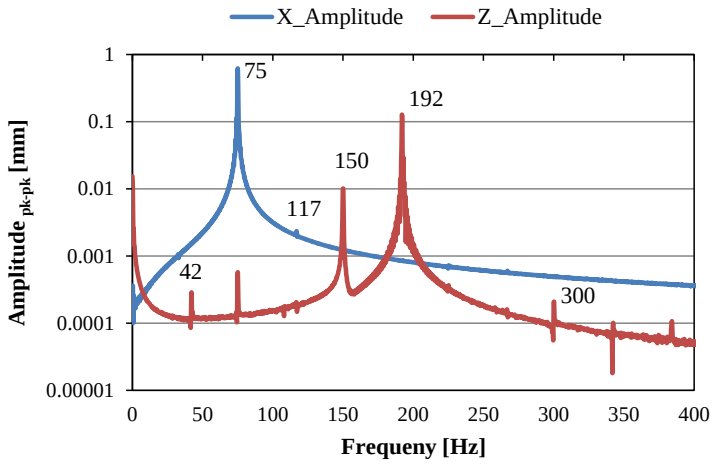


Fig.5.14　FFT results of Amplitude

5.5　試作機概要

提案した二軸駆動共振アクチュエータの有効性を検証するため，試作機を作製した．試作機の写真を Fig.5.15 に示す．試作機は各軸独立したばね特性が得られるように，X 軸方向へ移動する場合は，Z 軸側のシャフトと共振ばね，およびベアリングホルダが X 軸方向へ移動する．磁気回路部以外では，シャフトとばねが磁性体であるが，磁気回路に十分影響しない位置に配置されている．

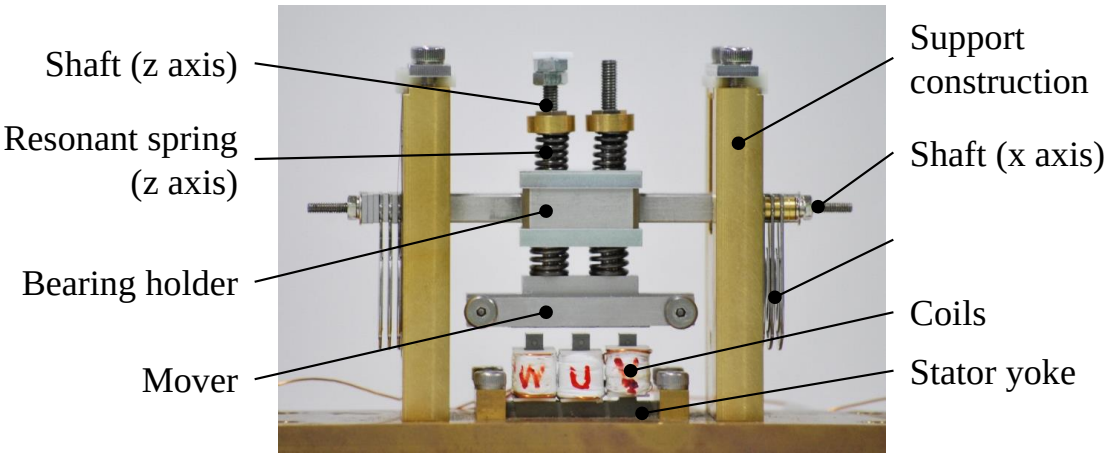


Fig.5.15　Photographs of prototype

本実験ではベクトル制御を実現するため，マイコン(ルネサステクノロジ SH7125)による回路制御を行っている．制御基板の外観を Fig.5.16 に，制御回路図を Fig.5.17 に示す．本制御機では，PWM の周波数は 20kHz，位置センシング及びベクトル制御の演算は 5kHz で制御を行っている．

