



Title	磁気誘電効果に関する研究
Author(s)	堤, 誠
Citation	大阪大学, 1971, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/546
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

磁気誘電効果に関する研究

1970—2

堤

誠

内 容 梗 概

本論文は筆者が大阪大学工学部，通信工学教室，熊谷研究室，後に青柳研究室でおこなった磁気誘電効果に関する研究の成果をまとめたもので，次の八章から成っている．

電界により電気分極が発生し，磁界により磁気分極が発生する現象は従来迄良く知られている基本的な電磁気現象である，しかしながら磁気誘電効果は電界により磁気分極が，磁界により電気分極が発生する現象である．それゆえにこの現象は電磁気学的にも，物性的にも修正を与えることになり，きわめて重大である．

本論文の目的は磁気誘電効果によって生じる電磁気学的な修正を工学的な面から追求し，新しい応用に対する基礎を確立したものである．

第一章は上記の目的も含めて，本研究に関連する従来の研究を概説し，本研究がこの分野に占める地位を明らかにした．

第二章は磁気誘電効果に現われる電磁気現象が従来の電磁誘導並びにローレンツ力による現象，更に磁電歪結合現象とは本質的に異なるものであることを実験的に証明した．

まず分極の発生に対する電磁気学的なモデルを考察し， Cr_2O_3 を用いた実験と一致することを確認すると共に磁気誘電係数 α の測定に対する基礎を確立した．更に磁気誘電素子と外部磁気回路との関連性を明らかにし，第四章の理論的考察に対する基礎を明確にした．

第三章はこの効果を物性的な面から取扱った．従来迄，誘電体の domain が電界によって，磁性体の domain が磁界によって移動することは良く知られている．磁気誘電効果は磁性と誘電性の結合現象と考えられるから，電界

により，磁性体の domain の移動を生じることが考えられる．本章では Cr_2O_3 単結晶の α の符号を観測することにより，電界による反強磁性体の移動が実験的に確かめられた．そしてこの結果が熱力学理論と一致することも明らかにされた．

第四章は磁気誘電効果を通して運ばれる電力が如何なる形で伝送するかをより明確にするためと共に，従来の回路素子と比較検討するために，磁気誘電素子を一つの回路素子として取扱い，その等価回路を導出した．そしてこの素子を用いて構成されたジャイレータ，アイソレータは従来の機械的結合を含むものと比べ，種々な長所をもつことが明らかにされた．更に等価回路を基本とした種々な回路動作について触れ，その特異性について述べた．

一方，この等価回路の結果を用いて， α の値の測定がなされ，この測定法が，静電，電磁結合と明確に区別出来るなど，多くの利点をもつことを示した．

第五章は磁気誘電媒質における平面電磁波の伝搬を取扱った．従来迄，電界と磁界は電磁誘導によって結びつけられていたが，磁気誘電効果は電磁誘導によらず両者を結びつけるものである．それゆえにこの様な効果をもつ媒質内での電磁界のふるまいを知ることは電磁気学的に興味があるものである．

本章ではこの問題のもっとも基本となる平面電磁波の伝搬が， α テンソルが Nondiagonal である場合に対して解析され，この場合に生じる電磁界の特異性について触れた．更に α に対するフレンネルの方程式が明確にされ，種々な現象がより一般的な面から検討された．そして磁気バイアスを必要としないアイソレータが構成される可能性を指摘した．

第六章は半無限磁気誘電媒質の境界面からの平面電磁波の反射及び屈折の問題を取扱った．そしてこの媒質における反射及び屈折現象の特異性につい

て触れた。

第七章は導波管内に磁気誘電媒質を充たした場合の電磁界問題を取扱った。本章の目的は境界を含んだ場合のこの媒質における電磁界問題の興味の追求と、マイクロ波帯における α の値の測定手段を見出すことにある。マイクロ波帯での α の値を知ることが、特に反強磁性体の共振周波数帯において興味ある結果が得られるものと考えられる。得られた結果は電界分布の回転現象を検出することによって一つの有力な手段を与えることを示した。

第八章は結論であり、各章で得られた結果を総括して述べるとともに、 α の値が 10^{-2} のものが存在すれば、新しい電子装置の出現が考えられることを示した。

以上の内容は電子通信学会誌、電気学会誌、応用物理学会誌、*PIEEE*に掲載されたものであり、更に電子通信学会研究会、全国大会、電気四学会連合大会で公表したものである。

目 次

主 要 記 号 表	1
第一章 序 論	3
第二章 磁気誘電効果に関する実験的検討	9
2-1 緒 言	9
2-2 分極の発生に対する一考察	10
2-3 実験結果	14
2-3-1 Cr_2O_3 - Al_2O_3 単結晶の場合	14
2-3-2 Cr_2O_3 多結晶体の場合	24
2-3-3 GaFeO_3 単結晶の場合	26
2-4 結 言	35
第三章 Magnetolectric Annealing 効果	37
3-1 緒 言	37
3-2 熱力学理論による考察	38
3-3 反強磁性体 domain のスイッチ作用	39
3-4 Magnetolectric Annealing 効果の実験的検討	41
3-5 強電界-磁界に対する磁気誘電テンソルの影響	50
3-6 結 言	53
第四章 磁気誘電素子の回路論的取扱	55

4-1	緒 言	55
4-2	等価回路	55
4-3	回路的動作を考慮した磁気誘電係数の測定	60
4-4	磁気誘電効果を含む回路の過渡解	65
4-5	四端子定数による解析	70
4-6	磁気誘電素子を用いたアイソレータ	71
4-7	梯子型回路の伝送特性	74
4-8	分布定数線路の伝送特性	78
4-9	結 言	81
第五章 磁気誘電媒質における平面電磁波の伝搬		83
5-1	緒 言	83
5-2	磁気誘電媒質	83
5-3	基礎方程式	87
5-4	磁気誘電係数に対するフレンネルの方程式	93
5-5	完全導体板に入射する電磁波	96
5-6	結 言	97
第六章 半無限磁気誘電媒質の境界面からの電磁波の反射，屈折		99
6-1	緒 言	99
6-2	基礎方程式	99
6-2-1	磁気誘電媒質中の電磁界	99
6-2-2	空気中の電磁界	103
6-3	境界条件	104

6-3-1	TM 型波が入射した場合	104
6-3-2	TE 型波が入射した場合	106
6-4	電力反射係数および透過係数	107
6-4-1	入射波が TM 型波の場合	107
6-4-2	入射波が TE 型波の場合	109
6-5	結 言	114
第七章 磁気誘電媒質を含む導波管内の電磁界		117
7-1	結 言	117
7-2	平行平板内の電磁界	117
7-2-1	TE モードの場合	119
7-2-2	TM モードの場合	121
7-3	矩形導波管内の電磁界	122
7-4	円形導波管内の電磁界	126
7-4-1	基礎方程式	126
7-4-2	特性方程式	131
7-4-3	電界の分布	132
7-5	結 言	139
第八章 結 論		141
謝 辞		145
文 献		147

主 要 記 号

A	: 断 面 積
a	: ジャイレーション比
B	: 磁束密度
C	: 容 量
c	: 光 速
D	: 電束密度
E	: 電界の強さ
E_{io}	: アニリング作用に用いられる電界の強さ
E_{ioo}	: バイアス電界の強さ
E_{io}'	: スイッチ作用に用いられる電界の強さ
f	: 周 波 数
H	: 磁界の強さ
H_{io}	: アニリング作用に用いられる磁界の強さ
H_{ioo}	: バイアス磁界の強さ
H_{io}'	: スイッチ作用に用いられる磁界の強さ
I	: 電 流
$J_n(x)$	: ベッセル関数
L	: インダクタンス
M	: 磁気分極
N	: コイルの巻数
P	: 電気分極
Q	: 電 荷
R	: 抵 抗
R_l	: 負荷抵抗
T	: 温 度 (°C)
T_N	: ネール点
T_θ	: キューリ点
v	: 位相速度
Z	: インピーダンス
α_{ij}	: 磁気誘電係数のテンソル
α_{it}	: 磁気誘電係数の C 軸成分
$\alpha_\perp$	: 磁気誘電係数の C 軸に垂直な成分
β	: 位相定数
γ	: 伝搬定数
ε	: 誘 電 率
ε_o	: 真空中の誘電率
ε_s	: 比誘電率

μ	:	透 磁 率
μ_0	:	真空中の透磁率
μ_s	:	比透磁率
ρ	:	固有抵抗
τ_N	:	磁気誘電結合係数
ϕ	:	磁 束
Φ	:	熱力学ポテンシャル
Ω	:	磁 位 差
$\mathfrak{R}$	:	磁気抵抗
ω	:	角周波数
*	:	共やく複素数を示す記号

第一章 序 論

磁界により電気分極が発生し、電界により磁気分極が発生する現象は、少くとも1960年迄は禁じられた効果⁽¹⁾ (Forbidden effect) と考えられていた。しかしながら Landau, Lifshitz⁽²⁾ は熱力学理論を用いて、ある特殊な結晶構造をもつ磁性体にこの現象が生じることを暗示した。I.E. Dzyaloshinskii⁽³⁾ はこの現象を磁気誘電効果 (Magnetoelectric effect) と名づけ、同じく熱力学理論を用いて、 $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} + \alpha \mathbf{H}$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + \alpha' \mathbf{E}$ の二式を導いた。そして反強磁性体である Cr_2O_3 単結晶にこの効果が存在することを予言した。その後、D.N. Astrov⁽⁴⁾⁽⁵⁾ によって、電界による磁化〔 $(ME)_E$ 効果〕の実験が行なわれた。更に G.T. Rado と V.J. Folen^{(6)~(10)} らは同じく Cr_2O_3 単結晶を用いて、磁界による電気分極の発生〔 $(ME)_H$ 効果〕の実験を行なうと共に、磁気誘電効果の物性的なメカニズムも明らかにした。一方、D.N. Astrov⁽¹¹⁾ は Cr_2O_3 と同じ結晶構造をもつ Ti_2O_3 に、磁気誘電効果の存在を確認した。更に Simon Foner, Mitsugu Hanabusa⁽¹²⁾ によって $\text{Cr}_2\text{O}_3\text{-Al}_2\text{O}_3$ 単結晶に、S. Shtrikman, D. Travis⁽¹³⁾ によって Cr_2O_3 多結晶に、G.T. Rado⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾ によって、 GaFeO_3 (ガリウムフェライト) にこの効果が見出された。又、T.H. O'dell^{(16)~(19)} は Cr_2O_3 セラミックスにパルス状の電磁界を印加し、磁気誘電効果の周波数特性が良好なることを明らかにした。最近では TbAlO_3 ⁽²⁰⁾, LiMnPO_4 ⁽²¹⁾ にもこの効果が見出されている。

一方、T.H. O'dell⁽²²⁾, G.R. Lee⁽²³⁾ は通常磁気誘電効果を現わさないフェリ磁性体に強いバイアス電界を印加すれば、結晶格子が変形し、磁気誘電効果が生ずると考えた。そして YIG 単結晶を用いて実験が行なわれた。その

後、YIG における非線形な磁気誘電効果⁽²⁴⁾が問題となっている。

これらの研究とは別に強磁性と強誘電性が同時に共存する材料⁽²⁵⁾⁽²⁶⁾が存在すれば、両性質の結合作用が強くあらわれるものと考えられた。G.A. Smolenskii⁽²⁷⁾は熱力学理論を用いて強磁性強誘電体に生ずる諸現象を説明した。そして磁気誘電効果の存在の他に、磁界により誘電率が、電界により透磁率が変化する作用があらわれることを指摘した。しかしながら強磁性と強誘電性が共存する材料の実現がきわめて困難であり、 $0.7\text{Pb}(\text{Fe}_{2/3}\text{W}_{1/3})\text{O}_3 - 0.3\text{Pb}(\text{Mg}_{1/2}\text{W}_{1/2})\text{O}_3$ に両性質が共存しているらしいことを確かめられたにすぎなかった。その後も両性質が共存すると推定される YMnO_3 ⁽²⁸⁾ や BiFeO_3 ⁽²⁹⁾ などが研究されたが、磁気誘電効果の存在は見出されなかった。しかしながら最近になって、強磁性で強誘電性が共存する $\text{Ni}_3\text{B}_7\text{O}_{13}\text{I}$ ⁽³⁰⁾ が見出され、磁気誘電効果の存在が確認された。そして Cr_2O_3 には存在しない磁気誘電ヒステリシスが観測された。

一方、電磁界問題の興味の追求の一つとして、磁気誘電媒質における平面電磁波の伝搬が T.H. Odell⁽³¹⁾⁽³²⁾, R. Fuchs⁽³³⁾, R.R. Birss と R.G. Shtrubsall⁽³⁴⁾ らによって取扱われた。そして興味ある結果が明らかにされた。

以上の歴史的経過を眺めると、この効果を工学的な面から取扱った論文は皆無に等しいと考えられる。それゆえに、本論文は、磁気誘電効果をより工学的な面から追求し、新しい応用を見いだす可能性を与えているものである。以下本論文の各章で得られた結果と、従来の論文との関連について述べる。

本論文の第二章は $\text{Cr}_2\text{O}_3 - \text{Al}_2\text{O}_3$ 単結晶、 Cr_2O_3 多結晶、 GaFeO_3 を用いて、磁気誘電効果の実験を取扱っている。そして D.N. Astrov⁽⁴⁾⁽⁵⁾ および G.T. Rado^{(6)~(10)} らの行なった実験結果と比較検討している。そしてこ

の効果が従来の磁電歪結合現象，並びにローレンツ力による現象，更に電磁誘導による現象とは全く異なるものであることを明らかにし，新しい電磁気現象としての重要性を強調している。

一方， GaFeO_3 における磁気誘電効果は，G.T.Rado⁽¹⁴⁾の結果に反して磁電歪結合による依存性が強いことを実験的に証明している．更に Cr_2O_3 - Al_2O_3 の場合は同じ結晶から初出された素子でも，すべて α の値が異なることを示し，この原因がT.H.Odell⁽¹⁸⁾の提案した不純物の影響よりも，熱的歪によることを指摘している。

第三章は Cr_2O_3 に存在する二種類の反強磁性体のdomainが α の大きさおよび符号に影響を与えるというD.N.Astrov⁽⁵⁾の提案をより明確にするため， Cr_2O_3 - Al_2O_3 単結晶を用いて，Magnetic annealingの実験が行なわれている．又T.J.Martin, J.C.Anderson⁽³⁵⁾らによって，多結晶体に対して行なわれたMagnetoelectric annealing効果が単結晶に適用され，電界がスピンを 180° 反転させる作用をもつことを見いだしている．この結果により，多結晶体では電界が存在しないと，磁気誘電効果をあらわさないというS.Shtrickman⁽¹³⁾の結果がより明確にされている．更にG.T.Rado⁽¹⁴⁾によって行なわれた c 軸に垂直に強い磁界を印加するAnnealing効果の実験が本章においても試みられている．そして α の異方性が変化するという新しい事実を見いだしている．

第四章はこの効果をあらわす素子を回路素子として取扱ひ，その等価回路が筆者によって初めて明らかにされている．そしてこの結果はB.D.H.Tellgen⁽³⁶⁾によって提案されたジャイレータが磁気誘電素子によって具体化されたことになっている．

一方，この回路の回路動作の特長を利用して，磁気誘電係数 α の測定がパ

ルス状の電磁界を用いて行なわれているそしてこの測定法の長所について触れている。更にこの等価回路の結果を梯子型回路の解析³¹⁾と拡張し、その結果が新しい回路動作を示すことを見いだしているが、今後更にこの結果が拡張できる可能性があることも指摘している。又新しい応用を見いだす基礎も本章では与えている。

磁気誘電効果は従来の電磁気現象に修正を与えるという意味で、この媒質における電磁界のふるまいを明らかにすることは重要である。それゆえに第五章ではこの問題の基本の一つとなる磁気誘電媒質における平面電磁波の伝搬が取扱われている。この問題に関して、すでに T.H. Odell⁽³¹⁾, R. Fuchs⁽³²⁾, R.R. Birss⁽³³⁾ らによって、 α テンソルが Diagonal の場合に対して、解析が行なわれているが、本章では α テンソルに Nondiagonal を用いて解析されている。そして各々の電磁界成分が明らかにされると共に位相速度が非可逆である場合に生ずる異常な定在波について述べられている。又 α に対するフレンネルの方程式が明らかにされている。そしてこの媒質での新しい伝搬現象がより一般的な面から明らかにされ、新しいマイクロ波回路素子を見いだす可能性を含めている。

第六章は第五章と同じく電磁界問題の基本となる半無限磁気誘電媒質に平面波が入射した場合の反射および屈折について述べられている。この解析は筆者によって初めて取扱われたもので、新しい反射現象を明らかにするとともに、今後将来、磁気誘電素子を新しいマイクロ波素子として用いる場合、反射の問題が重要になることを指摘している。

第七章は境界を含む場合の磁気誘電媒質内の電磁界問題を取扱っている。この章の解析も筆者によって初めて取扱われたものである。まず平行平板内の電磁界を取扱い、その結果を矩形導波管内の電磁界の解析へと進めている。

更に円形導波管内での電磁界も解析されている。そしてこれらの結果は新しい電磁界分布を示すことが明らかにされている。又本章の結果は電磁気学的な興味を与えると同時に、マイクロ波帯における磁気誘電効果の測定の手段を与えるという目的も含めている。そして反強磁性の共振領域で α の大きさを知ることは、磁気誘電効果の物性的なメカニズムを知る上で重要であることを指摘している。

第八章は結論であるが、今後将来 α が 10^{-2} のものがあらわれれば、新しい回路素子（マイクロ波回路素子）、並びに2, 3の新しい応用が実現出来ることを強調している。

第二章 磁気誘電効果に関する実験的検討^{(37)~(40)}

2-1 緒 言

Cr_2O_3 および GaFeO_3 における磁気誘電効果の実験は D.N.Astrov⁽⁴⁾⁽⁵⁾ や G.T.Rado^{(6)~(10)}, T.H.Odell^{(16)~(19)} らによってすでに試みられているが、本章でも $\text{Cr}_2\text{O}_3\text{-Al}_2\text{O}_3$ 単結晶, Cr_2O_3 多結晶, GaFeO_3 単結晶を用い、同様な実験がより現象的な面から行なわれ、D.N.Astrov や G.T.Rado らによって得られた結果と比較検討している。

まず磁気誘電効果の基本式に着目し、分極の発生を電磁気学的なモデルを用いて説明し、この結果を実験により確かめている。そして磁気誘電効果は従来の磁電歪結合現象並びにローレンツ力による現象、電磁誘導による現象とは区別できる新しい電磁気現象であることを明らかにしている。

$\text{Cr}_2\text{O}_3\text{-Al}_2\text{O}_3$ 単結晶を用いた実験結果は同一の結晶から切出した試料に磁気誘電係数 α の値がすべて異なることが見出されている。そしてこの理由として、結晶の熱的歪が指摘されている。

Cr_2O_3 多結晶の場合はセラミック化が非常に困難であることが見いだされている。すなわちシンター条件：温度、時間、雰囲気によって Cr_2O_3 の固有抵抗が著しく異なるとともに α の値も大巾に異なることを明らかにしている。そしてこの原因は Cr_2O_3 の化学的素性がシンター条件により変化するためであることを指摘している。

GaFeO_3 の場合は本質的に磁歪と電歪の結合現象が強く介在し、真の磁気誘電効果と区別し難いことを実験的に明らかにしている。又この場合の α の異方性が明らかにされている。

2-2 分極の発生に対する一考察

I.E.Dzyaloshinskii⁽³⁾ は Cr_2O_3 における熱力学ポテンシャル Φ に EH 項の存在が許されると考え、このポテンシャルから、磁気誘電効果の基本式を次式で与えた。

$$\begin{aligned}D_x &= \varepsilon_{\perp} E_x + \alpha_{\perp} H_x, \\D_y &= \varepsilon_{\perp} E_y + \alpha_{\perp} H_y, \\D_z &= \varepsilon_{\parallel} E_z + \alpha_{\parallel} H_z,\end{aligned}\tag{2-1}$$

$$\begin{aligned}B_x &= \mu_{\perp} H_x + \alpha_{\perp} E_x, \\B_y &= \mu_{\perp} H_y + \alpha_{\perp} E_y, \\B_z &= \mu_{\parallel} H_z + \alpha_{\parallel} E_z.\end{aligned}\tag{2-2}$$

ここに、 $\perp$ は C 軸に垂直な成分を、 $\parallel$ は C 軸に平行な成分を意味する。そして α は磁気誘電係数 (Magnetoelectric susceptibility) である。

又 (2-1) 式は磁界により、電極分極の発生を意味し、これは $(ME)_H$ 効果と名付けられた。又 (2-2) 式は電界により磁化の発生を意味しこれは $(ME)_E$ 効果と名付けられた。これらの効果を電磁気学的なモデルを用いて、次に説明する。

(1) $(ME)_H$ 効果の場合

磁気誘電効果をあらわす素子を図 2-1 に示される様に誘電率 $\varepsilon_s \varepsilon_0$ 、断面積 A 、厚さ d のコンデンサと考えると、 α はスカラーとして表わされる。分極 P は、 $D = \varepsilon_0 E + P$ の関係と、(2-1) 式を用いて、

$$P = (\varepsilon_s - 1) \varepsilon_0 E + \alpha H = P_e + P_h$$

で与えられる。そして電荷 Q は

$$Q = DA = \epsilon_s \epsilon_0 EA + \alpha HA = Q_e + Q_h \quad (2-3)$$

で与えられる。今、磁界 H が図2-1 aに示される如く加わると P_h が図の様に現われる。 P_h は電極板上に Q_h の電荷を誘導する。そして Q_h は静電誘導により同じ電極板上に異符号の電荷 Q_e をつくり、 Q_e は新たに分極 P_e を発生

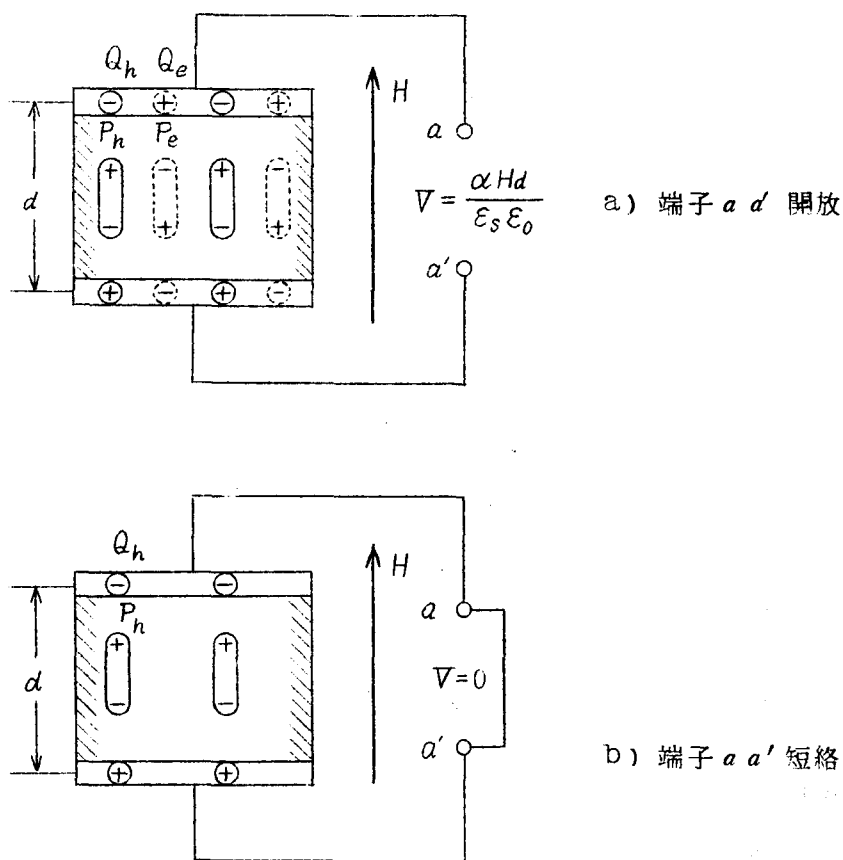


図 2-1 a, b, 磁界による電気分極の発生

する。結局、電極板上では $Q=0$ ($D=0$) となり、電荷は存在しないが、電界は $E = -\frac{\alpha H}{\epsilon_s \epsilon_0}$ の大きさで存在する。それゆえに、端子 $a a'$ 間に現われる電圧 V は $V = \frac{\alpha H d}{\epsilon_s \epsilon_0}$ で与えられる。端子 $a a'$ に電位計を継ぎ、 V を測定すれば α の値を知ることが出来るが、この場合、測定回路の分布容量 C_D を考慮する必要がある。その結果、 α は素子の容量 C_0 、 $C_0 = \frac{\epsilon_s \epsilon_0 A}{d}$ の関係を用いて、CGS 単位系で表わすと、

$$\alpha = \frac{4 \pi C' V}{A H} \quad [\text{sec/cm}] \quad (2-4)$$

ただし $C' = C_0 + C_D$

で与えられる。(2-4) で α の次元は (T/L) で $\sqrt{\epsilon \mu}$ と同一であるから、 α の値は常に $\epsilon \mu > \alpha^2$ の関係を満足し、 $\epsilon \mu < \alpha^2$ なる様な α の存在はエネルギー的に不可能の様に思える。

次に図 2-1 b に示される如く、 H をそのままにして、端子 $a a'$ を短絡してみる。この時 $E=0$ となり、電極板上の Q は Q_h となる。続いて端子 $a a'$ を開放してから、 H を零とすると、 P_h は消滅し、 Q_h がそのまま Q_e の大きさに、電極板上に残り、素子中に $\epsilon_s \epsilon_0 E A = \alpha H A$ から求められる電界が発生し、端子 $a a'$ 間に $\frac{\alpha H d}{\epsilon_s \epsilon_0}$ の大きさの電圧が図 2-1 a と異符号で発生する。

(ii) $(ME)_E$ 効果の場合

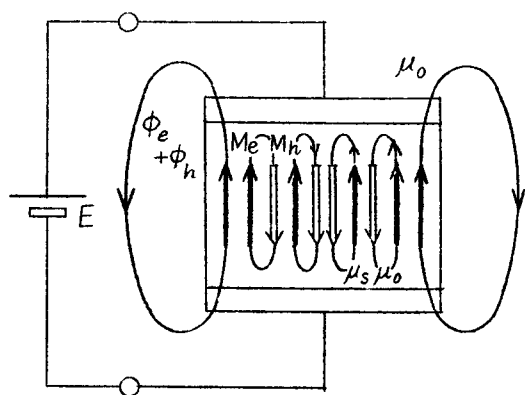
図 2-1 と同様にこの素子を取扱い、透磁率 μ_s, μ_0 をもつとする。磁気分極 M は $B = \mu_0 (H + M)$ の関係から、(2-2) 式を用いて、

$$M = (\mu_s - 1) H + \frac{\alpha}{\mu_0} E = M_h + M_e \quad (2-5)$$

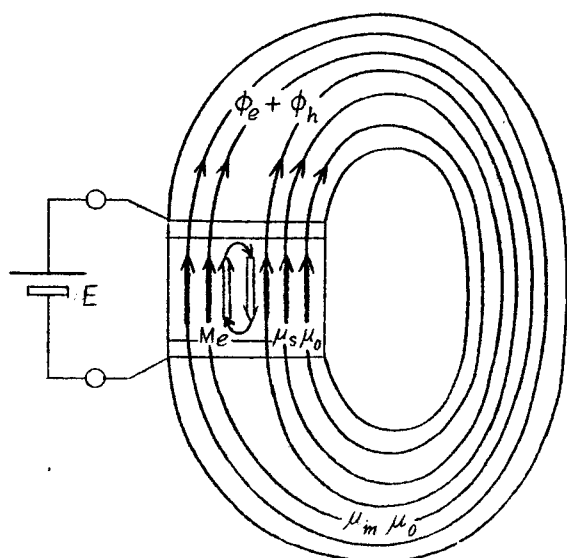
で与えられる。この素子が直流電界 E によって磁化された状態を考えると、発生する磁束 ϕ は (2-2) 式から、

$$\phi = AB = \mu_s \mu_0 HA + \alpha EA = \phi_h + \phi_e \quad (2-6)$$

で与えられる。今 $\mu_s \mu_0$ が μ_0 に較べて、十分大きい場合を考えると、図2-2a
に示される如くなる電界 E が加わると M_e が現われ、その結果 ϕ_e と ϕ_h 、すな
わち ϕ が発生するが、その内一部は素子の内部で閉路を作り、 M_h を生じる。



a) $\mu_s \mu_0 \gg \mu_0$ の場合



b) $\mu_m \gg \mu_s$ の場合

図2-2 a, b 電界による磁気分極の発生

そのために外部に生ずる磁束 ϕ は $\mu_s \mu_0$ と μ_0 , および素子の形状によって配分されて現われる。

次にこの素子を $\mu_s \mu_0$ より十分大きい透磁率 $\mu_m \mu_0$ をもつコアを用いて図 2-2 b に示される如く配置する。この時、 M_e によって発生する磁束 ϕ はほとんどコアの中を貫通し、 H はほぼ零の状態が得られる。

2-3 実験結果

2-3-1 $\text{Cr}_2\text{O}_3\text{-Al}_2\text{O}_3$ 単結晶の場合

(1) 使用した材料

使用した試料は Union Carbide 社製、 $\text{Cr}_2\text{O}_3_{0.99}\text{-Al}_2\text{O}_3_{0.01}$ 単結晶である。UCC の仕様によれば、この結晶は Flame fusion 法⁽⁴¹⁾ によって作製され、その後二時間熱的なアニイリングが 1920°C で行なわれている。図 2-3 に示される如き長さ 30mm, 径 10mm のほぼ円錐形の結晶から X 線解析により、C 軸が確かめられた後、A B C D E の 5 つの試料が切出されている。特に試料 A は C 軸に垂直な面、(111) と平行な面 (110) に電極がつけられる様に切出されている。試料 A, B を除いて、他は単結晶の集合体又は多結晶体に近い。各試料の誘電率は 10^3 Hz で 15 ~ 20 程度である。又固有抵抗 ρ は試料によって大巾に異なったが、 $10^4 \sim 10^2 \text{ M}\Omega\text{cm}$ 位の値である。

(2) 実験装置

(ME)_H 効果の場合は、小型電磁石中に試料を挿入し、発生する電荷を電位計で測定している。その実験装置は図 2-4 に示されている。この装置で

- i) 高出力インピーダンスを保つように支持絶縁物の材質を選んでいる。
- ii) 零点 drift は 1 mV/hour 以下に押えられている。

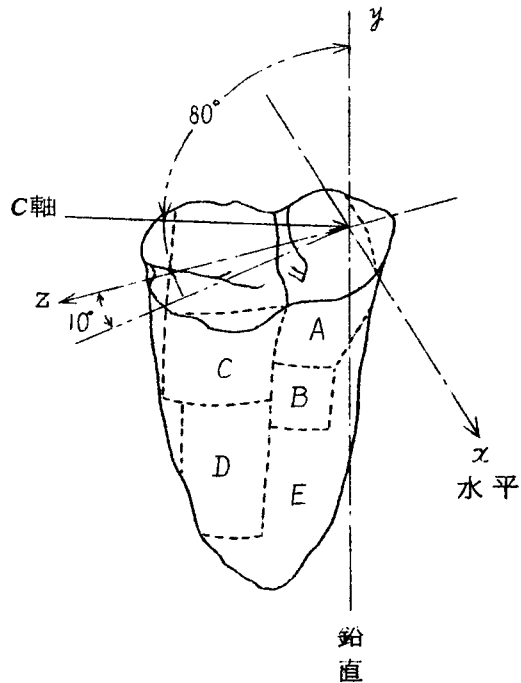


図 2 - 3 切出された試料の位置

iii) 厚さ 0.2 mm の銅板がシールドに用いられ、磁界、 $2000 \text{ } \ddot{o}_e$ を印加した場合に生ずる静電および電磁結合は 0.02 mV 以下に押えられている。

iv) 測定回路の分布容量 C_D は電位計のヘッドを含めて 13.5 PF である。

等が考慮されている。

$(ME)_E$ 効果の場合は、試料に $10^3 \sim 10^4 \text{ Hz}$ の交流電界を印加し、発生する磁束を試料の周囲に同軸状に配置した 10^4 ターンのコイルで検出して

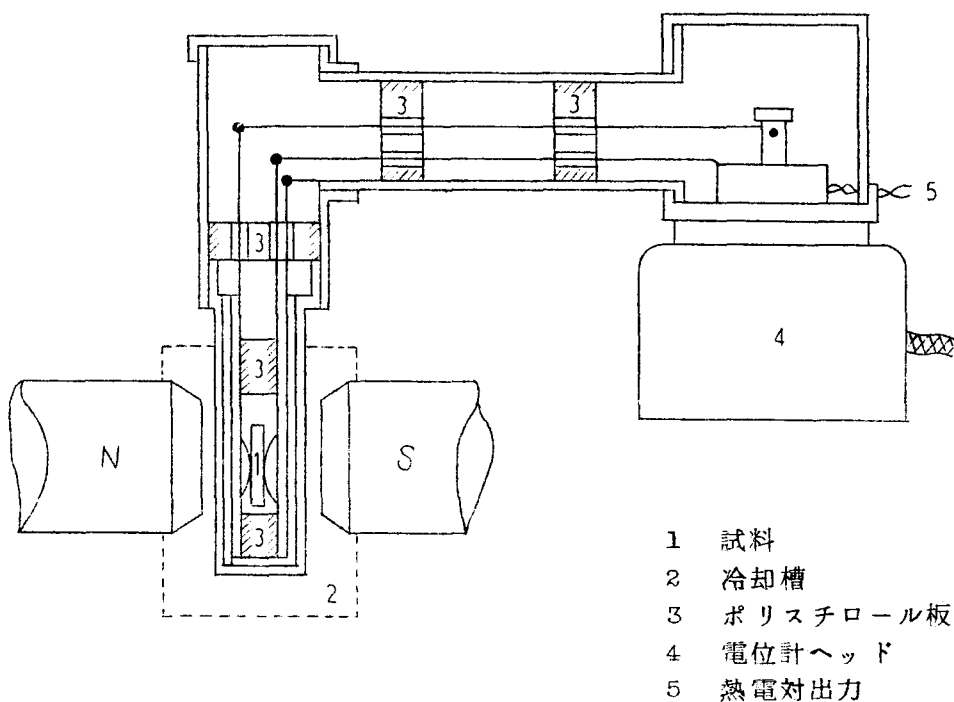


図 2 - 4 実 験 装 置

いる。その実験装置は図 2 - 5 に示されている。この装置は

i) 伝導電流並びに変位電流による磁束の影響を避けるため、試料とコイルの幾何学的配置を工夫している。

ii) 磁気誘電効果による磁束の損失が最小になる様に、電極及び静電シールド円筒に工夫をこらしている。

iii) コイルの分布容量による共振を利用してこの効果を測定している。等が考慮されている。

なお、D.N.Astrov⁽⁵⁾ は、 10^4 ターンのコイルを 2 個配置し、両コイルに誘起する出力電圧の位相差を検出しているが、本装置では一つのコイル

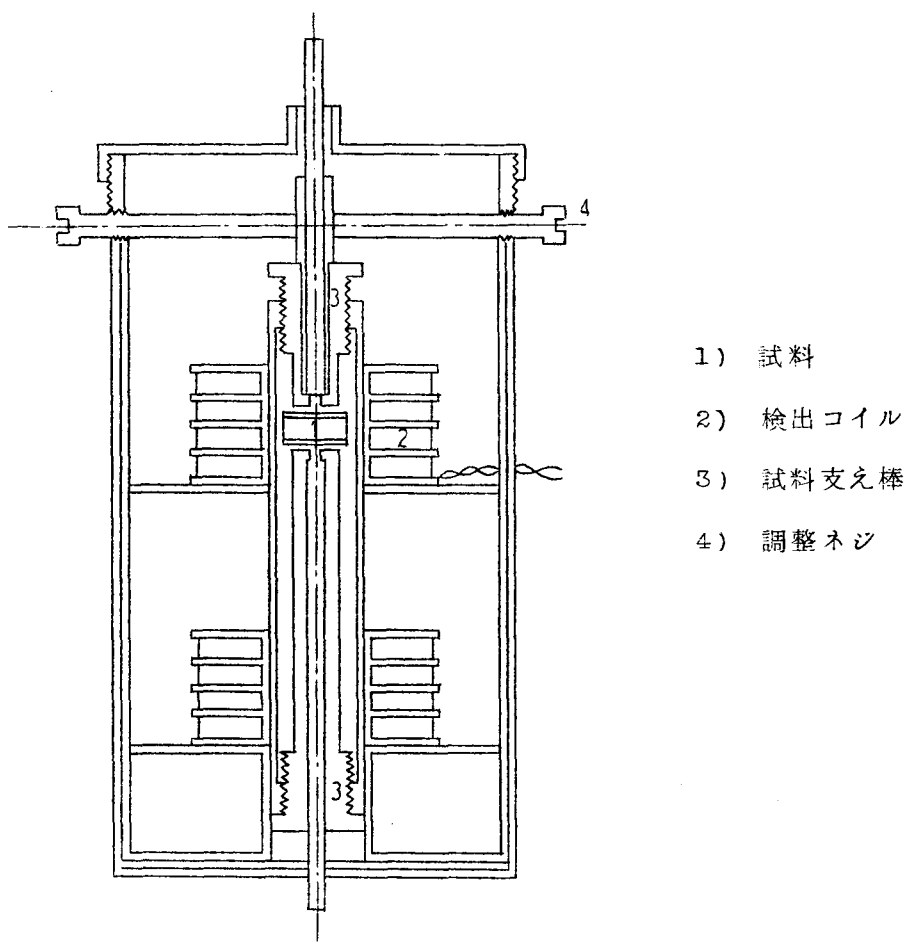


図 2-5 実験装置

から直接出力電圧が検出されている。

(2) 実験結果

(i) $(ME)_H$ 効果の場合

まず試料 A (寸法: $5 \times 2.3 \times 3.0$ mm) に電極を C 軸 (z 軸) に垂直に取付け, -20°C で磁界 2000 Oe を z 軸に印加すると, 電極間に γ 3

mV の出力電圧が得られた。この時の出力電圧の符号と磁界の方向を調べると、 N 極側に $\oplus$ の電圧が生じていた。この電圧の符号と磁界の方向の関係を図 2-1a で考えると、 α の符号は負になる。又試料の電荷放電の時定数は 20 秒であった。

図 2-6 は C 軸に平行な α の成分 $\alpha_{||}$ の温度特性を電位計の出力電圧でプロットしたものである。同じく図中の $\alpha_{\perp}$ は電極を (110) に付け換えて $[110]$ 方向に磁界を印加して得られたものである。なお印加直流磁界 H の大

