



Title	経済の拡張可能性に基づく価格メカニズムの普遍性ならびに効率性の特徴付け
Author(s)	白石, 晃三; 浦井, 憲; 村上, 裕美
Citation	大阪大学経済学. 2016, 66(1), p. 1-9
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/57207">https://doi.org/10.18910/57207</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

# 経済の拡張可能性に基づく価格メカニズムの普遍性 ならびに効率性の特徴付け\*

白 石 晃 三<sup>†</sup>・浦 井 憲<sup>‡</sup>・村 上 裕 美<sup>‡</sup>

## 要 約

本稿では、価格メカニズムの普遍性および効率性を、例えば貿易機会の増加や移民の受け入れ、文化的なグローバル化に伴う消費集合の変化といったことに代表される経済の拡張可能性に基づいて、公理的に特徴付ける。我々は、消費者への効用水準に向けた一般的なアプローチとともに、Sonnenschein (1974) の議論の枠組みを用いる。Sonnenschein (1974) における価格メカニズムは、情報効率性の問題を取り扱った Hurwicz (1960) あるいは Mount and Reiter (1974) 等のものより特殊な設定となっている。しかしながら、Sonnenschein のモデルは以下の意味において、本稿の目的により適ったものとなっている。まずそれは、超過需要関数という、経済学の基礎的用具を通して単純かつ明快に価格メカニズムの普遍性と効率性を特徴付けている。また、その関数型の表現は、メッセージが部分的に経済に依存したものである状況を記述可能としている。そしてコアという協力ゲームの設定による公理的特徴付けをも可能にする。Sonnenschein の手法はまた、我々の議論を社会選択理論の設定、例えば Thomson (1988) や Nagahisa (1994) によるレプリカ安定性といった公理に関連付ける上でも望ましい。本稿は、Sonnenschein (1974) のモデルと結果を経済依存型のメッセージに拡張したものであり、価格メカニズムの普遍性や効率性を支える、より一般的なメッセージメカニズムへの規範的基準を明らかにしている。

JEL分類：D50，D71，D82

キーワード：価格メカニズム，公理的特徴付け，情報効率性，普遍写像性，グローバル化

## 1. イントロダクション

価格メカニズムの特徴付けは、経済学理論において最も重要な問題の一つである。この議論は、市場メカニズムがどのような意味において

我々の社会における望ましさを持っているのかという問題に関わるものであり、また1970年代、1980年代におけるこの議論の厳密な展開は、その後メカニズムデザインという分野の理論的な草分けともなった。

この論文はSonnenschein (1974) に基づいている。Sonnenscheinの論文におけるメッセージメカニズムは、Hurwicz (1960), Mount and Reiter (1974), Osana (1978), Jordan (1988) の設定よりも特殊なものであるが、次の三つの

\* 本稿は、JSPS 科研費 25380227 および JSPS 特別研究員奨励費 15J01034 の助成を受けた研究成果の一部である。

<sup>†</sup> 神戸学院大学経済学部講師

<sup>‡</sup> 大阪大学大学院経済学研究科教授

<sup>‡</sup> 大阪大学大学院経済学研究科博士後期課程

理由から我々の論文で用いることにする。(1) 超過需要関数という基本的な経済学の道具を用いて、価格メカニズムの普遍性と効率性をシンプルかつ明確に記述することができる。(2) メッセージの役割が経済に部分的に依存する、という設定の記述に適している。(3) コア極限のような協力ゲーム理論の設定によって特徴付けできる。この論文ではメカニズムをメッセージメカニズムとして捉えるが、Sonnenscheinの方法はThomson (1988) やNagahisa (1994) のようなレプリカ安定性という社会選択理論の枠組みで論じるときにも望ましい。本稿は、Sonnenschein (1974) のモデルと結果を経済依存型のメッセージに拡張したものであり、価格メカニズムの普遍性や効率性を支える、より一般的なメッセージメカニズムへの規範的基準を明らかにしている。