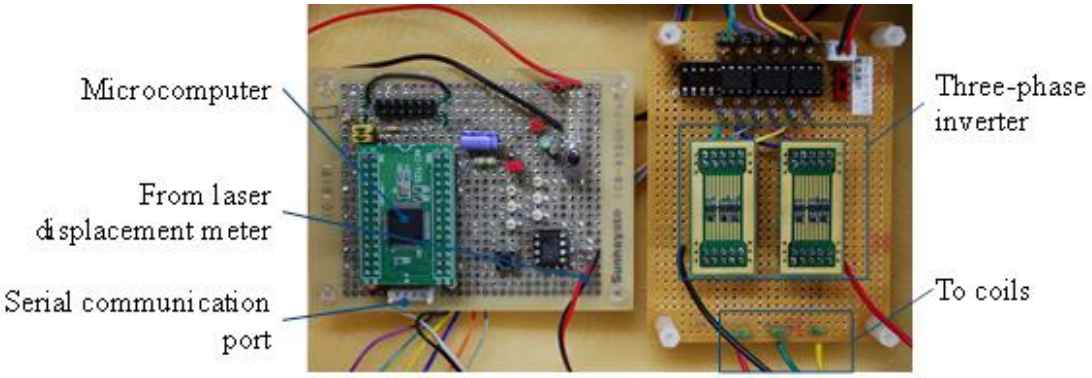


Fig.5.16　Control circuit

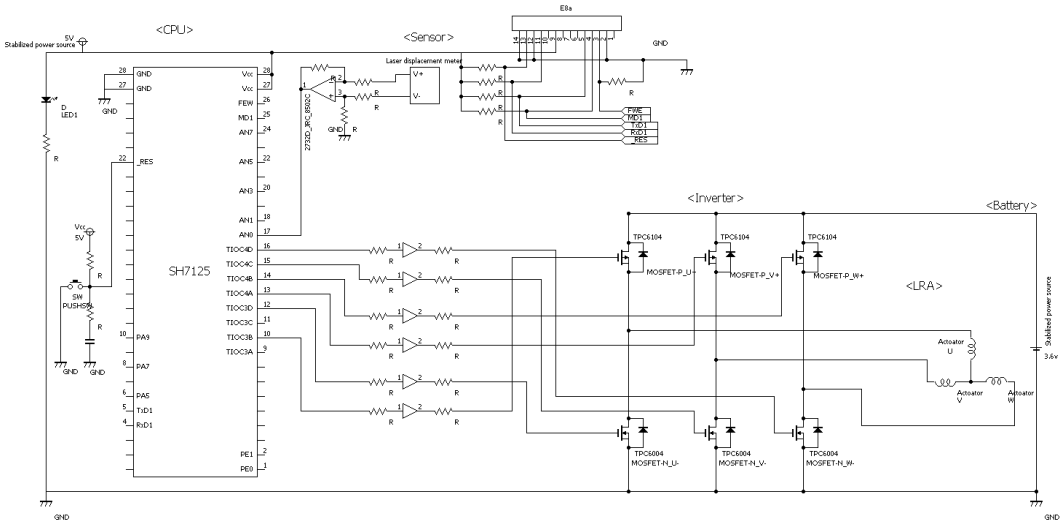


Fig.5.17　Electronic circuit diagram

5.6　静推力特性実験

5.6.1　ディテント特性

試作機の特性を把握するため，エアギャップを 1mm に保った時の X 軸，Z 軸それぞれのディテント特性を測定した．実験装置の構成図を Fig.5.18 に示す．実験手順を以下に示す．エアギャップを 1mm に保ったまま，ディテント推力をロードセル（株式会社オリエンテック T1-550-430，定格容量 5.5N）

により測定し，動ひずみ測定器（NEC 三栄株式会社 AS2503）で読み取る．同時に可動子の位置をレーザ変位計(KEYENCE　LK-G35)によって測定し，各位置に対する推力を測定する．

実験による，エアギャップを 1mm に保った時の X 軸，Z 軸それぞれのディテント特性を Fig.5.19 に示す．X 軸方向については，原点を中心にほぼ線形の磁気ばね特性を示しており，Z 軸については，全域でほぼ一定の吸引力が働いている．両者とも解析結果と比較すると良好に一致していることが分かる．

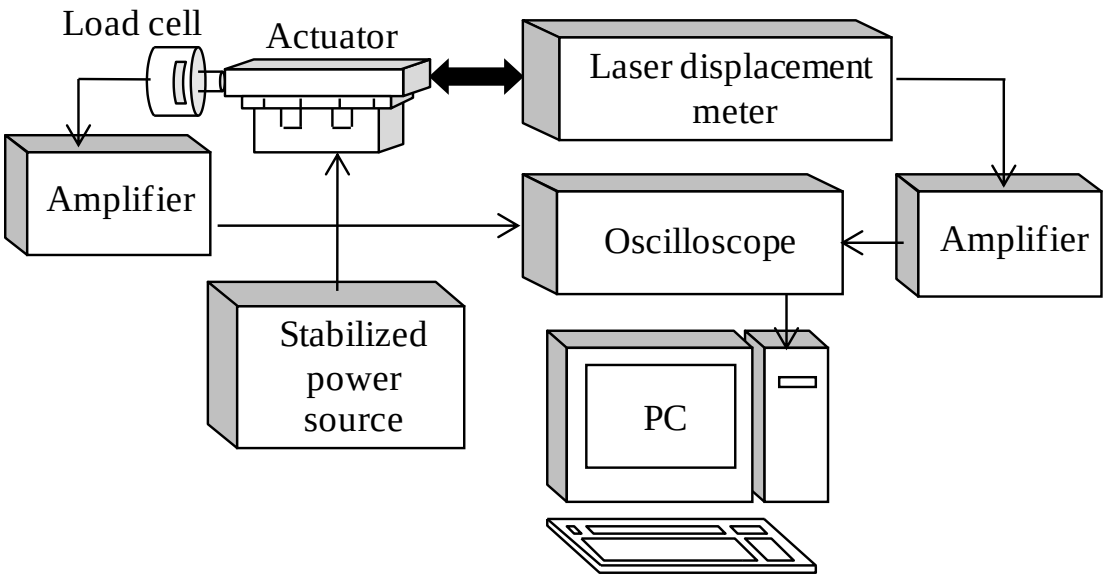
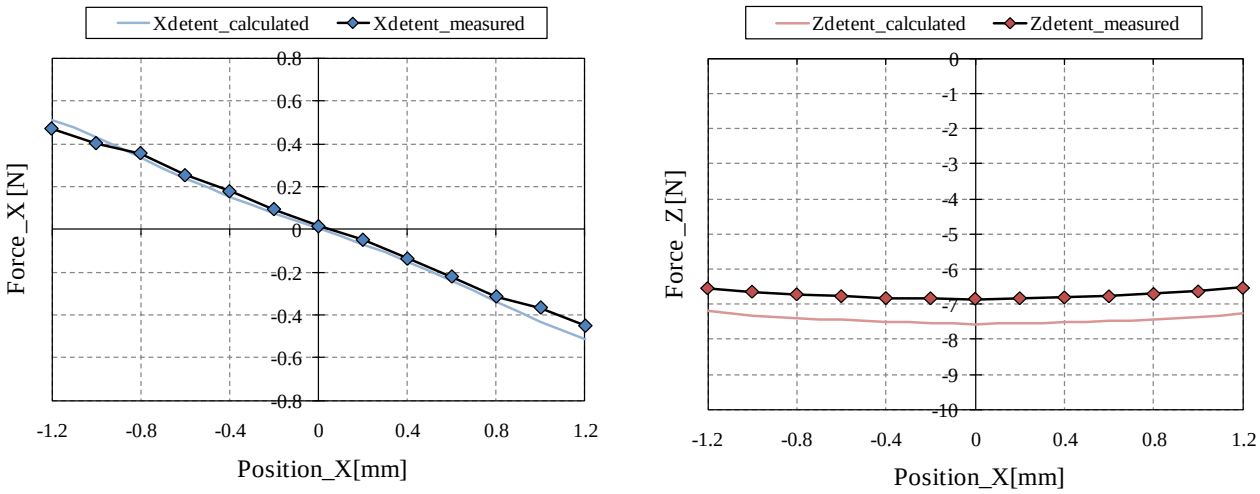