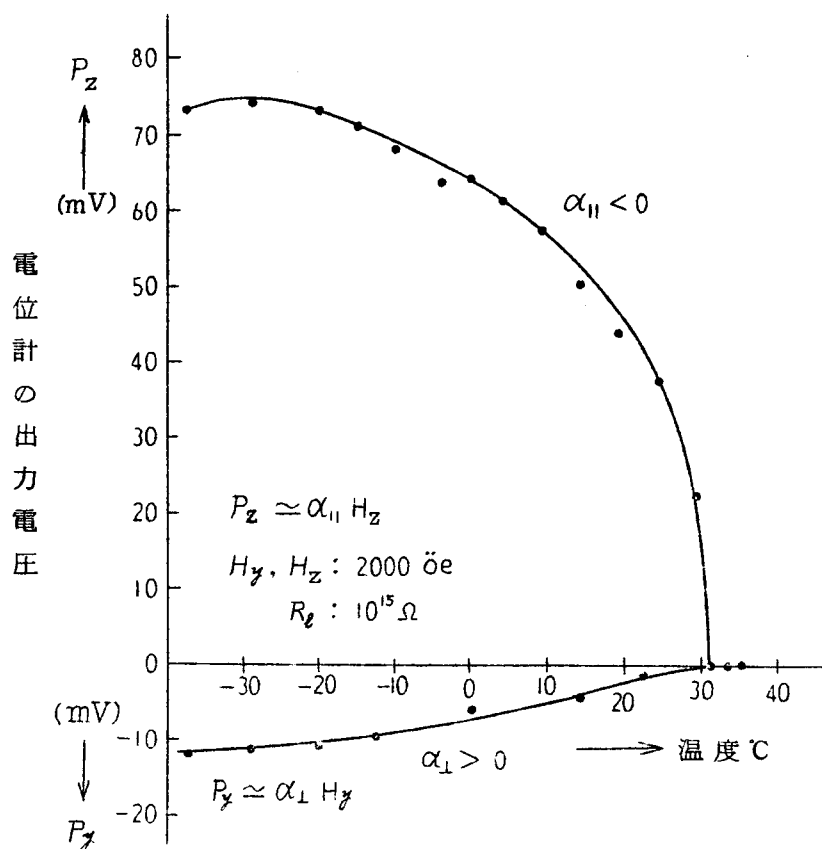


図 2-6 $(ME)_H$ 効果の温度依存性

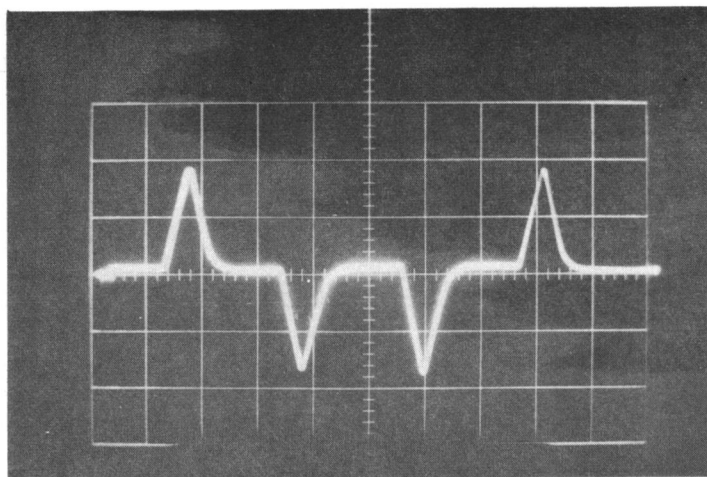
きさはいずれも 2000 $\ddot{o}e$ である。この結果は D.N.Astrov⁽⁵⁾ によって得られた結果と類似している。ネール点 (T_N) が 30 °C と、純粋な Cr_2O_3 に較べて 5 ~ 6 °C 低いのは Al_2O_3 の影響と考えられる。この実験結果から、-20 °C で α の値を (2-4) 式を用いて求めると

$$\alpha_{||} = -1.93 \times 10^{-4} \text{ (sec/cm} \cdot \text{c)}$$

$$\alpha_{\perp} = +0.153 \times 10^{-4} \text{ (sec/cm} \cdot \text{c)}$$

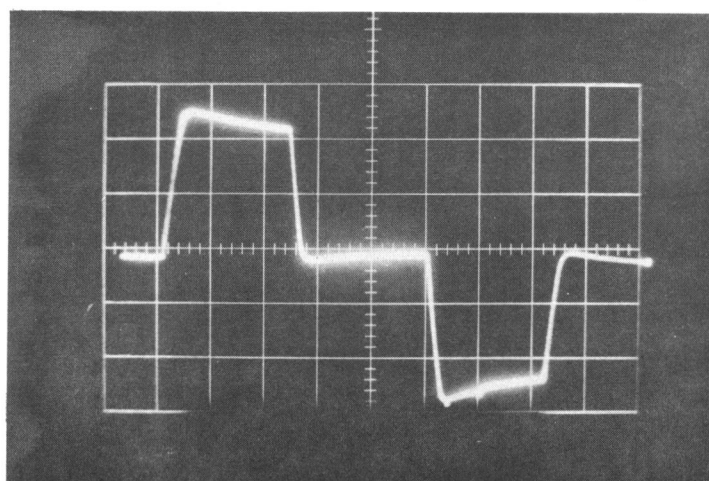
の値が得られた。又出力電圧は 4500 $\ddot{o}e$ の磁界の強さに比例関係にあった。

次に図 2-1a, b に示されているモデルの実験を印加磁界を切換えることにより行な



I	II	III	IV
横軸: 1 sec/cm		$R_I : 10^{10} \Omega$	
縦軸: 10 mV/cm		$T : -20 ^\circ C$	
$H_x : 2000 \ddot{o}e$			

図 2-7a 磁界による電気分極の発生及び消滅



I II III IV

横軸：4 sec/cm H_z : 2000 öe
 縦軸：30 mV/cm T : -20 °C
 R_I : $10^{15} \Omega$

図 2-7 b 磁界による電気分極の発生及び消滅

った。図2-7 aは電位計の入力インピーダンス $Z_m = \frac{1}{\lambda R_I}$ を $10^{10} \Omega$ に選び、電位計の記録計用端子を通して、メモリスコープで観測したものである。図2-7 aの I で磁界が印加され、II で磁界が切られ、III で磁界が反転されている。同じ実験を R_I を $10^{15} \Omega$ 以上に選び行なったのが図2-7 bに示されている。この場合、印加磁界とほぼ同一の波形が得られている。図2-7 a, b から、磁界の反転により、分極が反転することが判る。この結果は磁電歪結合素子 (Magneto-electrodynamic transducer) が磁界の反転に対して、分極が反転しない点と較べると基本的に異なる性質である。一方、 Cr_2O_3 はその結晶構造から考えて、Piezo の存在は全く考えられないことが、G.T.Rado⁽¹⁰⁾

によって明らかにされている。

次に電極をC軸からほぼ45°はなれた軸(z'軸)に垂直に取りつけ、磁界をy'方向に印加して得られた出力電圧の温度特性を示したのが図2-8である。測定された $\alpha_{z'y'}$ の値は $1.85 \times 10^{-4} \text{ sec/cm} \cdot \text{c}(-20^\circ\text{C})$ であった。図2-8に示された $\alpha_{z'y'}$ の温度特性は図2-6に示された α の温度特性と比較すると、 α_{11} と $\alpha_{\perp}$ の和の特性に近い。それゆえに、 $\alpha_{z'y'}$ と α_{11} と $\alpha_{\perp}$ の関係は

$$\alpha_{z'y'} = \frac{1}{2} (\alpha_{11} - \alpha_{\perp}) \sin 2\theta ,$$

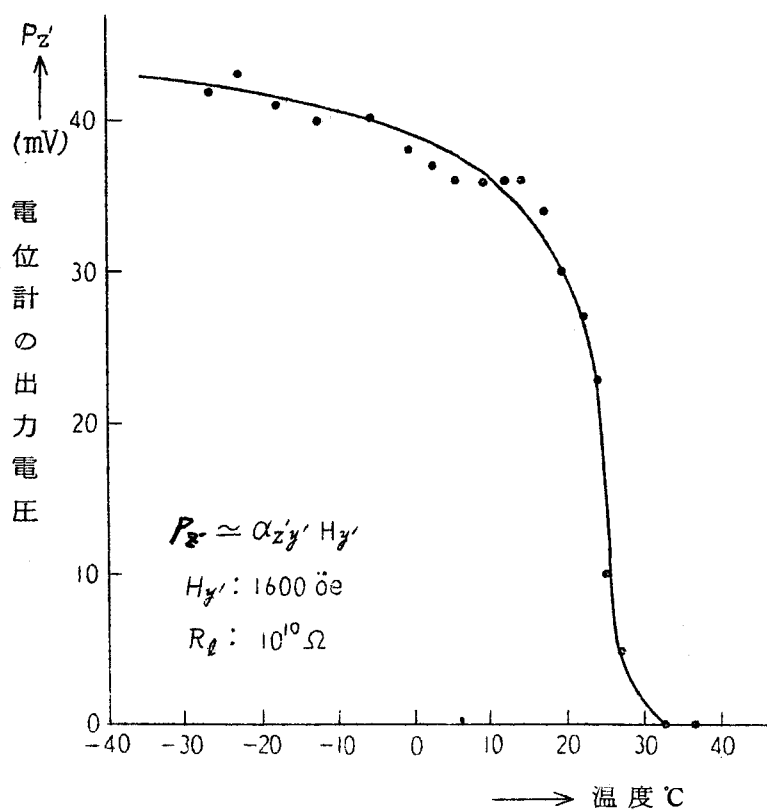


図2-8 $\alpha_{z'y'}$ の温度依存性

ただし、 θ は z と z' の間の角度。

であると考えられる。

以上試料 A についての実験結果であるが、試料 B, C, D, E について同様な方法で α の値を測定し、その値をまとめたのが表 2-1 に示されている。試料 A, B を除いて他は後述の Magnetic 又は Magnetoelectric Annealing を施し、 α の値を飽和させている。この表で試料 E は固有抵抗が低く、電位計では α の正確な値を知ることは不可能であったが、出力電圧の立上りから推定して、得られた値である。この表で α の値は同一の結晶から切出した試料にかかわらずすべて異なっている。この相異は測定誤差、 $\pm 25\%$ を考えても、それ以上の違いがある。現在迄、報告された Cr_2O_3 単結晶の α_{zz} の値は報告者によって、 $1.0 \times 10^{-4} \sim 8 \times 10^{-4}$ とすべて異なっている。この理由の一つとして、T.H.Odell⁽¹⁸⁾ は Fe 等の不純物の影響を提案した。しかしながら筆者の用いた試料は同一結晶から切出されている。それゆえに不純物の影響よりも、場所による熱的歪が、後述の反強磁性体の domain に硬着を与え、

表 2 - 1

記号	寸法 (mm)	容量 (PF)	固有抵抗 ρ ($M\Omega\text{cm}$)	α (sec/cm $\cdot$ c) $T = -20^\circ\text{C}$	備 考
A	5×2.2×3	1.07	5×10^3 以上	$\alpha_{11} = 1.93 \times 10^{-4}$	単結晶
B	4×1.5×3	0.472	"	$\alpha_{11} = 1.66 \times 10^{-4}$	"
C	2×5×5	1.156	"	$\alpha_{zz} = 3.56 \times 10^{-4}$	数個の単結晶の集合体
D	6×2×6	2.11	5.15 (2.5KV/cm)	$\alpha_{zz} = 4.65 \times 10^{-4}$	"
E	14×6×3		5.18 (2.5KV/cm)	$\alpha_{zz} = 1.86 \times 10^{-5}$	多結晶に近い

Annealing 効果によっても、一つの domain に統一出来なかったためと考えられる。

(ii) $(ME)_E$ 効果の場合

図 2-5 に示されている装置を用いてこの効果の実験が行なわれた。試料 A では寸法が小さく、検出コイルの関係上、この装置では不利である。それゆえに寸法の大きい試料 D を用いて行なった。電界 (14300 Hz コイルの分布容量による共振周波数) を z 方向に印加し、発生する磁束をコイルによって検出した。そしてその出力電圧の温度特性をプロットしたのが図 2-9 に示されている。図 2-9 は図 2-6 と同様な温度特性が得られている。又 $B_z \simeq \alpha_{zz} E_z$ の比例関係は 3 KV/cm 迄確かめられた。電界 750 V/cm を印加し

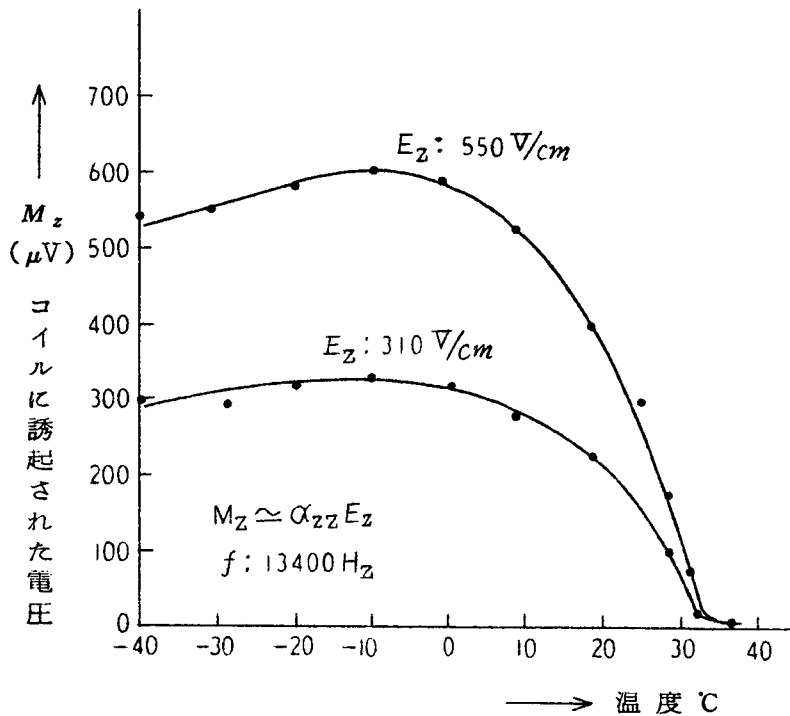


図 2-9 $(ME)_E$ 効果の温度依存性

て生ずる磁気誘電効果の磁束は径 6 mm , 3 ターンのコイルに 0.1 mA の電流を流した時に得られる磁束と同一であった。このコイルの作る磁束から α の値を求めると、 $\alpha_{zz} = 2.7 \times 10^{-4} \text{ sec/cm} \cdot \text{c}$ を得た。この値は図 2-2 で考えると、みかけの値で、真の値はこの値の 2 倍 (Cr_2O_3 の $\mu_s \approx 1$ なので) と考えられる。電界による磁束の発生は磁電歪効果素子では不可能な動作であるから、この実験でも、この素子とは基本的に区別出来ることが明らかにされた。

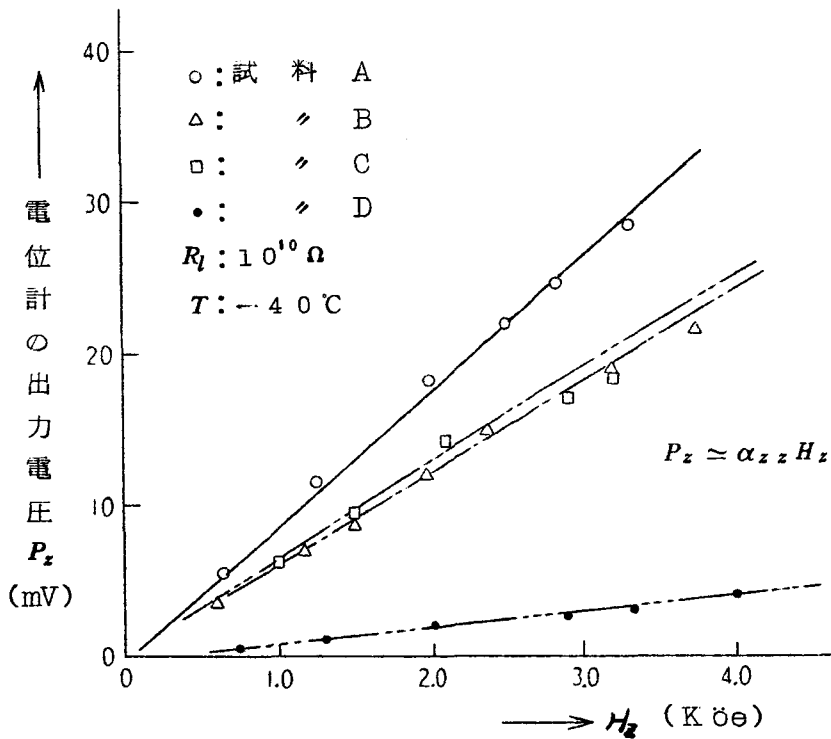
2-3-2 Cr_2O_3 多結晶の場合

(1) 用いた材料

使用した材料は Merch 社の 99.9 % 純度の Cr_2O_3 粉末である。この粉末を径 13 mm , 厚さ 1 ~ 2 mm の円板状に 200 Kg/cm^2 の圧力で圧縮した。圧縮した試料は非常にもろいので、樹脂で固められた。又いくつかの試料は圧縮後、空气中又は Ar 気流中で $500 \sim 1300^\circ\text{C}$ の温度で、一時間シンターされた。しかしながら、空气中で、 500°C 以上でシンターされた試料は機械的強度を増したが、 ρ は $10^3 \text{ K}\Omega\text{cm}$ 迄低下し、磁気誘電効果の実験に駆することは出来なかった。

(2) 実験結果

Cr_2O_3 多結晶では Magnetoelectric Annealing を行なわないと磁気誘電効果を現わさない。⁽¹³⁾ この Magnetoelectric Annealing についての詳細な内容については次章で述べるが、電界 E_{z_0} と磁界 H_{z_0} を T_N 点以上で試料に加え、 T_N 点以下に冷却する操作を言う。筆者の行なった実験では $E_{z_0} : 10 \text{ KV/cm}$, $H_{z_0} : 7330 \text{ Oe}$ を 40°C で加え、 $1^\circ/\text{min}$ の速度で 0°C 迄冷却した後、図 2-4 に示された装置で、 $(ME)_H$ 効果の測定が行なわれた。図 2-10 に、 $T = -40^\circ\text{C}$ における種々の条件で作製された試



A: 500°C (空气中)で1時間シンター

B: シンターなし

C: 1230°C (A_r 中)で1時間シンター

D: 1230°C (A_r 中)でシンター後, 500°C (空气中でシンター)

図2-10 シンターによる出力電圧の影響

料の，磁界の強さに対する出力電圧の大きさが示されている更にこの出力電圧が磁気誘電効果によることをより明確にするため， $E_{z0} H_z$ 積の符号を変えて Annealing が行なわれた．その結果 $E_{z0} H_z$ 積の符号が正なら， α_{zz} の符号は正，負なら α_{zz} の符号は負となった．そして $\alpha_{zz} > 0$ と $\alpha_{zz} < 0$ の場合に生ずる出力電圧の大きさは同一であった．図2-10に示される実

験結果から、試料A～Dの α_{xx} の値を求めると、 $10^{-5} \sim 10^{-6} \text{ sec/cm} \cdot \text{c}$ の値が得られた。この値は単結晶に較べて、1～2桁小さく、更に試料によって大巾に異なる。この原因は Cr_2O_3 多結晶のシンター条件、(温度、雰囲気、時間)によって、 Cr_2O_3 の化学的素性が変わるためと考えられる。

なおこの実験では Magnetolectric Annealing の際に加えられた強い電界の影響で、電位計の Drift が大きく、安定した測定は出来なかった。それゆえに、多結晶体の α の温度特性は測定されなかった。又 $(ME)_E$ 効果も装置の関係上行なわれなかった。

2-3-3 GaFeO_3 の場合

(1) 用いた材料

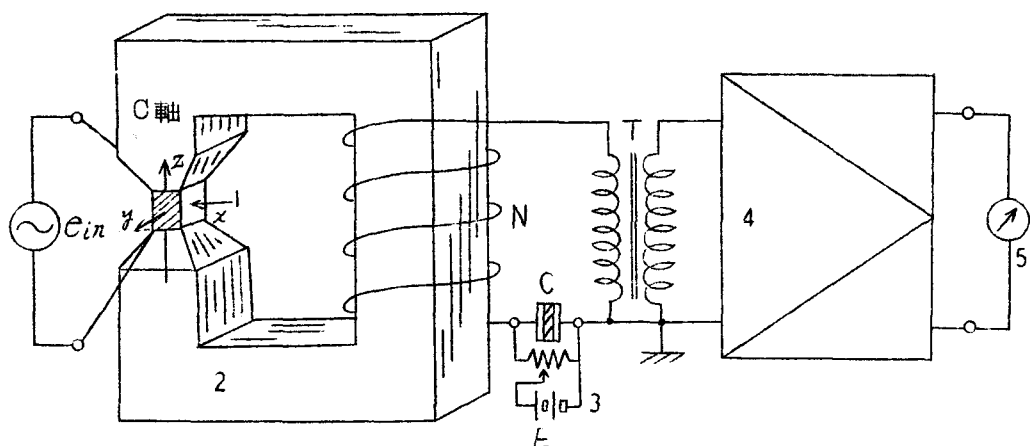
$\text{Ga}_{2-x}\text{Fe}_x\text{O}_3$ は Remeica⁽⁴²⁾ によって発見され、 x を0.7～1.4に選ぶと強磁性と圧電が共存する材料である。この材料の圧電定数 d_{31} は $14.5 \times 10^{-8} \text{ esu}$ で、磁気点群は $2'm'm$ である。

用いた試料は試料A ($1.0 < x < 1.2$)と試料B ($0.8 < x < 1.0$)で各々の寸法はC軸に長く、 $3 \times 2 \times 2 \text{ mm}$ 位のものである。誘電率は $10^3 H_z$ で5を、 ρ は室温で $25 \text{ M}\Omega\text{cm}$ である。

(2) 実験装置

$(ME)_H$ 効果の測定に用いられた装置は Cr_2O_3 の実験に用いられた装置と同一である。

$(ME)_E$ 効果の場合は図2-11に示されている装置を用いた。図2-5に示されている装置では空ゲキが非常に大きくなるため、検出能率がきわめて悪い。それゆえに、試料をコアに挿入して能率が高められた。又強いパイアス磁界を印加するため、コアに薄い珪素鋼板が用いられた。なおコイルのターン数 N は700である。



1) 試料 2) 磁気鉄心 3) バイアス用電源 4) 選択性増巾器 5) VTVM

図 2-11 実験装置

(3) 実験結果

(i) $(ME)_H$ 効果の場合

GaFeO_3 の ρ は常温では $25 \text{ M}\Omega \text{ cm}$ と低く、常温では電位計による測定は時定数の点で不利である。それゆえに試料を充分冷却し ρ を増加させた。その結果、 -40°C で時定数は 0.1 秒であった。図 2-12~14 に試料 A の磁界強度に対する $(ME)_H$ 効果の出力特性と、印加磁界の方向を変えて得られた出力電圧 (α の異方性) が描かれている。同図で α_{ij} の i は出力電圧の方向を j は印加磁界の方向を与えている。又測定した温度は -35°C である。 α_{xy} , α_{yz} , α_{xz} , α_{zx} は磁界に対して非直線性を示している。この非直線性は G.T.Rado⁽¹⁴⁾ の実験結果と類似している。これらの α の値を $H: 1000 \text{ Oe}$ に対して求めると、

$$\alpha_{ij(em)} = \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & \alpha_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.69 & 8.44 \times 10^{-2} & 1.18 \\ 5.96 \times 10^{-1} & 3.39 \times 10^{-1} & 4.58 \\ 8.92 \times 10^{-1} & 2.54 \times 10^{-1} & 3.94 \end{bmatrix} \times 10^{-4} \quad (\text{SEC/Cm} \cdot \text{C})$$

が得られた。この結果、 α テンソルは Nondiagonal に近いことと、 z 軸（磁化容易軸）に磁界を印加すると、この効果が強く生じることが判る。しかしながらこれらの値は空気中の磁界の強さを用いて測定された値である。GaFeO₃ の様な透磁率の大きい材料では、空気中の H よりも小さい H が試料に加わっていると考えられる。それゆえに真の α の大きさはここで得られた値よりもかなり大きな値をもつことが予想される。

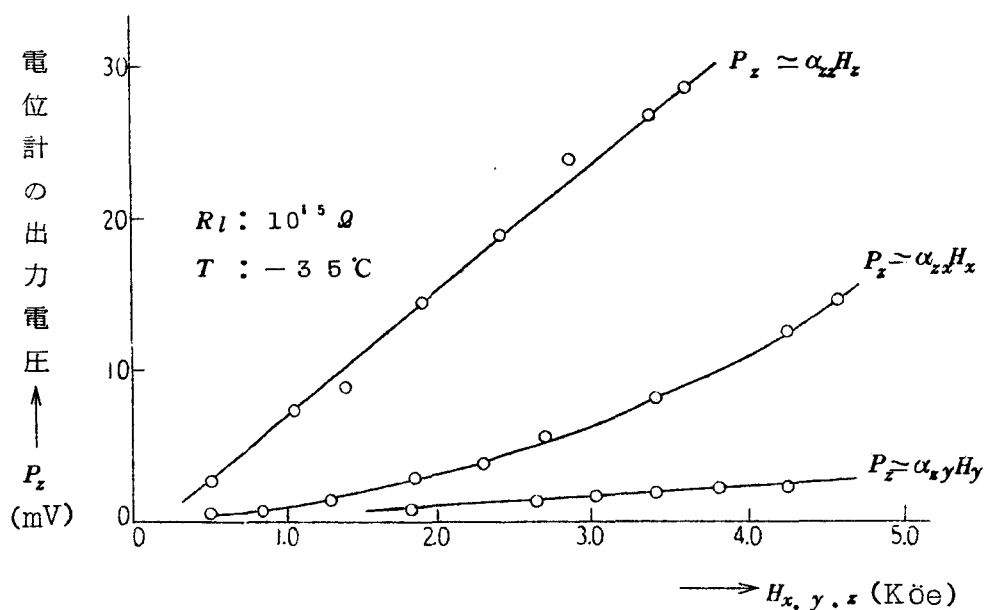


図 2-12 $(ME)_H$ 効果の出力特性

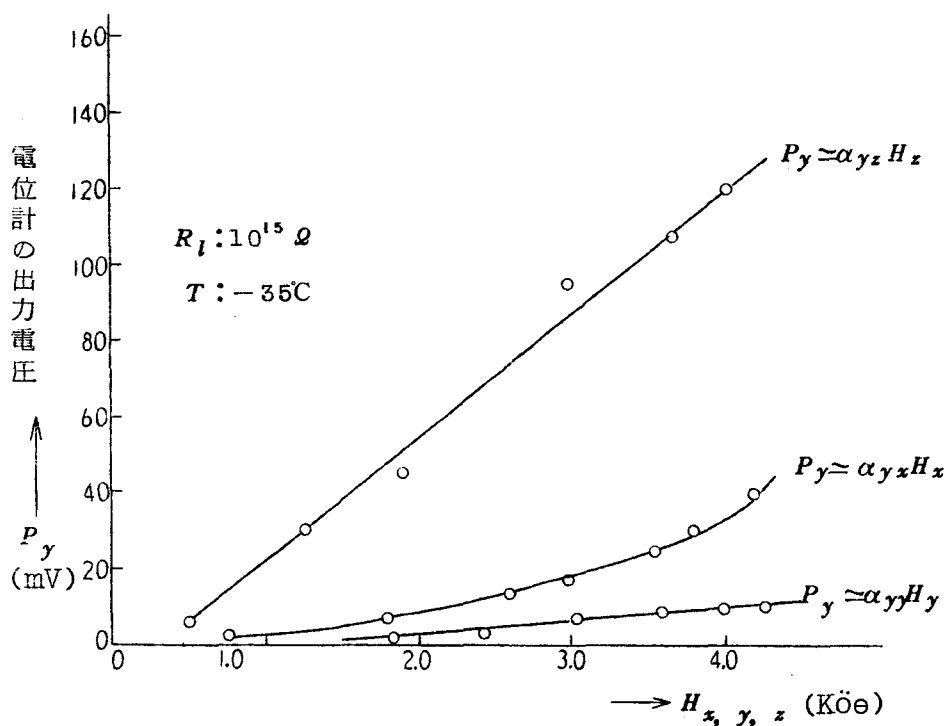


図 2 - 1 3 $(ME)_H$ 効果の出力特性

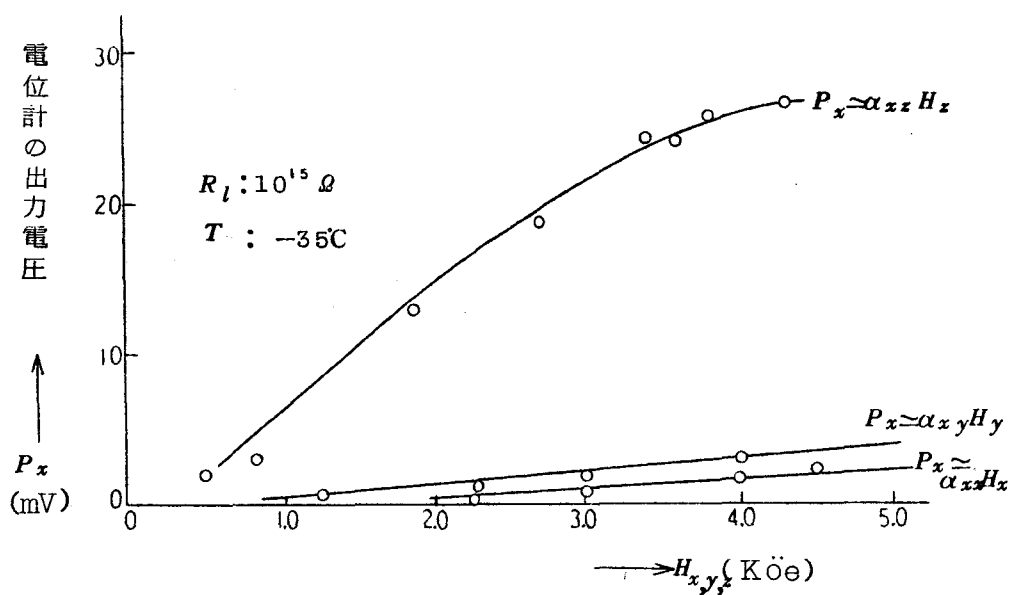
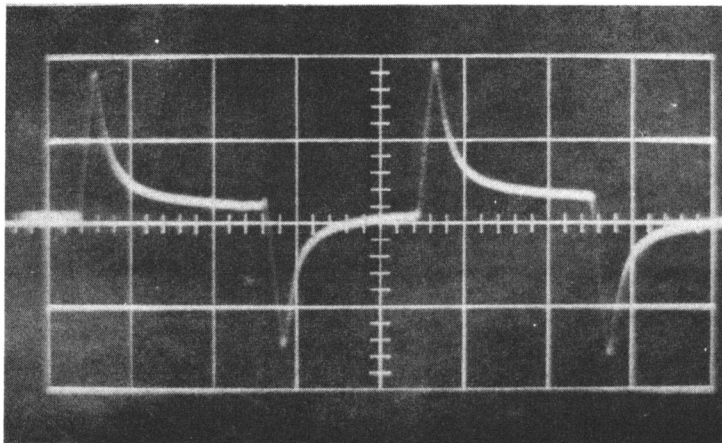


図 2 - 1 4 $(ME)_H$ 効果の出力特性

次に磁界の反転に対する分極のふるまいを Cr_2O_3 の場合と同じ方法で調べたのが図2-15に示されている。この図で、磁界の反転に対して、分極が反転しないことが判る。これをより明確にしたのが図2-16~18に示されている。図2-16では磁界の強さに対するヒステリシスが調べられているが、その存在は確認されなかった。又図2-18は 1000 Hz の交流磁界を試料に印加し、出力電圧の波形を観測したものである。その結果、入力磁界の絶対値の出力電圧の波形が得られている。これらの結果から判断すると、磁界が弱い場合に対しては、この効果に磁歪と電歪の結合現象の依存性があるものと考えられる。一方、磁界強度が増すと、磁電歪結合では出力が飽和するのに対して、この場合は図2-12, 13に見られるように、出力



I	II	III	IV
縦軸: 60 mV/cm		$T : -40^\circ\text{C}$	
横軸: 1 sec/cm		$R_L : 10^{12} \Omega$	
$H : 4000 \text{ Oe}$			

図2-15 磁界による電気分極の発生

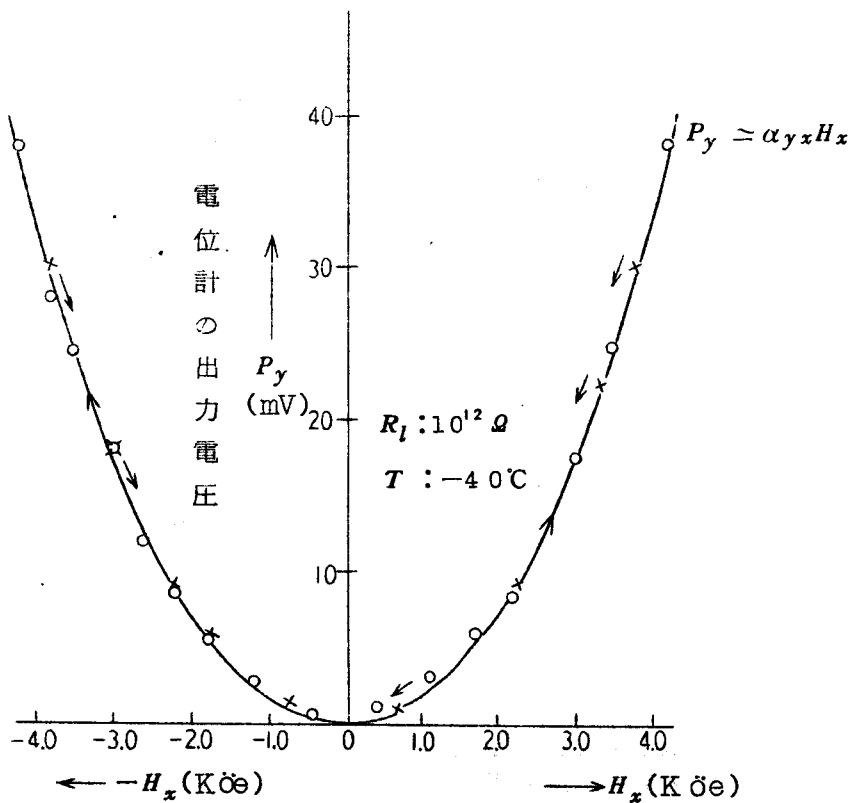


図 2-16 磁界反転に対する $(ME)_H$ 効果の出力特性

が直線的に増加している。それゆえに GaFeO_3 の磁気誘電効果はバイアス磁界 ($H_{\text{iso}} : 4000 \text{ Köe}$) のもとで生じると言う G. T. Rado⁽¹⁴⁾ の考えが適用される。しかしながら、 H_{iso} の値が磁歪を十分に飽和される値であるか否かは磁歪係数の磁界依存性を測定しないと、結論出来ない。又 GaFeO_3 は強磁性と圧電が共存する物質であるから、本質的に、磁電歪結合は避けられないものと考えられる。それゆえに本実験で得られた α は磁気誘電効果によるものと、磁電歪結合によるものとが混在していると考えら

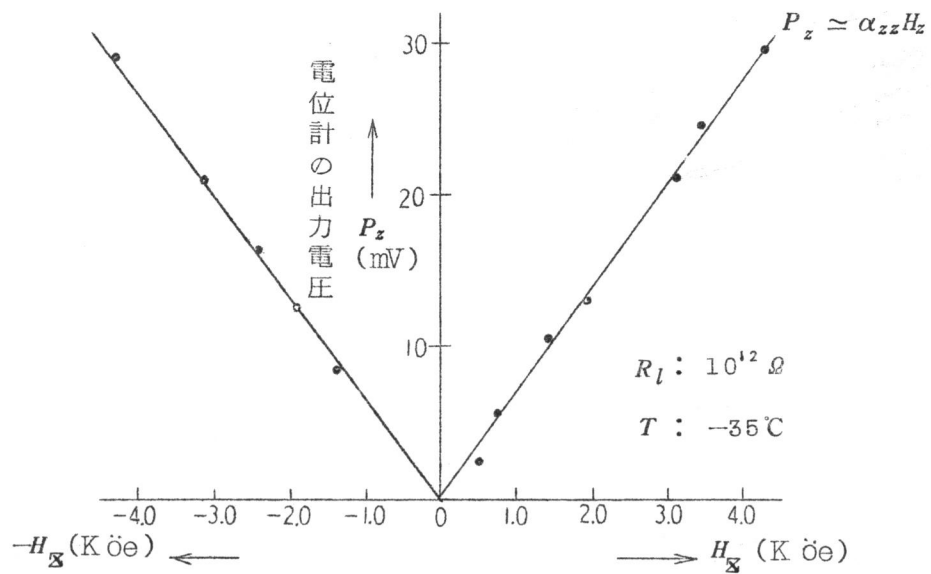
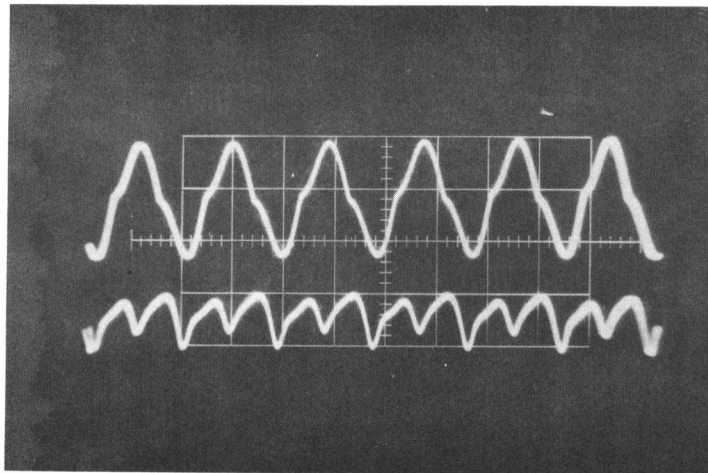


図 2-17 磁界の反転に対する $(ME)_H$ 効果の出力特性



上: $10^3 H_z$ の交流磁界

下: $(ME)_H$ 効果の出力波形

$T : -35^\circ\text{C}$ $R_l : 10^6 \Omega$

図 2-18 $10^3 H_z$ の交流磁界による出力電圧波形

れる。

(ii) $(ME)_E$ 効果の場合

試料 A , B を用いて, $(ME)_E$ 効果の実験を行なった. 用いた電界は 10^4 Hz で y 方向に印加し, $B_z \simeq \alpha_{yz} E_y$ の関係が測定された. この場合に得られた α_{yz} の温度特性が図 2-19 に示されている. 同図で鉄の含有量を変えることにより, キュリー点 T_θ が変化することが判る. なおこの図の縦軸は増巾器の出力電圧である. 図 2-20 はこの効果の H_{z00} の依存性を -40°C で測定したものである. H_{z00} の強さを 400 Oe 以上に保てば, 出力電圧は飽和し, 検出には充分であることが判る.