我々によるSonnenscheinの議論の一般化は、価格メカニズムがどのように昨今のグローバル化のような問題と関連付けられ、またその中で普遍性を持つメカニズムとして特徴付けられるかという点から、極めて意義あるものである。Sonnenschein (1974) の公理Sにおける経済の拡大という概念を、実際の経済サイズの拡大、そして消費集合の拡大といったモデル上の設定とともに、グローバル化の問題に関連付けたのが、本稿の特徴である。このとき、例えば文化的グローバル化の問題は、従来商品とされていたものが商品化を通じて経済参加者の取引機会を一般的に拡大する、といった形で記述されることになる。そのように、文化的な問題を考慮しつつ経済が拡大するということを取り扱う上で、メッセージの役割が、個々人の特性のみならず、部分的に経済に依存している（その意味で分権的なものではない）という可能性を許容するのは自然なことであり、それによって我々は例えば指令経済と分権的なシステムの両者とその議論の範疇に捉えつつ、その中で市場メカニズムを特徴付けることができる。

我々の結論は次のようなものである。メッセージを、コア資源配分を定義し、かつSonnenschein (1974) の公理Sを満たすようなものに限定するとしよう<sup>1</sup>。さらに加えて、本稿ではSonnenschein (1974) の設定を緩和したいくつかの公理を前提とする<sup>2</sup>。このとき、これらの条件を満たすメカニズムが、価格メカニズムのみとなる。Sonnenschein (1974) においては、経済の拡張に応じて効用水準のみならず資源配分がそもそも変化しない場合だけが議論の対象となっているという意味で、メカニズムは完全に分権的なものである。Hurwicz (1960) 等その他の文献の扱いも全く同様である。経済依存型のメッセージを取り扱った点が、本稿の最も重要な貢献であり、他に例を見ない特徴である。

## 2. モデル

本稿では主体の名前の全体を表す集合として、 $I, I', \dots$  等を用いるが、この記法は経済を表す記号  $E, E', \dots$  とは独立に、場合によっては異なる経済をまたぐ形で用いられる。経済  $E$  の構成員全体を表す集合が  $I$  であるとき、主体  $i \in I$  の消費集合、選好を表す前順序および初期保有をそれぞれ、 $X_i^E$ ,  $\preceq_i^E$  そして  $\omega_i^E$  などと表す。各主体  $i \in I$  について、 $X_i^E$  は  $X_i^E \subset R^n$  であるものとし、選好を表す前順序  $\preceq_i^E$  を、 $\preceq_i^E \subset X_i^E \times X_i^E$  とする。このとき、有限経済  $E$  は、 $E = (I, \preceq^E, \omega^E)$  と表される。このように書く場合、 $\preceq^E$  および  $\omega^E$  を  $I$  上の関数と見なしている。すなわち、各  $i \in I$  について、 $\preceq^E(i) = \preceq_i^E$  および  $\omega^E(i) = \omega_i^E$  である。選好  $\preceq_i^E$  は、各人の

<sup>1</sup> 経済の一部分が経済全体に対して大きな影響を持ち得ないような、一種の単純さをメッセージが持つという公理である。

<sup>2</sup> 条件(C1')を参照せよ。この条件が主張していることは、経済の拡張に応じて、より好ましいものと見なされる取引の方向が拡大すること、そして一般的には経済の拡張に伴って、効用水準が増大することである。

効用関数  $u_i^E : X_i^E \rightarrow R$  で表現可能であるものとし、各  $u_i^E$  は、連続性および狭義準凹性 (Debreu 1959 の意味での狭義凸性) を満たすものとする。

我々は、有限経済  $E$  の拡大という概念について考える。経済の拡大の正確な定義は後で与えるが、その場合に上述した個々人の特性もまた変化する。この変化は消費集合の拡大として描かれることになるが、各人について、その変化の最終状態というものが存在し、その状態において  $X_i \supset R_+^n$  であり、各人の初期保有は  $X_i$  の内点、かつ選好は狭義単調性を満たすものとする。

