

Title	EXPLICIT RELATIVE TRACE FORMULAS FOR HILBERT MODULAR FORMS
Author(s)	杉山, 真吾
Citation	大阪大学, 2015, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/52268
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

論文内容の要旨

氏名 (杉山 真吾)

論文題名

EXPLICIT RELATIVE TRACE FORMULAS FOR HILBERT MODULAR FORMS
(ヒルベルトモジュラー形式に対する明示的な相対跡公式)

論文内容の要旨

Ramakrishnan と Rogawski は、 $GL(2)$ の極大トーラスから定まる Jacquet の相対跡公式を明示的に計算することで、正則楕円カスプ形式の保型 L 関数の中心値とその Dirichlet 指標捻りのレベルに関する平均の漸近公式を得た。彼らの結果において、保型形式のレベルは素数という制約があり、Dirichlet 指標の無限成分には odd という条件が課されていた。後に彼らの結果は Feigon と Whitehouse によって正則 Hilbert カスプ形式の場合に一般化されたが、そこでもレベルは square-free イデアルで、Hecke 指標は全ての無限成分が odd という条件が課されていた。彼らは Jacquet と Chen の相対跡公式を用いているが、スペクトルサイドの計算で Jacquet-Langlands 対応を用いているので、レベルの条件と Hecke 指標の条件は彼らの手法では不可欠であった。また、上記の結果の Hilbert-Maass 形式類似が都築正男氏によって与えられた。彼は保型 Green 関数を用いて相対跡公式を得たが、そこでもレベルには square-free という条件が課されていた。

この学位論文では、Jacquet-Langlands 対応を使わないで保型 Green 関数を用いて相対跡公式を導出することによって、 $GL(2)$ の極大トーラスから定まる Jacquet の相対跡公式と同様の 3 種類の明示的な相対跡公式を与える。そしてそれらを用いて、以下の 3 種類の漸近公式を証明する。

- (1) even な Hilbert Maass 波動形式の保型 L 関数の中心値のレベルに関する平均の漸近公式、
- (2) 正則な Hilbert 保型形式の保型 L 関数の中心値のレベルに関する平均の漸近公式、
- (3) 正則な Hilbert 保型形式の保型 L 関数の一階微分の中心値に関する平均の漸近公式。

ここで (1) は都築正男氏の結果を一般のレベルに拡張しており、(2) は Ramakrishnan-Rogawski の結果や Feigon-Whitehouse の結果を、レベルと Hecke 指標の無限成分が一般の場合に拡張している。特に上記の結果は楕円モジュラー形式の場合でも新しい結果であり、相対跡公式は Hecke 指標が自明の場合も適用可能な公式である。また結果 (1)、(2)、(3) の応用として、保型 L 関数の中心値や中心微分値の非消滅、佐武パラメーターの一樣分布性、保型 L 関数の subconvexity 評価、Hecke 体の拡大次数の増大度の評価に関する結果が得られる。特に結果 (2)、(3) は、重さ 2 の正則カスプ形式に関する Royer の結果の、Hilbert 保型形式類似である。結果 (2) と結果 (3) は都築正男氏 (上智大学) との共同研究である。

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 (杉 山 真 吾)			
	(職)	氏 名	
論文審査担当者	主 査	教授	渡部 隆夫
	副 査	教授	中村 博昭
	副 査	准教授	都築 正男
	副 査	准教授	森山 知則
	副 査	准教授	安田 正大
論文審査の結果の要旨			
<p>整数論の主要研究領域の一つである保型関数論では、保型形式から構成される種々の L 関数の解析的性質を調べることで、例えば関数等式の折り返し点での L 関数の値の消滅・非消滅性の判別等が、様々な数論的諸問題との関連により重要な研究テーマと認識されている。</p> <p>申請者は本論文において、ヒルベルト保型形式の保型 L 関数の中心値(1/2 での値)の挙動を、保型グリーン関数の相対跡公式とよばれる精密な関係式を用いて研究した。ヒルベルト保型形式は重さとレベル(と場合によりラプラシアン固有値についての条件)を指定すれば有限次元のベクトル空間になり、その基底として正規化されたヘッケ固有形式をとることができる。本論文において申請者は、これらのヘッケ固有形式に対応する L 関数の中心値から構成される加重平均を考察し、重さを一定にしてレベルを無限大に増大させたときのこの加重平均の値の漸近公式を3つの異なるケース (1) 偶ヒルベルト・マース波動形式の保型 L 関数の場合、(2) 正則ヒルベルト保型形式の保型 L 関数の場合、(3) 正則ヒルベルト保型形式の保型 L 関数の1階微分の場合、のそれぞれに対し導いた。更に申請者は、この漸近公式もとに、L 関数(またはその1階微分)の中心値が非消滅で、かつ佐武パラメータが事前に指定された範囲に含まれるようなヒルベルト・マース波動形式および正則ヒルベルト保型形式の存在性、ヘッケ体の拡大次数の増大度の評価、保型 L 関数の subconvexity 評価(保型 L 関数の有限部分の中心値の絶対値を解析的導手のべき乗により上からおさえる評価)を示した。</p> <p>以上の結果は、ヒルベルト保型形式の保型 L 関数を理解するうえで大変意義のある成果であり、特に L 関数の微分値についての結果はこれまでの先行研究にも見られない独創的な成果である。よって本論文は博士(理学)の学位論文として十分価値あるものと認める。</p>			