G.T.Rado⁽¹⁴⁾ の考察によれば, この H_{z00} の依存性から, この効果を磁

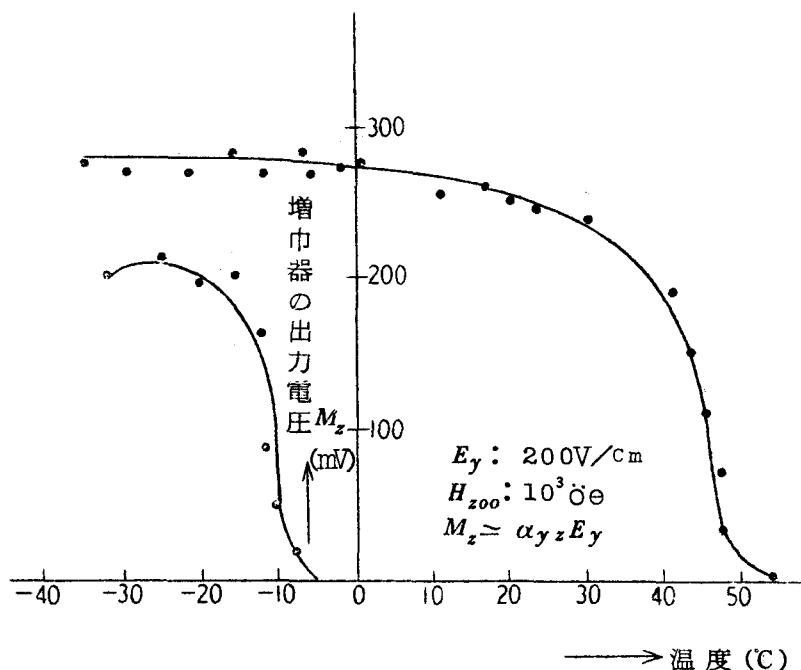


図 2-19 $(ME)_E$ 効果の温度依存性

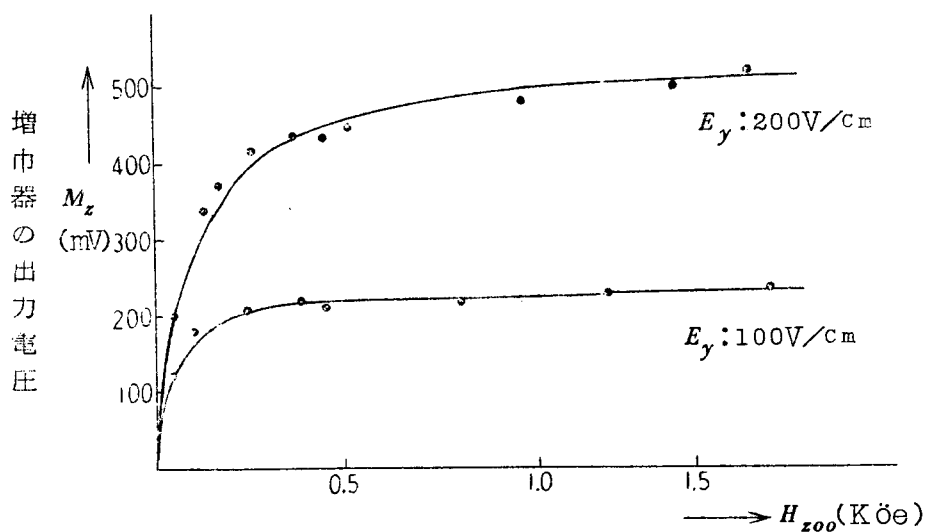


図 2-20 バイアス磁界の依存性

気誘電効果と考えることもできる。しかしながらこの考え方においても、 GaFeO_3 の $(ME)_E$ 効果は非常に小さいから、電界に比例した出力が得られ、磁電歪結合によるものか、磁気誘電効果によるものかは判断し難いとも考えられる。

次に図 2-19 の結果から、増巾器の入力換算電圧を調べると、 -41°C で試料 A では、電界 250 V/cm で $57.2 \mu\text{V}$ 、B では 500 V/cm で $20 \mu\text{V}$ の値である。これらの値から α_{yz} を求めると、試料 A では $3.9 \times 10^{-3} \text{ sec/cm} \cdot \text{c}$ となり、 $(ME)_H$ 効果で得られた値より大きい。この理由は $(ME)_H$ 効果の測定で問題となった試料中の H の算定に対する誤差が、 $(ME)_E$ 効果の測定では透磁率の高いコアを用いたため避けられたものと考えられる。

2-4 結 言

$\text{Cr}_2\text{O}_3 - \text{Al}_2\text{O}_3$ 単結晶の実験結果から、この試料の α の値が明確にされると共に、この効果が従来の電磁気現象と基本的に異なることが明らかにされた。又結晶の切出した場所による α の値の相違は熱的歪によるものと考えられた。一方、T.H. Ödell によって提案された鉄等の不純物が α に与える影響を考えると、 $\text{Cr}_2\text{O}_3 - \text{Fe}_2\text{O}_3$ の固溶体の α の値を知ることは興味ある結果が得られるものと思える。この固溶体の作成はセラミックによらねばならない。それには本章で述べた Cr_2O_3 セラミック作成の際に生じる種々のパラメータによる α の影響をまず明らかにする必要がある。

一方、 GaFeO_3 は、強磁性と圧電性が共存している物質なので、本質的に磁電歪結合は避けられないと考えられた。そして、G.T. Rado⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾ の結論に反して、一定のバイアス磁界の存在のもとでも、真の磁気誘電効果と断定しえず、磁電歪結合が混在しているものと結論された。今後この混合の比率を正確に知るには磁歪係数の磁界依存性を測定する必要がある。

又本章では量子力学的な考察は全く行なわれていないが、今後新しい磁気誘電素子を見いだす上に、量子力学的な考察は重要であると考えられる。

第三章 Magnetoelectric Annealing 効果⁽⁴³⁾⁽⁴⁴⁾

3-1 緒 言

Cr_2O_3 は磁気点群 $3\bar{m}$ をもつ反強磁性体である。D.N.Astrov⁽⁵⁾ は Cr_2O_3 の反強磁性体に二種類の domain の存在を明らかにした。その Domain が図 3-1 a, b に示されている。そしていずれかの Domain が $\alpha > 0$ で、他は $\alpha < 0$ の符号を与えると考えられた。それゆえに単結晶であっても、この二つの domain が同じ量だけ存在すれば、 α は打消し合い、磁気誘電効果を現わさない。しかしながら、 T_N 点以上で磁界を加えて冷却 (Magnetic Annealing) すれば、どちらかの domain に統一でき、 α の値を増加させることが出来る。しかしながらこの操作に対する定性的な実験データは現在迄みられない。一方、多結晶の場合は電界と磁界を同時に印加し、 T_N 以下に冷却 (Ma-

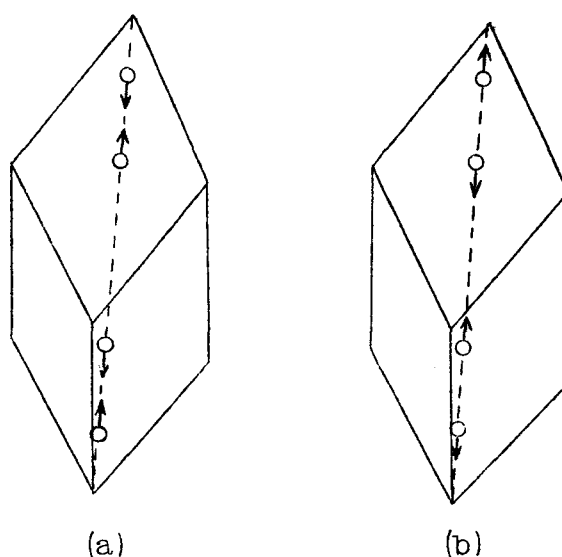


図 3-1 a, b Cr_2O_3 における二種類の反強磁性体の domain

gnetoelectric Annealing)すると、 α の値が増加することが、S.Shtrickman, D.Treves⁽¹³⁾, T.J.Martin, J.C.Anderson⁽³⁵⁾ によって明らかにされた。しかしながら、この操作は単結晶に対して行なわれていない。

本章では $\text{Cr}_2\text{O}_3 - \text{Al}_2\text{O}_3$ 単結晶を用いて、Magnetic又はMagnetoelectric Annealing の実験を行ない、 α の符号と大きさを観測することにより、Domainの転移が調べられている。又T.J.Martin, J.C.Anderson⁽⁴⁵⁾⁽⁴⁶⁾ によって行なわれた反強磁性 domainのスイッチ作用の実験も同様に行なわれている。更にC軸に垂直に6000 öe以上の強い磁界を印加し、Magnetic Annealing が行なわれ、 α の異方性が変化することを見いだしている。

3-2 熱力学理論による考察

電場、磁場が存在する場合の単位体積あたりの自由エネルギー F はT.J. Martin, J.C.Anderson⁽⁴⁵⁾⁽⁴⁶⁾ によって、

$$F = F_0 + \sigma_i H_i + \rho_i E_i + \frac{1}{2} x_{ij} H_i H_j + \frac{1}{2} x'_{ij} E_i E_j + \alpha_{ij} E_i H_j \quad (3-1)$$

で与えられた。ここに σ_i は磁歪を、 ρ_i は電歪を与える定数、 x_{ij} は磁気感受率を、 x'_{ij} は電気感受率を意味する。 Cr_2O_3 に (3-1) 式を適用すると、その磁気点群が $3\bar{m}$ なので、 σ_i, ρ_i は存在しない⁽⁴⁵⁾。更に、図3-1で考えると、 α の符号によって二種類のエネルギーの存在が考えられる。そのエネルギーを F^+ , F^- とすると、(3-1) 式から、

$$F^+ = \frac{1}{2} x_{ij} H_i H_j + \frac{1}{2} x'_{ij} E_i E_j + \alpha_{ij} E_i H_j \quad (3-2)$$

$$F^- = \frac{1}{2} x_{ij} H_i H_j + \frac{1}{2} x_{ij}' E_i E_j - \alpha_{ij} E_i H_j \quad (3-3)$$

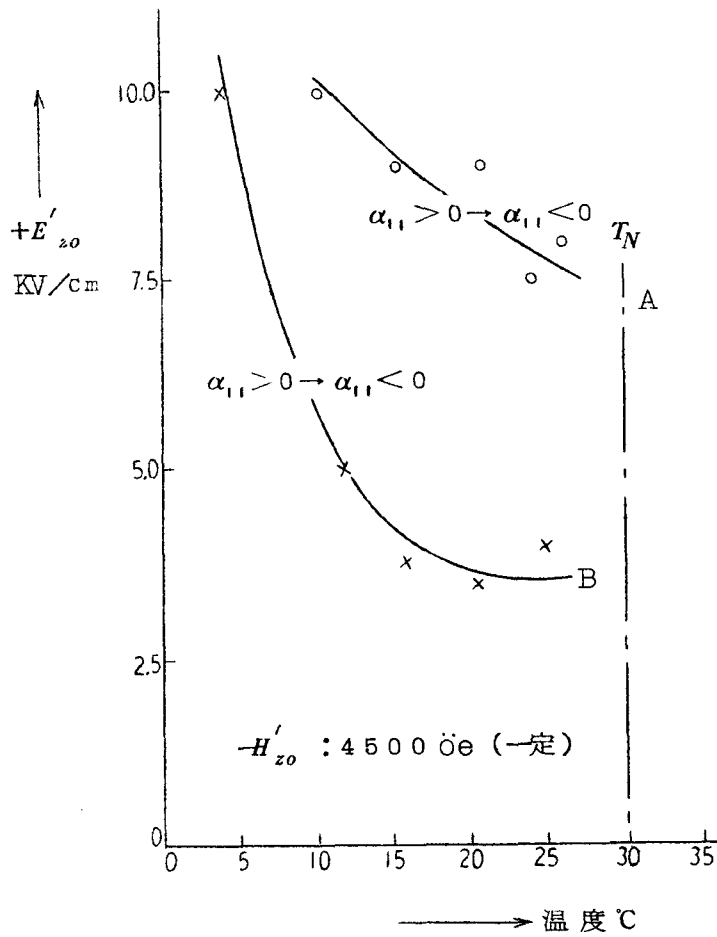
が得られる。それ故に Cr_2O_3 には次のエネルギー差。

$$F^+ - F^- = \Delta F = 2 \alpha_{ij} E_i H_j \quad (3-4)$$

が存在する。(3-4)式によると、 T_N 点以下で電界 E_i 、磁界 H_j を印加すると、 $\Delta F > 0$ の関係を満足するように α の符号が変わることを意味し、この作用は反強磁性体の domain のスイッチ作用⁽⁴⁵⁾⁽⁴⁶⁾と呼ばれている。

3-3 反強磁性体のスイッチ作用

試料に直流電界 ($E_i = E_{z_0}'$) と磁界 ($H_i = H_{z_0}'$) を T_N 点以下で印加し、 α_{11} の符号の反転を与える $E_{z_0}' H_{z_0}'$ 積の大きさが測定された。実験装置は第二章の図2-4に示された装置を用い、 $(ME)_H$ 効果の出力信号から、 α の符号が確かめられた。今 H_{z_0}' ($H_{z_0}' < 0$) を 4500 Oe に選び、 α_{11} の符号が正から負に変化するのに要した E_{z_0}' ($E_{z_0}' > 0$) の大きさを測定すると、図3-2に示されている様な結果が得られた。図中のA曲線は $H_{z_0}; 4000 \text{ Oe}$ 、 $E_{z_0}; +1.5 \text{ KV/cm}$ を印加して、 T_N 点以下に冷却 (Magnetoelectric Annealing) し、 α_{11} の符号を正に保った後、符号を変えるのに要した E_{z_0}' 、 H_{z_0}' の大きさを示す。又B曲線は $E_{z_0}; +750 \text{ V/cm}$ 、 $H_{z_0}; +600 \text{ Oe}$ で Magnetoelectric Annealing を行なった後、 α の符号を変えるのに要した E_{z_0}' 、 H_{z_0}' の大きさを示す。この二つの曲線から、 α_{11} の符号を変えるのに要する $E_{z_0}' H_{z_0}'$ 積は Magnetoelectric Annealing の際に用いられた E_{z_0} と H_{z_0} の積の大きさによって変化することが判る。更にこの実験で Domain のスイッチが行われた後の $\alpha_{11} \times E_{z_0}' \times H_{z_0}'$ 積は正になることが確



A : 33° → 22 °C, $H_{zo} : +4000 \text{ Oe}$, $E_{zo} : +1.5 \text{ KV/cm}$ (ME Annealing後)

B : 33° → 22 °C, $H_{zo} : +600 \text{ Oe}$, $E_{zo} : 0.75 \text{ KV/cm}$ (ME Annealing後)

図3-2 反強磁性体のdomainのスイッチ作用

かめられている。それゆえに、(3-4)式が実験的に証明された。又図3-2に示されている曲線は $\approx \exp \frac{1}{2.73+T}$ の形で表現され、低温になるに従い、 E_{z0}/H_{z0} 積は増加することになる。これらの結果はT.J.Martin, J.C.Anderson⁽⁴⁶⁾によって得られた結果とほぼ一致する。

3-4 Magnetolectric Annealing効果の実験的検討

(1) Magnetic Annealingの場合

結晶から切り出したばかりの試料(2-3-1節で述べた試料A)の α_{11} はMagnetic Annealingを行わずとも飽和値を示していた。しかしながら、 T_N 点以上(40℃)で磁界 H_{z0} のみを印加したまま、-20℃迄冷却し、その出力と符号を観測したのが図3-3に示されている。図中の番号は実験の行なわれた順を示している。同図で300 öe程度の磁界で α_{11} の符号が反転している。又 H_{z0} の符号と α_{11} の符号の関係は常に一定であった。

一方、 H_{z0} が零で冷却した場合は α_{11} の符号がたえず変化すると報告⁽⁵⁾されている。次に本試料の場合の実験結果について述べる。まず α_{11} の符号が負になる様に H_{z0} の方向を選び、Magnetic Annealingした後、一度 T_N 点に上げ、 H_{z0} を零のまま冷却し、 α_{11} の符号と大きさを調べた。その結果、 H_{z0} を1000 öe以上に選び冷却し、 H_{z0} 零で再び冷却すると、 α_{11} の符号は負でその大きさの変化はみられなかった。しかしながら H_{z0} を1000 öe以下に選び、冷却し、再び H_{z0} 零で冷却すると、 α_{11} の符号は負であったが、その大きさは±25%と変化した。次に α_{11} の符号が正になるように H_{z0} の符号を選びMagnetic Annealingした場合は、 H_{z0} を1000 öe以上を選んで冷却し、再び H_{z0} 零で冷却すると、 α_{11} の符号は正で、その大きさは-30%の変化が見られた。又 H_{z0} を1000 öe以下を選んで冷却し、再び H_{z0}

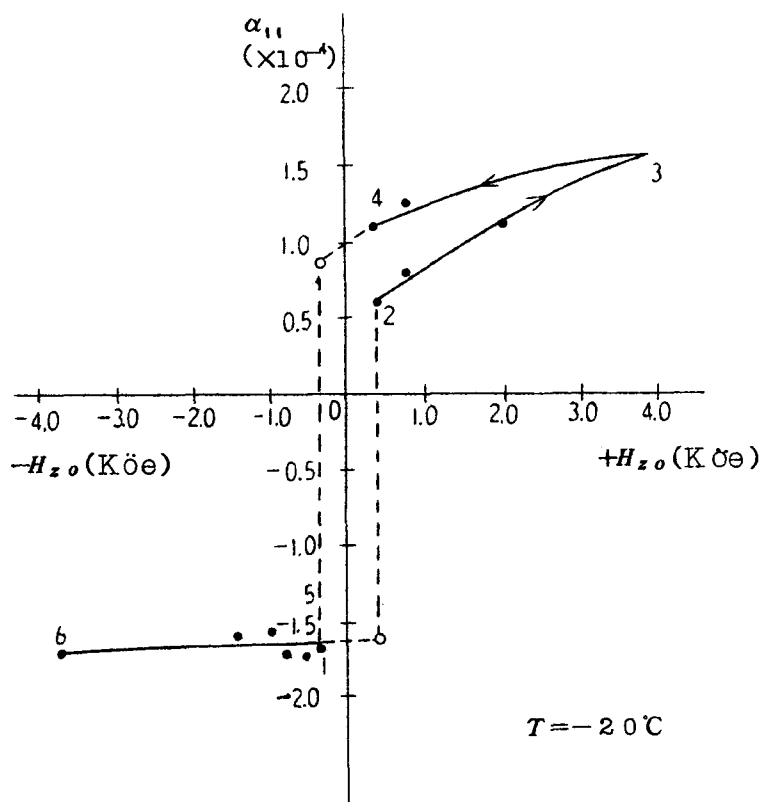


図 3 - 3 Magnetic Annealing 効果

を零で冷却すると、 α_{11} の符号は負となり、その大きさは急激に減少した。
 図 3 - 3 で、 $\alpha_{11} > 0$ の場合と $\alpha_{11} < 0$ の場合の α_{11} の大きさは、 H_{z0} が
 2000 öe 以下では非対称である。この理由は本試料では H_{z0} を零で冷却す
 ると、 $\alpha_{11} < 0$ となりやすいので、エネルギー的に $\alpha_{11} < 0$ の反強磁性体の
 domain を取りやすいことによるものと考えられる。おそらくこれは結晶作
 製の条件に左右されるものと思える。

同じ実験が2-3-1節で述べた $\alpha_{z'y'}$ に対して行なわれた。この場合、Magnetic Annealingに用いる磁界は y' 方向に加えられ、出力は z' 方向に取出されている。その結果が図3-4に示されている。図3-4は図3-3に較べて、複雑な曲線が得られている。この原因は $\alpha_{z'y'}$ は α_{11} と $\alpha_{\perp}$ の合成となるから、 H_{y0} により反強磁性体のdomainが複雑な動きをするためと考えられる。

この実験を単結晶の集合体と考えられる試料を用いて行なうと、 H_{z0} を増

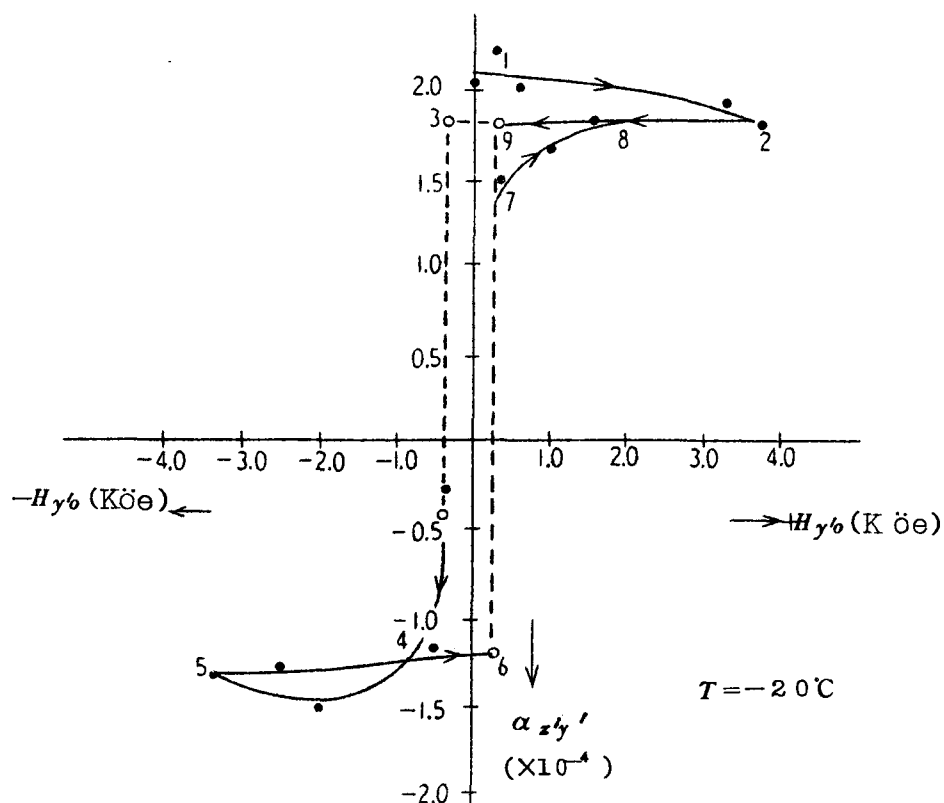


図3-4 Magnetic Annealing 効果

加するにつれて、 α_{zz} の大きさはかえって減少し、更に符号の変化は得られなかった。これはこの試料が二種類以上の反強磁性の domain をもつためであると考えられる。

(2) Magnetoelectric Annealing の場合

T_N 点以上で $E_i = E_{z0}$, $H_j = H_{z0}$ を試料に印加したまま冷却すれば、 T_N 点の非常に近傍で (3-4) 式が成立すると考えられる。この実験では E_{z0} , H_{z0} の符号の組合せにより、二組の実験が考えられる。一つは H_{z0} の符号に関係なく E_{z0} の符号を正に選ぶ場合である。そして他の一つは H_{z0} の符号に関係なく E_{z0} の符号を負に選ぶ場合である。今前者の実験を行なった結果が図 3-5 に示されている。この実験では E_{z0} は $+250 \text{ V/cm}$ の大きさで一定に保っている。その結果、非常に弱い磁界により、 α の符号が反転している。又 α_{11} のヒステリシスは図 3-3 に示された結果に較べて、角型に近くなり、 E_{z0} が反強磁性の domain に転移を与えることが判る。同じ実験を E_{z0} の符号を負に保って行なった結果が図 3-6 に示されている。この場合の E_{z0} の大きさは -2.5 KV/cm である。同図で α_{11} の符号を変えるのに要する E_{z0} , H_{z0} 積は図 3-5 に示された E_{z0} , H_{z0} 積に較べて 40 倍程大きい。又図 3-6 に示された H_{z0} の符号は図 3-3 に示された H_{z0} の符号と同一に選ばれている。今、図 3-3 で $\alpha_{11} > 0$ の場合を考える。 $\alpha_{11} > 0$ の domain は図 3-1 a 又は b のいずれかに属するはずである。この Domain を図 3-1 a と考える。一方、図 3-6 で示された結果では H_{z0} のみを印加し Magnetic Annealing すれば、 $\alpha_{11} > 0$ の符号が得られるはずである。しかしながら、 E_{z0} が加わったため、負の符号が得られている。これは電界により domain を図 3-1 a から b に転移させたことになる。すなわち、電界がスピンを 180° 反転させる作用をもつと考えられる。

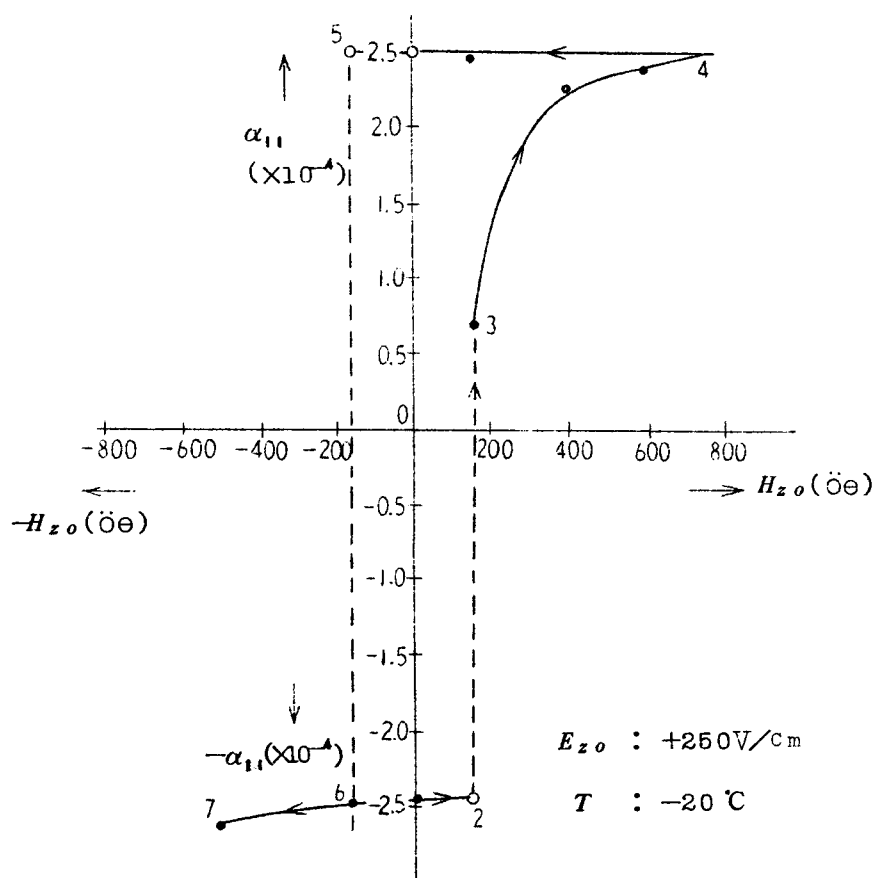


图 5 - 5 Magnetolectric Annealing 效果

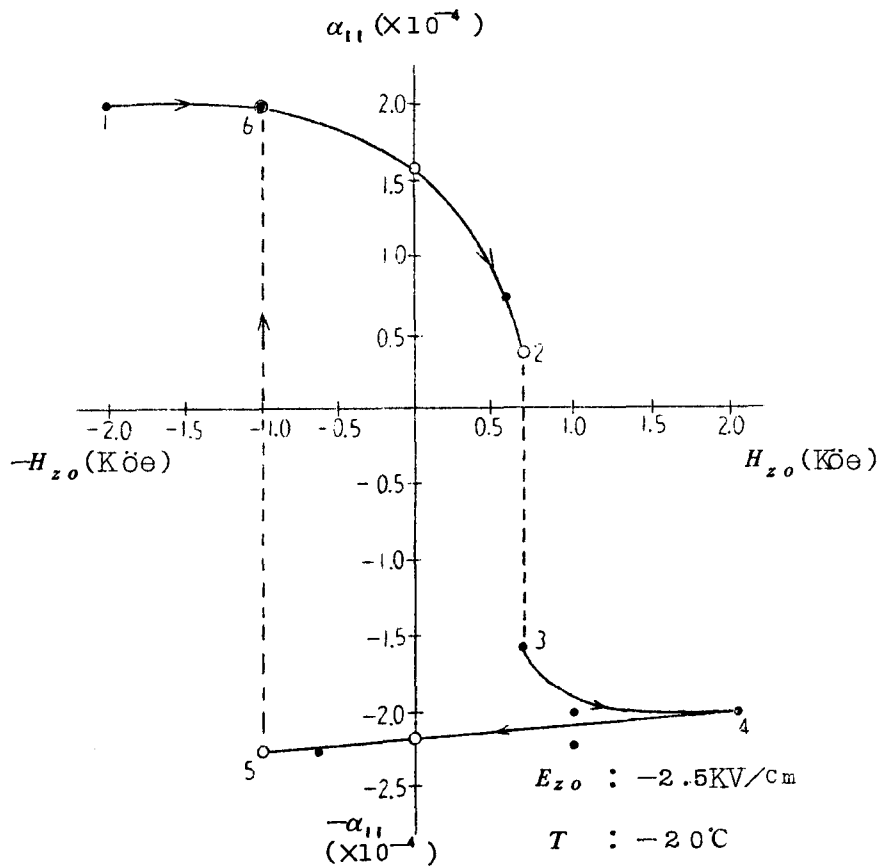


図3-6 Magnetolectric Annealing 効果

次に α_{11} の符号を変えるのに要する E_{z0} H_{z0} 積 [$E_{z0} \times H_{z0}$ の threshold value....(E_{z0} H_{z0})_{thre}] が E_{z0} , H_{z0} の大きさをパラメーターとして測定された. (E_{z0} H_{z0})_{thre} は T_N 点以上で, 推定出来ないから, 任意の大きさの E_{z0} , H_{z0} の値を選び, T_N 点以下で α_{11} の符号が反転した場合は○印を, 反転しない場合は×印をプロットしたものが図3-7に示されている. なおこの実験では H_{z0} のみによる符号の反転を避けるため, 図3-6に示さ

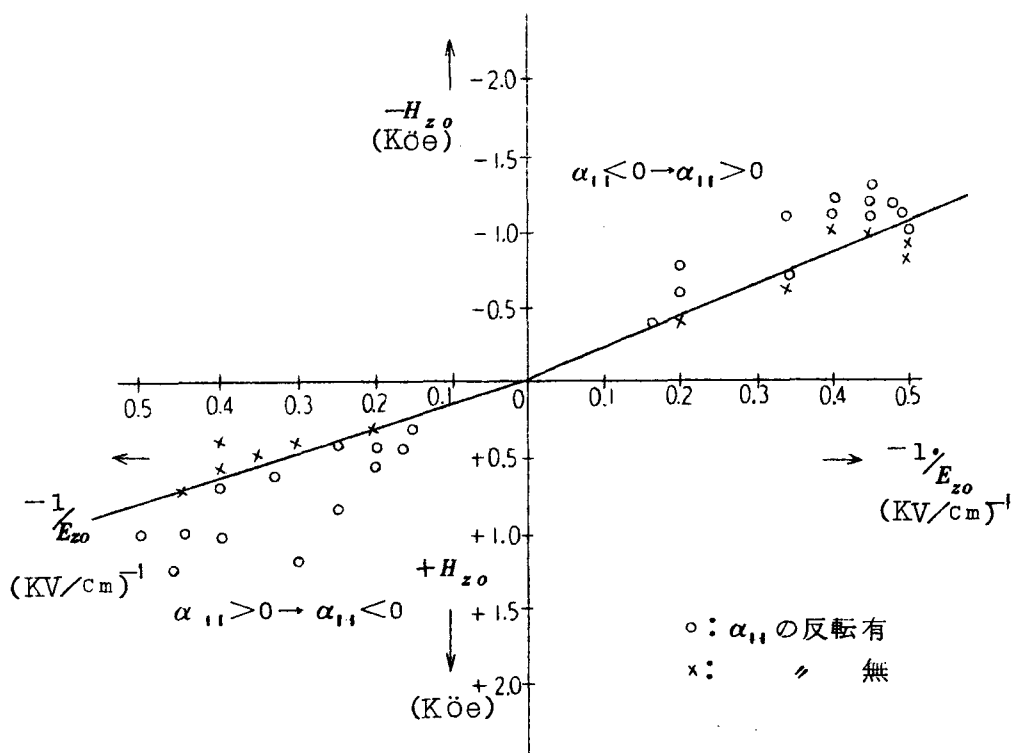


図 3-7 Threshold value に対する実験結果

れた E_{z0} の符号 ($E_{z0} < 0$) を選んでいる。図 3-7 で、 $(E_{z0}, H_{z0})_{thre}$ の値は、○印と ×印の境界に存在すると考えられるので、これを推定してプロット点を繋ぐと直線が得られる。それゆえに (3-4) 式がこの場合に対しても成立することになる。又これは図 3-5, 3-6 に示されるように $\alpha_{11} \times E_{z0} \times H_{z0}$ の値がすべて正になることから言える。

一方、同様な実験が $\alpha_{y'z'}$ に対して行なわれた。この場合、 y' 方向に磁界を加え、 z' 方向に電界が加えられた。その結果が図 3-8 に示されてい

る。図3-8に示されている結果は図3-5又は図3-6に示されている結果と類似している。しかしながら、 $\alpha_{z'y'} < 0$ の範囲においては、図3-4で示された曲線と同様に $H_{y'0}$ により、複雑な動作を示す。

次に単結晶に近いと思われる試料（2-3-1節で述べた試料D）を用いて、Magnetoelectric Annealing の実験を行なった結果が図3-9に示されている。この曲線は、T.J.Martin, J.C.Anderson⁽³⁵⁾によって得られた多結晶の結果と類似しているが、 H_{z0} および E_{z0} を零にしても、 α の値が零でない点が異なる。この原因はこの試料が多結晶でなくて、単結晶の

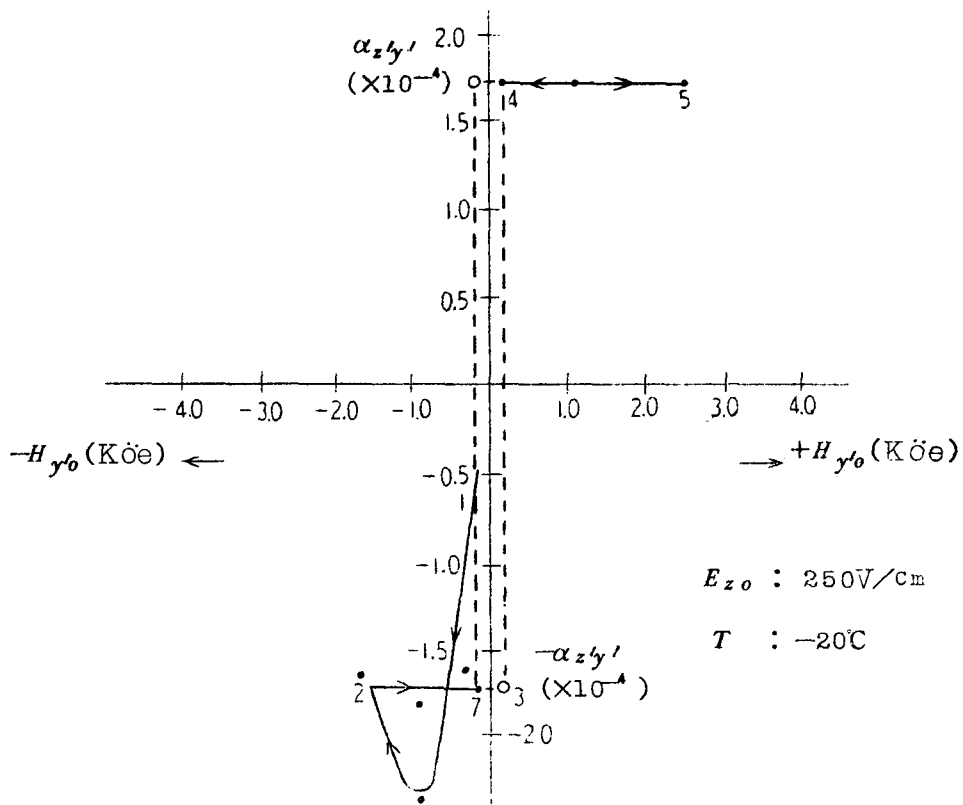


図3-8 Magnetoelectric Annealing 効果

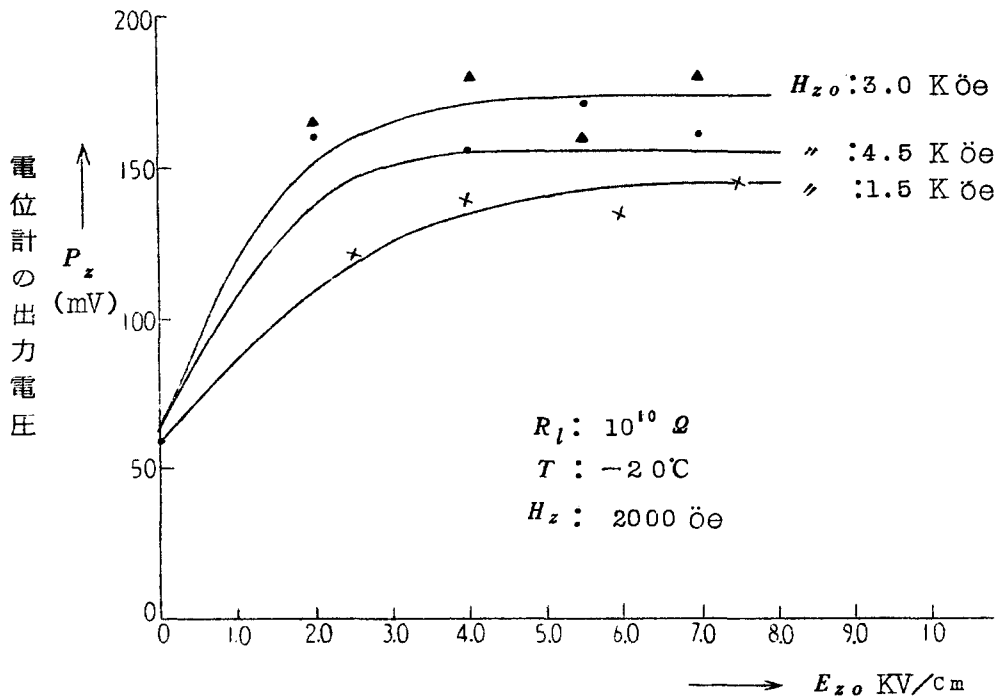


図 3 - 9 Magnetolectric Annealing 効果

集合体であることを意味する。なお、図 3 - 9 の縦軸は -20°C における (ME) $_H$ 効果の出力電圧を示している。

一方、電界のみを加えて、Annealing しても、 α の符号および大きさの変化は見られなかった。

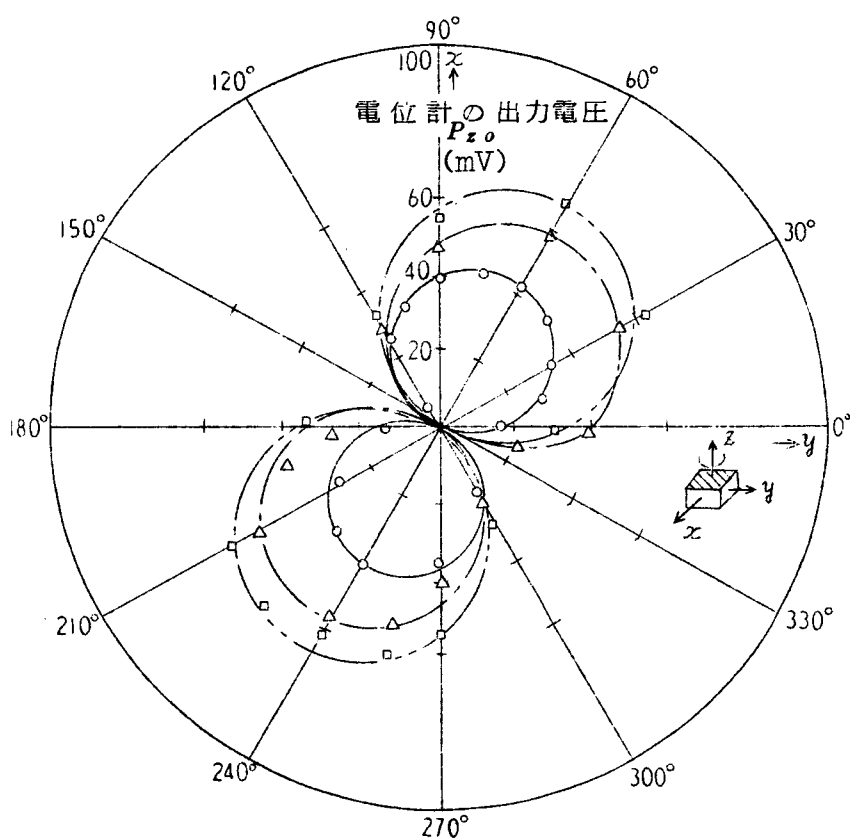
以上の結果から、試料に Magnetolectric Annealing を行なうと、 E_{i0} と H_{j0} の符号により、 α の符号は強性的に定まることが考えられる。一方、Magnetic Annealing の場合は、 H_{j0} の符号と α の符号の関係が試料によって一定でないと考えられる。この考え方によれば、多結晶体の Annealing は電界と磁界の両者を必要とし、磁界だけでは磁気誘電効果を現わ