上述したように、我々は有限経済という言葉を用いて、有限人の主体から構成される経済という意味で用い、それら有限経済からなる集合を、 $Econ \stackrel{\text{def}}{=} \{E \mid E \text{ は有限経済}\}$  で表す。以下では、我々は有限経済に向けてのメッセージメカニズムについてのみ考察する。 $A$  を集合とし、一つのメッセージ  $a \in A$  が与えられたとき、各有限経済  $E = (I, \succsim^E, \omega^E)$  において、資源配分  $f(a, E) = (f_i(a, E))_{i \in I} \in \prod_{i \in I} X_i^E$  が定まるものとする。我々は  $f : A \times Econ \rightarrow R^\infty$  を反応関数と呼ぶ<sup>3</sup>。加えて、我々は均衡対応  $\mu : Econ \ni E \mapsto \mu(E) \subset A$  なるものを考える。さらに、経済  $E$  に対し、その経済の資源配分の部分集合を選択する対応  $g : Econ \rightarrow R^\infty$  を所与として、以下の条件を満たす  $(A, \mu, f)$  を、社会選択対応  $g$  に基づく抽象的メッセージメカニズム (メッセージを伴った資源配分メカニズム) と呼ぶ<sup>4</sup>。

$$g(E) = \{(f_i(a, E))_{i \in I} \mid a \in \mu(E)\} \quad (1)$$

<sup>3</sup> 我々は、以下  $\prod_{i \in I} X_i^E$  を自然な形で、前後の文脈から混乱のない限りにおいて、 $R^\infty$  の部分集合とみなす。

<sup>4</sup> Sonnenschein (1974) はこれを  $g$  に基づく private representation と呼んだが、我々はそのように呼ばない。我々はこの資源配分メカニズムが、部分的に経済に依存した場合も含め、一般的に取り扱うからである。

二つの有限経済  $E = (I, \succsim^E, \omega^E)$  と  $E' = (I', \succsim^{E'}, \omega^{E'})$  に対して、 $E \hookrightarrow E'$  によって、以下の条件が成り立つことを表す。(i)  $I \subset I'$ . (ii) 任意の  $i \in I$  について経済  $E$  における  $i$  の選好を  $\succsim_i^E \subset X_i^E \times X_i^E$ 、経済  $E'$  における選好を  $\succsim_i^{E'} \subset X_i^{E'} \times X_i^{E'}$  とするとき、 $X_i^E \subset X_i^{E'}$  かつ  $\succsim_i^E = X_i^E \times X_i^E \cap \succsim_i^{E'}$  が成立する。(iii) 関数  $\omega^E$  は関数  $\omega^{E'}$  の  $I$  上への制限である。

$E \hookrightarrow E'$  のとき、 $E$  は  $E'$  の部分経済であるという。もし、 $E \hookrightarrow E'$  であり、かつ  $X_i^E = X_i^{E'}$  が任意の  $i \in I$  について成立しているならば、これを単純に  $E \subset E'$  と表す。

上の (ii) 条件は、経済の拡大に伴って、各人の消費集合が増大することを表している。ここで、先の最終状態という概念を再述しておく、経済の拡大が、消費集合の拡大として描かれるとき、各人についてその変化の最終状態が存在し、その状態において  $X_i \supset R_+^n$  であり、選好は狭義単調性を満たす。この場合 (ii) 条件は、各部分経済における選好が、狭義単調性を満たす選好の制限となっておらねばならないことを意味している。

Sonnenschein は  $f$  と  $\mu$  に関する以下の三つの公理を前提とした。

(C<sub>1</sub>) メカニズムは分権化されている。すなわち、 $\forall a \in A, \forall E \in Econ, \forall E' \in Econ, E \subset E',$

$$f(a, E) = \text{Pr}_E f(a, E'). \quad (2)$$

ここで、 $\text{Pr}_E$  は、 $f(a, E')$  の座標のうち、 $E$  に入る部分だけを取り出したもの、すなわち、 $I$  を経済  $E$  の主体の添字集合とすると、 $(f_i(a, E'))_{i \in I}$  を表す。

(C<sub>2</sub>) 任意の  $E \in Econ$  に対して、 $g(E)$  は経済  $E$  のコア資源配分の部分集合である。したがって、 $(A, \mu, f)$  が  $g$  に基づくメッセージメカニズムであるならば、

$$\forall a \in \mu(E), f(a, E) \in \text{Core}(E).^5 \quad (3)$$

( $C_3$ ) メカニズムは、メッセージの部分経済への不均衡の影響が、経済の拡大に伴って無視され得るという、Sonnenschein の公理Sを満たす。すなわち、任意の経済  $E$  とメッセージ  $a \in A$  に対して、以下のことが成立する。

$$\forall a \in A, \forall E \in \text{Econ}, \exists E', \\ E \subset E', a \in \mu(E'). \quad (4)$$

