

Title	デカルト『幾何学』への幾つかの新しい注
Author(s)	原, 亨吉
Citation	Gallia. 19 P.1-P.5
Issue Date	1980-03-31
Text Version	publisher
URL	<a href="http://hdl.handle.net/11094/5585">http://hdl.handle.net/11094/5585</a>
DOI	
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

## デカルト『幾何学』への幾つかの新しい注

原 亨 吉

昭和48年に白水社から『デカルト著作集』4巻が刊行されたとき、私はその第1巻中で *La Géométrie* の翻訳を担当したが、その際、訳者として加えた注のひとつのなかで、私はつぎのように書いた。

「卵形線 [ovale] に関するデカルトの研究は、或る遺稿中にその跡が示されている (A T, X, p. 310—324)。彼が光学的観点から楕円や双曲線の概念を拡張しようとして卵形線に到達したことは明らかで (詳しくは p.42, l.31—p.44, l. 4), この遺稿では、紐を用いてのその描き方 (p.42, l. 4—17) を述べた後、上述の〔4個の類にわたる卵形線の〕方程式に相当するものを与え、法線を計算により決定して、曲線の光学的性質を証明している。しかし、彼がどのようにして卵形線を発見したかという点自体は明らかでない。云々」

しかし、その後私は、問題の遺稿の始めに近い部分 (A T, X, p.311, l.21—p.312, l.16) が上に不明とした点の実情を十分にうかがわせるものであることに気づいた。そしてそこから、この遺稿を全体にわたって入念に検討し、また *La Géométrie* 中の卵形線に関する部分を再読することに導かれた。これらによって新しく得たことは別の機会にまとめて発表することとして、ここではとりあえず、このような作業の結果望ましく感ずるにいたった『幾何学』への新しい注を、かねて機会があれば加えたいと思っていたものとともに、さきの「訳注」にたいする補遺として記しておくと思うのである。

文献を示すための畧号などは、すべて前訳書中のもの (p.83—84; p.112,脚注) を踏襲することとする。

1) p.30, l.20—25: 「後者によっては、……その曲線に固有な点はひとつも見いだされていないのである。」 (A T, VI, p.411, l.22—29.)

「これらは精密に測りうるいかなる関係ももたない別々の運動によって描かれると想像されるものであるから、……線の範囲に入らない」 (p.17, l.15—18, cf. A T, VI, p.390, l.11—15) とともに、超越曲線を *La Géométrie* の主題中から除外する特徴的な個所であるが、作者がさきにこの種の曲線の例として挙げた螺線や円積線 (訳書, p.17, l.14;

A T, VI, p.390, l.10) については、作者の目下の主張は受け入れられない。これらの曲線については、その古来の定義に即して、角を等分しうるかぎりにおいてではあるが、欲するだけ多数の曲線上の点を正確に作図しうるからである。しかしながら、デカルトが *La Géométrie* を執筆していた当時すでに問題となり始めており、彼自身1638年8月にはその接線を作図することになるサイクロイド（「解説」 p.120, l. 1—2）や、同年未頃に考察する対数曲線（同, l. 6—20）については、ここに言われているとおり、「その曲線に固有な点はひとつも見いだされない」のである。しかしだからと言って、無論、目下の作者の主張を、すでに少なくともサイクロイドを念頭においたものであるなどと見るべきではない。それでは、螺線や円積線の排除が説明不能となるからである。結局、問題は彼の坐標の概念にある。前掲の「精密に測りうるいかなる関係ももたない」という表現は、もっぱら長さの間関係を意味していたと考えねばならない。デカルトが考えた坐標系は平行坐標系のみであり（訳書, p.19, l. 1—4; A T, VI, p.392, l.20—25）、彼は偏角をひとつの坐標として採用するにはいたらなかったのである。

2) p.41, l. 24—25: 「A Fはこれらすべての卵形線を描くに際し……点Fは点Aの位置に来ることになる。」（A T, VI, p.426, l.10—11.）

A F=Oのとき、曲線はいわゆるパスカルの蝸牛線 (limaçon) となる。ただし、第3類では蝸牛線に内側の輪が欠け、第4類では外側の輪が欠ける。

3) p.42, l. 4—17: 「線F A, A G [第20図] が相等しいと仮定するとき、……点Cの運動によってこの卵形線が描かれるであろう。」（A T, VI, p.427, l. 8—p.428, l.13.）

