The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Superconformal index on RP2×S1 and 3d mirror symmetry
Author(s)	田中, 章詞
Citation	大阪大学, 2015, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/52291
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

様式３

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（　　田中　章詞　　）	
論文題名	Superconformal index on $RP^2 \times S^1$ and 3d mirror symmetry （$RP^2 \times S^1$上の超共形指数と３次元ミラー対称性）

論文内容の要旨

３次元の量子場の理論において、３次元ミラー対称性と呼ばれる興味深い現象が存在することが提案されている。これは、いわゆる場の理論の双対性と呼ばれるものの一種であり、はじめはN=4の超対称性を持つ理論における、ゲージ理論のCoulombモジュライ空間と、物質場理論のHiggsモジュライ空間の間の対応関係として見つかった。後にこの双対性のN=2のバージョンが提案され、さらに弦理論の立場からは、ⅡB型超弦理論におけるSL(2,Z)双対性とよばれる対称性で説明された。しかし過去の研究の中で、実際に双対な理論の分配関数の一致などは議論されてこなかった。それは超対称性があるとはいえ、厳密に相互作用のある系の経路積分を実行することが困難だったからである。一方で、近年、場の量子論の分配関数の厳密計算の手法として、局所化の方法と呼ばれる手法が注目されている。これは理論がある種の変形のもとで不変なときに使える手法で、その変形の効果を無限大にすることで、相互作用のある理論の分配関数を、相互作用のない理論の１ループの寄与の足し上げで表すことが出来るという、画期的な手法である。これは古くは1980年代よりE.Wittenの平坦な４次元空間上の超対称場の理論に関する先駆的な仕事の中で提案された手法であるが、近年の発展はこの手法を曲がった空間の上の超対称場の理論で実行するという新たな発想に基いている。空間を曲げると、波長が無限に大きな波を作ることができないため、自然に赤外発散が抑えられるという良い点がある。さらに超対称性は紫外発散を緩和することで有名だが、この二つの性質が上手く働くことで、この手法では発散が１つだけしか存在せず、それは簡単に繰り込むことが出来る。この方法ははじめ、V. Pestunによって４次元球面上の超対称ゲージ理論で実行され、後に2次元球面や3次元球面、5次元球面上の理論でも上手く働くことが明らかになった。数学的には曲がった空間は多様体と呼ばれるが、多様体の種類は何も球面だけには限らない。近年の局所化の方法の発展には、球面以外の多様体上の厳密計算を導くものも多く存在する。本論文では、まず2次元球面の各点に円が乗っているような空間、$S^2 \times S^1$上の超対称ゲージ理論の分配関数についての結果（Y. Imamura, J. Yokoyamaによる）をレビューする。その後、その構成を2次元球面とは異なる多様体、2次元実射影曲面（RP^2と呼ばれる）にて実行する。この構成は「超共形指数」と呼ばれるものの計算に対応し、厳密計算の結果から、BPS状態と呼ばれる物理的状態が系に何個存在するかがわかるものになっている。

我々はこの$RP^2 \times S^1$上で、Nf個の物質場（カイラル超場）と１つのU(1)ゲージ場（ベクトル超場）から成る超対称ゲージ理論を定義し、その場合の「超共形指数」の厳密計算を局所化の方法をもちい実行した。先行研究のS^2の場合と、我々が得たRP^2の場合の局所化の方法にはトポロジーの違いからくる顕著な差が確認できる。とくにRP^2のトポロジーに対し基本群と呼ばれる群を定義できるが、これがZ_2の群と同型になる。この構造が、我々の得た結果では２つのセクターからの２つの寄与の和として表現される。我々は更にこの結果を用い、冒頭の３次元ミラー対称性をテストした。$S^2 \times S^1$の結果をもちいたテストは既に知られており、それは数学の公式、ラマヌジャンの和公式とq-２項定理の２つを合わせて証明されていた。我々は$RP^2 \times S^1$の結果をもちいると、ある無限積に関する法則とq-2項定理の２つを組み合わせて証明できることを示した。このことは、やはり場の理論を定義しているトポロジーに関連しており、それぞれが非摂動的効果の足し上げの公式に対応している。例えばq-２項定理はS^1に沿うホロノミーの留数積分からくる無限和を変形するために用いる。このように、曲がった空間上の場の理論の厳密計算を通じて双対性を理解すると、それが本質的に非摂動論的効果によって保証されていることが理解される。本研究は、今まで知られていない局所化の方法による計算の例を与え、他の次元での他のトポロジーを持った、まだ局所化の方法が知られていない空間の上での、来る解析にとって有用であると思われると同時に、RP^2という向き付不能な多様体上の３次元ミラー対称性に対しても新たな知見を与えるものである。

様式 7

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名	（　田中　章詞　）	
論文審査担当者	（職）	氏　名
	主 査　教授	細谷　裕
	副 査　教授	橋本　幸士
	副 査　教授	小林　研介
	副 査　准教授	山口　哲
	副 査　助教	飯塚　則裕

論文審査の結果の要旨

３次元量子場の理論には３次元ミラー対称性と呼ばれる興味深い現象が存在する。場の理論の双対性と呼ばれるものの一種である。N=4 の超対称性理論、ⅡB 型超弦理論において類似の双対性が知られているが、これまで実際に双対な理論の分配関数の一致などは議論されてこなかった。本論文「Superconformal index on RP2xS1 and 3d mirror symmetry (RP2xS1 上の超共形指数と３次元ミラー対称性)」では、まず、2 次元実射影曲面（RP2）上で、Nf 個の物質場（カイラル超場）と１つの U(1)ゲージ場（ベクトル超場）から成る超対称ゲージ理論を定義し、新しく導入した超共形指数を、超対称性理論における局所化の方法をもちいて厳密に計算した。さらに、この結果を適用し、異なる二つの量子場の理論、3 次元超対称 QED と XYZ モデルの間のミラー対称性を確立した。過去に知られていた S2xS1 上の３次元ミラー対称性では、数学の公式、ラマヌジャンの和公式と q-２項定理の２つを合わせて証明されていたが、RP2×S1 上の理論では、ある無限積に関する法則と q-2 項定理の２つを組み合わせて証明できることを示した。これは、曲がった空間上の場の理論の厳密計算を通じて双対性を理解すると、双対性が本質的に非摂動論的効果によって保証されていることをも意味している。本研究は、今まで知られていない局所化の方法による計算の例を与え、他の次元での他のトポロジーを持った、まだ局所化の方法が知られていない空間の上での解析にとって有用であると思われると同時に、RP2 という向き付不能な多様体上の３次元ミラー対称性に対しても新たな知見を与えるものである。また、物理学における量子場の理論の双対性が、数学のラマヌジャンの和公式、q-2 項定理等の非自明な公式と対応していることを示したことは、今後の数理物理学の発展に斬新なアプローチを切り開き、今後、この分野の発展に大きく寄与すると予想される。よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値のあるものと認める。