



Title	Studies on Queueing Models Interacting with Underlying Processes
Author(s)	井上, 文彰
Citation	大阪大学, 2016, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/55921">https://doi.org/10.18910/55921</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## 論文内容の要旨

氏 名 ( Yoshiaki Inoue )

## 論文題名

Studies on Queuing Models Interacting with Underlying Processes  
(背後過程と相互作用する待ち行列モデルに関する研究)

## 論文内容の要旨

第1章では、背後過程をもつ待ち行列モデルに関する既知の結果を紹介し、それを踏まえて、本研究で考察する、背後過程と相互作用する待ち行列モデルを導入した。特に、そのような待ち行列モデルと、適応的な資源割当機構を有する通信システムとの関係を概観し、関連する先行研究について述べた。

第2章では、指数分布に従う長さの Working Vacation をもつ複数クラス先着順サービス M/G/1 待ち行列を考察した。系内仕事量に注目するアプローチによって、待ち時間や滞在時間、結合系内客数分布、ならびに全稼働期間など、様々な性能指標を導出した。また、このモデルと、Disaster が起こる待ち行列モデルとの関係を議論した。

第3章では、第2章で確立した解析手法を発展させ、Disaster の起こる複数クラス先着順サービス MAP/G/1 待ち行列の解析を行った。

第4章では、左飛び越しのない連続時間2変数マルコフ過程を考察し、レベルが0でない期間における背後状態の遷移を支配する無限小生成作用素が可約である場合に適用可能な定常分布の数値計算法を導出した。

第5章では、客の待ち時間に制約があり、待ち時間制約長が一般の非負確率分布に従う M/G/1 待ち行列 (M/G/1+G 待ち行列) における系内仕事量を考察し、先行研究において得られていた系内仕事量密度の公式に関する新たな知見を得た。また、その結果から、M/G/1+G 待ち行列においてサービス時間ならびに待ち時間制約長の従う分布を特別化したモデル群に対し、統一的な理解が得られることを示した。

第6章では、第5章の結果ならびに確率順序の理論をもとに M/G/1+G 待ち行列における呼損率を解析した。呼損率の理論的な上下限を求め、また、モデルのパラメータである到着率、サービス時間分布、ならびに待ち時間制約長分布が呼損率に与える影響に関して直観的に成り立つと思われるいくつかの命題に対して理論的な証明を与えた。特に、等しい到着率、平均サービス時間、ならびに平均待ち時間制約長を有するすべての M/G/1+G 待ち行列のなかで、サービス時間ならびに待ち時間制約長が固定値である M/D/1+D 待ち行列が最小の呼損率達成することを示した。

第7章では、待ち時間制約長が相型分布に従う M/G/1+PH 待ち行列モデルにおける呼損率に対する効率的な数値計算アルゴリズムを確立した。この計算アルゴリズムは少なくとも M/D/1+PH、M/PH/1+PH、ならびに M/Pareto/1+PH 待ち行列に対し容易に適用可能であり、さらに、計算された呼損率に含まれる切断誤差の上界を出力するという有用な特徴をもつ。

最後に、第8章において、本研究の結論を述べた。

## 論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 ( 井 上 文 彰 )	
論文審査担当者	(職) 氏 名
	主 査 (教授) 滝根 哲哉
	副 査 (教授) 宮地 充子
	副 査 (准教授) 松田 崇弘
	副 査 (教授) 北山 研一
	副 査 (教授) 馬場口 登
	副 査 (教授) 三瓶 政一
	副 査 (教授) 井上 恭
	副 査 (教授) 鷺尾 隆
副 査 (教授) 駒谷 和範	

## 論文審査の結果の要旨

情報通信ネットワークにおける輻輳の制御や回避は、これらの設計・運用に際して最も重要な課題の一つである。応用確率論の一分野である待ち行列理論は輻輳現象を数理的に扱うための道具であり、電話網が実用化された初期の段階から現在に至るまで、新たな情報通信ネットワーク技術の開発と共に発展してきた。特に、現在の情報通信ネットワークにおけるトラフィックは、パケットがバースト的にネットワークへ送出される、性質の異なるフローが混在している、などの特徴がある。加えて、最近では、ネットワークの輻輳状況に合わせてネットワーク資源を配分する、適応的なネットワーク資源制御方式が実用化されつつある。