Fig.5.18　Experimental setup of dynamic characteristic measurement



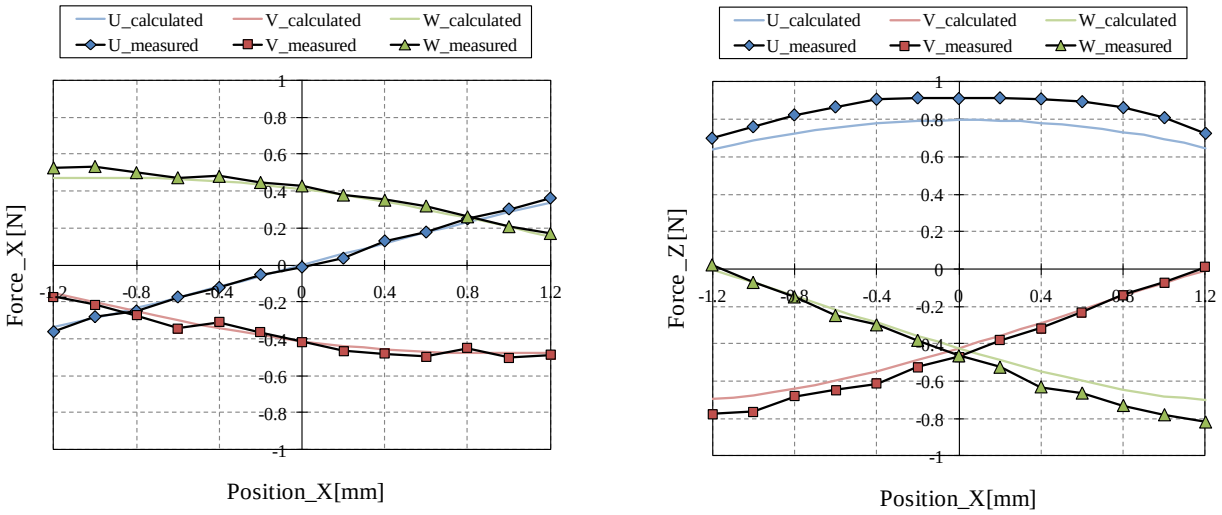
(a) X axis　　(b) Z axis

Fig.5.19　Detent characteristics

5.6.2　電流推力特性

アクチュエータの電流推力特性を明らかにするため，前節で示した実験装置を使用し，u 相，v 相，w 相に，それぞれ起磁力 100A を与えた場合の実験を行った．

Fig.5.20 に測定結果を示す．測定結果より，各軸ともにほぼ位相が 120°ずれた正弦波状の推力特性を得ることができた．また解析結果と比較しても，X 軸方向については良く一致し，Z 軸方向についてはディテント特性同様，定性的な波形波良く一致している．



(a) X axis　　(b) Z axis

Fig.5.20　Current thrust characteristics

5.7　動作特性実験

5.7.1　単軸駆動特性

実験装置の写真を Fig.5.21 に，実験装置の構成図を Fig.5.22 に示す．これらの実験装置を用いて実機による動作特性を計測した．以下に実験の手順を示す．

安定化電源(KIKUSUI PAS20-18)より供給される 3.6V の直流電圧を，制御回路により三相の交番電圧に変換し，コイルに印加する．可動部の変位をレーザ変位計(KEYENCE LK-G35)によって測定する．その際，コイルに流れる電流を電流プローブ(Tektronix TCP312)で測定する．なお，レーザ変位計，電流プローブの出力はオシロスコープ(LeCroy WaveJet324)を介してパソコンへ取り込む．

