OUKA
Osaka University Knowledge Archive

| | |
|---|---|
| Title | 輸送コードによるトカマクプラズマのシミュレーション研究 |
| Author(s) | 清水, 勝宏 |
| Citation | 大阪大学, 1981, 博士論文 |
| Version Type | VoR |
| URL | https://hdl.handle.net/11094/562 |
| rights | |
| Note | |

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

# 輸送コードによるトカマクプラズマのシミュレーション研究

昭　和　55　年

清　水　勝　宏

# 目　次

第1章　序論 ---------- 1

第2章　トカマク輸送コード ---------- 7
§2.1　序言 ---------- 7
§2.2　プラズマの輸送 ---------- 9
2.2.1　流体方程式 ---------- 9
2.2.2　輸送係数 ---------- 11
2.2.3　数値計算法 ---------- 20
§2.3　中性粒子の輸送 ---------- 29
§2.4　不純物の輸送 ---------- 36
§2.5　高速中性粒子入射の加熱 ---------- 40
図 ---------- 46

第3章　JIPP T-2 における密度発展の
シミュレーション ------- 49
§3.1　序言 ---------- 49
§3.2　JIPP T-2 トカマクの実験 ---------- 51
§3.3　計算結果 ---------- 54
§3.4　イオン温度勾配ドリフト波による輸送 ------ 59
§3.5　結語 ---------- 62
図 ---------- 64

第4章　DIVAにおける Sawtooth Oscillation の
シミュレーション---- 73
§4．1　序言 ---------- 73
§4．2　鋸歯状振動のモデル ---------- 74
§4．3　計算結果 ---------- 79
§4．4　結語 ---------- 81
図 ---------- 82

第5章　NBIトカマクのMHD振動のシミュレーション--- 84
§5．1　序言 ---------- 84
§5．2　計算結果 ---------- 84
§5．3　結語 ---------- 88
図 ---------- 89

第6章　結論 ---------- 92

謝辞 ---------- 94

文献 ---------- 95

APPENDIX A.　差分式及び係数 $A_j, B_j, C_j, \vec{d}_j$ の表示 ----99

APPENDIX B.　プログラムの利用法-------- 110
§B．1　INPUTの方法 -------- 110
§B．2　OUTPUTの内容-------- 117
§B．3　各サブルーチンの説明---- 129

# 第1章 序論

エネルギー問題を根本的に解決するため、制御核融合反応の実現をめざした研究が世界各国で精力的に行なわれている。最近の十年間においてトカマク装置による研究がいちじるしい進展をみせている。そして今日では、臨界プラズマ条件（ローソン条件）を達成できる規模の大型トカマクの開発が進められている。すなわち日本ではJT-60，諸外国ではTFTRやJETといった大型装置が設計・製作されている。さらにIAEA（International Atomic Energy Agency）では、技術試験炉が検討されている。こうした装置の設計にあたって，信頼度の高い性能の予測が要求され、シミュレーションによるトカマク・プラズマの粒子及びエネルギー・バランスの理解は重要である。本研究は輸送コードを用いたシミュレーションによって、トカマク・プラズマに見られるいくつかの興味ある現象の解明を目的として行なわれた。

序論では、トカマク装置の説明ならびにいくつか指適されている短所・技術的問題点を、本研究の対象であるJIPP T-2，DIVA，JFT-2実験と関連させて述べる。

トカマク装置の構造をFig 1.1に示す。トカマク装置を最も良く特徴づけるものは、変流器によって、トーラス状のプラズマ中に電流が流されることである。この電流によって作られる磁場即ちポロイダル磁場がトーラスプラズマの平衡を維持してプラズマを閉じ込めると同時に、この電流のジュール加熱によってプラズマを高温にする。プラズマはその圧力によって外側へ広がろうとするし、またトーラス状に流れるプラズマ電流にはフープ力が働くため、このままでは位置平衡を保つことはできない。このためプラズマ

容器外側に導電性のシェルがある。プラズマが外側へ変位するとシェルには電流が誘導され、この電流とプラズマ電流の反発力によってプラズマは押しもどされ、平衡が保たれる。しかしこのシェルの時定数は有限であるため、放電時間が長い場合には平衡を保つことができなくなる。したがって外部コイルに電流を流して垂直磁場をつくり、プラズマの位置を制御することも行なわれる。トカマクのもう一つの特徴は強いトロイダル磁場をもつことである。この磁場は磁気流体的不安定性（mhd不安定）を抑制するためである。ポロイダル・モード数1の強いmhd不安定をおさえるためには、プラズマ表面での安定係数 $q_a = \frac{a}{R}\frac{B_z}{B_\theta}$（$R$：主半径，$a$：副半径，$B_z$：トロイダル磁場，$B_\theta$：ポロイダル磁場）が1より大きくなければならない。トカマク装置の構成要素として，既に述べた変流器，シェル、垂直磁場コイル、トロイダルコイルのほかに真空容器とリミターがある。プラズマを高温にするためには混入する不純物の量をできるだけ少なくしなければならない。このため真空容器はステンレスが用いられ、実験を行なう前に加熱（baking）して、脱ガスが行なわれる。またプラズマと容器の壁との相互作用を小さくするために、プラズマ電流の流れる領域を制限する金属板が設けられる。これがリミターで、普通タングステンあるいはモリブデンが用いられる。スパッタリング等による重金属不純物の混入はプラズマ温度をいちじるしく下げるため、リミターの材料として最近では、輻射損失の少ない炭素あるいはステンレスが用いられるようになった。

トカマクは数ある磁場閉じ込め装置の中で最も長い閉じ込め時間を誇っており、現在では臨界プラズマを目指した装置が建設中で、

核融合研究の主流をなしているといっても過言ではない。しかしトカマクによる炉の検討が行なわれるようになっていくつかの短所技術的問題点が指摘されている。プラズマの閉じ込めそして加熱に重要な役割を果しているプラズマ電流が誘導によるものであるために放電時間は有限であり、核融合炉はパルス的とならざるをえないのが大きな欠点である。臨界プラズマ達成に対しては不純物制御、第2段加熱の問題が解決されなければならない。プラズマに不純物が混入すると輻射損失が増大し、エネルギー閉じ込め時間を短かくするばかりでなく、mhd 不安定を引き起す原因にもなっている。炭素、酸素等の軽いイオンの混入量は電子密度の1%以下、モリブデン、タングステン等の重金属イオンについては0.1%以下であることが点火条件の限界であるといわれている。現在のトカマクではジュール加熱による入力エネルギーのうち30%以上は不純物の輻射によって失なわれる。この不純物問題を解決する一つの方法として提案されているのがダイバータで、DIVA, DITE において実験が行なわれている。プラズマ電流によるジュール加熱のみでは、電子温度が～3keV程度で制動輻射や熱伝導による損失とバランスしてそれ以上温度が上がらない。このため種々の波動加熱や高エネルギー中性粒子入射による加熱（NBI加熱）の研究が行なわれている。NBI加熱が最も有力な第2段加熱の方法として考えられており、PLT装置では2MW程度のNBI加熱を行ない～6keVという高温プラズマが得られた。経済性という観点からはベータ値 $\beta = 8\pi P / B^2$（Pはプラズマ圧力、Bは磁場）が小さいという問題がある。核融合炉の出力エネルギーは $\beta$ 値の2乗に比例し、経済的であるためには5～10%以上

でなければならない。ところがトカマク装置においては、平衡の条件よりある値 $\beta_c$ より大きくとることができない。$\beta_c$ を上げる方法として、プラズマ断面を細長くする方法があり、Doublet III, ISX-B, PXD 等で行なわれている。もう一つの方法は $q_a$ を下げることである。この実験は JIPP T-2, DIVA において行なわれた。

トカマク実験のデータ解析とそこから得られるプラズマ現象の理解において、計算機シミュレーションが果して来た役割は大きい。特に輸送コードでは流体方程式を基礎としており、粒子やエネルギー・バランスの解明を目的としている。大型装置の設計においては、シミュレーションによってプラズマ・パラメータを予測し、その性能の最適化がはかられねばならない。本論文の第2章では著者等が行なったシミュレーションに用いた輸送コードについて述べる。このコードには不純物を解くルーチンや、中性粒子の分布を求めるルーチン、そして NBI 加熱の評価を行なうルーチンが含まれている。コードの利用法については APPENDIX B. で説明する。

第3章では、JIPP T-2 で行なわれた電流分布の制御による low $q$ 実験についてのシミュレーションについて述べる。高ベータ・プラズマを得るために $q_a$ を下げることが一つの方法であるが、ガスパフによるプラズマ周辺部の冷却とプラズマ電流立ち上げによる加熱によって電流分布を mhd 的に安定な分布にして、low $q$ プラズマを実現するのに成功した。ガス・パフによって線平均密度において4倍程度増大しているが、著者等は特にその密度分布の時間変化に注目してシミュレーションを行なった。

第4章では、チタン・ゲッタリングによって輻射損失を減少せしめ、$q$値が2以下のプラズマを得るのに成功したDIVAの実験の解析である。 $q_a$が小さいために、$q=1$の特異点がプラズマのかなり外側にでき、そのために生じる鋸歯状振動はプラズマのエネルギー閉じ込め時間に大きな影響を与えていることが実験によって示された。 著者等は鋸歯状振動に対するKadomtsevのモデルをコード化し、トカマク輸送コードに組み込み、DIVAで観測された鋸歯状振動を再現した。

第5章では、JFT-2装置のNBI加熱時に観測されたMHD振動のシミュレーションについて述べる。

第6章では、本研究で得られた結果のまとめを行なう。

本論文では CGSガウス単位系を用いた。 ただし電子温度やイオン温度については eVを単位としている。

$$1\,eV = 1.602 \times 10^{-12}\,erg = 11600^{\circ}K$$

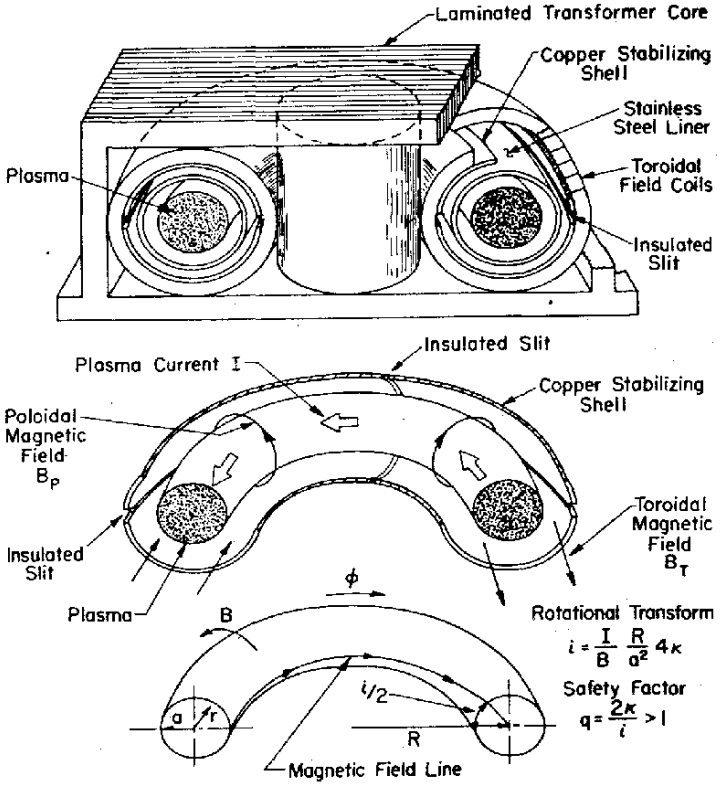



Fig. 1-1 Schematic drawing of tokamak device

# 第2章　トカマク輸送コード

## §2.1　序言

トカマク装置は、数ある磁場閉じ込め装置の中で、最も研究が進み、長い閉じ込め時間を有している。　現在では、臨界プラズマを目ざした装置が各国で建設されている。

トカマク装置は1960年代からソ連において、L.A.Artsimovichの指導のもとに実験が行なわれてきたが、1968年に開かれたNovosibirsk会議で画期的な成果が発表された。[1] Culham研究所は共同研究としてレーザー散乱による電子温度の測定を行ない、ソ連の実験結果の正しいことを確認した。[2] これよりトカマク装置の優秀性が認められ、各国の研究所でトカマクの実験計画が進められるようになった。　このくわしい測定に刺激されて、1969年のDubna会議では、トカマク・プラズマの振舞いを調べる目的で、2つの計算機シミュレーション・コードが発表された。[3][4] そして新古典理論では説明できないような異常輸送のあることが示された。[5][6] トカマク装置が各国で建設せられ、実験が行なわれるようになり、その測定方法の進歩とともに、プラズマ現象の理解が一段と進んだ。これに伴なって新しいシミュレーション・コードが次々と開発され、[7][8][9] 実験データの解析ならびに、プラズマ現象の理解に大きく寄与している。　こうしたコードはトカマク輸送コードと呼ばれている。トカマク・プラズマをマクロに把握するのが目的で、流体方程式を基礎においている。　しかし拡散の時間尺度での現象に注目しているので、運動方程式は解かないで、粒子保存の式，エネルギーバランスの式そしてMaxwellの式を解く。

トカマク・プラズマにおける輸送過程、特に電子についてはいまだよく明らかにされていない。ミクロ不安定性に基く種々の理論[10][11]が提案されているし、また実験より得られた経験式がいくつか示されている[12][13]。トカマク・コードの目的の一つはこうした輸送理論のどれが最も良く実験結果を説明するかを検証することである。密度や温度などの空間分布の時間発展を追求することも、トカマクコードの重要な課題である。実験によって電流分布を直接測定することはできないが、輸送コードによって電流分布を計算することにより、MHD不安定が生じるかどうか予測できる。トカマク・プラズマを長く安定に閉じ込めるには、フィード・バック及びフィード・フォワード制御を行なう必要があり、プラズマ・パラメータの変化を予測することは重要である。現在JT-60を始めいくつかの大型トカマク装置が計画されており、さらに将来のトカマク型炉も検討されているが、それらの設計にあたって、シミュレーションによってプラズマ・パラメータの評価が行なわれ、装置の最適化がはかられねばならない。

本章では、著者等が本研究において用いたトカマク輸送コードについて述べる。§2.2では、プラズマに対するモデル方程式とその数値計算法について述べる。§2.3では、モンテカルロ法に基づいた中性粒子の分布の求め方について述べる。§2.4では、プラズマのエネルギーバランスに重大な影響を及ぼす不純物の輸送について述べる。§2.5では第2段加熱の方法として、最も有力と見られている高速中性粒子入射の加熱の評価を行なう。プログラムの利用法については、APPENDIX Bにおいて述べる。

## §2.2 プラズマの輸送

### 2-2-1. 流体方程式

トカマクの概念図をFig 2-1に示す。トロイダル方向の電場$E_z$がトロイダル電流$j_z$を誘起し、この電流によってポロイダル方向の磁場$B_\theta$ができる。トロイダル方向には外部コイルによって強いトロイダル磁場$B_z$が作られており、これらの磁場を合成すると、らせん状の磁力線ができる。磁力線が一つの面を形成し、これを磁気面と呼ぶ。この磁気面の断面は同心円であると仮定し、物理量は磁気面上で平均化されたものを考える。トロイダル方向には、物理量は一様であるので、一次元として問題をとり扱えば良い。トーラス効果は輸送係数を通じて入っている。トロイダル磁場$B_z$は時間的にも空間的にも一定であるとする。

輸送コードの目的は、拡散の時間尺度でのプラズマ・パラメータ(粒子密度$n_e$, 電子温度$T_e$, イオン温度$T_i$, ポロイダル磁場$B_\theta$)の空間変化及び時間変化を求めることであるので、流体方程式を基礎におく。半径方向に一次元化された粒子保存の式, 電子とイオンのエネルギーバランスの式, そしてポロイダル磁場に対するMaxwellの式は以下のようになる。[10]

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\Gamma) + S_I \qquad (2.1)$$

$$\frac{3}{2}\frac{\partial}{\partial t}(n_e T_e) = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rQ_e) + E_z j_z - \frac{3m_e}{m_i}\frac{n_e}{\tau_e}(T_e - T_i) - W_I - W_R + W_{Be} \qquad (2.2)$$

$$\frac{3}{2}\frac{\partial}{\partial t}(n_i T_i) = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rQ_i) + \frac{3m_e}{m_i}\frac{n_e}{\tau_e}(T_e - T_i) + W_N + W_{Bi} \qquad (2.3)$$

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = c\frac{\partial E_z}{\partial r} \qquad (2.4)$$

$$E_z = \eta j_z = \frac{c\eta}{4\pi r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta) \qquad (2.5)$$

ここで

$$S_I = n_e n_0 \langle \sigma v \rangle_I + \dot{n}_f$$

$$W_I = n_e n_0 \langle \sigma v \rangle_I \chi_H$$

$$W_N = \frac{3}{2} n_e n_0 \langle \sigma v \rangle_I T_0 - \frac{3}{2} n_i n_0 \langle \sigma v \rangle_{cx} (T_i - T_0) \qquad (2.6)$$

単位系は、CGS系を用いている。イオン密度 $n_i$ は電荷中性の条件より求める。不純物をとり扱わない場合には、それは

$$n_i = n_e / Z_i \qquad (2.7)$$

である。ここで $Z_i$ はプラズマイオンの電荷数である。不純物の拡散方程式を解く場合には、イオン密度は、

$$n_i = \left( n_e - \sum_k (k-1) n_k \right) / Z_i \qquad (2.8)$$

である。$n_k$ は（k－1）価に電離した不純物の密度をあらわす。$n_0$, $T_0$ は、それぞれ中性粒子の密度と温度であり、その分布の求め方については§2.3で述べる。$\langle \sigma v \rangle_I$, $\langle \sigma v \rangle_{cx}$ はそれぞれ中性粒子の電離反応率，荷電交換率である。$W_I$ は中性粒子を電離するのに失う電離のエネルギーで，$W_R$ は不純物の電離

と輻射損失をあらわす。 $\chi_H$ は中性粒子の電離ポテンシャルで、水素の場合 13.6 eV である。 $W_N$ は中性粒子の電離及び荷電交換によって変化するイオンのエネルギーである。 $\dot{n}_f$ は中性粒子入射加熱（NBI加熱）が行なわれた場合の高速イオンの発生に伴なって生ずる電子密度の増加であり、$W_{Be}$, $W_{Bi}$ はそれぞれNBI加熱によって電子及びイオンに与えられるエネルギーである。
$\tau_e$ は電子衝突時間、$E_z$ はトロイダル電場、$J_z$ はトロイダル電流密度をあらわす。 $\eta$ は電気抵抗で、捕捉電子の補正を含んだ Spitzer の表式を用いる。 $\Gamma$, $Q_e$, $Q_i$ はそれぞれ粒子フラックス，電子とイオンの熱フラックスをあらわす。

$$\Gamma = -D\frac{\partial n_e}{\partial r} - n_e\frac{cE_z}{B_\theta}L_{13} \qquad (2.9)$$

$$Q_e = -\kappa_e\frac{\partial T_e}{\partial r} - \frac{3}{2}DT_e\frac{\partial n_e}{\partial r} - n_eT_e\frac{cE_z}{B_\theta}L_{23} \qquad (2.10)$$

$$Q_i = -\kappa_i\frac{\partial T_i}{\partial r} - \frac{3}{2}DT_i\frac{\partial n_i}{\partial r} \qquad (2.11)$$

ここで、$\Gamma$, $Q_e$ に含まれる $cE_z/B_\theta$ の項は、Ware pinch の効果を示す。 $D$ は拡散係数であり、$\kappa_e$, $\kappa_i$ はそれぞれ電子とイオンの熱伝導係数である。

## 2-2-2. 輸送係数

実験データの解析及びシミュレーションによる解析から輸送係数については次のように考えられている。 エネルギー等分配については衝突を基礎とした古典論的であり、電気抵抗及びイオンの熱伝

導係数は新古典論によって説明される。[14] 一方、粒子の拡散係数、電子の熱伝導係数については新古典論より約2ケタ大きく[15]、その原因についてはいまだに完全には解明されていない。これらの異常輸送係数については経験則を用いる。

(1) 電気抵抗

電気抵抗に対する、捕捉電子の補正を含んだSpitzerの表式[16]は次式によって与えられる。

$$\eta = \frac{m_e \nu_{ei}}{n_e e^2 f} \qquad (2.12)$$

$$\nu_{ei}\tau_e = \gamma(Z_{eff}) = Z_{eff}\left(\frac{0.457}{1.077+Z_{eff}} + 0.29\right) \qquad (2.12a)$$

ここで $f$ は捕捉電子の補正[14]で

$$f = 1 - \frac{1}{1+\nu_e^*}\left\{1.9\left(\frac{r}{R}\right)^{1/2} - 1.0\left(\frac{r}{R}\right)\right\} \qquad (2.12b)$$

$$\nu_e^* = R^{3/2} B_z \Big/ \left\{\tau_e \gamma^{\frac{1}{2}} B_\theta (T_e/m_e)^{\frac{1}{2}}\right\} \qquad (2.12c)$$

$Z_{eff}$ はイオンの有効電荷をあらわし、不純物を扱わない場合には実験データよりその分布を与える。不純物の拡散方程式を解く場合には、次式によって計算する。

$$Z_{eff} = \frac{Z_i n_i + \sum_k (k-1)^2 n_k}{n_e} \qquad (2.13)$$

$Z_i$ : プラズマイオンの電荷

$n_k$ : $(k-1)$価に電離した不純物イオンの密度

(2) Ware pinch の効果

一般に荷電粒子は磁力線に沿って運動する。トカマクでは磁力線がらせん状にトーラス面をまきついており、磁力線に沿ってみたときの磁場の強さは Fig 2-2 のように波うっている。したがって磁場に垂直方向の速度 $v_\perp$ が平行成分 $v_\parallel$ に比べて大きい場合には、ミラー効果により(Fig 2-3)トーラスの外側の弱い磁場の領域に捕捉され、バナナ軌道をくり返す。ところでトロイダル方向には、電場 $E_z$ があるために、バナナ軌道の中心は内側にドリフトする。この速度が

$$v_{dr} = \frac{cE_z}{B_\theta} \qquad (2.14)$$

であることが、Ware によって導かれた。[17] これは、粒子の案内中心の E×B ドリフトの速度

$$v_{E\times B} = \frac{cE\times B}{B^2} = \frac{cE_z B_\theta}{B_z^2} \qquad (2.15)$$

に比べて $(B_z/B_\theta)^2$ のファクターだけ大きい。

この Ware pinch の効果が、粒子フラックス、電子の熱フラックスに与える寄与を新古典論[18][19]に基づいて計算すると、その係数 $L_{13}$, $L_{23}$ は以下の様になる。

$$L_{13} = \frac{(1+K_1)f_1}{1+(\beta_1\nu_e^*)^{1/2}+\zeta_1\nu_e^*}\left\{1-\frac{c_1 f_1}{1+(\beta_1\nu_e^*)^{\frac{1}{2}}+\zeta_1\nu_e^*}\right\}$$

$$L_{23} = \frac{(2.5+K_2)f_1}{1+(\beta_2\nu_e^*)^{1/2}+\zeta_2\nu_e^*}\left\{1-\frac{c_2 f_1}{1+(\beta_2\nu_e^*)^{1/2}+\zeta_2\nu_e^*}\right\} \qquad (2.16)$$

$$f_1 = 1 - (1-\frac{r}{R})^2 \left\{1-(\frac{r}{R})^2\right\}^{-\frac{1}{2}} \left\{1+1.46(\frac{r}{R})^{\frac{1}{2}}\right\}^{-1} \qquad (2.16a)$$

$$\nu_e^* = R^{\frac{3}{2}} B_z / \left[\tau_e r^{\frac{1}{2}} B_\theta (T_e/m_e)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad (2.16b)$$

$$\beta_1 = 0.4 + 0.11 Z_{eff} \qquad \beta_2 = 0.05 + 0.0345 Z_{eff}$$

$$\zeta_1 = 0.55 + 0.2555 Z_{eff} \qquad \zeta_2 = 0.25 + 0.143 Z_{eff}$$

$$K_1 = \frac{0.53 + Z_{eff}}{Z_{eff}(1+1.32 Z_{eff})} \qquad K_2 = \frac{0.82(3 - Z_{eff})}{Z_{eff}(2.57 + Z_{eff})}$$

$$C_1 = \frac{K_1}{1+K_1} \qquad C_2 = \frac{K_2}{1+K_2} \qquad (2.16c)$$

(3) 新古典理論による拡散係数と熱伝導係数

衝突を基礎とした古典論においては、磁場を横切る電子の拡散係数は

$$D = \nu_{ei} \rho_e^2 \qquad (2.17)$$

である。 ここで $\nu_{ei}$ は衝突周波数であり、$\rho_e$ はラーモア半径である。 トーラス装置では、トロイダル・ドリフトによる荷電分離を避けるために、磁力線をらせん状に回転させている。 ところが衝突が多くなると、荷電分離が充分に短絡されずに電場Eが生じる。この電離による E×B ドリフトがプラズマの拡散に寄与することが Pfirsh - Schlüter によって示された。[20]

$$D_{ps} = (1+q^2)\nu_{ei}\rho_e^2 \quad (\text{Pfirsh - Schlüter 領域}) \qquad (2.18)$$

ここで $q$ は安全係数でトカマク装置では普通 $q \simeq 2\sim4$ であるから、拡散係数は古典論による値より約1ケタ大きい。衝突周波数が小さくなると、すでに述べた捕捉電子の拡散の寄与が大きくなる事が Galeev-Sagdeev によって導かれた。[21]

$$D_{GS} = \left(\frac{R}{r}\right)^{\frac{3}{2}} q^2 \nu_{ei} \rho_e^2 \qquad (\text{バナナ領域}) \qquad (2.19)$$

又その中間の周波数領域においては、拡散係数が衝突周波数に依存しないことも示された。

$$D_P = q^2 \nu_1 \rho_e^2 \qquad (\text{プラトー領域}) \qquad (2.20)$$

$$\nu_1 = v_{The} / (qR) \qquad (2.20a)$$

拡散係数の衝突周波数に対する依存性をまとめると Fig.2-4 のようになる。これら3つの領域をなめらかにつなぐ拡散係数 $D$, 熱伝導係数 $\kappa_e$, $\kappa_i$ を以下に与える。[19]

$$D = \frac{\rho_e^2}{\tau_e} q^2 \left(1+\frac{T_i}{T_e}\right)\left[\gamma(Z_{eff}) + \left(\frac{R}{r}\right)^{3/2} \frac{1.12}{1+1.78\nu_e^*}\right] \qquad (2.21)$$

$$\kappa_e = \frac{n\rho_e^2}{\tau_e} q^2 \left[2.3(1+Z_{eff}) + \left(\frac{R}{r}\right)^{3/2} \frac{2.63}{1+0.36\nu_e^*}\right] \qquad (2.22)$$

$$\kappa_i = \frac{n\rho_i^2}{\tau_i} \left[(1+1.6q^2)Z_{eff} + \left(\frac{R}{r}\right)^{3/2} q^2 Z_{eff} \frac{0.68}{1+0.36\nu_i^*}\right] \qquad (2.23)$$

○ 衝突周波数

$$\nu_e^* = \frac{1}{2}(1+Z_{eff})\frac{R^{3/2}B_z}{\tau_e r^{\frac{1}{2}} B_\theta \left(\frac{T_e}{m_e}\right)^{\frac{1}{2}}} \qquad (2.24)$$

$$\nu_i^* = \frac{Z_{eff} R^{\frac{3}{2}} B_z}{\tau_i r^{\frac{1}{2}} B_\theta \left(\frac{T_i}{m_i}\right)^{1/2}} \qquad (2.25)$$

○ 衝突時間

$$\tau_e = \frac{3\sqrt{m_e}\, T_e^{\frac{3}{2}}}{4\sqrt{2\pi}\, e^4 n_e \ln\Lambda_e} \qquad (2.26)$$

$$\tau_i = \frac{3\sqrt{m_i}\sqrt{2}\, T_i^{3/2}}{4\sqrt{2\pi}\, e^4 n_i \ln\Lambda_i} \frac{1}{Z_i^4 Z_c} \qquad (2.27)$$

$Z_i$ : プラズマイオンの電荷

$$Z_c = 1 + \sqrt{2}\left(\frac{Z_{eff} n_e}{Z_i^2 n_i} - 1\right) \qquad (2.27a)$$

○ クーロン対数

$$\Lambda_e = \begin{cases} 1.54 \times 10^{10} \dfrac{T_e^{3/2}}{n_e^{1/2} Z_{eff}} & T_e < 50\ eV \\ 10.9 \times 10^{10} \dfrac{T_e}{n_e^{1/2} Z_{eff}} & T_e > 50\ eV \end{cases} \qquad (2.28)$$

$$\Lambda_i = 1.54 \times 10^{10} \frac{T_e^{1/2} T_i}{n_e^{1/2} Z_{eff}} \qquad (2.29)$$

○ ラーモア半径

$$\rho_e = \frac{c\sqrt{2m_eT_e}}{eB} \qquad (2.30)$$

$$\rho_i = \frac{c\sqrt{2m_iT_i}}{Z_ieB} \qquad B = \sqrt{B_\theta^2 + B_z^2} \qquad (2.31)$$

○ 安全係数

$$q = \frac{rB_z}{RB_\theta} \qquad (2.32)$$

(4) 異常輸送係数

イオンの熱伝導は新古典理論で良く説明できるが、拡散係数及び電子の熱伝導係数は新古典論の約100倍以上と異常に大きいことが実験的に示されている。この異常拡散の原因はいまだよく明らかにされていないが、ミクロ不安定性に基く種々の理論が提案されている。さらにまた実験より得られた経験式がいくつか示されている。トカマク・コードの目的の一つはこうした輸送理論のどれが最も良く実験結果を説明するかを検証することである。拡散係数電子の熱伝導係数に対する経験式の代表的なものを以下に示す。

○ ALCATOR則

$$D = \alpha_A / \sqrt{q}\, n_e$$
$$\kappa_e = \beta_A n_e D \qquad (2.33)$$
$$\alpha_A = (4 \sim 17) \times 10^{16}, \quad \beta_A = 2 \sim 5$$

- PLT則

$$D = \alpha_p / n_e$$

$$\kappa_e = \begin{cases} \beta_p \dfrac{1}{0.001 \cdot T_e} n_e D & (T_e > 200\,eV) \\ \beta_p\, 5\, n_e D & (T_e < 200\,eV) \end{cases} \qquad (2.34)$$

$$\alpha_p \simeq 8 \times 10^{16}\,, \quad \beta_p \simeq 2$$

- 擬古典則

$$D = \alpha_p \frac{R^2 q^2}{r_n^2} \nu_e \rho_e^2 \qquad r_n = \left(\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial r}\right)^{-1} \qquad (2.35)$$

$$\kappa_e = \beta_p n_e D$$

$$\alpha_p,\ \beta_p \sim 1$$

- Mercier - Soubbramayer の経験則

( modified Pfirsh - Schlüter )

$$D = \alpha_s (1 + 1.6 q^2) \nu_e \rho_e^2 \frac{1}{Z_{eff}} \qquad (2.36)$$

$$\kappa_e = \beta_s n_e D$$

$$\alpha_s = 500 \sim 2000\,, \quad \beta_s \simeq 1$$

著者等のコードにおいては、これらの輸送係数はプログラムされており、入力で選択できる。

(5) MHD振動に伴なう電子の熱輸送

プラズマ中心での安全係数が1より小さくなると（$q(0)<1$），MHD不安定が生じ、電子温度に対応しているX線信号において、のこぎり状の振動（sawtooth oscillation）が観測される。X線の信号の解析より $q\simeq 1$ の近傍においてMHD不安定に伴なって大きな電子の熱輸送のあることが示された。我々は、このSawtooth oscillationに対する簡単なモデルをコード化し、トカマク輸送コードに組み込んで、sawtooth oscillationのシミュレーションを行なった。これについては、第4章及び第5章で述べる。しかし、sawtooth oscillationに興味のない場合については、この現象をもっと簡単に扱う。即ちMHD振動に伴なった電子の熱フラックスをシミュレートするため、$q<1$ の所で次の様な項をつけ加える。

$$\kappa_e^{MHD} \cong 0.1\, n_e D_B \quad (q(r)<1) \tag{2.37}$$

$$D_B = \frac{1}{16}\frac{cT_e}{eB} \tag{2.37a}$$

これによって、$q\leq 1$ の領域で電子温度は平坦化される。

## 2-2-3 数値計算法

方程式（2-1）～（2-4）式を次のように書きかえる。

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-r\Gamma) + S_I \tag{2.38}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{3}{2}n_e T_e\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-rQ_e) - U_e - Q_\Delta + W_e \tag{2.39}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{3}{2}n_i T_i\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-rQ_i) - U_i + Q_\Delta + W_i \tag{2.40}$$

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial r} \tag{2.41}$$

$$-\Gamma = D_{11}\frac{\partial n_e}{\partial r} + D_{12}\frac{\partial T_e}{\partial r} + D_{13}\frac{\partial T_i}{\partial r} + D_{14}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta) + D_{15}\frac{\partial n_i}{\partial r} \tag{2.42}$$

$$-Q_e = K_{21}\frac{\partial n_e}{\partial r} + K_{22}\frac{\partial T_e}{\partial r} + K_{23}\frac{\partial T_i}{\partial r} + K_{24}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta) + K_{25}\frac{\partial n_i}{\partial r} \tag{2.43}$$

$$-Q_i = K_{31}\frac{\partial n_i}{\partial r}^{(*)} + K_{32}\frac{\partial T_e}{\partial r} + K_{33}\frac{\partial T_i}{\partial r} + K_{34}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta) + K_{35}\frac{\partial n_e}{\partial r} \tag{2.44}$$

$$\mathcal{E}_z = L_{41}\frac{\partial n_e}{\partial r} + L_{42}\frac{\partial T_e}{\partial r} + L_{43}\frac{\partial T_i}{\partial r} + L_{44}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta) + L_{45}\frac{\partial n_i}{\partial r} \tag{2.45}$$

$$U_e = V_{21}\frac{\partial n_e}{\partial r} + V_{22}\frac{\partial T_e}{\partial r} + V_{23}\frac{\partial T_i}{\partial r} + V_{24}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta) + V_{25}\frac{\partial n_i}{\partial r} \tag{2.46}$$

$$U_i = V_{31}\frac{\partial n_e}{\partial r} + V_{32}\frac{\partial T_e}{\partial r} + V_{33}\frac{\partial T_i}{\partial r} + V_{34}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta) + V_{35}\frac{\partial n_i}{\partial r} \tag{2.47}$$

$$Q_\Delta = \frac{3m_e}{m_i}\frac{n_e}{\tau_e}(T_e - T_i) \tag{2.48}$$

---

(*) $\frac{\partial n_e}{\partial r}$ でない事に注意

$S_I$ ： 中性原子の電離及び不純物原子の電離と再結合による電子密度の変化

$W_e$ ： 輻射損失及び電離損失あるいは中性粒子入射による電子の加熱

$W_i$ ： 中性原子によるイオンのエネルギーの変化あるいは中性粒子入射によるイオンの加熱 (2.49)

イオンの密度 $n_i$ は不純物のとり扱いに応じて、(2-7)式あるいは(2-8)式より求める。係数 $D_{1i}$, $K_{2i}$, $K_{3i}$, $L_{4i}$, $V_{2i}$, $V_{3i}$ ($i=1,2,3,4,5$) は次のようになる。

$$D_{11} = D \ , \quad D_{14} = \frac{c^2\eta n_e}{4\pi B_\theta} L_{14}$$

$$K_{21} = \frac{3}{2} D T_e \ , \quad K_{22} = \kappa_e \ , \quad K_{24} = \frac{c^2\eta n_e T_e}{4\pi B_\theta} L_{24}$$

$$K_{31} = \frac{3}{2} D T_i \ , \quad K_{33} = \kappa_i$$

$$V_{24} = -\frac{c^2\eta}{(4\pi)^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta)$$

$$L_{44} = \frac{c^2\eta}{4\pi} \qquad (2.50)$$

他の係数は全てゼロである。新古典論においては、すべての係数はゼロではなくなる。たとえば、衝突の少ないバナナ領域で問題となるブート・ストラップ電流[22]を考慮するならば、$L_{41}$, $L_{42}$ 等はゼロではない。又(2-38)～(2-49)のような一般的な表式

に書くことによって、ある不安定性に関連したフラックスを容易にとり入れることができる。

$(n_e, T_e, T_i, B_\theta)$ に対する方程式系を $(n_e, P_e, P_i, B_\theta)$ に対する方程式系に書き直す。ここで $P_e = n_e T_e$, $P_i = n_i T_i$ である。

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-r\Gamma) + S_I \qquad (2.51)$$

$$\frac{\partial P_e}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-rQ_e') - U_e' - Q_\Delta' + \frac{2}{3}W_e \qquad (2.52)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-rQ_i') - U_i' + Q_\Delta' + \frac{2}{3}W_i \qquad (2.53)$$