このような背景の下、本論文は適応的なネットワーク資源制御方式で動作する通信ノードの振る舞いを抽象化した、背後過程と相互作用する待ち行列モデルに関する研究をまとめたものであり、その成果の概要は以下の通りである。なお、Working Vacaiton をもつ M/G/1 待ち行列モデルとは、システムが空になると Working Vacaiton と呼ばれる期間が開始され、その終了時点においてシステム内に客がいる場合、再びシステムが空になるまでの間、サービス速度が Working Vacaiton の間とは異なる値に変化するモデルを指す。

- (1) 複数クラスのポワソン流を収容する Working Vacaiton をもつ M/G/1 待ち行列モデルに対して、単一クラスの到着流を収容するモデルに対する従来の手法とは異なる、系内仕事量を中心とした新しい解析手法を確立し、各クラスの待ち時間分布や結合系内客数分布等を導出している。
- (2) 複数クラスのマルコフ型到着流 (MMAP) を収容する Working Vacaiton をもつ単一サーバ待ち行列モデルにおいて、Working Vacation の期間のみに注目したセンサー過程に相当する、Disaster を伴う MMAP/G/1 待ち行列モデルに対して、上記 (1) の手法を MMAP 入力に一般化した新しい解析手法を確立し、結合系内客数分布や待ち時間分布の積率を求める数値計算アルゴリズムを開発している。
- (3) マルコフ型到着流 (MMAP) を収容する Working Vacaiton をもつ単一サーバ待ち行列を含む、システムが空になった際に背後過程がリセットされる一般的なモデルを記述することが可能な、全稼働時間におけるふるまいを表現する無限小生成作用素が可約な M/G/1 型マルコフ過程の解析手法を確立している。この結果を上述 (2) の結果と組み合わせることにより、システムが空になった際に背後過程がリセットされるモデル群を統一的に扱うことができる。
- (4) システム内仕事量に応じて到着率が変化するモデルの代表例である、客の許容待ち時間が一般分布に従う、客の途中退去を伴う M/G/1 待ち行列 (M/G/1+G) に対して、過去の研究で導出された仮待ち時間分布の形式解を再考し、割り込み再開型後着順サービス規律を通じて、その確率的解釈を与えている。さらに、この結果を用

いと、従来、サービス時間分布、許容待ち時間分布を特定し、個別に考察されてきた様々なモデルが、統一的に扱える事を示している。

- (5) 上述(4)の結果を利用して、 $M/G/1+G$  待ち行列における呼損率の上下界値を導出している。さらに、サービス時間分布、許容待ち時間分布、並びに到着率に対して呼損率に関する確率順序を導出している。加えて、確率順序に関する複数の新たな定理を証明した上で、同じ到着率、平均サービス時間、平均許容待ち時間を持つ  $M/G/1+G$  待ち行列の中で  $M/D/1+D$  待ち行列が最少の呼損率をもつことを証明している。
- (6) 客の許容待ち時間が相型分布に従う  $M/G/1+PH$  待ち行列の呼損率を計算するアルゴリズムを考案している。従来の研究では、客の途中退去を伴う  $M/G/1$  待ち行列に対する数値計算法は、その困難さ故にほとんど議論されていない。ここでは、上述(4)の結果を利用することにより、 $M/G/1+PH$  待ち行列の呼損率を、計算結果がもつ誤差の上限と共に出力する手順を与えている。さらに、数値計算によって、上述(5)で導いた呼損率の上下界値を漸近的に達成するようなサービス時間に関する分布族があることを示している。

以上のように、本論文は背後過程と相互作用する待ち行列モデルの代表例である Working Vacation をもつ待ち行列モデルならびに客の途中退去を伴う待ち行列モデルに対して、従来の研究成果を大幅に発展させることに成功している。背後過程と相互作用する待ち行列モデルは適応的なネットワーク資源制御方式の下で動作するシステムの性能評価を行う際に必須の数学モデルであり、本研究で得られた知見はさらに効率的な方式を開発する際にも非常に有益である。よって、本論文を博士論文として価値あるものと認める。