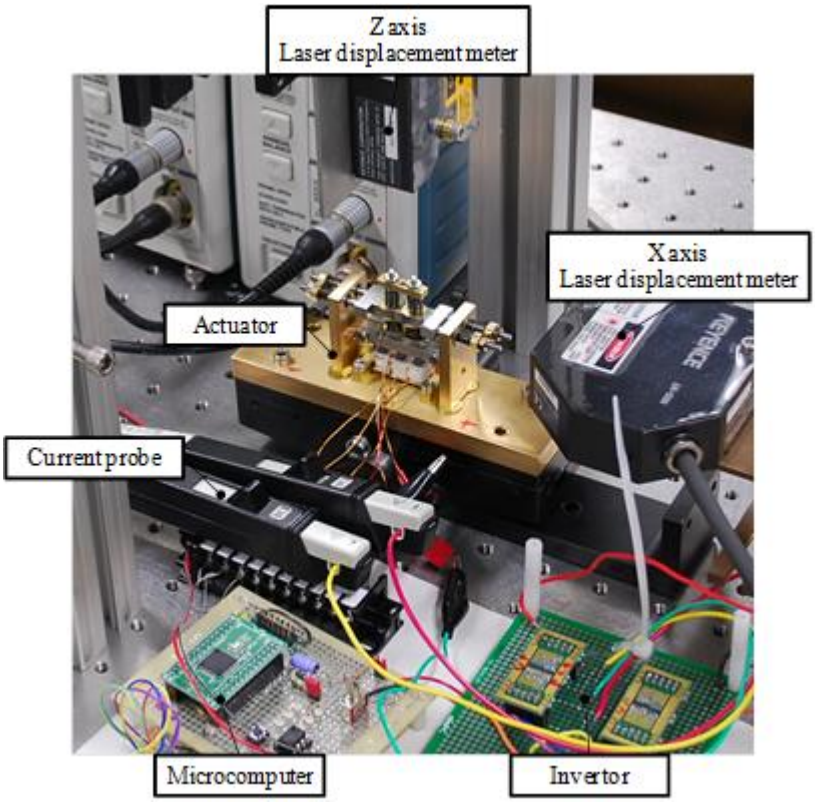


Fig.5.21　Photograph of experimental instrument

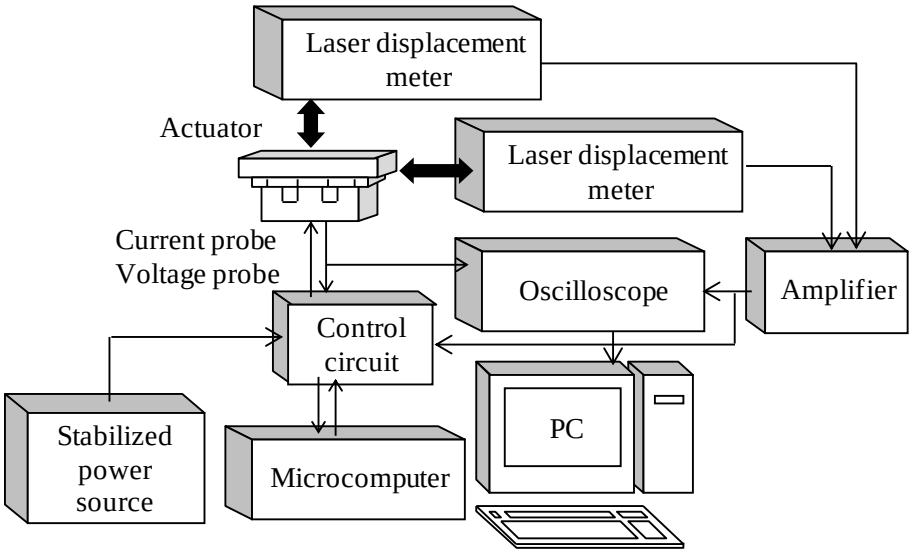
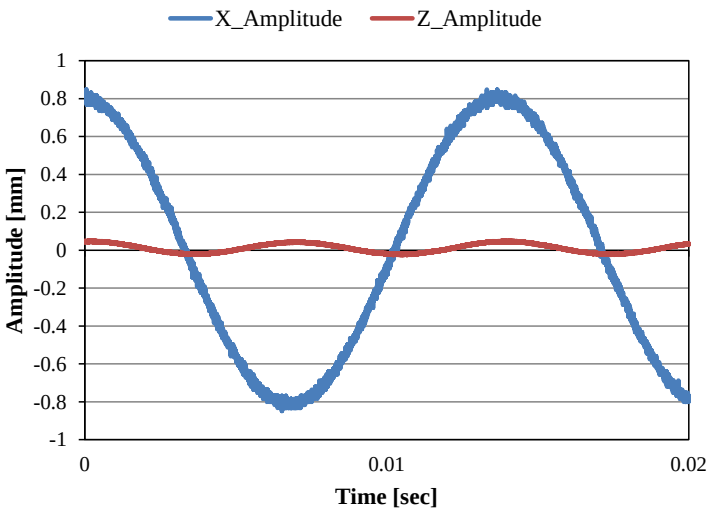


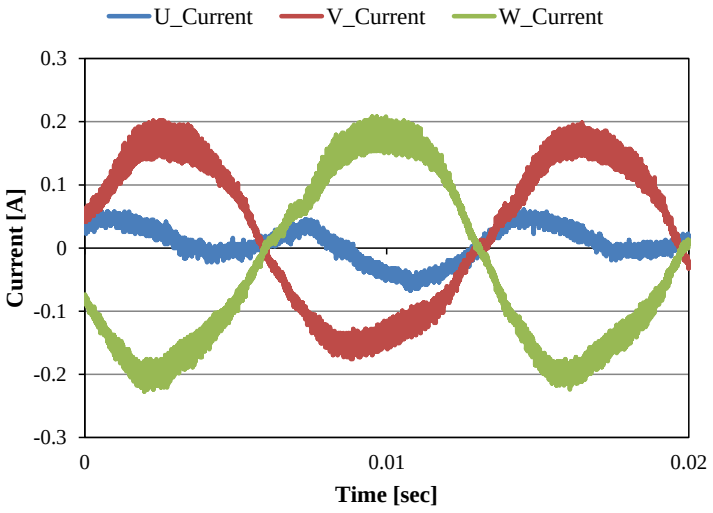
Fig.5.22　Experimental setup of dynamic characteristic measurement