経済に対して価格を与える価格集合  $P$  を、 $P = \{(p_1, \dots, p_n) \in R_+^n \mid \sum_{i=1}^n p_i = 1\}$  と固定するとき、価格メカニズムとは、以下のようなメッセージメカニズム  $(P, \pi, e)$  のことである。経済  $E = (I, \succsim^E, \omega^E) \in \text{Econ}$  に対して、 $\pi(E) \subset P$  は、経済  $E$  のすべての競争均衡価格の集合を表し、各メッセージ  $p \in P$  に対して、 $e(p) = (e_i(p))_{i \in I} \in \prod_{i \in I} X_i^E$  は各人の超過需要関数の値のリストを与える<sup>6</sup>。

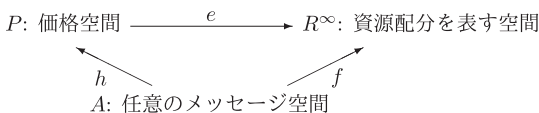


図 1：価格メカニズムの普遍写像問題

図 1 は、超過需要に基づく価格メカニズムと、任意の  $(C_1)$ ,  $(C_2)$ ,  $(C_3)$  を満たすメッセージメカニズムの間に成立する可換図式を表したものである。Sonnenschein (1974) は以下の命題を示した。

<sup>5</sup> Sonnenschein (1974) においては、社会選択対応自体に、CCTC (core compatible trade correspondence)  $g$  という前提が与えられており、先の  $(C_1)$  と同様、明確に公理としては扱われていない。上で、 $\text{Core}(E)$  は  $E$  のコア資源配分のすべてからなる集合を表し、コア資源配分の定義等については、すべて Sonnenschein (1974) の用法に従う。

<sup>6</sup> 超過需要対応ではなく、超過需要関数が与えられることを保証するため、先に各人の効用関数の狭義凸性を仮定した。

PROPOSITION (Sonnenschein 1974; Proposition 1 and 7):  $(A, \mu, f)$  が  $g$  に基づくメッセージメカニズムであり、公理  $(C_1)$ ,  $(C_2)$ ,  $(C_3)$  が成立しているものとする。このとき、一意的に関数  $h: A \rightarrow P$  が存在して、図 1 の可換図式が成り立つ (価格メカニズムの辞書的特性)。さらに、もし我々が議論の対象とする経済のクラスを  $(C_1)$ ,  $(C_2)$ ,  $(C_3)$  を満たすものに制限するならば、上述した辞書的特性を持つようなメッセージメカニズムは、同型写像を除いて一意的である (価格メカニズムの普遍写像特性)。

### 3. 定理および具体例

我々は以下において、価格メカニズムを特徴付けるより一般的な条件について考察する。以下では、上記の分権化公理  $(C_1)$  を、部分的にメッセージが経済に依存することを許容し、その代わりにより好ましく見える資源配分 (better set) の方向と、効用水準に対する要求を与えるだけで、Sonnenschein (1974) と同様の価格メカニズムの特徴付けが可能であることを示す<sup>7</sup>。

一般に集合  $B \subset R^n$  に対して、 $\mathbb{K}(B)$  によって、頂点 0 および  $B$  を含む最小の閉凸錐、すなわち  $\mathbb{K}(B) = \bigcup \{C \mid C \text{ は頂点 } 0 \text{ を持つ閉凸錐, } C \supset B\}$  とする。

$$(C'_1) \quad \forall (a, E) \in A \times \text{Econ}, \quad \forall E', \quad E \hookrightarrow E', \\ E = (I, \succsim, \omega), \quad E' = (I', \succsim', \omega'),$$

$$(i) \quad \forall i \in I,$$

$$\mathbb{K}\{x \mid f_i(a, E) \precsim_i f_i(a, E) + x\} \\ \subset \mathbb{K}\{x \mid f_i(a, E') \precsim_i f_i(a, E') + x\}, \quad (5)$$

<sup>7</sup> Sonnenschein (1974) においては、経済の拡大に対して、メッセージが同一の資源配分を与える。我々のモデルでは、経済の拡大に応じて異なる資源配分が与えられ得る。しかし、better set と効用水準に対して適切な仮定を置くことにより、Sonnenschein (1974) の結論が一般化される。