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial r} \qquad (2.54)$$

$$-\Gamma = D_{11}'\frac{\partial n_e}{\partial r} + D_{12}'\frac{\partial P_e}{\partial r} + D_{13}'\frac{\partial P_i}{\partial r} + D_{14}'\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta) + D_{15}'\frac{\partial n_i}{\partial r} \qquad (2.55)$$

$$-\frac{2}{3}Q_e = -Q_e' = K_{21}'\frac{\partial n_e}{\partial r} + K_{22}'\frac{\partial P_e}{\partial r} + K_{23}'\frac{\partial P_i}{\partial r} + K_{24}'\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta) + K_{25}'\frac{\partial n_i}{\partial r} \qquad (2.56)$$

$$-\frac{2}{3}Q_i = -Q_i' = K_{31}'\frac{\partial n_i}{\partial r} + K_{32}'\frac{\partial P_e}{\partial r} + K_{33}'\frac{\partial P_i}{\partial r} + K_{34}'\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta) + K_{35}'\frac{\partial n_e}{\partial r} \qquad (2.57)$$

$$\mathcal{E}_z = L_{41}'\frac{\partial n_e}{\partial r} + L_{42}'\frac{\partial P_e}{\partial r} + L_{43}'\frac{\partial P_i}{\partial r} + L_{44}'\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta) + L_{45}'\frac{\partial n_i}{\partial r} \qquad (2.58)$$

$$\frac{2}{3}U_e = U_e' = V_{21}'\frac{\partial n_e}{\partial r} + V_{22}'\frac{\partial P_e}{\partial r} + V_{23}'\frac{\partial P_i}{\partial r} + V_{24}'\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta) + V_{25}'\frac{\partial n_i}{\partial r} \qquad (2.59)$$

$$\frac{2}{3}U_i = U_i' = V_{31}'\frac{\partial n_e}{\partial r} + V_{32}'\frac{\partial P_e}{\partial r} + V_{33}'\frac{\partial P_i}{\partial r} + V_{34}'\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta) + V_{35}'\frac{\partial n_i}{\partial r} \qquad (2.60)$$

$$\frac{2}{3}Q_\Delta = Q_\Delta' = \nu n_e\left(\frac{P_e}{n_e} - \frac{P_i}{n_i}\right) \qquad (2.61)$$

ここで $\nu = \frac{2}{3}\frac{3m_e}{m_i}\frac{1}{\tau_e}$ (2.61a)

係数（$D_{1i}$, $K_{2i}$, $K_{3i}$, $L_{4i}$, $V_{2i}$, $V_{3i}$）と 係数（$D_{1i}'$, $K_{2i}'$, $K_{3i}'$, $L_{4i}'$, $V_{2i}'$, $V_{3i}'$）との関係は次の様になる。

(2.62)

$$D_{11}' = D_{11} - \frac{P_e}{n_e^2} D_{12} \qquad D_{12}' = \frac{1}{n_e} D_{12} \qquad D_{13}' = \frac{1}{n_i} D_{13}$$

$$D_{14}' = D_{14} \qquad D_{15}' = D_{15} - \frac{P_i}{n_i^2} D_{13}$$

$$K_{21}' = \frac{2}{3}\left(K_{21} - \frac{P_e}{n_e^2} K_{22}\right) \qquad K_{22}' = \frac{2}{3}\frac{1}{n_e} K_{22} \qquad K_{23}' = \frac{2}{3}\frac{1}{n_i} K_{23}$$

$$K_{24}' = \frac{2}{3} K_{24} \qquad K_{25}' = \frac{2}{3}\left(K_{25} - \frac{P_i}{n_i^2} K_{23}\right)$$

$$K_{31}' = \frac{2}{3}\left(K_{31} - \frac{P_i}{n_i^2} K_{33}\right) \qquad K_{32}' = \frac{2}{3}\frac{1}{n_e} K_{32} \qquad K_{33}' = \frac{2}{3}\frac{1}{n_i} K_{33}$$

$$K_{34}' = \frac{2}{3} K_{34} \qquad K_{35}' = \frac{2}{3}\left(K_{35} - \frac{P_e}{n_e^2} K_{32}\right)$$

$$L_{41}' = L_{41} - \frac{P_e}{n_e^2} L_{42} \qquad L_{42}' = \frac{1}{n_e} L_{42} \qquad L_{43}' = \frac{1}{n_i} L_{43}$$

$$L_{44}' = L_{44} \qquad L_{45}' = L_{45} - \frac{P_i}{n_i^2} L_{43}$$

$$V_{21}' = \frac{2}{3}\left(V_{21} - \frac{P_e}{n_e^2} V_{22}\right) \qquad V_{22}' = \frac{2}{3}\frac{1}{n_e} V_{22} \qquad V_{23}' = \frac{2}{3}\frac{1}{n_i} V_{23}$$

$$V_{24}' = \frac{2}{3} V_{24} \qquad V_{25}' = \frac{2}{3}\left(V_{25} - \frac{P_i}{n_i^2} V_{23}\right)$$

$$V_{31}' = \frac{2}{3}\left(V_{31} - \frac{P_e}{n_e^2} V_{32}\right) \qquad V_{32}' = \frac{2}{3}\frac{1}{n_e} V_{32} \qquad V_{33}' = \frac{2}{3}\frac{1}{n_e} V_{33}$$

$$V_{34}' = \frac{2}{3} V_{34} \qquad V_{35}' = \frac{2}{3}\left(V_{35} - \frac{P_i}{n_i^2} V_{33}\right)$$

（2-51）～（2-61）式を差分化して、初期値問題として解く。時間を $\Delta t$ で差分化し、$t = n\Delta t$ でのすべての量が既知として、次のステップ $t = (n+1)\Delta t$ での未知変数 $n_e^{n+1}$, $P_e^{n+1}$, $P_i^{n+1}$, $B_\theta^{n+1}$ を求める。空間については、$r = 0$ から $r = a$（$a$はプラズマ半径）の領域を（J-1）個に分割する。普通等分割するが、スクレ

イプオフ層における輸送を扱ったり、あるいは平衡を考慮した1.5次元化することを考えて、不等間隔でも扱えるように定式化する。この分割点（整数格子点）の中点を半整数格子点として定義する。等分割の場合、$\Delta$ を格子点間隔とすると、

$$r_{j-\frac{1}{2}} = \Delta\cdot\left(j-\frac{3}{2}\right)$$
$$r_j = \Delta\cdot(j-1) \qquad (j=1,2,\cdots J) \tag{2.63}$$

Fig 2-5 に格子点の定義の様子を示す。 $n_e, P_e, P_i, B_\theta$ の物理量及び $V$, $V$ の係数を半整数格子点上で、$D, K, L$ の拡散係数を半整数格子点上で定義する。 このように2つに分けるのは、精度を $(\Delta r)^2$ に上げるためと、原点での発散をふせぐためである。物理量 $u$ の $t=n\Delta t$, $r=r_{j-\frac{1}{2}}$ における値を $u^n_{j-\frac{1}{2}}$ であらわす。 (2-51) 式の差分化を次のようにおこなう。

$$\frac{n^{n+1}_{ej-\frac{1}{2}} - n^{n}_{ej-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \theta\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-r\Gamma)+S_I\right\}^{n+1}_{j-\frac{1}{2}} + (1-\theta)\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-r\Gamma)+S_I\right\}^{n}_{j-\frac{1}{2}} \tag{2.64}$$

$\theta=\frac{1}{2}$ は Crank-Nicholson の差分に相当し、時間に関して中心差分になるので精度は最も良い。

$$n^{n+1}_{ej-\frac{1}{2}} - \theta\Delta t\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-r\Gamma)\right\}^{n+1}_{j-\frac{1}{2}} = n^{n}_{ej-\frac{1}{2}} + (1-\theta)\Delta t\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-r\Gamma)\right\}^{n}_{j-\frac{1}{2}} + (1-\theta)\Delta t\, S^{n}_{Ij-\frac{1}{2}} + \theta\Delta t\, S^{n+1}_{Ij-\frac{1}{2}} \tag{2.65}$$

左辺第2項に含まれる輸送係数D，K，L 等は、時刻 $t=(n+1)\Delta t$ における物理量の関数で、その依存性は複雑である。 そのため線型化は行なわないで、緩和法を用いる。 (2-52) ~ (2-54) 式を同様に差分化すると、次の様な三角対項 (tri-diagonal) な連立一次方程式にかける。

$$-A_j \vec{u}_{j+1} + B_j \vec{u}_j - C_j \vec{u}_{j-1} = \vec{d}_j \qquad (2.66)$$

$$\vec{u}_j = \begin{pmatrix} \hat{n}^{e}_{j-\frac{1}{2}} \\ \hat{P}^{e}_{j-\frac{1}{2}} \\ \hat{P}^{i}_{j-\frac{1}{2}} \\ \hat{B}^{\theta}_{j-\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \qquad (2.67)$$

$(j = 2, 3, \cdots J-1)$

まぎらわしさをさけるため、物理量の添字は右肩にかき，$t=(n+1)\Delta t$ における値は ^ をつけた。 $A_j$，$B_j$，$C_j$ は 4×4 のマトリックス，$\vec{d}_j$ はベクトルでその具体的な表示は，APPENDIX A に示す。(2-66) 式は回帰法 (recurrence formula)[23] により解く。

$$\vec{u}_j = E_j \vec{u}_{j+1} + \vec{f}_j \qquad (j=1,2,3,\cdots J-1) \qquad (2.68)$$

の形を仮定して (2-66) 式に代入して漸化式を求めると

$$E_j = (B_j - C_j E_{j-1})^{-1} A_j \qquad (2.69a)$$

$$f_j = (B_j - C_j E_{j-1})^{-1} (d_j + C_j f_{j-1}) \qquad (2.69b)$$

$(j=2,3,\cdots J-1)$

となる。 $E_1$, $f_1$ は $r=0$ での境界条件より決まる。 漸化式 (2.69a), (2.69b) より、前方に $j=2, 3, \cdots J-1$ と進めて全ての $E_j$, $f_j$ を $E_1$, $f_1$ より求めることができる。 この $E_j$, $f_j$ を (2-68) に代入して後方に $j=J-1, J-2, \cdots 2$ と進めて $u_j$ の値を $u_J$ より求めることができる。 $u_J$ の値は $r=a$ での境界条件より与えられる。 輸送係数については線型化を行なわなかったので緩和法を用いる。 すなわち $n+1$ ステップの最初の iteration では輸送係数は前の時間の物理量で計算する。 $n+1$ ステップの $l+1$ 回目の iteration では前の iteration の物理量 $n_e^{n+1,l}$, $T_e^{n+1,l}$ etc を用いて輸送係数を計算し、$n_e^{n+1,l+1}$, $T_e^{n+1,l+1}$ を求める。この手続きを与えた誤差内に収束するまでくり返す。

$$\left| \left( u_{j-\frac{1}{2}}^{n+1,l+1} - u_{j-\frac{1}{2}}^{n+1,l} \right) / u_{j-\frac{1}{2}}^{n+1,l+1} \right| < \varepsilon \sim 10^{-3} \tag{2.70}$$

プラズマの初期条件は次のように与える。

$$n_e(r) = (n_{ec} - n_{ew}) \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a}\right)^{m_1} \right\}^{l_1} + n_{ew} \tag{2.71a}$$

$$T_e(r) = (T_{ec} - T_{ew}) \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a}\right)^{m_2} \right\}^{l_2} + T_{ew} \tag{2.71b}$$

$$T_i(r) = (T_{ic} - T_{iw}) \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a}\right)^{m_3} \right\}^{l_3} + T_{iw} \tag{2.71c}$$

$B_\theta(r)$ の初期値は $j_z(r)$ より計算する。

(i) $$j_z(r) = j_{z0} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a}\right)^{m_4} \right\}^{l_4} \tag{2.71d'}$$

(ii) $$j_z(r) = \sigma E_z \tag{2.71d''}$$

$$E_z = const$$
$$\sigma \propto T_e^{3/2}$$

新古典論の場合には、プラズマの振舞いは初期の電流分布に強く依存するが、電子の異常熱拡散を導入すると、初期の電流分布にはあまりよらない。 $B_\theta(r)$ の初期分布は次のように求められる。

$$B_\theta(r) = B_a \frac{a}{r} \int_0^r j_z(r) r\, dr \Big/ \int_0^a j_z(r) r\, dr \qquad (2.71d)$$

ここで $B_a$ は、プラズマ表面でのポロイダル磁場であり、この値はプラズマの電流値 $I_p$ より決まる。

境界条件は次のように与える。

$$r=0 \text{ で} \quad \frac{dn_e}{dr} = \frac{dP_e}{dr} = \frac{dP_i}{dr} = 0$$
$$B_\theta = 0 \qquad (2.72)$$

差分形式でかくと

$$n^e_{1/2} = n^e_{-\frac{1}{2}}$$
$$P^e_{1/2} = P^e_{-1/2}$$
$$P^i_{1/2} = P^i_{-1/2} \qquad (2.72a)$$
$$B^\theta_{1/2} = -B^\theta_{-1/2}$$

従って $E_{j=1}$, $f_{j=1}$ は次のようになる。

$$E_{j=1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad f_{j=1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(2.73)

$r = a$ での境界条件は、

$$n_e(a) = n_{ew} \ , \quad T_e(a) = T_{ew} \ , \quad T_i(a) = T_{iw}$$

$$B_\theta(a) = \frac{0.2}{a} I_p \qquad (2.74)$$

$B_\theta$〔Gauss〕, $a$〔cm〕, $I_p$〔ampere〕

ここで $I_p$ はプラズマ全電流で、時間の関数として与える。

## §2．3　中性粒子の輸送

プラズマ内における中性粒子は、プラズマに重要な影響を及ぼす。荷電交換によって生じた高速の中性粒子は壁へエネルギーをはこび，また壁との衝突によって不純物原子をたたき出す。　高密度プラズマを得るためにガスパフが行なわれるが、その時のプラズマ粒子のソースとして中性粒子は密度発展に影響を与える。　こうした中性粒子の輸送は，荷電交換及び電離の平均自由行程が長いために，流体方程式では記述されない。　中性粒子がプラズマ内でうける変化は，プラズマの拡散の時間尺度より十分速やかであるので、中性粒子は定常分布をなしていると仮定できる。　中性粒子に対するBoltzmann方程式の定常解を求める方法がいくつかあるが[10][24][25]、著者等はモンテカルロ法[26]によって解く。　このモンテカルロに基づく中性粒子輸送コードを用いて、プラズマ内における中性粒子の密度及び温度を求めてプラズマの輸送コードと連立させる。

中性粒子が衝突の間に飛行する距離 $l$ は

$$\int_0^l \frac{ds}{\lambda} = -\ln \xi \qquad (2.75)$$

で与えられる。　ここで $\lambda$ は局所的な平均自由行程であり，$\xi$ は $0 \leq \xi \leq 1$ の間の一様乱数である。　積分は1回の衝突から次の衝突までの直線に沿って計算する。　プラズマは一様ではないので、領域をいくつかのゾーンに分け、そこではプラズマの密度及び温度は一様であるとする。　衝突までの距離 $l$ は、粒子の飛行にそって各ゾーン内にある線分 $S_1, S_2, S_3, \cdots S_N$ より計算される。　$n$ 番目のゾーンの中で衝突が起ったとすると，

$$\sum_{j=1}^{n-1} \frac{s_j}{\lambda_j} \leq -\ln \xi < \sum_{j=1}^{n} \frac{s_j}{\lambda_j} \qquad (2.76)$$

である。 衝突の位置は $n$ 番目の境界より距離

$$\delta_n = \lambda_n \cdot \left( -\ln \xi - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{s_j}{\lambda_j} \right) \qquad (2.77)$$

だけ中へ入った位置である。 方程式（2.76）における距離 $s_j$ は

粒子の軌道　　$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}(t - t_0)$　　(2.78)

$j$ 番目の境界　　$x^2 + y^2 = a_j^2$　　(2.79)

の交点より求まる。 ここで $r(t)$ は時刻 $t$ における位置であり、$\vec{r}_0$ は $t = t_0$ における $j$ 番目の境界を通過した位置であり、$\vec{v}$ は粒子のもつ速度である。 Fig 2-6 に粒子の軌道の追跡の様子を示す。 実際の計算手順は次のように行なう。 粒子を境界 $(a, 0, 0)$ より発射し、衝突が起こるまで すなわち（2.76）式が満足するまで直線運動させる。 この衝突は電離あるいは荷電交換である。 電離の確率 $P_{ion}$ は $P_{ion} = \left(\frac{1}{\lambda_{ion}}\right) / \left(\frac{1}{\lambda_{cx}} + \frac{1}{\lambda_{ion}}\right)$ である。 ここで、$\lambda_{ion}$, $\lambda_{cx}$ はそれぞれ電離と荷電交換の平均自由行程である。 一様乱数 $\xi$ を発生させ、$\xi < P_{ion}$ の場合には、電離がおこったものとして、次の新しいサンプル粒子を境界より発射させて追跡をくり返す。 $\xi \geq P_{ion}$ の場合には、荷電交換がおこったものとして新しい中性粒子を衝突点より出発させる。 新しい粒子の速度は、

衝突点におけるイオン温度の Maxwell 分布より乱数によって選ばれる。この場合 z 方向の速度 $v_z$ も与えられる。 このプロセスは粒子が電離によって失なわれるか、あるいはプラズマの境界の外へ逃げるまでくり返す。 この単純な方法では 2つの大きな欠点がある。サンプル粒子はプラズマの外側で大部分電離され、中心に到達する粒子は少ない。 また内側のゾーンの体積が小さいことである。この2つの効果によって中心における統計誤差が大きくなる。 第1の欠点をなくすために、電離がおこっても失なわれたとみなさず、粒子のウェイト $w$ を $\lambda_{cx}/(\lambda_{cx}+\lambda_{ion})$ だけ減らし、新しい速度をすでに述べた方法できめて追跡を続ける。 このプロセスを粒子がプラズマの外へ出て行くか、あるいはウェイト $w$ が $w_{min}$ ($\sim 10^{-6}$) 以下になるまで続ける。 $w \leq w_{min}$ になると、単純な方法で粒子が失なわれる(電離もしくはプラズマの外へ逃げる)まで追跡する。 ゾーンが中心で小さくなることによって生じる統計誤差を小さくするために、スプリッテング法を用いる。 あらかじめ、プラズマ中にいくつかのスプリッテング面 $Y = Y_s$ を設ける。粒子がこの面を内側に向って通過すると、$w$ のウェイトの粒子を $\nu$ 個に分け、それぞれの粒子のウェイトを $w/\nu$ とする。 もし外側に向かって通過する場合には、乱数を用いて $(1-\frac{1}{\nu})$ の確率でもって粒子を消滅させる。 もし、生きのびた場合には、ウェイトを $\nu$ 倍して $w\nu$ にする。 このような方法によって、基本のモンテカルロの確率過程を変えることなしに、内側の粒子の数をふやし、外側の粒子の数をへらすことができる。 1つのサンプル粒子が内側に通過するたびに、$\nu$ 個に粒子が分かれるが、$\nu-1$ 個の粒子の位置、速度、ウェイト(これら全て同じ)を記憶する。

最初の粒子が、スプリットを外側に通過して消滅するか、あるいは系の外へ逃げたときに、スプリット面でリストしてあった粒子の追跡を行なう。 こうしたリストされた粒子が全てなくなると、新たに境界 $(a, 0, 0)$ よりサンプル粒子を出発させる。 実際の計算では、プラズマを 20 コのゾーンに分け、$\nu = 2$ とし、スプリット面は4カ所設けた。 サンプル粒子数は 1000個で十分統計性のよいシミュレーションが行なえた。

中性粒子の各ゾーンにおける密度 $\bar{n}_j$ 及び平均温度 $\bar{E}_j$ は次のように評価できる。

$$\bar{n}_j = \frac{\Gamma A}{V_j N} \sum_{i=1}^{N} w_i t_{ij} \qquad (2.80)$$

$$\bar{E}_j = \frac{2}{3} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m v_i^2 w_i t_{ij} \Big/ \sum_{i=1}^{N} w_i t_{ij} \qquad (2.81)$$

$\Gamma$ : プラズマの境界を横切って内部に入る中性粒子のフラックス

$A$ : プラズマの全表面積

$V_j$ : ゾーン $j$ の体積

$N$ : サンプル粒子の数

$w_i$ : $i$ 粒子のウェイト

$t_{ij}$ : $i$ 粒子がゾーン $j$ に滞在する時間

こうして求めた各ゾーンにおける密度及び温度より、プラズマの輸

送コードにおけるメッシュ点上での値を内挿する。 その中性粒子の密度及び温度分布を $n_0(r)$, $T_0(r)$ とすると、粒子のソース及び電離と荷電交換によるエネルギー損失は次のようになる。

$$S_I = n_e n_0 \langle \sigma v \rangle_I \tag{2.82a}$$

$$W_I = n_e n_0 \langle \sigma v \rangle_I \chi_H \tag{2.82b}$$

$$W_N = \frac{3}{2} n_e n_0 \langle \sigma v \rangle_I T_0 - \frac{3}{2} n_i n_0 \langle \sigma v \rangle_{cx} (T_i - T_0) \tag{2.82c}$$

$\chi_H$ は中性粒子の電離ポテンシャルで、水素の場合 13.6 eVである。不純物をとり扱わない場合、電離損失の効果を有効的にとり入れるために $\chi_H$ を適当に大きく（たとえば 300 eV程度）とる場合がある。[27] 水素原子に対する電離反応率 $\langle \sigma v \rangle_I$, 荷電交換率 $\langle \sigma v \rangle_{cx}$[28] については次式を用いる。

$$\sigma_{cx} = \frac{0.6937 \times 10^{-14} (1 - 0.155 \log_{10} E)^2}{1 + 0.1112 \times 10^{-14} E^{3.3}} \tag{2.83a}$$

$$E = \frac{1}{2} m v_{rel}^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{4 T_i}{\pi} \quad [\mathrm{eV}] \tag{2.83b}$$

$v_0$ : 中性粒子の速度

$$\langle \sigma v \rangle_{cx} = \sigma_{cx} \cdot v_{rel} \tag{2.83}$$

$$\log_{10} \langle \sigma v \rangle_I = -3.054 x - 15.72 e^{-x} + 1.603 e^{-x^2} \tag{2.84}$$

( $T_e < 20$ eV の時 )

$$\log_{10}\langle\sigma v\rangle_I = -0.5151\chi - 2.563\frac{1}{\chi} - 5.231$$

ここで　$\chi = \log_{10} T_e$ [eV]　　($T_e > 20$eV の時)　(2.84)

次にプラズマの輸送コードとモンテカルロ法に基づく中性粒子輸送コードの関係について述べる。壁又はリミターにおける中性粒子の入射エネルギー $E_n$ と壁での中性粒子の密度 $n_w$ を与えると、既に述べたモンテカルロ法によって中性粒子の密度分布及び温度分布が求められる。$E_n$ はサンプル粒子の境界から入る時の初速度を決め、$n_w$ を与えることによって (2.80) 式の入射フラックス $\Gamma$ が決まる。$n_w$ は以下に述べるようなプラズマの全粒子数に対する条件より定める。中性粒子の源として、イオンがリミターをたたき中性化されて後方散乱する中性粒子や、プラズマ中で荷電交換して生まれる高速の中性粒子が壁に当たり反射され、プラズマ内へと流入する中性粒子がある。一方、壁に吸着している $H_2$ より生じる中性粒子や、ガスパフによって供給される中性粒子があり、これらは比較的エネルギーが低い。中性粒子輸送コードには、エネルギーに依存した中性粒子の壁での反射効果をオプションとして用意されているが、計算時間の節約のため、これは用いなかった。そして中性粒子は全て、リミターや壁から単一エネルギーで等方的にプラズマ内へと流入するとした。JFT-2 や DIVA の実験では、ガスパフによるプラズマ密度の増加はなく、プラズマ中の全粒子数はほぼ時間的に一定である。この場合、プラズマ中の中性粒子の電離によるプラズマ粒子の増加とプラズマ境界から出ていく粒子のフラックス ($\Gamma_a$) が等しいとして $n_w$ を決めた。

$$\int_0^a n_e n_0 \langle \sigma v \rangle_I r\, dr = a\Gamma_a \qquad (2.85)$$

JIIP T-2 のガスパフ実験におけるシミュレーションでは，壁やリミターでリサイクルする中性粒子とガスパフで供給される冷たい中性粒子を分けて扱った。ガスパフの中性粒子の入射エネルギーは 3eV としたが，リサイクル中性粒子のエネルギーはいろいろ変えて計算を行なった。プラズマの全粒子数 $N$ は (2.1) 式より

$$\frac{\partial N}{\partial t} + 4\pi^2 R a \Gamma_a = 4\pi^2 R \int_0^a n_e n_0^{I} \langle \sigma v \rangle_I r\, dr + 4\pi^2 R \int_0^a n_e n_0^{II} \langle \sigma v \rangle_I r\, dr \qquad (2.86)$$

$$N = 4\pi^2 R \int_0^a n_e r\, dr \qquad (2.86a)$$

$n_0^{I}(r)$ ： リサイクル中性粒子の密度分布

$n_0^{II}(r)$ ： ガスパフによる中性粒子の密度分布

リサイクリング率 $\gamma_c$ は次のように定義される。

$$\gamma_c = \int_0^a n_e n_0^{I} \langle \sigma v \rangle_I r\, dr \;/\; a\Gamma_a \qquad (2.87)$$

JIIP T-2 のシミュレーションでは，おもに $\gamma_c = 1$ とした。

$$4\pi^2 R \int_0^a n_e n_0^{II} \langle \sigma v \rangle_I r\, dr = \frac{\partial N}{\partial t} + 4\pi^2 R a \Gamma_a (1 - \gamma_c) \qquad (2.88)$$

ガスパフの量は，プラズマの全粒子数 $N$ が実験データの $n_e$ のプロファイルより計算した値に一致するように与えた。

## §2.4　不純物の輸送

不純物は $Z_{eff}$ を通して電気抵抗 $\eta$ に、そして電離及び輻射損失によってエネルギーバランスに重要な影響を及ぼす。プラズマ中の不純物イオンの振舞いを決めるのは、次の拡散方程式である。[29][30]

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\Gamma_k) + n_e S_{k-1} n_{k-1} - n_e(S_k + \alpha_{k-1}) n_k + n_e \alpha_k n_{k+1} \qquad (2.89)$$

ここで $n_k$ は（k−1）価に電離した不純物イオンの密度である。$S_k$ はレベル k から（k+1）への電離係数であり、Lotz の式を用いる。[31] $\alpha_k$ はレベル（k+1）から k への再結合係数で、輻射再結合と二電子再結合から成る。[32] $\Gamma_k$ は不純物イオンのフラックスであり、Hirshman は新古典理論より次のように求めた。[33][34]

$$\Gamma_k = -(g^2 + \frac{1}{2})\frac{\rho_k^2 n_k}{\tau_{kk}} \sum_l \left\{ C_{11}^{kl} \frac{1}{n_l}\frac{\partial n_l}{\partial r} + (C_{11}^{kl} + C_{12}^{kl})\frac{1}{T_l}\frac{\partial T_l}{\partial r} \right\} \qquad (2.90)$$

$g$ ： 安全係数

$$\rho_k^2 = \frac{2T_k}{m_k} \Big/ \left(\frac{Z_k^2 e^2 B_z^2}{m_k^2 c^2}\right) \qquad (2.90a)$$

$$\tau_{kl}^{-1} = \frac{4(2\pi)^{1/2} n_l (Z_k Z_l)^2 e^4 \ln\Lambda_{kl}}{3(m_k T_k^3)^{1/2}} \qquad (2.90b)$$

ここで $\tau_{kl}$ は不純物イオン k と l の衝突時間であり、$\Lambda_{kl}$ はそのクーロン対数、$m_k$, $Z_k$, $T_k$ は不純物イオンの質量，荷電数，

温度である。 不純物イオンは電荷が大きく又質量も大きいため、水素イオンとすぐに平衡に達して、不純物イオン温度はイオン温度に等しいと仮定する。 係数 $C_{mn}^{kl}$ の詳しい表式は省略するが、文献(33)に与えられている。

不純物拡散方程式は、Splitting and fractional time step 法[29]で解く。 方程式(2.89)式を次のような形に書く。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Au + Bu \qquad (2.91)$$

ここで、$u$は $n_k$ ($k=1,2,\cdots K$) から成るベクトルであり、$Au$ は拡散項、$Bu$ は rate 項をあらわす。 AとBは短かいタイムステップ $\Delta t$ の間一定であると仮定する。 時刻 $t$ における解 $u(t)$ が既知であるとすると、$\Delta t$ 後の (2.91) 式の解は、

$$u(t+\Delta t) = e^{(A+B)\Delta t}\, u(t) \qquad (2.92)$$

である。 これを次のように近似する。

$$u(t+\Delta t) = e^{\frac{1}{2}A\Delta t}\, e^{B\Delta t}\, e^{\frac{1}{2}A\Delta t} \qquad (2.93)$$

この解は、$\Delta t$ の2次の精度がある。 AとBが可換でないために $e^{B\Delta t}\, e^{A\Delta t}$ もしくは $e^{A\Delta t}\, e^{B\Delta t}$ とすると、$\Delta t$ の1次の精度しかない。 方程式(2.93)は次のように段階的に解くことを示している。 最初に初期条件 $u(t)$ のもとに $\frac{\partial u}{\partial t} = Au$ の拡散方程式を解き $\frac{\Delta t}{2}$ 後の解 $u_1$ を得る。 第2ステップとして $\frac{\partial u}{\partial t} = Bu$

の rate 方程式を $u_1$ を初期条件として解き $\Delta t$ 後の解 $u_2$ を得る。そして、第3ステップとして、$u_2$ を初期条件として $\frac{\partial u}{\partial t} = Au$ の拡散方程式の $\frac{\Delta t}{2}$ 後の解を求める。これが求める (2.91) の解 $u(t+\Delta t)$ である。上のスキームで rate 方程式を解く部分は、固有値法を用いる。rate 方程式は電離過程のような非常に早い時間ステップを含むが、固有値法を用いることによって、拡散時間スケールでその方程式を解くことができる。拡散方程式の部分は次のような形に書くことができる。

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\Gamma_k) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(D\frac{\partial n_k}{\partial r} + E n_k\right) \qquad (2.94)$$

$$D = \left(g^2+\frac{1}{2}\right)\frac{\rho_k^2 n_k C_{11}^{kk}}{\tau_{kk}} \qquad (2.94a)$$

$$E = \left(g^2+\frac{1}{2}\right)\frac{\rho_k^2}{\tau_{kk}}\left[\sum_{l\neq k}\hat{C}_{11}^{kl}\frac{1}{n_l}\frac{\partial n_l}{\partial r} + \sum_l\left(\hat{C}_{11}^{kl}+\hat{C}_{12}^{kl}\right)\frac{1}{T_i}\frac{\partial T_i}{\partial r}\right] \qquad (2.94b)$$

$D\frac{\partial n_k}{\partial r}$ の項は Fick の拡散をあらわし、$En_k$ の項は他の不純物イオンとの摩擦による内向きの拡散をあらわす。この方程式の差分をとると、三角連立一次方程式に帰着し、§2.2で述べた recurrence formula によって解く。

不純物輸送コードでは、数種類の不純物（O, C, Fe, Mo等）が扱えるが、JIPPT-2 の解析では酸素のみ扱った。初期の不純物の分布はコロナ平衡を仮定して、適当な $Z_{eff}$（実験的に推測された）に合うようにその分布を求めた。境界条件として、拡散によって失なわれる酸素イオンはリサイクリング係数 $\gamma$ で中性酸素としてプラズマ内へ入るとする。

$$\sum_{k=2}^{9} a\Gamma_k^{ox}(a) = \gamma \int_0^a n_e n_1^{ox} S_1 r\, dr \qquad (2.95)$$

酸素原子 $n_1^{ox}$ の分布は

$$n_1^{ox} = \frac{1}{r} n_w \exp\left(-\frac{1}{v_0}\int_r^a S_1 n_e r\, dr\right) \qquad (2.96)$$

ここで、$S_1$ は中性酸素の電離係数，$v_0$ は酸素原子の熱速度で 20 eV とした。 $\gamma = 1$ の時、プラズマ中の酸素の総量は時間的に一定に保たれる。 トカマクにおける電子の拡散が新古典拡散より2ケタも大きい異常拡散であり、全粒子の拡散が両極性拡散であることを考えると、不純物の拡散も新古典拡散では説明ができない。 不純物のフラックスを（2.90）式における新古典拡散フラックスと異常拡散フラックスの和の形とする。

$$\Gamma_k = \Gamma_k^{NEO} + \Gamma_k^{ANO} \qquad (2.97)$$

$$\Gamma_k^{ANO} = -D^{ANO}\frac{\partial n_k}{\partial r} \qquad (2.98)$$

異常拡散係数として、加藤・加古・天野らによる JIPP T-2 の不純物の解析[35]より、次のようなスケーリング則を用いる。

$$D^{ANO} = \alpha \frac{n_k^{MAX}}{n_k(r)} \qquad (2.99)$$

$$\alpha \simeq 1000 \sim 2000 .$$

## §2．5　高速中性粒子入射の加熱

トカマク装置は、数ある磁場閉じ込め装置の中で、最も研究が進み、現在では臨界プラズマを目ざした装置が各国で建設されている。しかし、この臨界プラズマを実現するには多くの解決すべき問題がある。　その一つが追加熱である。ジュール加熱だけでは、電子温度は高々3keV程度で飽和してしまい、ローソン条件である～10 keV 以上の温度をもつプラズマを得るには、他の手段による加熱が必要である。[36]　このため中性粒子入射加熱（NBI加熱）や低いイブリッド共鳴加熱，イオン・サイクロトロン共鳴加熱，乱流加熱そして断熱圧縮加熱などが研究されている。　こうした中で、NBI加熱は、閉じ込めを悪くすることなく、プラズマの加熱に成功しており、最も有力な加熱方法と考えられている。　特にプリンストン研究所のPLT装置では約2MW のNBI加熱によって6keV以上もの温度をもつプラズマを達成した。[37]　この節では、NBI 加熱によって電子及びイオンに与えられるパワーの評価を行なう。

中性粒子はプラズマ内でイオン化され、高速イオンになり、磁場に捕捉される。　そして電子及びイオンは高速イオンとのクーロン衝突によって加熱される。　プラズマ中に入射された中性粒子ビームの減衰は、

$$I_b(s) = I_{b0} \exp\left(-\frac{1}{v_0}\int K(s')\, n_e\, ds'\right) \qquad (2.100)$$

$$K(s) = \frac{n_i}{n_e}\langle \sigma_{cx} v_{bi}\rangle + \frac{n_i}{n_e}\langle \sigma_i v_{bi}\rangle + \langle \sigma_e v_e\rangle \qquad (2.100a)$$

で与えられる。[38]　ここで s はビームの通路に沿った距離である。

$\sigma_{cx}$, $\sigma_i$ はそれぞれ荷電交換とイオンによる電離の断面積であり、$\sigma_e$ は電子による電離断面積である。 $v_{bi}$ は高速中性粒子とプラズマイオンとの相対速度である。 トーラス配位のもとで、(2.100)式より高速イオンの生成分布 $H(r)$ を求める計算は J.A. Rome 等[39]によってなされた。 中性粒子ビームより生じた高速イオンの増加率は次式で与えられる。

$$\dot{n}_f = \sum_{J=1}^{3} \frac{I_B^J / e}{(2\pi R_0)(\pi a^2)} H^J(r) \qquad (2.101)$$

ここで J はビームの成分 ($H^0$ ビーム, $H_2^0$ ビーム, $H_3^0$ ビーム) を示し、$I_B^J$ は成分 J の等価電流、e は素電荷、$(2\pi R_0)(\pi a^2)$ はプラズマの全体積である。 入射されたビームのうちプラズマに閉じ込められる高速イオンの割合 F は

$$F = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a H(r)\, 2\pi r\, dr \qquad (2.102)$$

である。 ビームの入射条件 (入射角度あるいは co-injection か counter-injection 等) はできるだけビームがプラズマ中で捕捉され、$H(r)$ のプロファイルが中心でピークするように選ばれる。ビーム粒子の電離によって高速イオンが生じると同時に電子も増大する。 従ってプラズマ粒子に対する方程式の中の粒子源 $S_I$ に $\dot{n}_f$ の項がつけ加わる。

$$S_I = n_e n_0 \langle \sigma v \rangle_I + \dot{n}_f \qquad (2.103)$$

閉じ込められた高速イオンは、プラズマ粒子とのクーロン衝突によってそのエネルギーをプラズマ粒子に与える。 このプロセスは Fokker-Planck 方程式により記述される。 ビーム自身の相互作用が無視された、線型化された Fokker-Planck 方程式は、

$$\tau_s \frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\tau_s f}{\tau_{cx}(v)} + \frac{1}{v^2}\frac{\partial}{\partial v}(v^3+v_c^3) f$$
$$+ \frac{1}{2}\frac{m_i\langle Z\rangle}{m_b[Z]}\frac{v_c^3}{v^3}\frac{\partial}{\partial \zeta}(1-\zeta^2)\frac{\partial f}{\partial \zeta} + S\tau_s$$
$$- \frac{eE_{\parallel}^{*}\tau_s}{m_b}\left\{\zeta\frac{\partial f}{\partial v} + (1-\zeta^2)\frac{1}{v}\frac{\partial f}{\partial v}\right\}$$
$$+ \left(\frac{T_e}{m_b} + \frac{v_c^3}{v^3}\frac{T_i}{m_b}\right)\frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \qquad (2.104)$$

である。[40] 但しここでは、ビームの速度 $v_b$ が $v_{thi} \ll v_b \ll v_{the}$ ($v_{thi}$：イオンの熱速度，$v_{the}$：電子の熱速度）であり、イオンと電子は Maxwell 分布していると仮定されている。 右辺第1項は荷電交換損失、第2項は電子（$v^3$ の項）とイオン（$v_c^3$ の項）による friction，第3項は pitch angle scattering，第4項は高速イオンビームの源，第5項は電場による補正そして第6項はエネルギー拡散をあらわす。 $\tau_s$ は Spitzer の slowing down time で

$$\tau_s = 0.12\,(T_e/1\,\mathrm{keV})^{3/2}\frac{m_b}{m_H}\frac{1}{Z_b^2\,(n_e/10^{13}\,\mathrm{cm}^{-3})} \qquad (2.105)$$

$\tau_{cx}(v)$ は速度 $v$ での荷電交換時間である。 $E_c = \frac{1}{2}m_b v_c^2$ は電子とイオンに同じ割合でエネルギーを与えるような臨界エネルギー

$$E_c = \frac{1}{2} m_b v_c^2 = 14.8\, T_e \left(\frac{m_b}{m_H}\right)^{1/3} \left(\frac{m_b [Z]}{m_i}\right)^{2/3} \qquad (2.106)$$

である。 $m_b$, $m_i$, $m_H$ はそれぞれビームイオン，プラズマイオンそして水素の質量をあらわす。 $\langle Z \rangle$ 及び $[Z]$ は不純物イオンの効果をあらわし，

(2.107)

$$\langle Z \rangle = \sum n_j Z_j^2 \,/\, \sum n_j Z_j \quad , \quad [Z] = \sum n_j Z_j^2 \left(\frac{m_i}{m_j}\right) / \sum n_j Z_j$$

$\zeta = v_{\parallel} / v = \cos\theta$ は速度空間における pitch-angle の変数である。 電場による効果とエネルギー拡散の項は小さく無視できる。そしてビームのソースがデルタ関数の場合

$$S = \frac{S^\circ}{v^2} \delta(v - v_b) \delta(\zeta - \zeta_b) \sqcup(t) \qquad (2.108)$$

$$\sqcup(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

方程式 ( 2.104 ) の解析解は次のようになる。

$$f(v, \zeta, t) = \frac{S^\circ \tau_s}{v^3 + v_c^3} P_{cx}(v) \sqcup\left(t - \frac{\tau_s}{3} \ln\left(\frac{v_b^3 + v_c^3}{v^3 + v_c^3}\right)\right)$$

$$\times \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2} P_l(\zeta) P_l(\zeta_b)\, b(v) \sqcup(v_b - v) \qquad (2.109)$$

$$P_{cx}(v) = \exp\left\{ - \int_v^{v_b} \frac{v'^2}{v'^3 + v_c^3} \frac{\tau_s}{\tau_{cx}(v')} dv' \right\} \qquad (2.109a)$$

$$b(v) = \left\{ \frac{v^3}{v_b^3} \frac{v_b^3 + v_c^3}{v^3 + v_b^3} \right\}^{\frac{m_i \langle Z \rangle}{3 m_b [Z]}} \qquad (2.109b)$$

ここで、$P_\ell(\zeta)$ は Legendre 多項式である。 (2.109a) 式における積分の下限 $v$ は次式より決まる。

$$t = \frac{\tau_s}{3} \ln\left(\frac{v_b^3 + v_c^3}{v^3 + v_c^3}\right) \tag{2.110}$$

この式はビーム減速の式

$$\tau_s \frac{dv}{dt} = -v - \frac{v_c^3}{v^2} \tag{2.111}$$

を時間について積分したものである。 衝突項のモーメントをとることにより、ビームから電子、ビームからイオンに与えられるエネルギーが求められる。(41)

$$Q_{be} = \int d^3v \, \frac{1}{2} m_b v^2 C_{be}(f) = \dot{n}_b E_0 G_e \tag{2.112}$$

$$Q_{bi} = \int d^3v \, \frac{1}{2} m_b v^2 C_{bi}(f) = \dot{n}_b E_0 G_i \tag{2.113}$$

ここで $C_{be}$, $C_{bi}$ はビームと電子、ビームとイオンの衝突項、$E_0 = \frac{1}{2} m_b v_b^2$ はビームイオンの初期エネルギーである。
$G_e$, $G_i$ は次のようになる。

$$G_e = \frac{2}{v_b^2} \int_0^{v_b} v\,dv \, \frac{v^3}{v^3 + v_c^3} P_{cx}(v) \tag{2.114}$$

$$G_i = \frac{2}{v_b^2} \int_0^{v_b} v\,dv \, \frac{v_c^3}{v^3 + v_c^3} P_{cx}(v) \tag{2.115}$$

この式は Stix によって求められた式[42]に、荷電交換損失を含んだ一般式である。ビームには3つの成分があることを考えると、電子，イオンが得るエネルギーは

$$W_{be} = \sum_{J=1}^{3} \frac{I_B^J E_B^J H^J(r) G_e^J(r)}{(2\pi R_0)(\pi a^2)} \qquad (2.116)$$

$$W_{bi} = \sum_{J=1}^{3} \frac{I_B^J E_B^J H^J(r) G_i^J(r)}{(2\pi R_0)(\pi a^2)} \qquad (2.117)$$

である。このような解析解より加熱の評価を行なう扱いにおいては、円錐損失[43]やトロイダル・リップルによる損失[44]は無視されている。

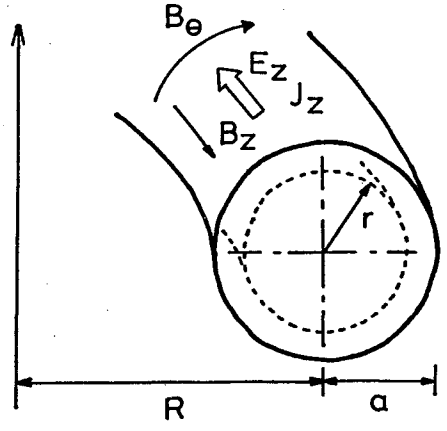



Fig. 2-1 Arrangement of electromagnetic fields in a tokamak.