これは、極めて僅かな細部の相違を除いて、卵形線に関するデカルトの遺稿の始めに近い部分に記されていた作図法にほかならない（A T, X, p.311, l.22—p.313, l. 4）。ところで、これは明らかにふたつの「庭師の方法」——F, Kを焦点, Aを1頂点とする双曲線 (H) を描くための方法（訳書, p.176, l.17—p.177, l. 2; A T, VI, p.176, l. 8—29）と、G, Fを焦点, 同じくAを1頂点とする楕円 (E) を描くための方法（訳書, p.170, l.12—16; A T, VI, p.166, l.14—26）——を組み合わせたものであり、これら2個の円錐曲線の離心率はたがいに逆数となっている。それゆえ、(H) の離心率をガラスにたいする空気の屈折率に等しくとったうえ、(H), (E) をF Gの周囲に回転させて面 (H), (E) を作るならば、点Fから発して空気中を進んだ光線は、(H) を表面とする凸レンズに入ってF Gに平行となり（訳書, p.178, l. 5—9; A T, VI, p.179, l. 9—15）、他方、空気中をF Gに平行に左方から来た光線は、(E) を表面とする凸レンズに入ってGに集中する（訳書, p.172, l. 6—10; A T, VI, p.168, l.28—p.169, l. 6）。よって、上記の作図は、(H) と (E) の性質を合わせもつ曲線によって空気中のFから発した光線をガラス中のHに集中させることを考え、そのような曲線を庭師の方法に訴えて実現しようとしたもの、とすることができるのであり、実にこの着想こそデカルトを卵形線の発見に導いたものであることを、彼の遺稿は示しているのである。すなわち、いま *La Géométrie* 中で卵

形線を描く方法として最後に言及されるものが、実際は作者にとって最初のものだったのである。ただし、この方法は  $AF = AG$  を条件としているにかかわらず、デカルトは始めそのことに気づかず、 $AF \neq AG$  の場合にも同じ方法を適用しようとして行きづまりはしたが (AT, X, p.313, l. 5—9), それも一時的な挫折にすぎなかった。彼はともかくも  $AF = AG$  の場合について、 $AF = AG = a$ ,  $AK = KL = b$  とするとき、 $y$  を媒介変数として、

$$FC = a + \frac{a + 2b}{a} y, \quad KC = b + y, \quad GC = a - \frac{a - 2b}{a} y$$

であることを見だし、そこから、2個の動径の間に一般的に線形関係を設定するという正解に達したのであった。

4) p.43, l.16—19: 「線  $AG$  を  $AF$  より非常に大きくすれば、……この点では卵形よりも心臓の形をしている」 (AT, VI, p.430, l.17—21.)

正確に言えば、このためには  $AG \cdot A6 > AF \cdot A5$  が必要である。 $AG \cdot A6 < AF \cdot A5$  のとき曲線は真の卵形となり、 $AG \cdot A6 = AF \cdot A5$  のとき曲線は円周となる。この最後の場合については、 $S_2$  中にもホイヘンスの指摘にもとづいての言及がある ( $S_2$ , p.270)。ちなみに言えば、ホイヘンス自身はすでに1652年10月末にはこのことに気づいていた (H, I, p.186; cf. *ibid.*, p.305)。

5) p.43, l.24—25: 「 $A3Y3$  は  $A$  のあたりを除き至るところ凸で、……心臓の形をもっている」 (AT, VI, p.430, l.29—p.431, l.3.)

前注の場合と同じく、 $AH \cdot A6 \cong AF \cdot A5$  に応じて、曲線は心臓形、円形、真の卵形である。 $S_2$  はホイヘンスの指摘にもとづいて「曲線は点  $H$  および  $F$  の位置によっては  $A$  の近くで凸となりうる」と記しているが ( $S_2$ , p.276), ホイヘンス自身はそのための条件  $AH : AF < A5 : A6$  まで指摘していた (H, I, p.305)。

6) p.43, l.25—27: 「この卵形線のふたつの部分の間にある相違と言えば、……点  $H$  以上に他方の部分から離れていることである」 (AT, VI, p.431, l.3—7.)

すなわち、のちに「第1の部分」と呼ばれるところ (曲線の作図に用いられた頂点——ここでは  $A$ ——の側にある部分) では  $F3 < H3$ , 他の頂点の側にある「第2の部分」では反対に  $F3 > H3$ 。この区分は、卵形線の利用に関する後出の議論に備えたものに相違なく (次注参照), 第1類・第2類の卵形線の場合のように、両部分の光学的性質が異なるわけではない。

7) p.47, l.11—20: 「こうして  $H$  を求めたとき、……上に  $2X2$  と名づけたものでなければならぬ」 (AT, VI, p.436, l.16—p.437, l.5.)