X 軸の目標推力のみを 0.2N，75Hz の正弦波状に変動させた場合の各軸の振幅波形を Fig.5.23(a)に，電流波形を Fig.5.23(b)に，Z 軸の目標推力のみを 0.2N，192Hz の正弦波状に変動させた場合の各軸の振幅波形を Fig.5.24(a)に，電流波形を Fig.5.24(b)に示す．結果より，試作機による実験においても各軸を

独立して制御可能であることが確認できる．また，測定結果と解析結果の傾向はよく一致しており，特に X 軸駆動時において Z 軸の干渉の周波数・位相が良好に再現されている．一方，Z 軸駆動時の振幅の測定値は，解析値より低いことがわかる．これは，Z 軸方向を支持している，リニアベアリングの摩擦の影響と考えられる．また実験値の電流値には解析値と比較して脈動する成分が多く含まれており，電流波形が太く見えている．これは解析では印加電圧を連続的に変化させているが，実験では 20kHz の PWM 変調によって印加していることによる脈動成分である．

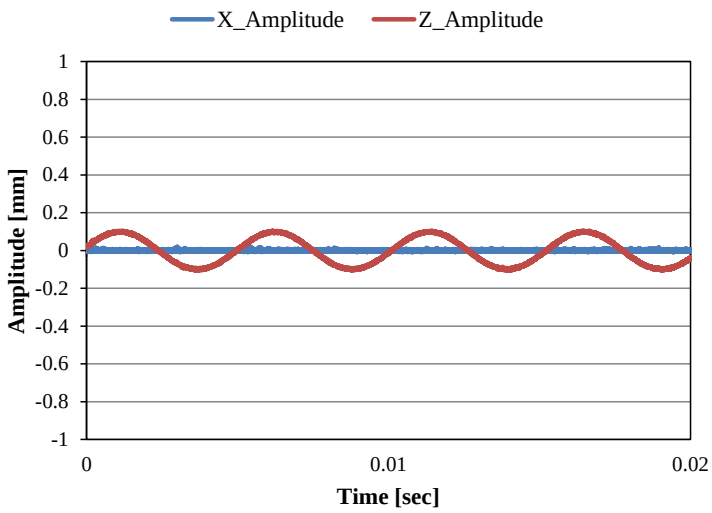


(a) Amplitude

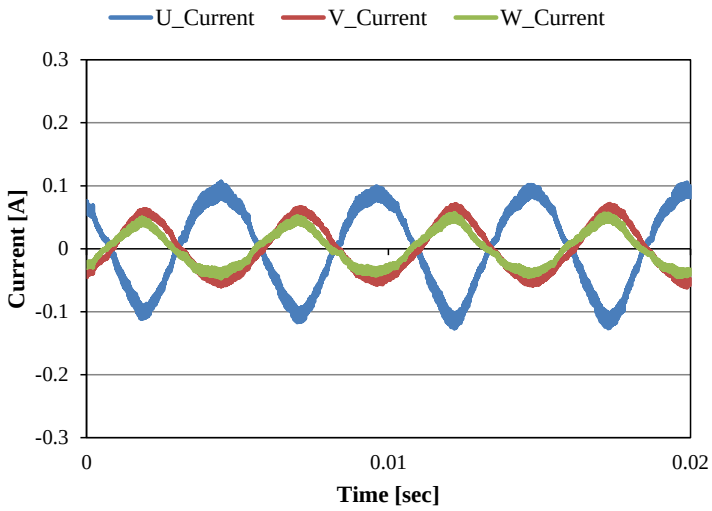


(b) Current

Fig.5.23　Transient characteristics of X axis drive



(a) Amplitude



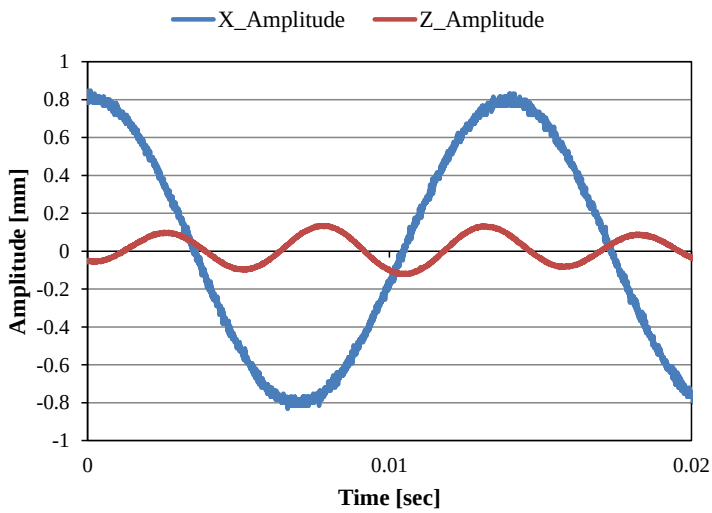
(b) Current

Fig.5.24　Transient characteristics of Z axis drive

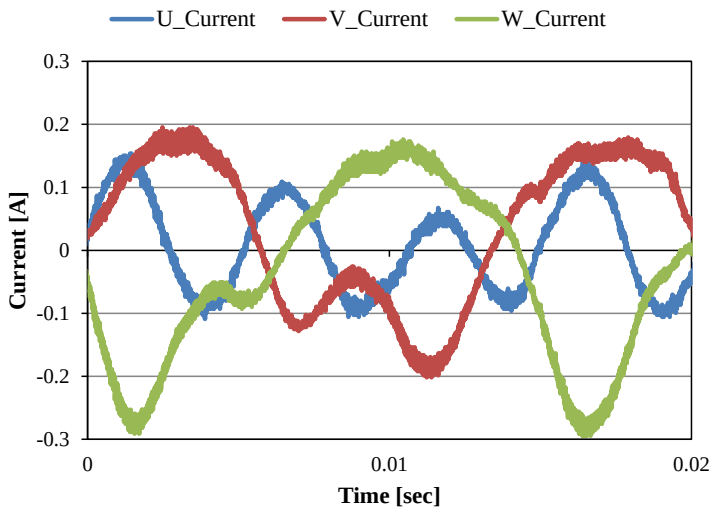
5.7.2　両軸駆動特性

次に，単軸駆動時の目標推力を同時に与えた，両軸駆動時の動作特性実験を行った．各軸の振幅波形を Fig.5.25(a)に，電流波形を Fig.5.25(b)に，定常状態での各軸の振幅を Table5.5 に示す．これらの結果より，両軸駆動時にも単軸駆動時と同等の振幅を得ることができている．

また，各軸の振幅に対し FFT による周波数分析を行った結果を Fig.5.26 に示す．結果より，実験においても，両軸方向共に駆動周波数以外の重畳成分が確認された．これらの原因は先に述べた，強制変位と，ディテント特性の干渉であり，実験においてもこれらの影響がよく再現されていることがわかる．



(a) Amplitude



(b) Current

Fig.5.25 Transient characteristics of biaxial drive

Table5.5. Comparison of amplitudes.

	Biaxial	Single
X_Amplitude pk-pk [mm]	1.68	1.70