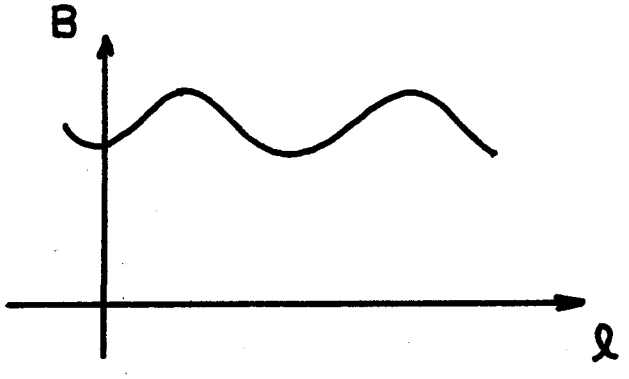



Fig. 2-2 Magnetic field along a field line

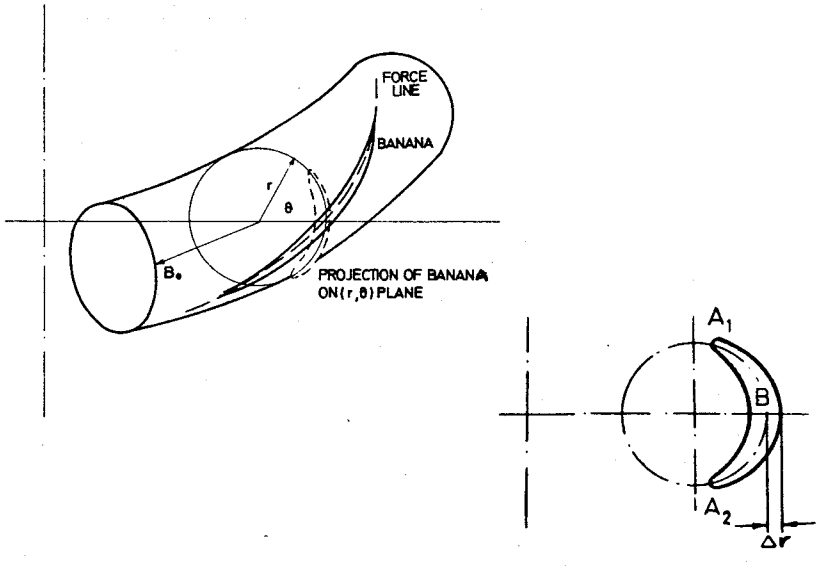



Fig. 2-3 Projection of trapped-particle trajectory.

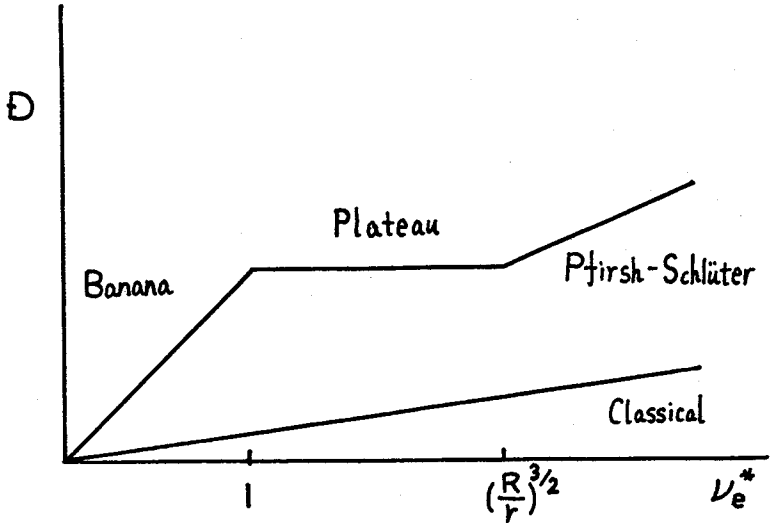



Fig. 2-4 Schematic representation of the neoclassical diffusion coefficient, D, as a function of the electron-ion collision parameter, $\nu_e^* = \frac{\nu_{ei} qR}{v_{The}} (\frac{R}{r})^{\frac{3}{2}}$.

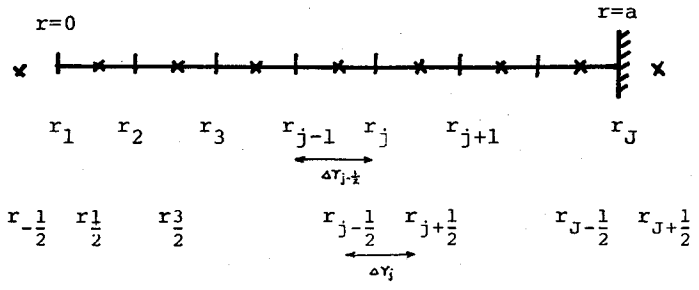



Fig. 2-5 The finite-difference mesh

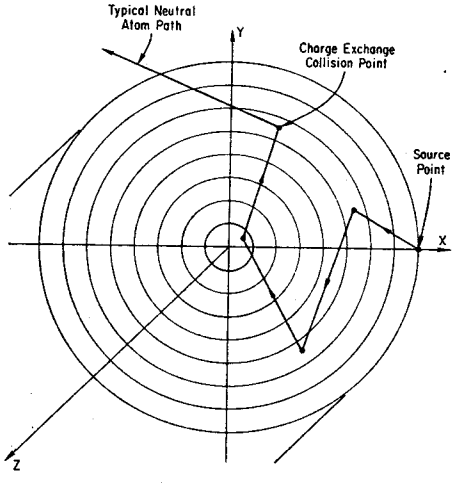



Fig. 2-6 Particle tracking geometory.

# 第3章　JIPP T-2 における密度発展のシミュレーション[45]

## §3.1　序言

現在多くのトカマク装置で安定な放電時にガスパフを行なって、プラズマの密度を増大させている。これは、将来の核融合炉の燃料補給の問題と関連して重要である。PLT装置ではガスパフにより、密度を2倍に増大させたし[46]、ALCATOR装置では1ケタ密度を上げた。[47] こうした一連の実験で、密度の増加とともにエネルギー閉じ込め時間 $\tau_E$ が延び、さらに有効イオン価 $Z_{eff}$ も減少することが示された。ガスパフによって流入する冷たい中性粒子はプラズマの端で電離され、その周辺に密度のピークがあらわれることが期待されるが、実験ではガスパフ中に、中心の密度はすみやかに上昇し、ほぼパラボラ型に近い分布でもって増大する。密度分布がフラットであるか、あるいはパラボラ型であるかは、中性粒子入射加熱（NBI加熱）の効率や不純物の振舞いや、ダイバータの効率等の重要な問題と関連している。ORMAK装置において行なわれた実験では、Ware pinch の効果で中心密度の上昇が説明できたが[48]、PLT装置ではそれを説明するにはファクター2ほど、ピンチスピードの小さいことが示された。[49] ガスパフの量が多いとプラズマの端が冷え、電流がシュリンクして、disruptive instability をひきおこす。JIPP T-2トカマクでは、これを避けるため、ガスパフ後プラズマ電流を急速に立ち上げ、スキン効果でもってプラズマの端の加熱を行なった。[50] このようなガスパフによる冷却とプラズマ電流の立ち上げによる加熱との組み合わせによって、電流分布を制御して、安定な、low $q$ プラズマを実現した。[51]

本章では、この実験の密度発展の解析を行なう。

解析に用いたモデルは、Ware pinch[17]を含めた新古典輸送、ALCATOR則による粒子拡散及び電子の熱輸送、中性粒子の輸送そして酸素不純物の輸送を含んでいる。プラズマの輸送には1次元トカマク輸送コード、中性粒子の分布についてはモンテカルロ法に基づくコードを用いた。密度発展において、Ware pinchの効果が重要で、しかも中性粒子のエネルギーに強く依存する事がわかった。ガスパフ中の実験データにみられる中心付近の密度のピークは説明できなかった。しかし、リサイクル中性粒子のリミターでのエネルギーを40eVとすれば、中心付近での密度の上昇率が実験データとよく似ている結果が得られた。この時、温度分布についても、計算結果は実験データで得られた分布とよく一致している。

ALCATOR装置のように、密度の高い場合、Ware pinchの効果はあまり有効的でなく、中心の密度のはやい上昇を説明することはできない。B. Coppi等は、ガスパフによりプラズマの端に冷たいプラズマが生じイオン温度勾配が密度勾配より急となって、イオン温度勾配ドリフト波が励起する事を指適した。[52]彼らは、ALCATORの実験を数値的に解析して、このモードに関連した内向きの粒子フラックスが、中心密度のはやい上昇をもたらすと結論している。[53]我々もこのモードに関連したフラックスを輸送コードに含め、その影響について調べた。

本章の構成は次のようになっている。§3.2ではJIPPT-2装置のパラメータならびに主な実験データについて述べる。§3.3では、第2章で述べたトカマク輸送コードを用いて行なったシミュレーションの結果について述べる。§3.4では、イオン温度勾

配ドリフト波による粒子及び熱フラックスを輸送コードに含めた場合の計算結果について述べる。最後に §3.5 で結論を述べる。

## §3.2 JIPP T-2トカマクの実験

トカマク装置が核融合炉として成立するためには、いくつかの克服しなければならない問題があるが、その一つはベータ・リミットである。ベータ値は次のように定義される。

$$\beta = \frac{8\pi P}{B^2} \qquad (3.1)$$

ここで、$P = n_e T_e + n_i T_i$ で、プラズマ圧力である。核融合炉の出力はベータ値の2乗に比例し、それは炉としての性能をあらわす。そして経済性という点からすると、その値は 5～10% 程度でなければならない。トカマクにおいては、平衡の条件より、ベータ値はある値より大きくとることができない。

$$\beta_c = \frac{1}{q_a^2}\frac{a}{R}\kappa \qquad (3.2)$$

ここで、Rは主半径、aはプラズマの半径、$q_a$ はプラズマ表面での安全係数である。$\kappa$ はプラズマ断面を非円形にすることによって改良されるファクターで、この方向の研究は、Doublet III[54], ISX-B PDX 等で行なわれている。$\beta_c$ を大きくするために、プラズマはできるだけ太い方が良いが、技術的問題より $\frac{a}{R} \lesssim \frac{1}{3}$ に制限される。$\beta_c$ を大きくするもう一つの方法は、$q_a$ を小さくすることである。普通のトカマク実験では、その値は 5～3 程度である。$q_a$ をこれより下げると、MHD 不安定が生じやすくなり、プラズマの閉じ込めが悪くなる。場合によっては、major disruption がお

こる。 JIPP T-2 において、電流分布を制御することによって、MHD的に安定で、しかも low q プラズマを実現した。 電流分布の制御は、ガスパフによる冷却効果と、プラズマ電流立ち上げによる周辺部の加熱効果との適切な組み合わせによっておこなった。
JIPP T-2 装置パラメータと得られたプラズマパラメータを示す。

| | |
|---|---|
| 主半径 | $R = 91\ cm$ |
| 副半径(リミッタ半径) | $a = 15\ cm$ |
| トロイダル磁場 | $B_z = 20 - 30\ kG$ |
| プラズマ電流 | $I_p = 50 - 150\ kA$ |
| 安全係数 | $q_a = 2 - 5$ |
| 線平均密度 | $\bar{n}_e = 0.7 \sim 8.5 \times 10^{13}\ cm^{-3}$ |
| 中心電子温度 | $T_{e0} = 500 - 900\ eV$ |
| 中心イオン温度 | $T_{i0} = 200 - 500\ eV$ |
| 有効イオン価 | $\langle Z_{eff} \rangle = 1 \sim 2.5$ |
| エネルギー閉じ込め時間 | $\langle \tau_E \rangle = 4 \sim 15\ msec$ |

電流分布とMHD安定性との関連についてくわしく調べるために、Fig. 3-1に示すように、三つのケースについて実験が行なわれた。それぞれのケースの放電特性とプラズマパラメータの時間変化を示す。

(1) CASE 1 (ガスパフのみ)

$t = 80\ msec$ よりガスパフを行なっており、そのためプラズマ周辺が冷やされ、$t = 103\ msec$ において major disruption が起っている。 disruption の直前に、$m/n = 2/1$ と $3/2$

のモードの励起が見られる。

(2) CASE 2 (プラズマ電流立ち上げのみ)

プラズマ密度は時間的に一定となるようにし、$t = 90$ msec よりプラズマ電流を急速に立ち上げている。 $q_a$が4, 3より小さくなるに応じて, $m/n = 4/1$ そして $3/1$ のモードのMHD振動があらわれている。 $m/n = 2/1$ モードは $t = 98$ msec よりあらわれ、それは $\delta\tilde{B}_\theta / B_\theta \sim 0.8\%$ 程度まで成長している。 電流の立ち上げによって、$t = 98$ msec の電子温度の分布において, $10 \leq r \leq 13$ cm の領域に小さなピークができている。 これは、電流の立ち上げがプラズマ周辺の加熱に対して有効的であることを示している。

(3) CASE 3 (ガスパフとプラズマ電流の立ち上げ)

$t = 80$ msec でガスパフを行ない, 10 msec 後にプラズマ電流を立ち上げて、プラズマの端の加熱を行なっている。 $t = 98$ msec の電子温度の分布は外側の領域でややふくらんだ形をしている。 $m/n = 2/1$ モードの磁場の揺動は $10^{-3}$ 以下である。 $q_a$ の最小値は 2.5である。 線平均密度の最大値は $7.5 \times 10^{-13}$ $cm^{-3}$ を達成している。 K.TOI は実験データをもとにして, 電流分布を計算し、その分布が low-m キンクとテアリングモードに対して安定であることを示した。(51)

著者らは、このCASE 3の実験の密度発展に注目し、シミュレーションを行なった。

## §3.3 計算結果

JIPPT-2トカマクにおいて行なわれたCASE3の実験における密度発展を、第2章で述べたトカマク輸送コードを用いて数値的に解析した。装置パラメータは、$R=91\,cm$, $a=15\,cm$, $B_z=26.4\,kG$ とし、プラズマ電流はFig 3-1における実験データを用いた。壁やリミターでリサイクルする中性粒子とガスパフで供給される冷たい中性粒子を分けて扱い、ガスパフの量は§2.3で述べたように、実験データの$n_e$のプロファイルを積分して、プラズマ全粒子数を求め、その値がシミュレーションにおける値と一致するようにガスパフの量を決めた。計算による線平均密度の時間変化と実験データと比較した一例をFig 3-2に示す。この図には、計算で与えたプラズマ電流の時間変化も同時に示した。80 msecよりガスパフを行ない、90 msecよりプラズマ電流の立ち上げを行なっている。計算は、$t=40$ msecより始め、その初期分布は次のように仮定した。

$$n_e(r) = (2.5\times10^{13} - 0.3\times10^{13})\left\{1-\left(\frac{r}{a}\right)^2\right\} + 0.3\times10^{13}\ cm^{-3}$$

$$T_e(r) = (750-30)\left\{1-\left(\frac{r}{a}\right)^2\right\}^2 + 30\ eV$$

$$T_i(r) = (300-20)\left\{1-\left(\frac{r}{a}\right)^2\right\} + 20\ eV$$

$$j_z(r) \propto T_e^{3/2}$$

$$Z_{eff}(r) = 3.0$$

酸素不純物の拡散方程式を解いているので、$Z_{eff}$は時間的に変化する。異常拡散係数として、ALCATOR則を用い、その定数については、$t=74$ msec（ガスパフ前）の実験データ $T_e(r)$, $n_e(r)$

に計算結果が一致するように、 $\alpha = 4.7 \times 10^{16}$, $\beta = 4$ と決めた。イオンの熱伝導係数は新古典論の値を用いた。

Ware pinch の効果が、中心密度の増大にどの程度影響するか調べた。 またリサイクル中性粒子の壁でのエネルギーについてはよくわかっていないので、いくつかの値で計算を行なった。 その結果 Ware pinch は中心密度の上昇に対して有効的である事、プラズマ密度の分布はリサイクル中性粒子のエネルギーに強く依存することがわかった。

Fig 3-3(a) は、リサイクル中性粒子のエネルギー $E_n^I$ を 40eV とした時の、電子温度 Te の分布の時間変化を示す。 Fig 3-3(b) は実験データである。 実験では $t = 94$ msec でガスパフのため、プラズマの端がかなり冷えているのに比べて、計算結果が多小温度が高いという点を除いて、かなりよく一致している。 酸素不純物の拡散方程式を解かないで、ただ単に水素原子の電離ポテンシャル $\chi_H$ を 300eV として、有効的に輻射損失の効果をとり入れたモデルの計算結果が Fig 3-3(c) で、全体に Te の分布は中広い。 ALCATOR 則は、拡散係数が Te によらないので、温度分布が多小変化しても、密度分布はほとんどかわらない。 しかし逆に、電子温度の分布は密度分布にスキンが生じると、電流がシュリンクして、中心での電子温度の分布はかなり高いものとなった。

Ware pinch の効果による内向きの粒子フラックスが、密度発展にどの程度寄与するかを調べた。 Fig 3-4(a), Fig 3-4(b) がそれぞれ Ware pinch の効果を含めた場合と含めなかった場合の密度発展を示し、Fig 3-4(a) の点線は実験データである。 いずれも、リサイクリング率 $\gamma_c = 1$ で、リサイクル中性粒子のエネルギー

$E_n^{I} = 40\,eV$ である。 ガスパフによって供給される中性粒子のエネルギー $E_n^{II}$ は、このシミュレーションを通して、常に 3 eV と仮定した。 ガスパフは 80 msec より 118 msec の間行ない、それ以後はプラズマ全粒子数は一定である。 Fig 3-2 において、線平均密度 $\bar{n}_e$ が 118 msec以後も増大しているのは、密度分布がピークしたことによる。 148 msec では計算結果は両方とも定常状態にほぼ達している。 Ware pinchの効果を含めた場合、118 msecで平坦であったプラズマ密度が、Ware pinchの効果によって、中心密度はさらに増え、パラボラ型となり、異常拡散とこの効果による内向きのフラックスがつり合って定常状態になる。 148 msecでのこの分布は実験データと比較的よく一致している。 ガスパフ中の実験データにみられるかなり内側にある密度のピークは、シミュレーションによって再現することができなかった。 一方 Ware pinch の効果を含めなかった場合、ガスパフ中にプラズマの端 $r = 9\,cm$ 程度の所に密度のピークがあらわれる。 しかし、これは実験データのピークの位置（$r = 5\,cm$）よりずっと外側である。 中心での密度の上昇率についても、実験データのそれと比べて小さい。 さらに 148 msec の定常状態における分布においては、内側で平坦な分布となり、パラボラ型である実験データと著しく異なる。 Fig 3-4(a), (b) の比較より、中心付近での密度の上昇に対して、Ware pinchの効果は有効的であることがわかる。

プラズマ密度の分布は中性粒子のエネルギーに強く依存する。中性粒子の入射エネルギーが大きくなるにつれて、中性粒子がプラズマ内部へ深く浸入するからである。 Fig 3-5 は入射エネルギーのいろいろな値（$E_n = 3, 20, 40, 100\,eV$）に対する中性粒

子の密度分布を示す。 ただしプラズマパラメータは、いずれの場合も、$t = 104$ msec における実験データを用い、外部での密度が $10^{10}\,cm^{-3}$ となるように中性粒子の入射フラックスを規格化している。Fig 3-6(a), (b) はそれぞれ $E_n^I$ を 3 eV, 100 eV とした場合のプラズマ密度分布の計算結果である。 いずれも $\gamma_c = 1$ で, Ware pinch の効果を含む。 $E_n^I = 3$ eV の場合、中性粒子の大部分がプラズマの外側 $r \simeq 13$ cm で電離され、プラズマ密度が増大するが、この領域では電子温度が低く衝突が多いので, Ware pinch の効果がきかなくて、中へ密度が運ばれずにこの領域に密度がたまっていく。このため Fig 3-6(a) には、プラズマの端にピークがあらわれている。 ところが、$E_n^I = 40$ eV の場合、中性粒子が深く浸入して、そこで電離されて生じた電子は、Ware pinch で内側へと運ばれる。このため、プラズマの端に密度のたい積はみられない。(Fig 3-4(a)) $E_n^I = 100$ eV の場合, 実験データに比べて, 明らかに密度の上昇は大きすぎる。(Fig 3-6(b)) この場合, Fig 3-5 が示すように中性粒子がプラズマ内部へかなり深く侵入するので、Ware pinch の効果がなくても中心密度は上昇する。 しかし、この効果を含めないと、ガスパフ後の定常状態では中心密度は、$9.3 \times 10^{13}\,cm^{-3}$ 程度で、Fig 3-4(b) のような平坦な分布を示した。

これまでのシミュレーションでは、リサイクリング率 $\gamma_c$ を 1 とした。 しかし JIPP T-2 の実験の CASE 2 においては、プラズマ密度を一定にするために、弱いガスパフを行なっていることを考えると、リサイクリング率は 1 より小さいと推定される。 リサイクリング率 $\gamma_c$ を 0.5 として、その結果失なわれる密度を 3 eV の中性粒子のガスパフによって補った結果が、Fig 3-7 である。

この分布は、$\gamma_c = 1$, $E_n^I = 3$ eV の場合（Fig 3-6(a)）より、$\gamma_c = 1$, $E_n^I = 40$ eV の場合（Fig 3-4(a)）に近い分布を示している。これは、数十 eV の高いエネルギーをもつリサイクル中性粒子の存在が密度発展に重要であることを示している。

リサイクル中性粒子のエネルギー $E_n^I$ を 40 eV, リサイクリング率 $\gamma_c$ を 1.0 とした計算結果の 140 msec（ほぼ定常状態）における主要パラメータと実験データを以下に示す。

| プラズマ・パラメータ | 計算結果 | 実験データ |
|---|---|---|
| $\beta_{pe}$（ポロイダル・ベータ） | 0.47 | 0.40 |
| V（ループ電圧） | 1.2 V | 0.99V |
| $\bar{n}_e$（線平均密度） | $7.4\times10^{13}$ cm$^{-3}$ | $7.5\times10^{13}$ |
| $\gamma_s$（$g(\gamma_s) = 1.0$） | 3.8 cm | 4 cm |
| $\tau_{Ee}$（電子エネルギー閉じ込め時間） | 11 msec | 9 msec |
| $\tau_p$（粒子閉じ込め時間） | 22 msec | |
| $W_{OH}$（ジュール加熱） | 173 kw | |
| $W_R$（輻射損失） | 89 kw | |
| $W_{CX}$（荷電交換損失） | 12 kw | |

$E_n^I = 40$ eV, $\gamma_c = 0.5$ とした場合のこれらのパラメータは、$\bar{n}_e = 7.1\times10^{13}$ cm$^{-3}$ と線平均密度が小さくなる点を除いて、ほとんど変わらなかった。

Fig 3-8(a) は 140 msec における酸素不純物の空間分布であり、Fig 3-8(b) は、酸素ラインの規格化された強度の時間変化である。5価以下に電離した酸素不純物（OVI, OV, OIV, OIII, OII）の密

度は、$T_e \lesssim 100$ eV の領域にピークをもつ。プラズマ密度の振る舞いは、酸素不純物にはあまり影響されず、異常拡散と中性粒子のエネルギー、そして Ware pinch で決った事を強調しておく。

プラズマ粒子保存の式は、

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\,\mathrm{div}\,(\Gamma^{ANO} + \Gamma^{WP}) + n_e n_0 \langle \sigma v \rangle_I \qquad (3.3)$$

である。ここで $\Gamma^{ANO}$ は異常拡散のフラックス、$\Gamma^{WP}$ は Ware pinch の効果による内向きのフラックスである。Fig 3-9 は $E_n^I = 40$ eV $r_c = 1.0$ の場合の 98 msec における各項の空間分布を示す。プラズマの外側では、電離による密度の増大と異常拡散が支配的である。プラズマの中心では（$r \lesssim 2$ cm）Ware pinch による密度の増大が最も大きい。○印は、94 msec と 104 msec におけるプラズマ密度の実験データから求めた平均の $\frac{\partial n}{\partial t}$ である。PLT ではプラズマ中心での中性粒子の電離は、中心密度の上昇にほとんど寄与しないことが示された。JIPP T-2 は副半径が 15 cm と比較的小さいため、中心でも電離による密度の増大は大きく、それはプラズマ密度の上昇程度である。

## §3.4 イオン温度勾配ドリフト波による輸送

前節で、Ware pinch の効果が中心密度の増大に有効的であることを示した。この効果による内向きのフラックスは、バナナ軌道を描く捕捉粒子によるもので、衝突周波数が増えるにつれて、そのフラックスは小さくなる。ALCATOR 装置のように密度の高い場合、Ware pinch の効果はあまり有効的でなく、中心密度のはやい上昇を説明することはできない。B. Coppi 等は、不安定性の励起に伴

ない内向きのフラックスを生じるようなモデルを示した。[52] ガスパフを行なうと、プラズマ密度は外側でフラットになり、イオン温度の勾配は急になる。 $\eta_i > 2$ 又は $\eta_i < 0$ (ただし $\eta_i = d\ln T_i / d\ln n_e$ )の時、イオン温度勾配ドリフト波が励起される。 Antonsen, Coppi 等は、この不安定に関連した粒子及び熱フラックスをトカマク輸送コードに組み込んで、ALCATOR実験の密度発展について解析した。[53]

我々も、この不安定がプラズマの輸送に対してどのように影響するか調べた。 準線形理論に基づいて、Collisionless limit におけるこの不安定による粒子及び熱フラックスを求めると次のように与えられる。

$$\Gamma^{MIX} = -D^{MIX}\left(\frac{\partial n}{\partial r} - \frac{n}{2T_e}\frac{\partial T_e}{\partial r}\right) \qquad (3.4)$$

$$Q_e^{MIX} = -nD^{MIX}\left(\frac{\partial T_e}{\partial r} + 2\frac{T_e}{n}\frac{\partial n}{\partial r}\right) \qquad (3.5)$$

$$Q_i^{MIX} = 2T_i\Gamma^{MIX} - 0.2\left(\frac{v_e}{v_i}\right)nD^{MIX}\frac{\partial T_i}{\partial r} \qquad (3.6)$$

この不安定が励起されると、イオン温度勾配を緩和する方向に熱エネルギーを運ぶために、この不安定はイオンミキシング・モードと呼ばれる。 その拡散係数は

$$D^{MIX} = hD^{\circ} \qquad (3.7)$$

$$D^{\circ} = 8\sqrt{\pi}\,\gamma^2\left(\frac{T_i}{T_e}\right)\left(\frac{v_i}{v_e}\right)\left(\frac{\rho_i R\delta}{r_T^2}\right)D_B \qquad (3.8)$$

ここで $D_B = \frac{1}{16}\frac{cT_e}{eB}$ , $r_T = T_i / \left(\frac{\partial T_i}{\partial r}\right)$ , $\gamma^2$ は saturation parameter である。 $h$ はイオンミキシング・モードが励起される場

合には1，励起されない場合0となるような関数である。 Fig 3-10 にこの不安定が励起される条件を示す。 実線は $\eta_c = 1 + 5 k_z \gamma_n$ の値を示す。 磁気シアーの効果によって、励起される不安定の波数 $k_z$ は、$k_z = (Rq)^{-1}$ であると仮定する。 したがって、この不安定が励起される臨界の $\eta_c$ として、簡単のために次のようにする。

$$\eta_c = 1 + 5 \gamma_n / (Rq) \qquad (3.9)$$

粒子フラックスのうち、電子温度勾配に比例した内向きのフラックスがある。 したがって密度勾配より電子温度勾配の方が急となる領域において、ネットとして粒子フラックスは内向きとなる。 イオンの熱フラックスには、粒子フラックスに伴なった熱フラックスと、イオン温度勾配を緩和する方向の熱フラックスがある。

$\gamma_c = 1$ で $E_n^I = 40$ eV の場合、密度発展においてイオンミキシングモードの効果はほとんどなかった。 Fig 3-11(a) の実線が $\gamma_c = 1$, $E_n^I = 3$ eV でイオンミキシングモードのフラックスを含めた場合であり、点線は含めなかった場合の密度発展を示す。 この効果を含めない場合，温度勾配が急な領域 $r \simeq 10$ cm で、密度勾配がフラットになっている。 このような分布の時、イオンミキシングモードが励起され、内向きの粒子フラックスは、電子温度勾配と密度勾配の差に比例するため、この不安定が密度発展に与える影響は大きい。 Fig 3-11(b) は、ミキシングモードの効果を含めた場合の電子温度の時間変化を示す。 中心の電子温度 $T_{e0}$ は時間とともに減少している。 この減少はミキシングモードに伴なった大きな熱フラックスによるものである。 しかし実験データでは、プラズマ電流立ち上げ後は、ほとんど 600 eV 程度で一定である。

それゆえ、ミキシングモードは大きな内向きの粒子フラックスを生じる可能性があるが、JIPP T-2 においてはこの不安定は励起されていないものと思われる。

## §3.5 結言

一次元輸送コードを用いて、JIPP T-2 トカマクのガスパフ実験の密度発展について調べた。ガスパフ中に実験データにあらわれる内側にあるピークについては、説明できなかった。しかし、プラズマ中から逃れたエネルギーの高い中性粒子の壁からの反射を考慮するため、リサイクル中性粒子のエネルギーを 40 eV 程度にとれば、実験データ程度の中心密度の上昇率が得られた。特にガスパフ後の定常状態における密度分布は実験データと一致している。温度分布についても、計算結果は実験データの分布と比較的よく一致している。Ware pinch の効果は、中心密度の上昇に対して有効的で、この効果がないと、ガスパフ後密度分布がパラボラ型になることが説明できない。イオン温度勾配ドリフト波に伴なった内向きの粒子フラックスは、温度分布と密度分布に強く依存し、リサイクル中性粒子のエネルギーが 40 eV とした時には、ほとんどその効果はみられなかった。3 eV とした場合には、それが密度発展に与える影響は大きいが、同時に外向きの大きな熱フラックスが生じ中心での電子温度を下げる。これは実験データと異なるので、JIPP T-2 の場合、ミキシングモードは励起されていないものと思われる。

著者らが行なったシミュレーションの結果は、数十 eV のエネルギーをもつリサイクル中性粒子の存在を示している。このように

高エネルギーの中性粒子が生じるのは、一つはプラズマ中で荷電交換によって、高エネルギーの中性粒子が生じ、それがリミターもしくは壁で反射するからである。　さらに、プラズマから出て行くイオンがシースポテンシャルによって加速され、高いエネルギーを得て、リミターに当たり、中性粒子として反射される効果も考えられる。

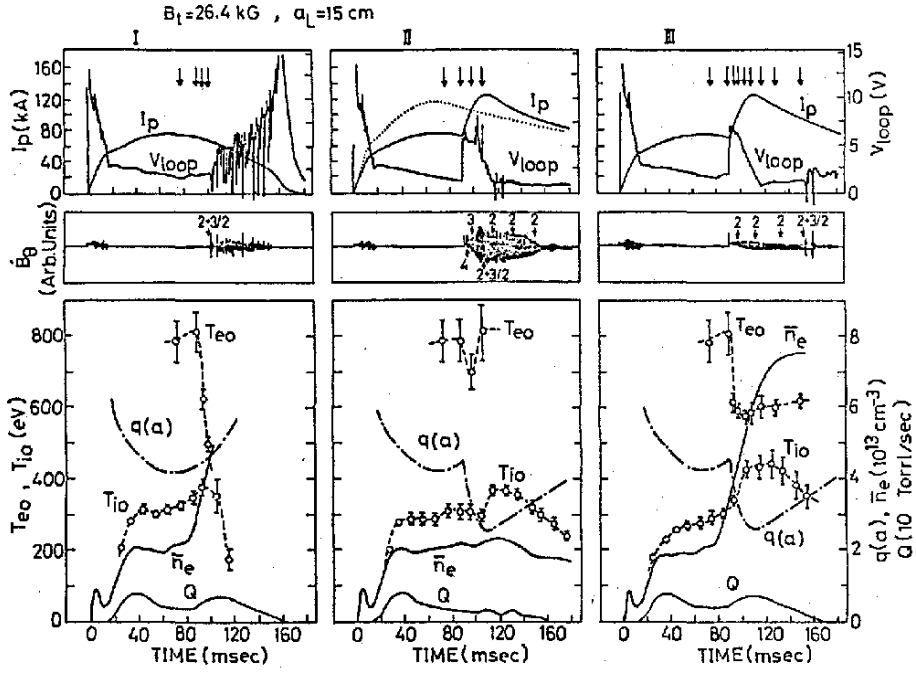



Fig. 3-1 Time variations of plasma parameters for three cases I, II, and III, where case I: with strong gas puffing without the second current rise, case II: with the second current rise in the constant and comparative low density operation and case III: the optimum combination between the strong gas puffing and the second current rise. Plasma current ($I_p$), loop voltage ($V_{loop}$), fluctuations of poloidal magnetic field ($\dot{B}_\theta$), safety factor at the plasma surface ($q_a$), line average electron density ($\bar{n}_e$), central electron and ion temperatures ($T_{e0}$ and $T_{i0}$) and gas throughput of gas puffing (Q) are shown.