かつ

$$\begin{aligned} \mathbb{K}\{x \mid f_i(a, E) \precsim_i \omega_i + x\} \\ \subset \mathbb{K}\{x \mid f_i(a, E') \precsim_i \omega'_i + x\}. \end{aligned} \quad (6)$$

(ii) さらに、 $E \hookrightarrow E'$ において、各主体  $i \in I$  の選好  $\precsim_i^E$  の効用関数表現  $u_i$  は、 $\precsim_i^{E'}$  の効用関数表現  $u'_i$  の制限である形に取られているものとして、任意の  $i \in I$  について、もし  $a \in \mu(E)$  ならば

$$u_i(f_i(a, E)) \geq u'_i(f_i(a, E')), \quad (7)$$

もし、 $a \notin \mu(E)$  ならば

$$u_i(f_i(a, E)) \leq u'_i(f_i(a, E')). \quad (8)$$

Sonnenschein (1974) においては、先の  $(C_1)$  条件のように経済の拡大に対して、メッセージが同一の資源配分を与えている。我々の設定では、経済の拡大に応じて異なる資源配分が与えられ得る場合を想定しており、そのような状況においても、better set と効用水準に対して適切な仮定を置くことで、Sonnenschein (1974) の命題が与えられる。

$(C_1)$  に対する上記の拡張公理  $(C'_1)$  は、Sonnenschein (1974) の分権化設定を一般化したものであり、経済の拡大に応じて消費集合が拡大するといった、文化のグローバル化 (cultural globalization) の問題を取り扱うことを可能にする。とりわけ我々は、個々の主体における (5) や (6) といった条件を、各消費者の経済の拡大に伴う消費集合の拡大  $X_i^E \subset X_i^{E'}$  から与えられる自然な条件と見なすことができる。以下の具体例でそのことを確認する。

**具体例 1 食文化：**経済の拡大と共に、これまで食用の商品と捉えられていなかったものが新たに食用の商品となるといったことが生ずるならば、これを各消費者の消費可能集合  $X_i$  の拡大と捉えることができる。例えば、西欧社会への寿司文化や刺身文化の伝播、明治時代日本

における牛乳や牛肉の飲食習慣の普及などが挙げられる。

**具体例 2 女性労働：**経済の拡大に伴った新たな文化的状況の下で、女性の労働力を活用し得る場が広がるといった変化を取り扱うことができる。この場合、労働を負の消費とすることで、消費集合の次元の拡大を通じ、適切にこうした状況を記述することができる。

**具体例 3 移民：**移民の流入は、純粋に経済の拡大であると言える。流入する主体の労働能力が、移入先において移入元よりも有益に評価されるということがあるとすれば、上述した女性労働の場合と同様に、労働を負の消費と考えることを通じ、消費可能集合の拡大によって、この状況を取り扱うことが出来る。例えば、ベビーシッターが賃金労働として存在していない社会から、賃金労働として取り引きされる社会への移住、あるいは、窓ふきの労働が商品として確立していない社会から、高層ビルの窓ふきが商品として需要されている社会への移住、またはIT分野において高い能力を有している個人の、その能力をより高く需要してくれる国への移住、といったことが挙げられる。

**具体例 4 自由貿易圏：**もし、グローバルな多国籍企業が持つ独占的な市場支配力の問題を無視するならば、本稿における消費集合が拡大する状況は、そのまま通常的自由貿易によってもたらされる利点という意味にも解釈することができる。ただし、生産の問題は考慮できず、純粋交換経済下での問題の再構築は必要である。すなわち、消費集合の負の方向への拡大が、生産集合の正の方向への拡大を表現するといったことである。

我々がSonnenschein (1974; Propositions 1 and 7) の拡張定理を示すにあたり、均衡メッセージは  $(C'_1)$  のように、経済  $E$  に部分的に依存するものとなっているので、可換図式の成立もまた、経済に依存する形に書き直すことが自然であろう。加えて、可換図式の成立を各経済の均

衡メッセージに限定することは、Sonnenschein (1974) の命題 1 および 7 が捉えようとするメッセージの種類を、少なくとも  $(C_3)$  と同種の条件（任意のメッセージが均衡メッセージの候補になるという公理）を用いる限りは全く減少させないので、我々は Sonnenschein (1974) の拡張定理として、経済  $E$  に依存的であり、 $E$  の均衡メッセージに限定した可換図式の成立を示すこととする。すなわち、