Z_Amplitude pk-pk [mm]	0.27	0.21

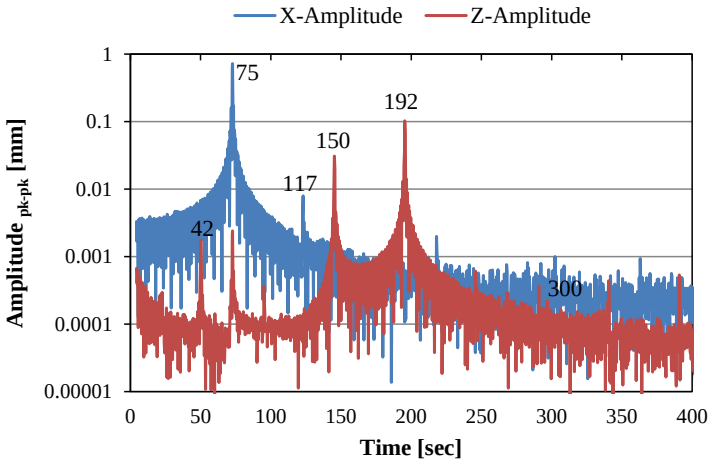


Fig.5.26　FFT results of Amplitude

5.8　結言

本章では，以下について明らかにした．

エアギャップ方向に駆動軸を持つ二軸駆動共振アクチュエータを提案し，ベクトル制御を用いた各軸独立制御法を提案した．提案制御下での動作原理を述べ，また，端効果の影響を考慮した電流値補正について述べた．

有限要素解析によりその動作特性を求めたところ，X 軸駆動時に，吊りばね構造に起因する強制変位によって Z 軸方向の変動がみられたが，ベクトル制御により各軸独立に制御可能であることを確認した．両軸駆動時も単軸駆動時と同等の振幅を得ることができ，良好な結果を示したが，ディテント特性の影響で多少の振幅の重畳が見られることが分かった．

また，二軸駆動共振アクチュエータの試作を行い，実機による測定を行った．単軸駆動時の実験を行ったところ，解析結果と同様に吊りばね構造に起因する強制変位によって Z 軸方向の変動がみられたが，提案制御手法により，各軸駆動を独立して制御可能であることを示した．両軸駆動時の実験を行ったところ，両軸駆動時にも単軸駆動時と同等の振幅を得ることが可能であることを示した．これらの結果より，本アクチュエータおよび提案制御手法の有効性を実機実験により明らかにした．

参考文献

1) 浅井保至，平田勝弘，太田智浩，"二軸駆動共振アクチュエータのベクトル制御に関する研究"，電気学会リニアドライブ研究会，LD-10-59，pp.7-12，2010.12

2) 浅井保至，平田勝弘，太田智浩，“三次元有限要素法による二軸駆動共振アクチュエータの動作特性解析”，平成 23 年電気学会全国大会，5-202，pp.290-291，2011.03

3) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata, and Tomohiro Ota, “3-D Finite Element Analysis of Two-DOF Resonant Actuator under Vector Control”, Proceedings of IEEE COMPUMAG 2011, Sydney, Australia, PC8.12, pp60-61, 2011.07

4) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata, Tomohiro Ota, "Two-DOF Resonant Actuator Using Vector Control", IEEJ Journal of Industry Applications, Vol.1, No.2, pp.117-122, 2012.09