文献(51)より転載

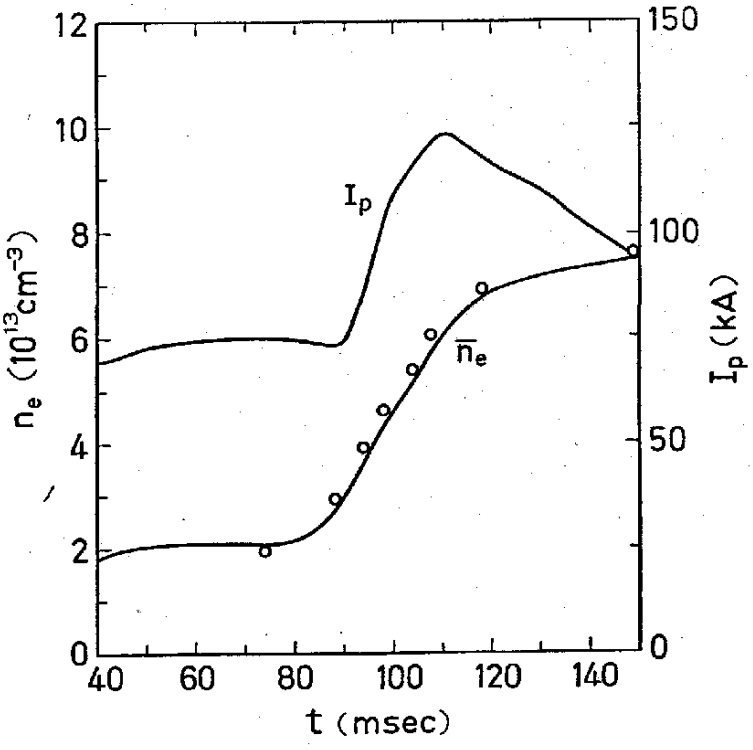



Fig. 3-2 Time variations of plasma current $I_p$ and line-averaged density $\bar{n}_\ell$. Open circles are the experimental data. Simulation parameters are recycling rate $r_c$=1.0 the emitted energy of recycling neutrals $E_n^I$=40 eV and the emitted energy of gas puffed neutrals $E_n^{II}$=3 eV. Neutrals were puffed from 80 msec to 118 mesc. In order to avoid a disruption, the second current rise were applied at 90 msec.

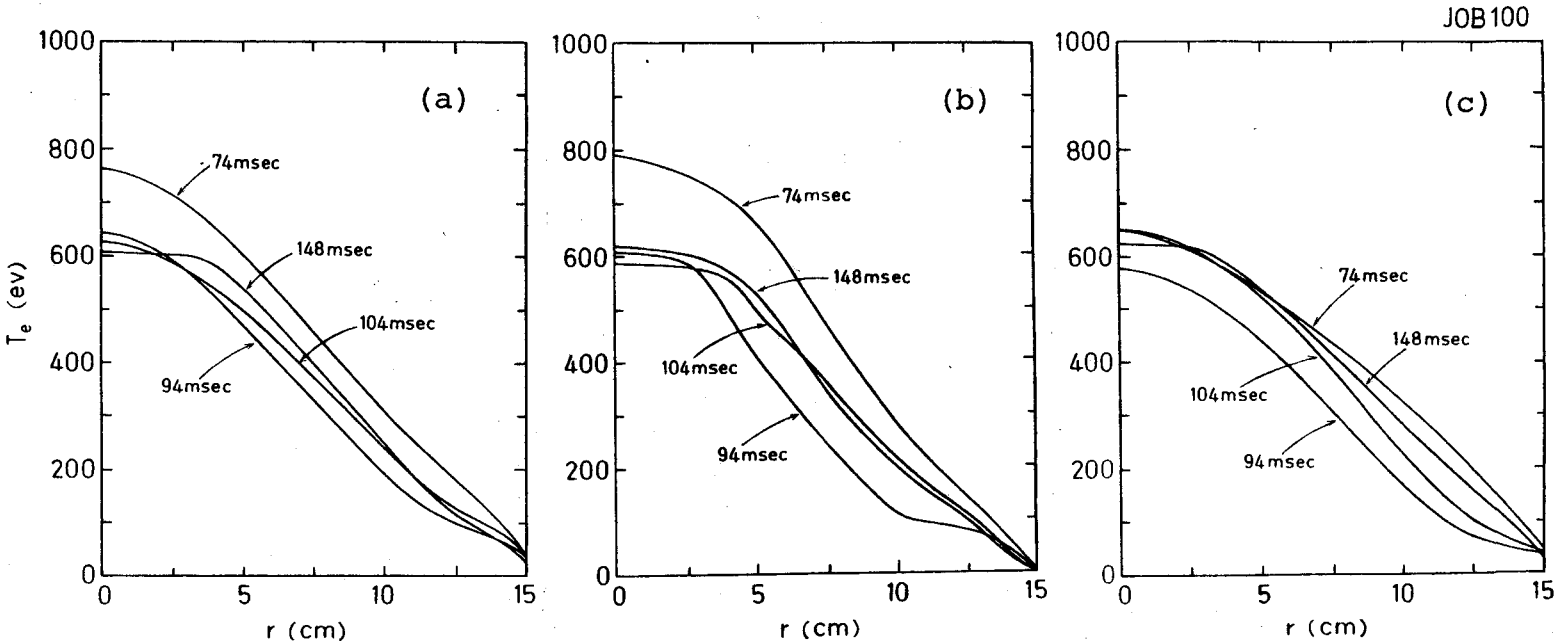



Fig. 3-3 Evolution of electron temperature profile.

(a) Simulation: $r_c$=1.0, $E_n^{I}$=40 eV, $E_n^{II}$=3 eV.

(b) Experimental data.

(c) Simulation: $r_c$=1.0, $E_n^{I}$=40 eV, $E_n^{II}$=3 eV.
Instead of solving the behavior of oxygen impurities, the ionization potential is enhanced in order to take account of radiation loss, $\chi_H$=300 eV.

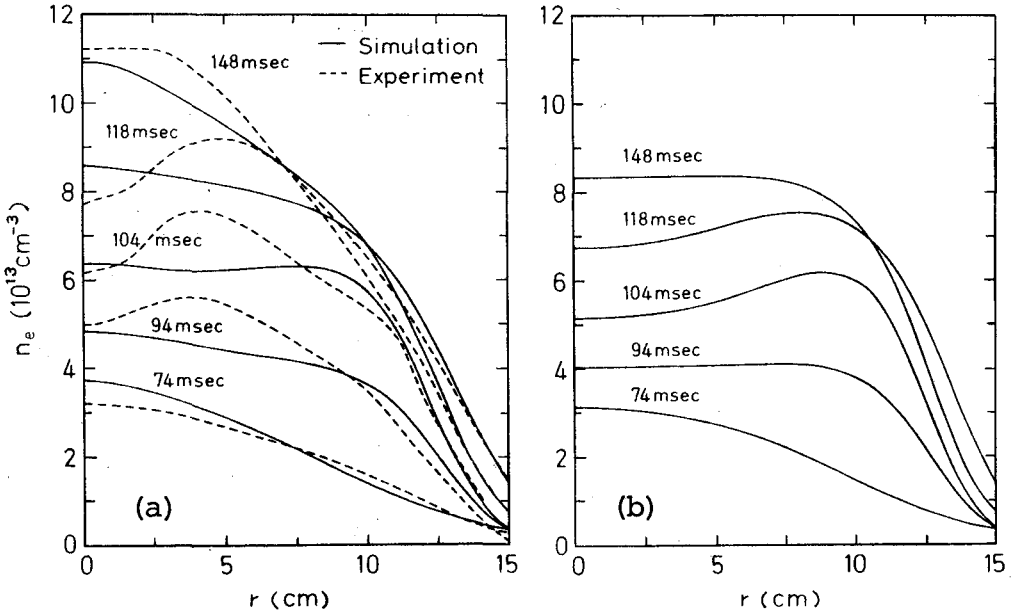



Fig. 3-4 Density profiles with and without Ware pinch.
(a) solid lines: simulation with Ware pinch effect.
$r_c$=1.0, $E_n^{I}$=40 eV, $E_n^{II}$=3 eV.
dashed lines: experimental data.
(b) simulation without Ware pinch effect.
parameters are the same as those of (a).

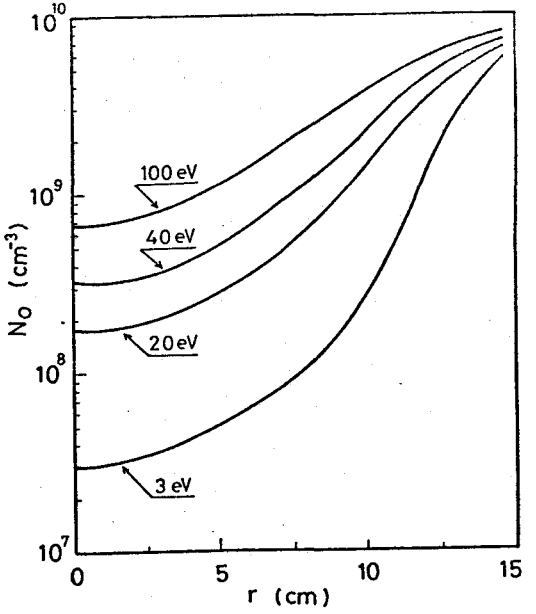



Fig. 3-5 Neutral density profile for different emitted energy $E_n$=3, 20, 40, and 100 eV for the fixed plasma parameters given by experimental data at t=104 msec.

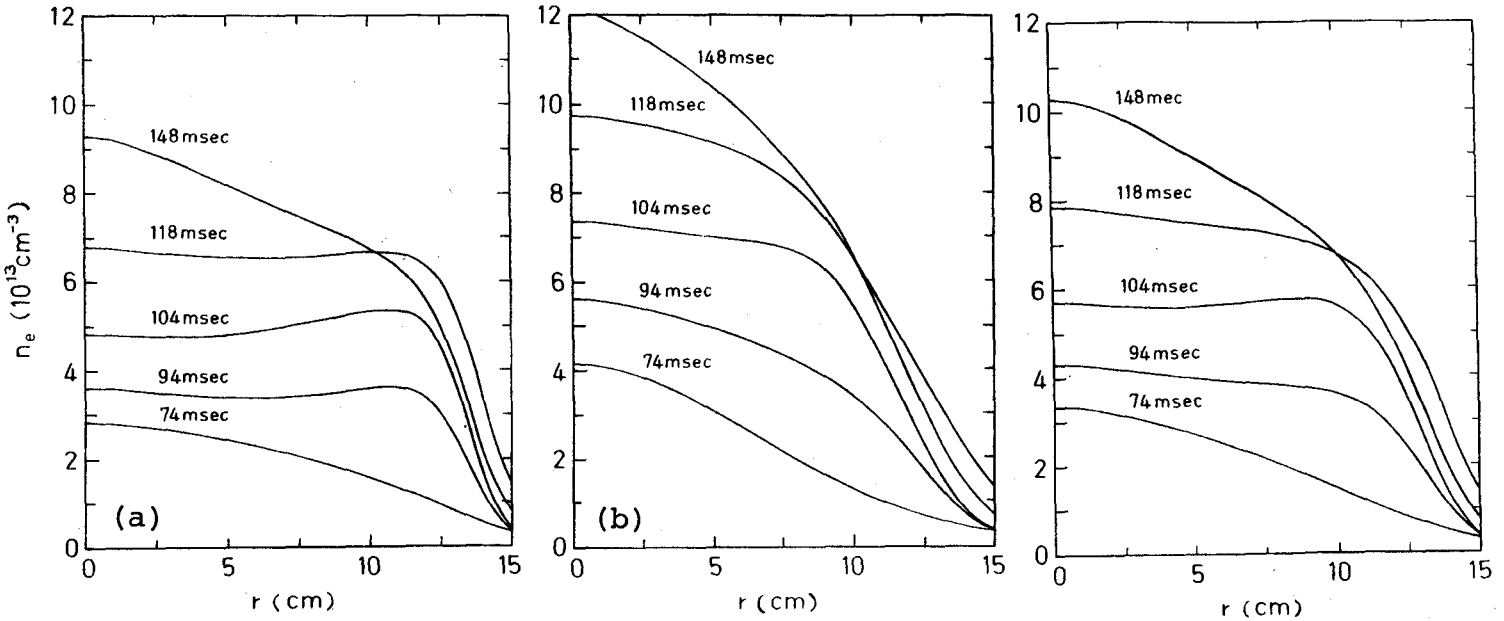



Fig. 3-6 Dependence of recycling neutrals energy
(a) simulation: $r_c$=1.0, $E_n^{I}$= 3 eV, $E_n^{II}$=3 eV.
(b) simulation: $r_c$=1.0, $E_n^{I}$=100 eV, $E_n^{II}$=3 eV.

Fig. 3-7 The case of $r_c$=0.5, $E_n^{I}$=40 eV, $E_n^{II}$=3 eV.

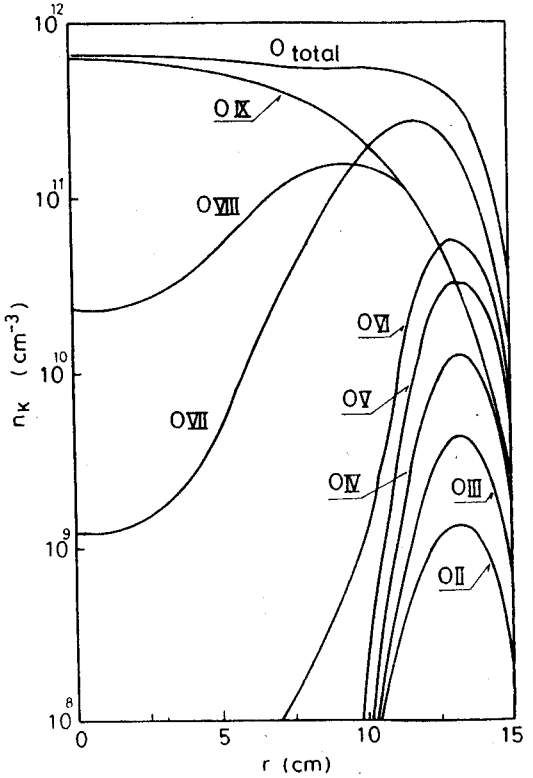



Fig. 3-8(a) Density profiles of oxygen impulities at t=140 msec. Parameters are the same as those of Fig. 3-4(a).

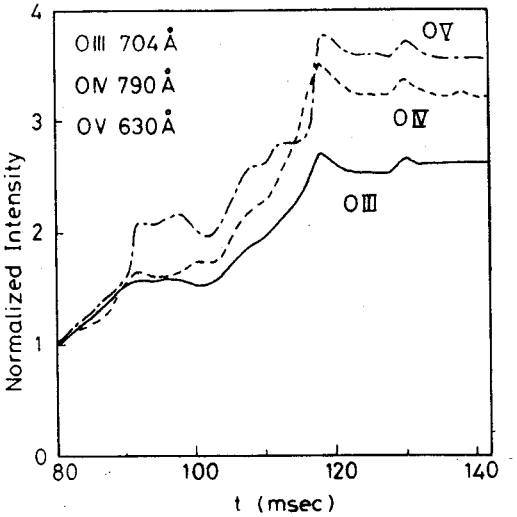



Fig. 3-8(b) Time behaviours of normalized intensities of OIII, OIV and OV.

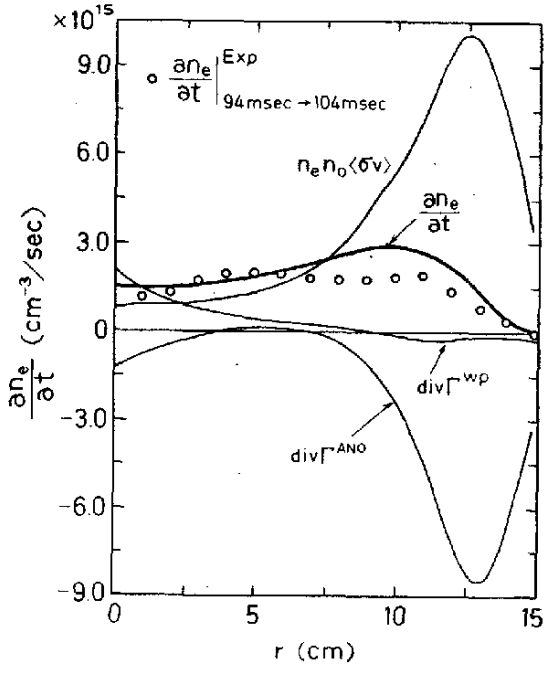



Fig. 3-9 Time rate of density change versus radius.

The conservation equation of plasma particle is given by

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\,\mathrm{div}\,(\Gamma^{ANO} + \Gamma^{WP}) + n_e n_0 \langle \sigma v \rangle_I$$

where $\Gamma^{ANO}$ is the particle flux due to anomalous diffusion, $\Gamma^{WP}$ is the inward flux by the Ware pinch effect. The spatial profiles of each term are shown at t=98 msec with $E_n^I$=40 eV and $r_c$=1.0. The averaged change of density from t=94 msec to 104 msec, $\partial n_e/\partial t$, obtained from experimental data is also shown by small open circles.

Fig. 3-10 Collisionless stability criterion

The dispersion relation for ion temperature gradient drift wave in the local approximation is described as

$$1+\tau\left(1+\Lambda y_i Z(y_i)\right)-\Lambda y_i^* Z(y_i)$$
$$+\eta_i \Lambda y_i^*\left\{\left(A+\tfrac{1}{2}\right)Z(y_i)-y_i\left(1+y_i Z(y_i)\right)\right\}=0$$

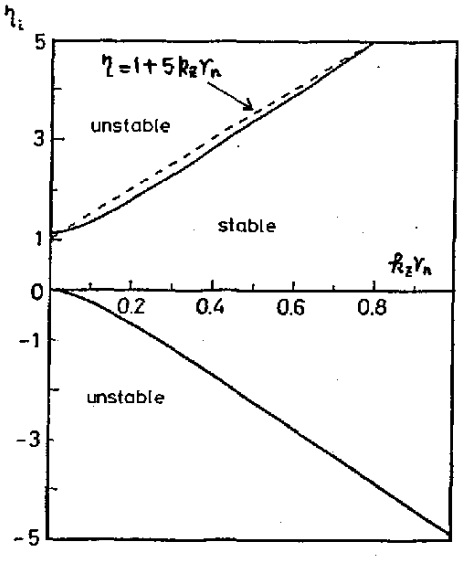
$$\eta_i = d\ln T_i / d\ln n\,,\quad \tau = T_i/T_e\,,\quad y_i=\frac{\omega}{k_z v_i}\,,\quad y_i^*=\frac{\omega_n^*}{k_z v_i}=\tau\left(\frac{b}{2}\right)^{1/2}\frac{1}{k_z r_n}$$

$$\omega_n^*=\frac{k_y T_e}{m_e\Omega_e}\frac{1}{n}\frac{dn}{dx}\,,\quad \omega_{T_i}^*=\frac{k_y T_i}{m_i\Omega_i}\frac{1}{T_i}\frac{dT_i}{dx}\,,\quad r_n=\left(\frac{1}{n}\frac{dn}{dx}\right)^{-1},\quad v_i=\left(\frac{2T_i}{m_i}\right)^{1/2}$$

$$\Lambda = e^{-b}I_0(b)\,,\quad A=b\left(1-I_1(b)/I_0(b)\right)\,,\quad b=T_i k_y^2/m_i\Omega_i^2$$

Where $I_0, I_1$ are the modified Bessel functions of zeroth and first order, respectively, $Z(y)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2}/(t-y)\,dt$ is the plasma dispersion function. The condition for instability (Im $y_i>0$) is determined from dispersion relation,

$$\eta_i > \frac{1}{1+2A}\left[1+\left(1+\frac{1}{y_i^{*2}\Lambda^2}(1+2A)(1+\tau)(1+\tau-\Lambda\tau)\right)^{1/2}\right]\quad \text{or}$$
$$\eta_i < \frac{1}{1+2A}\left[1-\left(1+\frac{1}{y_i^{*2}\Lambda^2}(1+2A)(1+\tau)(1+\tau-\Lambda\tau)\right)^{1/2}\right]\,.$$




If we put b=0.5, $\tau$=1.0, we obtain the stability criterion as shown in Figure. The stability threshold can be approximated by $\eta_c=1+5k_z r_n$.

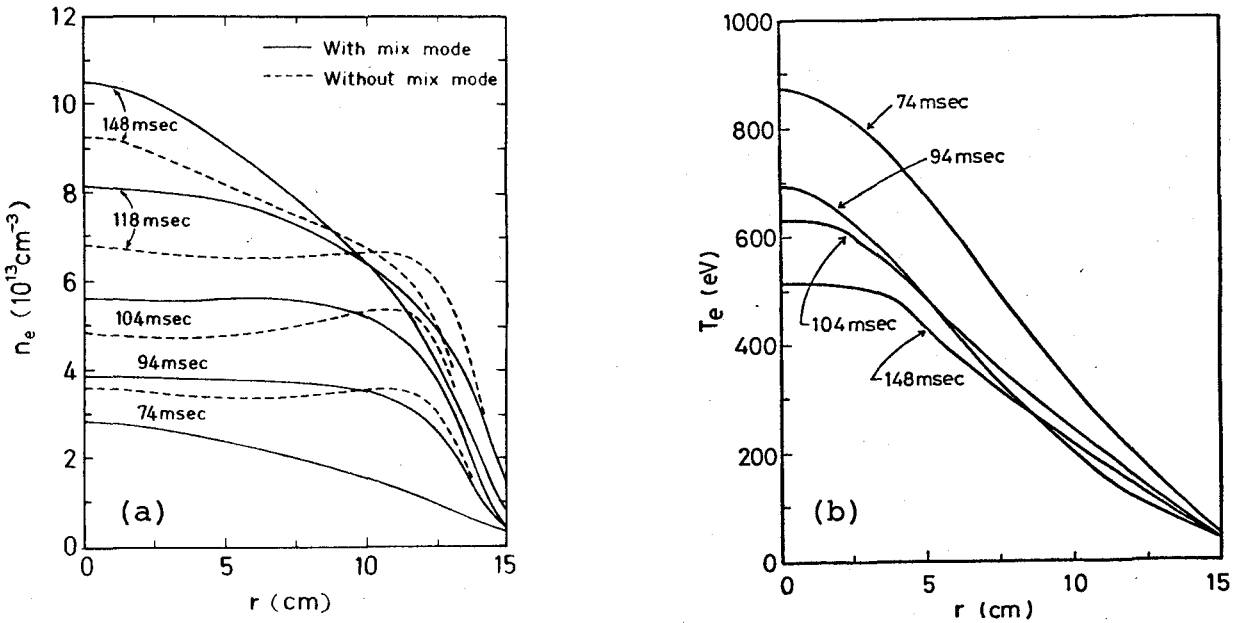



Fig. 3-11 Effect of ion mixing mode

simulation parameters are $r_c$=1.0, $E_n^{I}$=3 eV, $E_n^{II}$=3 eV.

(a) Evolution of density profile

solid lines: with ion mixing mode.

dashed lines: without ion mixing mode.

(b) Evolution of electron temperature profile

with ion mixing mode.

# 第4章　DIVAにおけるSawtooth Oscillationのシミュレーション[55]

## §4.1　序言

トカマク・プラズマを高ベータ化する一つの方法は、安定でしかもlow $q$ 放電を実現する事である。第3章において述べたようにJIPP T-2装置では、ガスパフとプラズマ電流の立ち上げによって電流分布を制御して、$q_a$ を2.2まで下げた。major disruptionが起きるため $q_a$ をこの値より小さくすることには成功しなかった。DIVAにおいては、Ti-getteringによってプラズマ周辺の輻射損失を減少せしめ、$q_a<2$ の放電を可能ならしめた。そして $q_a<2$ のプラズマにたいして、たとえNe-injectionを行ないプラズマ周辺部を冷却してもmajor disruptionが起きないことを示した。[56][57] major disruptionが起きると、ループ電圧に負のスパイクが発生しプラズマ電流が非常に短い時間の間に切れる。装置が大型になるとプラズマが消滅する時に開放するエネルギーが大きくなり、装置に損傷を与える可能性がある。DIVAにおけるlow $q$ 実験はこうした危険を回避する一つの方法を提示している。$q_a$ が小さいので、特異面（$q(r_s)=1.0$）の位置がプラズマの外側にあるため、鋸歯状振動（Sawtooth Oscillation）に伴なった電子の熱輸送がエネルギー閉じ込め時間に大きな影響を与えている。小破壊型不安定（minor disruption）の効果を除いた時の閉じ込め時間が20 msec程度であるにもかかわらず平均するとその値は5.7 msecである。本章では、こうした現象について調べるために、著者らが行なった鋸歯状振動のシミュレーションについて述べる。

鋸歯状振動が初めて観測されたのはSTトカマクで行なわれた軟

X線の詳しい測定においてである。[58] 鋸歯状の振動とそれに重畳される $m=1/n=1$ の先行振動（precursor oscillation）が観測され内部で生じている小破壊型不安定の姿が実験的に明らかにされた。Kadomtsevはこの小破壊型不安定に対して定性的ではあるが、明瞭な説明を行なった。[59] 初期に $q(r=0)>1$ で安定であるプラズマが中心程ジュール加熱が大きいために抵抗が小さくなり、プラズマ電流が中心に集中するようになり $q(r=0)<1$ となる。 $q<1$ の領域で $m=1$ の tearing mode が成長し、magnetic reconection により磁気島が形成される。この磁気島の中が十分大きくなると、急激に周辺部へ押し出されて消滅し、電流分布が平坦化され、再び $q(r=0)>1$ となる。そしてこの過程が繰り返されるとした。この説明は鋸歯状振動の観測結果と良く一致している。続いてWaddel等[60]のmhdコードによる計算機シミュレーションにより、小破壊型不安定性が再現され、Kadomtsevの理論が裏づけられた。SykesとWesson[61]は、3次元mhdコードにより、小破壊型不安定による鋸歯状振動の計算機シミュレーションを行なった。Jahns等[62]あるいはDnestrovskij等[63]は鋸歯状振動の実験結果の詳しい解析を行なった。

本章では、Kadomtsevのモデルをコード化し、トカマク輸送コードに組み込んで、DIVAで観測された鋸歯状振動の解析を行なう。

## §4.2 鋸歯状振動のモデル

拡散の時間尺度の現象を追跡するため、鋸歯状振動（sawtooth oscillation）に対して、次のようなモデルを考え輸送コードに組み込む。

(1) 第1段階 ジュール加熱

鋸歯状振動の立ち上りの部分は、ジュール加熱により電流分布が鋭くなり、$q$が下り、$m=1$ の tearing mode が不安定[44]になる過程であると考えられている。輸送コードを計算する各時間ステップ毎に、特異点の位置 $r_s$ と $m=1$ の tearing 不安定による磁気島の巾を計算する。 $r_s$ は

$$q(r_s) = 1.0 \qquad (4.1)$$

を満たす位置であり、磁気島の巾 $W$ は

$$W = W_0 \exp\left( \int^t \gamma(t)\, dt \right) \qquad (4.2)$$

で与えられる。 $W_0$ は $W$ の初期値で，$\gamma$ は反磁性効果を含めた場合の $m=1/n=1$ の tearing mode の線形成長率である。[65]

$$\gamma = \gamma_T^3 \,/\, (\omega_{*e} \cdot \omega_{*i}) \qquad (4.3)$$

$$\gamma_T = \alpha^{2/3} \,/\, (S^{1/3} \tau_{Hp}) \qquad (4.4)$$

$$\alpha = a \frac{dq}{dr}\Big|_{r_s} \qquad S = \tau_R / \tau_{Hp} \qquad (4.5)$$

ここで $\gamma_T$ は運動論的効果を無視した時の $m=1$ の tearing mode の成長率，$a$ はプラズマ半径，$\tau_R$ ($= a^2/\eta$) はスキン時間，$\eta$ は抵抗率，$\tau_{Hp}$ ($= m\rho^{1/2}/(kB_z)$) はポロイダル MHD 時間，$\rho$ は質量密度，$k$ はトロイダル波数，$B_z$ はトロイダル磁場，$m$ はポロイダルナンバーで1，$q$ は安全係数である。 $\omega_{*i}$ はイオンの反磁性周波数，$\omega_{*e}$ は電子の反磁性周波数でそれらは次のように定義さ

れる。

$$\omega_{*i} = \frac{1}{eB_z}\frac{m}{n_e r_s}\frac{dP_{oi}}{dr}\Big|_{r_s} \qquad (4.6a)$$

$$\omega_{*e} = \frac{1}{eB_z}\frac{m}{r_s}\left(\frac{1}{n_e}\frac{dP_{oe}}{dr} + 0.71\frac{dT_{oe}}{dr}\right)\Big|_{r_s} \qquad (4.6b)$$

ここで $P_{oi}$, $P_{oe}$, $T_{oe}$ はそれぞれ擾動のない時のイオン圧力，電子の圧力、電子温度をあらわす。成長率が（4.3）式のように書けるのは、$\gamma_T < \frac{\omega_{*e}}{2}$, $\frac{\omega_{*i}}{2}$ の条件下であることに注意する必要がある。各時間ステップ毎に $r_s$ と $W$ を（4.1）式と（4.2）式に従って計算し，$W \geq r_s$ の条件が満されると次のステップに移る。$W$ と $r_s$ の時間変化の一例が Fig 4-2 に示されている。

(2) 第2段階 小破壊型不安定

磁気島が十分成長し、$W$ が $r_s$ を越えると弦月型の磁気島に囲まれた部分が、急激に外に押し出され、いわゆる小破壊型不安定（minor disruptive instability）が生じ、電流分布、電子温度がある領域内で平坦化される。この現象は ST トカマク等で観測されており、Kadomtsev により始めてその物理的機構が説明され、続いて mhd コードによる計算機シミュレーションで、その過程が明瞭になった。この小破壊型不安定の時間尺度は非常に早く数十 μsec である。輸送コードは拡散の時間尺度でプラズマの現象を追跡するから、この小破壊型不安定は、輸送コードでは時間ゼロで起るとし、その始状態と終状態のみ問題とする。Kadomtsev 又は、

Dnestrovskiに他に従って、終状態を求めるためのモデルを次のように考える。 補助的な磁場 $B_*(r)$ を次のように定義する。

$$B_*(r) = B_\theta(r) - \frac{r}{R} B_z = \frac{\partial \psi_*}{\partial r} \qquad (4.7)$$

ここに $B_\theta$ はポロイダル磁場であり、$\psi_*$ はヘリカル磁束関数である。トーラスを円筒で近似し、$B_z = \text{const}$ とする。

$$\psi_*(r) = \frac{B_z}{R} \int_{r_0}^{r} (\mu - 1)\, r\, dr \qquad (4.8)$$

$$\mu = 1/q \qquad (4.9)$$

小磁壊型不安定の条件は、$\psi_*(r=0) = \psi_*(r=r_0) = 0$ であるので、

$$\int_0^{r_0} (\mu - 1)\, r\, dr = 0 \qquad (4.10)$$

より、$r_0$ の位置が決まる。 $0 \le r \le r_0$ の領域において、小磁壊型不安定が電流分布や電子温度の空間分布を平坦化する。 平坦化された終状態における量を添字1で示すことにする。 $0 \le r \le r_0$ の領域の電流分布が放物型であるとすると、ヘリカル磁束関数 $\psi_{*1}$、ポロイダル磁場 $B_{\theta 1}$ は $0 \le r \le r_0$ の領域で次のように与えられる。

$$\psi_{*1}(r) = \psi_*(r_s)\,(1 - r^4/r_0^4) \qquad (4.11)$$

$$B_{\theta 1}(r) = \mu_1(r) \frac{r}{R} B_z \qquad (4.12)$$

$$J_{z1}(r) = \frac{c B_z}{2\pi R} \{ 2\mu_1(r) - 1 \} \qquad (4.13)$$

$$\mu_1(r) = 1 - \frac{4r^2}{r_0^4}\int_{r_0}^{r_s}(\mu-1)\,r\,dr \qquad (4.14)$$

ここで、添字1のついていない量は、始状態におけるものである。小破壊型不安定の後の $0 \le r \le r_0$ の領域での電子温度は一定（$T_{e1}(r) = \text{const}$）と仮定し、その値 $T_{e1}$ は始めと終りの状態のエネルギーの釣合いから求める。

$$T_{e1}\int_0^{r_0} n_e(r)\,2\pi r\,dr = \int_0^{r_0} n_e(r)\,T_e(r)\,2\pi r\,dr + \Delta\mathcal{E}_B \qquad (4.15)$$

$$\Delta\mathcal{E}_B = \int_0^{r_0}\left(\frac{B_\theta^2}{8\pi} - \frac{B_{\theta 1}^2}{8\pi}\right)2\pi r\,dr \qquad (4.16)$$

$\Delta\mathcal{E}_B$ は $0 \le r \le r_0$ の領域で、電流分布が変化したことによって生じるエネルギーの変化をあらわし、それは次のように書き直すことができる。

$$\Delta\mathcal{E}_B = \frac{1}{4}\frac{B_z^2}{R^2}\int_0^{r_0}\{(\mu-1)^2 - (\mu_1-1)^2\}\,r^3\,dr \qquad (4.16a)$$

小破壊型不安定の前後の磁束関数、電流分布等の変化を Fig 4-1 に定性的に示す。

輸送コードでは、$w \ge r_s$ になった時刻で、$B_\theta(r)$, $J_z(r)$, $T_e(r)$ を $0 \le r \le r_0$ の領域で（4.12）式（4.13）式（4.15）式で計算される $B_{\theta 1}(r)$, $J_{z1}(r)$, $T_{e1}$ でおきかえ、$n_e(r)$, $T_i(r)$ はそのままにする。Fig 4-3 にこのおきかえの一例を示す。

小破壊型不安定の後、再び輸送コードによってプラズマ・パラメータの時間変化を追跡する。ジュール加熱によって、電流は中心に集中するようになり、中心の $q$ 値が下がりはじめる。それとともに tearing mode が成長をはじめ、最初は除々に、そして急速に成長し、$W \geq r_s$ の条件を満足するようになり、小破壊型不安定がおきる。こうした過程をくり返して、鋸歯状振動のシミュレーションをおこなった。

## §4.3 計算結果

DIVA においては、low $q$ 放電と disruptive instability との関連について調べるために、いろいろな条件でもって実験が行なわれた。著者らは特に $q_a = 1.7$ の場合に観測された鋸歯状振動についてシミュレーションを行なった。放電開始より 5 msec から 10 msec の間のプラズマ・パラメータの変化について考える。この間ではガスパフによる密度の増大はないので、リサイクル中性粒子のみ扱う。その分布は §2.3 で述べたようなモンテカルロ法によるコードで求めた。リサイクリング率 $\gamma_c = 1$ とし、リサイクル中性粒子のエネルギー $E_n = 25$ eV とした。Ti-gettring によって不純物の混入が少ないプラズマが達成されており、不純物の輸送については扱わない。$Z_{eff} = 1.0$ で一定とし、輻射損失については、ボロメータの測定値を用いた。計算に用いたパラメーターは

| | |
|---|---|
| 主半径 | $R = 60.0$ cm |
| プラズマ半径 | $a = 10.3$ cm |
| トロイダル磁場 | $B_z = 12.5$ kG |

プラズマ電流 $I_p = 63\ kA$ $(q_a = 1.7)$

である。異常拡散については実験データより導かれ、ALCATOR則によく似たスケーリング則を用いた。

$$D^{ANO} = 2.36 \times 10^{17} \frac{1}{n_e[cm^{-3}]\sqrt{q_a}} \qquad (4.17)$$

$$K_e^{ANO} = 1.0\, n_e D^{ANO}$$

$t = 5$ msec より計算を開始し、密度 $n_e(r)$, 電子温度 $T_e(r)$, イオン温度 $T_i(r)$ の初期値は実験データを用い、電流分布 $j_z(r)$ は $T_e^{3/2}(r)$ に比例するとして初期値を与えた。空間のメッシュは100とし、時間ステップは $\Delta t = 0.01$ msec と十分小さい値で計算を行なった。Fig 4-2に、特異面の位置 $r_s$ と $m=1/n=1$ の磁気島の巾Wの時間変化を示す。Fig 4-3 は $t = 8.2$ msec でおこった小破壊型不安定の前後でのプラズマパラメータを示す。Fig 4-4に、$r = 0, 4.2, 6.2, 7.3, 8.3$ cm における電子温度の時間変化を示す。計算で求められた小破壊型不安定の起こる前の $r_s$ は 5～6 cm である。一方実験では 6 cm 程度であり、その一致はかなり良い。Fig 4-4 からわかるように、特異面より内側では、小破壊型不安定によって温度が下がり、外側では温度が上がる。特異面より少し離れると $(r \simeq 8.3\ cm)$, その温度上昇はわずかである。計算より求めた鋸歯状振動の周期 $\tau_s$ 及び中心での小破壊型不安定の前後の温度変化は次のようになった。

$$\tau_s = 1.1\ msec \quad (0.82\ msec)$$

$$\Delta T_{e0} = 27 \sim 38\ eV \quad (40\ eV)$$

ここで、かっこで示した値は実験データである。

## §4.4 結語

鋸歯状振動に対するKadomtsevのモデルをコード化し、トカマク輸送コードに組み込むことにより、DIVAのlow β実験で観測された鋸歯状振動を再現することができた。tearing modeの成長率として、もし純粋のmhd理論による成長率 $\gamma_T$ を用いると、鋸歯状振動の周期があまりにも短かくなりすぎ、実験事実と全く異なる。このような点から、$m=1$ のtearing modeは運動論的効果を含む（4.3）式に従って成長するものと思われる。著者等が用いたシミュレーションモデルでは、リミターにおける電子温度は固定されている。しかし実験では小破壊型不安定の直後にそこでの電子温度は～40eV程度上昇している。したがってスクレイプ・オフ層における輸送を扱い、セルフコンシステントにリミターでの電子温度を決める必要がある。

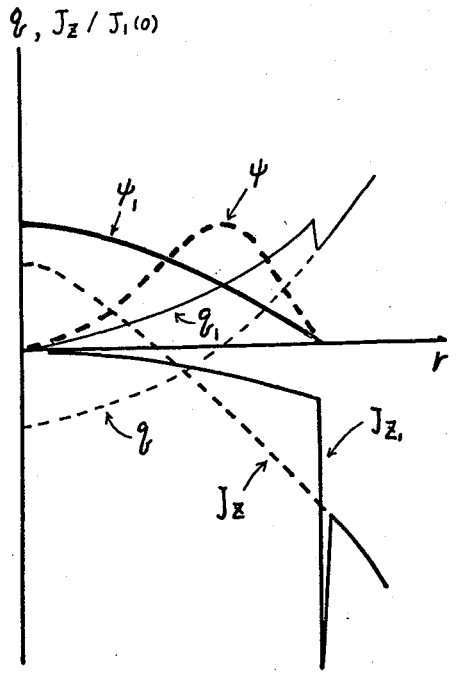



Fig. 4-1 Current density $J_z$, potential of poloidal field $\psi$ and safety factor q before (dashed lines) and after (solid lines) a minor disruption.