$HY > FY$  のとき (第22図),  $HY = a$ ,  $FY = b$  とおき、求める曲線の一般的な点を  $E$  と名づけるならば、 $HE = a + ey$ ,  $FE = b + dy$ 。これは第3類の卵形線であり、

$a e > b d$  が成りたつだけ  $H Y$  が大きいと仮定すれば、この曲線の第1頂点  $Y$  は  $M$  より右に来る (上記の注5参照)。いま、この曲線の第2頂点を  $Y'$  であらわし、 $E$  が  $Y'$  に達したときの  $y$  を  $y'$  であらわすことにすれば、 $Y Y' = a + (a + e y') = b + (b + d y')$  から、 $y' = (2 a - 2 b) / (d - e)$ 。ところで、第21図における  $Y$  は、実はこの  $Y'$  にほかならない。よって、本文中の敘述「 $H Y$  が…… $H F$  を超過して、……より大であるならば」(p.47, l.14—16; cf. A T, VI, p.436, l.21—24) にあてはめて言うならば、

$$\frac{Y'H - HF}{Y'F} = \frac{h}{2c + h} = \frac{a + e y' - (a - b)}{b + d y'} = \frac{b + e y'}{b + d y'} \cong \frac{e}{d} \quad (b \cong 0).$$

よって、「 $d h$  が  $2 c e + e h$  より大であるならば」(1.17) という条件は「 $b > 0$  であるならば」と同値であり、このとき、第21図の  $C Y$  ( $C Y'$ ) は第3類の卵形線の「第2の部分」に属する (同じく上記の注5参照)。なお、1.14の「あるいは」(ou bien) は「より正確に言えば」の意味である。つぎに、 $d h$  が  $2 c e + e h$  より小であるならば (1.19),  $b < 0$  であって、 $C Y'$  は第2類の卵形線の「第2の部分」に属する。すなわち、ここで作者は線分  $Y F$  に十と一の向きを認めていることになる。最後に  $d h = 2 c e + e h$ , すなわち  $b = 0$  の場合が問題として残る。作者はこの場合を  $d h < 2 c e + e h$  の場合とひとまとめにしているが (1.19),  $b = 0$  は第3類・第4類の卵形線に限って認められたことを思えば (上記の注2参照),  $d h \geq 2 c e + e h$  と一括するのが至当であった。

8) p.48, l.22—p.49, l.4: 「 $A M$  および  $M Y$  として見いだされた2個の量を加え、…… $A M$ ,  $M Y$  がもつべき比に従ってこれを切らねばならない」(A T, VI, p.438, l.22—p.439, l.8.)

ただし、当然必要な2個の不等式  $M A < M G$ ,  $M Y < M F$  が、場合によっては、 $x / y$  の値を制約する。

9) p.49, l.6—13: 「こうして見いだされた線  $A M$  が……ともに双曲線でなければならぬ」(A T, VI, p.439, l.11—22.)

$H$  が  $M$  に関して  $F$  と同側にあり、かつ  $M H$  が  $M F$  より十分に大きいとき (上記の注5, 7の意味で)  $A C$  は  $G$ ,  $H$  を焦点とする第1類の卵形線の第1の部分に属して (訳書, p.47, l.26—27, p.48, l.15—16, p.49, l.9; A T, VI, p.437, l.12—15, p.438, l.12—13, p.439, l.14—15),  $M A = (g e + d k) / (d - e)$  であり (訳書, p.48, l.4, 16; A T, VI, p.437, l.27, p.438, l.13), また,  $Y C$  は注7にも記したとおり,  $F$ ,  $H$  を焦点とする第3類の心臓形卵形線の第1の部分に属して (訳書, p.48, l.16—17, p.49, l.9—10; A T, VI, p.438, l.14—15, p.439, l.15—16),  $Y M = (f e - d k) / (d - e)$  である (訳書, p.48, l.21—22; A T, VI, p.438, l.22)。

つぎに  $H$  が  $M$  に関して  $G$  と同側にあり,  $A H$  が  $A G$  より十分に大きいときは (同じく注5, 7の意味で),  $A C$  は  $G$ ,  $H$  を焦点とする第3類の心臓形卵形線の第1の部分に属し,

YCはF, Hを焦点とする第1類の卵形線の第1の部分に属して(訳書, p.49, l. 11—12; AT, VI, p.439, l. 18—20),  $MA = (ge - dk) / (d - e)$ ,  $YM = (fe + dk) / (d - e)$ 。

最後にHがどちらかの側で無限遠にあるときは, AC, YCは明らかに双曲線に属し,  $MA = ge / (d - e)$ となる(訳書, p.49, l. 12—13; AT, VI, p.439, l. 20—22)。

結局, 「点Hが〔Mに関して〕どちら側にあると仮定しても,」  $YA = (fe + ge) / (d - e) = e(FC + GA - FG) / (d - e)$ である(訳書, p.48, l. 22—p.49, l. 4; AT, VI, p.438, l. 22—p.439, l. 8)。

以上は, HC—MHとしてのkにたいして, 注7におけるbと同様に正, 負, ゼロの値を認めつつ, すべての場合を統一的に扱う「代数的」な手法を示すものと言ってよく, これはまた *La Géométrie* の全体的傾向, 特にその第3巻の精神に合致するものである。