第 6 章

結論

本研究では，負荷状況に応じて任意に振幅を制御するため，リニア共振アクチュエータに加わる負荷をセンサレスで推定し，バイポーラ駆動モデルで見られた振幅増加を改善する，ユニポーラ駆動モデルでの負荷推定手法を提案した．二つの逆起電圧信号を用いた外部負荷推定原理について述べ，負荷推定式を導出した．また，外部負荷によって移動する振動の中心の，片側に対してのみ振幅を維持することで，全体の振幅を一定とする，ユニポーラ駆動化による制御性の改善について示した．さらに，PID 制御の目標値を，推定した負荷情報を用いて任意に変化させることで，外部負荷に応じて出力する振幅を自由に制御可能な，負荷推定 PWM フィードバック制御による任意振幅制御を提案した．

実機による提案制御下での測定を行い，負荷推定手法により，良好に外部負荷が推定可能であることを示した．また，任意振幅制御下での動作実験により，外部負荷の変化に応じて，出力される振幅があらかじめ設定した目標値関数に従い良好に変化することを示し，目標値関数の違いにより，任意の振幅を出力可能であることも示した．これらの結果より，従来困難であった，センサレスでの外部負荷に対する任意振幅制御が実現可能であることを明らかにした．

さらに，エアギャップ方向に駆動軸を持つ二軸駆動共振アクチュエータを提案し，ベクトル制御を用いた各軸独立制御法を提案した．二軸駆動共振アクチュエータの試作を行い，実機による測定を行った．単軸駆動時の実験を行い，X 軸駆動時に，吊りばね構造に起因する強制変位によって Z 軸方向の変動がみられたが，ベクトル制御により，各軸駆動を独立して制御可能であることを示した．両軸駆動時の実験を行い，ディテント特性の影響で多少の振幅の重畳が見られたものの，両軸駆動時にも単軸駆動時と同等の振幅を得ることが可能であることを示した．これらの結果より，本アクチュエータおよび提案制御手法の有効性を実機実験により明らかにした．

各章を要約すると，以下のようである．

第 1 章では，リニア共振アクチュエータのフィードバック制御についての現状と，二軸駆動共振アクチュエータの現状について示した．

第 2 章では, 三次元有限要素法によるリニア共振アクチュエータの動作特性解析手法について説明した.

第 3 章では，バイポーラ駆動 PWM フィードバック制御下におけるアクチュエータの動作特性を求め，実機を用いた測定結果との比較を行った．その結果，振幅，電圧，電流波形ともよく一致し，解析手法の有効性を確認した. また, 負荷が変化した時の動作特性への影響を求め, 測定結果との比較を行った結果, 両者は良く一致することを確認できた.

第 4 章ではリニア共振アクチュエータに加わる外部からの負荷を，センサレスで推定する負荷推定手法を提案した．二つの逆起電圧信号を用いた推定原理について述べ, 負荷推定式を導出した．また, ユニポーラ駆動化による制御性の改善について述べた．さらに，推定精度を向上させるための補正手法についても述べた．また，推定した負荷に応じて，シームレスに制御目標値を変更する，任意振幅制御を提案した．提案制御手法の有効性を実機実験によって確認したところ，負荷を良好に推定可能であることを示した．また，推定した負荷に応じて振幅を良好に制御可能であることを示した.

第 5 章では，エアギャップ方向に駆動軸を持つ二軸駆動共振アクチュエータと各軸独立制御法を提案した．アクチュエータの構造と動作原理について示し，ベクトル制御による各軸独立制御手法について述べた．提案制御手法の有効性を実機実験によって確認したところ，単軸駆動時，両軸駆動時，共に良好な結果を示し，各軸の振幅を独立して制御可能であることを示した.

謝辞

本研究を進めるにあたり，温かいご指導ならびに多くのご教示を賜りました大阪大学大学院教授　平田勝弘先生に心から厚く御礼申し上げます.

日頃より手取り足取り親切にご指導して下さり，研究全般に関して大変お世話になった大阪大学大学院准教授 宮坂史和先生には深く感謝致します.

日々多くの助言，助力を頂き，研究のみならず海外出張などの場においても大変お世話になりました大阪大学大学院助教 新口昇先生に深く感謝致します.

研究全般に関して相談に乗っていただき，多くのご享受を賜りましたパナソニック株式会社　太田智浩氏には，数々の有益なご助言を頂きました．ここに心から感謝致します.

本研究で実験を行うにあたっての試作機の提供など多大なご援助と実務の立場から貴重なご助言を頂きましたパナソニック株式会社　末松真二氏，中山敏氏，泉智博氏には心より感謝いたします.

また，平田研究室秘書　伊藤さおり氏には研究室の環境の整備に尽力してくださり，各種手続きの際にお世話になりました．深く感謝致します.

そして，平田研究室学生の皆様には公私共々大変お世話になりました．深く感謝致します.