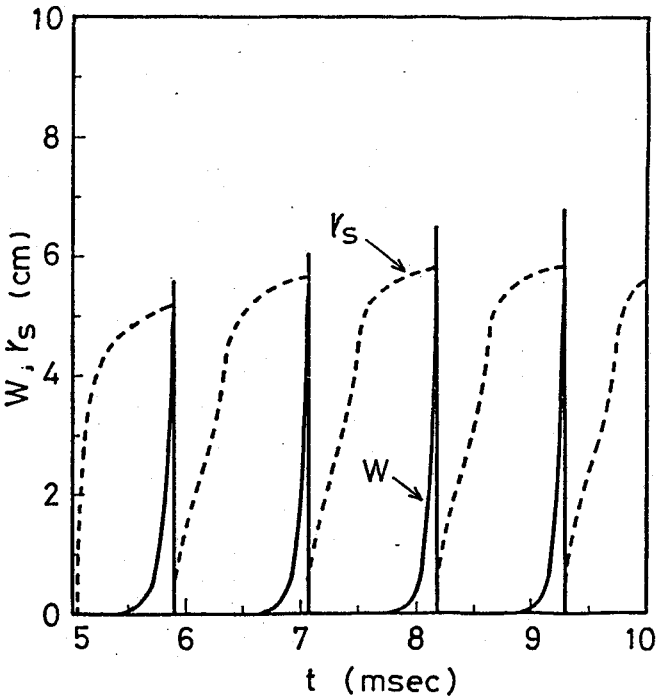



Fig. 4-2 Time variation of the position of singular surface $r_s$ and the island width W.

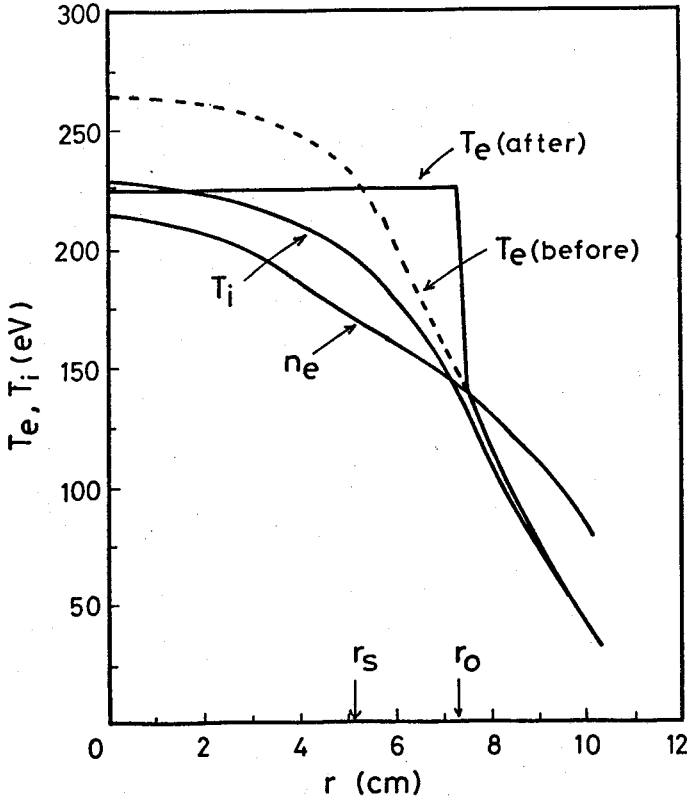



Fig. 4-3 Profiles of electron temperature at t=8.2 msec.
dashed line: before
solid line: after a minor disruption.

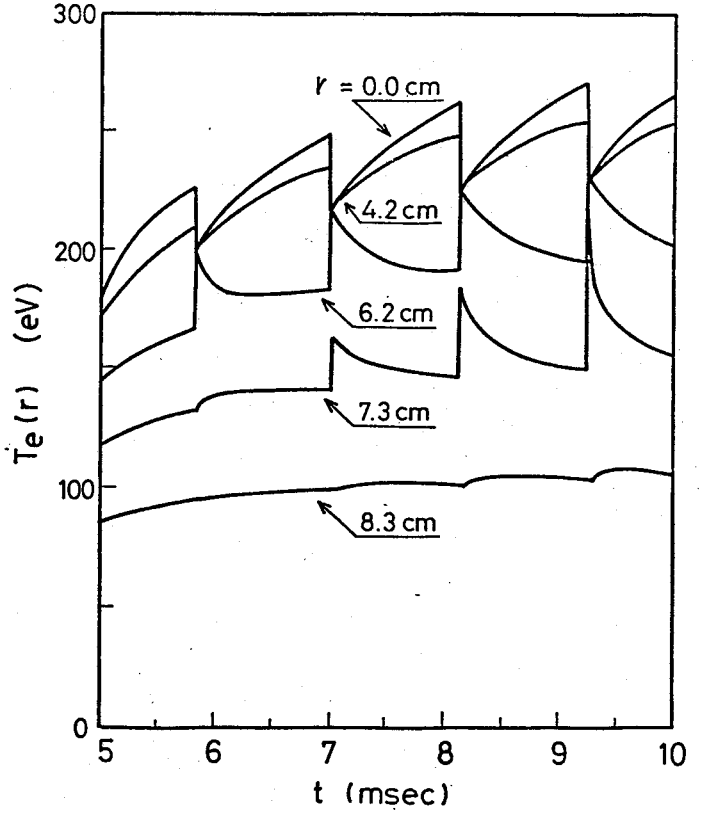



Fig. 4-4 Sawtooth oscillations on electron temperature.

# 第5章　NBIトカマクのMHD振動のシミュレーション[66]

## §5.1　序言

トカマクでは、超高温・高ベータのプラズマを得るために、高エネルギー中性粒子入射（NBI）の実験が精力的に行なわれている。JFT-2では、入射エネルギー $P_B \simeq 1$ MW程度で中心の電子及びイオン温度が1～1.5 keVが得られており、中心のベータ $\beta_0$（$= 8\pi P / B_z^2$）が熱化プラズマに対し $\beta_0 \sim 7.9\%$、ビームの成分も加えると $\beta_0 \sim 11\%$ が達成されている。[67] またISX-Bにおいても同程度のパラメータが得られている。[68] これらの実験において、中心での電子温度が時間とともに、大きな振巾で、かなり長い周期で振動していることが、軟X線の測定により観測されている。これはジュールのみの加熱時にしばしば観測されている鋸歯状振動と類似のものと思われる。本章では、前章で述べた鋸歯状振動に対するモデルを用いて、JFT-2のNBI実験時に観測された鋸歯状振動の再現を試み、その物理的機構がジュール加熱時におけるものと同じものかどうか検討する。

## §5.2　計算結果

JFT-2トカマクでは、高ベータの研究のために、広いパラメータの範囲でNBI実験が行なわれている。ここでは鋸歯状振動が明瞭に観測された典型的な実験パラメータを用いて、シミュレーションを行ない主として、鋸歯状振動の周期、電子温度の変化等に着目する。計算に用いたパラメータは

大半径　　$R = 90$ cm

プラズマ半径　　$a = 26$ cm

トロイダル磁場　　$B_z = 24$ kG

プラズマ電流　　$I_p = 150$ kA　($q_a = 3.2$)

である。NBIのパラメータに関しては、$H^0$ ビームを $H^+$ プラズマに入射し、

ビームのエネルギー　　$E_B = 34$ keV

入射角度　　$\theta = 42°$

ビームの入射パワー　　$P_B = 1$ MW

(Co-入射1台と counter-入射1台)

で、ポートにおけるパワーの成分比は 6:3:1 (それぞれ $E_B$, $E_B/2$, $E_B/3$ のエネルギーのビームに相当する)とした。ビームは直進方向に直角な方向に空間的にガウス分布で拡がっているとし、ビームの発散を考慮してその半値巾をポートにおけるものの1.5倍とし、半値巾 $\Delta_h = 6.75$ cm とした。$t = 75$ msec に計算を開始し、密度 $n_e(r)$, 電子温度 $T_e(r)$, イオン温度 $T_i(r)$ の初期値はNBI入射直前の実験データを用い、電流分布 $J_z(r)$ は $T_e^{3/2}(r)$ に比例するものとした。NBIは $t = 80$ msec より始め、$t = 100$ msec で終る。有効電荷分布 $Z_{eff}(r)$ は、実験より推測された分布(中心で2.0, 端で1.0の放物型)とし、不純物の輸送については扱わない。不純物による輻射損失はパイロによる測定値を用いた。全輻射損失は $t = 60$ msecで $P_R \simeq 50$ kW, $t = 80$ msecで $P_R \simeq 100$ kW, $t = 100$ msec で $P_R \simeq 200$ kW程度と測定されている。壁又はリミターから放出される中性粒子の入射エネルギー $E_n = 25$ eV とし、リサイクリング率 $Y_c$ を1.0とした。異常輸送係数として、$\beta$ 依存性を含まない ALCATOR則を用い、次

の2とおりの場合について計算した。

(A) $D^{ANO} = 5.0 \times 10^{16} / n_e\ [cm^{-3}]$

$\kappa_e^{ANO} = 4.0\, n_e D$

(B) $D^{ANO} = 1.0 \times 10^{17} / n_e$

$\kappa_e^{ANO} = 3.0\, n_e D$

ここで、$D$は粒子拡散係数であり、$\kappa_e$は電子の熱伝導度である。(B)の輻射損失はすでに述べた値を使うが、(A)の輻射損失は(B)の80%とした。(A)の方が(B)より電子のもつエネルギー損失が少ない。空間メッシュは100，時間ステップは$\Delta t = 0.025$ msecで計算を行なった。NBIによる加熱の評価については、§2.5で述べたように線型化されたFokker-Planck方程式の解析解を用いた。計算時間の節約のため、空間の10点において解析解を計算し、内挿によって輸送コードにおけるメッシュ点上での値を求めた。実験条件のパラメータでは、入射エネルギーのうち25～40%程度荷電交換で損なわれ、残りのエネルギーは平均として電子、イオンへ同じ程度与えられる。

Fig 5-1に(A)の場合の特異点の位置$\gamma_s$と$m=1/n=1$の磁気島の中Wの時間変化を示す。Wの初期値は$W_0 = 0.01$ cmとした。$W = \gamma_s$となる時刻において、小破壊型不安定を引き起こし、電流の分布を変えるので特異点はなくなる。($q(\gamma=0)=1$)ジュール加熱により電流分布が鋭くなるにつれて、$\gamma_s$がゆるやかに上昇し、小破壊型不安定が起こる直前にWは急激に上昇する。従って、シミュレーションの結果は、初期値$W_0$の選び方に依存し

ない。 Fig 5-2に(A)の場合の $t=97.07$ msec において起った小破壊型不安定の直前、直後における電子温度分布を描いた。点線が直前(始状態)であり、実線が直後(終状態)を示す。輸送コードは拡散時間の尺度の現象を扱うので、途中の小破壊型不安定の過程は無視されている。電子密度、イオン温度分布は直前直後で変化しないとしている。§4.2の(4.16)式における磁場のエネルギーの変化 $\Delta\mathcal{E}_B$ は全体の約 1/1000 で十分に小さい。Fig 5.3 と Fig 5.4 に電子温度における鋸歯状振動を示す。Fig 5.3 は電子のエネルギー損失が少ない(A)の場合であり、Fig 5.4 は(B)の場合の電子温度の時間変化を示す。両方とも明らかにジュール加熱時では鋸歯状振動の周期は短かく、NBI時においてそれは長くなる。エネルギー閉じ込め時間は(A)の場合 $\tau_E = 15 \sim 20$ msec, (B)で $\tau_E = 10 \sim 15$ msec である。鋸歯状振動の周期は(B)の方が実験に近い。(B)の場合の周期、電子温度の変化等を Table 5-1 に示す。$r_s$ は特異点の位置, $(T_{e0})_{max}$ $(T_{e0})_{min}$ は小破壊型不安定が起こる直前、直後の中心の電子温度であり、$\Delta T_{e0} = (T_{e0})_{max} - (T_{e0})_{min}$ である。実験では鋸歯状振動の周期はジュール加熱時で ~2.5 msec, NBI時では 3.5~5.0 msec である。電子のエネルギーバランスについて言えば、(B)の場合 $t=95$ msec の時、ジュール加熱が 125 kW, NBIによるものが 285 kW で熱伝導による損失が 150 kW, 輻射による損失が 180 kW 程度である。

## §5.3 結語

§4.2 で述べたモデルを用いて、JFT-2 トカマクの NBI 実験における鋸歯状振動のシミュレーションを行ない実験結果と定性的一致をみた。 NBI時においても、鋸歯状振動は基本的に Kadomstev の理論によるものと考えられる。 JFT-2 の実験においては、わずかな条件の違いにより、鋸歯状振動が現われず、$m=1$ の理想的内部キンクモードらしきもの、あるいはこれらの混成のような振動があらわれることがあるが、これらに関しては現在のモデルではとり扱うことができない。 NBI 時において、鋸歯状振動の周期が延びるのは、電子温度が上昇し、tearing mode の成長率が小さくなるためである。 このことは (A) (B) の計算例の比較でも理解される。 すなわち電子のエネルギー損失の大きい (B) の方が到達電子温度が低くかつ振動の周期が短かい。 鋸歯状振動の周期の比較より (B) の方が実験事実に近いものと思われる。

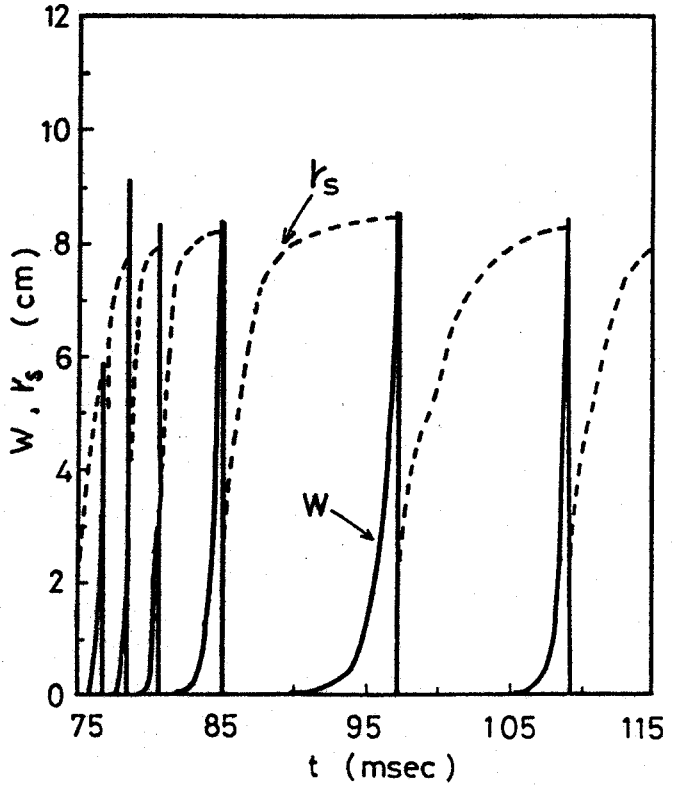



Fig. 5-1 Time evolution of singular surface $r_s$ and island width W.

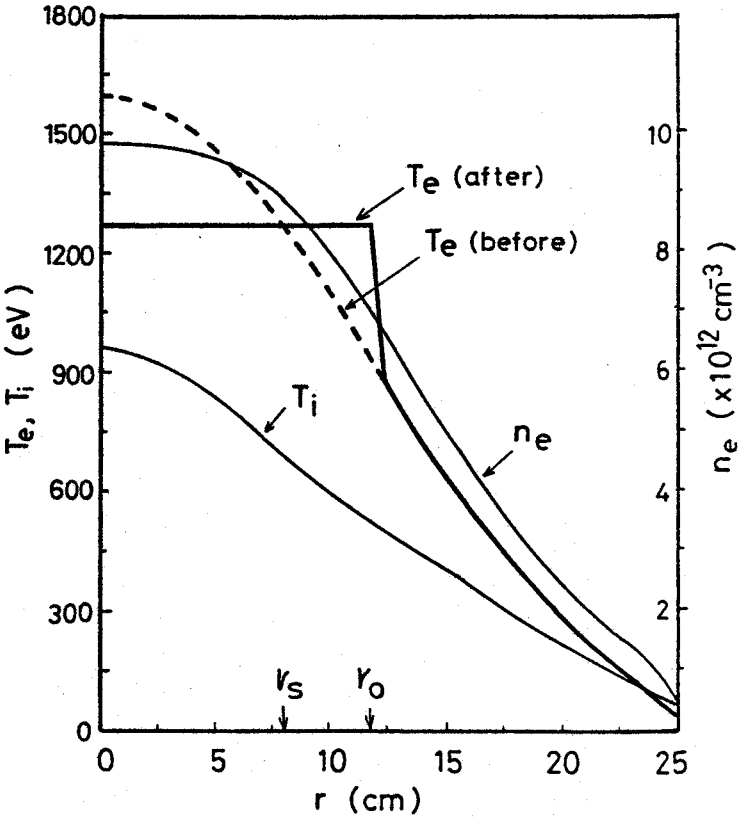



Fig. 5-2 Profile of electron temperature at t=97.07 msec for case A.
dashed line: before,
solid line: after a minor disruption.

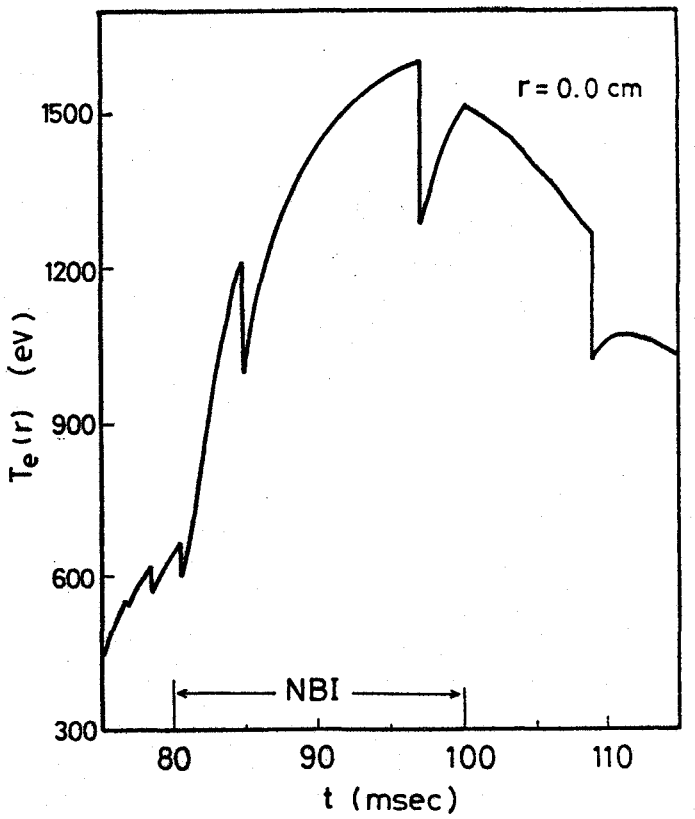



Fig. 5-3 Sawtooth oscillation (case A).

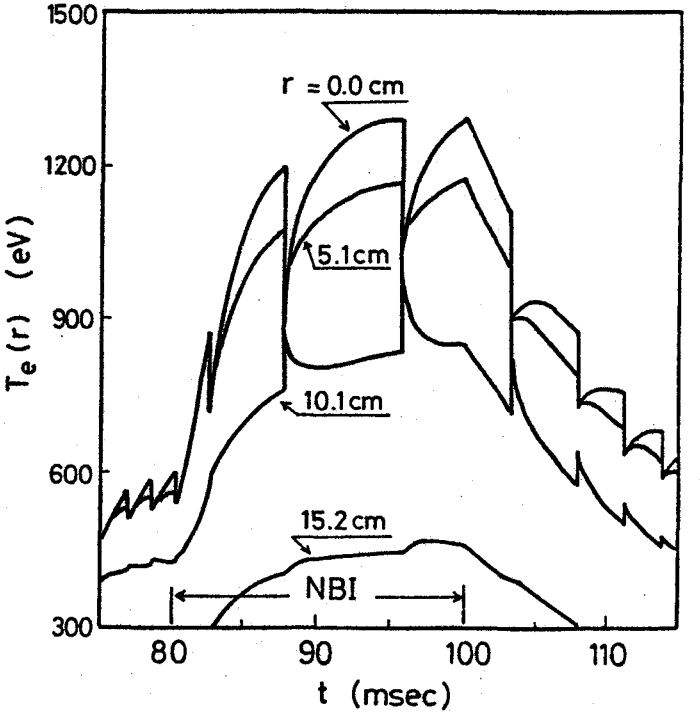



Fig. 5-4 Sawtooth oscillation (case B).

Table 1 Period of sawtooth oscillation (case B)

| t (msec) | $r_s$ (cm) | period (msec) | $(T_{e0})_{max}$ (eV) | $(T_{e0})_{min}$ (eV) | $\Delta T_{e0}$ (eV) |
|---|---|---|---|---|---|
| 75.07 | 8.48 | | 554 | 434 | 120 |
| 77.07 | 6.98 | 2.00 | 563 | 519 | 43 |
| 78.67 | 7.84 | 2.60 | 595 | 534 | 61 |
| 80.47 | 7.91 | 1.80 | 623 | 551 | 72 |
| 83.20 | 8.13 | 2.73 | 962 | 777 | 185 |
| 88.77 | 8.41 | 5.57 | 1240 | 968 | 272 |
| 97.07 | 8.44 | 8.30 | 1330 | 1030 | 300 |
| 104.30 | 8.35 | 7.23 | 1070 | 849 | 221 |
| 108.80 | 8.09 | 4.50 | 855 | 703 | 152 |
| 112.10 | 8.00 | 3.30 | 751 | 630 | 121 |
| 114.90 | 7.95 | 2.80 | 687 | 585 | 102 |

## 第6章　結論

天野、岡本が開発したトカマク輸送コードをとり扱いやすいように修正、整備し、物理現象たとえばある不安定性に関連したフラックス，ブート・ストラップ電流，スクレイプオフ層におけるプラズマの輸送等がトカマクプラズマに与える影響について調べることができるようにコードを発展させた。　このコードを用いてJIPPT-2 DIVA，JFT-2実験のシミュレーションを行なった。

第3章では，JIPPT-2のガスパフ実験の密度発展について調べた。　得られた結論をまとめると次のようになる。

- 実験データにおける中心密度のはやい上昇を説明するには，リサイクリング中性粒子のエネルギーは～40 eV程度と考える必要がある。　この時のガスパフ後の定常状態における密度分布は実験データと良く一致している。
- Ware pinchの効果は中心密度の上昇に対して有効的である。
- イオン温度勾配ドリフト波に伴なった内向きの粒子フラックスは，温度分布と密度分布に強く依存する。　リサイクル中性粒子のエネルギーが 40 eV の場合ほとんどその効果はみられなかった。
- ガスパフ中，実験データにみられるプラズマのかなり内側にあるピークについては説明することはできなかった。

第4章では DIVA における鋸歯状振動（Sawtooth Oscillation）のシミュレーションを行なった。

- 鋸歯状振動についての Kadomtsev のモデルをコード化した。
- DIVA の low q 実験で観測された鋸歯状振動を再現することができた。　周期そして中心での小破壊型不安定前後の電子

温度の変化は実験データと良く一致している。

- $m=1$ のテアリング・モードは運動論的効果を含んだ $\gamma = \gamma_T^3/(\omega_{*e}\cdot\omega_{*i})$ に従って成長する。純粋の mhd 理論による成長率 $\gamma_T$ を用いると鋸歯状振動の周期は極端に短かく実験事実と一致しない。
- シミュレーションでは、リミターにおける電子温度が固定されているが、実験では小破壊型不安定の直後に電子温度が～40eV程度上昇している。これは今後に残された課題である。こうした現象を扱うには、少なくともスクレイプ・オフ層におけるプラズマの輸送を扱い、セルフコンシステントにリミターでの電子温度を決めなければならない。

第5章では、JFT-2のNBI実験に観測されたMHD振動のシミュレーションを行なった。

- NBI時においても、鋸歯状振動は基本的に Kadomtsev のモデルによって説明される。
- NBI時において、鋸歯状振動の周期が延びるのは電子温度が上昇しテアリングモードの成長率が小さくなるためである。

# 謝辞

本研究を遂行するにあたり、終始御指導と御鞭撻、さらに種々の御配慮をいただいた大阪大学工学部超高温理工学研究施設伊藤博教授に心から感謝致します。

大阪大学工学部石村勉教授、同三石明善教授には、本論文作成にあたり有益な御助言を賜わりました。

大阪大学工学部渡辺健二教授、超高温理工学研究施設大井正一助教授、後藤誠一助教授、宇山忠男助教授には、著者が核融合研究への道を歩むにあたり御指導いただきました。ここに深く感謝致します。

また名古屋大学プラズマ研究所の天野恒雄教授ならびに岡本正雄助教授には、本研究を進めるにあたり、終始御指導と御助言をいただきました。ここに厚く感謝いたします。

日本原子力研究所核融合研究員の安積正史氏、同滝塚正典氏、同山本新氏には実り多い討論をしていただき、有益な助言を賜わりましたことに厚く感謝いたします。

計算にあたっては、名古屋大学プラズマ研究所計算機センターFACOM M-200を使用いたしました。同センター阿部助教授の御配慮に深く感謝いたします。

最後に妻朋子の理解と励ましに感謝します。

# 参考文献


(1) L.A. Artsimovich et al. in Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. 3th Int. Conf. Novosibirsk, (1968). 1, IAEA, Vienna (1969) 157.

(2) N.J. Peacok et al. Nature 224 (1969).

(3) Y.N. Dnestrovskii, D.P. Kostomarov, N.L. Pavlova, International Symposium on Closed Confinement Systems, Dubna USSR (1969).

(4) H. Luc, C. Mercier, Soubbaramayer, International Symposium on Closed Confinement Systems, Dubna USSR (1969).

(5) Y.N. Dnestrovskii, D.P.Kostmarov, N.L.Pavlova, in Controlled Fusion and Plsama Physics (Proc. 4th Europ. Conf. Rome) (1970) 17.

(6) C. Mercier, Soubbaramayer, in Controlled Fusion and Plasma Physics (Proc. 4th Europ. Conf. Rome) (1970) 16.

(7) D.F. Düchs, H.P. Furth, P.H. Rutherford, in Plasma Physics Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. 4th Int. Conf. Madison,1971) 1, IAEA, Viemna (1971) 369.

(8) J.T. Hogan, R.A. Dory, in Controlled Fusion and Plasma Physics (Proc. 5th Europ. Conf. Grenoble, France 1972) 1, 40.

(9) P.M. Keeping, R.C. Grimm, J. Killeen, in Controlled Fusion and Plasma Physics (Proc. 5th Europ. Conf. Grenoble, France 1972) 1, 38.

(10) D.F. Düchs, D.E. Post and R.H. Rutherford, Nuclear Fusion 17, No.3 (1977) 565.

(11) S. Yoshikawa, Phys. Rev. Lett. 25, (1970) 353.

(12) C. Mercier and Soubbaramayer, EUR-CEA-FC-742, May (1974).

(13) G.E. Guest, R.L. Miller, W.W. Pfeiffer and R.E. Waltz, Genaral Atomic Company Report No. GA-A 14831 (1978).

(14) F.L. Hinton, M.N. Rosenbluth, Phys. Fluids 16 (1973) 836.

(15) L.A. Artsimovich, Sov. Phys. JETP Letters 13 (1971) 70.

(16) L. Spitzer, "Physics of Fully Ionized Gases" (2nd Ed., Interscience New York 1967) 139.

(17) A.A. Ware, Phys. Fluids 17 (1974) 1476.

(18) F.L. Hinton, R.D. Hazeltine, Rev. Mod. Phys. 48 (1976) 239.

(19) M.H. Hughes, Princeton Physics Laboratory Report PPPL-1411 (1978).

(20) D. Pfirsh and A. Schlüter, MPI/PA/7/62, Max-planck-Institute fur Physics and Astrophysik München (1962).

(21) A.A. Galeev and R.Z. Sagdeev, Sov. Phys. JETP 26 (1968) 233.

(22) A.A. Galeev and R.Z. Sagdeev, Plasma Physics and Controlled Nucl. Fusion Research 1 (1971) 481 (Conf. Proceedings Madison in 1971 IAEA Vienna).

(23) R.D. Richtmyer and K.W. Morton, Difference Methods for Initial Value Problem (John Wiley & Sons, New York 1967).

(24) J.T. Hogan Method in Computational Phys. Vol. 16 (1976) 131 Academic Press.

(25) F.L. Hinton et al. Phys. Rev. Lett. 29 (1972) 698.

(26) M.H. Hughes and D.E. Post, J. Comp. Phys. 28 (1978) 4.

(27) R.L. Freeman and E. M. Jones, Culham Laboratory CLM-R137 (1974).

(28) A.C. Riviere, Nucl. Fusion 11 (1971) 363.

(29) M. Okamoto and T. Amano, J. Comp. Phys. 26 (1978) 80.

(30) T. Amano and E.C. Crume, Oak Riadge National Laboratory Report ORNL/TM-6363 (1978).

(31) W. LOtz, Garching Plasma Physics Institute Report IPP1/62 (1967).

(32) C. Breton, C. Michls and M. Mattioli, Nucl. Fusion 16 (1976) 891.

(33) S.P. Hisrhman, Phys. Fluids 20 (1977) 589.

(34) R.J. Hawryluk, S. Suchewer and S.P. Hirshman, Nucl. Fusion 19 (1979) 607.

(35) T. Kato, M. Kako and T. Amano, private communication.

(36) D. R. Sweetman, Nucl. Fusion 13 (1973) 157.

(37) H. Eubank et al. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research Insburk (1978) CN-37/C3

(38) P.L. Jassby, Nucl. Fusion 17 (1977) 309.

(39) J.A. Rome et al. Nucl. Fusion 14 (1974) 141.

(40) J.D.Gaffy, J. Plasma Phys. 16 (1976) 149.

(41) J.D. Callen et al. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Tokyo (1974) IAEA-CN-33/A16-3.

(42) T.H. Stix, Plasma Phys. 14 (1972) 367.

(43) J.A. Rome et al. Nucl. Fusion 16 (1976) 55.

(44) TFR group, Nucl. Fusion 18 (1978) 1271.

(45) K. Shimizu, M. Okamoto and T. Amano, Institute of Plasma Physics of Nagoya University Report IPPJ-483 (1980).

(46) PLT group, Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research Berchtesgarden (1976) IAEA-CN-35/A2.

(47) ALCATOR group, Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research Berchtesgarden (1976) IAEA-CN-35/A5.

(48) H.C. Howe, Bull. Am. Phys. Soc. (1976) 1170.

(49) G.L. Schmidt et al. APS Meeting, Plasma Physics Division Nov. 1977 Atlanta, Georgia.

(50) K. Toi et al. Institute of Plasma Physics of Nagoya University Report IPPJ-322 (1978).

(51) K. Toi et al. Nucl.Fusion 19 (1979) 1643.

(52) B. Coppi and C. Spight, Phys. Rev. Lett. 41 (1978) 551.

(53) T. Antonsen, B. Coppi and R. Englade, Nucl. Fusion 19 (1979) 641.

(54) T. Ohkawa, 9th Europ. Conf. Oxford (1979) Vol. 2 321.

(55) T. Amano, M. Okamoto and K. Shimizu, Institute of Plasma Physics of Nagoya University Report IPPJ-490 (1980) and submitted to J. Phys. Soc. Japan.

(56) DIVA group, Nucl. Fusion 20 (1980) 271.

(57) S. Yamamoto, Jpn. J. Appl. Phys. Letters 19 (1980) 413.

(58) S.von Goeler, W. Stodiek and N. Sauthoff, Phys. Rev. Lett. 33 (1974) 1201.

(59) B.B. Kadomtsev, Fiz. Plazmy 1 (1975) 710.

(60) B.V. Waddell, M.N. Rosenbluth, D.A. Monticello and R.B. White, Nucl. Fusion 16 (1976) 528.

(61) A. Sykes and J.A. Wesson, Phys. Rev. Letters. 37 (1976) 140.

(62) G.L. Jahns, M. Soler, B.V. Waddel, J.D. Callen and H.R. Hicks, Nucl. Fusion 18 (1978) 609.

(63) Yu.N. Dnestrovskii, S.E. Lysenko and R. Smith, Fiz. Plazmy 3 (1977) 18.

(64) G. Bateman, MHD Instability , The MIT Press 190 Chap 10.

(65) B.V. Waddel, G. Laval and M.N. Rosenbluth, Report of Oak Riadge National Labolatory ORNL/TM-5968 (1977).

(66) 清水勝宏，伊藤博，岡本正雄，天野恒雄，安積正史，山本新，下村安夫 高温学会誌 投稿中

(67) JAERI NBI group, Private communication.

(68) M. Murakami et al. 8th Int. Conf. on Plasma Phys. Controlled Nucl. Fusion Research, IAEA-CN-38, Brussels (1980).