さないという S.Shtrickman と D.Treves⁽¹³⁾ の結論をより明確にすることが出来る。

3-5 強電界-磁界に対する磁気誘電テンソルの影響

S.Shtrickman, D.Treves⁽¹³⁾ は電界を z 方向に選び、磁界を y 方向に選んで、 Cr_2O_3 の多結晶体の Magnetoelectric Annealing 効果の実験を行なった。そして α_{zy} の値が測定された。この事実は単結晶でも、 E_{i_0} と H_{j_0} の方向を変えることにより、 α の異方性を変化することを意味する。これを確かめるため、2-3-1 節で述べた試料 A を用いて、電界 E_{i_0} を z 方向に、磁界 H_{j_0} を y 方向に印加して実験が行なわれた。この実験では α の 360° 方向の大きさを知るため、磁極を固定し、試料を回転出来るように工夫した。図 3-10 に、電極を (111) に取りつけ、 z 軸を軸として回転し、 $x \sim y$ 方向に磁界を印加して得られた $(ME)_H$ 効果の出力電圧が示されている。この場合の α テンソルは Nondiagonal となり $\alpha_{z\theta}$ であらわされる。図の A 曲線は Annealing を行なわない場合である。B 曲線は y 方向に H_{y_0} を加え、Magnetic Annealing をした後の出力電圧である。曲線 C は E_{z_0} ; 1KV/cm, H_{y_0} : 4000 öe を用いて、Magnetoelectric Annealing をした後の出力電圧である。いずれも測定した温度は -20°C で、 H_θ の大きさは 2000 öe である。この図から判断すると、Annealing 後の $\alpha_{z\theta}$ は全体に増加する傾向があるが、 y 方向に傾く傾向もみられる。これは α テンソルが Annealing 電磁界の方向を変えることによって、変化するためであると考えられる。

次にこの結果をより明確にするため、G.T.Rado⁽¹⁰⁾ によって行なわれた C 軸に垂直方向 (y 方向) に強い磁界 (6000 öe 以上) を印加する Magnetic Annealing の実験が試みられた。図 3-11 はこの実験結果を示し



A, ○ : Annealing 無し

B, △ : y 方向に $H_{y0} : 4000 \text{ Oe}$ Annealing

C, □ : $H_{y0} : 4000 \text{ Oe}$, $E_{y0} : 1 \text{ KV/cm}$ Annealing

T : -20°C , $H_\theta = 2000 \text{ Oe}$

図 5-10 $\alpha_{z\theta}$ の Magnetoelectric Annealing 効果

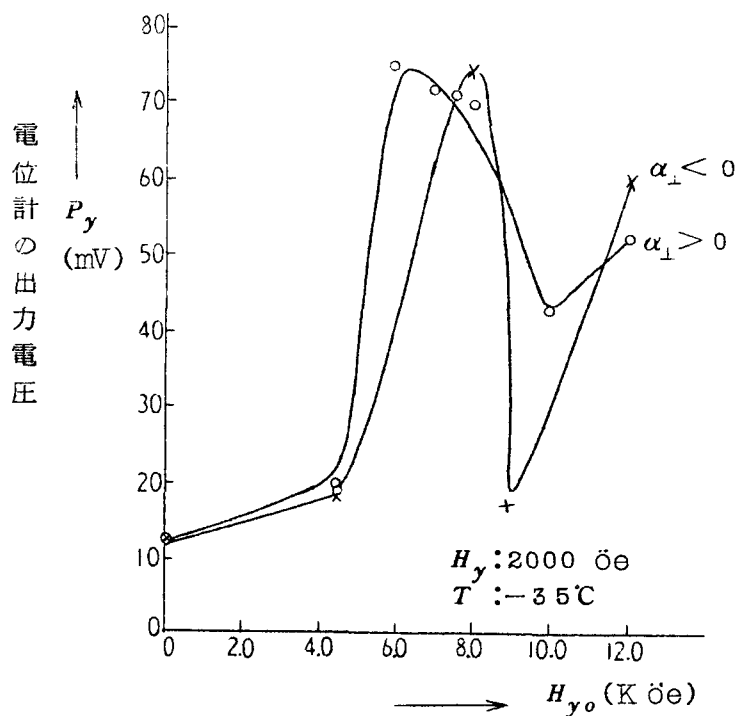


図 3 - 1 1 H_{y0} による $\alpha_{\perp}$ の変化

ている。同図は Annealing 磁界 H_{y0} に対する -20°C における $\alpha_{\perp}$ の大きさが、 $(ME)_H$ 効果の出力電圧で示されている。 H_{y0} の大きさに対する $\alpha_{\perp}$ の大きさの変化はある値の H_{y0} で減少し、再び増加する。この傾向は $\alpha_{\perp} > 0$ と $\alpha_{\perp} < 0$ のいずれの場合においても見られる。今、 $H_{y0}: 6000 \text{ oe}$ で Magnetic Annealing した試料における $\alpha_{\perp}$ の温度特性を測定した後、電極を入換えて、 $\alpha_{\parallel}$ の温度特性を調べると、図 3 - 1 2 に示されるような特性が得られた。同図で $\alpha_{\parallel}$ の温度特性は $\alpha_{\perp}$ と類似の曲線が得られている。又その大きさはかなり減少している。この結果は、この強い Magnetic Ann-

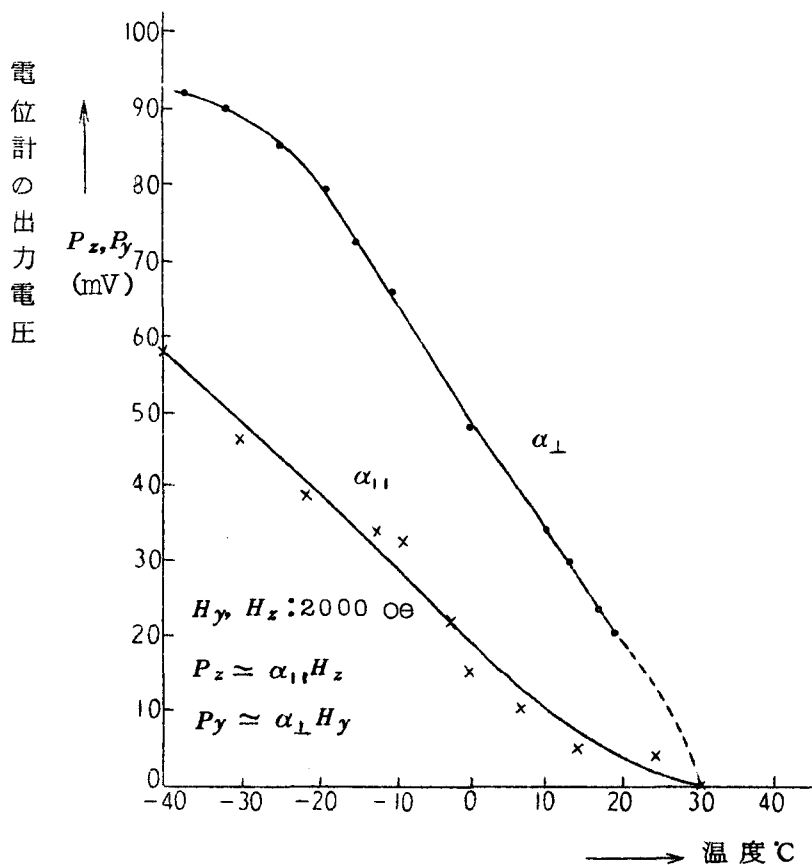


図 3-12 Magnetic Annealing 後の $\alpha_{||}$, $\alpha_{\perp}$ の温度特性

ealing による α の異方性の変化は $\sqrt{\alpha_{xx}^2 + \alpha_{yy}^2 + \alpha_{zz}^2} = \text{一定}$ の条件を満足する様になると考えられる。

3-6 結 言

これらの実験結果と (3-1) 式から考えると、本質的に磁気誘電係数 α は二つの符号をもつと考えられる。この考え方は T.H. Odell⁽²²⁾ によって試

みられた YIG の磁気誘電係数がバイアス電界，磁界の符号によって変わるという事実でも説明できる。

一方，Magnetoelectric Annealing 効果の実験結果から，比較的弱い電界で反強磁性体の domain の転移が生じることが判った。この事実は， T_N 点附近に強い磁性と誘電性の結合現象があることを意味する。そしてこれは T_N 点附近で磁界による誘電率の変化を見出した H.B.Lal⁽⁴⁷⁾ の報告を裏づけるものがある。又強い Annealing 磁界により α の異方性が変化する事実は今後より定量的なデータでもって更に明らかにされる必要がある。

第四章 磁気誘電素子の回路論的 取扱い (48) ~ (55)

4-1 緒 言

磁気誘電係数 α のもつ意味をより工学的な面から，考察するために，本章では磁気誘電素子を一つの回路素子として取扱い，その等価回路が導出されている．そしてこの結果は，B.D.H. Tellegen⁽³⁶⁾によって提案されたアイデアルジャイレータを構成する基礎を与えている．

一方，この解析で得られた回路動作を利用して，磁気誘電係数 α の測定が行なわれ，この測定法が余分な電磁および静電結合が避けられる点，並びに $(ME)_E$ 効果における α の値の算出が容易である等の特長をもつことが明らかにされている．

次にこの等価回路を利用して，過渡解が論じられ，この回路が容量とインダクタンスの結合回路として働くことが明らかにされている．又適当な中和回路を接続して，アイソレータが構成され，このアイソレータが従来のホール素子や磁電歪結合素子で構成されたアイソレータに較べて種々な利点をもつことが明らかにされている．更に接続を変えることにより，梯子型回路並びに分布定数線路の伝送特性が論じられ，その結果が新しい伝送特性を示すことも明らかにしている．

4-2 等 価 回 路

磁気誘電効果を現わす基本式は，異方性を無視すると，

$$D = \epsilon_s \epsilon_0 E + \alpha H \quad (4-1)$$

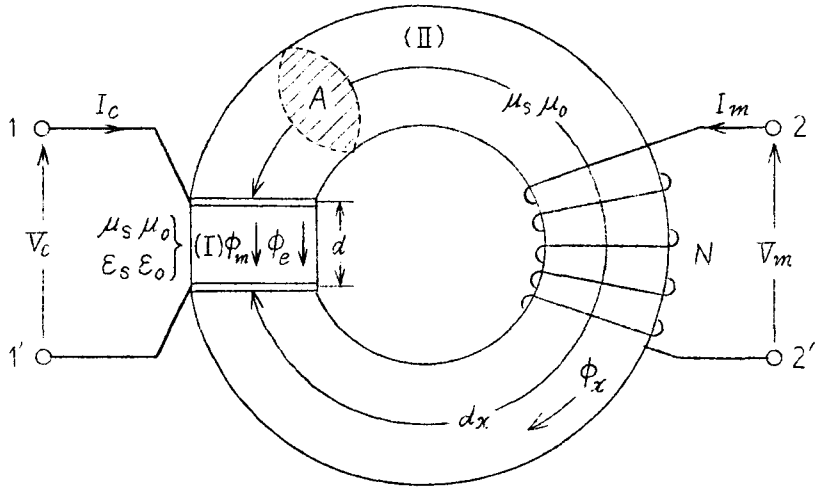
$$B = \mu_s \mu_0 H + \alpha E \quad (4-2)$$

で与えられる．今この素子を厚さ d ，断面積 A のコンデンサと考える．

(4 - 1) 式から電荷 Q は

$$Q = DA = \epsilon_s \epsilon_o E A + \alpha H A \quad (4 - 3)$$

で与えられる。



N : コイルの巻数

d_x : コアの平均磁路長

図 4 - 1 等価回路を考慮するために仮定された電気回路

図 4 - 1 に示される如く、この素子と同一断面積をもつ磁気コア〔Ⅱ〕を配置し、 ME 素子〔Ⅰ〕から発生する磁束 ϕ_e がすべてコアを貫通するものとする。全磁束 ϕ は (4 - 2) 式を用いて、

$$\phi = \mu_s \mu_o H A + \alpha E A = \phi_m + \phi_e \quad (4 - 4)$$

で与えられる。 ϕ_e は $(ME)_E$ 効果によって生ずる磁束である。この素子の両端の磁位差を $\mathcal{Q}$ とすると、 $\mathcal{Q}$ は

$$H = \frac{\mathcal{Q}}{d} \quad (4-5)$$

で関係づけられる。

素子の磁気抵抗 $\mathcal{R}$ は $\mathcal{R} = \frac{d}{\mu_s \mu_o A}$ で与えられるから、(4-4)、(4-

5)式を用いると、

$$\phi = H \frac{d}{\mathcal{R}} + \phi_e = \frac{\mathcal{Q}}{\mathcal{R}} + \phi_e \quad (4-6)$$

が得られる。

一方、この回路の磁気回路は図4-2の如く示される。図において、

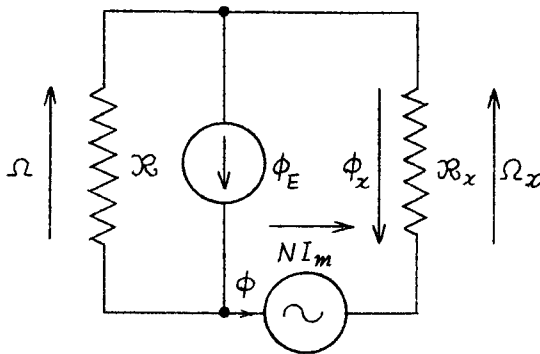


図4-2 磁気回路

$$\phi + \phi_x = 0, \quad \mathcal{Q}_x = \phi_x \mathcal{R}_x,$$

$$\mathcal{Q} = N I_m + \mathcal{Q}_x \quad (4-7)$$

が得られる。(4-6)、

(4-7)式から、

$$\mathcal{Q}_x = - \frac{(\phi_e \mathcal{R} + N I_m)}{\mathcal{R} + \mathcal{R}_x} \mathcal{R}_x, \quad (4-8)$$

$$\mathcal{Q} = \frac{(N I_m - \phi_e \mathcal{R}_x)}{\mathcal{R} + \mathcal{R}_x} \mathcal{R}$$

$$(4-9)$$

が得られる。(4-4)～(4-8)式を用いると、

$$\phi = - \phi_x = \frac{N I_m + \alpha E A \mathcal{R}}{\mathcal{R} + \mathcal{R}_x} \quad (4-10)$$

が得られる。

次にこの素子を普通材料と見なした時に電流 I_m のみによって生じる磁束を ϕ_o とすると、 $\phi_o = \frac{N I_m}{\mathcal{R} + \mathcal{R}_x}$ で与えられる。それゆえに、コイル

のインダクタンス L は

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R} + \mathfrak{R}_x} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}(1+k)}, \quad (4-11)$$

$$\text{ただし } k = \frac{\mathfrak{R}_x}{\mathfrak{R}}$$

で与えられる。

一方、 $E = \frac{V_c}{d}$ の関係があるから、(4-10)式と(4-11)式を用いて、

$$\phi = \frac{L}{N} I_m + \frac{\alpha A}{(1+k)d} V_c \quad (4-12)$$

が得られる。

次に(4-3)式に $C_o = \frac{\varepsilon_s \varepsilon_o A}{d}$ の関係を代入すると、 Q は

$$Q = C_o V_c + \alpha H A \quad (4-13)$$

となる。(4-5)、(4-9)式から H は

$$H = \frac{1}{(1+k)d} \left\{ N I_m - \frac{\alpha A}{(1+k)d} \frac{N^2}{L} k V_c \right\} \quad (4-14)$$

となる。(4-14)式を(4-13)式に代入すると、 Q は

$$Q = \left\{ C_o - \left[\frac{\alpha A N}{(1+k)d} \right]^2 \frac{k}{L} \right\} V_c + \frac{\alpha A N}{(1+k)d} I_m \quad (4-15)$$

で与えられる。

ここで、

$$\tau_o = \frac{\alpha A}{(1+k)d}, \quad C = C_o - (\tau_o N)^2 \frac{k}{L}$$

とおくと、(4-12)、(4-15)式は

$$\phi = \frac{L}{N} I_m + \tau_o V_c, \quad (4-16)$$

$$Q = C V_c + \tau_o N I_m. \quad (4-17)$$

又は

$$V_m = N \frac{d\phi}{dt} = L \frac{dI_m}{dt} + \tau_N \frac{dV_c}{dt} , \quad (4-18)$$

$$I_c = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV_c}{dt} + \tau_N \frac{dI_m}{dt} , \quad (4-19)$$

ただし $\tau_N = \tau_N$

となる。

(4-18) と (4-19) 式は磁気誘電素子を含む回路の基本式である。
この回路を単純化して描くと図4-3の如く示される。

次にこの回路において電力の保存則をあらわす関係式、

$$\frac{1}{2} \text{Real} (V_c I_c^*) + \frac{1}{2} \text{Real} (V_m I_m^*)$$

の値を (4-18) (4-19)

式を代入して求めると零となる。

それゆえにこの回路においても電力の保存則は成立する。

これを現象的に考えると次の様になる。まず ME 素子に V_c が加わると、 $(ME)_E$ 効果によって磁束が生じる。この磁束によってコイルに電圧 V_m が生じる。コイル

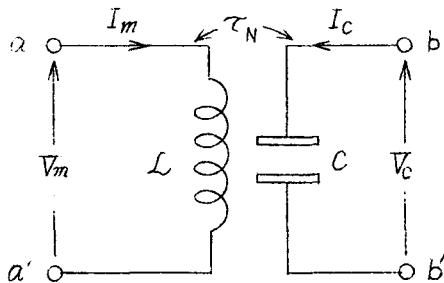


図4-3 単純化された回路

に負荷をつなぐと、 I_m が流れ、 I_m によって H が生じ ME 素子に加わる。

そのためにこの H により $(ME)_E$ 効果が生じ電荷が発生するが、この電荷と異符号の電荷が電源から供給され、電力が運ばれる。

4-3 回路的動作を考慮した磁気誘電係数の測定

(1) 理 論

図4-3において、端子 $a a'$ に電源を置き、端子 $b b'$ を開放した状態を考えると、(4-18)、(4-19)式から、

$$V_c = \frac{-\tau_N}{LC - (\tau_N)^2} \int V_m dt \quad (4-20)$$

が得られる。(4-20)式はこの場合の回路動作が積分回路として働くことを意味する。又この回路動作は τ_N が存在しないと行えない動作である。それゆえにこの回路動作を用いれば $(ME)_H$ 効果の α_{em} の値が測定されることになる。(4-17)式で $\epsilon = 0$ とおくと、この場合の α_{em} は

$$\alpha_{em} = - \frac{CV_c(1+k)d}{NI_m A} \quad (4-21)$$

で与えられる。現在の磁気誘電効果素子では $C_o \gg (\tau_N)^2 \frac{k}{L}$ 、すなわち、
 $\mu_s \mu_o \epsilon_s \epsilon_o \gg \frac{\alpha^2 k}{(1+k)}$ と近似出来るから、(4-21)式は

$$\alpha_{em} = - \frac{C_o V_c (1+k)d}{NI_m A} \quad (4-22)$$

となる。(4-22)式は(4-14)式の第二項(V_c の存在で生ずる H)を無視すると、二章の(2-4)式と一致する。

次に図4-3で端子 $b b'$ に電源を置き、端子 $a a'$ を開放すると、(4-18)、(4-19)式から、

$$V_m = \tau_N \frac{dV_c}{dt} \quad (4-23)$$

が得られる。(4-23)式はこの回路動作が微分回路として働くことを意味する。この回路動作も τ_N が零なら、行えない動作である。それゆえにこ

の回路動作を利用すると $(ME)_E$ 効果の α_{me} の値が測定される(4-23)式から、この場合の α_{me} は

$$\alpha_{me} = \frac{V_m(1+k)d}{NA \frac{dV_c}{dt}} \quad (4-24)$$

で与えられる。

(2) 実験結果

図4-1に示された回路を測定回路として用いるため、フェライトコア(寸法、60×40×12mm)を用いて磁気回路が構成された。そしてコアのギャップ5mmに素子を挿入した。その装置の概略が図4-4に示されている。なおコイルのターン数 N は200で、このコイルに電流150mA流すと、コアのギャップに80Oeの磁界が得られる。

この実験では、積分および微分回路動作を利用するので、パルス状の電圧又は電流を用いた方が都合が良い。

この方法はO'dell⁽¹⁶⁾・⁽¹⁹⁾によって提案された実験方法と類似する。この場合、パルス状の電磁界を用いる関係上、高い周波数成分の電磁界の損出を避ける必要がある。それゆえに本装置の電極および静電シールドに0.1mm径のエナメル線を数100本帯状に並べたものが用いられた。又出力電圧はシンクロスコープ(バンド巾、DC~1MHz±3db, 最大感度、100μV/cm)を用いて観測された。更に出力電圧の温度依存性を知るため装置全体がサーモエレメントで冷却する様に工夫されている。

この実験では、出力の増加を図る目的で、試料の体積がなるべく大なることが望ましい。そのため2-3-1節で用いた試料 D を用いた。この試料の断面積 A は0.6×0.6cmで、厚さ d は0.2cm、 $C_0 \approx 1.2$ PFである。又 α の値は Magnetolectric annealing によって十分飽和させている。

(i) $(ME)_H$ 効果の場合

この効果の確認にはパルス状の磁界が試料に加えられた。この場合パルス巾は出力側の時定数より短く選ぶ必要がある。本装置ではシンクロスコープの入力インピーダンスは $10\text{ M}\Omega$ で、出力回路の分布容量は 19.5 PF である。それゆえに時定数は 0.2 m sec である。図4-5はこの実験で得られた出力波形の一例が示されており、入力電流 $I_m = 80\text{ mA}$ ($H_z = 4200\text{ G}$, パルス巾 $35\text{ }\mu\text{ sec}$) で出力 -10 mV が -20°C で得られた。又パルス磁界の立上りから考えると、 α は 200 KHz 迄応答することが判る。(4-22)式又は(2-4)式から α_{em} の値を求めると、 $\alpha_{zz(em)} = +5.11 \times 10^{-4} (\text{sec/cm})_c$ の値が得られた。

一方、正弦波状の一定電流を用い、この回路の周波数特性を、負荷抵抗 R_L を変えて測定した結果が図4-6に示されている。同図で、 10^3 Hz において、入力電流 $I_m = 20\text{ mA}$ を流して、得られた出力電圧 1.37 mV が 0 db と定められている。又図中の点線は $+35^\circ\text{C}$ で測定した場合の余分な結合信

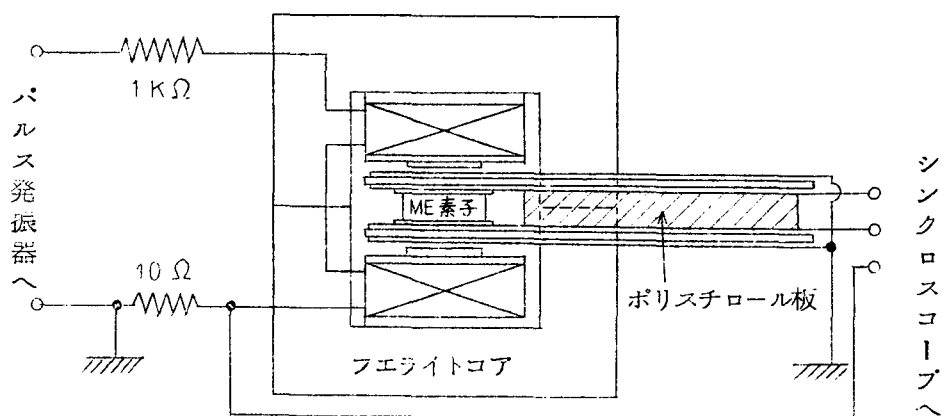
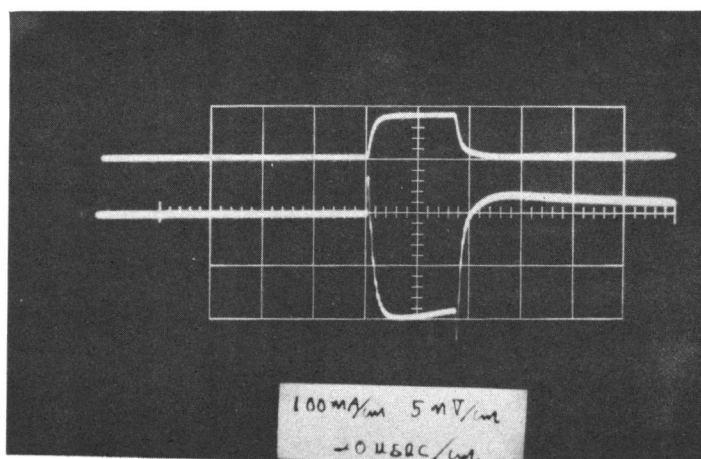


図4-4 実験装置



$R_L : 10 M\Omega, \quad T : -20^\circ C$

上：入力電流波形，縦軸：100 mA/cm，横軸：20 μ sec/cm

下：出力電圧波形，縦軸：5 mV/cm，横軸：20 μ sec/cm

図 4-5 パルス状磁界による $(ME)_H$ 効果の出力波形

号の大きさを示している。図 4-6 に示されている周波数特性から判断すると、低い周波数で α の値を測定する場合は、測定器の入力インピーダンスに注意を払う必要があることが判る。又この特性は (4-18), (4-19) 式から得られる関係 $V_c = \frac{\omega T N R_L}{\sqrt{1 + (\omega C R_L)^2}} I_m$ で説明出来る、

(ii) $(ME)_E$ 効果の場合

この場合、微分回路として働くから、入力電圧としてランプ状の波形を印加すれば、出力電圧はパルス状の波形となる。そのため出力側のコイルに自由振動が生じるので、数 $K\Omega$ の抵抗がコイルに並列に加えられ、この振動が押えられた。図 4-7 にこの実験で得られた出力電圧の波形の一例が示されており V_c : 0 ~ 480 V ($E_z = 0 \sim 2.4 \text{ KV/cm}$) , ランプパルス巾 10 μ sec で、出力

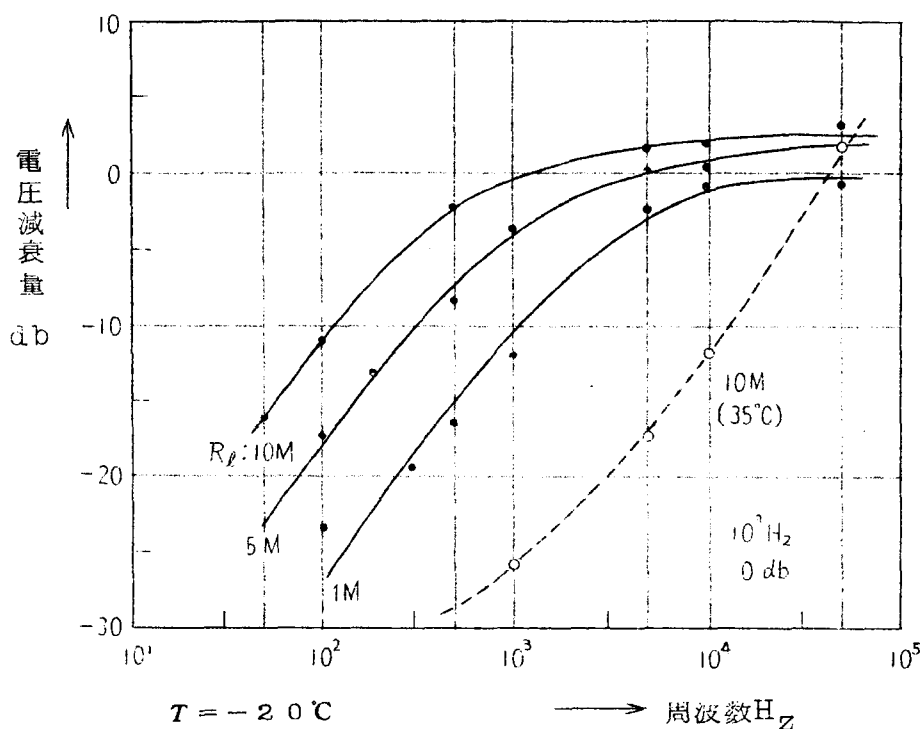
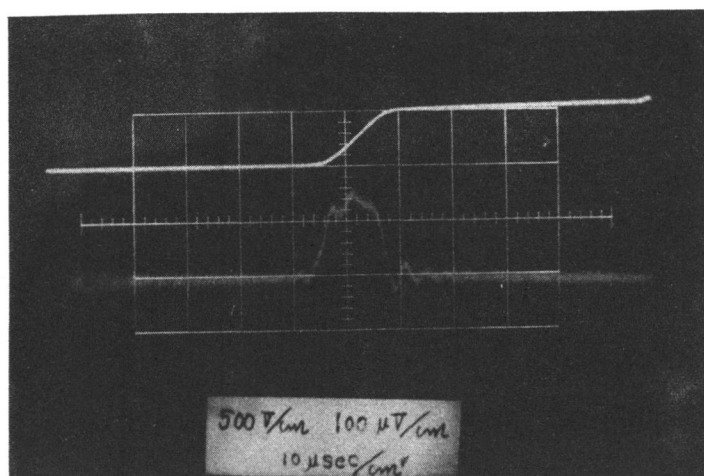


図 4-6 一定入力電流による出力電圧の
周波数特性

$140 \mu\text{V} \pm 10\%$ が -20°C で得られる。この結果を用いて、(4-24) 式から、 α_{me} の値を求めるには k の値を定める必要がある。 $\text{Cr}_2\text{O}_3\text{-Al}_2\text{O}_3$ の透磁率は反強磁性体なので、 $\mu_s \approx 1$ と考えられる。そのため試料中の磁気抵抗は空気中と同様に取り扱うことが出来る。それゆえにコアのギャップ 3 mm を考慮すると $k \approx \frac{dx}{d} = 1.5$ と算出できる。この値を用いて α_{me} を求めると、 $\alpha_{zz(me)} = +6.08 \times 10^{-4} (\text{sec/C}_{\text{cm}})c$ の値が得られた。この値は $(ME)_H$ 効果の $\alpha_{zz(em)}$ の値と測定誤差の範囲で一致する。

次にこの出力電圧が磁気誘電効果であることを更に確かめるため、 $(ME)_H$,

$(ME)_E$ 両効果の温度特性が出力電圧でプロットされたのが図 4-8 に示



$R_l : 10 \text{ K}\Omega$ $T : -20^\circ\text{C}$

上：入力電圧波形，縦 軸：500V/cm，横 軸：10 $\mu\text{sec}/\text{cm}$

下：出力電圧波形，縦 軸：100 $\mu\text{V}/\text{cm}$ ，横 軸：10 $\mu\text{sec}/\text{cm}$

図 4-7 ランプ状電圧による $(ME)_E$

効果の出力波形

されている。同図で両効果の出力電圧が同様な温度特性を示すことが判る。

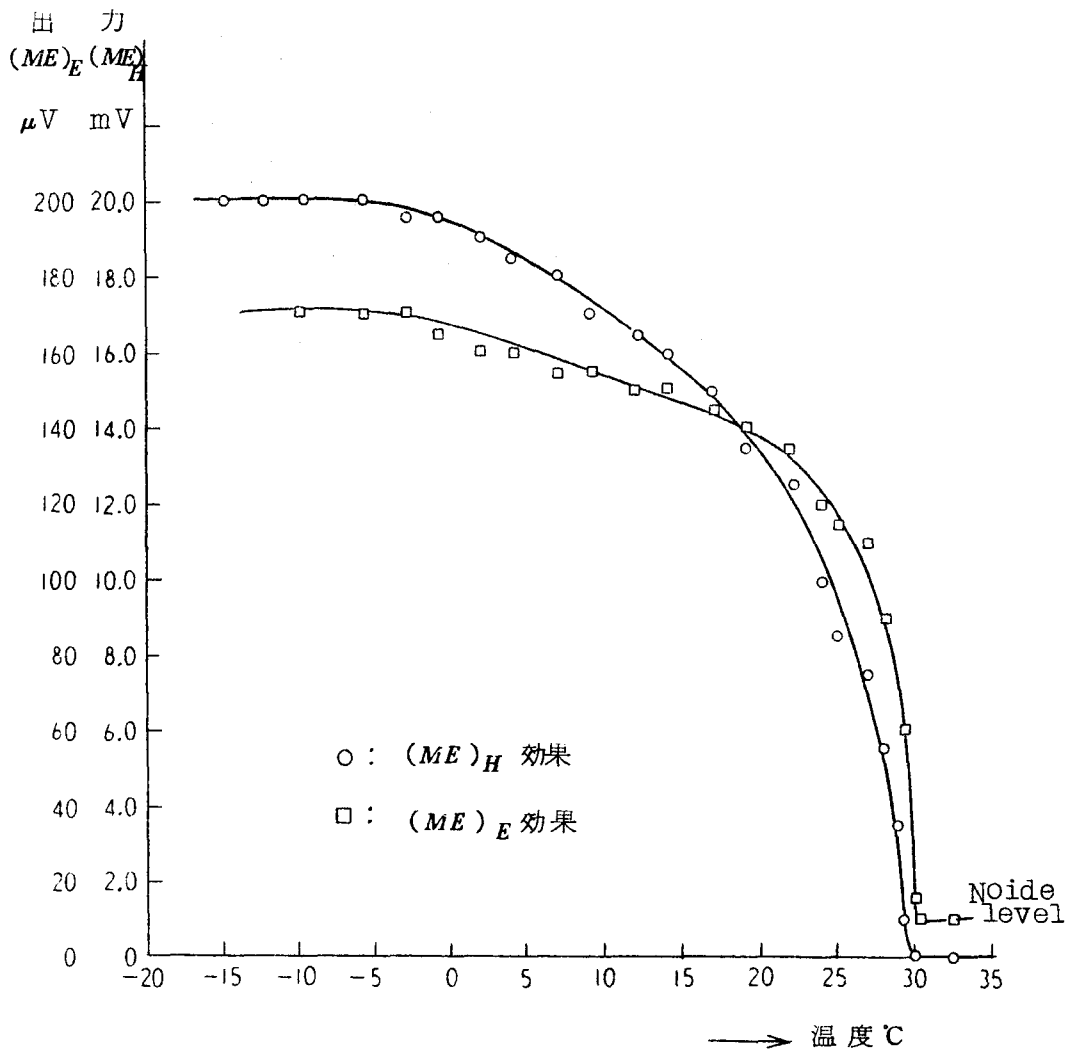
4-4 磁気誘電効果を含む回路の過渡解

図 4-9 に示される如く，磁気誘電効果を含む回路の一次，二次側に抵抗 R_1 , R_2 を加え，電源を接続した場合の回路を基本として，この回路の過渡解を求める。同図で，

$$V_c = E_1 - R_1 I_c, \quad V_m = E_2 - R_2 I_m \quad (4-25)$$

の関係が得られる。(4-25) 式を (4-18), (4-19) 式に代入すると，

$$L = \frac{d I_m}{d t} - \tau_N R_1 \frac{d I_c}{d t} = E_2 - R_2 I_m, \quad (4-26)$$



○印, $(ME)_H$: 入力磁界, 50 öe (50 μsec)

□印, $(ME)_E$: 入力電界, 0~500 V (10 μsec)

図 4-8 $(ME)_E$, $(ME)_H$ 効果の出力電圧の温度依存性

$$\tau_N \frac{d I_m}{d t} - C R_1 \frac{d I_c}{d t} = I_c . \quad (4-27)$$

が得られる。

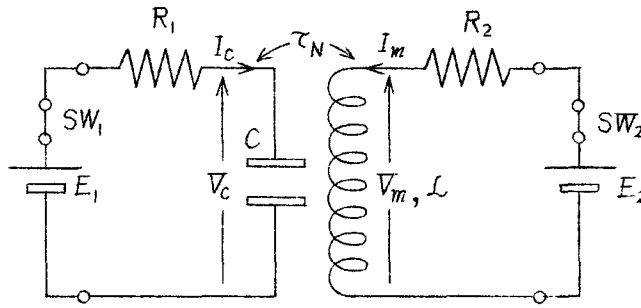


図 4-9 過渡解を考慮するために用いられた回路

(4-26), (4-27) 式から, I_c , I_m 各々単独な式を求めると,

$$R_1 (LC - \tau_N^2) \frac{d^2 I_c}{d t^2} + (L + C R_1 R_2) \frac{d I_c}{d t} + R_2 I_c = 0 , \quad (4-28)$$

$$R_1 (LC - \tau_N^2) \frac{d^2 I_m}{d t^2} + (L + C R_1 R_2) \frac{d I_m}{d t} + R_2 I_m = E_2 . \quad (4-29)$$

が得られる。

(i) 容量側に電源を持つ場合

$E_2 = 0$ とし, E_1 なる電源で S を閉じた場合を考える。

(4-29) 式の一様解は

$$I_c = e^{-at} [K_1 e^{\sqrt{a^2 - b^2} t} + K_2 e^{-\sqrt{a^2 - b^2} t}] , \quad (4-30)$$

ただし,

$$a = \frac{L + C R_1 R_2}{2 R_1 (LC - \tau_N^2)}, \quad b^2 = \frac{R_2}{R_1 (LC - \tau_N^2)}$$

となる. $t = 0$ における初期条件は

$$I_c = \frac{E_1}{R_1}, \quad \frac{dI_c}{dt} = \frac{-L E_1}{R_1^2 (LC - \tau_N^2)}$$

で与えられるから, (4-30) 式から K_1, K_2 を求めると,

$$I_c = \frac{E_1}{R_1} e^{-\frac{\dot{L}}{2R_1\overline{LC}}t} \left[\cosh \frac{L'}{2R_1\overline{LC}}t - \frac{\overline{L}}{L'} \sinh \frac{L'}{2R_1\overline{LC}}t \right], \quad (4-31)$$

ただし, $\overline{LC} = LC - \tau_N^2$, $\dot{L} = L + C R_1 R_2$, $\overline{L} = L - C R_1 R_2$,

$$L' = \sqrt{\overline{L}^2 + 4 R_1 R_2 \tau_N^2}$$

となる. (4-31) 式の特別な場合として,

$$I_c \Big|_{R_2=0} = \frac{E_1}{R_1} e^{-\frac{L}{R_1(LC - \tau_N^2)}t}, \quad (4-32)$$

$$I_c \Big|_{R_2 \rightarrow \infty} = \frac{E_1}{R_1} e^{-\frac{1}{C R_1}t}. \quad (4-33)$$

が得られる.

同じく I_m を $t = 0$ で $I_m = 0$, $\frac{dI_m}{dt} = \frac{-\tau_N E_1}{R_1 (LC - \tau_N^2)}$ なる初期条件を用いて, 求めると,

$$I_m = -\frac{2\tau_N}{L'} E_1 e^{-\frac{\dot{L}}{2R_1\overline{LC}}t} \sinh \frac{L'}{2R_1\overline{LC}}t \quad (4-44)$$

を得る.