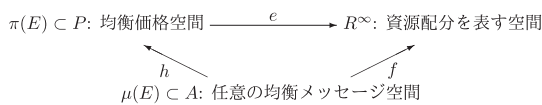


図 2：経済依存型のメッセージとしての  
価格メカニズムの普遍写像問題

我々は経済の拡大という、Sonnenschein (1974) では扱われていない問題について考えているので、 $(C_3)$  条件もより一般的な  $(C'_3)$  条件に変更する。

$(C'_3)$  任意の経済  $E$  とメッセージ  $a \in A$  に対して、以下のことが成立する。

$\forall a \in A, \forall E^1, E^2, \dots, E^N \in Econ, \exists E', E'$  は  $E^1, E^2, \dots, E^N$  の全主体を異なる主体として含む拡大であり、 $a \in \mu(E')$ 。(9)

加えて、 $E'$  に属する主体はすべて最終状態とする。

**THEOREM:**  $(A, \mu, f)$  が  $g$  に基づくメッセージメカニズムであり、公理  $(C'_1)$ 、 $(C_2)$ 、 $(C'_3)$  が成立しているものとする。このとき、任意の経済  $E \in Econ$  に対して、一意的に関数  $h: \mu(E) \rightarrow \pi(E)$  が存在して、図 2 の可換図式が成り立つ（辞書的特性）。さらに、もし我々が議論の対象とする経済のクラスを  $(C'_1)$ 、 $(C_2)$ 、 $(C'_3)$  を満たすものに制限するならば、上述した辞書的特性を持つようなメッ

セージメカニズムは、同型写像を除いて一意的である（普遍写像特性）。

**PROOF: (辞書的特性)**  $a \in A$  を任意のメッセージとし、 $E^1 = (I^1, \preceq^1, \omega^1) \in Econ$  を任意の有限経済とする。 $(C'_3)$  により、ある経済  $E^2 = (I^2, \preceq^2, \omega^2)$  が存在して、 $E^1 \hookrightarrow E^2$  かつ  $a \in \mu(E^2)$  である。ここで、経済  $E^1$  における主体  $i \in I^1$  の選好を表す効用関数を  $u_i^1$  とし、経済  $E^2$  における主体  $i \in I^2$  の選好を表す効用関数を  $u_i^2$  とする。なお、 $I^1 \subset I^2$  に属する主体にとって、 $u_i^1$  は  $u_i^2$  の単なる制限である。一般性を失うことなく、 $E^2$  にコブ=ダグラス型効用関数を持つ主体が一人含まれていると考えてよい。条件  $(C'_1)$  より、任意の  $i \in I^1$  について、 $\mathbb{K}\{x - f_i(a, E^1) \mid f_i(a, E^1) \preceq_i x\} \subset \mathbb{K}\{x - f_i(a, E^2) \mid f_i(a, E^2) \preceq_i x\}$  である。条件  $(C_2)$  によって、 $f_i(a, E^2) \in Core(E^2)$  なので、支持価格  $p_{a, E^1} = f(a, E^2)$  と  $f(a, E^1)$  に共通に与えることができ、かつそれは上述したコブ=ダグラス型効用関数を持つ主体の存在から、一意的でなければならない。

さて、この  $p_{a, E^1}$  の下で、すべての  $i \in I^2$  の経済  $E^2$  での資源配分が予算制約を満たしていることを示そう。結論を否定すると、資源配分  $f(a, E^2)$  は、その唯一の支持価格において予算制約を満たさないわけであるから、競争均衡資源配分ではあり得ない<sup>8</sup>。したがって Debreu and Scarf (1963) のコア極限定理によって、正の自然数  $N$  が存在して、 $f(a, E^2)$  の  $N$  倍レプリカ資源配分が、 $E^2$  の  $N$  倍レプリカ経済  $(E^2)^N$  のコア資源配分ではないようにすることが出来る<sup>9</sup>。しかし、 $f(a, E^2)$  は経済  $E^2$  における実現可能な資源配分であ