## APPENDIX A　差分式及び係数 $A_j, B_j, C_j, \vec{d}_j$ の表示

(2.51)～(2.61)式の差分式をかく。簡単のため時刻 $n+1$ の値には ^ をつけ、時刻 $n$ の値には添字を省く。差分式を簡単に表示するために、次のような表式を用いる。

$$\Delta t' = \theta \Delta t \qquad \Delta t'' = (1-\theta)\Delta t$$

$$\Delta r_{j-\frac{1}{2}} = r_j - r_{j-1} \qquad \Delta r_j = r_{j+\frac{1}{2}} - r_{j-\frac{1}{2}}$$

$$\beta_j = \frac{r_j}{\Delta r_j} \qquad \gamma_j = \frac{1}{r_{j-\frac{1}{2}} \Delta r_{j-\frac{1}{2}}} \qquad \alpha_{j-\frac{1}{2}} = \frac{r_{j-\frac{1}{2}}}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}$$

$$\delta^{+}_{j-\frac{1}{2}} = \frac{\Delta r_{j-1}}{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}} \frac{1}{\Delta r_j} \qquad \delta^{-}_{j-\frac{1}{2}} = \frac{\Delta r_j}{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}} \frac{1}{\Delta r_{j-1}} \qquad (A1.1)$$

空間の分割が不等間隔でも扱えるように定式化した。普通等分割を用いるが、この時には、

$$\Delta r_{j-\frac{1}{2}} = \Delta r_j = \Delta \quad (\text{メッシュ間隔})$$

$$\delta^{+}_{j-\frac{1}{2}} = \delta^{-}_{j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\Delta} \qquad (A1.2)$$

イオン密度は、$n_i = n_e / Z$ (A1.3)

不純物を考えない場合は $Z = Z_i$ ($Z_i$：プラズマイオンの電荷) で一定であるが、不純物を扱う場合にはそれは空間の関数である。

(2.51)式

$$\hat{n}^e_{j-\frac{1}{2}} - \Delta t' \left\{ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-r\Gamma) \right\}^{\wedge}_{j-\frac{1}{2}}$$

$$= n^e_{j-\frac{1}{2}} + \Delta t' \left\{ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-r\Gamma) \right\}_{j-\frac{1}{2}} + \Delta t'' S^I_{j-\frac{1}{2}} + \Delta t' \hat{S}^I_{j-\frac{1}{2}} \qquad (A1.4)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rD_{11}\frac{\partial n_e}{\partial r}\right)_{j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{r_{j-\frac{1}{2}}\Delta r_{j-\frac{1}{2}}} \left\{ r_j D_{11j} \frac{\partial n_e}{\partial r}\Big|_j - r_{j-1} D_{11j-1} \frac{\partial n_e}{\partial r}\Big|_{j-1} \right\}$$

$$= \frac{1}{r_{j-\frac{1}{2}}\Delta r_{j-\frac{1}{2}}} \left\{ \frac{r_j}{\Delta r_j} D_{11j} (n^e_{j+\frac{1}{2}} - n^e_{j-\frac{1}{2}}) - \frac{r_{j-1}}{\Delta r_{j-1}} D_{11j-1} (n^e_{j-\frac{1}{2}} - n^e_{j-\frac{3}{2}}) \right\}$$

$$= \gamma_j \beta_j D_{11j} n^e_{j+\frac{1}{2}} - (\gamma_j \beta_j D_{11j} + \gamma_j \beta_{j-1} D_{11j-1}) n^e_{j-\frac{1}{2}} + \gamma_j \beta_{j-1} D_{11j-1} n^e_{j-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(D_{14}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)\right)_{j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{r_{j-\frac{1}{2}}\Delta r_{j-\frac{1}{2}}} \left\{ D_{14j} \frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)_j - D_{14j-1} \frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)_{j-1} \right\}$$

$$= \frac{1}{r_{j-\frac{1}{2}}\Delta r_{j-\frac{1}{2}}} \left\{ \frac{D_{14j}}{\Delta r_j} (r_{j+\frac{1}{2}} B_{\theta j+\frac{1}{2}} - r_{j-\frac{1}{2}} B_{\theta j-\frac{1}{2}}) - \frac{D_{14j-1}}{\Delta r_{j-1}} (r_{j-\frac{1}{2}} B_{\theta j-\frac{1}{2}} - r_{j-\frac{3}{2}} B_{\theta j-\frac{3}{2}}) \right\}$$

$$= \gamma_j \alpha_{j+\frac{1}{2}} D_{14j} B_{\theta j+\frac{1}{2}} - (\gamma_j \alpha_{j-\frac{1}{2}} D_{14j} + \gamma_j \alpha_{j-\frac{1}{2}} D_{14j-1}) B_{\theta j-\frac{1}{2}} + \gamma_j \alpha_{j-\frac{3}{2}} D_{14j-1} B_{\theta j-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rD_{15}\frac{\partial n_i}{\partial r}\right)_{j-\frac{1}{2}}$$

$$= \gamma_j \beta_j D_{15j} n^i_{j+\frac{1}{2}} - (\gamma_j \beta_j D_{15j} + \gamma_j \beta_{j-1} D_{15j-1}) n^i_{j-\frac{1}{2}} + \gamma_j \beta_{j-1} D_{13j-1} n^i_{j-\frac{3}{2}}$$

$$= \gamma_j \beta_j D_{15j} \frac{n^e_{j+\frac{1}{2}}}{Z_{j+\frac{1}{2}}} - (\gamma_j \beta_j D_{15j} + \gamma_j \beta_{j-1} D_{15j-1}) \frac{n^e_{j-\frac{1}{2}}}{Z_{j-\frac{1}{2}}} + \gamma_j \beta_{j-1} D_{15j-1} \frac{n^e_{j-\frac{3}{2}}}{Z_{j-\frac{3}{2}}}$$

差分式は次の様になる。

$$\hat{n}_{ej-\frac{1}{2}} - \Delta t' \times$$

$$\Big\{ \gamma_j \beta_j \hat{D}_{11j} \hat{n}_{ej+\frac{1}{2}} - (\gamma_j \beta_j \hat{D}_{11j} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{D}_{11j-1}) \hat{n}_{ej-\frac{1}{2}} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{D}_{11j-1} \hat{n}_{ej-\frac{3}{2}}$$

$$+ \gamma_j \beta_j \hat{D}_{12j} \hat{P}_{ej+\frac{1}{2}} - (\gamma_j \beta_j \hat{D}_{nj} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{D}_{12j-1}) \hat{P}_{ej-\frac{1}{2}} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{D}_{12j-1} \hat{P}_{ej-\frac{3}{2}}$$

$$+ \gamma_j \beta_j \hat{D}_{13j} \hat{P}_{ij+\frac{1}{2}} - (\gamma_j \beta_j \hat{D}_{13j} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{D}_{13j-1}) \hat{P}_{ij-\frac{1}{2}} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{D}_{13j-1} \hat{P}_{ij-\frac{3}{2}}$$

$$+ \gamma_j \alpha_{j+\frac{1}{2}} \hat{D}_{14j} \hat{B}_{\theta j+\frac{1}{2}} - (\gamma_j \alpha_{j-\frac{1}{2}} \hat{D}_{14j} + \gamma_j \alpha_{j-\frac{1}{2}} \hat{D}_{14j-1}) \hat{B}_{\theta j-\frac{1}{2}} + \gamma_j \alpha_{j-\frac{3}{2}} \hat{D}_{14j-1} \hat{B}_{\theta j-\frac{3}{2}}$$

$$+ \gamma_j \beta_j \hat{D}_{15j} \frac{\hat{n}_{ej+\frac{1}{2}}}{Z_{j+\frac{1}{2}}} - (\gamma_j \beta_j \hat{D}_{15j} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{D}_{15j-1}) \frac{\hat{n}_{ej-\frac{1}{2}}}{Z_{j-\frac{1}{2}}} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{D}_{15j-1} \frac{\hat{n}_{ej-\frac{3}{2}}}{Z_{j-\frac{3}{2}}} \Big\}$$

$$= n_{ej-\frac{1}{2}} + \Delta t'' \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (-r\Gamma) \right\}_{j-\frac{1}{2}} + \Delta t'' S_{Ij-\frac{1}{2}} + \Delta t' \hat{S}_{Ij-\frac{1}{2}}$$

(A1.5)

(2.52)式

$$V_{21} \frac{\partial n_e}{\partial r}\Big|_{j-\frac{1}{2}} = V_{21j-\frac{1}{2}} \frac{\Delta r_{j-1} \left(\frac{\partial n_e}{\partial r}\right)_j + \Delta r_j \left(\frac{\partial n_e}{\partial r}\right)_{j-1}}{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}}$$

$$= V_{21j-\frac{1}{2}} \left\{ \frac{\Delta r_{j-1}}{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}} \frac{1}{\Delta r_j} (n_{ej+\frac{1}{2}} - n_{ej-\frac{1}{2}}) + \frac{\Delta r_j}{\Delta r_j + \Delta r_{j-1}} \frac{1}{\Delta r_{j-1}} (n_{ej-\frac{1}{2}} - n_{ej-\frac{3}{2}}) \right\}$$

$$= \delta^+_{j-\frac{1}{2}} V_{21j-\frac{1}{2}} n_{ej+\frac{1}{2}} - (\delta^+_{j-\frac{1}{2}} - \delta^-_{j-\frac{1}{2}}) V_{21j-\frac{1}{2}} n_{ej-\frac{1}{2}} - \delta^-_{j-\frac{1}{2}} V_{21j-\frac{1}{2}} n_{ej-\frac{3}{2}}$$

$$V_{24} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB\theta)_{j-\frac{1}{2}} = V_{24j-\frac{1}{2}} \frac{1}{r_{j-\frac{1}{2}}} \left\{ \delta^+_{j-\frac{1}{2}} (r_{j+\frac{1}{2}} B\theta_{j+\frac{1}{2}} - r_{j-\frac{1}{2}} B\theta_{j-\frac{1}{2}}) + \delta^-_{j-\frac{1}{2}} (r_{j-\frac{1}{2}} B\theta_{j-\frac{1}{2}} - r_{j-\frac{1}{2}} B\theta_{j-\frac{3}{2}}) \right\}$$

$$
\begin{aligned}
&\hat{P}_{ej-\frac{1}{2}} - \Delta t' \times \\
&\Big\{ \gamma_j \beta_j \hat{K}_{21j} \hat{n}_{ej+\frac{1}{2}} - (\gamma_j \beta_j \hat{K}_{21j} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{K}_{21j-1}) \hat{n}_{ej-\frac{1}{2}} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{K}_{21j-1} \hat{n}_{ej-\frac{3}{2}} \\
&+ \gamma_j \beta_j \hat{K}_{22j} \hat{P}_{ej+\frac{1}{2}} - (\gamma_j \beta_j \hat{K}_{22j} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{K}_{22j-1}) \hat{P}_{ej-\frac{1}{2}} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{K}_{22j-1} \hat{P}_{ej-\frac{3}{2}} \\
&+ \gamma_j \beta_j \hat{K}_{23j} \hat{P}_{ij+\frac{1}{2}} - (\gamma_j \beta_j \hat{K}_{23j} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{K}_{23j-1}) \hat{P}_{ij-\frac{1}{2}} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{K}_{23j-1} \hat{P}_{ij-\frac{3}{2}} \\
&+ \gamma_j \frac{\hat{K}_{24j}}{\Delta r_j} r_{j+\frac{1}{2}} \hat{B}_{\theta j+\frac{1}{2}} - (\gamma_j \frac{\hat{K}_{24j}}{\Delta r_j} + \gamma_j \frac{\hat{K}_{24j-1}}{\Delta r_{j-1}}) r_{j-\frac{1}{2}} \hat{B}_{\theta j-\frac{1}{2}} + \gamma_j \frac{\hat{K}_{24j-1}}{\Delta r_{j-1}} r_{j-\frac{3}{2}} \hat{B}_{\theta j-\frac{3}{2}} \\
&+ \gamma_j \beta_j \hat{K}_{25j} \frac{\hat{n}_{ej+\frac{1}{2}}}{Z_{j+\frac{1}{2}}} - (\gamma_j \beta_j \hat{K}_{25j} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{K}_{25j-1}) \frac{\hat{n}_{ej-\frac{1}{2}}}{Z_{j-\frac{1}{2}}} + \gamma_j \beta_{j-1} \hat{K}_{25j-1} \frac{\hat{n}_{ej-\frac{3}{2}}}{Z_{j-\frac{3}{2}}} \\
&- \delta^+_{j-\frac{1}{2}} \hat{V}_{21j-\frac{1}{2}} \hat{n}_{ej+\frac{1}{2}} + (\delta^+_{j-\frac{1}{2}} - \delta^-_{j-\frac{1}{2}}) \hat{V}_{21j-\frac{1}{2}} \hat{n}_{ej-\frac{1}{2}} + \delta^-_{j-\frac{1}{2}} \hat{V}_{21j-\frac{1}{2}} \hat{n}_{ej-\frac{3}{2}} \\
&- \delta^+_{j-\frac{1}{2}} \hat{V}_{22j-\frac{1}{2}} \hat{P}_{ej+\frac{1}{2}} + (\delta^+_{j-\frac{1}{2}} - \delta^-_{j-\frac{1}{2}}) \hat{V}_{22j-\frac{1}{2}} \hat{P}_{ej-\frac{1}{2}} + \delta^-_{j-\frac{1}{2}} \hat{V}_{22j-\frac{1}{2}} \hat{P}_{ej-\frac{3}{2}} \\
&- \delta^+_{j-\frac{1}{2}} \hat{V}_{23j-\frac{1}{2}} \hat{P}_{ij+\frac{1}{2}} + (\delta^+_{j-\frac{1}{2}} - \delta^-_{j-\frac{1}{2}}) \hat{V}_{23j-\frac{1}{2}} \hat{P}_{ij-\frac{1}{2}} + \delta^-_{j-\frac{1}{2}} \hat{V}_{23j-\frac{1}{2}} \hat{P}_{ij-\frac{3}{2}} \\
&- \delta^+_{j-\frac{1}{2}} \frac{\hat{V}_{24j-\frac{1}{2}}}{r_{j-\frac{1}{2}}} r_{j+\frac{1}{2}} B_{\theta j+\frac{1}{2}} + (\delta^+_{j-\frac{1}{2}} - \delta^-_{j-\frac{1}{2}}) \frac{\hat{V}_{24j-\frac{1}{2}}}{r_{j-\frac{1}{2}}} r_{j-\frac{1}{2}} \hat{B}_{\theta j-\frac{1}{2}} + \delta^-_{j-\frac{1}{2}} \frac{\hat{V}_{24j-\frac{1}{2}}}{r_{j-\frac{1}{2}}} r_{j-\frac{3}{2}} \hat{B}_{\theta j-\frac{3}{2}} \\
&- \delta^+_{j-\frac{1}{2}} \hat{V}_{25j-\frac{1}{2}} \frac{\hat{n}_{ej+\frac{1}{2}}}{Z_{j+\frac{1}{2}}} + (\delta^+_{j-\frac{1}{2}} - \delta^-_{j-\frac{1}{2}}) \hat{V}_{25j-\frac{1}{2}} \frac{\hat{n}_{ej-\frac{1}{2}}}{Z_{j-\frac{1}{2}}} + \delta^-_{j-\frac{1}{2}} V_{25j-\frac{1}{2}} \frac{\hat{n}_{ej-\frac{3}{2}}}{Z_{j-\frac{3}{2}}} \\
&- \nu_{j-\frac{1}{2}} P_{ej-\frac{1}{2}} + \nu_{j-\frac{1}{2}} Z_{j-\frac{1}{2}} P_{ij-\frac{1}{2}} \Big\} \\
&= P^n_{ej-\frac{1}{2}} + \Delta t'' \Big\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (-rQ_e') - L_e' - Q_\Delta' \Big\}^n_{j-\frac{1}{2}} + \Delta t'' \frac{2}{3} W^n_{ej-\frac{1}{2}} \\
&\qquad + \Delta t' \frac{2}{3} W^{n+1}_{ej-\frac{1}{2}} \qquad\qquad (A1.6)
\end{aligned}
$$

(2.53)式

$P_e$に対する差分式は（A1.6）式において、次のような置換をすれば得られる。

左辺第1項　$\hat{P}_{e\,j-\frac{1}{2}} \longrightarrow \hat{P}_{i\,j-\frac{1}{2}}$

右辺第1項　$P^n_{e\,j-\frac{1}{2}} \longrightarrow P^n_{i\,j-\frac{1}{2}}$

$\hat{K}_{2\ell} \to \hat{K}_{3\ell}$ , $\hat{V}_{2\ell} \longrightarrow \hat{V}_{3\ell}$ , $\nu_{j-\frac{1}{2}} \longrightarrow -\nu_{j-\frac{1}{2}}$

(2.54)式

$$\hat{B}_{\theta j-\frac{1}{2}} - \Delta t' \left\{ \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial r} \right\}^{\wedge}_{j-\frac{1}{2}} = B^n_{\theta j-\frac{1}{2}} + \Delta t' \left\{ \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial r} \right\}^n_{j-\frac{1}{2}}$$

$\left(\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial r}\right)$ の差分は次のように行なう。

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(L_{41}\frac{\partial n_e}{\partial r}\right)_{j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\left(\hat{L}_{41j}\frac{\hat{n}_{ej+\frac{1}{2}} - \hat{n}_{ej-\frac{1}{2}}}{\Delta r_j} - \hat{L}_{41j-1}\frac{\hat{n}_{ej-\frac{1}{2}} - \hat{n}_{ej-\frac{3}{2}}}{\Delta r_{j-1}}\right)$$

$$= \frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{\hat{L}_{41j}}{\Delta r_j}\hat{n}_{ej+\frac{1}{2}} - \frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\left(\frac{\hat{L}_{41j}}{\Delta r_j} + \frac{L_{41j-1}}{\Delta r_{j-1}}\right)\hat{n}_{ej-\frac{1}{2}} + \frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{L_{41j-1}}{\Delta r_{j-1}}n_{ej-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(L_{44}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)\right)_{j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\left(L_{44j}\frac{1}{r_j}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)\Big|_j - L_{44j-1}\frac{1}{r_{j-1}}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)\Big|_{j-1}\right)$$

$$= \frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\left\{L_{44j}\frac{1}{r_j}\frac{1}{\Delta r_j}\left(r_{j+\frac{1}{2}}B_{\theta j+\frac{1}{2}} - r_{j-\frac{1}{2}}B_{\theta j-\frac{1}{2}}\right) - L_{44j-1}\frac{1}{r_{j-1}\Delta r_{j-1}}\left(r_{j-\frac{1}{2}}B_{\theta j-\frac{1}{2}} - r_{j-\frac{3}{2}}B_{\theta j-\frac{3}{2}}\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{L_{44j}}{r_j\Delta r_j}r_{j+\frac{1}{2}}B_{\theta j+\frac{1}{2}} - \frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\left(\frac{L_{44j}}{r_j\Delta r_j} + \frac{L_{44j-1}}{r_{j-1}\Delta r_{j-1}}\right)r_{j-\frac{1}{2}}B_{\theta j-\frac{1}{2}}$$

$$+ \frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{L_{44j-1}}{r_{j-1}\Delta r_{j-1}}r_{j-\frac{3}{2}}B_{\theta j-\frac{3}{2}}$$

第1等式の右辺第2項は、$j=2$ の時には $r_{j-1}=0$ であるので、次のように別に扱う。

$$\lim_{r\to 0}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)=\lim_{r\to 0}\left(\frac{B_\theta}{r}+\frac{\partial B_\theta}{\partial r}\right)=2\frac{\partial B_\theta}{\partial r}\Big|_{r=0}$$

したがって、その差分は次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(L_{44}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)\right)_{j-\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{L_{44j}}{r_j\Delta r_j}r_{j+\frac{1}{2}}B_{\theta j+\frac{1}{2}}-\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\left\{\frac{L_{44j}}{r_j\Delta r_j}r_{j-\frac{1}{2}}+2\frac{L_{44j-1}}{\Delta r_{j-1}}\right\}B_{\theta j-\frac{1}{2}}$$

$$+\frac{1}{\Delta r_{j-1}}2\frac{L_{44j-1}}{\Delta r_{j-1}}B_{\theta j-\frac{3}{2}}$$

(2.54) 式の差分式は、

$$\hat{B}_{\theta j-\frac{1}{2}}-\Delta t'\times$$

$$\left\{\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{\hat{L}_{41j}}{\Delta r_j}\hat{n}_{ej+\frac{1}{2}}-\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\left(\frac{\hat{L}_{41j}}{\Delta r_j}+\frac{\hat{L}_{41j-1}}{\Delta r_{j-1}}\right)\hat{n}_{ej-\frac{1}{2}}+\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{\hat{L}_{41j-1}}{\Delta r_{j-1}}\hat{n}_{ej-\frac{3}{2}}\right.$$

$$+\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{\hat{L}_{42j}}{\Delta r_j}\hat{p}_{ej+\frac{1}{2}}-\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\left(\frac{\hat{L}_{42j}}{\Delta r_j}+\frac{\hat{L}_{42j-1}}{\Delta r_{j-1}}\right)\hat{p}_{ej-\frac{1}{2}}+\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{L_{42j-1}}{\Delta r_{j-1}}\hat{p}_{ej-\frac{3}{2}}$$

$$+\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{\hat{L}_{43j}}{\Delta r_j}\hat{p}_{cj+\frac{1}{2}}-\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\left(\frac{\hat{L}_{43j}}{\Delta r_j}+\frac{\hat{L}_{43j-1}}{\Delta r_{j-1}}\right)\hat{p}_{cj-\frac{1}{2}}+\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{\hat{L}_{43j-1}}{\Delta r_{j-1}}\hat{p}_{cj-\frac{3}{2}}$$

$$+\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{\hat{L}_{44j}}{r_j\Delta r_j}r_{j+\frac{1}{2}}\hat{B}_{\theta j+\frac{1}{2}}-\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\left(\frac{\hat{L}_{44j}}{r_j\Delta r_j}+\frac{\hat{L}_{44j-1}}{r_{j+1}\Delta r_{j-1}}\right)r_{j-\frac{1}{2}}\hat{B}_{\theta j-\frac{1}{2}}$$

$$+\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{\hat{L}_{44j-1}}{r_{j-1}\Delta r_{j-1}}r_{j-\frac{3}{2}}\hat{B}_{\theta j-\frac{3}{2}}$$

$$\left.+\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{\hat{L}_{45j}}{\Delta r_j}\frac{\hat{n}_{ej+\frac{1}{2}}}{z_{j+\frac{1}{2}}}-\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\left(\frac{\hat{L}_{45j}}{\Delta r_j}+\frac{\hat{L}_{45j-1}}{\Delta r_{j-1}}\right)\frac{\hat{n}_{ej-\frac{1}{2}}}{z_{j-\frac{1}{2}}}+\frac{1}{\Delta r_{j-\frac{1}{2}}}\frac{L_{45j-1}}{\Delta r_{j-1}}\frac{\hat{n}_{ej-\frac{3}{2}}}{z_{j-\frac{3}{2}}}\right\}$$

$$= B^n_{\theta j-\frac{1}{2}} + \Delta t'' \left\{ \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial r} \right\}^n \qquad (A1.7)$$

ただし、$j=2$ の時は、$\frac{\partial}{\partial r}\left(L_{44}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)\right)_{j-\frac{1}{2}}$ の差分のとり方が異なるため、差分式の $\hat{B}_{\theta j-\frac{1}{2}}$ と $\hat{B}_{\theta j-\frac{3}{2}}$ の係数が多少変化する。

以上の差分式をマトリックス表示すると次のようになる。

$$-A_j \vec{u}_{j+1} + B_j \vec{u}_j - C_j \vec{u}_{j-1} = d_j$$

$u_j$ は未知変数ベクトルで $\quad u_j = \begin{pmatrix} \hat{n}e_{j-\frac{1}{2}} \\ \hat{P}_{ej-\frac{1}{2}} \\ \hat{P}_{ij-\frac{1}{2}} \\ \hat{B}_{\theta j-\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$

この式の係数 $A_j, B_j, C_j, \vec{d}_j$ を以下に示す。
ただし、係数 $D, K, L, V$ の値が時刻 $n+1$ のものであることを示す $\hat{}$ については省略する。

$$A_j^{(11)} = \gamma_j \left\{ \beta_j \Delta t' D_{11j} + \beta_j \Delta t' D_{15j} \frac{1}{Z_{j+\frac{1}{2}}} \right\}$$

$$A_j^{(12)} = \gamma_j \beta_j \Delta t' D_{12j}$$

$$A_j^{(13)} = \gamma_j \beta_j \Delta t' D_{13j}$$

$$A_j^{(14)} = \gamma_j \frac{\Delta t'}{\Delta r_j} D_{14j} r_{j+\frac{1}{2}}$$

$$B_j^{(11)} = 1 + \gamma_j \left\{ \beta_j \Delta t' D_{11j} + \beta_j \Delta t' D_{15j} \frac{1}{Z_{j-\frac{1}{2}}} + \beta_{j-1} \Delta t' D_{11j-1} + \beta_{j-1} \Delta t' D_{15j-1} \frac{1}{Z_{j-\frac{1}{2}}} \right\}$$

$$B_j^{(12)} = \gamma_j \left\{ \beta_j \Delta t' D_{12j} + \beta_{j-1} \Delta t' D_{12j-1} \right\}$$

$$B_j^{(13)} = \gamma_j \left\{ \beta_j \Delta t' D_{13j} + \beta_{j-1} \Delta t' D_{13j-1} \right\}$$

$$B_j^{(14)} = \gamma_j \left\{ \frac{\Delta t'}{\Delta r_j} D_{14j} + \frac{\Delta t'}{\Delta r_{j-1}} D_{14j-1} \right\} r_{j-\frac{1}{2}}$$

$$C_j^{(11)} = \gamma_j \left\{ \beta_{j-1} \Delta t' D_{11j-1} + \beta_{j-1} \Delta t' D_{15j-1} \frac{1}{Z_{j-\frac{3}{2}}} \right\}$$

$$C_j^{(12)} = \gamma_j \beta_{j-1} \Delta t' D_{12j-1}$$

$$C_j^{(13)} = \gamma_j \beta_{j-1} \Delta t' D_{13j-1}$$

$$C_j^{(14)} = \gamma_j \frac{\Delta t'}{\Delta r_{j-1}} D_{14j-1} r_{j-\frac{3}{2}}$$

$$d_j^{(1)} = \eta_{ej-\frac{1}{2}}^{n} + \Delta t'' \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (-r\Gamma) \right\}_{j-\frac{1}{2}}^{n} + \Delta t'' S_{Ij-\frac{1}{2}}^{n} + \Delta t' S_{Ij-\frac{1}{2}}^{n+1}$$

$$A_j^{(21)} = \gamma_j \left\{ \beta_j \Delta t' K_{21j} + \beta_j \Delta t' K_{25j} \frac{1}{Z_{j+\frac{1}{2}}} \right\} - \delta^+_{j-\frac{1}{2}} \left\{ \Delta t' V_{21j-\frac{1}{2}} + \Delta t' V_{25j-\frac{1}{2}} \frac{1}{Z_{j+\frac{1}{2}}} \right\}$$

$$A_j^{(22)} = \gamma_j \beta_j \Delta t' K_{22j} - \delta^+_{j-\frac{1}{2}} \Delta t' V_{22j-\frac{1}{2}}$$

$$A_j^{(23)} = \gamma_j \beta_j \Delta t' K_{23j} - \delta^+_{j-\frac{1}{2}} \Delta t' V_{23j-\frac{1}{2}}$$

$$A_j^{(24)} = \gamma_j \frac{\Delta t'}{\Delta r_j} K_{24j} r_{j+\frac{1}{2}} - \delta^+_{j-\frac{1}{2}} \Delta t' \frac{V_{24j-\frac{1}{2}}}{r_{j-\frac{1}{2}}} r_{j+\frac{1}{2}}$$

$$B_j^{(21)} = \gamma_j \left\{ \beta_j \Delta t' K_{21j} + \beta_j \Delta t' K_{25j} \frac{1}{Z_{j-\frac{1}{2}}} + \beta_{j-1} \Delta t' K_{21j-1} + \beta_{j-1} \Delta t' K_{25j-1} \frac{1}{Z_{j-\frac{1}{2}}} \right\} - ( \delta^+_{j-\frac{1}{2}} - \delta^-_{j-\frac{1}{2}} ) ( \Delta t' V_{21j-\frac{1}{2}} + \Delta t' V_{25j-\frac{1}{2}} \frac{1}{Z_{j-\frac{1}{2}}} )$$

$$B_j^{(22)} = 1 + \gamma_j \left\{ \beta_j \Delta t' K_{22j} + \beta_{j-1} \Delta t' K_{22j-1} \right\} + \Delta t' \nu_{j-\frac{1}{2}} - ( \delta^+_{j-\frac{1}{2}} - \delta^-_{j-\frac{1}{2}} ) \Delta t' V_{22j-\frac{1}{2}}$$

$$B_j^{(23)} = \gamma_j \left\{ \beta_j \Delta t' K_{23j} + \beta_{j-1} \Delta t' K_{23j-1} \right\} - \Delta t' \nu_{j-\frac{1}{2}} Z_{j-\frac{1}{2}} - ( \delta^+_{j-\frac{1}{2}} - \delta^-_{j-\frac{1}{2}} ) \Delta t' V_{23j-\frac{1}{2}}$$

$$B_j^{(24)} = \gamma_j \left\{ \frac{\Delta t'}{\Delta r_j} K_{24j} + \frac{\Delta t'}{\Delta r_{j-1}} K_{24j-1} \right\} r_{j-\frac{1}{2}} - ( \delta^+_{j-\frac{1}{2}} - \delta^-_{j-\frac{1}{2}} ) \Delta t' \frac{V_{24j-\frac{1}{2}}}{r_{j-\frac{1}{2}}} r_{j-\frac{1}{2}}$$

$$C_j^{(21)} = \gamma_j \left\{ \beta_{j-1} \Delta t' K_{21j-1} + \beta_{j-1} \Delta t' K_{25j-1} \frac{1}{Z_{j-\frac{1}{2}}} \right\} + \delta^-_{j-\frac{1}{2}} ( \Delta t' V_{21j-\frac{1}{2}} + \Delta t' V_{25j-\frac{1}{2}} \frac{1}{Z_{j-\frac{3}{2}}} )$$

$$C_j^{(22)} = \gamma_j \beta_{j-1} \Delta t' K_{22j-1} + \delta^-_{j-\frac{1}{2}} \Delta t' V_{22j-\frac{1}{2}}$$

$$C_j^{(23)} = \gamma_j \beta_{j-1} \Delta t' K_{23j-1} + \delta^-_{j-\frac{1}{2}} \Delta t' V_{23j-\frac{1}{2}}$$

$$C_j^{(24)} = \gamma_j \frac{\Delta t'}{\Delta r_{j-1}} K_{24j-1} r_{j-\frac{3}{2}} + \delta^-_{j-\frac{1}{2}} \Delta t' \frac{V_{24j-\frac{1}{2}}}{r_{j-\frac{1}{2}}} r_{j-\frac{3}{2}}$$

$$d_j^{(2)} = P^n_{ej-\frac{1}{2}} + \Delta t'' \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (-rQ_e') - \frac{2}{3} L_e - \frac{2}{3} Q_A \right\}^n_{j-\frac{1}{2}} + \frac{2}{3} \Delta t'' W^n_{j-\frac{1}{2}} + \frac{2}{3} \Delta t' W^{n+1}_{j-\frac{1}{2}}$$

$$A_j^{(31)} = \gamma_j \left\{ \beta_j \Delta t' K_{31j} \frac{1}{Z_{j+\frac{1}{2}}} + \beta_j \Delta t' K_{35j} \right\} - \delta_{j-\frac{1}{2}}^{+} \left\{ \Delta t' V_{31j-\frac{1}{2}} + \Delta t' V_{35j-\frac{1}{2}} \frac{1}{Z_{j+\frac{1}{2}}} \right\}$$

$$A_j^{(32)} = \gamma_j \beta_j \Delta t' K_{32j} - \delta_{j-\frac{1}{2}}^{+} \Delta t' V_{32j-\frac{1}{2}}$$

$$A_j^{(33)} = \gamma_j \beta_j \Delta t' K_{33j} - \delta_{j-\frac{1}{2}}^{+} \Delta t' V_{33j-\frac{1}{2}}$$

$$A_j^{(34)} = \gamma_j \frac{\Delta t'}{\Delta \gamma_j} K_{34j} \gamma_{j+\frac{1}{2}} - \delta_{j-\frac{1}{2}}^{+} \frac{\Delta t'}{\gamma_{j-\frac{1}{2}}} V_{34j-\frac{1}{2}} \gamma_{j+\frac{1}{2}}$$

$$B_j^{(31)} = \gamma_j \left\{ \beta_j \Delta t' K_{31j} \frac{1}{Z_{j-\frac{1}{2}}} + \beta_j \Delta t' K_{35j} + \beta_{j-1} \Delta t' K_{31j-1} \frac{1}{Z_{j-\frac{1}{2}}} + \beta_{j-1} \Delta t' K_{35j-1} \right\}$$
$$- (\delta_{j-\frac{1}{2}}^{+} - \delta_{j-\frac{1}{2}}^{-}) \left\{ \Delta t' V_{31j-\frac{1}{2}} + \Delta t' V_{35j-\frac{1}{2}} \frac{1}{Z_{j-\frac{1}{2}}} \right\}$$

$$B_j^{(32)} = \gamma_j \left\{ \beta_j \Delta t' K_{32j} + \beta_{j-1} \Delta t' K_{32j-1} \right\} - \Delta t' v_{j-\frac{1}{2}} - (\delta_{j-\frac{1}{2}}^{+} - \delta_{j-\frac{1}{2}}^{-}) \Delta t' V_{32j-\frac{1}{2}}$$

$$B_j^{(33)} = 1 + \gamma_j \left\{ \beta_j \Delta t' K_{33j} + \beta_{j-1} \Delta t' K_{33j-1} \right\} + \Delta t' v_{j-\frac{1}{2}} Z_{j-\frac{1}{2}} - (\delta_{j-\frac{1}{2}}^{+} - \delta_{j-\frac{1}{2}}^{-}) \Delta t' V_{33j-\frac{1}{2}}$$

$$B_j^{(34)} = \gamma_j \left\{ \frac{\Delta t'}{\Delta \gamma_j} K_{34j} + \frac{\Delta t'}{\Delta \gamma_{j-1}} K_{34j-1} \right\} \gamma_{j-\frac{1}{2}} - (\delta_{j-\frac{1}{2}}^{+} - \delta_{j-\frac{1}{2}}^{-}) \frac{\Delta t'}{\gamma_{j-\frac{1}{2}}} V_{34j-\frac{1}{2}} \gamma_{j-\frac{1}{2}}$$

$$C_j^{(31)} = \gamma_j \left\{ \beta_{j-1} \Delta t' K_{31j-1} \frac{1}{Z_{j-\frac{3}{2}}} + \beta_{j-1} \Delta t' K_{35j-1} \right\} + \delta_{j-\frac{1}{2}}^{-} \left\{ \Delta t' V_{31j-\frac{1}{2}} + \Delta t' V_{35j-\frac{1}{2}} \frac{1}{Z_{j-\frac{3}{2}}} \right\}$$

$$C_j^{(32)} = \gamma_j \beta_{j-1} \Delta t' K_{32j-1} + \delta_{j-\frac{1}{2}}^{-} \Delta t' V_{32j-\frac{1}{2}}$$

$$C_j^{(33)} = \gamma_j \beta_{j-1} \Delta t' K_{33j-1} + \delta_{j-\frac{1}{2}}^{-} \Delta t' V_{33j-\frac{1}{2}}$$

$$C_j^{(34)} = \gamma_j \frac{\Delta t'}{\Delta \gamma_{j-1}} K_{34j-1} \gamma_{j-\frac{3}{2}} + \delta_{j-\frac{1}{2}}^{-} \frac{\Delta t'}{\Delta \gamma_{j-\frac{1}{2}}} V_{34j-\frac{1}{2}} \gamma_{j-\frac{3}{2}}$$

$$d_j^{(3)} = P_{ij-\frac{1}{2}}^{n} + \Delta t'' \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (-r Q_i') - \frac{2}{3} U_i + \frac{2}{3} Q_\Delta \right\}_{j-\frac{1}{2}}^{n} + \frac{2}{3} \Delta t'' W_{ij-\frac{1}{2}}^{n}$$
$$+ \frac{2}{3} \Delta t' W_{ij-\frac{1}{2}}^{n+1}$$

$$A_j^{(41)} = \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} \left\{ \frac{\Delta t'}{\Delta Y_j} L_{41j} + \frac{\Delta t'}{\Delta Y_j} L_{45j} \frac{1}{Z_{j+\frac{1}{2}}} \right\}$$

$$A_j^{(42)} = \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} \frac{\Delta t'}{\Delta Y_j} L_{42j}$$

$$A_j^{(43)} = \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} \frac{\Delta t'}{\Delta Y_j} L_{43j}$$

$$A_j^{(44)} = \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} \frac{\Delta t'}{\Delta Y_j} \frac{L_{44j}}{Y_j} Y_{j+\frac{1}{2}}$$

$$B_j^{(41)} = \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} \left\{ \frac{\Delta t'}{\Delta Y_j} L_{41j} + \frac{\Delta t'}{\Delta Y_j} L_{45j} \frac{1}{Z_{j-\frac{1}{2}}} + \frac{\Delta t'}{\Delta Y_{j-1}} L_{44j-1} + \frac{\Delta t'}{\Delta Y_{j-1}} L_{45j-1} \frac{1}{Z_{j-\frac{1}{2}}} \right\}$$

$$B_j^{(42)} = \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} \left\{ \frac{\Delta t'}{\Delta Y_j} L_{42j} + \frac{\Delta t'}{\Delta Y_{j-1}} L_{42j-1} \right\}$$

$$B_j^{(43)} = \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} \left\{ \frac{\Delta t'}{\Delta Y_j} L_{43j} + \frac{\Delta t'}{\Delta Y_{j-1}} L_{43j-1} \right\}$$

$$B_j^{(44)} = 1 + \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} \left\{ \frac{\Delta t'}{\Delta Y_j} \frac{L_{44j}}{Y_j} + \frac{\Delta t'}{\Delta Y_{j-1}} \frac{L_{44j-1}}{Y_{j-1}} \right\} Y_{j-\frac{1}{2}}$$

$$C_j^{(41)} = \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} \left\{ \frac{\Delta t'}{\Delta Y_{j-1}} L_{41j-1} + \frac{\Delta t'}{\Delta Y_{j-1}} L_{45j-1} \frac{1}{Z_{j-\frac{3}{2}}} \right\}$$

$$C_j^{(42)} = \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} \frac{\Delta t'}{\Delta Y_{j-1}} L_{42j-1}$$

$$C_j^{(43)} = \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} \frac{\Delta t'}{\Delta Y_{j-1}} L_{43j-1}$$

$$C_j^{(44)} = \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} \frac{\Delta t'}{\Delta Y_{j-1}} \frac{L_{44j-1}}{Y_{j-1}} Y_{j-\frac{3}{2}}$$

$$d_j^{(4)} = B^n_{\theta j-\frac{1}{2}} + \Delta t'' \left\{ \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial r} \right\}^n$$

特に $j=2$ の場合は $\quad A_j^{(44)} = \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} \frac{\Delta t'}{\Delta Y_j} \frac{L_{44j}}{Y_j} Y_{j+\frac{1}{2}}$

$$B_j^{(44)} = 1 + \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} \left\{ \frac{\Delta t'}{\Delta Y_j} \frac{L_{44j}}{Y_j} Y_{j-\frac{1}{2}} + 2 \frac{\Delta t'}{\Delta Y_{j-1}} L_{44j-1} \right\}$$

$$C_j^{(44)} = \frac{1}{\Delta Y_{j-\frac{1}{2}}} 2 \frac{\Delta t'}{\Delta Y_{j-1}} L_{44j-1}$$

# APPENDIX B. プログラムの利用法

## §B.1 INPUTの方法

- INPUT は NAMELISTを用いて行なう。 サブルーチンHEADの中で、ある入力データについては標準値（default値）が与えられており、この値を用いる場合にはデータは与えなくて良い。 入力データは大きく分けて次の三つに分けられる。
  - & INPPLS　トカマク装置のパラメータ，初期プラズマ等のデータ
  - & INPCUR　プラズマ電流の時間変化
  - & INPGAS　ガスパフの量
- この他に、不純物を扱ったり、初期プラズマの分布を実験データで与えたりする時、それに応じてデータを入力しなければならない。
- 次ページより入力データの与え方について説明するが、データの型は次のように示す。

| | | |
|---|---|---|
| 論理変数 | （Logical variables） | L |
| 実変数 | （Real variables） | R |
| 倍精度変数 | （Double precision） | D |
| 整数 | （Integer variables） | I |
| 文字変数 | （Horelith type） | H |
| 1次元配列 | （Array） | A |