(4-44) 式の特別な場合として,

$$I_m \Big|_{R_2=0} = \frac{-\tau_N}{L} E_1 (1 - e^{-\frac{L}{R_1\overline{LC}}t}), \quad (4-45)$$

$$I_m \Big|_{R_2 \rightarrow \infty} = 0, \quad V_m = \frac{\tau_N}{CR_1} E_1 e^{-\frac{t}{CR_1}} \quad (4-46)$$

が与えられる。(4-31), (4-44)式から, 一次側がCR充電回路として, 二次側がLR回路として働き, 一次と二次は相互インダクタンス, キャパシタンス係数で結びつくような回路動作を示すことが判る。

(ii) インダクタンス側に電源を持つ場合

$E_1 = 0$ において, (4-29)式から,

$$I_m = \frac{E_2}{R_2} + e^{-at} \left[K_3 e^{\sqrt{a^2 - b^2} t} + K_4 e^{-\sqrt{a^2 - b^2} t} \right] \quad (4-47)$$

が得られる。 $t = 0$ で $I_m = 0$, $\frac{dI_m}{dt} = \frac{CE_2}{LC - \tau_N^2}$ を用いて, K_3, K_4 を求めると,

$$I_m = \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_2}{R_2 L'} e^{-\frac{L}{2R_1 LC} t} \left[L' \cosh \frac{L'}{2R_1 LC} t + \frac{L}{L'} \sinh \frac{L'}{2R_1 LC} t \right] \quad (4-48)$$

が得られる。(4-48)式の特別な場合として,

$$I_m \Big|_{R_1=0} = \frac{E_2}{R_2} \left(1 - e^{-\frac{R_2}{L} t} \right),$$

$$I_m \Big|_{R_1 \rightarrow \infty} = \frac{E_2}{R_2} \left(1 - e^{-\frac{CR_1}{LC - \tau_N^2} t} \right)$$

を得る。

一方, I_c は $t = 0$ で, $I_c = 0$, $\frac{dI_c}{dt} = \frac{\tau_N E_2}{(LC - \tau_N^2) R_1}$ の条件から,

$$I_c = \frac{2\tau_N}{L'} E_2 e^{-\frac{L}{2R_1 LC} t} \sinh \frac{L'}{2R_1 LC} t, \quad (4-49)$$

$$\begin{aligned} I_c \Big|_{R_1=0} &= \frac{\tau_N}{L} E_2 e^{-\frac{R_2}{L}t}, & I_c \Big|_{R_1 \rightarrow \infty} &= 0, \\ V_c \Big|_{R_1 \rightarrow \infty} &= -\frac{\tau_N E_2}{C R_1} \left(1 - e^{-\frac{C R_2}{LC - \tau_N^2}t}\right). \end{aligned}$$

が得られる。これらの結果は容量に電源をもつ場合の解析で得られた結果と同様な回路動作を示す。又これらの結果は、4-3節で得られた実験結果をより理論的に説明することが出来る。

4-5 四端子定数による解析

(4-18), (4-19)式において、電圧、電流が $e^{j\omega t}$ で変化すると考えると、

$$V_m = j\omega L I_m + j\omega \tau_N V_c, \quad (4-50)$$

$$I_c = j\omega C V_c + j\omega \tau_N I_m. \quad (4-51)$$

が得られる。今インダクタンス側に電源をおくと、この場合に得られる四端子定数は

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega(\tau_N - \frac{CL}{\tau_N}) & -\frac{L}{\tau_N} \\ -\frac{C}{\tau_N} & -\frac{1}{j\omega\tau_N} \end{bmatrix} \quad (4-52)$$

で与えられる。(4-52)式は $AD - BC = -1$ の関係を持ち、この回路は逆相反回路として働く。今ジャイレーション比を a とすると、(4-52)

$$\text{式は } \begin{bmatrix} -\frac{L}{\tau_N a} & j\omega(\tau_N - \frac{CL}{\tau_N})a \\ -\frac{1}{j\omega\tau_N a} & -\frac{Ca}{\tau_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & a \\ \frac{1}{a} & 0 \end{bmatrix} \quad (4-53)$$

の形に分解出来る。(4-53)式を図示すると、図4-10 aの如くなる
図において容量がインダクタンスとして動作する点が興味深い。

次に容量側に電源をおくと、この場合の四端子定数は

$$\begin{bmatrix} 0 & a \\ \frac{1}{a} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{aC}{\tau_N} & j\omega\left(\frac{LC}{\tau_N} - \tau_N\right)a \\ \frac{1}{j\omega\tau_N a} & \frac{L}{\tau_N a} \end{bmatrix} \quad (4-54)$$

となる。(4-54)式を図示すると、図4-10 bの如くなる。図4-10 aは図4-10 bの結果と類似しているが、結合係数 M の符号が異なる。

4-6 磁気誘電素子を用いたアイソレータ

磁気誘電効果を含む回路はジャイレータを含むから、適当な中和回路を並列に接続することにより、アイソレータが構成出来る。

インダクタンス側に電源をおいた場合に必要な中和回路の四端子定数は

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{n} \frac{L}{\tau_N} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{n} & 0 \\ 0 & -n \end{bmatrix} \quad (4-55)$$

で与えられる。ただし、 n は理想トランスの巻線比である。この中和回路を接続して得られるアイソレータは図4-11 aに示されている。

一方、容量側に電源をおいた場合に必要な中和回路の四端子定数は

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{L}{\tau_N} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-56)$$

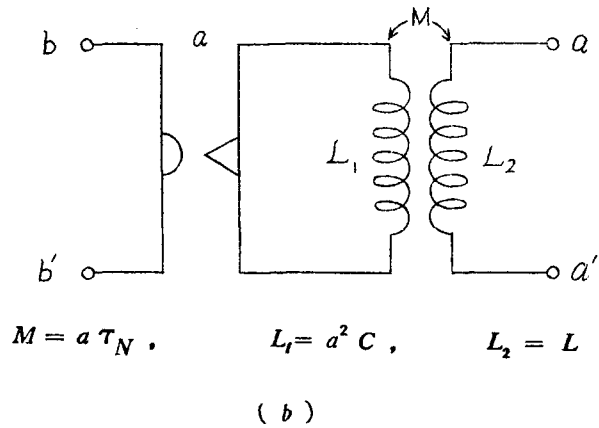
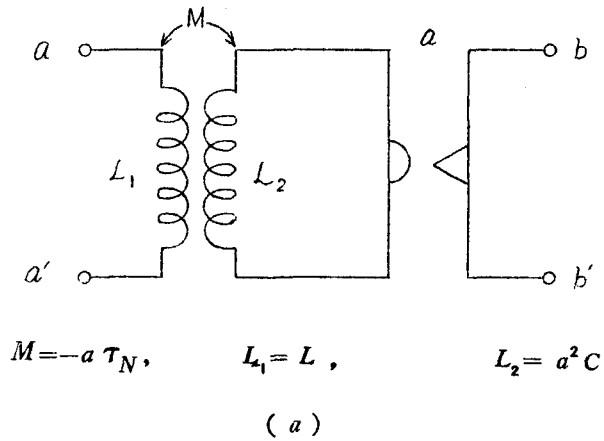


図 4-10 a, b ジャイレータを含む回路

で与えられる。この中和回路を接続して得られるアイソレータは図 4-11 b に示されている。今このアイソレータのインピーダンスマトリクスを求めると、

$$Z_{11} = \frac{1}{a + jb} \left(1 - j \frac{1}{\omega \tau_N} \right), \quad Z_{12} = 0,$$

$$Z_{21} = \frac{2}{a + j b}, \quad Z_{22} = \frac{1}{a + j b} \left[1 + j \omega \left(\frac{C L}{\tau_N} - \tau_N \right) \right],$$

ただし,

$$a = \frac{C}{\tau_N}, \quad b = \omega \left[C - \frac{\tau_N^2}{L} - \frac{1}{\omega^2 L} \right] \quad (4-57)$$

で与えられる.

このアイソレータの電力利得 G_p は

$$G_p = \frac{R_{eal} Z_l |Z_{21}|^2}{R_{eal} Z_{11} |Z_l + Z_{22}|^2} \quad (4-58)$$

で定義⁽⁵⁶⁾されるから, $Z_l = R_l$ の場合の電力利得を, (4-57) 式を用いて計算すると,

$$G_p = \frac{4 R_l \tau_N L \left\{ \left(\frac{C}{\tau_N} \right)^2 + \omega^2 \left[\frac{1}{L} (C L - \tau_N^2 - \frac{1}{\omega^2}) \right]^2 \right\}^{**}}{\left(\tau_N^2 + \frac{1}{\omega^2} \right) \left\{ \left(\frac{C R_l}{\tau_N} + 1 \right)^2 + \left(\frac{R_l}{L} (C L - \tau_N^2 - \frac{1}{\omega^2}) \right)^2 \right\}}$$

$$^{**} \frac{1}{\tau_N^2 (C L - \tau_N^2)^2 \omega^2}$$

が得られる. そして ω が非常に大きい場合の G_p を考えると,

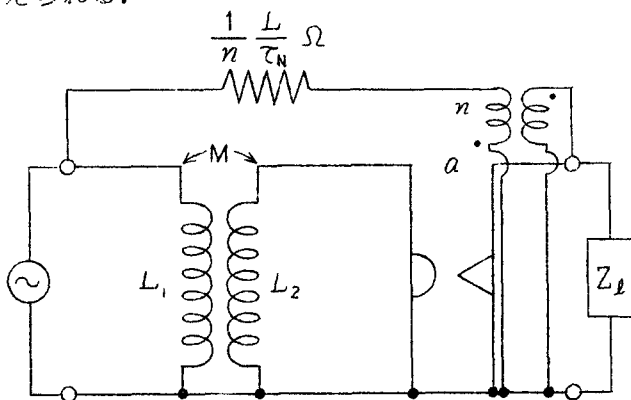
$$G_p \bigg|_{\omega \rightarrow \infty} \cong \frac{4 R_l \tau_N L}{(L + \tau_N R_l)^2} \quad (4-59)$$

で与えられる. この結果, 磁気誘電結合素子を用いたアイソレータは, 従来の磁電歪結合素子の機械共振を用いたアイソレータ⁽⁵⁶⁾に較べて

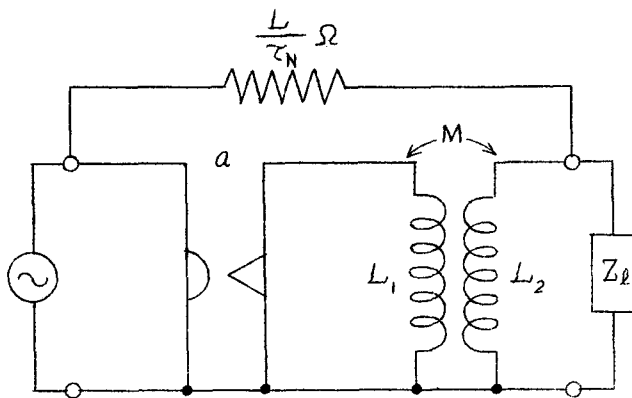
- i) 機械共振を含まないため, 純粋に電気回路として取扱える.
- ii) (4-59) 式で明らかのように周波数特性が良好である. この場合の低域しや断周波数は τ_N の大きさによって変わる.

Ⅲ) バイアス磁界を必要としない。

等の特長が考えられる。



(a)



(b)

図 4-11 a, b アイソレータ

4-7 梯子型回路の伝送特性

図 4-3 に示されている回路を二個用い、図 4-12 に示される如く接続し、これを単位の梯子型回路として、~~単位~~ n 個接続した回路のその伝送特

性を論じる。図 4-12 に示されている回路で、

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{1-j\omega\tau_N} \begin{bmatrix} 1-\omega^2(LC-\tau_N^2) & j\omega L \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1' \\ I_1' \end{bmatrix} \quad (4-60)$$

$$\begin{bmatrix} V_1' \\ I_1' \end{bmatrix} = \frac{1}{1-j\omega\tau_N} \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ j\omega C & 1-\omega^2(LC-\tau_N^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4-61)$$

の関係が得られる。(4-60)式に(4-61)式を代入すると、

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \delta^2 \begin{bmatrix} \dot{A} & \dot{B} \\ \dot{C} & \dot{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4-62)$$

$$\text{ただし、} \delta = \frac{1}{1-j\omega\tau_N}, \quad \dot{A} = 1 - \omega^2(2LC - \tau_N^2),$$

$$\dot{B} = 2j\omega L \{ 1 - \omega^2(LC - \tau_N^2) \}, \quad \dot{C} = 2j\omega C.$$

が得られる。

次にこの単位回路を多数接続した図 4-13 に示されている回路の伝送特

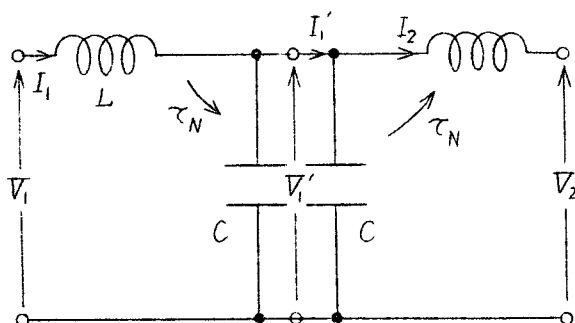


図 4-12

単位の梯子型
回路

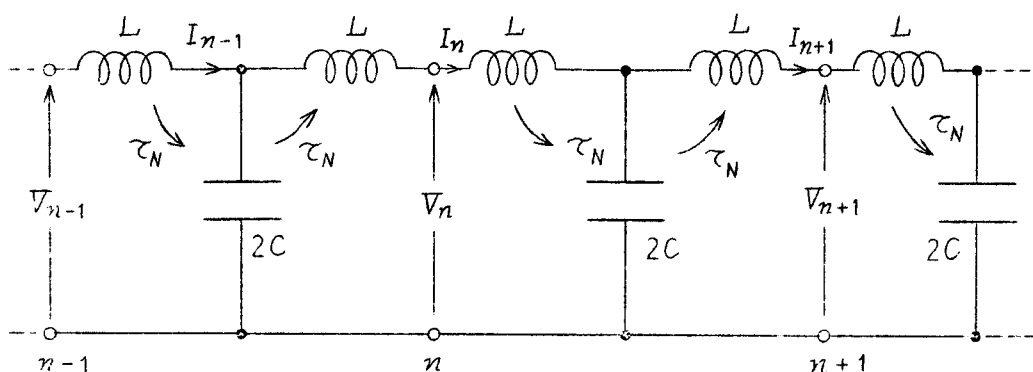


図 4-1-3 従続接続された梯子型回路

性を取扱う。そして左から右へ伝送する場合を考える。(4-62)式で任意の n 番目の接続点と前後の接続点における電圧，電流の関係を求めると，

$$V_{n-1} = \delta^2 (\dot{A} V_n + \dot{B} I_n), \quad (4-63)$$

$$I_n = \delta^2 (\dot{C} V_{n+1} + \dot{A} I_{n+1}). \quad (4-64)$$

が得られる。(4-63)式を(4-64)式に代入すると，

$$V_{n-1} - 2\delta^2 \dot{A} V_n + \delta^4 (\dot{A}^2 - \dot{B}\dot{C}) V_{n+1} = 0. \quad (4-65)$$

(4-65)式は又，

$$V_{n-1} - 2 \frac{\dot{A}}{1 + \omega^2 \tau_N^2} e^{j2\theta} V_n + e^{j4\theta} V_{n+1} = 0, \quad (4-66)$$

$$\text{ただし, } \delta = \frac{1}{1 - j\omega\tau_N} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_N^2}} e^{j\theta}, \quad \tan \theta = \omega\tau_N$$

で表わされる。(4-66)式はこの回路の電圧に関する基礎定差方程式である。ここで，

$$\frac{\dot{A}}{1 + \omega^2 \tau_N^2} = K$$

とおくと、(4-66)式は

$$e^{-j2\theta} V_{n-1} - 2K V_n + e^{j2\theta} V_{n+1} = 0 \quad (4-67)$$

となる。(4-67)式で、 $V_n = V_a e^{-n\Gamma}$ で変化すると考えると、

$$V_a e^{-n\Gamma} [e^{\Gamma-j2\theta} - 2K + e^{-(\Gamma-j2\theta)}] = 0 \quad (4-68)$$

となり、この方程式の解は

$$\cosh(\Gamma-j2\theta) = K = 1 - \frac{2\omega^2 LC}{1+\omega^2 \tau_N^2}, \quad (4-69)$$

$$\text{又は } \sinh \frac{\Gamma-j2\theta}{2} = \pm j \sqrt{\frac{\omega^2 LC}{1+\omega^2 \tau_N^2}} \quad (4-70)$$

で与えられる。今、 $\Gamma = \alpha' + j\beta$, $\beta - 2\theta = P$ とおき、(4-70)式の根号内が1となる ω を ω_c とすると、 ω_c は

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{LC - \tau_N^2}}$$

で定義される。

$\omega = \omega_c$ の場合の Γ は(4-70)式から、

$$\alpha' = 0, \quad P = \pm \pi, \quad \Gamma_{\pm} = j(\pm\pi + 2\theta).$$

$\omega_c > \omega$ の場合は

$$\alpha' = 0, \quad P = \pm 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{\omega^2 LC}{1+\omega^2 \tau_N^2}} = \pm p$$

$$\Gamma_{\pm} = j(\pm p + 2\theta).$$

$\omega > \omega_c$ の場合は

$$\alpha' = \pm 2 \cosh^{-1} \sqrt{\frac{\omega^2 LC}{1+\omega^2 \tau_N^2}} = \pm \alpha'',$$

$$P = \pm \pi,$$

$$\Gamma_{\pm} = \pm(\alpha'' + j\pi) + j2\theta$$

となる。これらの結果で、 Γ は ω_c を境にして変化するが、 Γ_+ と Γ_- の値が異なる点に興味がある。

次にこの回路の特性インピーダンスを求める。(4-64)式で n を $n-1$ で置換えると、

$$V_n = \frac{1}{\delta^2 \dot{C}} I_{n-1} - \frac{\dot{A}}{\dot{C}} I_n \quad (4-71)$$

となる。(4-71)式で、 $I_n = I_a e^{-n\Gamma}$ とおけば、特性インピーダンス Z_o は

$$Z_o = \frac{V_n}{I_n} = \frac{1}{\dot{C}} \left(\frac{1}{\delta^2} e^{\Gamma} - \dot{A} \right) \quad (4-72)$$

で与えられる。一方、(4-68)式から、

$$\begin{aligned} e^{\Gamma} &= [K \pm \sqrt{K^2 - 1}] e^{j2\theta} \\ &= [K \pm \sqrt{K^2 - 1}] \delta^2 (1 + \omega^2 \tau_N^2) \end{aligned}$$

の関係が得られる。この関係を(4-72)式に代入すると、

$$Z_o = \pm \sqrt{\frac{L}{C} \{1 - \omega^2 (LC - \tau_N^2)\}} = \pm Z_W \quad (4-73)$$

が得られる。(4-73)式から、 Z_o は $\omega = \omega_c$ で零、 $\omega < \omega_c$ で抵抗、 $\omega > \omega_c$ でリアクタンスとなる。

4-8 分布定数線路の伝送特性

(4-50)、(4-51)式の結果を用いて、分布定数線路の伝送特性を論ずる。この様な線路の例は、 α テンソルがNondiagonalである磁気誘電媒質を同軸ケーブル内に装荷した場合に相当する。そしてこの場合の分布

定数線路は図4-14に示されている。図において、単位長あたりのインダクタンスを L ，容量を C ，磁気誘電結合係数を τ とすると次式が成立つ。

$$-\frac{dV_x}{dx} = j\omega(LI_x + \tau V_x), \quad (4-74)$$

$$-\frac{dI_x}{dx} = j\omega(CV_x + \tau I_x). \quad (4-75)$$

両式から，

$$\frac{d^2 I_x}{dx^2} + 2j\omega\tau \frac{dI_x}{dx} + \omega^2(LC - \tau^2)I_x = 0 \quad (4-76)$$

を得る。又 V_x に対しても，(4-76)式と同様な式が得られる。今， $V_x = V_0 e^{\gamma x}$ ， $I_x = I_0 e^{\gamma x}$ とおき， γ を(4-76)式から求めると，

$$\gamma = j\omega(-\tau \pm \sqrt{LC}) \quad (4-77)$$

となる。

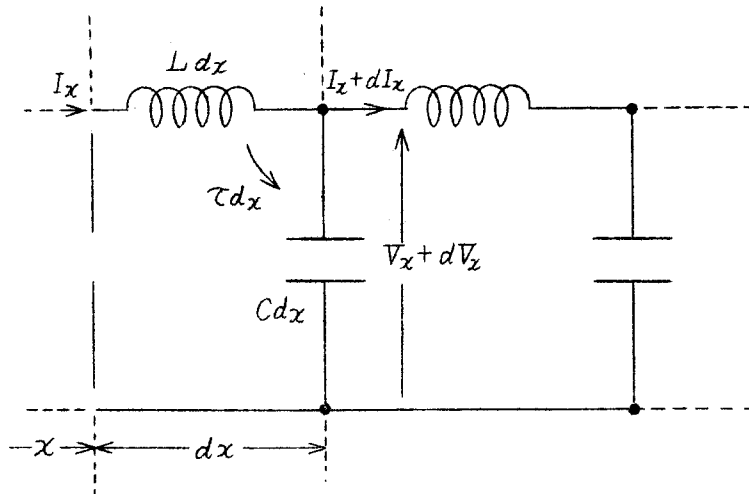


図4-14 分布定数線路

(4-75) 式から，特性インピーダンス Z_w を求めると，

$$Z_w = \frac{V_x}{I_x} = \mp \sqrt{\frac{L}{C}} = \mp Z_o$$

となる。 Z_w は τ の影響を受けない。以上の結果から，この回路の一般解を求めると，

$$V_x = A_1 e^{-j\omega(\sqrt{LC} + \tau)x} + A_2 e^{j\omega(\sqrt{LC} - \tau)x}, \quad (4-78)$$

$$I_x = \frac{1}{Z_o} \{ A_1 e^{-j\omega(\sqrt{LC} + \tau)x} - A_2 e^{j\omega(\sqrt{LC} - \tau)x} \} \quad (4-79)$$

となる。(4-78)，(4-79) 式の結果は，4-7 節で得られた結果と同様に，進行波と反射波では伝搬定数 γ が異なる。

次にこの場合に生ずる定在波を考える。(4-78)，(4-79) 式の位置 x を受端より考えて x' とし， x の代りに， $-x'$ で置換えると，

$$V_x = A_1 e^{j\omega(\sqrt{LC} + \tau)x'} + A_2 e^{-j\omega(\sqrt{LC} - \tau)x'} \quad (4-80)$$

$$I_x = \frac{1}{Z_o} \{ A_1 e^{j\omega(\sqrt{LC} + \tau)x'} - A_2 e^{-j\omega(\sqrt{LC} - \tau)x'} \} \quad (4-81)$$

を得る。

今，受端開放の場合を考えると，境界条件， $x' = 0$ で $V_x = V_r$ ， $I_x = 0$ が与えられるから，係数 A_1, A_2 は

$$A_1 = A_2 = \frac{V_r}{2}$$

となる。この条件で(4-80)，(4-81) 式は

$$V_{x(open)} = V_r e^{j\omega\tau x'} \cos \omega\sqrt{LC} x', \quad (4-82)$$

$$I_{x(open)} = j \frac{V_x}{Z_o} e^{j\omega\tau x'} \sin \omega\sqrt{LC} x' \quad (4-83)$$

となる。(4-83)式で $e^{j\omega t}$ の項を含めて、その定数部をとると、

$$Real I_{x(open)} = -\frac{V_r}{Z_0} \sin \omega(\tau x' + t) \sin \omega \sqrt{LC} x' \quad (4-84)$$

となる。(4-84)式は普通の線路の定在波を与える式と異なる。すなわち腹、節の位置及び各位置の最大振幅は進行波と反射波の平均の位相速度で決まるが、全線路が同位相の波動とならないで、 $\omega\tau$ で変化する進行波となる。

4-9 結 言

磁気誘電素子を回路素子として取扱ひ、その等価回路を導出した。その結果、Tellegen によつて提案された理想ジャイレータが磁気誘電素子によつて、具体化されることになった。そして磁気誘電素子を用いたジャイレータ、アイソレータは従来の電磁結合素子の機械的共振を用いたものに較べて、その電気的特性は優れたものになると考えられた。又磁気誘電効果の存在によつて如何なる形で電力が運ばれるかが等価回路の結果を用いて説明された。

一方、この回路動作を用いて、 α の値が測定された。そしてこの測定法が余分な静電および電磁結合と、 α による信号とを区別出来る点、パルス巾を変えることにより、比較的固有抵抗の低い試料でも測定出来る点、更に α の周波数特性を知る上で有用な方法と考えられた。一方、集中定数回路におけるジャイレータ作用が、分布定数線路においては伝搬定数が進行波と反射波では異なるという新しい伝送特性になることを示した。

分布定数線路で得られた伝送特性は次章の磁気誘電媒質内の平面電磁波の伝搬の解析で得られる結果と類似するものと考えられる。

第5章 磁気誘電媒質における平面電磁波の伝搬^{(67)~(69)}

5.1 緒 言

磁気誘電効果は従来の電磁気現象に修正を与えるものである。それゆえに磁気誘電媒質における電磁界問題を取扱うことは興味ある問題の一つであると考えられる。電磁界問題の興味の追求の一つとして、磁気誘電媒質内の電磁波の伝搬がT.H. O'dell⁽³¹⁾によって初めて明らかにされた。そして磁気誘電効果によって生じるポインティングベクトルが電磁波の進行方向と180度異なるため、電磁波は何んらかの形で減衰すると結論している。しかしながら、R. Fuchs⁽³³⁾はT.H. O'dellの結論に誤りがあることを指摘し、電磁波は位相速度に非可逆性(Non reversal)を生じ、伝搬すると結論している。一方、R.R. BirssとR.G. Shrubbsall⁽³⁴⁾は摂動法を用いた解析により、同じく平面波の伝搬を論じている。

しかしながら、これらの論文は磁気誘電テンソルにDiagonalを用いている。本章においては α テンソルにNondiagonalを採用して平面波の伝搬が論じられている。そしてdiagonalテンソルには生じない新しい現象が明らかにされるとともに、各々の電磁界成分および特性インピーダンスが計算されている。

5.2 磁気誘電媒質

(1) 磁気誘電媒質の基本式

磁気誘電媒質はT.H.O'dell⁽⁶¹⁾によって、テンソル形式で、

$$\mu_0 c M_{ij} = \xi_{ij}{}^{rs} F_{rs} \quad (5.1)$$

で表わされた。ここに M_{ij} はPolarization tensor, F_{rs} はField

tensor, ξ_{ij}^{rs} は Suceptibility tensor である。(5.1) 式は

$$\mathbf{P} = \chi_{ee} \mathbf{E} + \chi_{em} \mathbf{B} \quad (5.2)$$

$$\mathbf{M} = \chi_{mm} \mathbf{B} + \chi_{me} \mathbf{E} \quad (5.3)$$

で表わすことが出来る。

一方、本章では、磁気誘電媒質として、I.E. Dzyaloshinskii⁽³⁾が与えた

$$\mathbf{D} = [\epsilon_{ij}] \mathbf{E} + [\alpha_{ij}]_{em} \mathbf{H}, \quad (5.4)$$

$$\mathbf{B} = [\mu_{ij}] \mathbf{H} + [\alpha_{ij}]_{me} \mathbf{E} \quad (5.5)$$

を用いる。ここに $[\epsilon_{ij}]$ は誘電率テンソル、 $[\mu_{ij}]$ は透磁率テンソルを
 $[\alpha_{ij}]$ は磁気誘電テンソルを意味する。

(5.5) 式は又

$$\mathbf{H} = [\mu_{ij}]^{-1} \mathbf{B} - [\mu_{ij}]^{-1} [\alpha_{ij}]_{me} \mathbf{E} \quad (5.6)$$

で与えられる。(5.6) 式を (5.4) 式に代入すると、

$$\mathbf{D} = \{ [\epsilon_{ij}] - [\alpha_{ij}]_{em} [\mu_{ij}]^{-1} [\alpha_{ij}]_{me} \} \mathbf{E} + [\alpha_{ij}]_{em} [\mu_{ij}]^{-1} \mathbf{B} \quad (5.7)$$

が得られる。ここで R.R. Birss⁽³⁴⁾ らによって与えられた式、

$$D_i = \epsilon_0 K_{ij}^{EE} E_j + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} K_{ij}^{EM} B_j, \quad (5.8)$$

$$H_i = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} K_{ij}^{ME} E_j + \frac{1}{\mu_0} K_{ij}^{MM} B_j \quad (5.9)$$

と比較すると

$$K_{ij}^{EE} = \frac{1}{\epsilon_0} \{ [\epsilon_{ij}] - [\epsilon_{ij}]_{em} [\mu_{ij}]^{-1} [\alpha_{ij}]_{me} \},$$

$$K_{ij}^{MM} = \mu_0 [\mu_{ij}]^{-1} ,$$

$$K_{ij}^{EM} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} [\alpha_{ij}]_{em} [\mu_{ij}]^{-1} ,$$

$$K_{ij}^{ME} = -\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} [\mu_{ij}]^{-1} [\alpha_{ij}]_{me}$$

で関係づけられる。これらの式に、Birss⁽³⁴⁾ らによって与えられた電磁波が吸収しない条件

$$K_{ij}^{EE} = K_{ji}^{EE*} , \quad K_{ij}^{EM} = -K_{ji}^{ME*} , \quad K_{ij}^{MM} = K_{ji}^{MM*}$$

を適用させると、

$$\{ [\varepsilon_{ij}] - [\alpha_{ij}]_{em} [\mu_{ij}]^{-1} [\alpha_{ij}]_{me} \} = \{ [\varepsilon_{ji}]^* - [\alpha_{ji}]_{em}^* [\mu_{ji}]^{-1*} [\alpha_{ji}]_{me}^* \} ,$$

$$[\mu_{ij}] = [\mu_{ji}]^* ,$$

$$[\alpha_{ij}]_{em} [\mu_{ij}]^{-1} = [\mu_{ji}]^{-1*} [\alpha_{ji}]_{me}^* \quad (5.10)$$

となる。誘電率、透磁率の異方性を無視すると、(5.10)式から、

$$[\alpha_{ij}]_{em} = [\alpha_{ji}]_{em}^* \quad (5.10)'$$

の関係が得られる。この関係は電界により磁化を生ずる係数と、磁界により電気分極が発生する係数の大きさが等しく、その異方性に対して、 i と j を入換えることにより等しい。

(2) 磁気誘電テンソル

磁気誘電テンソル (α テンソル) は V. L. Indenbom⁽⁶⁰⁾ により、磁性体の結晶構造から推定して、11種類与えられている。これらの内 nondiagonal

テンソルの代表的なものは

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha_{13} \\ 0 & 0 & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & \alpha_{12} & 0 \\ \alpha_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \alpha_{12} & 0 \\ -\alpha_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & \alpha_{12} & 0 \\ \alpha_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

である。一方，diagonal の場合は

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & & \\ & \alpha_{22} & \\ & & \alpha_{33} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \alpha_{11} & & \\ & \alpha_{11} & \\ & & \alpha_{33} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \alpha_{11} & & \\ & \alpha_{11} & \\ & & \alpha_{11} \end{pmatrix}$$

である。

(3) α の大きさの極限に対する考察

磁気誘電係数 α を持つ材料を 4 章で述べたごとく集中定数回路素子として取扱い，コンデンサと考える。今電極間を開放し，更に非常に大きい透磁率をもつコアで磁気回路を構成すれば， $D=0$ の条件が得られるから，(5.7) 式から，

$$E = \frac{-\alpha_{em}}{\epsilon\mu - \alpha_{em}\alpha_{me}} B \quad (5.11)$$

が得られる。

一方，電極間に一定の負荷を継ぎ，磁気回路を開放すれば，外部に生じる磁束 B は $B \simeq 0$ の条件となるから，(5.4) 式から，

$$E = \frac{1}{\epsilon} (D - \alpha_{em} H) \quad (5.12)$$

(5.12) 式を (5.5) 式に代入すると,

$$H = \frac{-\alpha_{me}}{\varepsilon\mu - \alpha_{em}\alpha_{me}} D \quad (5.13)$$

が得られる。(5.11), (5.13) 式で, $\varepsilon\mu = \alpha_{em}\alpha_{me}$ の条件を代入すると, E, H は無限大となる。これは物理的に不可能な現象である。それゆえに α の大きさは $-1 < \frac{\alpha}{\sqrt{\varepsilon\mu}} < 1$ の間の大きさに限られる。又この結果は T.H.O'dell⁽³²⁾ によって与えられた α の値の極限に対する考察と一致する。

5.3 基礎方程式

磁気誘電媒質の α テンソルとして 5.2 節で述べた

$$[\alpha_{ij}]_{em} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha_{xz} \\ 0 & 0 & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & 0 \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

を用いる。(5.14) 式が与えられると, α_{me} は (5.10') 式の関係を用いて,

$$[\alpha_{ij}]_{me} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha_{zx} \\ 0 & 0 & \alpha_{zy} \\ \alpha_{xz} & \alpha_{yz} & 0 \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

となる。

磁気誘電媒質における Maxwell の方程式は

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial}{\partial t} ([\varepsilon_{ij}] \mathbf{E} + [\alpha_{ij}]_{em} \mathbf{H}), \quad (5.16)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} ([\mu_{ij}] \mathbf{H} + [\alpha_{ij}]_{me} \mathbf{E}), \quad (5.17)$$

$$\nabla \cdot ([\epsilon_{ij}] \mathbf{E} + [\mu_{ij}]_{em} \mathbf{H}) = 0,$$

$$\nabla \cdot ([\mu_{ij}] \mathbf{H} + [\alpha_{ij}]_{me} \mathbf{E}) = 0$$

で与えられる。ここで解析を簡単にするため、誘電率および透磁率の異方性を無視する。

今平面波を

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{F}_0 \exp[j(-\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} + \omega t)]$$

と仮定する。(5.16), (5.17)式は

$$\mathbf{K} \times \mathbf{H} = -\omega \mathbf{D}, \quad (5.18)$$

$$\mathbf{K} \times \mathbf{E} = \omega \mathbf{B}, \quad (5.19)$$

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \mathbf{K} \cdot \mathbf{D} = 0$$

で与えられる。

一方, (5.4), (5.5)式を, (5.14), (5.15)式を用いて変形すると,

$$\mathbf{D} = \hat{\epsilon} \mathbf{E} + \eta_{em} \mathbf{B} \quad (5.20)$$

ただし

$$\begin{aligned} \hat{\epsilon} &= \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \epsilon - \frac{\alpha_{xz}^2}{\mu} & -\frac{\alpha_{yz}\alpha_{xz}}{\mu} & 0 \\ -\frac{\alpha_{yz}\alpha_{xz}}{\mu} & \epsilon - \frac{\alpha_{yz}^2}{\mu} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon - \frac{\alpha_{zx}^2}{\mu} - \frac{\alpha_{zy}^2}{\mu} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\eta_{em} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \eta_{xz} \\ 0 & 0 & \eta_{yz} \\ \eta_{zx} & \eta_{zy} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\alpha_{xz}}{\mu} \\ 0 & 0 & \frac{\alpha_{yz}}{\mu} \\ \frac{\alpha_{zx}}{\mu} & \frac{\alpha_{zy}}{\mu} & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{D} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B} - \eta_{me} \mathbf{E} \quad (5.21)$$

ただし

$$\eta_{me} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \eta_{zx} \\ 0 & 0 & \eta_{zy} \\ \eta_{xz} & \eta_{yz} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\alpha_{zx}}{\mu} \\ 0 & 0 & \frac{\alpha_{zy}}{\mu} \\ \frac{\alpha_{xz}}{\mu} & \frac{\alpha_{yz}}{\mu} & 0 \end{bmatrix}$$

となる。これらの式と (5.18), (5.19) 式から,

$$\begin{bmatrix} -\omega\epsilon_{xx} + \frac{K_x^2}{\mu\omega} + \frac{K_z^2}{\mu\omega} + 2K_x\eta_{xz}, & -\omega\epsilon_{xy} - \frac{K_xK_y}{\omega\mu} - \eta_{xz}K_x + \eta_{yz}K_y & -\frac{K_xK_z}{\omega\mu} - K_z\eta_{zy} \\ -\omega\epsilon_{yx} - \frac{K_xK_y}{\mu\omega} - K_x\eta_{xz} + \eta_{yz}K_y, & -\omega\epsilon_{yy} + \frac{K_x^2}{\mu\omega} + \frac{K_z^2}{\mu\omega} - 2K_x\eta_{yz} & K_z\eta_{zx} - \frac{K_zK_y}{\omega\mu} \\ -\frac{K_xK_z}{\omega\mu} - \eta_{zy}K_z & -\frac{K_zK_y}{\mu\omega} + \eta_{zx}K_z & -\omega\epsilon_{zz} + \frac{K_x^2}{\mu\omega} + \frac{K_y^2}{\mu\omega} - 2K_y\eta_{zx} + 2\eta_{zy}K_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0 \quad (5.22)$$

が得られる。(5.22)式の解は

$$a_4 K_x^4 + a_3 K_x^3 + a_2 K_x^2 + a_1 K_x + a_0 = 0 \quad (5.23)$$

で与えられる。この式はこの媒質における分散方程式である。そして係数 a_i は K_x , K_y の関数である。又 (5.23) 式で $K_x \rightarrow K_x$ の場合と, $K_x \rightarrow -K_x$ の場合とでは解が異なり, R. Fuchs⁽³³⁾ の述べた位相速度の非可逆性がこの場合でも生じることになる。

今、電磁波が x 方向に伝播すると考えると、(5.23) 式で $K_x = K_x$, $K_y = 0$, $K_z = 0$ とおいて、

$$a_4' v^4 + a_3' v^3 + a_2' v^2 + a_1' v + a_0' = 0, \quad (5.24)$$

たゞし $a_4' = \varepsilon_{zz} (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xy}^2)$

$$a_3' = 2 [\varepsilon_{xx} (\varepsilon_{zz} \eta_{yz} - \varepsilon_{yy} \eta_{zy}) + \varepsilon_{xy} (\eta_{zy} \varepsilon_{xy} - \varepsilon_{zz} \eta_{xz})]$$

$$a_2' = [-\varepsilon_{zz} (\eta_{xz}^2 + \frac{\varepsilon_{xx}}{\mu}) + 4 \eta_{zy} (\varepsilon_{xy} \eta_{xz} - \varepsilon_{xx} \eta_{yz}) - \frac{1}{\mu} (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xy}^2)]$$

$$a_1' = 2 [\frac{\varepsilon_{xx}}{\mu} (\eta_{zy} - \eta_{yz}) + \frac{\eta_{xz}}{\mu} (\varepsilon_{xy} + \mu \eta_{zy} \eta_{xz})]$$

$$a_0' = \frac{1}{\mu} (\eta_{xz}^2 + \frac{\varepsilon_{xx}}{\mu}).$$

が得られる。ここに v は位相速度で、 $v = \frac{\omega}{K_x}$ の関係がある。この場合 v の奇数項が存在するので、位相速度に非可逆性が生じる。

(5.24) 式の一つの解として、

$$v_+ = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{zz} \mu}} \left[\sqrt{1 + \frac{\mu}{\varepsilon_{zz}} \eta_{zy}^2} + \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_{zz}}} \eta_{zy} \right],$$

$$v_- = \frac{-1}{\sqrt{\varepsilon_{zz} \mu}} \left[\sqrt{1 + \frac{\mu}{\varepsilon_{zz}} \eta_{zy}^2} - \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_{zz}}} \eta_{zy} \right].$$