<sup>8</sup> コア資源配分と同様、競争均衡資源配分の定義についても、Sonnenschein (1974) に従う。

<sup>9</sup> 経済  $E^2$  では、すべての主体が最終状態にあるので、Debreu-Scarf の極限定理を用いることができる。

るから、当然その  $N$  倍レプリカ資源配分  $(f(a, E^2))^N$  も、 $N$  倍レプリカ経済  $(E^2)^N$  の実現可能な資源配分なのであって、よって  $(E^2)^N$  の有限人からなる結託  $G$  をもって、 $(f(a, E^2))^N$  をブロックすることが出来る。ここで、 $(C'_3)$  条件を  $(E^2)^N$  に適用すると、ある経済  $E^3$  が存在して、 $a \in \mu(E^3)$  であり、かつ  $(E^2)^N \hookrightarrow E^3$  である。さらに、 $(C_2)$  条件から、 $f(a, E^3)$  は、 $\text{Core}(E^3)$  の要素であり、 $(C'_1)$  条件から、 $u_i^2(f_i(a, E^2)) \geq u_i^3(f_i(a, E^3))$  がすべての  $(E^2)^N$  の成員について成立している。しかしこのことは、ここまでの議論と整合的ではない。なぜなら、結託  $G$  が  $(f(a, E^2))^N$  の下での効用水準とその資源配分を、したがって  $f(a, E^3)$  の下での効用水準とその資源配分をブロックするからである。ゆえに、 $p_{a, E^1} \cdot (f_i(a, E^2) - \omega_i^2) = 0$  がすべての  $i \in I^2$  で成立しておらねばならない。

さらに、我々は  $p_{a, E^1}$  の下で、経済  $E^1$  の資源配分  $f(a, E^1)$  が、すべての主体  $i \in I^1$  の予算制約を  $a \in \mu(E^1)$  であれば満たすことを示す。これを示すことによって、 $h(a, E^1) = p_{a, E^1}$  と定義することで、 $\mu(E^1)$  上で証明すべき図式の可換性がいえる。実際、 $a \in \mu(E^1)$  であれば、 $(C'_1)$  条件から、すべての  $i \in I^1$  について  $u_i^1(f_i(a, E^1)) \geq u_i^2(f_i(a, E^2))$  であり、 $f(a, E^2)$  は経済  $E^2$  におけるコア資源配分である。各  $i \in I^1$  の経済  $E^2$  における初期保有は、経済  $E^1$  におけるものと同じであり、また経済  $E^1$  において、各  $i \in I^1$  にとって実現可能な資源配分は、 $E^2$  においても実現可能であるから、 $I^1$  に属する主体の結託によっては、経済  $E^2$  において  $f(a, E^2)$  をブロックできないことは<sup>10</sup>、 $u_i^1(f_i(a, E^1)) = u_i^2(f_i(a, E^2))$  がすべての  $i \in I^1$  で成り立つことを意味する。ところが、この事実と、選好の狭義凸性は、 $(C'_1)$  の (5) 式を通じて  $f_i(a, E^1) = f_i(a, E^2)$  が

すべての  $i \in I^1$  について成り立つことを意味し、このことと、前段落の結論により、すべての  $i \in I^1$  で経済  $E^1$  における資源配分  $f(a, E^1)$  が予算制約を満たすことが分かる。

最後に、この  $p_{a, E^1}$  の取り方が、 $E^2$  の取り方に依存していないことを示す。これを示すことで、上述した  $h$  の一意性が示されることになる。 $E^{2'}$  を  $(C'_3)$  条件を満たし、 $E^2$  とは異なる経済、すなわち  $E^1 \hookrightarrow E^{2'}$ 、 $E^2 \neq E^{2'}$  および  $a \in \mu(E^{2'})$  とする。ここで、 $E^2$  と  $E^{2'}$  のメンバーすべてを含み、さらに  $(C'_3)$  条件を成立させるような経済  $E^{3'}$  で、 $a \in \mu(E^{3'})$  なるものを取る。このとき、一般性を失うことなく、 $E^{2'}$  にも  $E^{3'}$  にもコブ=ダグラス型効用関数表現を持つ主体がそれぞれ少なくとも一人含まれているようにしておくことができる。条件  $(C_2)$  から、 $f(a, E^{3'}) \in \text{Core}(E^{3'})$  であるので、この資源配分はパレート最適であり、コブ=ダグラス型の効用関数表現を持つ主体を含むことから、すべての主体について、その資源配分を支持するベクトルを一意に取ることができる。 $a \in \mu(E^1)$  であるので、 $(C'_1)$  条件から、前段落の議論を繰り返すことによって、 $\forall i \in I^1, u_i^1(f_i(a, E^1)) = u_i^{3'}(f_i(a, E^{3'}))$  かつ  $f_i(a, E^1) = f_i(a, E^{2'}) = f_i(a, E^{3'})$  がいえってしまうことになる。もちろんこのことは、 $p_{a, E^1}$  の選択が一意的であることを意味している。

