



Title	Some fundamental studies of critical phenomena of the Anderson transition in the Wigner-Dyson universality class
Author(s)	上岡, 良季
Citation	大阪大学, 2016, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/56065">https://doi.org/10.18910/56065</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## 論文内容の要旨

氏名 ( 上岡良季 )

## 論文題名

Some fundamental studies of critical phenomena of the Anderson transition in the Wigner-Dyson universality class  
(ウィグナー・ダイソクラスにおけるアンダーソン転移の臨界現象に関する基礎的研究)

## 論文内容の要旨

不純物や格子欠陥などにより結晶の不規則性が十分強くなると、電子の波動関数は空間的に局在する(アンダーソン局在)。そのため、結晶の次元性が十分高い場合には、不規則性によって、系は金属から絶縁体へと転移する(アンダーソン転移)。アンダーソン転移点近傍に現れる臨界現象は高い普遍性を持つと考えられているため、その性質を解明していくことは重要な課題である。

本研究では、Wigner-Dysonクラスと呼ばれる対称性クラスでのアンダーソン転移を、数値計算と解析計算により調べた。臨界現象は厳密には無限系でしか起こらないこと、有限次までの摂動計算では誤差の評価が困難であることなどのように、数値計算と解析計算にはそれぞれデメリットが有る。それらを互いに補完しあうために、数値計算・解析計算の両方が臨界現象の研究には必要である。

まず最も基本的なOrthogonal対称性クラスに着目し、臨界指数の次元依存性を調べることから始めた。4次元以上の場合のアンダーソン転移について研究することは、まず理論のより強い検証のために有用である。また、有効模型を通して高次元のアンダーソン転移を観測できることが指摘されているため、今後の冷却原子系での実験との比較のためにも有用である。そこで数値計算により、4次元と5次元のアンダーソン転移を研究した。局在アンダーソン模型に対して、転送行列法と有限サイズスケールリングを用いて、臨界指数をより高精度で見積もった。次に解析計算により、臨界指数の次元依存性を調べた。非線形 $\sigma$ 模型に対する臨界指数の従来の見積もりが数値計算の見積もりと食い違うことは大きな問題であった。本研究では、その要因の1つが近似的総和法の1種であるBorel-Padé解析の取り扱い方にあると考えた。無限次元での臨界指数の漸近値を正しく取り入れるようにBorel-Padé解析を改良することで、臨界指数の解析的見積もりを改善することに成功した。

Orthogonalクラスだけでなく、Wigner-Dysonクラスのアンダーソン転移についても臨界指数等を見積もるために、コンダクタンスに対する $\beta$ 関数に着目した。 $\beta$ 関数はアンダーソン転移の特徴づけに有用であり、例えばアンダーソン転移の下部臨界次元や臨界指数の見積もりに用いられる。Orthogonalクラスで改良したBorel-Padé解析が有効であったことを踏まえ、非線形 $\sigma$ 模型で摂動的に計算されている $\beta$ 関数の金属側からの漸近展開と、絶縁体側で予想される漸近的振舞いとを同時に取り入れられるようにBorel-Padé解析を拡張した。これによりWigner-Dysonクラスの $\beta$ 関数および臨界指数を解析的に見積もった。特に、Symplecticクラスでは非整数次元の下部臨界次元の見積もりが得られ、非整数次元に特有なattractiveな固定点の存在が示唆される。 $\beta$ 関数の解析的見積もりを検証するため、転送行列法を用いて1次元Symplecticクラスの $\beta$ 関数を数値的に計算した。その結果、Symplecticクラスの下部臨界次元が1.8次元程度であり、非整数次元に特有なattractiveな固定点が存在し得ることが強く示唆された。

## 論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 ( 上岡良季 )			
	(職)	氏 名	
論文審査担当者	主 査	教授	黒木和彦
	副 査	教授	小林研介
	副 査	教授	川村光
	副 査	准教授	Slevin, Keith
	副 査	准教授	浅野建一
論文審査の結果の要旨			
<p>不純物や格子欠陥などにより結晶の不規則性が十分強くなると、電子の波動関数は空間的に局在する(アンダーソン局在)。そのため、結晶の次元性が十分高い場合には、不規則性によって、系は金属から絶縁体へと転移する(アンダーソン転移)。アンダーソン転移点近傍に現れる臨界現象は高い普遍性を持つため、その性質を解明していくことは重要な課題である。</p> <p>本研究で、上岡氏は、まず最も基本的な Orthogonal 対称性クラスに着目し、臨界指数の次元依存性を調べることから始めた。転送行列法を用いた数値計算で 4, 5 次元の相関長の臨界指数を高精度で見積もった。この結果は、冷却原子系での有効模型を用いたアンダーソン転移の実験、理論の高次元での検証に有用であると考えられる。また、非線形 <math>\sigma</math> 模型から摂動的に見積もられる臨界指数が数値計算の見積もりと食い違うことは大きな問題であった。本研究において上岡氏は、その要因の 1 つが近似的総和法の 1 種である Borel-Padé 解析にあると考え、無限次元での漸近性を正しく取り入れるように Borel-Padé 解析を改良することで、臨界指数の解析的見積もりを改善することに成功した。</p> <p>次に上岡氏は、コンダクタンスに対する <math>\beta</math> 関数の数值的・解析的見積もりを行った。<math>\beta</math> 関数はアンダーソン転移の特徴づけに有用であり、例えばアンダーソン転移の下部臨界次元や臨界指数の見積もりに用いられる。非線形 <math>\sigma</math> 模型による摂動計算から得られている金属側からの漸近展開と、絶縁体側で予想される振る舞いとを同時に取り入れられるように Borel-Padé 解析を拡張した。これにより Wigner-Dyson クラスの <math>\beta</math> 関数および臨界指数の見積もりを得た。特に、Symplectic クラスでは非整数次元の下部臨界次元として約 <math>d_l=1.4</math> が得られ、非整数次元に特有な attractive な固定点の存在が示唆された。そこで、<math>\beta</math> 関数の理論的見積もりを検証するため、上岡氏は転送行列法を用いて 1 次元 Symplectic クラスの <math>\beta</math> 関数を数值的に計算した。その結果、Symplectic クラスの下部臨界次元が <math>d_l=1.8</math> 次元程度であり、非整数次元に特有な attractive な固定点が存在し得ることが強く示唆された。</p> <p>これらの研究成果はアンダーソン転移に関する研究として高い価値とオリジナリティを有しており、博士論文として十分な内容であると判断される。</p>			