OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

| | |
|---|---|
| Title | On the Superadditivity of Quantum Channel Capacity |
| Author(s) | Fatih, Ozaydin |
| Citation | 大阪大学, 2010, 博士論文 |
| Version Type | |
| URL | https://hdl.handle.net/11094/54273 |
| rights | |
| Note | 著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。 |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

| | |
|---|---|
| 氏　　名 | Fatih Ozaydin（ファティ　オザイディン） |
| 博士の専攻分野の名称 | 博　士（理　学） |
| 学位記番号 | 第　２３８９７　号 |
| 学位授与年月日 | 平成22年３月23日 |
| 学位授与の要件 | 学位規則第４条第１項該当<br>基礎工学研究科物質創成専攻 |
| 学位論文名 | On the Superadditivity of Quantum Channel Capacity<br>（量子チャンネル容量の超加法性についての理論） |
| 論文審査委員 | （主査）<br>教　授　井元　信之<br>（副査）<br>教　授　三宅　和正　　教　授　竹内　繁樹 |

## 論　文　内　容　の　要　旨

量子情報処理は究極のセキュリティ通信と言われる量子暗号や、現在のコンピューターでは不可能な計算を行う量子コンピューターを可能とするため有望視されている[1]。通常の情報通信では０か１の二状態をとるビットが用いられるが、量子情報では０と１の重ね合わせも表現できる物理的実体が用いられ、これを量子ビットと呼ぶ。情報を空間的に移動あるいは時間的にメモリーするものをチャンネルと呼ぶが、ここで重要となるのはそれがビット情報しか保持できない古典チャンネルなのか、量子情報すなわち量子ビットの重ね合わせ状態まで保持できる量子チャンネルかという問題である。その判定は、エンタングルメントと呼ばれる量子力学特有の相関が完全に壊れるか（＝古典チャンネル）少しでも残るか（＝量子チャンネル）を見ることで行う。さて古典情報理論では、古典チャンネル容量が０（ビット情報さえ送れない）を複数使っても当然ながらチャンネル容量は０である。量子情報理論でも同じことが一見予想されるが、驚くべきことにそうではないことが最近示された[2]。これはホロデツキチャンネル[3]と1/2確率ランダム消去チャンネルという二つの０容量チャンネルを組合せた場合、トータルの量子チャンネル容量が正となることを示したものである。この「０＋０＞０」的性質は超活性化と呼ばれる。しかしその数学的証明は消去確率1/2という特殊な値に特有の性質[1]を使っており、議論の一般化が全くできない。たとえば、ホロデツキと消去チャンネル以外の例はないか、またチャンネル可解性・反可解性との関係は何か、などは既に指摘されているopen questionである。他に、チャンネル数を二つ以上にするとどうなるか、1/2以外の確率の場合はどうか、量子ビット数を増やした場合はどうか、０容量の超活性化だけでなく有限容量の超加法性はあるのか？　これらは非常に興味の持たれる課題である。

本研究は確率1/2の場合だけに特有の性質に頼らない全く一般のクラウス表現を使った理論およびその数値シミュレーションプログラムを開発し、まず文献[2]の例や検算可能ないくつかの例について正しい入出力関係を与えることを確認した。これは量子チャンネルの超活性化および超加法性の研究に極めて重要な手段となる。次にこの理論を上記の興味深いいくつかのケースに適用した。その結果[2]以外に超活性化の例が見つかった。しかしホロデツキチャンネルおよび1/2確率消去チャンネルを使う限り、量子ビット数を１つないし２つ増やすあるいはチャンネル数を三つにするなどしても、[2]の値を超えることはなく、[2]の例が比較的特殊であることが明らかになった。また確率1/2のみ扱った[2]の研究を超え、一般の確率ｐの場合について量子チャンネル容量を求めた結果、1/2より大きい確率（すなわちより量子状態を送る能力の低い消去チャンネル）でも超活性化がある確率の領域があり、1/2より小さい確率に対しては超加法性が見られる領域があることがわかった。これはまた、チャンネル可解性と反可解性その関係は何かという上記のopen questionに対して必要条件でも十分条件でもないという解答を与えるものである。以上のように、本研究は量子チャンネルの超加法性についての理論研究の一般的手段を提供するとともに、いくつかのopen questionを

明らかにし、量子チャンネルの超活性化および超加法性について新たな知見を得た。

[1] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, Quantum Computation and Information, (Cambridge University Press, 2000), ISBN 0-521-63503-9.
[2] G. Smith and J. Yard, Science 26 September 2008: Vol. **321**. no. 5897, pp. 1812 – 1815.
[3] K. Horodecki, L. Pankowski, M. Horodecki, P. Horodecki, IEEE Trans. Inf. Theory **54**, 2621 (2008).

## 論文審査の結果の要旨

提出された論文は、量子チャンネル容量がゼロの量子チャンネルを二つ用いたときゼロでなくなる「superactivation(超活性化)」と呼ばれる特殊な現象を新たに一般化した「superadditivity(超加法性)」に関する研究である。これは量子チャンネル容量がxとyの二つの量子チャンネルを併用したとき、総合チャンネル容量がｘ＋ｙ以上になる現象である。超活性化も超加法性も古典通信ではあり得ず、量子通信の一つの特質として理学的にも工学的にも興味が持たれる。

従来の「超加法性」の数学的証明は非常に特殊な状況（専門的には消去確率が1/2というチャンネルを片方のチャンネルとして用いる）を使っており、議論の一般化が全くできない。たとえば1/2以外の消去確率の場合はどうか、チャンネル数を二つ以上にするとどうなるか、量子ビット数を増やした場合はどうか、超活性化だけでなく超加法性はあるのかといった興味の持たれる課題に対し、応用する術がなかった。

本研究は確率1/2の場合だけに特有の性質に頼らない全く一般のクラウス表現を使った理論およびその数値シミュレーションプログラムを開発した。これは量子チャンネルの超活性化および超加法性の研究に極めて重要な手段となる。次にこの理論を上記の興味深いいくつかのケースに適用した。その結果超活性化の例が見つかった。これだけでも興味深い結果である。また確率1/2のみ扱った従来の研究を超え、一般の確率 p の場合について量子チャンネル容量を求めた結果、1/2より大きい確率（すなわちより量子状態を送る能力の低い消去チャンネル）でも超活性化がある確率の領域があり、1/2より小さい確率に対しては超加法性が見られる領域があることがわかった。一方、種々の例を考えて本方法を適用した結果、従来の超活性化で得られるチャンネル容量の増加分を超える例は見いだせなかった。これは、もちろんあらゆる例を当たればより増加分の大きい例が見つかるかもしれないが、従来の例が何らかの意味で比較的特殊であることを意味する。これはまた超加法性に関する研究の課題を提示するものでもあり、本研究は量子チャンネルの超加法性について新たな知見を得るとともに方向性を提示するものでもある。

以上の成果は国際会議で発表し、さらに投稿用原稿がほぼ完成しており、1〜2週間のうちに投稿する予定である。審査会における候補者の発表はわかりやすくよく構成されており、質問への受け答えはスムーズであった。研究テーマの発掘・研究推進・発表・議論等の能力は博士号の授与を受けるものとして十分であると考えられる。

以上から、本論文は博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。