が得られる。この式を α で書き換えると、

$$v_+ = \frac{\sqrt{\epsilon\mu - \alpha_{zx}^2}}{\epsilon\mu - \alpha_{zx}^2 - \alpha_{zy}^2} \left(1 + \frac{\alpha_{zy}}{\sqrt{\epsilon\mu - \alpha_{zx}^2}} \right), \quad (5.25)$$

$$v_- = \frac{-\sqrt{\epsilon\mu - \alpha_{zx}^2}}{\epsilon\mu - \alpha_{zx}^2 - \alpha_{zy}^2} \left(1 - \frac{\alpha_{zy}}{\sqrt{\epsilon\mu - \alpha_{zx}^2}} \right). \quad (5.26)$$

が得られる。ここに v_+ は進行波の位相速度を v_- は反射波の位相速度を示し、
 v_+ と v_- の値が異なることが判る。(5.25), (5.26) 式を伝搬定数 K_x で表わすと、

$$K_{x+} = (\sqrt{\epsilon\mu - \alpha_{zx}^2} - \alpha_{zy}) \omega, \quad (5.27)$$

$$K_{x-} = -(\sqrt{\epsilon\mu - \alpha_{zx}^2} + \alpha_{zy}) \omega \quad (5.28)$$

となる。

(5.27), (5.28) 式を(5.22)式に代入すると、 E_z の伝搬定数と考えられるから、 E_z は

$$E_z = A_1 e^{-j(\beta - \alpha_{zy})\omega x} + A_2 e^{j(\beta + \alpha_{zy})\omega x}, \quad (5.29)$$

$$E_x = 0, \quad E_y = 0$$

$$\text{ただし, } \beta = \sqrt{\epsilon\mu - \alpha_{zx}^2}$$

となる。(5.29) 式を(5.19)式に代入して、 H_y , H_x を求めると、

$$H_y = -\frac{1}{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon - \frac{\alpha_{zx}^2}{\mu}}}} \left\{ A_1 e^{-j(\beta - \alpha_{zy})\omega x} - A_2 e^{j(\beta + \alpha_{zy})\omega x} \right\}, \quad (5.30)$$

$$H_x = -\frac{\alpha_{zx}}{\mu} \left\{ A_1 e^{-j(\beta - \alpha_{zy})\omega x} + A_2 e^{j(\beta + \alpha_{zy})\omega x} \right\}, \quad (5.31)$$

$$H_z = 0.$$

が得られる。

一方、(5.24)式のもう一つの解は

$$v_+ = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu - \alpha_{xz}^2}}{\varepsilon\mu - \alpha_{yz}^2 - \alpha_{xz}^2} \left(1 - \frac{\alpha_{yz}}{\sqrt{\varepsilon\mu - \alpha_{xz}^2}} \right), \quad (5.32)$$

$$v_- = \frac{-\sqrt{\varepsilon\mu - \alpha_{xz}^2}}{\varepsilon\mu - \alpha_{yz}^2 - \alpha_{xz}^2} \left(1 + \frac{\alpha_{yz}}{\sqrt{\varepsilon\mu - \alpha_{xz}^2}} \right). \quad (5.33)$$

$$K_{x+} = (\sqrt{\varepsilon\mu - \alpha_{xz}^2} + \alpha_{yz}) \omega, \quad (5.34)$$

$$K_{x-} = -(\sqrt{\varepsilon\mu - \alpha_{xz}^2} - \alpha_{yz}) \omega \quad (5.35)$$

で与えられる。(5.34), (5.35)式を(5.22)式に代入すると, E_x 又は E_y の伝搬定数を示す。それゆえに, この場合の各々の電磁界成分は

$$E_y = B_1 e^{-j(\beta' + \alpha_{yz})\omega x} + B_2 e^{j(\beta' - \alpha_{yz})\omega x}, \quad (5.36)$$

$$E_x = -\frac{\alpha_{xz}}{\sqrt{\varepsilon\mu - \alpha_{xz}^2}} \left\{ B_1 e^{-j(\beta' + \alpha_{yz})\omega x} - B_2 e^{j(\beta' - \alpha_{yz})\omega x} \right\}, \quad (5.37)$$

$$E_z = 0,$$

$$H_z = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon} \left(1 - \frac{\alpha_{xz}^2}{\varepsilon\mu} \right)}} \left\{ B_1 e^{-j(\beta' + \alpha_{yz})\omega x} - B_2 e^{j(\beta' - \alpha_{yz})\omega x} \right\}, \quad (5.38)$$

$$H_y = 0, \quad H_x = 0,$$

$$\text{ただし, } \beta' = \sqrt{\varepsilon\mu - \alpha_{xz}^2}$$

で与えられる。これらの結果から考察すると, α の存在で電界および磁界のベクトル成分が x 方向に傾くことになる。(5.29)~(5.31)式および(5.36)~(5.38)式でこの媒質の特性インピーダンスを求めると,

$$z_0 = \left| \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{H}} \right| = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

となり、特性インピーダンスは α の影響を受けない。

5.4 磁気誘電媒質に対するフレネルの方程式

誘電率テンソルおよび透磁率テンソルに対するフレネルの方程式は良く知られている。本節では α テンソルに対するフレネルの方程式が明らかにされた。

まず $x-y$ 平面で考える。(5.22)式で $K_z = 0$ において得られる解は

$$\left\{ -\omega \varepsilon_{zz} + \frac{1}{\mu \omega} (K_x^2 + K_y^2) + 2 \left[\frac{\alpha_{zy}}{\mu} K_x - \frac{\alpha_{zx}}{\mu} K_y \right] \right\} \\ \times \left\{ \omega^2 \varepsilon \left(\varepsilon - \frac{\alpha_{yz}^2}{\mu} - \frac{\alpha_{xz}^2}{\mu} \right) - \frac{\varepsilon}{\mu} (K_x^2 + K_y^2) + \frac{2 \varepsilon \omega}{\mu} (K_x \alpha_{yz} - K_y \alpha_{xz}) \right\} = 0 \quad (5.39)$$

となる。

屈折率 n と K の関係は

$$K = \frac{\omega}{c} n$$

で与えられる。(5.39)式にこの関係と $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$ および c (光速)
 $= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ の条件を代入すると,

$$\{ (n_x + c \alpha_{zy})^2 + (n_y - c \alpha_{xz})^2 - 1 \} \{ (n_x - c \alpha_{yz})^2 + (n_y + c \alpha_{xz})^2 - 1 \} = 0 \quad (5.40)$$

が得られる。(5.40)式は中心が $(-c \alpha_{zy}, c \alpha_{xz})$, $(c \alpha_{yz}, -c \alpha_{xz})$ で半径1の円を示す。これを図示すると図5.1の如くなる。図において、

屈折率 n_y は正の場合と負の場合で異なるので、 y 方向の伝搬に対しても、位相速度に非可逆性が生じる。更に n_x と n_y の値も異なるので、複屈折が生じる。一方、この図から、 $c\alpha$ が 1 に近づくと、電磁波が伝搬しない方向が現われ、更に進行波又は反射波のみになる方向も現われることが判る。これはアイソレータ作用が生じることを意味する。

次に $z - x$ 平面で考える。(5.22) 式で $K_y = 0$ とおき、 $K_x = \frac{\omega}{c} n_x$, $K_z = \frac{\omega}{c} n_z$, $\alpha_{yz} = \alpha_{zy}$, $\alpha_{zx} = \alpha_{xz}$ の条件を代入すると、

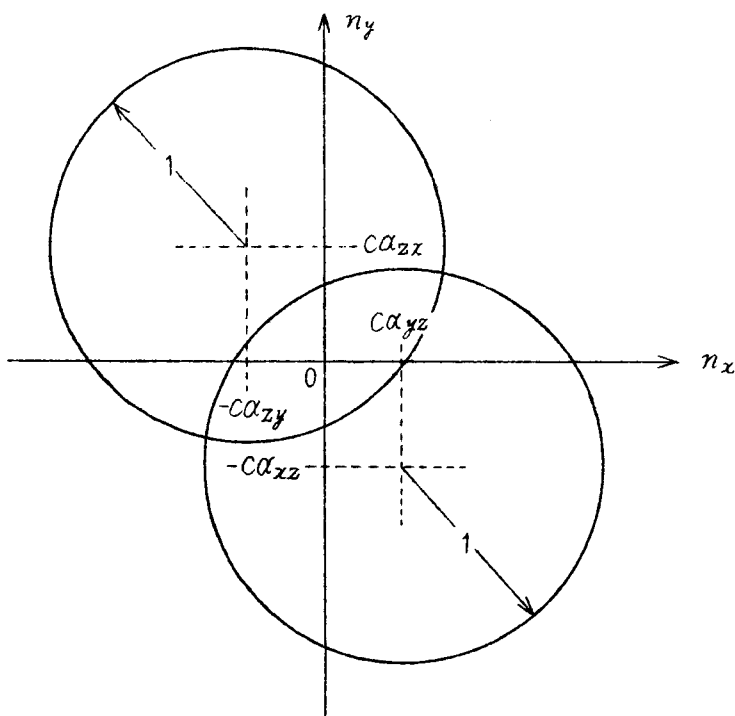


図 5.1 $x - y$ 平面の α の屈折率

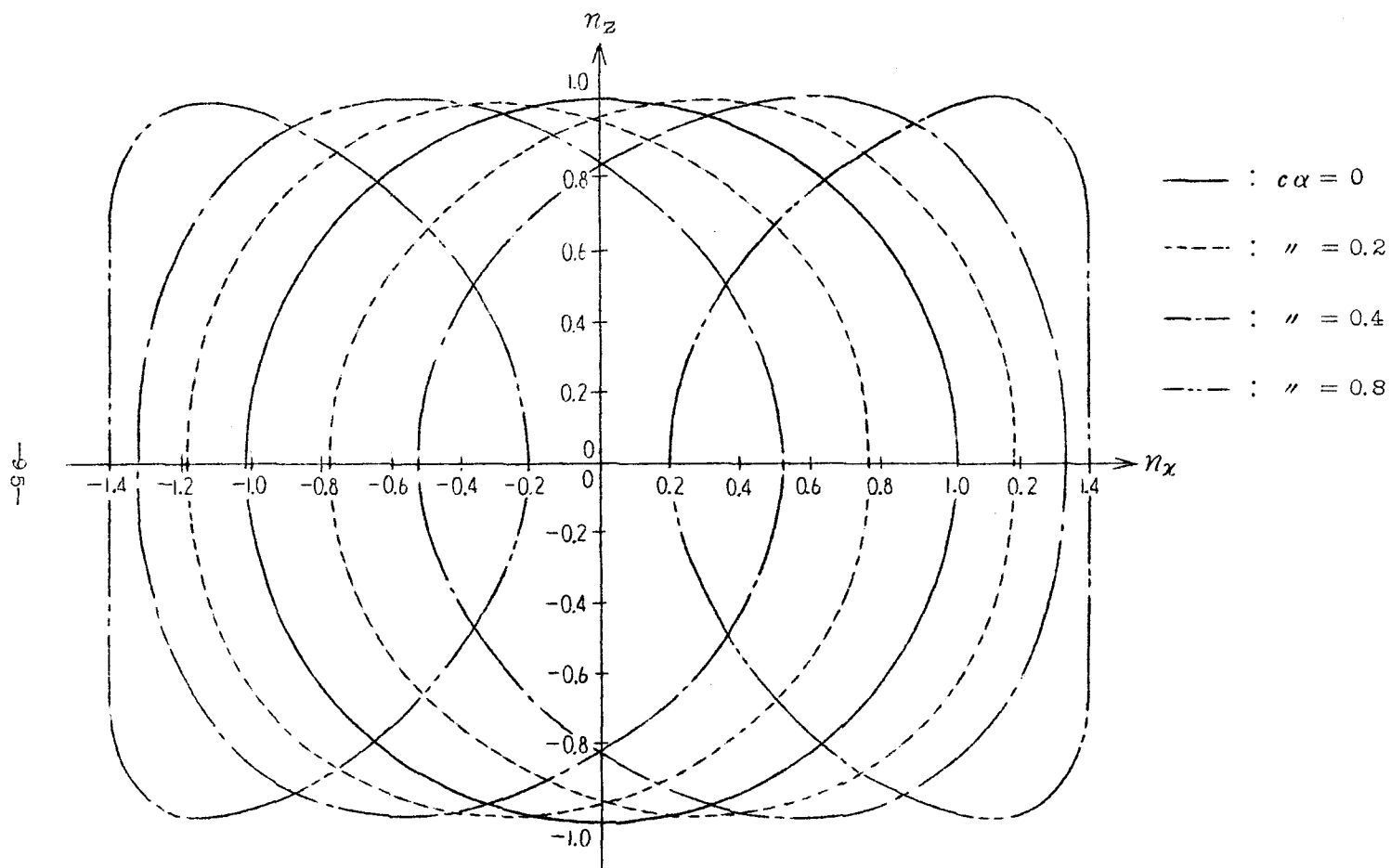


図 5 . 2 $x - z$ 平面の α の屈折率

$$\begin{aligned}
n_z^2 - \{ n_x^2 [2(c\alpha_{xz})^2 - 1] + [1 - (c\alpha_{xz})^2 - (c\alpha_{yz})^2] \\
\pm n_x \sqrt{n_x^2 (c\alpha_{xz})^2 [(c\alpha_{xz})^2 - 1] + [1 - (c\alpha_{xz})^2][(c\alpha_{yz})^2 + (c\alpha_{xz})^2]} \} \\
= 0
\end{aligned}
\tag{5.41}$$

が得られる。(5.41)式は円又は楕円の方程式として表わすことは出来ない。それゆえに $\alpha_{yz} = \alpha_{xz} = \alpha$ とおき、 $c\alpha$ の大きさをパラメータとして数値計算し図示すると、図5.2の如くなる。図で n_z の値は正の場合と負の場合と同一である。それゆえに z 方向の伝搬に対しては位相速度に非可逆性は生じない。この場合も、 $c\alpha$ が0.7042を越えると z 方向に電磁波は伝搬しないことが判り興味深い。

一方、 $y-z$ 平面における屈折率は $x-z$ 平面において得られた屈折率の式のsuffix x を y に、 y を x に、更に n_x を $-n_y$ に置き換えれば一致する。そのため $y-z$ 平面と同様な屈折率が得られる。

5.5 完全導体板に入射する電磁波

この媒質における電磁波が完全導体板に垂直に入射する場合に生ずる定在波について論じる。(5.29)式で、 $x=0$ に導体板が存在すると考えると、境界条件、 $x=0$ 、 $E_z=0$ から、

$$A_1 + A_2 = 0 \tag{5.42}$$

が得られる。(5.42)式の条件を用いると、(5.29)式は

$$E_z = -2jA_1 e^{j\alpha_{zy}\omega x} \sin \beta \omega x$$

となる。この式で $e^{j\omega t}$ を考慮して、その実数部をとると、

$$R_e E_z = 2A_1 \sin \omega(\alpha_{zy}x + t) \sin \beta \omega x \tag{5.43}$$

となる．(5.43)式を図示すると，図5.3の如くなり，図中の P 点が時間の経過により，右から左に向って移動し， $\omega\alpha_{zy}$ で変化する後進波が得られる．同じく，(5.36)式の E_y が導体板に入射する場合は， $x=0$ ， $E_y=0$ の条件から， $E_2=-B_1$ が得られるから，

$$E_y = 2jB_1 e^{-j\alpha_{yz}\omega x} \sin\beta'\omega x ,$$

$$R_e E_y = 2B_1 \sin\omega(t - \alpha_{yz}x) \sin\beta'\omega x . \quad (5.44)$$

が得られる．(5.44)式は図5.3に示された定在波と類似するが，この場合は $\omega\alpha_{yz}$ で変化する進行波となる．

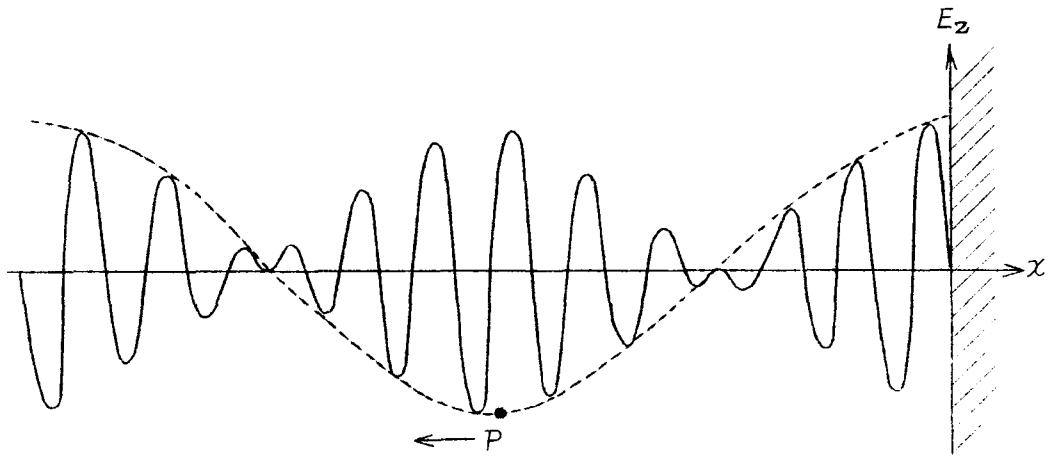


図5.3 異常な定在波

5.6 結 言

以上， α テンソルが nondiagonal の場合の平面電磁波の解析を行なったが，これらの結果から， x または y 方向に電磁波が伝搬すると，位相速度が非可逆性になることが明らかになった．diagonal テンソルの場合は， x ， y

又は z 方向に伝搬すると、非可逆性の影響は消えるので、この場合と大きく異なる点である。

又 α の屈折率から、 α の大きさがある値を越えると、電磁波が伝搬しない方向があらわれるとともに、進行波又は反射波のみとなることが明らかになった。これは磁気バイアスを必要としないアイソレータが構成出来る可能性を示すものである。

又、この媒質で生じる異常な定在波は今後、境界を含む解を求める場合の一つの有力な手段となる。

第6章 半無限磁気誘電媒質の境界面からの 電磁波の反射^{(61), (62)}

6.1 緒 言

本章では電磁界問題のもう一つの基本問題である半無限磁気誘電媒質に平面電磁波が入射した場合の反射および透過について解析された。その結果、磁気誘電媒質内では二つの異なったモードが存在するため、複屈折が主じることが明らかにされた。又入射波がT M型波でも、磁気誘電媒質によって、反射波にT M型波とT E型波の両者が生じ、電力反射係数は二種類存在することが明らかにされた。

電力反射係数は二種類の α の異方性に対して計算され、 α の異方性の選び方により、反射係数の大きさが変化することも明らかにされた。

6.2 基礎方程式

6.2.1 磁気誘電媒質中の電磁界

図6.1に示すように直角座標 (x, y, z) を定める。図において、媒質Iは空気中とし、媒質IIは磁気誘電媒質とする。解析を簡単にするため、媒質IIの誘電率 ϵ 、透磁率 μ の異方性を無視する。又 α テンソルとして前章で述べた

$$\alpha_{em} = \alpha_{me} = \begin{pmatrix} \alpha_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{zz} \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

を用いる。

$\frac{\partial}{\partial y} = 0$ の条件と $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$ の条件を用いて、(5.16), (5.17)式が

ら、磁気誘電媒質中の各々の電磁界成分を求めると、

$$E_x = \frac{-1}{j\omega k_1^2} \left\{ \mu \frac{\partial H_y}{\partial z} + \alpha_{xx} \frac{\partial E_y}{\partial z} \right\}, \quad (6.2)$$

$$H_x = \frac{1}{j\omega k_1^2} \left\{ \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial z} + \alpha_{xx} \frac{\partial H_y}{\partial z} \right\}, \quad (6.3)$$

$$E_z = \frac{1}{j\omega k_3^2} \left\{ \mu \frac{\partial H_y}{\partial x} + \alpha_{zz} \frac{\partial E_y}{\partial x} \right\}, \quad (6.4)$$

$$H_z = \frac{-1}{j\omega k_3^2} \left\{ \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial x} + \alpha_{zz} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right\}, \quad (6.5)$$

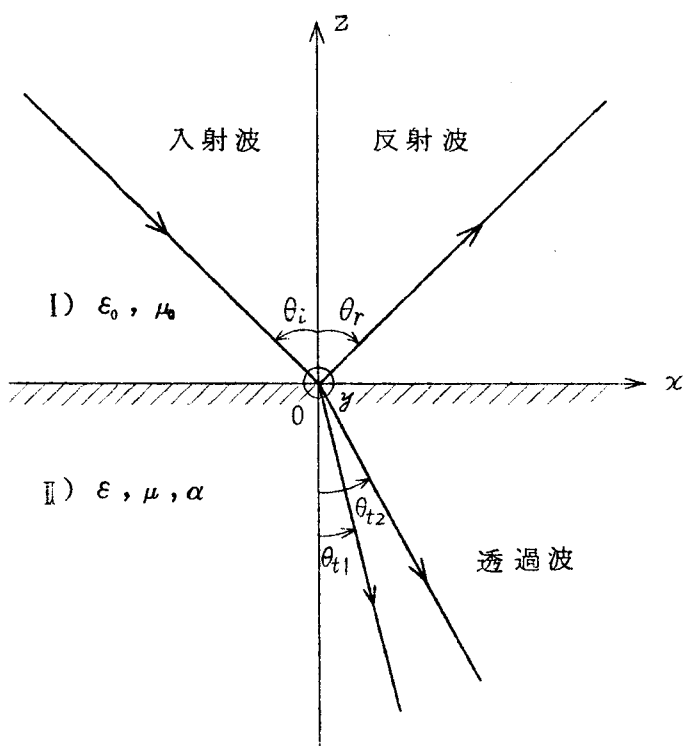


図6.1 問題の構成

$$\mu \left\{ \frac{1}{k_1^2} \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \frac{1}{k_3^2} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \omega^2 H_y \right\} + \left\{ \frac{\alpha_{xx}}{k_1^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + \frac{\alpha_{zz}}{k_3^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \omega^2 \alpha_{yy} E_y \right\} = 0, \quad (6.6)$$

$$\varepsilon \left\{ \frac{1}{k_1^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + \frac{1}{k_3^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \omega^2 E_y \right\} + \left\{ \frac{\alpha_{xx}}{k_1^2} \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \frac{\alpha_{zz}}{k_3^2} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \omega^2 \alpha_{yy} H_y \right\} = 0, \quad (6.7)$$

$$\text{ただし, } k_1^2 = \varepsilon \mu - \alpha_{xx}^2, \quad k_3^2 = \varepsilon \mu - \alpha_{zz}^2.$$

が得られる。(6.6), (6.7) 式で判るように, E_y と H_y は α で結びつく

ので, 磁気誘電媒質内の電磁界は混成波となる。ここで電磁界が

$\exp[-j(K_z z + K_x x - \omega t)]$ で変化すると仮定すれば, (6.6), (6.

7) 式は

$$\mu [K_z^2 + k_1^2 a] H_y + [K_z^2 \alpha_{xx} + k_1^2 b] E_y = 0, \quad (6.8)$$

$$[\alpha_{xx} K_z^2 + k_1^2 b] H_y + \varepsilon [K_z^2 + k_1^2 a] E_y = 0, \quad (6.9)$$

$$\text{ただし, } a = \frac{K_x^2}{k_3^2} - \omega^2, \quad b = \frac{K_x^2}{k_3^2} \alpha_{zz} - \omega^2 \alpha_{yy}$$

となる。(6.8), (6.9) 式から K_z を求めると,

$$K_{z1} = \pm \frac{1}{k_3} \left[(\sqrt{\varepsilon \mu} + \alpha_{xx}) \{ \omega^2 k_3^2 (\sqrt{\varepsilon \mu} - \alpha_{yy}) - K_x^2 (\sqrt{\varepsilon \mu} - \alpha_{zz}) \} \right]^{\frac{1}{2}} = \pm \gamma_1, \quad (6.10)$$

$$K_{z2} = \pm \frac{1}{k_3} \left[(\sqrt{\varepsilon \mu} - \alpha_{xx}) \{ \omega^2 k_3^2 (\sqrt{\varepsilon \mu} + \alpha_{yy}) - K_x^2 (\sqrt{\varepsilon \mu} + \alpha_{zz}) \} \right]^{\frac{1}{2}} = \pm \gamma_2. \quad (6.11)$$

が得られる。伝搬定数 K_x は (6.10), (6.11) 式で判るように, γ_1 と γ_2 と異なるので, 結合した二つのモードは異なった位相速度で伝搬する。それゆえに磁気誘電媒質内において複屈折が生じる。

(6.10), (6.11) 式と (6.8), (6.9) 式を用いて E_y , H_y を求めると,

$$E_y = [A_1 e^{j\gamma_1 z} + B_1 e^{j\gamma_2 z}] e^{-jK_x x} = E_{yt1} + E_{yt2}, \quad (6.12)$$

$$H_y = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} [-A_1 e^{j\gamma_1 z} + B_1 e^{j\gamma_2 z}] e^{-jK_x x} = H_{yt1} + H_{yt2}. \quad (6.13)$$

が得られる。(6.12), (6.13) 式で A_1 , B_1 は定数であり, suffix t は透過波を意味する。(6.12), (6.13) 式と, (6.2)~(6.5) 式を用いて各々の電磁界成分を求めると,

$$E_x = \frac{1}{\omega k_1^2} [\gamma_1 k_1^- A_1 e^{j\gamma_1 z} - \gamma_2 k_1^+ B_1 e^{j\gamma_2 z}] e^{-jK_x x} = E_{xt1} + E_{xt2}, \quad (6.14)$$

$$H_x = \frac{1}{\omega k_1^2} [\gamma_1 k_1' A_1 e^{j\gamma_1 z} + \gamma_2 k_1' B_1 e^{j\gamma_2 z}] e^{-jK_x x} = H_{xt1} + H_{xt2}, \quad (6.15)$$

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{K_x}{\omega k_3^2} [(\sqrt{\epsilon\mu} - \alpha_{zz}) A_1 e^{j\gamma_1 z} - (\sqrt{\epsilon\mu} + \alpha_{zz}) B_1 e^{j\gamma_2 z}] e^{-jK_x x} \\ &= E_{zt1} + E_{zt2}, \end{aligned} \quad (6.16)$$

$$\begin{aligned} H_z &= \frac{K_x}{\omega k_3^2} [(\epsilon - \alpha_{zz} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}) A_1 e^{j\gamma_1 z} + (\epsilon + \alpha_{zz} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}) B_1 e^{j\gamma_2 z}] e^{-jK_x x} \\ &= H_{zt1} + H_{zt2}, \end{aligned} \quad (6.17)$$

$$\text{ただし, } k_1^+ = \sqrt{\epsilon\mu} + \alpha_{xx}, \quad k_1^- = \sqrt{\epsilon\mu} - \alpha_{xx},$$

$$k'_1 = \varepsilon + \alpha_{xx} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}, \quad \bar{k}' = \varepsilon - \alpha_{xx} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}.$$

が得られる。

6.2.2 空気中の電磁界

本章では T M 型電磁波又は T E 型電磁波が磁気誘電媒質に入射した場合の反射を取扱う。

T M 型波が入射する場合の空気中の電磁界は (6.6) 式で $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$, $\alpha = 0$ とおくと,

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 H_y = 0. \quad (6.18)$$

(6.2), (6.4) 式から,

$$E_x = \frac{-1}{j \omega \varepsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial z}, \quad E_z = \frac{1}{j \omega \varepsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial x}, \quad (6.19)$$

$$(E_y = 0, H_x = 0, H_z = 0).$$

が得られる。電磁界が $\exp[-j(K_{z0}z + K_{x0}x)]$ で変化すると仮定すると,

(6.18), (6.19) 式の解は

$$H_y = [C_1 e^{j\gamma_0 z} + C'_1 e^{-j\gamma_0 z}] e^{-jK_{x0}x} = H_{yi} + H_{yr}, \quad (6.20)$$

$$E_x = \frac{\gamma_0}{\omega \varepsilon_0} [-C_1 e^{j\gamma_0 z} + C'_1 e^{-j\gamma_0 z}] e^{-jK_{x0}x} = E_{xi} + E_{xr}, \quad (6.21)$$

$$E_z = -\frac{K_{x0}}{\omega \varepsilon_0} [C_1 e^{j\gamma_0 z} + C'_1 e^{-j\gamma_0 z}] e^{-jK_{x0}x} = E_{zi} + E_{zr} \quad (6.22)$$

$$\text{ただし, } \gamma_0 = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - K_{x0}^2}$$

で与えられる。ここに C_p , C'_i は定数であり、更に suffix i は入射波を、 r は反射波を意味する。

T 型波が入射する場合は (6.7) 式で $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$, $\alpha = 0$ とおいて、

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 E_y = 0. \quad (6.23)$$

(6.3) 式と (6.5) 式から、

$$H_x = \frac{1}{j \omega \mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z}, \quad H_z = \frac{-1}{j \omega \mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x}, \quad (6.24)$$

$$(E_y = 0, \quad E_z = 0, \quad E_x = 0),$$

が得られる。電磁界が $\exp[-j(K_{z0}z + K_{x0}x)]$ で変化すると仮定して、(6.23), (6.24) 式から、各々の電磁界成分を求めると、

$$E_y = [D_1 e^{j\gamma_0 z} + D'_1 e^{-j\gamma_0 z}] e^{-jK_{x0}x} = E_{yi} + E_{yr}, \quad (6.25)$$

$$H_x = \frac{\gamma_0}{\omega \mu_0} [D_1 e^{j\gamma_0 z} - D'_1 e^{-j\gamma_0 z}] e^{-jK_{x0}x} = H_{xi} + H_{xr}, \quad (6.26)$$

$$H_z = \frac{K_{x0}}{\omega \mu_0} [D_1 e^{j\gamma_0 z} + D'_1 e^{-j\gamma_0 z}] e^{-jK_{x0}x} = H_{zi} + H_{zr}. \quad (6.27)$$

が得られる。

6.3 境界条件

6.3.1 T M 型波が入射した場合

磁気誘電媒質内では混成波となるので、T M 型波が磁気誘電媒質に入射すると、反射波には T M 型波の他に T 型波も生じる。それゆえに $z = 0$ にお

ける境界条件は，T 田型波の反射波成分も加えて，

$$\begin{aligned} H_{yi} + H_{yr} &= H_{yt1} + H_{yt2} \\ E_{xi} + E_{xr} &= E_{xt1} + E_{xt2} \\ E_{yr} &= E_{yt1} + E_{yt2} \\ H_{xr} &= H_{xt1} + H_{xt2} \end{aligned} \quad (6.28)$$

で与えられる。(6.28)式が成立するためには

$$K_x = K_{x0} \quad (6.29)$$

の関係能满足する必要がある。

一方，図6.1における入射角 θ_i と反射角 θ_r ，屈折角 θ_{t1} ， θ_{t2} との間の関係は

$$K_x = K_0 \sin \theta_i = K_0 \sin \theta_r = K'_x \sin \theta_{t1} = K''_x \sin \theta_{t2},$$

$$\text{ただし， } K_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$$

で与えられる。それゆえに，

$$\theta_i = \theta_r, \quad \gamma_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \cos^2 \theta_i, \quad K_{x0}^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \sin^2 \theta_i \quad (6.30)$$

の関係が得られる。これらの関係と(6.12)～(6.15)式および(6.20)，

(6.21)式，(6.25)，(6.26)式を(6.28)式に代入して，定数

B_1, D'_1 を A_1 で， C_1, C'_1 を A_1, B_1 で表わすと，

$$B_1 = - \frac{\omega k_1^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos \theta_i + \gamma_1 \bar{k}'_1}{\gamma_2 k'_1 + \omega k_1^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos \theta_i} A_1, \quad (6.31)$$

$$D'_1 = \frac{\gamma_2 k'_1 - \gamma_1 \bar{k}'_1}{\gamma_2 k'_1 + \omega k_1^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos \theta_i} A_1, \quad (6.32)$$

$$C_1 = - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{\omega k_1^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}} \frac{\gamma_1 k_1^-}{\cos \theta_i} + \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \right) A_1 - \left(\frac{1}{\omega k_1^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}} \frac{\gamma_2 k_1^+}{\cos \theta_i} + \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \right) B_1 \right], \quad (6.33)$$

$$C'_i = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{\omega k_i^2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\gamma_1 k_i^-}{\cos \theta_i} - \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \right) A_i - \left(\frac{1}{\omega k_i^2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\gamma_2 k_i^+}{\cos \theta_i} - \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \right) B_i \right] \quad (6.34)$$

が得られる。

6.3.2 TE型波が入射した場合

この場合も入射波がTE型波であっても、反射波にはTE型波とTM型波の両方が生じる。 $z=0$ における境界条件は

$$\begin{aligned} E_{yi} + E_{yr} &= E_{yt1} + E_{yt2} \\ H_{xi} + H_{xr} &= H_{xt1} + H_{xt2} \\ E_{xr} &= E_{xt1} + E_{xt2} \\ H_{yr} &= H_{yt1} + H_{yt2} \end{aligned} \quad (6.35)$$

で与えられる。(6.35)式を用いて、 B_i, C'_i を A_i で、 D_i, D'_i を A_i, B_i で表わすと、

$$B_i = - \frac{\omega k_i^2 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\gamma_1 k_i^-}{\cos \theta_i}}{\omega k_i^2 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\gamma_2 k_i^+}{\cos \theta_i}} A_i \quad (6.36)$$

$$C'_i = - \frac{\sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}} \frac{1}{\cos \theta_i} [\gamma_2 k_i^+ - \gamma_1 k_i^-]}{\omega k_i^2 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\gamma_2 k_i^+}{\cos \theta_i}} A_i \quad (6.37)$$

$$D_i = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\gamma_1 k_i^-}{\omega k_i^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos \theta_i} \right) A_i + \left(1 + \frac{\gamma_2 k_i^+}{\omega k_i^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos \theta_i} \right) B_i \right] \quad (6.38)$$

$$D'_1 = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{\gamma_1 \bar{k}'_1}{\omega k_1^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos \theta_i} \right) A_1 + \left(1 - \frac{\gamma_2 k'_1}{\omega k_1^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos \theta_i} \right) B_1 \right]. \quad (6.39)$$

が得られる。

6.4 電力反射係数および透過係数

電力反射係数 R および透過係数 T の定義は $\mathbf{n}$ を z 方向の単位ベクトルとすると、

$$R = - \frac{R_e(\mathbf{n} \cdot \mathbf{S}_r)}{R_e(\mathbf{n} \cdot \mathbf{S}_i)}, \quad T = \frac{R_e(\mathbf{n} \cdot \mathbf{S}_t)}{R_e(\mathbf{n} \cdot \mathbf{S}_i)} \quad (6.40)$$

で与えられる。ここに R_e は実数部を意味し、そして $\mathbf{S}_i$, $\mathbf{S}_r$, $\mathbf{S}_t$ は入射波および反射波、透過波の Poynting ベクトルの時間平均で、

$$\mathbf{S}_i = \frac{1}{2} \{ \mathbf{E}_i \times \mathbf{H}_i^* \},$$

$$\mathbf{S}_r = \frac{1}{2} \{ \mathbf{E}_r \times \mathbf{H}_r^* \},$$

$$\mathbf{S}_t = \frac{1}{2} \{ \mathbf{E}_t \times \mathbf{H}_t^* \}$$

で与えられる。

6.4.1 入射波が TM 型波の場合

6.3 節で述べた様に磁気誘電媒質内の電磁界は混成波となるので、反射係数は二種類存在する。更に複屈折が生じるので、透過係数も二種類存在する。それゆえにこの場合の電力反射係数 R_{TM} および透過係数 T_{TM} は

$$R_{TM} = R_{HH} + R_{HE} , \quad (6.41)$$

$$T_{TM} = T_{TM_1} + T_{TM_2} \quad (6.42)$$

と定義される。

ここに R_{HH} は TM 型入射波に対して TM 型反射波に対する反射係数を, R_{HE} は TM 型入射波に対して TE 型反射波を生ずる場合の反射係数である。又

T_{TM_1} は γ_1 モードの, T_{TM_2} は γ_2 モードの透過波に対する透過係数である。6.2 節で得られた結果と (6.40) 式を用いて, R_{TM} および T_{TM} を求めると,

$$R_{HH} = \frac{C'_1 C'^*_1}{C_1 C^*_1} , \quad (6.43)$$

$$R_{HE} = \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \frac{D'_1 D'^*_1}{C_1 C^*_1} , \quad (6.44)$$

$$T_{TM_1} = \frac{R_e \left[\epsilon_0 \gamma_1 \left\{ k_1^- \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} + k_1' \right\} A_1 A_1^* \right]}{\gamma_0 k_1^2 C_1 C^*_1} , \quad (6.45)$$

$$T_{TM_2} = \frac{R_e \left[\epsilon_0 \gamma_2 \left\{ k_1^+ \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} + k_1' \right\} B_1 B_1^* \right]}{\gamma_0 k_1^2 C_1 C^*_1} . \quad (6.46)$$

が得られる。(6.43)~(6.46) 式に (6.31)~(6.34) 式を代入して、(6.41), (6.42) 式の和を求めると,

$$R_{HH} + R_{HE} + T_{TM_1} + T_{TM_2} = 1$$

の関係が得られる。又 (6.43), (6.44) 式は

$$R_{HH} = \frac{1}{|M|^2} \left| 2 \gamma_1 \gamma_2 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} N \omega \cos \theta_i - \sqrt{\frac{\epsilon \mu_0}{\epsilon_0 \mu}} \left[P + 2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \omega k_1^2 \cos \vartheta_i \right] \right. \\ \left. \times \omega \cos \theta_i \right|^2 \quad (6.47)$$

$$R_{HE} = \frac{1}{|M|^2} \left| 2\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \bar{P} \omega \cos \theta_i \right|^2 \frac{\varepsilon_0}{\mu_0}, \quad (6.48)$$

たゞし

$$|M|^2 = \left| 2\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \gamma_1 \gamma_2 + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} N \omega \cos \theta_i + \sqrt{\frac{\varepsilon \mu_0}{\varepsilon_0 \mu}} \left\{ P + 2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \omega k_1^2 \cos \theta_i \right\} \omega \cos \theta_i \right|^2,$$

$$N = \gamma_1 k_1^- + \gamma_2 k_1^+, \quad P = \gamma_2 k_1' + \gamma_1 \bar{k}_1', \quad \bar{P} = \gamma_2 k_1' - \gamma_1 \bar{k}_1'$$

で与えられる。

6.4.2 入射波が TE 型波の場合

この場合は TM 型入射波の場合の解析と同様に考えることができる。電力反射係数および透過係数を

$$R_{TE} = R_{EE} + R_{EH}, \quad (6.49)$$

$$T_{TE} = T_{TE_1} + T_{TE_2} \quad (6.50)$$

と定義すると、

$$R_{EE} = \frac{D_1' D_1'^*}{D_1 D_1^*}, \quad (6.51)$$

$$R_{EH} = \frac{\mu_0 C_1 C_1^*}{\varepsilon_0 D_1 D_1^*}, \quad (6.52)$$

$$T_{TE_1} = \frac{R_e \left[\mu_0 \left(\gamma_1 k_1^- \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} + \gamma_1^* \bar{k}_1' \right) A_1 A_1^* \right]}{k_1^2 \gamma_0 D_1 D_1^*}, \quad (6.53)$$

$$T_{TE_2} = \frac{R_e \left[\mu_0 \left(\gamma_2 k_1^+ \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} + \gamma_2^* k_1' \right) B_1 B_1^* \right]}{k_1^2 \gamma_0 D_1 D_1^*} \quad (6.54)$$

で与えられる。(6.51)~(6.54)式に(6.36)~(6.39)式を代入して、(6.49),(6.50)式の和を求めると、

$$R_{EE} + R_{EH} + T_{TE1} + T_{TE2} = 1$$

の関係が成立する。(6.51),(6.52)式は

$$R_{EE} = \frac{1}{|S|^2} \left| 2\gamma_1\gamma_2\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} N\omega \cos\theta_i + \sqrt{\frac{\varepsilon\mu_0}{\varepsilon_0\mu}} \left[P - 2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \omega k_i^2 \cos\theta_i \right] \omega \cos\theta \right|^2, \quad (6.55)$$

$$R_{EH} = \frac{1}{|S|^2} \left| 2\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} \bar{N}\omega \cos\theta_i \right|^2 \frac{\mu_0}{\varepsilon_0}, \quad (6.56)$$

ただし

$$|S|^2 = \left| 2\gamma_1\gamma_2\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \omega N \cos\theta_i + \sqrt{\frac{\varepsilon\mu_0}{\varepsilon_0\mu}} \left[P + 2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \omega k_i^2 \cos\theta_i \right] \omega \cos\theta_i \right|^2,$$

$$\bar{N} = \gamma_2 k_i^+ - \gamma_1 k_i^-$$

で与えられる。(6.56)式と(6.48)式を比較すると、

$$R_{EH} = R_{HE}$$

の関係が成立する。又 R_{EE} は次の条件で R_{HH} に等しい。

i) $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$ の条件, すなわち空気中の媒質と同じ誘電率, 透磁率をもつ磁気誘電媒質である場合。

ii) $\varepsilon_0 = \varepsilon$, $\mu_0 = \mu$ の条件, すなわち, 空気中が磁気誘電媒質と同じ大きさの誘電率, 透磁率をもち, α が零である媒質で置き換えられた場合。

以後解析をより簡単にするため, $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$ とおいて, R_{HH} および R_{HE} の値を次の二種類の α の異方性に対して明らかにする。

(I) $\alpha_{xx} = \alpha_{yy} = \alpha_{zz} = \hat{\alpha}$ の場合 .

