Title	Realization of Levine’ s motives and Chern class map
Author(s)	大垣, 翔
Citation	大阪大学, 2016, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/56066
rights	
Note	

様式３

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（　大垣　翔　）	
論文題名	Realization of Levine's motives and Chern class map (Levineのモチーフの実現とChern類写像)

論文内容の要旨

本学位論文では、Levineが構成したモチーフの三角圏上の実現関手に関して、以下の二つの研究を行う。
1．実現関手構成の一般論
2．実現関手を用いた（高次）レギュレーター写像の表示

1．モチーフの理論とは、普遍的なコホモロジー理論である。従って、Levineのモチーフの三角圏についても、これに相当する性質が成立するか研究することは自然である。実際にLevineは、幾何的コホモロジー理論と呼ばれるコホモロジー理論を導入して、このコホモロジー理論に対して実現関手を構成した。しかしながら、幾何的コホモロジー理論は、値域が加群の圏でなければならず、フィルターや群の作用などの重要な付加構造をコホモロジー群に持たせられない。本論文では、Levineの幾何的コホモロジー理論の一般化し、それに対して実現関手を構成するための必要条件を与えた。この結果を用いることで、付加構造を持つ実現関手である、Hodge実現関手とエタール実現関手を構成することができる。

既に、Voevodskyのモチーフの三角圏に対する実現関手構成の一般論は、HuberとCisinski=Dégliseによる二つの結果がある。これらと比較して、本結果は、基礎スキームとコホモロジー理論の値域の圏の二つがより一般的である。どちらの結果も基礎スキームが体のスペクトラムで、値域はそれぞれ、Huberがアーベル圏、Cisinski=Dégliseがベクトル空間の圏である。特に、これらの一般論を用いて、直ちにHodge実現関手を構成することはできない。

2．（高次）レギュレーター写像は、モチヴィックコホモロジーからDeligneコホモロジーへの写像で、Chern指標を用いて定義される。この写像を構成したBeilinsonは更に、この写像が代数多様体のL関数の非臨界値をほとんど決定するという、重要な予想を行った。本論文では、このレギュレーター写像が、標準的な同型を介して、Hodge実現関手が射のなす群の間に誘導する写像と（符号を除いて）一致することを証明する。これをより正確に述べる。モチヴィックコホモロジーは、単位対象から代数多様体に付随するLevineのモチーフへの射のなす群と標準的に同型である。同様に、Hodge実現関手の下で対応する射のなす群とDeligneコホモロジーの間にも標準的な同型がある。従って、これらの標準同型を合成すると、レギュレーター写像と同じ定義域と値域を持つ写像を、Hodge実現関手が誘導することが分かる。証明を行うのは、この二つの写像の同一性である。この結果から、Chern指標であるレギュレーター写像を、モチーフの実現という異なる事象で解釈できる。この視点は、レギュレーター写像の研究において意義のあることと考える。例えば、「円分体のレギュレーター写像は、Beilinson元をポリログ関数の特殊値（の有理数倍）に移す」という結果は、レギュレーター写像がChern指標であることを忘れて、単に実現関手の誘導する写像だと見做しても証明できる。

加えて、この結果のエタール類似と（特別な場合ではあるが）p進Hodge類似も証明する。前者は、Souléの構成したレギュレーター写像に対して、エタール実現関手を用いた表示を与えること。後者は、Besserのレギュレーター写像に対して、p進Hodge実現関手を用いた表示を与えることである。後者を証明する代数多様体のクラスは狭いが、例えば代数体ならばよい。

様式 7

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名　（ 大垣 翔 ）		
	（職）	氏　名
論文審査担当者	主 査　教授	中村 博昭
	副 査　教授	渡部 隆夫
	副 査　教授	山ノ井 克俊
	副 査　准教授	落合 理
	副 査　准教授	安田 正大

論文審査の結果の要旨

学位申請者大垣翔君は本論文において、Marc N. Levine の構成したモチーフの三角圏上の実現関手について研究し、多くの有用な結果を得た。

本研究の背景として、これまで Levine は可換環上の加群の圏に値を持つ幾何的コホモロジー理論の概念を導入し、そのコホモロジー理論への実現関手を構成していたが、単なる可換環上の加群に値をもつ実現関手から一歩踏み込んで、Hodge 実現関手や 1 進エタール実現関手のような付加構造の入った対象に値をもつ実現関手を定式化するのには不十分であった。Hodge 実現関手および 1 進実現関手については構成の方針が Levine によって述べられていたが、詳細が記されていない状態であった。

本論文の前半部分で、申請者は幾何的コホモロジー理論の概念を拡張し、拡張されたコホモロジー理論に値を持つ実現関手を、適用範囲の広い一般的な条件下で構成することに成功した。これによって Hodge 実現関手や 1 進エタール実現関手が Levine の構成したモチーフの三角圏上構成されたことになる。Levine によるモチーフの三角圏は、標数 0 の体上の場合は Voevodsky によるモチーフの三角圏と同値であることが知られており、この場合には Voevodsky の三角圏上ですでに構成されている実現関手（Huber, Ivorra による）を用いても同様の実現関手が得られるが、本論文の構成法は、有理整数係数の Hodge 実現関手が構成できていること、および導来圏ではなく DG 圏で作業をしているため後述する Chern 類写像の比較などのより精密な結果を導ける、といった利点がある。さらに本論文では p 進 Hodge 実現関手の構成についても部分的な結果を得ている。

本論文の後半部分で、申請者は前半部分で導入した幾何的コホモロジー理論を含むようなコホモロジー理論に対する Chern 類写像の定義を行った。これは Levine が定義した Chern 類写像を一般化するものである。さらに特別な場合に制限することによって、自身の導入構成した実現関手が、Beilinson レギュレータや Soule レギュレータ、Huber、Gillet、朝倉・佐藤らによって得られていた既存の Chern 類写像を与えることを示した。

以上に述べたように、本論文は精密な議論を注意深く行うことによってモチーフの実現関手についての基本的な結果を確立したものである。よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。