様式3

論 文 内 容 の 要 旨

氏 名 (新里 智行)	
論文題名	Asymptotics of solutions to the generalized reduced Ostrovsky equation (高次分散項を取り除いた一般化オストロフスキー方程式の漸近挙動)

論文内容の要旨

本論文では，水面波を記述する方程式の一種であるオストロフスキー方程式のコーシー問題を考えた．特に，高次分散項を取り除いたオストロフスキー方程式の非線形項を一般化したものを取り扱った．すなわち，次のような方程式を考えた：$u_{tx}=u+f(u)_{xx}$．本論文の目的は，小さい初期条件を与えた時に，高次分散項を取り除いた一般化オストロフスキー方程式の解がどのように振る舞うのかを明らかにすることである．以下で，本論文で得られた結果について具体的に述べていく．

非線形項が $f(u)=|u|^{\rho-1}u$ で $\rho>3+\frac{1}{2}$，または ρ が整数で $f(u)=u^{\rho}$，$\rho\geq 4$ の時を考える．また，初期条件は，実数値関数とする．この時，初期条件が適切な意味で小さければ，方程式の時間大域解が一意に存在することを示した．さらに，十分大きい時間で，方程式の解が自由解（線形化した方程式の解）に漸近することを示した．

非線形項が $f(u)=|u|^{\rho-1}u$ で $1<\rho\leq 3$ の時を考える．高次分散項を取り除いた一般化オストロフスキー方程式の時間大域解が存在するとする．また，$2<\rho\leq 3$ の時は，その解が自由解と同様な時間減衰評価が成り立つとする．この時，この時間大域解に漸近するような自由解が存在しないことを示した．

非線形項が $f(u)=u^3$ の時を考える．この非線形項の時には，高次分散項を取り除いたオストロフスキー方程式は短波方程式としても知られていて，物理的にも重要な場合となっている．初期条件として実数値関数を考え，十分小さいとする．この時，方程式の時間大域解が一意に存在することを示した．また，十分大きい時間では，方程式の解は自由解には漸近せずに自由解に適切な位相の修正を加えたものに漸近することを示した．

以上に挙げた結果が本論文の主な結果である．これらの結果から，小さい初期条件を与えた時の，高次分散項を取り除いた一般化オストロフスキー方程式の解の漸近挙動を，非線形項の指数によって分類することができたといえる．

様式 7

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名　（　新里　智行　）		
論文審査担当者	（職）	氏　名
	主 査　　教授	林　仲夫
	副 査　　教授	西谷　達雄
	副 査　　教授	土居　伸一
	副 査　　准教授	砂川　秀明

論文審査の結果の要旨

本論文は，流体力学の研究に用いられる，高次分散項を除いた一般化Ostrovsky方程式に対する小さな解の時間減衰評価及び解の漸近的振舞いを研究したものである．　一般化とは非線形項の階数に対するもので，通常の Ostrovsky 方程式の場合は２次の非線形項である．以下述べる空間に関する解の一様時間減衰評価，散乱状態の存在，非存在，及び３次非線形項の場合(short-pulse 方程式)における解の漸近評価が主結果といえる．ここで散乱状態の存在とは線形方程式の解の近傍に非線形方程式の解を見つけることができることとする．

Ostrovsky 程式に関する研究は Ostrovsky (1978) に始まり Linares and Milanes (2006)，Varlamov and Liu (2004)，津川 (2009) など多くの研究が行われてきた．　高次分散項を除いた，Ostrovsky 方程式に関する時間局所解の存在は初期値の積分平均が零でない場合には Schäfer and Wayne (2004)，Stefanov, Shen and Kevrekidis (2010) により，初期値の積分平均が零の場合にはLiu, Pelinovsky and Sakovich (2009)，(2010) により行われてきた．一方，時間大域解の存在に関しては Grimshaw and Pelinovsky (2014) による高次分散項を除いた Ostrovsky 方程式に対する結果，解の漸近的振る舞いに関する研究についてはStefanov, Shen and Kevrekidis (2010) による高次非線形項に関する結果のみである．申請者はStefanov らによる線形解の時間減衰評価を用いた方法とは異なるベクトル場法と呼ばれる方程式固有の作用素を用いて時間大域解を求めるという方法を用い，高次非線形項に関する方程式に対して散乱状態の存在を示し，Stefanov らの結果を改良した．特に一様時間減衰評価を求めたこと，非線形項の次数を引き下げたことは成果としてあげられる．Ostrovsky 方程式を含む低次非線形項（２次あるいは３次非線形項）の場合は従来の他の分散型方程式 (Schrödinger, Klein-Gordon) の結果から散乱状態の非存在が予想される．Glassey (1973)，　松村 (1976) の結果から非存在を示すためには線形方程式の解に対して下からの時間減衰評価を求める必要がある．申請者は初期条件に関する適当な条件のもと精密な線形解の上下からの時間減衰評価を示すことに成功した．その副産物として３次非線形項の場合に散乱状態の非存在が証明された．このことにより Short-pulse 方程式の解を線形解の近傍で求めることができないことがわかった．さらにこの事実を明確に示したのが Short-pulse 方程式の解の漸近表示である．申請者はHayashi and Naumkin による修正Kortweg-de Vrie方程式，非線形Klein-Gordon方程式の研究で用いられた方法を使い，非線形項を共鳴項と非共鳴項に分解し共鳴項を考慮にいれた近似解を見つけただけでなく，非共鳴項が剰余項になることを証明し，解の漸近表示を明らかにした．

よって，本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める．