この場合、 $\alpha = \frac{\hat{\alpha}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ とおくと、(6.10) , (6.11) 式は

$$\gamma_1 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \gamma_1'', \quad \gamma_2 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \gamma_2'', \quad (6.57)$$

$$\text{ただし, } \gamma_1'' = \gamma_2'' = \sqrt{\cos^2 \theta_i - \alpha^2}$$

で与えられる。(6.57) 式は $\gamma_1 = \gamma_2$ の関係を満足するから、磁気誘電媒質中の二つのモードの伝搬定数は等しくなり、複屈折は生じない又、全反射を与える入射角は $\cos \theta_i = \alpha$ の条件を満足する θ_i で定まる。それゆえに全反射を与える入射角の範囲は

$$1 \geq \sin \theta_i \geq \sqrt{1 - \alpha^2} \quad (6.58)$$

で与えられる。そしてこの入射角内では $R_{HH} + R_{HE} = 1$ の条件が成立する。又(6.58) 式は $\alpha = 1$ の条件で電磁波が如何なる角度で入射しても、透過波は存在しないことを意味する。

(6.57) 式を(6.47) , (6.48) 式に代入すると、

$$R_{HH} = \frac{|\alpha^2 \sin^2 \theta_i|^2}{|\cos^2 \theta_i - \alpha^2 + \cos \theta_i [2\sqrt{\cos^2 \theta_i - \alpha^2} + \cos \theta_i (1 - \alpha^2)]|^2}, \quad (6.59)$$

$$R_{HE} = \frac{|2\alpha \cos \theta_i \sqrt{\cos^2 \theta_i - \alpha^2}|^2}{|\cos^2 \theta_i - \alpha^2 + \cos \theta_i [2\sqrt{\cos^2 \theta_i - \alpha^2} + \cos \theta_i (1 - \alpha^2)]|^2}. \quad (6.60)$$

が得られる。 α をパラメータとして、(6.59) , (6.60) 式を入射角 θ_i に対して数値計算し、図示すると図6.2のごとくなる。図で、 $1 \geq \sin \theta_i \geq \sqrt{1 - \alpha^2}$ を満足する入射角内で R_{HH} の値が R_{HE} より大きくなることが判る。

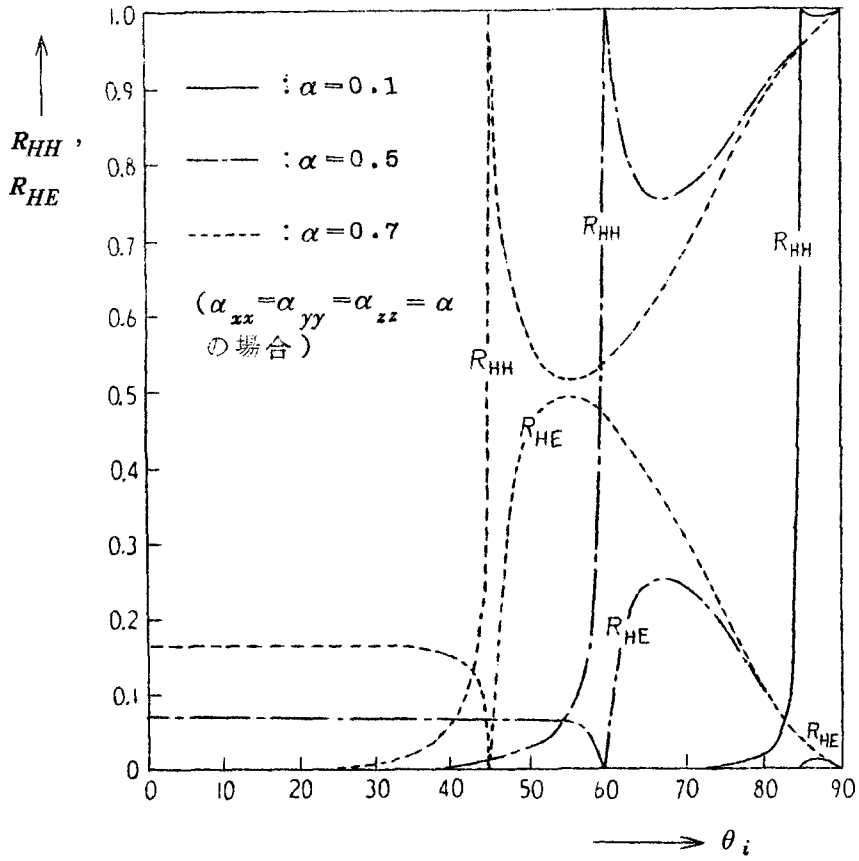


図 6. 2 入射角 θ_i に対する
電力反射係数 R_{HH} , R_{HE}

(II) $\alpha_{xx} = 0$, $\alpha_{yy} = 0$, $\alpha_{zz} = \hat{\alpha}$ の場合.

$\frac{\hat{\alpha}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \alpha$ とおくと, γ_1, γ_2 は (6.10), (6.11) 式から,

$$\gamma_1 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \gamma_1'', \quad \gamma_2 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \gamma_2'', \quad (6.61)$$

$$\text{ただし, } \gamma_1'' = \sqrt{\frac{\alpha + \cos^2 \theta_i}{1 + \alpha}}, \quad \gamma_2'' = \sqrt{\frac{\cos^2 \theta_i - \alpha}{1 - \alpha}}$$

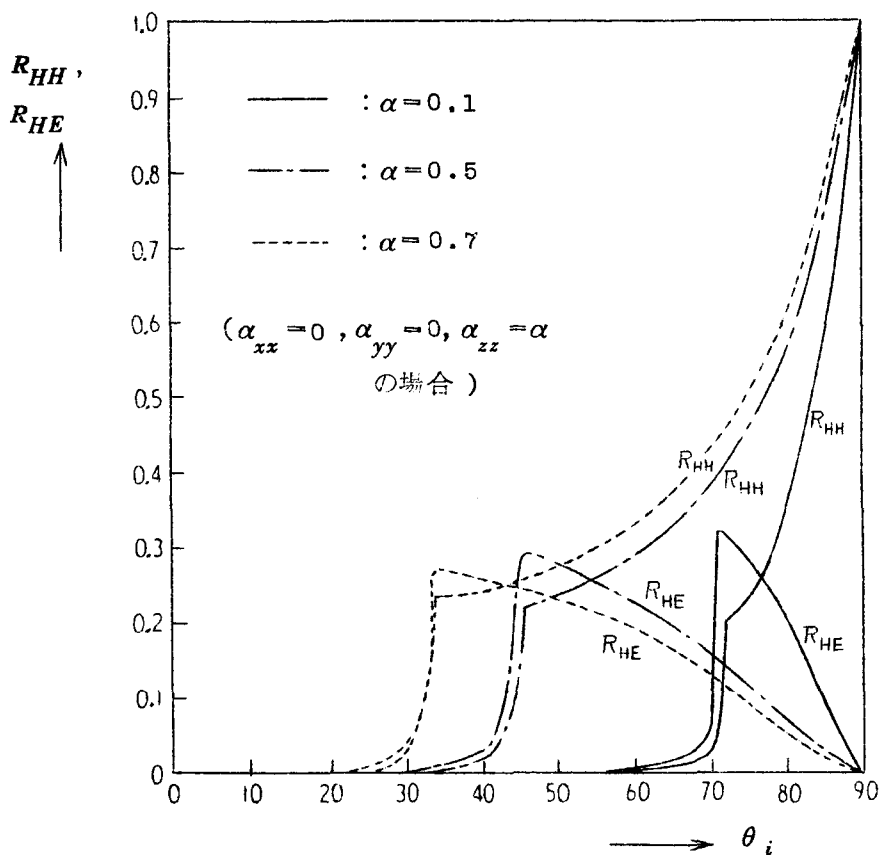


図 6-3 入射角 θ_i に対する
電力反射係数, R_{HH} , R_{HE} .

で与えられる。この場合、 γ_1 と γ_2 の値は異なるので、複屈折を生じ、 $\cos^2 \theta_i = \alpha$ を満足する θ_i で一つのモードが反射する。すなわち、 $90^\circ \geq \theta_i \geq \cos^{-1} \sqrt{\alpha}$ を満足する θ_i では、 $R_{HH} + R_{HE} + R_{TM2} = 1$ の関係が成立する。(6.61)式を(6.47),(6.48)式に代入すると、

$$R_{HH} = \frac{\left| \sqrt{\frac{\cos^4 \theta_i - \alpha^2}{1 - \alpha^2}} - \cos^2 \theta_i \right|^2}{\left| \left(\sqrt{\frac{\cos^2 \theta_i - \alpha}{1 - \alpha}} + \cos \theta_i \right) \left(\sqrt{\frac{\cos^2 \theta_i + \alpha}{1 + \alpha}} + \cos \theta_i \right) \right|^2}, \quad (6.62)$$

$$R_{HE} = \frac{\left| \sqrt{\frac{\cos^2 \theta_i - \alpha}{1 - \alpha}} - \sqrt{\frac{\cos^2 \theta_i + \alpha}{1 + \alpha}} \right|^2 \cos^2 \theta_i}{\left| \left(\sqrt{\frac{\cos^2 \theta_i - \alpha}{1 - \alpha}} + \cos \theta_i \right) \left(\sqrt{\frac{\cos^2 \theta_i + \alpha}{1 + \alpha}} + \cos \theta_i \right) \right|^2}. \quad (6.63)$$

が得られる。(6.62), (6.63) 式を, α をパラメータとして, θ_i に対して数値計算し図示すると図 6.3 のごとくなる。同図で,

- (1) α の値が変化しても, R_{TM} の全反射を与える θ_i が 90° であり, 変化しない。
 - (2) $\theta_i = \cos^{-1} \sqrt{\alpha}$ 付近で磁気誘電媒質中の一つのモードが反射するため, 反射係数が急に増加する。
 - (3) ある入射角内では R_{HH} よりも R_{HE} の値が大きくなる。
- 等の特長が考えられる。

6.5 結 言

この章で得られた結果を要約すると次の如くなる,

- (1). 磁気誘電媒質内での電磁界は一般に混成波となる。
- (2). α テンソルが特別な場合を除いて, 磁気誘電媒質中では二つの異なったモードが存在するため, 複屈折が生じる。
- (3). (1)に関連して, 入射波が TM 型波 (TE 型波) であっても, 反射波には TM 型波 (TE 型波) と TE 型波 (TM 型波) の両方が生じる。それゆえに反射係数は二種類存在する。
- (4). 入射角に対する反射係数の値は α の異方性を変えることにより, 大きく変化する。特に α が一方向のみに存在する場合に反射係数は複雑な値をとる。

(5) . (4)に関連して、 α が一方向のみに存在する場合は α の大きさが変化しても、 $\theta_i = 90^\circ$ 以外に全反射を与える入射角は存在しない。更にある入射角内では R_{HH} よりも R_{HE} の値が大きくなる。

等である。

一方、本章で得られた結果から、磁気誘電媒質による電磁波の反射の影響は α の値がかなり大きくなると顕著にあらわれない点が指摘される。それゆえに現在の磁気誘電素子の100倍大きな α をもつ素子が現われれば反射の問題は實際上（特にマイクロ波帯における α の測定）に対して重要な問題を与えるものと考えられる。

第7章 磁気誘電媒質を含む導波管内の 電磁界の解析^{(63)~(67)}

7.1 緒 言

本章では磁気誘電媒質における電磁界問題をより工学的な面から取扱うため、導波管内に磁気誘電媒質を充たした場合の電磁界の解析を行なっている。そしてこの解析で得られた結果から、新しいマイクロ波回路素子の応用を見出す基礎が与えられるとともに、マイクロ波帯における α の測定に対する一つの手段も与えられている。

この電磁界問題の解析において、最も困難な点は、磁気誘電媒質では電界と磁界がマックスウェルの方程式によらず結合するので、電界に対する境界条件と磁界に対する境界条件を別個に取扱うことが出来ない点と、電磁界が α テンソルの特別な型を除いて、すべて混成波となる点にある。

筆者はこれらの点を考慮して、従来のフェライトに用いられた解法を参考とし、この問題を取扱っている。そして、 α テンソルに **Nondiagonal** と **Diagonal** の両者が用いられ、**Nondiagonal** の場合は平行平板および矩形導波管に対して、**Diagonal** の場合は円形導波管に対して、電磁界が解析されている。

7.2 平行平板内の電磁界

この場合は α テンソルに **Nondiagonal** を用いる。そしてこのテンソルに (5.2) 節で示された

$$\{\alpha_{ij}\}_{em} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{yz} \\ 0 & \alpha_{zy} & 0 \end{pmatrix} \quad (7.1)$$

を用いる。(7.1)式が成立すると α_{me} は

$$[\alpha_{ij}]_{me} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{zy} \\ 0 & \alpha_{yz} & 0 \end{pmatrix} \quad (7.2)$$

で与えられる。

電磁界が $e^{-\gamma z + j\omega t}$ で変化すると仮定して、磁気誘電媒質におけるマックスウェルの方程式〔5章の(5.16),(5.17)式〕から、各々の電磁界成分を求めると、

$$E_x = \frac{1}{K^2} \left\{ -j\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial y} + \gamma \left[j\omega\alpha_{zy} E_z - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right] \right\}, \quad (7.3)$$

$$E_y = \frac{j\omega\mu}{K^2} \left\{ \left[\frac{\partial H_z}{\partial x} + j\omega\alpha_{yz} H_z \right] - \frac{\gamma}{j\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y} \right\}, \quad (7.4)$$

$$H_x = \frac{-1}{K^2} \left\{ -j\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} + \gamma \left[\frac{\partial H_z}{\partial x} + j\omega\alpha_{yz} H_z \right] \right\}, \quad (7.5)$$

$$H_y = \frac{j\omega\varepsilon}{K^2} \left\{ \left[j\omega\alpha_{zy} E_z - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right] - \frac{\gamma}{j\omega\varepsilon} \frac{\partial H_z}{\partial y} \right\}, \quad (7.6)$$

$$\nabla_t^2 H_z + 2j\omega\alpha_{yz} \frac{\partial H_z}{\partial x} + (K^2 - \omega^2\alpha_{yz}^2) H_z - \frac{\gamma}{\mu} (\alpha_{yz} + \alpha_{zy}) \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0, \quad (7.7)$$

$$\nabla_t^2 E_z - 2j\omega\alpha_{zy} \frac{\partial E_z}{\partial x} + (K^2 - \omega^2\alpha_{zy}^2) E_z - \frac{\gamma}{\varepsilon} (\alpha_{yz} + \alpha_{zy}) \frac{\partial H_z}{\partial y} = 0, \quad (7.8)$$

$$\text{ただし } K^2 = \gamma^2 + \omega^2 \varepsilon \mu,$$

$$\nabla_t^2 = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2}.$$

が得られる。(7.7), (7.8) 式で E_z と H_z は α で結びつき, この媒質での電磁界は混成波となる。しかしながら, $\alpha_{yz} = -\alpha_{zy}$ の条件であれば, TE 又は TM モードに分離できる。本節では図 7.1 に示すような平行平板内の電磁界を取扱う。それゆえに (7.7), (7.8) 式で, $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ の条件がおけるので, この場合も TE , TM モードに分離される。

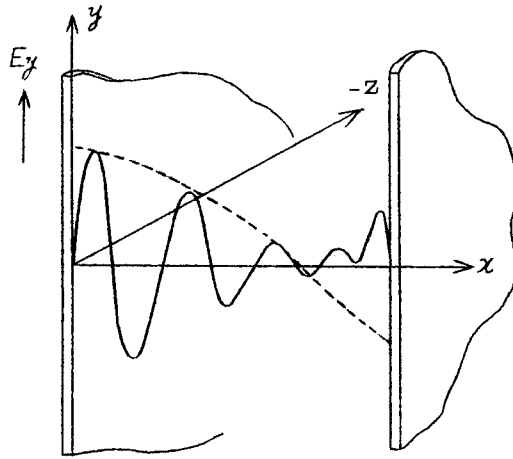


図 7.1 平行平板内の電界分布

7.2.1 TE モードの場合

(7.7) 式で $\frac{\partial E_z}{\partial y} = 0$ とおくと,

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + 2j\omega\alpha_{yz}\frac{\partial H_z}{\partial x} + (K^2 - \omega^2\alpha_{yz}^2)H_z = 0 \quad (7.9)$$

が得られる。今, H_z を $H_z = Ae^{-\xi x}$ とおくと, (7.9) 式から,

$$\xi = j(\omega\alpha_{yz} \pm K)$$

が得られる。

それゆえに、 H_z は

$$H_z = [A_1 e^{-j(\omega a_{yz} + K)x} + A_2 e^{-j(\omega a_{yz} - K)x}] e^{-\gamma z} \quad (7.10)$$

となる。(7.4)式から E_y は

$$E_y = -\frac{\omega \mu}{K} [A_2 e^{-j(\omega a_{yz} - K)x} - A_1 e^{-j(\omega a_{yz} + K)x}] e^{-\gamma z} \quad (7.11)$$

で与えられる。(7.11)式で境界条件、 $x=0$ 、 $x=a$ で、 $E_y=0$ を与えると、

$$A_1 = A_2,$$

$$K = \left(\frac{n\pi}{a}\right).$$

が得られる。これから、

$$\gamma = j\beta = \pm j \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2}$$

となり、 γ は α の影響を与えない。それゆえに E_y は

$$E_y = -\frac{2j\omega\mu}{K} A_1 e^{-j\omega a_{yz}x} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \quad (7.12)$$

で与えられる。今、(7.12)式で $e^{j\omega t}$ を含めて、その実数部をとると、

$$E_y = -\frac{2\omega\mu}{K} A_1 \sin \omega(\alpha_{yz}x - t) \sin \frac{n\pi}{a}x \quad (7.13)$$

となる。(7.13)式を $n=7$ 、 $t=0$ に対して、図示すると、図7.1の如くなり、 α の存在で波形が歪むことが判る。又時間的变化を考えると、包

絡線が左から右に向って移動する。(7.3)~(7.6)式から、各々の電磁界成分を求めると、

$$E_x = 0 ,$$

$$E_y = -j \frac{2\omega\mu}{K} A_1 e^{-j\omega\alpha_{yz}x} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) e^{\mp j\beta z} ,$$

$$E_z = 0 ,$$

$$H_x = j \frac{2\beta}{K} A_1 e^{-j\omega\alpha_{yz}x} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) e^{\mp j\beta z} ,$$

$$H_y = 0 ,$$

$$H_z = 2 A_1 e^{-j\omega\alpha_{yz}x} \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) e^{\mp j\beta z} . \quad (7.14)$$

が得られる。

7.2.2 TMモードの場合

(7.8)式から、

$$-\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} - 2j\omega\alpha_{zy} \frac{\partial E_z}{\partial x} + (K^2 - \omega^2\alpha_{zy}^2) E_z = 0 . \quad (7.15)$$

(7.15)式で $E_z = B_1 e^{-\zeta x}$ とおくと、

$$\zeta = j(-\omega\alpha_{zy} \pm K)$$

となり、TEモードの場合と同様な解析が行える。境界条件を考慮して得られた解は

$$E_x = -\frac{2\beta}{K} B_1 e^{j\omega\alpha_{zy}x} \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) e^{\mp j\beta z} ,$$

$$H_y = -\frac{2\omega\epsilon}{K} B_1 e^{j\omega\alpha_{zy}x} \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) e^{\mp j\beta z} ,$$

$$E_z = -2jB_1 e^{j\omega\alpha_z y x} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) e^{\mp j\beta z}, \quad (7.16)$$

$$\text{ただし, } \beta = \sqrt{\omega^2 \epsilon \mu - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2}$$

となる。この場合の E_z の分布は(7.12)式と類似するが、時間的变化を考えると、包絡線は右から左に向って移動する。

7.3 矩形導波管内の電磁界

7.2節で得られた結果を用いて、 y 方向に境界を加え、矩形導波管内の電磁界の解析を行なった。まず図7.2に示される座標を考える。更に解析をより簡単にするため、7.2節で用いた α テンソンで、 $\alpha_{yz} = \alpha_{zy} = \alpha$ とおく、(7.3)～(7.6)式で y 方向の境界条件を考慮すると、 E_z 、 H_z の解は

$$H_z = g(x) \cos \frac{n\pi}{b} y e^{j\omega t - \gamma z}, \quad (7.17)$$

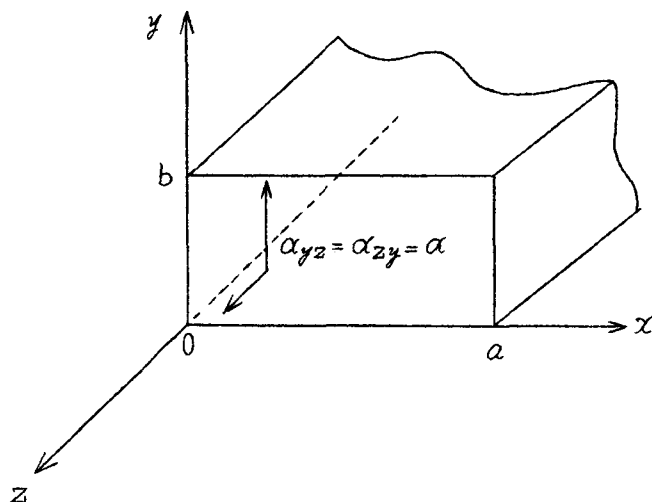


図 7.2 矩形導波管

$$E_z = f(x) \sin \frac{n\pi}{b} y e^{j\omega t - \gamma z} \quad (7.18)$$

で与えられる。(7.17), (7.18) 式を7.2節の(7.7), (7.8) 式に代入し, $\alpha_{yz} = \alpha_{zy} = \alpha$ とおくと,

$$\left\{ \frac{\partial^2 g(x)}{\partial x^2} + 2j\omega\alpha \frac{\partial g(x)}{\partial x} + [K^2 - \omega^2\alpha^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2] g(x) - \frac{2\alpha\gamma}{\mu} \left(\frac{n\pi}{b}\right) f(x) \right\} \times \\ \times \cos \frac{n\pi}{b} y = 0, \quad (7.19)$$

$$\left\{ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} - 2j\omega\alpha \frac{\partial f(x)}{\partial x} + [K^2 - \omega^2\alpha^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2] f(x) + \frac{2\alpha\gamma}{\varepsilon} \left(\frac{n\pi}{b}\right) g(x) \right\} \\ \times \sin \frac{n\pi}{b} y = 0. \quad (7.20)$$

が得られる。(7.19), (7.20) 式から, $f(x)$, $g(x)$ 単独な式に変形すると,

$$\left\{ \frac{\partial^4}{\partial x^4} + A_1 \frac{\partial}{\partial x^2} + C_1 \right\} \begin{Bmatrix} f(x) \\ g(x) \end{Bmatrix} = 0, \quad (7.21)$$

$$\text{ただし, } A_1 = 2 \left[K^2 + \omega^2\alpha^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right]$$

$$C_1 = \left[K^2 - \omega^2\alpha^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right]^2 + \frac{\gamma^2}{\varepsilon\mu} \alpha^2 \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2.$$

が得られる。(7.21) 式の解として, 次の4つの正弦波の組合わせが考えられる。

$$V_1 \sin rx \cdot \sin qx, \quad V_2 \cos rx \cdot \cos qx \\ V_3 \sin rx \cdot \cos qx, \quad V_4 \cos rx \cdot \sin qx.$$

ここに $V_1 \sim V_4$ は定数である。これらは $r \rightarrow 0$, 又は $q \rightarrow 0$ の条件で、通常の TE , TM モードの解になる。これらの解を (7.21) 式に代入し、 q , r , γ の間の関係を求めると、

$$r^2 + q^2 = K^2 + \omega^2 \alpha^2 - \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2, \quad (7.22)$$

$$q^2 r^2 = \omega^2 \alpha^2 \left[K^2 - \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 - \frac{\gamma^2}{4 \omega^2 \epsilon \mu} \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \quad (7.23)$$

となる。これらの関係から、境界条件を考慮した E_z の解として、

$$E_z = f(x) \sin \frac{n\pi}{b} y \\ = R [S \sin r x \sin q x + T \cos r x \sin q x + \sin r x \cos q x] \sin \frac{n\pi}{b} y, \\ \text{ただし, } R, S, T \text{ は定数.} \quad (7.24)$$

が考えられる。

一方、 H_z は

$$H_z = g(x) \cos \frac{n\pi}{b} y \\ = L [M \sin r x \cos q x + N \cos r x \sin q x + P \sin r x \sin q x + \cos r x \cos q x] \\ \times \cos \frac{n\pi}{b} y$$

ただし、 L, M, N, P は定数 (7.25)

で与えられる。(7.24) 式で $x = a$, $E_z = 0$ の境界条件を代入すると、

$$R [S \sin r a \sin q a + T \cos r a \sin q a + \sin r a \cos q a] = 0 \quad (7.26)$$

が得られる。

一方、 E_y , H_x の x 方向に対する境界条件を考慮する必要がある。この条件を満足するには、7.2 節の (7.4) , (7.5) 式で、

$$\left. \frac{\partial H_z}{\partial x} + j \omega \alpha H_z \right|_{x=0, a} = 0 \quad (7.27)$$

の関係満足する必要がある。(7.27)式に(7.25)式を代入すると,

$$Mr + Nq + j\omega\alpha = 0, \quad (7.28)$$

$$L \{ (-Mq - Nr + j\omega\alpha P) \sin ra \cdot \sin qa + (Pr - q + j\omega\alpha N) \cos ra \cdot \sin qa \\ + (Pq - r + j\omega\alpha M) \sin ra \cdot \cos qa \} = 0. \quad (7.29)$$

が得られる.

一方、(7.24), (7.25)式を(7.19), (7.20)式に代入し,
 $x = 0, \quad x = a. \quad y = 0, \quad y = b$ とおくと,

$$L \{ (-r^2 - q^2 + 2Pqr) + 2j\omega\alpha(Mr + Nq) + [K^2 - \omega^2\alpha^2 - (\frac{n\pi}{b})^2] \} = 0, \quad (7.30)$$

$$2 \{ R[sqr - j\omega\alpha(Tq + r)] + \frac{\gamma}{\varepsilon} \alpha (\frac{n\pi}{b}) L \} = 0, \quad (7.31)$$

$$L \{ -P(r^2 + q^2) + 2qqr - 2j\omega\alpha(Mq + Nr) + [K^2 - \omega^2\alpha^2 - (\frac{n\pi}{b})^2] P \} \sin ra \cdot \sin qa \\ + L \{ -N(r^2 + q^2) - 2qMr + 2j\omega\alpha(Pr - q) + [K^2 - \omega^2\alpha^2 - (\frac{n\pi}{b})^2] N \} \cos ra \cdot \sin qa \\ + L \{ -M(r^2 + q^2) - 2Nqr + 2j\omega\alpha(Pq - r) + [K^2 - \omega^2\alpha^2 - (\frac{n\pi}{b})^2] M \} \sin ra \cdot \cos qa \\ = 0, \quad (7.32)$$

$$\{ R[-s(r^2 + q^2) + 2j\omega\alpha(rT + q)] + 2\frac{\gamma}{\varepsilon} \alpha LP(\frac{n\pi}{b}) \} \sin qa \cdot \sin ra \\ + \{ R[-r^2 - q^2 - 2Tqr - 2j\omega\alpha sr] + 2\frac{M}{\varepsilon} \gamma \alpha L(\frac{n\pi}{b}) \} \sin ra \cdot \cos qa \\ + \{ R[-T(r^2 + q^2) - 2qqr - 2j\omega\alpha sr] + 2\frac{N}{\varepsilon} \gamma \alpha L(\frac{n\pi}{b}) \} \cos ra \cdot \sin qa \\ = 0. \quad (7.33)$$

が得られる. E_z, H_z の係数, R, S, T, L, M, N, P の間の関係は(7.26),

(7.28), (7.29), (7.30), (7.31), (7.32), (7.33) 式の 7 つの方程式で定まる。又, r , q , γ の間の関係は (7.22), (7.23) 式で定まるから, これらの 9 つの方程式から, この媒質の電磁界成分が求まる。そしてこれらの超越方程式の解は数値計算によって明らかにすることができる。今, $\alpha \simeq 0$ の場合, すなわち $q \simeq 0$, $r \simeq \frac{n\pi}{a}$ の場合の電界の分布を描くと図 7.3 の如くなる。図 7.3 に示されるように, α の存在により波型が歪む。この結果

は 7.2 節の平行平板において得られた電界分布の波形と類似する。更にこの結果は電磁波の伝搬方向に垂直に磁化されたフェライトを導波管中に充たした場合に生じる電磁界分布^(6a)にも類似している。

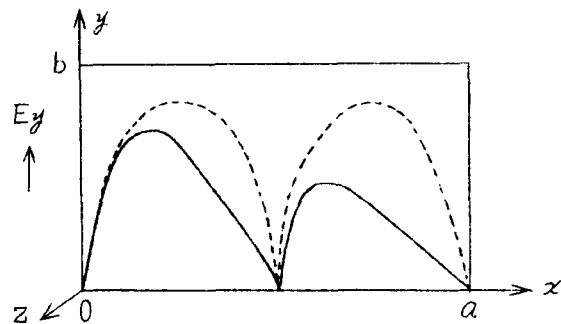


図 7.3 矩形導波管内の電界分布

7.4 円形導波管内の電磁界

7.4.1 基礎方程式

本節では円形導波管に磁気誘電媒質を充たした場合の電磁界が解析されている。この解析ではマイクロ波帯における α の測定手段を見出す目的も含めているので厳密解 (α の値は現在の緊子では非常に小さいので) が求められている。又 α は電磁波の進行方向にのみ存在すると仮定されている。Cr₂O₃ の α は 2 章で述べられた様に一方向にのみ強く現われるので, この仮定は矛

盾しない。それゆえに α テンソルは

$$\alpha_{em} = \alpha_{me} = \alpha_{zz} \quad (7.34)$$

で与えられる。電磁界が $e^{-\gamma z + j\omega t}$ で変化するとして、図7.4に示される円筒座標における各々の電磁界成分を5章の(5.16), (5.17)式から求めると、

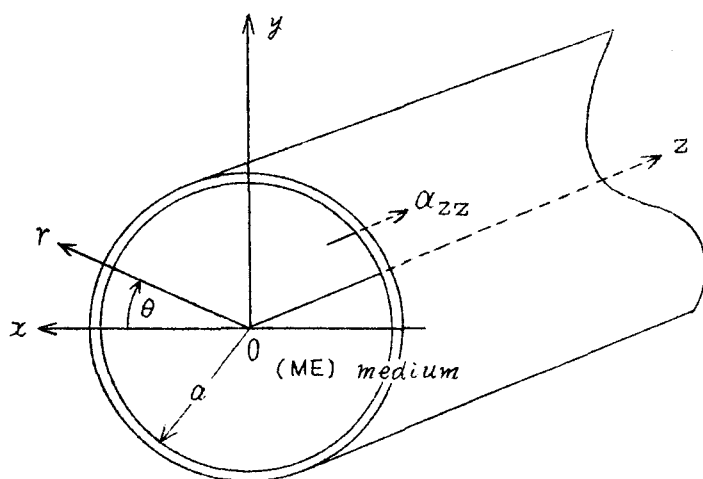


図7.4 磁気誘電媒質で充たされた円形導波管

$$E_r = \frac{-j\omega\mu}{K^2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} + \frac{\gamma}{j\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial r} \right], \quad (7.35)$$

$$E_\theta = \frac{j\omega\mu}{K^2} \left[\frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\gamma}{j\omega\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \right], \quad (7.36)$$

$$H_r = \frac{-j\omega\epsilon}{K^2} \left[\frac{\gamma}{j\omega\epsilon} \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \right], \quad (7.37)$$

$$H_{\theta} = \frac{-j\omega\varepsilon}{K^2} \left[\frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\gamma}{j\omega\varepsilon} \frac{1}{\gamma} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right], \quad (7.38)$$

$$\nabla_t^2 E_z + K^2 \left(E_z + \frac{\alpha_{zz}}{\varepsilon} H_z \right) = 0, \quad (7.39)$$

$$\nabla_t^2 H_z + K^2 \left(H_z + \frac{\alpha_{zz}}{\mu} E_z \right) = 0, \quad (7.40)$$

$$\text{ただし, } \nabla_t^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right),$$

$$K^2 = \gamma^2 + \omega^2 \varepsilon \mu.$$

が得られる。又,

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \frac{-\gamma}{K^2} \left[\nabla_t^2 E_z + K^2 \left(E_z + \frac{\alpha_{zz}}{\varepsilon} H_z \right) \right] = 0,$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = \frac{\gamma}{K^2} \left[\nabla_t^2 H_z + K^2 \left(H_z + \frac{\alpha_{zz}}{\mu} E_z \right) \right] = 0$$

となり, $\operatorname{div} \mathbf{D} = 0$, $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$ が成立する。

(7.39), (7.40) 式は

$$\psi = E_z + \Lambda H_z$$

と, ψ なる関数を導入⁽⁶⁹⁾することにより, 解くことが出来る。それゆえに

(7.39), (7.40) 式は

$$\nabla_t^2 \psi + \chi^2 \psi = 0, \quad (7.41)$$

$$\alpha_{zz} \left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{\Lambda^2}{\mu} \right) = 0 \quad (7.42)$$

となる。(7.42) 式の解は

$$A_1 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, \quad A_2 = -\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (7.43)$$

で与えられる。(7.41), (7.43)式から,

$$\chi_1^2 = K^2 \left(1 + \frac{\alpha_{zz}}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \right), \quad \chi_2^2 = K^2 \left(1 - \frac{\alpha_{zz}}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \right). \quad (7.44)$$

が得られる。 ψ は

$$\psi_1 = E_z + A_1 H_z$$

と定義できるから, E_z , H_z は

$$H_z = \frac{\psi_1 - \psi_2}{A_1 - A_2}, \quad E_z = \frac{\psi_2 A_1 - \psi_1 A_2}{A_1 - A_2} \quad (7.45)$$

で与えられる。(7.41)式で電磁界が $e^{jn\theta}$ で変化すると考えると,

$$\frac{\partial^2 \psi_{12}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_{12}}{\partial r} + \left(\chi_{12}^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \psi_{12} = 0 \quad (7.46)$$

が成立する。(7.46)式の解は

$$\psi_1 = A_1 J_n(\chi_2 r) e^{jn\theta} \quad (7.47)$$

で与えられる。

(7.45)式から E_z は

$$E_z = \left[\frac{A_2 J_n(\chi_2 r) A_1 - A_1 J_n(\chi_1 r) A_2}{A_1 - A_2} \right] e^{jn\theta - \gamma z} \quad (7.48)$$

で与えられる。

(7.48)式は $r = a$ で $E_z = 0$ の境界条件を満足する必要があるから,

定数 A_1, A_2 は

$$A_1 = \frac{J_n(\chi_2 a)}{A_2}, \quad A_2 = \frac{J_n(\chi_1 a)}{A_1} \quad (7.49)$$

で与えられる。(7.49)式と(7.43), (7.45)式から E_z, H_z を求めると,

$$E_z = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \{ J_n(\chi_1 a) J_n(\chi_2 r) - J_n(\chi_2 a) J_n(\chi_1 r) \} e^{jn\theta - \gamma z}, \quad (7.50)$$

$$H_z = -\frac{1}{2} \frac{\mu}{\varepsilon} \{ J_n(\chi_2 a) J_n(\chi_1 r) + J_n(\chi_1 a) J_n(\chi_2 r) \} e^{jn\theta - \gamma z}. \quad (7.51)$$

が得られる。(7.50), (7.51)式と(7.35)~(7.38)式を用いて, 各々の電磁界成分を求めると,

$$E_r = -\frac{\omega\mu}{2K^2 r} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left\{ B_2(r) \left[\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} n + \frac{\gamma}{\omega\mu} F_n(\chi_2 r) \right] + B_1(r) \left[\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} n - \frac{\gamma}{\omega\mu} F_n(\chi_1 r) \right] \right\} e^{jn\theta - \gamma z}, \quad (7.52)$$

$$E_\theta = -\frac{j\omega\mu}{2K^2 r} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left\{ B_2(r) \left[\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} F_n(\chi_2 r) + \frac{\gamma n}{\omega\mu} \right] + B_1(r) \left[\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} F_n(\chi_1 r) - \frac{\gamma n}{\omega\mu} \right] \right\} e^{jn\theta - \gamma z}, \quad (7.53)$$

$$H_r = \frac{\omega\varepsilon}{2K^2 r} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left\{ B_2(r) \left[\frac{\gamma}{\omega\varepsilon} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} F_n(\chi_2 r) - n \right] + B_1(r) \left[\frac{\gamma}{\omega\varepsilon} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} F_n(\chi_1 r) + n \right] \right\} e^{jn\theta - \gamma z}, \quad (7.54)$$

$$H_{\theta} = \frac{-j\omega\varepsilon}{2K^2 r} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left\{ B_2(r) \left[F_n(\chi_2 r) - \frac{n\gamma}{\omega\varepsilon} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \right] \right. \\ \left. - B_1(r) \left[F_n(\chi_1 r) + \frac{n\gamma}{\omega\varepsilon} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \right] \right\} e^{jn\theta - \gamma z}, \quad (7.55)$$

$$\text{ただし, } B_1(r) = J_n(\chi_2 a) J_n(\chi_1 r),$$

$$B_2(r) = J_n(\chi_1 a) J_n(\chi_2 r),$$

$$F_n(x) = \frac{x J_n'(x)}{J_n(x)}.$$

が得られる。

7.4.2 特性方程式

(7.53) 式は又,

$$E_{\theta} = -\frac{j\omega\mu}{2K^2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left\{ \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} [J_n(\chi_2 a) \chi_1 J_n'(\chi_1 r) + J_n(\chi_1 a) \chi_2 J_n'(\chi_2 r)] \right. \\ \left. + \frac{n\gamma}{j\omega\mu r} [J_n(\chi_1 a) J_n(\chi_2 r) - J_n(\chi_2 a) J_n(\chi_1 r)] \right\} e^{jn\theta - \gamma z},$$

$$\text{ただし, } J_n'(\chi_1 r) = \frac{\partial J_n(\chi_1 r)}{\partial(\chi_1 r)}.$$