## & INPPLS

| Variables | type | default | unit | Remarks |
|---|---|---|---|---|
| JOB | I | | | Job number |
| RMAJ | R | | cm | R : 主半径 |
| RMIN | R | | cm | $a_L$ : 小半径 ( リミター半径 ) |
| RMIN1 | R | | cm | $a_W$ : 小半径 ( Wall半径 ) |
| | | | | MAINで RESET4を使う場合は $a_L = a_W$ |
| ZI | R | 1.0 | | $Z_i$ : プラズマイオンの電荷 |
| AMH | R | 1.0 | | A : プラズマイオンの質量数 |
| | | | | 水素プラズマの場合 $Z_i = 1.0$, $A = 1.0$ |
| BZA | R | | Gauss | $B_Z$ : トロイダル磁場 |
| ANC | R | | $cm^{-3}$ | $n_c$ : $r = 0$ での密度の初期値 |
| ANWAL | R | | $cm^{-3}$ | $n_w$ : $r = a$ での密度の境界値 |
| ANEM | R | | | 密度の初期分布 |
| ANEL | R | | | $n_e(r) = (n_c - n_w)\left\{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^{ANEM}\right\}^{ANEL} + n_w$ |
| TEC | R | | eV | $T_c^e$ : $r = 0$ での電子温度の初期値 |
| TEWAL | R | | eV | $T_w^e$ : $r = a$ での電子温度の境界値 |
| TEEM | R | | | 電子温度の初期分布 |
| TEEL | R | | | $T_e(r) = (T_c^e - T_w^e)\left\{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^{TEEM}\right\}^{TEEL} + T_w^e$ |
| TIC | R | | eV | $T_c^i$ : $r = 0$ でのイオン温度の初期値 |
| TIWAL | R | | eV | $T_w^i$ : $r = a$ でのイオン温度の境界値 |
| TEEM | R | | | イオン温度の初期分布 |
| TIEL | R | | | $T_i(r) = (T_c^i - T_w^i)\left\{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^{TIEM}\right\}^{TIEL} + T_w^i$ |

| Variables | type | default | unit | Remarks |
|---|---|---|---|---|
| ZFC | R | | | $Z_{eff}$ の初期分布 |
| ZFWAL | R | | | $Z_{eff}(r) = (ZFC - ZFWAL)\left\{1-\left(\frac{r}{a}\right)^{ZFEM}\right\}^{ZFEL} + ZFWAL$ |
| ZFEM | R | | | 不純物を扱わない場合 $Z_{eff}$ の分布は時間的に変化しない。 |
| ZFEL | R | | | |
| JZEM | I | | | 電流の初期分布 |
| JZEL | I | | | $j_z(r) = j_0 \cdot \left\{1-\left(\frac{r}{a}\right)^{JZEM}\right\}^{JZEL}$ |
| | | | | JZELが負の場合には $j_z \propto T_e^{3/2}$ として決める。 |
| | | | | 初期分布を決めるこれらの変数についてのくわしい内容は |
| | | | | サブルーチン SETCAL 参照の事 |
| NMESH | I | | | 空間メッシュの数 ($\leq 100$) |
| NMALO | I | | | dummy |
| ITMAX | I | | | $\Delta t_{MAX}$ を単位として計算するステップの数 |
| TMIN | R | | sec | $t_s$ : 計算開始時間 |
| DTMAX | R | | sec | $\Delta t_{MAX}$ : 時間メッシュ |
| NINP | I | 5 | | データ入力する時の機種　デフォールト値はカード入力 |
| NOUT | I | 6 | | データ出力する時の機種　デフォールト値はラインプリンタ |
| NDISK | I | 0 | | $\Delta t_{MAX}$ を単位として NDISK 毎にディスクにデータを記録 |
| | | | | 但し NDISK=0 の場合 ディスクには書き込まない。 |
| NPRNT | I | | | (NPRNT) ステップ毎にプラズマパラメータの空間分布を出力 |
| NPLOT | I | | | (NPLOT) ステップ毎にプラズマパラメータの時間変化を出力 |

| Variables | type | default | unit | Remarks |
|---|---|---|---|---|
| LTMAX | I | 0 | | 出力を指定する時刻の数 ($\leq 25$) |
| TLIST | A1,R | | | 出力指定時刻 |
| | | | | LTMAX=0 の場合 NPRNTで指定された時刻のみ出力 |
| DNEDIF | R | 1.0 | | =0.の場合 $\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\Gamma) + S_E$ は解かない。$n_e(r)$一定 |
| | | | | =1.0の場合 解く. |
| DWAREP | R | 1.0 | | =0.0 の場合 Ware pinch の効果は含まれない。 |
| | | | | =1.0 の場合 含まれる。 =2.0にすればピンチスピードは2倍 |
| DIFUS | H | | | 4文字の文字型変数で異常拡散のスケーリングを指定 |
| LDIF | I | | | DIFUS の指定によって LDIFの値が決まる (dummy) |
| DALPHA | R | | | $D^{ANO}$ の数値ファクター |
| DBETAE | R | | | $\kappa_e^{ANO}$ = DBETAE * $n_e D^{ANO}$ |
| DBETAI | R | | | $\kappa_i$ = DBETAI * $\kappa_i^{NEO}$ |
| | | | | くわしくは サブルーチン DIFANO参照 |
| HV0 | R | | eV | $E_n$ : 中性粒子の入射エネルギー |
| EVN | R | 40.0 | eV | $\chi_H$ : 中性粒子の電離エネルギー |
| RECYH | R | 1.0 | | $\gamma_c$ : 中性粒子のリサイクリング率 |
| HWAL | R | | $cm^{-3}$ | $n_w$ : 中性粒子の壁での密度 (dummy) |
| NTLCAL | I | 5 | | NTLCALステップ毎に中性粒子輸送コード NEUTAを呼ぶ |
| LEXDAT | L | .F. | | .FALSE. 初期値は解析的に与える |
| | | | | .TRUE. 実験値を与える. くわしくは SETExp参照 |

| Variables | type | default | unit | Remarks |
|---|---|---|---|---|
| LPFIX | L | | | dummy |
| GAMMA2 | R | | | SUB. DIFMIX を用いる場合のパラメータ |
| DBEMHD | R | | | SUB. DIFMHD を用いる場合のパラメータ |

## & INPCUR

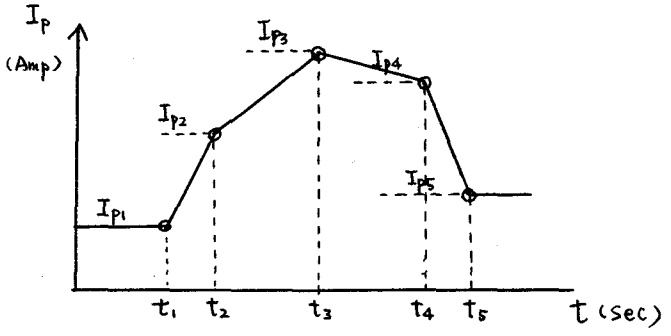
- プラズマ電流の時間変化を与える。

  NCUR ····· データ点の数 ( ≦25 )

  CURT ····· プラズマ電流値を与える時刻 1次元配列

  CUR ····· プラズマ電流値 1次元配列

- 輸送コードの中ではこれらのデータより直線補間によって任意の時刻でのプラズマ電流の値を計算する。

- 


NCUR = 5

CURT(1) = $t_1$ , CURT(2) = $t_2$ , CURT(3) = $t_3$ , CURT(4) = $t_4$ , CURT(5) = $t_5$

CUR(1) = $I_{p1}$ , CUR(2) = $I_{p2}$ , CUR(3) = $I_{p3}$ , CUR(4) = $I_{p4}$ , CUR(5) = $I_{p5}$

- 電流値が $I_p$ で一定の時には

  NCUR = 1 , CURT(1) = 任意 , CUR(1) = $I_p$

## & INPGAS

◦ ガスパフの量を与える。

プラズマの全電子数の時間変化 $\frac{1}{2\pi}\frac{\partial N}{\partial t}$ を与える。

ここで $N = \int_0^a n_e(r)\, 2\pi r\, dr$ である。

◦ 密度の分布が放物型の場合，線平均密度 $\bar{n}_e$ と全電子数Nの間には次のような関係がある。

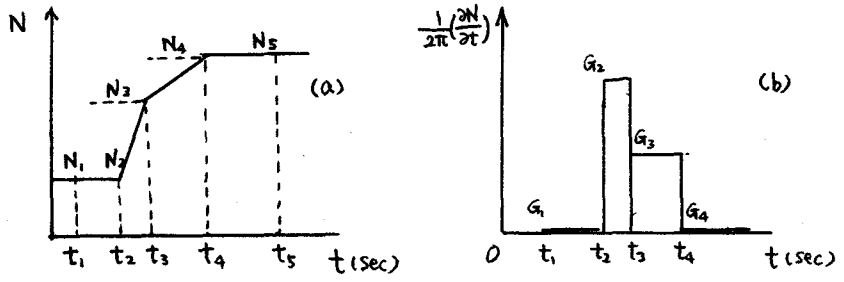
$$N = \frac{3}{4}\bar{n}_e \cdot \pi a^2$$

◦ NGAS …… データ点の個数 （≦25）

GAST …… データを与える時刻　1次元配列

GAS …… $\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\partial N}{\partial t}\right)$　1次元配列

◦




図(a)のように全電子数が変化するとき（これは線平均密度の時間変化と考えて良い）データは次のように与える。

NCUR = 4

GAST(1) = $t_1$, GAST(2) = $t_2$, GAST(3) = $t_3$, GAST(4) = $t_4$

GAS(1) = $G_1$, GAS(2) = $G_2$, GAS(3) = $G_3$, GAS(4) = $G_4$

この場合 $G_1 = G_2 = 0.0$ である。

◦ ガスパフを行なわない場合

NCUR = 1, GAST(1) = 任意, GAS(1) = 0.0

◦ リサイクリング率 $Y_c$ を1より大きくとって等価的にプラズマ密度を増大させることができる。

## & INPIMP

- 不純物の輸送を解くルーチンは完成しているが、初期分布の与え方，境界条件、ガスパフによる不純物のはいり方等、いろいろな扱い方があり、ここでは基本的なデータの与え方についてのみ説明する。
- 初期分布はコロナ平衡を仮定して、与えたZeff（空間的に一定）に合うようにその分布を決める。
- 中性不純物の分布は次のように仮定する。

$$n_1(r) = \frac{1}{r} n_w \exp\left(-\frac{1}{v_0}\int_r^a S_1 n_e r\, dr\right)$$

$n_w$は次の関係式より決める。

$$\sum_k a\Gamma_k(r=a) = \gamma \int_0^a n_e n_1 S_1 r\, dr$$

- ガスパフによる不純物の混入，スパッタリング等については考えない。

| Variables | Type | 配列の不扱う時 | Remarks |
|---|---|---|---|
| IMPSN | I | 1 | 扱う不純物の種類 |
| AMO | AI,R | (I)=16.0 | 不純物の質量数 |
| IZO | AI,I | (I)= 8 | 不純物の原子番号 |
| KMINO | AI,I | (I)= 2 | (KMINO-1)価以上に電離された不純物イオンを扱う. |
| KMAXO | AI,I | (I)=9 | (KMAXO-1)価以下に　〃 |
| KLINEO | AI,I | 5 | 原子番号の大きい不純物を扱う場合その密度が小さいものについては無視する。密度の最大となる1価数より±KINEOの価数の不純物イオンを扱う。 |

| Variables | Type | 酸素のみ | Remarks |
|---|---|---|---|
| ZEFO | AI, R | (1)=* | 不純物の初期分布を決める Zeff |
| RECYO | AI, R | (1)=* | $\gamma$ : リサイクリング率 |
| OVO | AI, R | (1)=* | $v_0$ : 中性不純物のエネルギー |
| DAI | R | * | $\Gamma_k = D_k^{ANO}\frac{\partial n_k}{\partial r}$ $D_k^{ANO} = DAI * \frac{MAX[n_{Ri(r)}]}{n_{R(r)}}$ |

## §B.2 OUTPUTの内容

最初に Job number と NAMELIST 入力データの内容が出力される。次に NPRNT ステップ毎にプラズマパラメータの空間分布が出力される。TLISTで指定した時刻のパラメータも示される。最後に重要な量の時間依存性が出力される。

(1) 空間平均量

・全プラズマ電流 $I_p$ (AI)

$$I_p = 5aB_a \text{ [G]} \qquad \text{[amp]} \tag{1}$$

・線平均密度 $\bar{n}_e$ (NLNE)

$$\bar{n}_e = \int_0^a n_e(r)\,dr \,/\, a \qquad [cm^{-3}] \tag{2}$$

・平均電子密度 $\langle n_e \rangle$ (AVNE)

$$\langle n_e \rangle = \frac{1}{\pi a^2}\int_0^a n_e(r)\,2\pi r\,dr \quad [cm^{-3}] \tag{3}$$

・平均電子温度 $\langle T_e \rangle$ (AVTE)

$$\langle T_e \rangle = \frac{1}{\pi a^2}\int_0^a T_e(r)\,2\pi r\,dr \quad [eV] \tag{4}$$

・平均イオン温度　$\langle T_i \rangle$　(AVTI)

$$\langle T_i \rangle = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a T_i(r)\, 2\pi r\, dr \qquad [\mathrm{eV}] \tag{5}$$

・ループ電圧　$V_{loop}$　(AVOLTS)

$$V_{Loop} = 2\pi \cdot 10^{-8}\, RE_z(a) \qquad [\mathrm{Volt}] \tag{6}$$

・内部インダクタンス　$\bar{l}_i$　(ALI)

$$\bar{l}_i = \frac{1}{B_a^2} \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a B_\theta^2(r)\, 2\pi r\, dr \qquad [\text{無次元}] \tag{7}$$

・電子ポロイダル・ベータ値　$\beta_{pe}$　(ABETAE)

$$\beta_{pe} = \frac{8\pi}{B_a^2} \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a n_e(r) T_e(r)\, 2\pi r\, dr \tag{8}$$

・イオンポロイダル・ベータ値　$\beta_{pi}$　(ABETAI)

$$\beta_{pi} = \frac{8\pi}{B_a^2} \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a n_i(r) T_i(r)\, 2\pi r\, dr \tag{9}$$

・ポロイダル・ベータ値　$\beta_p$　(BETAP)

$$\beta_p = \beta_{pe} + \beta_{pi} \tag{10}$$

・ベータ値　$\beta$　(BETA)

$$\beta = \beta_p \frac{B_a^2}{B_z^2 + B_a^2} \tag{11}$$

・エネルギー閉じ込め時間　$\tau_E$　(TAUE)

$$\tau_E = \frac{W}{W_{OH} - \frac{dW}{dt}} \qquad [\mathrm{sec}] \tag{12}$$

ここで　$W = 2\pi R \int_0^a (n_e T_e + n_i T_i)\, 2\pi r\, dr$

・粒子閉じ込め時間　$\tau_p$（TAUP）

$$\tau_p = \frac{N}{\int_0^a n_e n_0 \langle \sigma v \rangle_I 2\pi r dr - \frac{dN}{dt}} \quad (\text{sec}) \qquad (13)$$

$$N = \int_0^a n_e(r) 2\pi r dr$$

・Ohmic 入力エネルギー　$W_{OH}$（EJOULE）

$$W_{OH} = 2\pi R \int_0^a \eta j_z^2 2\pi r dr \quad [\text{Watt}] \qquad (14)$$

・電子エネルギーの伝導及び対流　（FEEOUT）

$$r Q_e|_{r=a} \quad [\text{Watt}] \qquad (15)$$

・イオンエネルギーの伝導及び対流　（FEIOUT）

$$r Q_i|_{r=a} \quad [\text{Watt}] \qquad (16)$$

・中性水素の電離による電子エネルギーの変化分　$\Delta W_e$（XNEUE）

$$\Delta W_e = 2\pi R \int_0^a W_I 2\pi r dr \quad [\text{Watt}] \qquad (17)$$

$$W_I = n_e n_0 \langle \sigma v \rangle_I \chi_H$$

・中性水素の電離及び荷電交換によるイオンエネルギーの変化分　$\Delta W_i$

$$\Delta W_i = 2\pi R \int_0^a W_N 2\pi r dr \quad [\text{Watt}] \qquad (18)$$

$$W_N = \frac{3}{2} n_e n_0 \langle \sigma v \rangle_I T_0 - \frac{3}{2} n_i n_0 \langle \sigma v \rangle_{CX} (T_i - T_0)$$

・輻射損失　$\Delta W_R$（XRAD）

$$\Delta W_R = 2\pi R \int_0^a W_R 2\pi r dr \quad [\text{Watt}] \qquad (19)$$

・NBI加熱によって電子の得るエネルギー　$\Delta W_{Be}$ （XBME）

$$\Delta W_{Be} = 2\pi R \int_0^a W_{Be}\, 2\pi r\, dr \qquad [\text{Watt}] \qquad (20)$$

・NBI加熱によってイオンの得るエネルギー　$\Delta W_{Bi}$ （XBMI）

$$\Delta W_{Bi} = 2\pi R \int_0^a W_{Bi}\, 2\pi r\, dr \qquad [\text{Watt}] \qquad (21)$$

・プラズマ抵抗　$R_p$ （RP）

$$R_p = 2\pi R \int_0^a \eta J_z^2\, 2\pi r\, dr \;/\; I_p^2 \qquad [\Omega] \qquad (22)$$

・ループ電圧，resistive Voltage，inductive Voltage

$$V_{loop} = V_R + V_I \qquad [\text{Volt}] \qquad (23)$$

$$V_R = R_p I_p \qquad (24)$$

$$V_I = \frac{d}{dt}(L_p I_p) \qquad L_p = \frac{1}{2}\mu_0 R \bar{l}_i \qquad (25)$$

・粒子閉じ込め時間

$$\tau_p^{(1)} = \frac{N}{\int_0^a n_e n_0 \langle \sigma v \rangle_I\, 2\pi r\, dr - \frac{dN}{dt}} \qquad [\text{sec}] \qquad (26)$$

$$\tau_p^{(2)} = \frac{N}{-a\Gamma(r=a)} \qquad (27)$$

・電子エネルギー閉じ込め時間

$$\tau_{Ee}^{(1)} = \frac{W_e}{W_{OH} + \Delta W_{Be} - \frac{dW_e}{dt}} \qquad [\text{sec}] \qquad (28)$$

$$\tau_{Ee}^{(2)} = \frac{W_e}{W_{OH} + \Delta W_{Be} - \Delta W_{eg} - \Delta W_e - \Delta W_R - \frac{dW_e}{dt}} \qquad (29)$$

$$\tau_{Ee}^{(3)} = \frac{W_e}{-aQ_e(r=a)} \qquad (30)$$

ここで $W_e = 2\pi R \int_0^a n_e(r) T_e(r) 2\pi r dr$

$\Delta W_{eq} = 2\pi R \int_0^a Q_\Delta 2\pi r dr$

・イオンエネルギー閉じ込め時間

$$\tau_{Ei}^{(1)} = \frac{W_i}{\Delta W_{eq} + \Delta W_{Bi} - \frac{dW_i}{dt}} \quad [\text{Sec}] \qquad (31)$$

$$\tau_{Ei}^{(2)} = \frac{}{\Delta W_{eq} + \Delta W_{Bi} - \Delta W_i - \frac{dW_i}{dt}} \quad [\text{Sec}] \qquad (32)$$

$$\tau_{Ei}^{(3)} = \frac{W_i}{-aQ_i(r=a)} \quad [\text{Sec}] \qquad (33)$$

ここで $W_i = 2\pi R \int_0^a n_i(r) T_i(r) 2\pi r dr$

・エネルギー閉じ込め時間

$$\tau_E^{(1)} = \frac{W}{W_{OH} + W_{Be} + W_{Bi} - \frac{dW}{dt}} \quad [\text{Sec}] \qquad (34)$$

$$\tau_E^{(2)} = \frac{W}{\frac{W_e}{\tau_{Ee}^{(2)}} + \frac{W_i}{\tau_{Ei}^{(2)}}} \quad [\text{Sec}] \qquad (35)$$

(2) プラズマの空間分布

| | | | |
|---|---|---|---|
| $j$ | (J) | 整数格子点番号 | |
| $r$ | (R) | 格子点の位置 | [cm] |
| $q(r)$ | (Q) | 安全係数 $q = \frac{r}{R}\frac{B_z}{B_\theta}$ | |
| $n_e(r)$ | (NE) | 電子密度 | [$cm^{-3}$] |
| $n_i(r)$ | (NI) | イオン密度 | [$cm^{-3}$] |
| $T_e(r)$ | (TE) | 電子温度 | [eV] |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $T_i(r)$ | (TI) | イオン温度 | [eV] |
| $B_\theta(r)$ | (BT) | ポロイダル磁場 | [Gauss] |
| $B_z(r)$ | (BZ) | トロイダル磁場 | [Gauss] |
| $E_z(r)$ | (EZ) | トロイダル電場 | [V/cm] |
| $J_z(r)$ | (JZ) | トロイダル電流 | [A/cm$^2$] |
| $Z_{eff}(r)$ | (ZEF) | イオンの有効電荷 | |
| $D^{ANO}(r)$ | (DAN) | 異常拡散係数 | |
| $D^{MHD}(r)$ | (DMHD) | $g(r)\leq 1$ でつけ加える電子の熱輸送 | |
| | (E) | 電子の新古典論の衝突領域 | |
| | (I) | イオンの新古典論の衝突領域 | |

- B : バナナ領域
- P : プラトー領域
- C : Pfirsh-Schlüter領域

(3) エネルギー・バランス

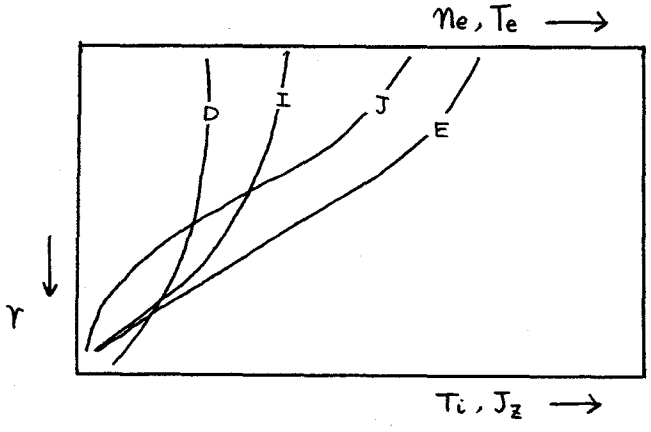
| | | | |
|---|---|---|---|
| $j$ | (J) | 半整数格子点番号 | |
| $\eta j_z^2$ | (JOULE) | ジュール・エネルギー | [W/cm$^3$] |
| $Q_\Delta$ | (REQU) | 衝突によって電子からイオンに与えられるエネルギー | |
| $\mathrm{div}\,Q_e$ | (FEE) | 伝導及び対流による電子エネルギーの変化 | |
| $U_e$ | (VE) | (2.46)式参照 | |
| $W_I$ | (NEUE) | 中性水素の電離損失 | |
| $W_{Be}$ | (BME) | NBI加熱によって電子の得るエネルギー | |
| $W_R$ | (RAD) | 輻射損失 | |
| $\mathrm{div}\,Q_i$ | (FEI) | 伝導及び対流によるイオンエネルギーの変化 | |

$U_i$　（VI）　（2.47）式参照　［$W/cm^3$］

$W_N$　（NEUI）　中性水素によるイオンのエネルギーの変化分

$W_{Bi}$　（BMI）　NBI加熱によってイオンの得るエネルギー

(4) プラズマ・パラメータの空間分布のプロット



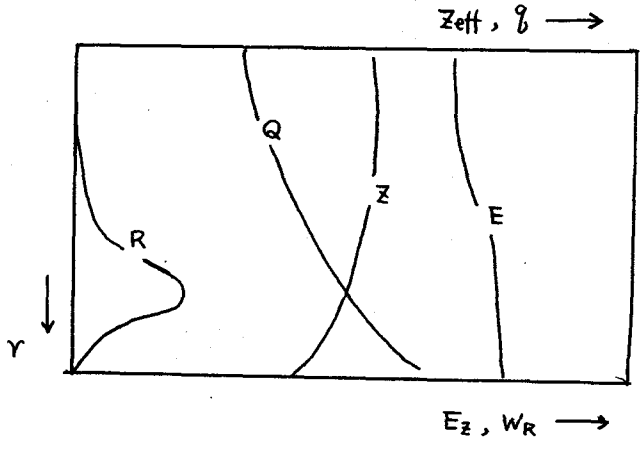

D : $n_e$［$cm^{-3}$］

E : $T_e$［eV］

I : $T_i$［eV］

J : $J_z$［$A/cm^3$］

(5) プラズマ・パラメータの空間分布のプロット




Z : $Z_{eff}$

Q : $g$

E : $E_z$［V/cm］

R : $W_R$［$W/cm^3$］

(6) 中性水素の空間分布

- 中性粒子輸送コードの基本データ

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a$ | (RADIUS) | : | プラズマ半径 [cm] |
| N | (PARTICLES) | : | サンプル粒子数 |
| | (SURFACES) | : | ゾーンの数 |
| $t$ | (TIME) | : | 時刻 |
| $n_w$ | (EDGE NEUTRAL DENSITY) | : | 境界での中性粒子の密度 |
| $E_n$ | (ENERGY) | : | 中性粒子の入射エネルギー |

- 規格化されていない中性粒子の分布

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | (POINT) | : | ゾーンの番号 | |
| Y | (RADIUS) | : | ゾーンの中心の位置 | [cm] |
| $n_e$ | (NE) | : | ゾーンの電子密度 | [$cm^{-3}$] |
| $n_i$ | (NI) | : | イオン密度 | [$cm^{-3}$] |
| $T_e$ | (TE) | : | 電子温度 | [eV] |
| $T_i$ | (TI) | : | イオン温度 | [eV] |
| $n_o$ | (NO) | : | 中性粒子の密度 | [$cm^{-3}$] |
| $T_o$ | (EO) | : | 中性粒子の温度 | [eV] |
| | (RMS DEV.) | : | 中性粒子の温度の分散 | |
| $\Delta n$ | (ENGY-E) | : | 中性粒子の電離による $n_e$ の変化 | [$1/cm^3 \cdot s$] |
| $W_N$ | (ENGY-I) | : | 中性粒子によるイオンエネルギーの変化 | [$w/cm^3$] |

- 規格化された中性粒子の分布

(ゾーン上で定義された量より補間して、半整数格子点上の量がもとめられる。 規格化については §2.3 参照。)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $j$ | (J) | : | 半整数格子点 | |
| $r$ | (R) | : | 格子点の位置 | |
| $n_0$ | (ZN1) | : | 中性粒子の密度 | |
| $\Delta n$ | (ZN0) | : | 中性粒子による $n_e$ の変化 | |
| $W_N$ | (SIGV) | : | 中性粒子によるイオンエネルギーの変化 | |

(7) 重要なパラメータの時間変化

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $t$ | (TIME) | : | 時刻 | [sec] |
| $\bar{n}_e$ | (NEL) | : | 線平均密度 | [$cm^{-3}$] |
| $\langle n_e \rangle$ | (NEAV) | : | 平均密度 | [$cm^{-3}$] |
| $\langle T_e \rangle$ | (TEAV) | : | 平均電子温度 | [eV] |
| $\langle T_i \rangle$ | (TIAV) | : | 平均イオン温度 | [eV] |
| $n_e(r=0)$ | (NE0) | : | 中心における電子密度 | [$cm^{-3}$] |
| $T_e(r=0)$ | (TE0) | : | 中心における電子温度 | [eV] |
| $T_i(r=0)$ | (TI0) | : | 中心におけるイオン温度 | [eV] |
| $\tau_p$ | (TAUP) | : | 粒子閉じ込め時間 (13)式 | [sec] |
| $\tau_E$ | (TAUE) | : | エネルギー閉じ込め時間 (12)式 | [sec] |
| $\beta$ | (BETA) | : | ベータ値 (11式) | |
| $V_{Loop}$ | (VOLT) | : | ループ電圧 (6)式 | [Volt] |
| $\bar{l}_i$ | (LI) | : | 内部インダクタンス (7)式 | |

(8) ループ電圧及び閉じ込め時間の時間変化

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $t$ | (TIME) | : | 時刻 | [sec] |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $V_{Loop}$ | (RP) | : | ループ電圧 | (23)式 |
| $V_R$ | (VLR) | : | resistive Voltage | (24)式 |
| $V_I$ | (VLI) | : | inductive Voltage | (25)式 |
| $\tau_p^{(1)}$ | (TAUP) | : | 粒子閉じ込め時間 | (26)式 |
| $\tau_{Ee}^{(1)}$ | (TAUEE) | : | 電子エネルギー閉じ込め時間 | (28)式 |
| $\tau_{Ei}^{(1)}$ | (TAUEI) | : | イオンエネルギー閉じ込め時間 | (31)式 |
| $\tau_E^{(1)}$ | (TAU) | : | エネルギー閉じ込め時間 | (34)式 |
| $\gamma_S$ | (XSIG) | : | $g(\gamma_S)=1.0$ | |

(9) 粒子及びエネルギーの保存のチェック

粒子数の保存

$$N_e^1 = N_e^{n+1} - \sum_{n'=1}^{n}(-\gamma\Gamma)_J^{n'+\frac{1}{2}}\Delta t - \sum_{n'=1}^{n}\sum_{j=2}^{J}\gamma_{j-\frac{1}{2}}\Delta\gamma_{j-\frac{1}{2}}(S_I\Delta t)_{j-\frac{1}{2}}^{n'+\frac{1}{2}}$$

エネルギーの保存

$$E^1 = E^{n+1} - \sum_{n'=1}^{n}\left\{-\gamma(Q_e+Q_\Delta)\right\}_J^{n'+\frac{1}{2}}\Delta t$$
$$+ \sum_{n'=1}^{n}\sum_{j=2}^{J}\left\{U_e+U_i\right\}_{j-\frac{1}{2}}^{n'+\frac{1}{2}}\Delta t\,\gamma_{j-\frac{1}{2}}\Delta\gamma_{j-\frac{1}{2}}$$
$$- \sum_{n'=1}^{n}\sum_{j=2}^{J}(W_I+W_N+W_{Be}+W_{Bi}+W_R)_{j-\frac{1}{2}}^{n'+\frac{1}{2}}\Delta t\,\gamma_{j-\frac{1}{2}}\Delta\gamma_{j-\frac{1}{2}}$$

ここで $N_e^1 = \sum_{j=2}^{J} n_{ej-\frac{1}{2}}^{n=1}\gamma_{j-\frac{1}{2}}\Delta\gamma_{j-\frac{1}{2}}$

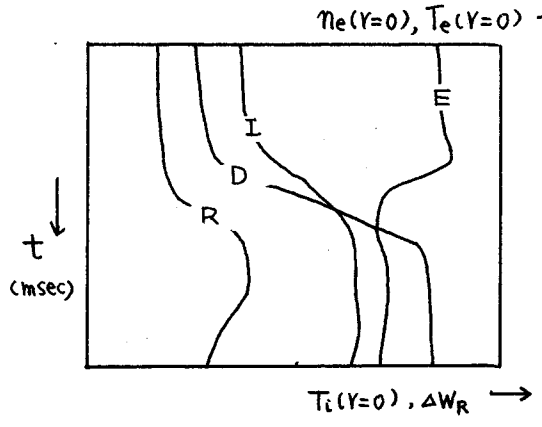
$$E^1 = \sum_{j=2}^{J}\frac{3}{2}(n_eT_e+n_iT_i)_{j-\frac{1}{2}}^{n=1}\gamma_{j-\frac{1}{2}}\Delta\gamma_{j-\frac{1}{2}}$$

(TIME) : 時刻

(CON-P) : $N_e^1$

(CON-E) : $E^1$

(10)　重要なプラズマ・パラメータの時間変化のプロット



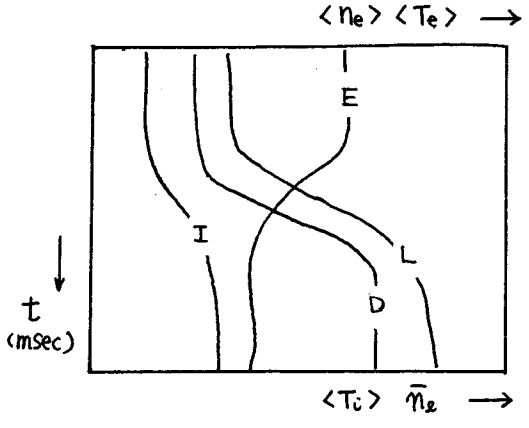

D : $n_e(r=0)$　[$1/cm^3$]

E : $T_e(r=0)$　[eV]

I : $T_i(r=0)$　[eV]

R : $\Delta W_R = 2\pi R \int_0^a W_R 2\pi r dr$　[W]

(11)　重要なプラズマ・パラメータの時間変化のプロット



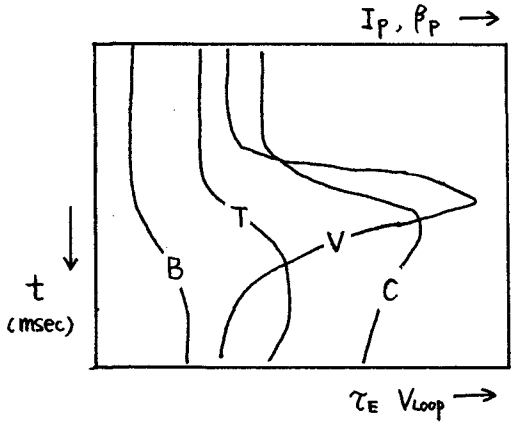

D : $\langle n_e \rangle$　[$1/cm^3$]

E : $\langle T_e \rangle$　[eV]

I : $\langle T_i \rangle$　[eV]

L : $\bar{n}_\ell$　[$1/cm^2$]

(12) 重要なプラズマ・パラメータの時間変化のプロット




C : $I_P$ 〔Amp〕

B : $\beta_P$ 〔無次元〕 (10)式

T : $\tau_E$ 〔sec〕 (12)式

V : $V_{Loop}$ 〔Volt〕 (23)式

(13) 最後に入力データが整理された形で出力される。
ディスクにプラズマ・パラメータを記録した場合，その時刻も示される。

## §B.3　各サブルーチンの説明

最初にトカマク輸送コードにおけるサブルーチンを全てリストし、そのあと重要なサブルーチンについて説明を行なう。

DIFCOF　：どの輸送理論を用いるかを決める。
INITIL　：初期分布に対する輸送係数を計算し、中性粒子の計算で必要なフラックスを求める。
OUT　：メインでコールするプラズマパラメータの出力
TIMEXP　：出力を指定した時刻が $\Delta t$（DTMAX）を単位として何ステップ目に相当するかを計算。
SLIST(K)　：出力を指定した時刻の場合その引数が1，それ以外0。
HEAD　：NAMELIST形式によるデータの入力，定数の計算
MESH　：等間隔メッシュの作成
MESH2　：不等間隔メッシュの作成
TIMSTP　：新しい時刻を求める。$\Delta t$（DTMAX）毎に進める。
SETCAL　：初期分布の計算
SETEXP　：実験データより $n_e$, $T_e$, $T_i$ の初期分布を入力
SETJZ　：電流の初期分布の計算　$j_z \propto T_e^{3/2}$
CALJZ　：電流の初期分布の計算　$j_z = j_0 (1-(\frac{r}{a})^m)^\ell$

OUTPLS　：プラズマパラメータをリスト及びディスクに出力
NEWPAG　：リストの改ページを行ない，時刻を打ち出す。
STORE　：OUTPLSで出力するパラメータの計算。粒子及びエネルギーの保存のチェックを行なう。
DKDATA　：計算終了後、リストとディスクに整理された形で入力データを書く。

ADCOF4 : 拡散係数 D, K, … より係数 $A_j$, $B_j$, $C_j$ の中の $\beta_j \Delta t' D'_{nj}$ 等の計算を行なう。

SOURC4 : フラックス $G = -\gamma\Gamma$, $P = -\gamma Q_e$, $Q = -\gamma Q_i$ の計算

RIGHTD : 差分式の右辺の計算

CALCF4 : 係数 $A_j$, $B_j$, $C_j$, $\vec{d}_j$ の計算

RESET4 : $-A_j u_{j+1} + B_j u_j - C_j u_{j-1} = d_j$ を解き $\Delta t$ (DTMAX)後のプラズマ・パラメータの値を求める。

DIFST : Hinton らが ST トカマクの解析に用いた新古典理論による輸送係数を計算する。 テスト計算

DIFNEO : (2.50)式における $V_{24}$ を計算

DNEOD : §2-2-2 で説明を行なった新古典理論の輸送係数の計算

DIFMIX : $\nabla T_i$ ドリフト波に関連したフラックスの拡散係数

DIFANO : 異常拡散係数の計算。 どのスケーリング則を用いるかはカードで指定

VPLASI : 半整数メッシュ上の物理量より整数メッシュ上の物理量を内挿によって求める。

COLLF : 衝突周波数の計算

CREGIM : 電子及びイオンの衝突周波数がどの領域(バナナ, プラトー, Pfirsh-Schlüter 領域)に属するか調べる。

PLSCUR : プラズマ電流値より, $B_\theta$ ($r=a$) を求める。

GASINJ : ガス・パフの量

NEUTP　：中性粒子輸送コードを用いない時 粒子数を保存するために呼ぶ。

MATIN5　：逆マトリクスの計算
PLOTA　：リスト上にグラフを書く。
EXSPL　：スプライン補間
QS1　：台形公式より積分値 $\int_0^a A dr$ を計算。
AVRVOL　：体積平均値 $\frac{1}{\pi a^2}\int_0^a A\,2\pi r dr$ を計算.
SETRO　：real 変数 をゼロ・クリアーする。
SETIO　：integer変数をゼロ・クリアーする。
SETO　：コモン文の変数をゼロ・クリアーする。

SUBROUTINE SETO

- 以下に示すコモン文の変数を全てゼロ・クリアーする。
- 呼出し個所　MAIN
- 使用するサブルーチン　SETRO
- 使用するコモン文　/CENGY/, /CNEUTL/, /CGPQ/, /CMTABC/, /CDCOF/, /CADCOF/, /CSOURC/

SUBROUTINE SETRO(A,K)

- real 変数をゼロ・クリアする。
- パラメータ　A …… 大きさKの1次元配列 ゼロがセットされる
  K …… 配列Aの次数
- 呼出し個所　SETO

## SUBROUTINE HEAD

- NAMELIST形式によってデータを入力する。 入力されないデータは標準値が用いられる。 READしたあとWRITEでNAMELIST変数が全て打ち出される。 よく使用される定数を計算する。
- 呼出し個所 MAIN
- 使用するサブルーチン

  DIFANO, TIMEXP, MESH, MESH2, SETEXP, SETCAL
- 使用するコモン文

  /JOBNUM/, /COMINP/, /COMOUT/, /CTLIST/, /CDEVIC/
  /CTIME/, /COMESH1, /CSTEXP/, /CTLCAL/, /COMCUR/
  /COMGAS/, /CONST/, /CNEDIF/, /CNEUTL/, /CMTEPS/
  /CDIFC2/, /CDIFC3/, /COMDSP/, /CNUMBR/, /CPAGE/
  /CALNTL/
- 物理定数

| | |
|---|---|
| PAI | $\pi = 3.1416$ |
| AME | $m_e = 9.1091 \times 10^{-28}$ g |
| AMA | $m_p = 1.67252 \times 10^{-24}$ g |
| C | $c = 2.997925 \times 10^{10}$ cm/s |
| E | $e = 4.80298 \times 10^{-10}$ esu |
| ALTO | $eV = 1.6021 \times 10^{-12}$ erg |

