



|              |                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title        | Dynamics for Epitaxial Growth Model under Dirichlet Conditions              |
| Author(s)    | Azizi, Somayyeh                                                             |
| Citation     | 大阪大学, 2016, 博士論文                                                            |
| Version Type | VoR                                                                         |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/55980">https://doi.org/10.18910/55980</a> |
| rights       |                                                                             |
| Note         |                                                                             |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## Abstract of Thesis

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                               |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Name ( SOMAYYEH AZIZI )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                               |
| Title                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <p>Dynamics for Epitaxial Growth Model under Dirichlet Conditions</p> <p>(エピタクシャル成長モデルのディリクレ条件下でのダイナミックス)</p> |
| <p>This thesis is divided into seven chapters.</p> <p><b>Chapter 1: General Introduction</b></p> <p>In this chapter we shall introduce the initial-boundary value problem for a nonlinear parabolic equation of fourth order on two-dimensional bounded domain. Such a problem was presented by Johnson-Orme-Hunt-Graff-Sudijono-Sander-Orr in order to describe the large scale features of a growing crystal surface under molecular beam epitaxy.</p> <p>Our research is devoted to solving the problem by two ways, one is mathematical analysis and the other is numerical computation, such as finite difference methods. Finite-difference methods involve discretization of the spatial domain, the differential equation, and boundary conditions, and a subsequent solution of a large system of linear equations for the approximate solution values in the nodes of the numerical mesh.</p> <p><b>Chapter 2: Mathematical Models of Epitaxial Growth</b></p> <p>This chapter is concerned to introduce the mathematical models equations of main physical effects for describing the process of growing crystal surface under molecular beam epitaxy</p> <p>This problem is handling by two main effects. One is diffusion of adatoms on the surface caused by the difference of the chemical potential proportional to the curvature of the surface. The adatoms have tendency to migrate from the position of large curvature to those small one. Such a current is called the surface diffusion. The other is uphill current of adatoms from hopping down from the upper terraces to lower ones. As a consequence, diffusing adatoms preferably attach to step from the terrace below rather than from above and non-equilibrium uphill currents are induced. Such a current is called roughening. With combining these positive and negative diffusion equation, we can obtain the initial value problem of our study.</p> <p><b>Chapter 3: Dynamical System for Epitaxial Growth Model under Dirichlet Conditions</b></p> <p>In this chapter we construct a dynamical system generated by the initial value problem</p> |                                                                                                               |

under the Dirichlet boundary conditions and we verify that the dynamical system has a finite-dimensional attractor. Also this chapter is devoted to presenting a Lyapunov function of the dynamical system whose values are monotonously decreasing along trajectories.

#### **Chapter 4: Longtime Convergence for Epitaxial Growth Model under Dirichlet Conditions**

This chapter is devoted to showing longtime convergence of trajectory. We shall prove that every trajectory converges to some stationary solution as  $t \rightarrow \infty$ . In this chapter, we assume that  $\Omega$  is a rectangular domain or  $C^4$  domain.

#### **Chapter 5: Homogeneous Stationary Solutions to Epitaxial Growth Model under Dirichlet Conditions**

In the previous chapters 3 and 4, we constructed a dynamical system generated by the problem and showed that every trajectory converges to some stationary solution as  $t \rightarrow \infty$ . This chapter is then devoted to investigating stability or instability of the null solution which is a unique homogeneous stationary solution. Indeed, we shall prove that, when the surface diffusion is stronger than roughening, the null solution is globally stable, and in the meantime, when the roughening is stronger than the surface diffusion, the null solution is unstable.

#### **Chapter 6: Numerical Results for the Model Equation**

In this chapter, first we shall construct a discretization scheme by Finite-Difference Methods for the model equation. Second we shall illustrate some numerical results.

#### **Chapter 7: Conclusions**

This chapter is devoted to the review of our results in the present thesis.

論文審査の結果の要旨及び担当者

| 氏 名 ( SOMAYYEH AZIZI )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |     |       |                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-------|-------------------|
| 論文審査担当者                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | (職) | 氏 名   |                   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 主 査 | (教 授) | 八 木 厚 志           |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 副 査 | (教 授) | 森 川 良 忠           |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 副 査 | (教 授) | 桑 原 裕 司           |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 副 査 | (准教授) | 山 本 吉 孝 (情報科学研究科) |
| 論文審査の結果の要旨                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |     |       |                   |
| <p>結晶成長過程における表面形状の制御方法の開発は、次世代ナノテクノロジーにおける重要課題の一つとなっている。MBE(Molecular Beam Epitaxy)法は結晶成長方向において高精度に制御することの可能性を秘めた方法として注目を集めている。しかし、表面ステップに生ずる Schwoebel 障壁の影響から表面成長に不均一性が創成されることが知られている。本論文では、1994 年に Johnson-Orr-Hurt-Graff-Sudijono-Sander-Orr により、自由原子の表面拡散と凝集効果を取りいれて提案された表面形状についてのマクロ・スコピックな発展方程式に着目している。基板の周囲が常に均一な高さに保たれ、かつ法線方向の微分も水平に保たれている状況を想定して、Dirichlet 境界条件を付した初期値・境界値問題を設定し、同問題について解析的ならびに数値的な側面から総合的に研究している。その成果は以下の 4 点に集約できる。</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. モデル方程式は、表面上の自由原子の流れを記述する 4 階の表面拡散と、原子の凝集過程を記述する非線形ネガティブ拡散から成っている。この方程式を <math>L_2</math> 空間の発展方程式として定式化し、放物型発展方程式理論を適用して各初期関数について大域解を構成すると共に力学系を構成している。</li><li>2. 力学系には Lyapunov 関数があることを示してから、無限次元空間の Łojasiewicz-Simon 不等式が適用できることを示し、力学系の各軌道は時間が経過するにつれて一定の関数に収束することさらにその極限関数は方程式の定常解であることを解析的に証明している。</li><li>3. 完全に均一な表面成長は、モデル方程式ではゼロ定常解に対応する。この事実から、ゼロ定常解の解析的な安定性・不安定性を調べている。基板のバンド幅からある種の重み <math>d</math> が定まり、表面拡散係数 <math>a</math> をその重みで割った値 <math>ad^2</math> がネガティブ拡散係数 <math>\mu</math> より大きければゼロ定常解は大域的に安定となり、逆に小さければ、すなわち <math>ad^2 &lt; \mu</math> ならばゼロ定常解は不安定となることを解析的に示している。</li><li>4. 長方形基板上で方程式の数値シミュレーションを実行し、初期関数により軌道が収束する極限関数は変化すること、非ゼロ定常解には一列に並んだ畝状の凹凸が現れること、ネガティブ拡散率 <math>\mu</math> が大きくなるにつれて畝列の数および一列に含まれる畝の数が共に増加すること、長方形の短辺の長さが小さくなるにつれてネガティブ拡散係数は減少し、したがって <math>ad^2</math> が増加することからゼロ定常解の安定性は増すことを見出している。</li></ol> <p>以上のように、本論文は結晶成長における表面形状の動的過程を解析的かつ数値的に研究したもので精密科学・応用物理学、特に結晶成長科学に寄与するところが大きい。</p> <p>よって本論文は博士論文として価値あるものと認める。</p> |     |       |                   |