と書き換えられる。この式は $r = a$, $E_{\theta} = 0$ の境界条件を満足する必要があるので,

$$\frac{\chi_1 a J_n'(\chi_1 a)}{J_n(\chi_1 a)} = -\frac{\chi_2 a J_n'(\chi_2 a)}{J_n(\chi_2 a)} \quad (7.56)$$

の関係が得られる。(7.56) 式はこの問題における特性方程式である。

(7.56) 式は又,

$$F_n \left(K a \sqrt{1 + \frac{\alpha_{zz}}{\sqrt{\epsilon \mu}}} \right) + F_n \left(K a \sqrt{1 - \frac{\alpha_{zz}}{\sqrt{\epsilon \mu}}} \right) = 0 \quad (7.57)$$

と書ける。今 $F_n(x)$ を $n=1$ に対して図示すると、図 7.5 の如くなる。このグラフから、(7.57) 式の根を求めることが出来る。今、 $\frac{\alpha_{zz}}{\sqrt{\epsilon \mu}}$ の大きさをパラメータとして、 $n=1$ に対する根 Ka を求めて、図示すると図 7.6 の如くなる。図で左から右に根の番号を $y_{11}, y_{12}, y_{13} \cdots y_{1m}$ とする。これらの根はそのまま遮断周波数の影響を示す。 y_{11} から得られる遮断周波数は α_{zz} の影響でごく僅か低下する。しかしながら、 $y_{12}, y_{13} \cdots y_{1m}$ から得られる遮断周波数は α_{zz} の影響で上昇する。

又、 α_{zz} が 1 に較べて十分小さい場合は、S.R.Seshadri⁽⁶⁶⁾ によって指摘されたように、 $y_{11}, y_{13}, y_{15} \cdots$ は TE モードの根に近く、 $y_{12}, y_{14}, y_{16} \cdots$ は TM モードの根に近い。これは (7.42) 式を用いても説明できる。しかしながらこの解析においては、解の厳密性を要求しているから、 TE 又は TM モードとしての解析を取扱わない。

7.4.3 電界の分布

これらの電磁界成分から、電界の分布を描いてみる。 $z = z_1$ として、 E_r , E_θ の虚数部をとると、

$$\text{Imag } E_r = \frac{\omega \mu}{2 K^2 r} \left[B_3(r) \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} n \sin n\theta + \frac{\beta}{\omega \mu} \overline{B_4(r)} \cos n\theta \right], \quad (7.58)$$

$$\text{Imag } E_\theta = \frac{\omega \mu}{2 K^2 r} \left[\overline{B_4(r)} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cos n\theta - \frac{\beta n}{\omega \mu} \overline{B_3(r)} \sin n\theta \right], \quad (7.59)$$

ただし、 $B_3(r) = J_n(\chi_1 a) J_n(\chi_2 r) + J_n(\chi_2 a) J_n(\chi_1 r)$,

$$\overline{B_3(r)} = J_n(\chi_1 a) J_n(\chi_2 r) - J_n(\chi_2 a) J_n(\chi_1 r),$$

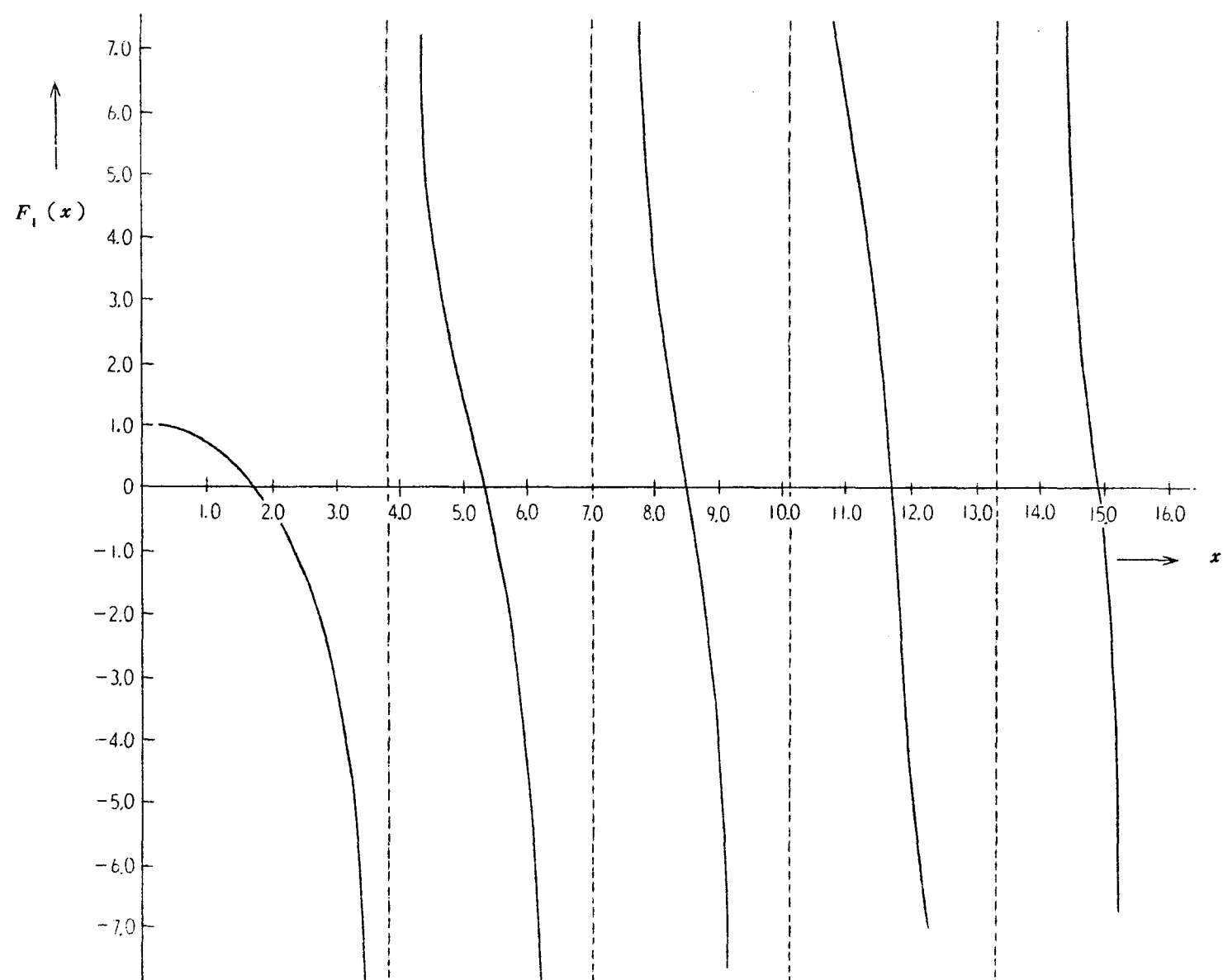


図 7 . 5 関 数 $F_1(x)$

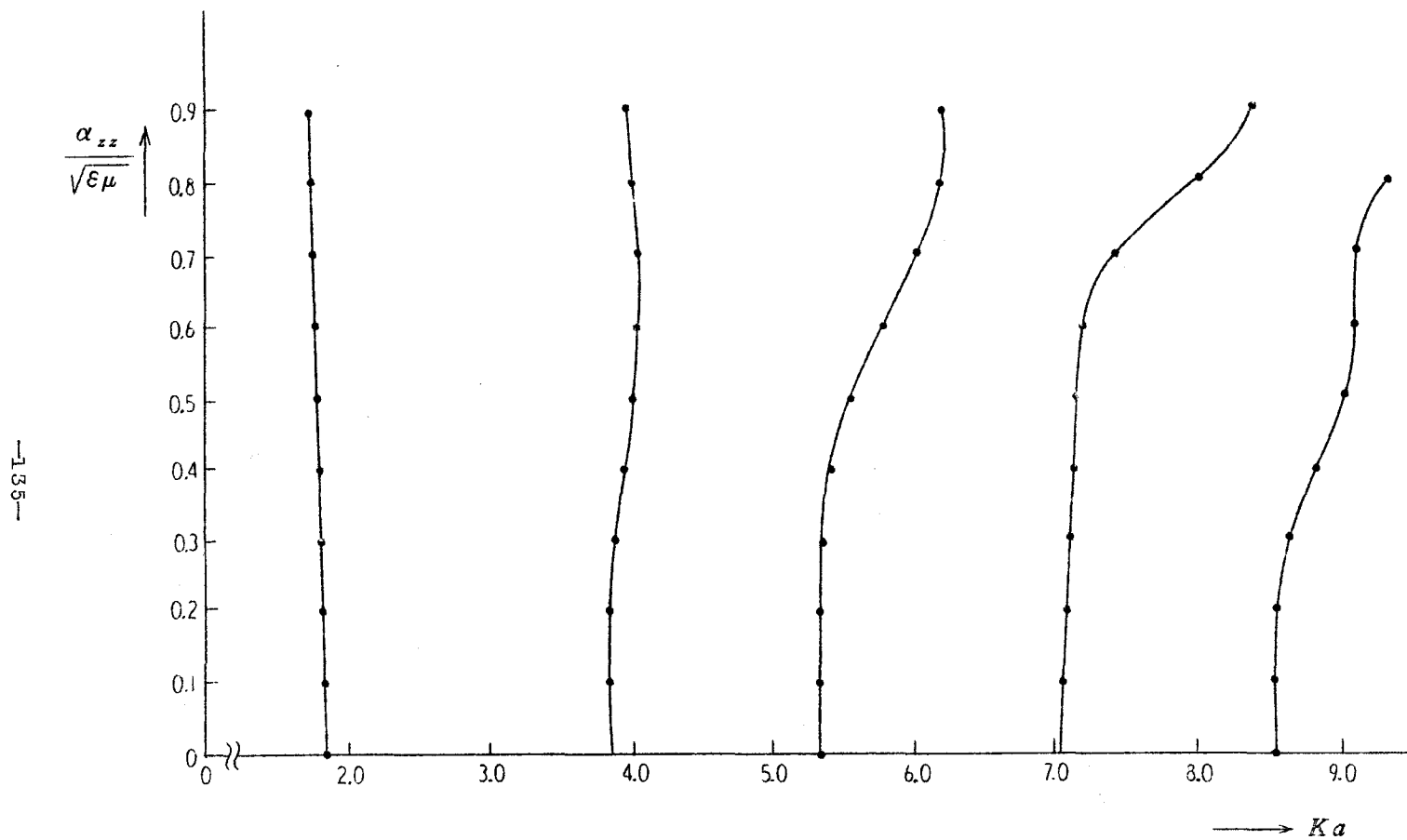


図7.6 $n=1$ に対する特性方程の根

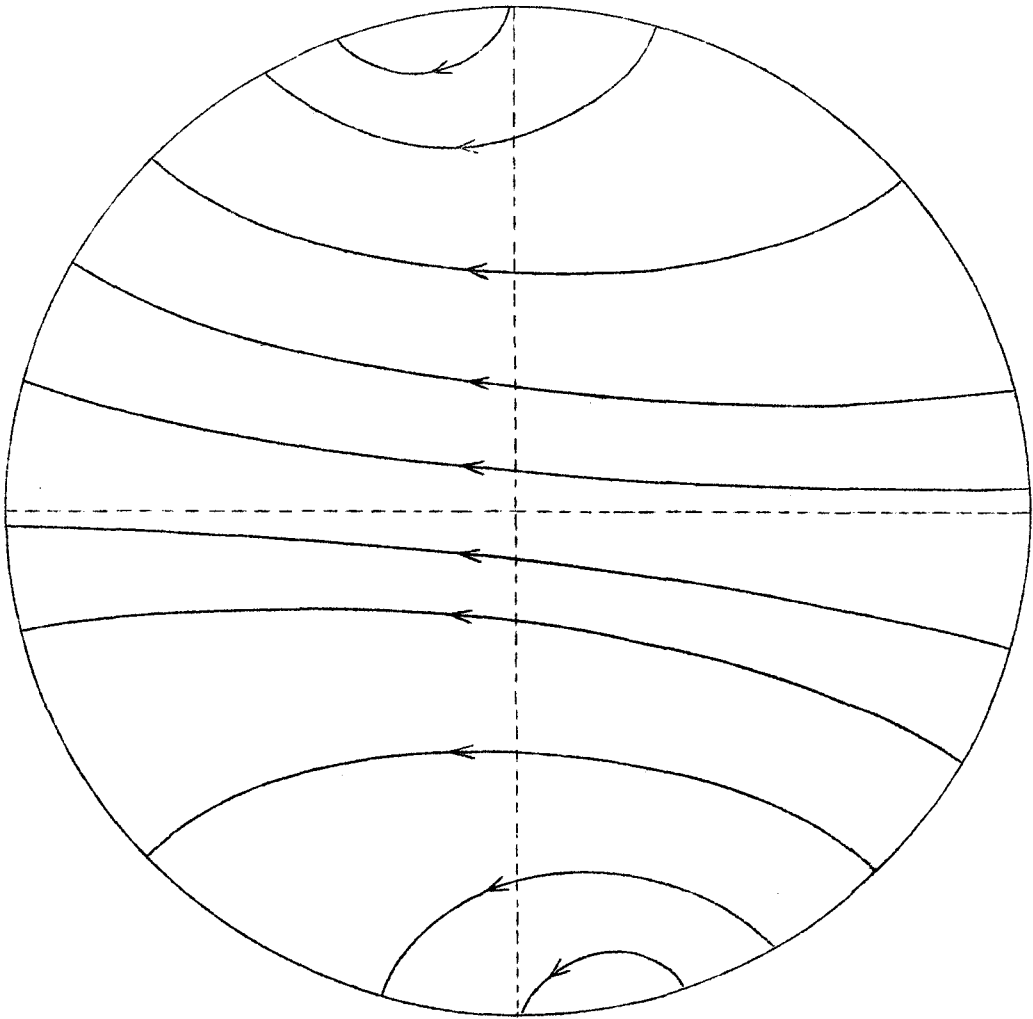


図 7 . 7 a y_{11} に対する電界分布

$$B_k(r) = J_n(\chi_1 a) J_n(\chi_2 r) F_n(\chi_2 r) + J_n(\chi_2 a) J_n(\chi_1 r) F_n(\chi_1 r) ,$$

$$\overline{B_k}(r) = J_n(\chi_1 a) J_n(\chi_2 r) F_n(\chi_2 r) - J_n(\chi_2 a) J_n(\chi_1 r) F_n(\chi_1 r) ,$$

$$\beta = \sqrt{\omega^2 \epsilon \mu - \left(\frac{y_{1m}}{a} \right)^2}$$

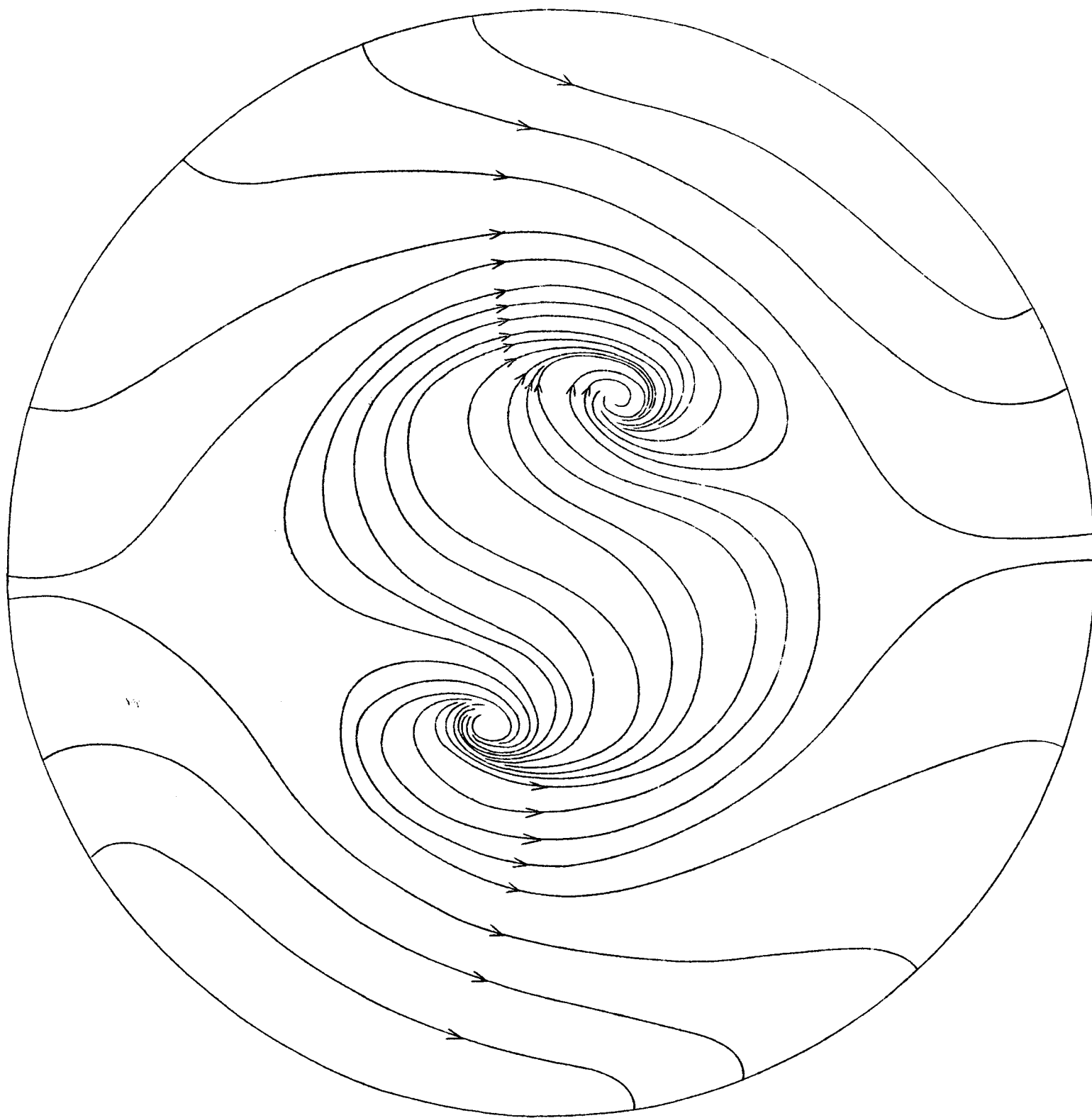


図 7.7 b y_{12} に対する電界分布

となる。電気力線の傾き θ は

$$\theta = \tan^{-1} \frac{E_{\theta}}{E_r} \quad (7.60)$$

で定義される。今、 $\omega = 6 \times 10^{10} \text{ rad/sec}$ ($f = 9.55 \text{ GHz}$), $a = 11 \text{ mm}$, $n = 1$, $\frac{\alpha_{zz}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 0.4$, $\epsilon = \epsilon_0$, $\mu = \mu_0$, $y_{11} = 1.813$ を用いて, (7.60) 式を計算し, その電界分布を図示すると図 7.7 a の如くなる。同じ計算を $y_{12} = 3.952$, $a = 20 \text{ mm}$ を用いて描くと, 図 7.7 b のごとき電界分布が得られる。図 7.7 a の結果を見ると, TE_{11} に近い電気力線の分布が得られている。しかしながら TE_{11} よりかなり回転し, 歪んだ分布が得られている。

一方図 7.7 b は TM_{11} に近いが, この場合も電気力線はかなり回転していることが判る。

7.5 結 言

以上の結果から, 磁気誘電媒質中では, 従来にない新しい電磁界分布が得られることが判った。しかしながら, α テンソルに **Nondiagonal** を用いた場合の導波管内の電磁界はフェライト媒質における電磁界に近い解が得られている。この結果に対しては, 更に解析を進め, 両者の相違をより明らかにする必要がある。

一方, これらの理論的結果はマイクロ波帯での磁気誘電効果の測定に用いることができる。すなわち, その測定手法として, 7.4 節で明らかにされた電界分布の回転, 遮断周波数の上昇の変化などの検出が考えられる。この電界の回転の検出は S. Chai⁽⁷⁰⁾ の方法を用いれば, Cr_2O_3 の $\frac{\alpha_{zz}}{\sqrt{\epsilon\mu}} \approx 10^{-4}$ の値でも検出が可能であろう。

一方, α は 100 GHz 迄存在すると T. H. Odell⁽¹⁹⁾ によって述べられてい

る。それゆえに Cr_2O_3 の反強磁性の共鳴周波数である 23500MHz ⁽⁷⁾ で α の大きさを知ることが物性的にも、大きな意味を与えるものと考えられる。さらにこれらの結果は、今後将来、 α の大きな素子があらわれれば新しいマイクロ波回路素子への応用を見出す足がかりになると考えられる。

第 8 章 結 論

第 1 章では従来の研究の歴史的背景について述べ、本論文の占める地位を明らかにした。

第 2 章は、磁気誘電効果が電磁気学的なモデルを用いて説明され、従来の電磁歪結合現象とは基本的に異なる新しい電磁気現象であることが明らかにされた。そして $\text{Cr}_2\text{O}_3 - \text{Al}_2\text{O}_3$ 単結晶を用いて、この効果の実験が行なわれた。

一方、一定のバイアス磁界のもとで磁気誘電効果が生じると考えられている Ga Fe O_3 の場合は、磁電歪結合現象を混入している可能性がその実験結果から明らかにされた。

第 3 章は $\text{Cr}_2\text{O}_3 - \text{Al}_2\text{O}_3$ 単結晶の Magnetic または Magneto-electric annealing 効果が明らかにされた。そして電界により、スピンの 180° 反転する作用が生じることが見出された。更に強磁界、強電界を用いたアニイリング効果により、 α テンソルの異方性が変化することも見出された。

第 4 章は磁気誘電素子を一つの回路素子として取扱ひ、その等価回路が明らかにされた。そして磁気誘電効果による電力の受授が回路論的な立場から説明された。又磁気誘電素子により理想的な低周波のシャイレータ、アイソレータが実現できることが明らかにされた。

一方、この回路の回路動作を利用して、磁気誘電係数 α の測定が試みられ、この測定法が多くの利点をもつことが示された。

又等価回路の結果が、梯子型回路並びに分布定数線路の解析へと拡張され、その伝送特性が論じられ、伝搬定数が進行波と反射波では異なるという新しい伝送特性が明らかにされた。そしてこれらの結果は回路理論の上で更に発展させえ

る可能性をもつことが指摘された。

第5章は磁気誘電媒質における平面波の伝搬が取扱われた。そしてこの媒質で生じる異常な定在波が明らかにされるとともに α に対するフレンネルの方程式が導かれた。そして α の値がある大きさになると、磁気バイアスを必要としないアイソレータが実現出来ることが明らかにされた。

第6章は平面電磁波が半無限磁気誘電媒質に入射した場合の反射及び透過について論じられた。そして入射波の偏波と 90° 異なる偏波をもつ反射波が入射波と同じ偏波をもつ反射波より強く生じるなどいくつかのこの媒質における反射の特異性が明らかにされた。

第7章は磁気誘電媒質を導波管内に充たした場合の電磁界が矩形導波管および円形導波管に対して明らかにされた。そして新しい電磁界分布が明らかにされるとともに、これらの結果がマイクロ波帯での α の測定に有用な手段を与えることが示された。

以上は本論文で得られた結果であるが、これらの結果から考察して、現在の α より 10^2 倍大きな値をもつ素子如果出现すれば次の様な応用が考えられる。

- i) 低周波のジャイレータ、アイソレータ。
- ii) 計測用素子。例えば磁界中に磁気誘電素子をおけば、電界によりトルクを受けるので、静電電圧計と類似した電圧計が考えられる。又電磁誘導によらず、磁界により出力が得られるのでパルス磁界等の磁界検出素子が考えられる。
- iii) 磁気記録ヘッド。現在のコイルによるヘッドに変わるもので、周波数特性が良好でかつ熱的損失（抵抗損失）のないものが得られる。
- iv) マイクロ波帯におけるアイソレータ。現在のフェライト素子に較べて磁気バイアスを必要としない特長がある。又 $\text{Ni}_3\text{B}_7\text{O}_{13}\text{I}$ の様な強磁性強

誘電体を用いると、電界によりファラデー回転の方向を変える⁽⁷²⁾ことができる。

V) 半固定記憶素子,⁽¹⁾ メモリ素子。

一方、本論文であまり触れなかった磁気誘電効果に対する量子力学的な解明は新しい磁気誘電素子を見出す可能性を含むとともに、生体高分子のメカニズムの解明の手段⁽⁷³⁾になるものと思える。

謝 辞

本論文を終わるにあたり，この研究を指導していただいた，本学名誉教授，熊谷三郎先生．本学教授，青柳健次先生．近畿大学教授，富谷隆雄先生に感謝の意を表わすとともに，助言をいただいた本学助教授，中西義郎先生．近畿大学助教授，岡本允夫先生に感謝の意を表わします．

又 X線解析を行なっていたいたゞいた早川電機中研，研究部長，猪口敏夫氏．結晶切削を行なっていたいたゞいた中住クリスタルの中住讓秀氏， GaFeO_3 単結晶を提供していたいたゞいた本学基礎工学部助教授，田崎 明先生．並びに研究を手伝っていたいたゞいた卒業研究学生，池田洋介，西岡郁夫，中森茂広，綾真和，田端哲彦，久保盛弘，泉弘文氏に感謝の意を表わします．

文 献

- (1) T.H.O'dell : The forbidden effect, IEEE Student Journal, Vol.4, p.15 (March 1966).
- (2) L.D.Landau and E.M.Lifshitz : Electrodynamics of continuous media, Vol.8 of course of theoretical physics, Pergamon press.
- (3) I.E.Dzyaloshinskii : On the magneto-electrical effect in antiferromagnets, Soviet Physics JETP, Vol.10, p.628 (1960).
- (4) D.N.Astrov : The magnetoelectric effect in antiferromagnetics, Soviet Physics JETP, Vol.11, No.3, p.708, (Sept.1960).
- (5) D.N.Astrov : Magnetoelectric effect in chromium oxide, Soviet Physics JETP, Vol.13, No.4, p.729 (Oct.1961).
- (6) G.T.Rado and V.J.Folen : Observation of the magnetically induced magnetoelectric effect and evidence for antiferromagnetic domains, Physical Review Letters, Vol.7, No.8, p.310 (Oct.15,1961).
- (7) G.T.Rado : Statistical theory of magnetoelectric effects in antiferromagnetics, Physical Review, Vol.128, No.6, p.2546 (December 15,1962).
- (8) V.J.Folen, G.T.Rado, E.W.Stalder : Anisotropy of the magnetoelectric effect in Cr_2O_3 , Physical Review

- Letters, Vol.6, No.11, p.607 (June 1961).
- (9) G.T.Rado : Mechanism of the magnetoelectric effect in antiferromagnet, Physical Review Letters, Vol.6, No.11, p.609 (June 1961).
 - (10) G.T.Rado and V.J.Folen,: Magnetoelectric effects in antiferromagnetics, Journal of Applied Physics, Vol.s-33, No.3, p.1126 (March 1962).
 - (11) B.I.Al'shin and D.N.Astrov : Magnetoelectric effect in titanium oxide Ti_2O_3 , Soviet Physics JETP, Vol.17, No.4, p.809 (Oct.1963).
 - (12) Simon Foner, Mitsugu Hanabusa : Magnetoelectric effects in $(Cr_2O_3)_{0.8}-(Al_2O_3)_{0.2}$, Journal of Applied Physics, Vol.34, No.4 (part 2), p.1246 (April 1963).
 - (13) S.Shtrikman and D.Treves : Observation of the magnetoelectric effect in Cr_2O_3 powders, Physical Review, Vol.130, No.3, p.986 (1-May 1963).
 - (14) G.T.Rado : Observation and possible mechanisms of magnetoelectric effects in a ferromagnet, Physical Review Letters, Vol.13, No.10, p.335, (7 September 1964).
 - (15) G.T.Rado : Linear magnetoelectric effects in gallium iron oxide at low temperatures and in high magnetic fields, Journal of Applied Physics, Vol.37, No.3, p.1403 (1 March 1966).

- (16) T.H.O'dell : Observation of the magnetoelectric effect in poly-crystalline chromium oxide, Phil. Mag. (Correspondence), Vol.10, SER W, p.899 (July-Dec. 1964).
- (17) T.H.O'dell : Pulse measurement of the magnetoelectric effect in chromium oxide, IEEE Trans.on Magnetics, Vol.MAG-2, No.3, p.449 (Sept.1966).
- (18) T.H.O'dell : Measurement of the magnetoelectric susceptibility of poly-crystalline chromium oxide, Phil. Mag., Vol.13, No.125, p.921 (May 1966).
- (19) T.H.O'dell : Magnetoelectrics, —a new class of material—, Electronics & power, p.266, (August 1965).
- (20) M.Mercier et B.Cursaux : Magnetoelectricite de $TbAlO_3$, Solid State Communications, Vol.6, p.207 (1968).
- (21) M.Mercier et J.Gareyte : Un nouveau corps magneto-electrique, $LiMnPO_4$, Solid State Communications, Vol. 5, p.139 (1967).
- (22) T.H.O'dell : An induced magnetoelectric effect in yttrium iron garnet, phil. Mag., Vol.16, No.141, p.487 (Sept.1967).
- (23) G.R.Lee : The magnetoelectric effect in yttrium iron garnet, phil. Mag.(Correspondence), Vol.18, p.1315(1968),
- (24) Edgar Asher : Higher order magnetoelectric effects, phil. Mag., Vol.17, No.14, p.149 (1968).

- (25) 沢田正三, 川久保達之 : 強磁性と強誘電性をあわせもつ材料,
電子材料, p.21 (1964-2月).
- (26) G.A.Smolenskii and V.A.Bokov : Coexistence of magnetic
and electric ordering in Crystals, Journal of Applied
physics, Vol.35, No.3, p.915 (March 1964).
- (27) G.A.Smolenskii : Thermodynamic theory of crystals
possesing ferroelectric and ferromagnetic properties,
Soviet Physics-Solid State, Vol.4, No.5, p.807 (Nov .
1962).
- (28) Hidemasa Tamura, Etsuro Sawaguchi Atushi Kikuchi :
Ferroelectric hysteresis character of YMnO_3 , Japan,
J.Appl. phys., Vol.4, p.621 (1965).
- (29) S.V.Kieselev, A.N.Kshnyakina and R.F.Ozerov : Neutron
diffraction study of the magnetic ordering and atomic
displacements in some perovskite like sustances con-
taining iron and exhibiting peculiar dielectric pro-
perties, Soviet physics-Solid State, Vol.5, No.11,
p.2425 (May 1964).
- (30) E.Asher, H.Rieder, H.Schmid and H.Stössel : Some
properties of ferromagnetolectric Nickel-Iodine
Boracite $\text{Ni}_3\text{B}_2\text{O}_7\text{I}$, Journal of Applied Physics, Vol.37,
No.3, p.1404 (1-March 1966).
- (31) T.H.O'dell : The electrodynamics of magneto-electric
media, Phil. Mag., Vol.7, p.1653 (July-Decem. 1962).

- (32) T.H.O'dell : The field invariants in a magnetoelectric medium, Phil. Mag., Vol.8, p.411 (Jan-June 1963).
- (33) R.Fuchs : Wave propagation in a magnetoelectric medium, Phil. Mag., Vol.11, No.111, p.647 (March 1965).
- (34) R.R.Birss and R.G.Shrubsall : The propagation of electromagnetic waves in magnetoelectric crystals, Phil. Mag., Vol.15, p.687 (April 1967).
- (35) T.J.Martin and J.C.Anderson : Magnetoelectric annealing effects of Cr_2O_3 , Physics Letters, Vol.2, No.11, 15, p.109 (July 1964).
- (36) B.D.H.Tellegen : The gyrator, a new network element, Phillips Res. Rept., Vol.3, p.81 (April 1948).
- (37) 熊谷三郎, 堤 誠, 西岡郁夫, 富谷隆雄 : 磁気誘電効果を現わす素子に関する研究, 電気四学会連合大会 (昭和42年5月).
- (38) 堤 誠, 富谷隆雄 : $\text{Cr}_2\text{O}_3\text{-Al}_2\text{O}_3$ 単結晶における磁気誘電効果, 電子通信学会, 電子回路部品, 材料研究会資料. CPM68-11 (1968-07).
- (39) 堤 誠, 富谷隆雄, 青柳健次 : $\text{Ga}_{2-x}\text{Fe}_x\text{O}_3$ 単結晶における磁気誘電係数の異方性, 電子通信学会全国大会 (昭和43年10月).
- (40) 堤 誠, 富谷隆雄, 青柳健次 : 磁気誘電効果素子, 電気学会誌, Vol.89-12, No.975, p.123 (Dec.1969).
- (41) E.J.Scott : Single crystals of the oxide of the transition elements by the flame fusion method, J.Chemical Physics (Letter to editor), p.2459 (1955).

- (42) J.P.Remika : GaFeO_3 , A ferromagnetic-piezoelectric compound, Journal of Applied Physics, Vol.3-31, No.5, p.2635 (May 1960).
- (43) 堤 誠, 田端哲彦, 富谷隆雄, 青柳健次 : Cr_2O_3 単結晶における磁気誘電係数の異方性, 電気四学会連合大会 (昭和44年3月).
- (44) 堤 誠, 富谷隆雄, 青柳健次 : $\text{Cr}_2\text{O}_3-\text{Al}_2\text{O}_3$ 単結晶における Magnetolectric annealing 効果, 応用物理学会誌, Vol.38, No.7, p.674 (July 1969).
- (45) T.J.Martin : Antiferromagnetic domain switching in Cr_2O_3 , Physics Letters, Vol.17, No.2, p.83 (I-July 1965).
- (46) T.J.Martin and J.C.Anderson : Antiferromagnetic domain switching in Cr_2O_3 , IEEE Trans. on Magnetism, Vol.MAG-2, No.2, p.446, (Sept.1966).
- (47) H.B.Lal, Ramji Srivastava, and K.G.Srivastava : Magnetolectric effect in Cr_2O_3 single crystal as studied by dielectric-constant method, Physical Review, Vol.154, No.2, 10, p.505 (February 1967).
- (48) 熊谷三郎, 富谷隆雄, 堤 誠 : 磁気誘電効果を表わす素子の等価回路, 電気四学会連合大会 (昭和42年5月).
- (49) 堤 誠, 富谷隆雄 : 磁気誘電効果を表わす素子を用いたジャイレータ, アイソレータ, 電子通信学会創立50周年記念全国大会 (昭和42年10月).
- (50) 堤 誠, 富谷隆雄, 熊谷三郎 : 磁気誘電効果を含む回路の過渡解,

- 電気四学会連合大会（昭和43年10月）.
- (51) 富谷隆雄, 堤 誠, 青柳健次: 磁気誘電媒質を有する線路の伝送特性について, 電気四学会連合大会（昭和44年3月）.
 - (52) 堤 誠, 富谷隆雄, 青柳健次: 回路的動作を考慮した磁気誘電効果の測定, 電気四学会連合大会（昭和44年3月）.
 - (53) 堤 誠, 富谷隆雄: 磁気誘電効果素子とその回路解析, 回路とシステム理論研究会資料, CT68-4 (1968-04).
 - (54) 熊谷三郎, 堤 誠, 富谷隆雄: 磁気誘電効果を現わす素子の等価回路, 電子通信学会誌(投書), Vol.50, No.5, p.135(昭和42年5月).
 - (55) M.Tsutsumi, T.Tomiya, K.Aoyagi: On the Circuit analysis containing magnetoelectric effect, IEEE. Trans. Circuit theory, 掲載予定.
 - (56) Jerome H.Silverman: Nonreciprocal behavior in passive systems, IRE. Trans. on Component parts, Vol. CP-9, No.2, p.77 (June 1962).
 - (57) 堤 誠, 富谷隆雄: 磁気誘電媒質中の電磁波の伝搬(I), 電子通信学会創立50周年記念全国大会（昭和42年10月）.
 - (58) 堤 誠, 富谷隆雄, 青柳健次: 磁気誘電媒質における電磁波の伝搬, 電子通信学会誌(技術談話室), Vol.52B-7, p.414 (July 1969).
 - (59) 堤 誠, 富谷隆雄, 青柳健次: 磁気誘電媒質における平面電磁波の伝搬, 応用物理学会誌, Vol.39, No.1, p.63 (Jan.1970).
 - (60) V.L.Indenbom: Irreducible representations of the magnetic groups and allowance for magnetic symmetry,

Soviet Physics Crystallography, Vol.5, No.4, p.493
(Jan-Feb.1961).

- (61) 堤 誠, 富谷隆雄, 青柳健次: 半無限磁気誘電媒質の境界面からの電磁波の反射, 電子通信学会誌(技術談話室), Vol.53-B, No.1, p.50 (Jan.1970).
- (62) 堤 誠, 富谷隆雄, 青柳健次: 半無限磁気誘電媒質の境界面からの電磁波の反射, 電子通信学会誌, 照会後採録決定.
- (63) 堤 誠, 富谷隆雄, 熊谷三郎: 磁気誘電媒質中の電磁波の伝搬(II), 電気四学会連合大会 (昭和43年4月).
- (64) 堤 誠, 富谷隆雄, 青柳健次: 磁気誘電媒質を含む導波管内の電磁界の解析, 電子通信学会全国大会 (昭和44年9月).
- (65) M.Tsutsumi, T.Tomiya, K.Aoyagi : Guided-wave propagation through magnetoelectric media, Proc IEEE (Letters), Vol.57, No.4, p.696 (April 1969).
- (66) S.R.Seshadri, M.Tsutsumi, T.Tomiya, K.Aoyagi : Comment on guidedwave propagation through magnetoelectric media, Proc IEEE (Letters), Vol.57, No.8, p.1457 (Aug.1969).
- (67) 堤 誠, 富谷隆雄, 青柳健次: 磁気誘電媒質における電磁界の解析 (境界を含む場合), 電子通信学会誌, Vol.52B, No.11, p.674 (Nov.1969).
- (68) P.H.Vartanian, E.T.Jaynes : Propagation in ferrite filled transversely magnetized waveguide, IRE Trans. on Microwave theory and techniques, p.140 (July 1966).

- (69) H.Suhl, L.R.Walker : Topics in guided wave propagation through gyromagnetic media, B.S.T.J., Vol.33, p.579 (May 1954).
- (70) S.Chai, Paul. Vogelhat : Method of detecting small angles of microwave faraday rotation, Review of Sci. Instr., Vol.37, p.1620 (1966).
- (71) T.R.Mc Guire, E.J.Scott and H.H.Grannis : Antiferromagnetism in Cr_2O_3 crystal, Physical Review, Vol.102, No.4, p.1000 (May 15, 1956).
- (72) E.Acher, H.Schmid, and D.Tar, Solid State Comm. 2, p.45 (1964).
- (73) 鈴木英雄, 三好泰博 : 生体高分子の磁気電気効果, 日本物理学会誌, Vol.24, No.8, p.539 (Aug.1969).