- 重要な定数

$$WE0 = \frac{e}{m_e c} \qquad \Omega_e = WE0 * B\,[G]$$

$$WI0 = \frac{Z_i e}{m_p A c} \qquad \Omega_i = WI0 * B\,[G]$$

$$VTE0 = \left(\frac{2[eV]}{m_e}\right)^{1/2} \qquad \upsilon_{Te} = VTE0 * (T_e[eV])^{1/2}$$

$$VTI0 = \left(\frac{2[eV]}{m_p A}\right)^{1/2} \qquad \upsilon_{Ti} = VTI0 * (T_i[eV])^{1/2}$$

$$TAUEI0 = \frac{4\sqrt{2\pi}\, e^4}{3\sqrt{m_e}\,[eV]^{3/2}} \qquad \nu_e = TAUEI0 * \frac{n_e[cm^{-3}]\cdot \ln\Lambda_e}{(Te[eV])^{3/2}}$$

$$TAUII0 = \frac{4\sqrt{2\pi}\, e^4 Z_i^4}{3\sqrt{m_p A}\,\sqrt{2}\,[eV]^{3/2}} \qquad \nu_i = TAUII0 * \frac{n_i[cm^{-3}]\cdot \ln\Lambda_i}{(T_i[eV])^{3/2}}$$

$$BHM0 = \frac{1}{16}\frac{c[eV]}{eB} \qquad D_B = BHM0 * \frac{T[eV]}{B[G]}$$

$$ETA0 = \left(\frac{2m_e}{\pi[eV]}\right)^{1/2} \frac{e^2c^2}{3[eV]}$$

$$\eta = ETA0 * \frac{\gamma}{f}\frac{1}{(Te[eV])^{3/2}}\frac{4\pi}{c^2}\ln\Lambda_e$$

$$TEQI0 = \left(\frac{2m_e}{m_i}\right)\frac{4\sqrt{2\pi}\, e^4 Z_i^2}{3\sqrt{m_e}\,[eV]^{3/2}} \qquad \nu_{eq} = TEQI0 * \frac{n_e[cm^{-3}]\cdot \ln\Lambda e}{(Te[eV])^{3/2}}$$

$$EPS0 = \frac{2}{3}\frac{1}{4\pi[eV]}$$

$$BETA0 = 4\pi[eV]$$

$$EZ0 = \frac{3000}{c}\cdot 10$$

$$AJZ0 = 0.795775$$

## SUBROUTINE MESH

- 等間隔に空間を分割した時のメッシュ点の位置
  プラズマ半径 $Y_p$ とリミッター半径 $Y_L$ は等しいとする
- 呼出し個所　　HEAD

- 使用するコモン文　/CDEVIC/ , /COMESH/
- コモン変数

DX : $\Delta Y = \dfrac{RMIN}{NMESH-1}$

R(J) : $Y_j = \Delta Y \cdot (j-1)$　整数メッシュの位置

RH(J) : $Y_{j-\frac{1}{2}} = \Delta Y \cdot (j-\frac{3}{2})$　半整数メッシュの位置

DR(J) : $\Delta Y_j = \Delta Y$

DRI(J) : $1/\Delta Y_j = 1/\Delta Y$

R2I(J) : $\gamma_j = \dfrac{1}{Y_{j-\frac{1}{2}} \Delta Y_{j-\frac{1}{2}}}$

DRH(J) : $\Delta Y_{j-\frac{1}{2}} = Y_j - Y_{j-1}$

DRHI(J) : $\dfrac{1}{\Delta Y_j + \Delta Y_{j-1}}$

DRP(J) : $\delta^{+}_{j-\frac{1}{2}} = \dfrac{\Delta Y_{j-1}}{\Delta Y_j + \Delta Y_{j-1}} \dfrac{1}{\Delta Y_j}$

DRM(J) : $\delta^{-}_{j-\frac{1}{2}} = \dfrac{\Delta Y_j}{\Delta Y_j + \Delta Y_{j-1}} \dfrac{1}{\Delta Y_{j-1}}$

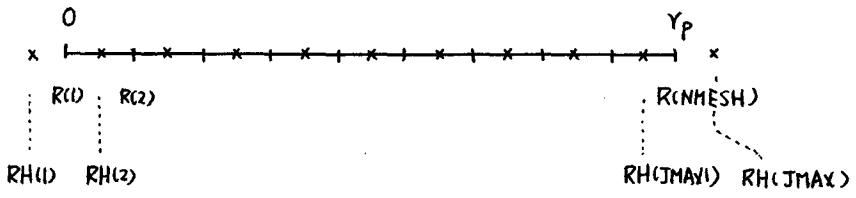
NMESH : 0から RMIN の間を (NMESH-1) に等分割

NMESH1 : NMESH1 = NMESH + 1

NMALO : RMIN ($Y_P$) と RMIN ($Y_L$) の間を NHALO個に等分割　$Y_P = Y_L$ の場合 NHALO = 0
RESET4 を用いる場合は $Y_P = Y_L$ でなければならない。

JMAX : JMAX = NMESH1 + NMALO

JMAX1 : JMAX1 = JMAX - 1




- プラズマの境界値は R(NMESH) ではなくて RH(JMAX) での値である。
- $n_e$, $P_e$, $P_i$, $B_\theta$ の物理量は半整数メッシュ点
  D, K, L の拡散係数及びフラックス $\Gamma$, $Q_e$, $Q_i$ は整数メッシュ点上で定義されている。

## SUBROUTINE INITIL

- 初期分布に対する輸送係数を計算し、中性粒子の計算に必要なフラックスを求める。
- 呼出し個所　MAIN
- 使用するサブルーチン　DIFCOF, SOURC4
- 使用するコモン文　/COMESH/, /CGPQ/, /CNEUTL/
- 変数
  SQH　：　$-Y\Gamma|_{Y=a}$

## SUBROUTINE TIMSTP

- 時刻を $\Delta t_{max}$ (DTMAX) 毎に進める。
- 呼出し個所　MAIN
- 使用するコモン文　/CTIME/, /CHIST/, /COMOUT/
- コモン変数
  ITIME　：　ステップ数

TIME　：現在の時刻　TIME = ITIME * DTMAX + TMIN

IT　：主要パラメータ（$n_e(r=0)$, $\tau_E$, $V_{loop}$ 等）は DTMAX を単位として NPLOT 毎に時間変化を出力するが その時のデータ数

TIMEH　：主要パラメータの時間変化に対応する時刻

NP　：DTMAX毎に1増す.
MOD(NP, NPRNT) = 0 の場合 リスト上にプラズマパラメータの空間分布を出力
MOD(NP, NDISK) = 0 の場合 ディスク上に記録

## SUBROUTINE SETJZ

- 電流の初期分布を決め、それに対応する $B_\theta$ の分布を求める。
  JZEL = 0, 1, 2, 3 の場合　$j_z(r)$ をサブルーチン CALJZ で計算
  JZEL < 0 の場合　$j_z(r) \propto T_e^{3/2}$ で与える。

- $$j_z(r) = j_0 \cdot T_e^{3/2} \cdot \frac{1}{Z_{eff}\left(\frac{0.457}{1.077+Z_{eff}} + 0.29\right)}$$

$$B_\theta(r) = B_a \frac{a}{r} \frac{\int_0^r j_z(r) r\, dr}{\int_0^a j_z(r) r\, dr}$$

- 呼出し個所　SETCAL, SETEXP
- 使用するサブルーチン　CALJZ, QSI, PLSCUR
- 使用するコモン文　/CDEVIC/, /CTIME/, /CPLASI, /COMESH/
  /CSTCAL/, /WORK/
- コモン変数　BTA : $B_\theta(r=a)$
  ABT(J) : $B_\theta(r)$

SUBROUTINE CALJZ(BA, M, L)

- 電流の初期分布が $j_z(r) = j_0 \cdot \{1 - (r/RMIN1)^M\}^L$ の形で与える場合，それに対応する $B_\theta$ の分布を計算する．L = 0, 1, 2, 3 の場合についてプログラムされている。
- 呼出し個所　SETJZ

SUBROUTINE SETCAL

- LEXDAT = .FALSE. の時 $n_e$, Te, Ti の初期分布を解析的に計算する。

$$n_e(r) = (ANC - ANWAL) * \{1.0 - (r/RMIN1)^{ANEM}\}^{ANEL} + ANWAL$$

$$T_e(r) = (TEC - TEWAL) * \{1.0 - (r/RMIN1)^{TEEM}\}^{TEEL} + TEWAL$$

$$T_i(r) = (TIC - TIWAL) * \{1.0 - (r/RMIN1)^{TIEM}\}^{TIEL} + TIWAL$$

$$Z_{eff}(r) = (ZFC - ZFWAL) * \{1.0 - (r/RMIN1)^{ZFEM}\}^{ZFEL} + ZFWAL$$

- 呼出し個所　HEAD
- 使用するサブルーチン　SETJZ
- 使用するコモン文

  /CDEVIC/, /CTIME/, /CSTEXP/, /CSTCAL/, /CPLAS/, /CPLAS0/, /COMESH/
- 初期分布を決める ANC, ANWAL, …… 等の値は HEADで入力
- $B_\theta$ の初期分布は サブルーチン SETJZ で行なう。

SUBROUTINE SETEXP

- LEXDAT = .TRUE. の時，$n_e$, Te, Ti の初期分布を実験値より与える．実験値を NAMELIST 形式で読み込み，サブルーチン

SG13でもってなめらかな関数になおし、サブルーチンEXSPL
でもってメッシュ点上の値を補間によって求める。

- 呼出し個所　HEAD
- 使用するサブルーチン　SETJZ, SG13, EXSPL
- 実験値の与え方

NAMELIST　/INPEXD/　IDATA, RX, XTE, XTI, XNE,
UTE, UTI, UNE

| | | |
|---|---|---|
| IDATA | : | データ点の数 |
| UTE | : | $T_e$ の unit を与える。 1なら XTEは1eVを単位 |
| UTI | : | $T_i$ の unit を与える。 1なら XTIは1eVを単位 |
| UNE | : | $n_e$ の unit を与える。 1.E13 なら XNEは $1.0\times10^{13}\,cm^{-3}$ を単位とする。 |
| RX | : | 測定点の位置 |
| XTE | : | 測定点における電子温度 |
| XTI | : | 測定点におけるイオン温度 |
| XNE | : | 測定点における電子密度 |

(注) RX, XTE, XTI, XNEは その大きさが25以下の1次元配列

## SUBROUTINE ADCOF4

- $(n_e, T_e, T_i, B_0)$ 方程式系における拡散係数 D, K, L, V 等より $(n_e, P_e, P_i, B_0)$ 方程式系における拡散係数 D', K', L', V' 等を計算し、差分方程式の係数 $A_j$, $B_j$, $C_j$ の中の係数 $\beta_j \Delta t' D_j^{11}$, $\frac{\Delta t'}{\Delta Y_j} D_j^{14}$ 等を求める。
- 呼出し個所　DIFCOF

○ コモン変数

| /CDCOF/ | CALL前 | CALL後 |
|---|---|---|
| D11(J) | $D_{11}$ | $D_{11}' = D_{11} - \frac{P_e}{n_e^2} D_{12}$ |
| D12(J) | $D_{12}$ | $D_{12}' = \frac{D_{12}}{n_e}$ |
| D13 | $D_{13}$ | $D_{13}' = \frac{D_{13}}{n_i}$ |
| D14 | $D_{14}$ | $D_{14}' = D_{14}$ |
| D15 | $D_{15}$ | $D_{15}' = D_{15} - \frac{P_i}{n_i^2} D_{13}$ |
| K21 | $K_{21}$ | $K_{21}' = K_{21} - \frac{P_e}{n_i^2} K_{22}$ |
| K22 | $K_{22}$ | $K_{22}' = \frac{K_{22}}{n_e}$ |
| K23 | $K_{23}$ | $K_{23}' = \frac{K_{23}}{n_i}$ |
| K24 | $K_{24}$ | $K_{24}' = K_{24}$ |
| K25 | $K_{25}$ | $K_{25}' = K_{25} - \frac{P_i}{n_i^2} K_{23}$ |
| K3ℓ | K2ℓ と同じ | |
| L4ℓ | D1ℓ と同じ | |
| V2ℓ | K2ℓ と同じ | |
| V3ℓ | K2ℓ と同じ | |
| /CADCOF/ | | |
| CN(J) | $\gamma_j$ | |
| CTE(J) | $\gamma_j$ | |
| CTI(J) | $\gamma_j$ | |
| AD1ℓ(J) | $\beta_j \Delta t' D_{1\ell j}'$ | |
| AD14(J) | $1/\Delta\gamma_j \cdot \Delta t' D_{14j}'$ | |
| AK2ℓ(J) | $\beta_j \Delta t' K_{2\ell j}'$ | |
| AK24(J) | $1/\Delta\gamma_j \cdot \Delta t' K_{24_j}'$ | |
| AK3ℓ(J) | $\beta_j \Delta t' K_{3\ell j}'$ | |

AK34(J)　$1/\Delta Y_j \cdot \Delta t' K'_{34j}$

AL4ℓ(J)　$1/\Delta Y_j \cdot \Delta t' L'_{4\ell j}$

AL44(J)　$1/\Delta Y_j \cdot \Delta t' L'_{44j}\ 1/Y_j$　(j≠1)

AV2ℓ(J)　$\Delta t' V_{2\ell\, j-\frac{1}{2}}$

AV24(J)　$\Delta t' V_{24\, j-\frac{1}{2}} / Y_{j-\frac{1}{2}}$

AV3ℓ(J)　$\Delta t' V_{3\ell\, j-\frac{1}{2}}$

AV34(J)　$\Delta t' V_{34\, j-\frac{1}{2}} / Y_{j-\frac{1}{2}}$

ATEQ(J)　$\Delta t' \nu_{j-\frac{1}{2}}$

ここで　$\ell = 1, 2, 3, 5$

- div(YΓ)の項を落とす時は　CN(J)=0
  div(YQe)　〃　CTE(J)=0
  div(YQi)　〃　CTI(J)=0
- (2.64)式における $\frac{2}{3}$ のファクターは $K_{2\ell}$, $K_{3\ell}$, $V_{2\ell}$, $V_{3\ell}$ に含ませている。

## SUBROUTINE SOURC4

- フラックス Γ, Qe, Qi 及びその divergence を求める
- 呼出し個所　RESET4
- 計算される変数
  内部変数
  DNE(J) = $\frac{\partial n_e}{\partial r}|_j$
  DNI(J) = $\frac{\partial n_i}{\partial r}|_j$
  DPE(J) = $\frac{\partial P_e}{\partial r}|_j$
  DPI(J) = $\frac{\partial P_i}{\partial r}|_j$
  DBT(J) = $\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)|_j$
  DNEH(J) = $\frac{\partial n_e}{\partial r}|_{j-\frac{1}{2}}$

$DNIH(J) = \frac{\partial n_i}{\partial r}\Big|_{j-\frac{1}{2}}$

$DPEH(J) = \frac{\partial P_e}{\partial r}\Big|_{j-\frac{1}{2}}$

$DPIH(J) = \frac{\partial P_i}{\partial r}\Big|_{j-\frac{1}{2}}$

$DBTH(J) = \frac{2}{\partial r}(rB_\theta)\Big|_{j-\frac{1}{2}}$

/CFIELD/ $AJZ(J) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)\Big|_j$

/CGPQ/ $G(J) = r\Gamma\Big|_j$

$P(J) = rQ_e'\Big|_j$

$Q(J) = rQ_i'\Big|_j$

/CFIELD/ $EZ(J) = \mathcal{E}_z\Big|_j$

/CGPQ/ $RVE(J) = U_e\Big|_{j-\frac{1}{2}}$

$RVI(J) = U_i\Big|_{j-\frac{1}{2}}$

/CSOURC/ $RJL(J) = \eta j_z^2\Big|_{j-\frac{1}{2}}$

$REQ(J) = Q_A\Big|_{j-\frac{1}{2}}$

$RNUN(J) = n_e n_0 \langle\sigma v\rangle_I + \dot{n}_H = S_I$

$RNUE(J) = -n_e n_0 \langle\sigma v\rangle_I \chi_H = W_I$

$RNUI(J) = \frac{3}{2} n_e n_0 \langle\sigma v\rangle_I T_0 - \frac{3}{2} n_i n_0 \langle\sigma v\rangle_{cx}(T_i - T_0)$ ($= W_{cx}$)

/CGPQ/ $DG2(J) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\Gamma)\Big|_{j-\frac{1}{2}}$

$DP2(J) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rQ_e')\Big|_{j-\frac{1}{2}}$

$DQ2(J) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rQ_i')\Big|_{j-\frac{1}{2}}$

$DEZ2(J) = \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial r}\Big|_{j-\frac{1}{2}}$

ENTRY RIGHTD

- くり返し計算を行なう時，時刻 $n$ での変数のみに依存する量と，改良されていく時刻 $n+1$ での変数を含む量があるが、ここでは 時刻 $n$ のみに依存する量を計算する。

- 呼出し個所　RESET4
- 計算される変数

/CMTD/

$$D1(J) = \eta_{e\,j-\frac{1}{2}}^{n} + \Delta t'' \left\{ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-rT) \right\}^{n} + \Delta t'' S_I^{n}$$

$$D2(J) = P_{e\,j-\frac{1}{2}}^{n} + \Delta t'' \left\{ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-rQ_e') \right\}_{j-\frac{1}{2}}^{n} - \frac{2}{3}\Delta t'' Q_{\Delta\,j-\frac{1}{2}}^{n} - \frac{2}{3}\Delta t'' U_{e\,j-\frac{1}{2}}^{n} + \frac{2}{3}\Delta t'' W_{I\,j-\frac{1}{2}}^{n} + \frac{2}{3}\Delta t'' W_{Be\,j-\frac{1}{2}}^{n} - \frac{2}{3}\Delta t'' W_{RAD\,j-\frac{1}{2}}^{n}$$

$$D3(J) = P_{i\,j-\frac{1}{2}}^{n} + \Delta t'' \left\{ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(-rQ_i') \right\}_{j-\frac{1}{2}}^{n} - \frac{2}{3}\Delta t'' U_{i\,j-\frac{1}{2}}^{n} + \frac{2}{3}\Delta t'' Q_{\Delta\,j-\frac{1}{2}}^{n} + \frac{2}{3}\Delta t'' W_{\alpha\,j-\frac{1}{2}}^{n} + \frac{2}{3}\Delta t'' W_{Bi\,j-\frac{1}{2}}^{n}$$

$$D4(J) = B_{\theta\,j-\frac{1}{2}}^{n} + \Delta t'' \left( \frac{\partial \xi_z}{\partial r} \right)_{j-\frac{1}{2}}^{n}$$

- 注意すべき事項

| | | |
|---|---|---|
| PL(J) | $= W_{RAD}$ | radiation loss |
| QE1(J) | $= W_{Be}$ | NBI加熱によって電子に行くエネルギー |
| QI1(J) | $= W_{Bi}$ | NBI加熱によってイオンに行くエネルギー |

## SUBROUTINE CALCF4 (J)

- 差分方程式 $-A_j \vec{u}_{j+1} + B_j \vec{u}_j - C_j \vec{u}_{j-1} = \vec{d}_j$ における係数 $A_j$, $B_j$, $C_j$, $\vec{d}_j$ を計算する。
- 呼出し個所　RESET4
- 使用するコモン文

/CADCOF/, /COMESH/, /CMTD/, /CSOURC/, /CNEUTL/

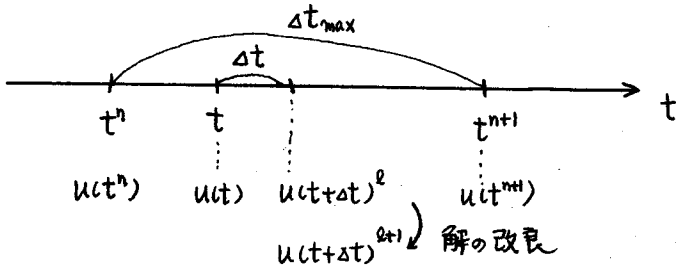
- 計算される変数

/CMTABC/

$$AJ(\ell, m) = A_j^{(\ell,m)}$$
$$BJ(\ell, m) = B_j^{(\ell,m)}$$
$$CJ(\ell, m) = C_j^{(\ell,m)}$$
$$DJ(\ell, m) = d_j^{(\ell)} \qquad \ell, m = 1, 2, 3, 4$$

## SUBROUTINE RESET4

- $\Delta t_{max}$（DTMAX）後の新しいプラズマ・パラメータ $n_e, T_e, T_i$ $B_\theta$ を求める。
- 差分方程式 $-A_j u_{j+1} + B_j u_j - C_j u_{j-1} = d_j$ を recurrence formula により解いて $\Delta t$ 後の $n^{n+1}$, $Pe^{n+1}$, $P_i^{n+1}$, $B\theta^{n+1}$ を求める。 くり返し計算を行ない、解を改良する。 輸送係数は、1回前の iteration で求まっているプラズマパラメータを用いて計算する。 くり返しの回数が少なくても収束しかつ $\Delta t$ 後のプラズマ・パラメータの変化が小さい場合には時間ステップの中 $\Delta t$ は2倍にする。ただし $\Delta t_{max}$ を起えることはない。 くり返しの回数が多くて、収束しない時は $\Delta t$ を半分にして差分方程式を解く。 この手続きをくり返し行ない、$\Delta t_{max}$ 後の新しいパラメータを求める。 $\Delta t$ 前後でパラメータが10%以上変化するときは $\Delta t$ を半分にして解を進める。




但し $u(t+\Delta t)^1 = u(t)$

- 呼出し個所　MAIN
- 使用するサブルーチン

  PLSCUR, DIFCOF, SOURC4, RIGHTD, DIFCOF, CALCF4, MATIN5

○ 計算される変数

| | | |
|---|---|---|
| /CPLAS0/ | ANE1, ANI1, ATE1, etc | $u(t^n)$ |
| 内部変数 | ANE0, ANI0, PE0 etc | $u(t)$ |
| 内部変数 | AN, AE, AI, AT | $u(t+\Delta t)^{\ell}$ |
| /CPLAS/ | ANE, ANI, ATE, ATI, etc | $u(t+\Delta t)^{\ell+1}$ |

(注) /CPLAS/ は RESE4 計算終了時では $u(t^{n+1})$ である。

/CENGY/

FLUXE(J) = $\gamma T|_j^{n+1/2}$

FEEOUT(J) = $\gamma Q_e|_j^{n+1/2}$

FEIOUT(J) = $\gamma Q_i|_j^{n+1/2}$

VEOUT(J) = $U_e|_{j-\frac{1}{2}}^{n+1/2}$

VIOUT(J) = $U_i$

RJOULE(J) = $\eta j_z^2$

REQUI(J) = $Q_\Delta$

RNEUN(J) = $S_I$

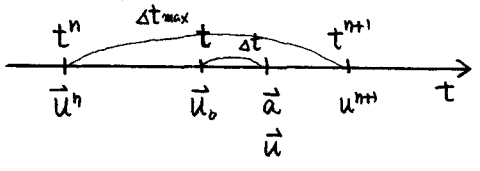
RNEUE(J) = $W_I$

RNEUI(J) = $W_{cx}$

内部変数 E(J,ℓ,m) = $E_j$ (マトリックス)

F(J,ℓ) = $f_j$ (ベクトル)

○ 流れ図を次ページに示す。




$\vec{u}$ に対する差分方程式に含まれる輸送係数は $\vec{a}$ を用いて計算する。

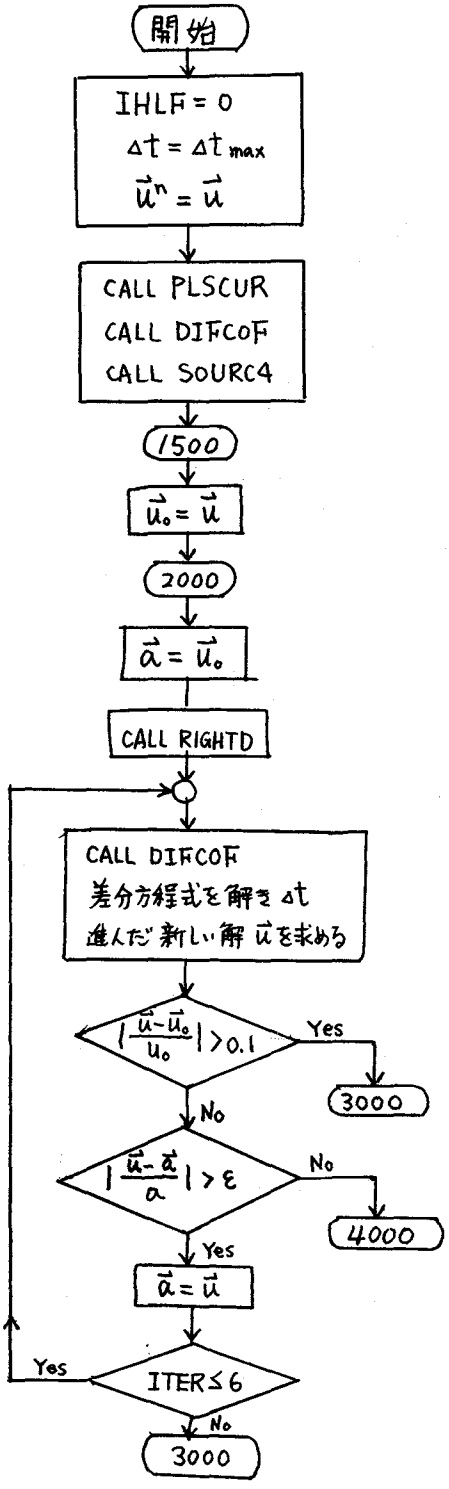
$u^n = u(t^n)$

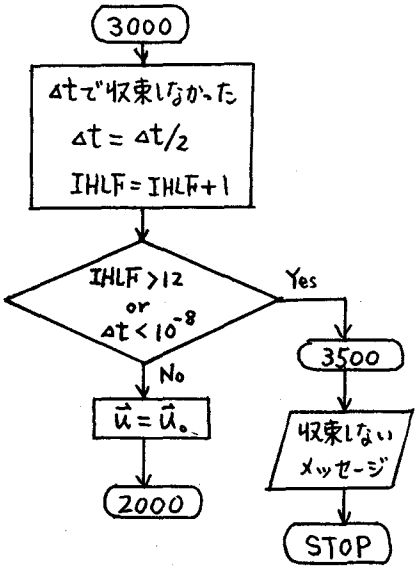
$u_0 = u(t)$

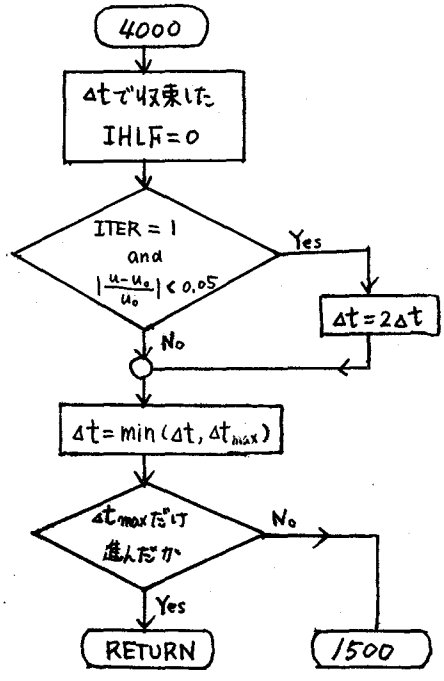
$a = u(t+\Delta t)^{\ell}$

$u = u(t+\Delta t)^{\ell+1}$

$u^{n+1} = u(t^{n+1})$


開始
IHLF = 0
Δt = Δt max
$\vec{u}^n = \vec{u}$
CALL PLSCUR
CALL DIFCOF
CALL SOURC4
1500
$\vec{u}_0 = \vec{u}$
2000
$\vec{a} = \vec{u}_0$
CALL RIGHTD
CALL DIFCOF
差分方程式を解き Δt
進んだ新しい解 $\vec{u}$ を求める
$|\frac{\vec{u}-\vec{u}_0}{u_0}| > 0.1$
Yes
3000
No
$|\frac{\vec{u}-\vec{a}}{a}| > \varepsilon$
No
4000
Yes
$\vec{a} = \vec{u}$
Yes
ITER ≤ 6
No
3000


3000
Δtで収束しなかった
Δt = Δt/2
IHLF = IHLF+1
IHLF > 12
or
$\Delta t < 10^{-8}$
Yes
3500
収束しない
メッセージ
STOP
No
$\vec{u} = \vec{u}_0$
2000


4000
Δtで収束した
IHLF = 0
ITER = 1
and
$|\frac{u-u_0}{u_0}| < 0.05$
Yes
Δt = 2Δt
No
Δt = min (Δt, Δt max)
Δt maxだけ
進んだか
No
Yes
RETURN
1500

SUBROUTINE DIFCOF(IGS)

- どの輸送理論を用いるかを決める。
- $n_e$, $T_e$, $T_i$, $B_\theta$ が負の値をとれば IGS=.TRUE. として STOPする。
- 呼出し個所　RESET4
- 使用するサブルーチン

  DIFNEO …… §2-2-2で述べた新古典拡散係数
  DIFANO …… 異常拡散係数。スケーリング則は入力で決める。
  DIFMIX …… $\nabla T_i$ ドリフト波に関連したフラックスの輸送係数
  DIFMHD …… $g(r)<1$ の所で $\kappa_e^{MHD} \simeq 0.1 n D_B$ の項加える
  ADCOF4

- 注意事項

  (1) DIFANOが不必要の時　入力データの DIFUS='NEOC' に
  DIFMIXが不必要の時　入力データの GAMMA2=0.0にする
  DIFMHDが不必要の時　入力データの DBEMHD=0.0にする。
  もしくは、COMMENT行にする。

  (2) HINTONらが ST-トカマクの解析に用いた新古典理論を用いる場合は、DIFNEOのかわりに DIFSTを用いる。

SUBROUTINE DNEOD (ANEI, ANII, ATEI, ABTI, ABZI, QRI, ZEFI, ZSI, R, JM1)

- 新古典理論の輸送係数 $D_{11}$, $D_{14}$, $K_{21}$, $K_{22}$, $K_{24}$, $K_{31}$, $K_{33}$, $L_{44}$ を計算する。
- D, K, Lの輸送係数は整数メッシュ上で、Vは半整数メッシュ上で定義されている。　ところで $L_{44}$ と $V_{24}$ の間には

$$V_{24} = -\frac{1}{4\pi}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)\cdot L_{44}$$

という関係がある。 したがって $V_{24j-\frac{1}{2}}$ の計算のために $L_{44}$ を半整数メッシュ上で計算する。 引数（ANEI, ANII, ATEI, … etc）は $V_{24}$ を計算する場合には半整数メッシュにおける値であり、D, K, L の値を求める場合には、整数メッシュにおける物理量でなければならない。

- 使用する個所　　DIFNEO
- 変数

内部変数　　Z = $Z_{eff}$

ETAJ = $\frac{c^2}{4\pi} f\eta$

DPS = $\nu_{ei} p_e^2 g^2$

AKPS = $n_e \nu_{ei} p_e^2 g^2$

BPCE = $\nu_e^*$

BPCI = $\nu_i^*$

/CDCOF/　　D11(J) = $D_{11}^{NEO}$

D14(J) = $D_{14}^{NEO}$ (Ware pinch)

K21(J) = $D_{11} T_e$

K22(J) = $\frac{2}{3}\kappa_e$

K24(J) = $\frac{2}{3}\frac{c^2 n_e T_e \eta}{4\pi B_\theta} L_{24}$ (Ware pinch)

K31(J) = $D_{11}^{NEO} T_i$

K33(J) = $\frac{2}{3}\kappa_i^{NEO}$

L44(J) = $\frac{c^2}{4\pi}\eta$

- 注意事項　　(2.50)式における熱拡散係数 $K_{2l}$, $K_{3l}$ と比べて $\frac{2}{3}$ のファクターだけ異なる。

## SUBROUTINE DIFNEO

- 新古典理論の係数 $V_{24}$ を計算する。
  半整数メッシュでの $L_{44}$ を求めて、次の関係式より $V_{24}$ を求める。
  $$V_{24} = -\frac{1}{4\pi}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)\cdot L_{44}$$
- サブルーチン DNEO を コールして整数メッシュ上での新古典理論の係数 $D_{11}$, $D_{14}$, $K_{21}$, $K_{31}$, $K_{33}$, $L_{44}$ を求める。
- 使用する個所　DIFCOF
- 使用するサブルーチン　COLLF, DNEOD, VPLASI
- 変数
  /CDCOF/　V24(J) = $V_{24}|_{j-\frac{1}{2}}$
- 注意事項
  $T_e$, $T_i$は〔eV〕を単位としているため, CGS単位系における $V_{24}$ の係数の値を 〔eV〕$= 1.602\times10^{-12}$ erg で割る必要がある。　$\frac{\partial P_e}{\partial t} = \cdots + V_{24}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\theta)$

## SUBROUTINE DIFANO

- 電子の異常輸送係数を計算する。　どのスケーリング則を用いるかは、入力データの DIFUS によって指定する。　又その大きさは、DALPHA, DBETAE によって与える。
- イオンの熱拡散係数は §2-2-2 で述べた新古典輸送の値を DBETAI 倍大きくとる。　従って新古典輸送の値を使う場合には、DBETAI = 1.0 とする。

○ 次のようなスケーリングがプログラムされている。

| | DIFUS | LDIF |
|---|---|---|
| 新古典輸送 | 4HNEOC | 0 |
| ALCATOR スケーリング（q依存性含まない） | 4HALCA | 1 |
| PLT スケーリング | 4HPLT␣ | 2 |
| 擬古典則 | 4HPSEU | 3 |
| Mercier-Soubbramayer 則 | 4HAMER | 4 |
| DIVA スケーリング | 4HDIVA | 5 |
| ALCATOR スケーリング（q依存含む） | 4HALCQ | 6 |

(1) ALCATOR スケーリング（q依存含まない）

$$D = DALPHA / n_e(r)$$

$$\kappa_e = DBETAE * n_e(r) D$$

DALPHA $(5 \sim 17) \times 10^{16}$

DBETAE $2 \sim 5$

(2) PLT スケーリング

$$D = DALPHA / n_e(r)$$

$$\kappa_e = \begin{cases} DBETAE / (T_e(r) * 0.001) * n_e D & T_e \geq 200eV \\ DBETAE * 5 * n_e D & T_e < 200eV \end{cases}$$

DALPHA $\sim 8 \times 10^{16}$

DBETAE $\sim 2$

(3) 擬古典則

$$D = DALPHA * \frac{R^2 q^2}{\gamma_n^2} \nu_e \rho_e^2 \qquad \gamma_n = \left(\frac{1}{n}\frac{dn}{dr}\right)^{-1}$$

$$\kappa_e = DBETAE * n_e D$$

DALPHA, DBETAE $\sim 1$

(4) DIVA スケーリング

$D = DALPHA / (n_e(r) * \sqrt{g_a})$

$\kappa_e = DBETAE * n_e D$

DALPHA $(2\sim3)\times10^{17}$

DBETAE $1\sim3$

(5) ALCATOR スケーリング (g依存含む)

$D = DALPHA / (n_e(r) * \sqrt{g(r)})$

$\kappa_e = DBETAE * n_e D$

DALPHA $(5\sim17)\times10^{16}$

DBETAE $2\sim5$

- 呼出し個所　DIFCOF
- 変数

内部変数　$ZDN = D^{ANO}$

$ZKE = \kappa_e^{ANO}$

/CDIFC1/　$DA(J) = D^{ANO}$

/CDCOF /　$D11(J) = D^{NEO} + D^{ANO}$

$K21(J) = D^{NEO} T_e + D^{ANO} T_e$

$K22(J) = \frac{2}{3}\kappa_e^{NEO} + \frac{2}{3}\kappa_e^{ANO}$

$K31(J) = D^{NEO} T_i + D^{ANO} T_i$

$K33(J) = DBETAI * \kappa_i^{NEO}$

- 注意事項

他のスケーリング則でシミュレーションを行なう場合にはこのサブルーチンを修正する。

(2,62)式における $\frac{2}{3}$ のファクターは $K_{2l}$, $K_{3l}$, $V_{2l}$, $V_{3l}$ $(l=1,2,3,4,5)$ に含ませる。

## SUBROUTINE VPLASI

- 半整数メッシュ上で定義された $n_e$, $P_e$, $P_i$, $B_\theta$ の値より補間によって整数メッシュ上でのパラメータの値を求める。

$$n^e_j = (n^e_{j-\frac{1}{2}} + n^e_{j+\frac{1}{2}})/2$$

$$T^e_j = (T^e_{j-\frac{1}{2}} + T^e_{j+\frac{1}{2}})/2$$

etc

- 拡散係数 D, K, L は整数メッシュ上で定義されているために係数の中に含まれる $n_e$, $T_e$, $T_i$ は整数メッシュ上での値でなければならない。
- 使用する個所　　DIFNEO
- 計算された変数

| | | |
|---|---|---|
| /CPLASI/ | ANEI(J) = $n^e_j$ | 電子密度 [$cm^{-3}$] |
| | ANII(J) = $n^i_j$ | イオン密度 [$cm^{-3}$] |
| | ATEI(J) = $T^e_j$ | 電子温度 [eV] |
| | ATII(J) = $T^i_j$ | イオン温度 [eV] |
| | ABTI(J) = $B^\theta_j$ | ポロイダル磁場 [Gauss] |
| | ABZI(J) = $B^z_j$ | トロイダル磁場 [Gauss] |
| | QRI(J) = $q_j$ | 安全係数 |
| | ZEFFI(J) = $Z_{eff\,j}$ | 有効イオン電荷 |
| | ZSI(J) = $(\frac{n_i}{n_e})_j$ | |