

Title	Dynamics for Epitaxial Growth Model under Dirichlet Conditions			
Author(s)	Azizi, Somayyeh			
Citation	大阪大学, 2016, 博士論文			
Version Type	VoR			
URL	URL https://doi.org/10.18910/55980			
rights				
Note				

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

Abstract of Thesis

	Name (SOMAYYEH AZIZI)						
Title	Dynamics for Epitaxial Growth Model under Dirichlet Conditions						
	(エピィタクシャル成長モデルのディリクレ条件下での ダイナミックス)						

This thesis is divided into seven chapters.

Chapter 1: General Introduction

In this chapter we shall introduce the initial-boundary value problem for a nonlinear parabolic equation of fourth order on two-dimensional bounded domain. Such a problem was presented by Johnson-Orme-Hunt-Graff-Sudijono-Sander-Orr in order to describe the large scale features of a growing crystal surface under molecular beam epitaxy.

Our research is devoted to solving the problem by to ways, one is mathematical analysis and the other is numerical computation, such as finite difference methods. Finite-difference methods involve discretization of the spatial domain, the differential equation, and boundary conditions, and a subsequent solution of a large system of linear equations for the approximate solution values in the nodes of the numerical mesh.

Chapter 2: Mathematical Models of Epitaxial Growth

This chapter is concerned to introduce the mathematical models equations of main physical effects for describing the process of growing crystal surface under molecular beam epitaxy This problem is handling by two main effects. One is diffusion of adatoms on the surface caused by the difference of the chemical potential proportional to the curvature of the surface. The adatoms have tendency to migrate from the position of large curvature to those small one. Such a current is called the surface diffusion. The other is uphill current of adatoms from hopping down from the upper terraces to lower ones. As a consequence, diffusing adatoms preferably attach to step from the terrace below rather than from above and non-equilibrium uphill currents are induced. Such a current is called roughening. With combining these positive and negative diffusion equation, we can obtain obtain the initial value problem of our study.

Chapter 3: Dynamical System for Epitaxial Growth Model under Dirichlet Conditions In this chapter we construct a dynamical system generated by the initial value problem under the Dirichlet boundary conditions and we verify that the dynamical system has a finite- dimensional attractor. Also this chapter is devoted to presenting a Lyapunov function of the dynamical system whose values are monotonously decreasing along trajectories.

Chapter 4: Longtime Convergence for Epitaxial Growth Model under Dirichlet Conditions This chapter is devoted to showing longtime convergence of trajectory. We shall prove that

every trajectory converges to some stationary solution as $t \rightarrow \infty$. In this chapter, we assume

that Ω is a rectangular domain or \mathcal{C}^4 domain.

Chapter 5: Homogeneous Stationary Solutions to Epitaxial Growth Model under Dirichlet Conditions

In the previous chapters 3 and 4, we constructed a dynamical system generated by the

problem and showed that every trajectory converges to some stationary solution as $t \rightarrow \infty$.

This chapter is then devoted to investigating stability or instability of the null solution which is a unique homogeneous stationary solution. Indeed, we shall prove that, when the surface diffusion is stronger than roughening, the null solution is globally stable, and in the meantime, when the roughening is stronger than the surface diffusion, the null solution is unstable.

Chapter 6: Numerical Results for the Model Equation

In this chapter, first we shall construct a discretization scheme by Finite-Difference Methods for the model equation. Second we shall illustrate some numerical results.

Chapter 7: Conclusions

This chapter is devoted to the review of our results in the present thesis.

様式7

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏	名	(SOMAYYEH	AZI ZI)		
		(職)	氏	1	名		
論文審查担当者	主 副 副 副	 (教授) (教授) (教授) (准教授) 	八木 森川 桑 山本	厚良裕 吉孝	(情報科学研究科)		
論文審査の結果の要旨							

結晶成長過程における表面形状の制御方法の開発は、次世代ナノテクノロジーにおける重要課題の一つとなっている。MR(Melecular BeamFpitaxy)法は結晶成長方向において高精度に制御することの可能性を秘めた方法として注目を集めている。しかし、表面ステップに生ずるSchwebel 障壁の影響から表面成長に不均一性が創成されることが知られている。本論文では、1994年にJohnson One-Hnt-Graff-Sudijono-Sander-Or により、自由原子の表面拡散と凝集効果をとりいれて提案された表面形状についてのマクロ・スコピックな発展方程式に着目している。基板の周囲が常に均一な高さに保たれ、かつ法線方向の微分も水平に保たれている状況を想定して、Drichlet境界条件を付した初期値・境界値問題を設定し、同問題について解析的ならびに数値的な側面から総合的に研究している。その成果は以下の4点に集約できる。

- モデル方程式は、表面上の自由原子の流れを記述する4階の表面拡散と、原子の凝集過程を記述する非線形ネガ ティブ拡散から成っている。この方程式をL2空間の発展方程式として定式化し、放物型発展方程式理論を適用し て各初期関数について大域解を構成すると共に力学系を構成している。
- 2. 力学系には Lyapunov 関数があることを示してから、無限次元空間の Loj asi evi cz-Si non 不等式が適用できること を示し、力学系の各軌道は時間が経過するにつれて一定の関数に収束することさらにその極限関数は方程式の定 常解であることを解析的に証明している。
- 完全に均一な表面成長は、モデル方程式ではゼロ定常解に対応する。この事実から、ゼロ定常解の解析的な安定 性・不安定性を調べている。基板のバンド幅からある種の重みdが定まり、表面拡散係数aをその重みで割った 値 ad²がネガティブ拡散係数 µ より大きければゼロ定常解は大域的に安定となり、逆に小さければ、すなわち ad²<µ ならばゼロ定常解は不安定となることを解析的に示している。
- 4. 長方形基板上で方程式の数値シミュレーションを実行し、初期関数により軌道が収束する極限関数は変化すること、非ゼロ定常解には一列に並んだ敵状の凹凸が現れること、ネガティブ拡散率µが大きくなるにつれて畝列の数および一列に含まれる敵の数が共に増加すること、長方形の短辺の長さが小さくなるにつれてネガティブ拡散係数は減少し、したがって ad²が増加することからゼロ定常解の安定性は増すことを見出している。

以上のように、本論文は結晶成長における表面形状の動的過程を解析的かつ数値的に研究したもので精密科学・応 用物理学、特に結晶成長科学に寄与するところが大きい。

よって本論文は博士論文として価値あるものと認める。