

Title	MEASURES WITH MAXIMUM TOTAL EXPONENT OF C1 DIFFEOMORPHISMS WITH BASIC SETS
Author(s)	徳永, 裕介
Citation	大阪大学, 2015, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/52309
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

論文内容の要旨

氏 名 (徳 永 裕 介)	
論文題名	MEASURES WITH MAXIMUM TOTAL EXPONENT OF C^1 DIFFEOMORPHISMS WITH BASIC SETS (基本集合をもつ C^1 級微分同相写像の全指数最大化測度)
<p>論文内容の要旨</p> <p>全指数最大化測度とは、コンパクト多様体上の力学系が与えられたとき、そのリアプノフ指数の総和を最大にするような不変ボレル確率測度のことである。これは、「可積分関数の積分値を最大にするような不変ボレル確率測度」として定義される最大化測度の一種であり、エルゴード最適化問題において主に研究されている対象の一つである。エルゴード最適化問題では、与えられた力学系に対し、最大化測度によって取り出すことのできるエルゴード理論的性質について研究することを主な目的としている。本論文はエルゴード最適化問題と関係しており、O. JenkinsonとI. D. Morrisによる先行研究が基となっている。その研究では、「円周上のgenericなC^1級拡大写像に対し、全指数最大化測度は唯一つしか存在せず、その測度はエントロピー0をもち、かつfullな台をもつ」という結果が得られていた。しかし、その議論は円周の次元に大きく助けられているという問題があった。この問題は徳永裕介と盛田健彦との共同研究によって解決され、先行結果は一般のコンパクト多様体上のC^1級拡大写像に対しての結果へと拡張された。その結果、コンパクト多様体上で議論を進めることができるようになり、拡大写像以外のカオス的な力学系を考慮することができるようになった。本論文ではそのような力学系として双曲型構造をもつ微分同相写像を考え、さらに結果を拡張することを目的としている。このような力学系は拡大写像とは異なり、多様体上全体でカオス的な振る舞いをするとは限らないので、議論を進めるためには、どの集合上でカオス的な振る舞いをするのかを考慮する必要がある。そこで本論文では力学系のカオス的な振る舞いが現れるような集合として、基本集合と呼ばれるような「力学系が位相推移的となりかつ双曲型構造をもつような孤立したコンパクト不変集合」を考え、その集合上へ力学系を制限することで議論を進めている。基本集合は、力学系が変化すればもちろん変化するので、拡大写像のときのように全ての力学系を一斉に扱うことはできない。しかし、基本集合は構造安定性をもつ、すなわち、基本集合をもつような力学系が与えられたとき、ある力学系がC^1-位相に関して十分近ければ、continuationと呼ばれるような「共役同相写像による基本集合の像として現れる集合」をもつ。この性質を用いて局所的に議論を進めることによって全指数最大化測度について研究することが可能となり、「基本集合をもつ与えられた微分同相写像のあるC^1-近傍に属するgenericな微分同相写像はcontinuation上で唯一つの全指数最大化測度をもち、その測度はエントロピー0をもち、かつfullな台をもつ」という本論文の主結果の一つを得る。この結果は力学系の局所的な性質であるが、力学系のクラスとしてC^1-Ω-安定な微分同相写像の空間を考えると、本論文のもう一つの主結果である「genericな力学系は唯一つの全指数最大化測度をもち、その測度はエントロピー0をもち、かつ一つの基本集合上でfullな台をもつ」という大域的な性質を得ることができる。この結果から、O. Jenkinsonによって提示された「位相推移的かつ双曲型構造をもつような力学系に対し、genericな連続関数は唯一つの最大化測度をもち、それはfullな台をもつが、この性質をもつ具体的な連続関数を与えることはできるか」という未解決問題のある意味で部分的な解答を導くことができる。</p> <p>本論文では以上に述べたようなC^1級の力学系の他に、より強い正則性をもつ力学系に対しての全指数最大化測度についても研究しており、そのようなgenericな力学系はfullな台をもつような全指数最大化測度をもたないことを示している。</p>	

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 (徳 永 裕 介)			
	(職)	氏 名	
論文審査担当者	主 査	教授	盛田 健彦
	副 査	教授	杉田 洋
	副 査	教授	満洲 俊樹
	副 査	准教授	角 大輝

論文審査の結果の要旨

コンパクト距離空間からそれ自身への写像(力学系)と実数値連続関数(観測量)が与えられたとき、観測量の積分を最大化する不変測度を観測量の最大化測度と呼ぶ。この種の不変測度の性質およびそれに付随する数理現象を対象とする分野あるいは研究そのものを総称してエルゴード最適化という。中でも与えられた力学系と観測量に対し、最大化測度のもつエルゴード理論的性質を抽出する研究は重要である。エルゴード最適化は1990年代後半から Contreas、Jenkinson、Lopes、Morris、Thieullen 等を中心に盛んに研究されるようになり、最近では個々の力学系を対象とする研究から構造安定な力学系における通有的(generic)性質の研究へと変遷して来た。本論文の研究結果もこの流れの延長上に位置している。

本論文で扱われている C^1 級微分同相写像の全指数とは、微分同相写像のヤコビアン の対数で与えられる観測量の不変測度による積分値のことであり、それが丁度 Lyapunov 指数の総和の積分に一致することからこの名が付けられている。本論文は基本集合と呼ばれる孤立双曲的不変集合を持つ C^1 級微分同相写像の力学系の全指数最大化測度の通有的な性質を論じている。基本集合を持つ C^1 級微分同相写像に対して C^1 級写像の空間における開近傍を適当にとると、それに属する写像は、もと写像の基本集合の連続変形によって得られる接続基本集合を持っており、その上ではもとの写像を基本集合に制限したものと位相共役になるというある種の局所構造安定性が背景にある。

本論文では、コンパクト多様体上の基本集合を持つ C^1 級微分同相写像に対して、以下の三つの性質のそれぞれが通有的となるような C^1 近傍の存在が証明されている。一つ目は、接続基本集合に制限したときその上で唯一つの全指数最大化測度を持つという性質、二つ目は、接続基本集合上の如何なる全指数最大化測度に関しても測度論的エントロピーは0となるという性質、三つ目は、接続基本集合上の如何なる全指数最大化測度についてもその台は接続基本集合に一致するという性質である。さらに、本論文では力学系の正則性を上げた場合には、これと正反対の状況が発生することを示す興味深い結果が得られている。すなわち、 r が2以上するとき、コンパクト多様体上の基本集合を持つ C^1 級微分同相写像に対しその十分小さな C^1 近傍をとると、それに属する微分同相写像については、接続基本集合上の如何なる全指数最大化測度も、その接続基本集合自身が一つの周期軌道とならない限り、台が接続基本集合の真部分集合になってしまうという性質が通有的となることが証明されている。これらの結果は力学系の局所的な性質であるが、力学系のクラスとして C^1 級の Ω -安定公理 A 微分同相写像の空間を考えると、Smale のスペクトル分解定理と組み合わせることによって、全指数最大化測度は唯一であり、それに関する測度論的エントロピーは0で、その台は一つの基本集合に一致するという性質が通有的であるという大域的な結果を得ることができる。これは O. Jenkinson が提出した「位相推移的かつ双曲構造を持つような力学系に対し、それが唯一つの最大化測度を持ちかつその台が全空間と一致するような観測量を具体的に与えよ」という未解決問題の部分的な解答ともみなすことができる。

よって、本論文は博士(理学)の学位論文として十分価値のあるものと認められる。