研究業績一覧

学術論文

(1) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata, and Tomohiro Ota, "Dynamic Analysis Method of Linear Resonant Actuator With Multimovers Employing 3-D Finite Element Method", IEEE Transaction on Magnetics, VOL.46, No.8, pp.2971-2974, 2010.08

(2) 浅井保至，平田勝弘，太田智浩，“リニア共振アクチュエータの逆起電圧検知による PID 制御”，日本 AEM 学会論文誌, VOL.19, No.1, pp.3-8, 2011.03

(3) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata, Tomohiro Ota, "3-D Finite Element Analysis of Linear Resonant Actuator under PID Control Using Back EMF", IEEJ Journal of Industry Applications, Vol.1, No.2, pp.111-116, 2012.09

(4) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata, Tomohiro Ota, "Two-DOF Resonant Actuator Using Vector Control", IEEJ Journal of Industry Applications, Vol.1, No.2, pp.117-122, 2012.09

(5) 嶋田晴樹，平田勝弘，浅井保至，太田智浩，"リニア共振アクチュエータの PWM-PID 制御による高効率制御"，日本 AEM 学会誌 Vol.20, No.1, pp.66-71, 2012.03

(6) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata, and Tomohiro Ota, "Amplitude Control Method of Linear Resonant Actuator by Load Estimation From the Back-EMF", IEEE T Transaction on Magnetics, Vol.49, No.5, pp.2253-2256, 2013.05

国際学会発表論文

(1) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata and Tomohiro Ota, “Dynamic Analysis Method of Linear Resonant Actuator with Multi-Movers Employing 3-D Finite Element Method”, Proceedings of the 17th Biennial IEEE COMPUMAG (Conference on the Computation of Electromagnetic Fields), Florianopolis, Brazil, PA5.2, pp.149-150, 2009.11

(2) Katsuhiro Hirata, Yasuyoshi Asai and Tomohiro Ota, "3-D Finite Element Analysis of Linear Resonance Actuator under PID Control", Proceedings of the 14th Biennial IEEE CEFC (Conference on Electromagnetic Field Computation), Chicago IL, USA, 32P8, 2010.5

(3) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata, and Tomohiro Ota, “3-D Finite Element Analysis of Two-DOF Resonant Actuator under Vector Control”, Proceedings of IEEE COMPUMAG 2011, Sydney, Australia, PC8.12, pp60-61, 2011.07

(4) Y. Asai, K. Hirata and T. Ota, "PID Feedback Control Method for Linear Resonant Actuator Using an Estimated External Load from the Back-EMF as a Target Voltage", Proceedings of International Symposium on Power Electronics, Electrical Drive, Automation and Motion, Sorent, Italy, FB4, pp.1547-1551, 2012.06

(5) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata and Tomohiro Ota, "Amplitude Control Method of Linear Resonant Actuator by Load Estimation from the Back-EMF", Proceedings of 15th Biennial IEEE CEFC (Conference on Electromagnetic Field Computation), Oita, Japan, MP3-4, p.51, 2012.11

(6) Yasuyoshi Asai, Katsuhiro Hirata and Tomohiro Ota, "Experimental Validation of Load Estimation Method from the Back-EMF for Amplitude Control Method of Linear Resonant Actuator", Proceedings of IEEE ICMA2013 (International Conference on Mechatronics and Automation), Takamatsu, Japan, pp.444-449, 2013. 08

国内学会発表論文

(1) 浅井保至，松井慶介，平田勝弘，太田智浩，“三次元有限要素法による LRA の共振解析とリンクばねの効果”,平成 21 年電気学会全国大会，5-207，pp.309-310，2009.03

(2) 浅井保至，平田勝弘，太田智浩，"リニア共振アクチュエータの逆起電圧検知による PID 制御に関する研究"，電気学会リニアドライブ研究会,LD-10-017，pp.93-98，2010.3

(3) 浅井保至，吉元崇倫，荘司典孝，平田勝弘，上山健司，橋本栄一郎，高木貴弘，"三次元有限要素法を用いた二自由度振動アクチュエータの動作特性解析"，電気学会交通・電気鉄道リニアドライブ合同研究会，LD-10-23，pp.23-28，2010.7

(4) 浅井保至，平田勝弘，太田智浩，"二軸駆動共振アクチュエータのベクトル制御に関する研究"，電気学会リニアドライブ研究会，LD-10-59，pp.7-12，2010.12

(5) 浅井保至，平田勝弘，太田智浩，“三次元有限要素法による二軸駆動共振アクチュエータの動作特性解析”，平成 23 年電気学会全国大会，5-202，pp.290-291，2011.03

(6) 嶋田晴樹，平田勝弘，浅井保至，太田智浩，“リニア共振アクチュエータの PWM-PID 制御による高効率制御”，平成 23 年電気学会全国大会，5-211，pp.305-306，2011.03

(7) 嶋田晴樹，平田勝弘，浅井保至，太田智浩，“リニア共振アクチュエータの PWM-PID 制御による高効率制御”，第 23 回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム，1A4-3，pp92-97，2011.5

(8) 嶋田晴樹，平田勝弘，浅井保至，太田智浩，“PID 制御ゲインによるリニア共振アクチュエータの振幅への影響”，電気学会モータドライブ・リニアドライブ合同研究会，LD-11-93，pp.83-88，2011.12

(9) 浅井保至，平田勝弘，太田智浩，"逆起電圧検知によるリニア共振アクチュエータの負荷推定法と振幅制御法の提案"，マグネティックス・リニアドライブ合同研究会，LD-12-4，pp.17-21，2012.2

(10) 嶋田晴樹，平田勝弘，浅井保至，太田智浩，"PID 制御を用いたリニア共振アクチュエータの振幅切り替え手法の検討"，回転機・リニアドライブ・家電・民生合同研究会，LD-12-40，pp.15-20，2012.08