**(普遍写像特性)** この特性は、数学における普遍写像に対する基礎的な定理を直接適用した結果に過ぎない。例えば Bourbaki (1966) を見よ。

#### 4. 結語としての注

我々は本稿において、経済の拡張、すなわち、いわゆる近代的啓蒙といったことを含む文化的なグローバル化と、市場メカニズムの関係を取り扱った。本稿と Sonnenschein (1974) の

<sup>10</sup>  $(C_2)$  条件を  $E^2$  に適用する。



取り扱った公理的特徴付けの相違は、まさしく、この経済の拡大の過程を、選好における誘因の問題と整合的に公理化したところにある。すなわち、経済の規模の拡大が、資源配分を通じて人々の効用に正の影響を与え得るということである。

本稿の定理は二つの重要な示唆を与えている。一つは価格メカニズムが持つ辞書的性格である。もう一つは、 $(C'_1)$ ,  $(C_2)$ ,  $(C'_3)$ を満たすメカニズムの本質的な一意性である。

最後に一点注意を述べておく。価格メカニズムはそのままでは  $(C'_1)$  条件を満たさない。言い換えると、通常の意味で価格メカニズムは上記普遍写像問題の解にはならず、この点は Sonnenschein (1974) の場合と異なっている。しかしながら、この問題は本定理の意義をそれほどに毀損するものではない。なぜならば、何を価格メカニズムの均衡と呼ぶべきかの簡単な読み替えによって、価格メカニズムが  $(C'_1)$  条件を満たすようにすることができるからである。実際、 $X_i$  が拡張する余地がまだ残っている主体の存在する経済における、通常の意味での価格均衡を均衡とは呼ばず、最終状態の主体のみからなる経済の価格均衡だけを、価格メカニズムの均衡と呼べば、価格メカニズムは  $(C'_1)$ ,  $(C_2)$ ,  $(C'_3)$  のすべてを満たすのである。

## References

- [1] Bourbaki, N., 1966. *Éléments de Mathématique Theorie des Ensembles*. Hermann, Paris.
- [2] Debreu, G., 1959. *Theory of Value*. John Wiley and Sons, New York.
- [3] Debreu, G., and H. Scarf, 1963. A Limit Theorem on the Core of an Economy. *International Economic Review* 4, 235-245.
- [4] Hurwicz, L., 1960. Optimality and Informational Efficiency in Resource Allocation Processes, in *Mathematical Methods in the Social Sciences*, (K. J. Arrow, S. K. and Suppes, P. ed), Stanford University Press, Stanford. Also in *Readings in Welfare Economics*, edited by K. J. Arrow and T. Scitovsky. Irwin, New York, 1969.
- [5] Jordan, J. S., 1982. The Competitive Allocation Process is Informationally Efficient Uniquely. *Journal of Economic Theory* 28, 1-18.
- [6] Mount, K. and S. Reiter, 1974. The informational Size of Message Spaces. *Journal of Economic Theory* 8, 161-192.
- [7] Nagahisa, R., 1994. A Necessary and Sufficient Condition for Walrasian Social Choice. *Journal of Economic Theory* 62, 186-208.
- [8] Osana, H., 1978. On the Informational Size of Message Spaces for Resource Allocation Processes. *Journal of Economic Theory* 17, 66-78.
- [9] Sonnenschein, H., 1974. An Axiomatic Characterization of the Price Mechanism. *Econometrica* 42, 425-433. It is also published by Ledyard, John O., ed., 1995. *The Economics of Informational Decentralization: Complexity, Efficiency, and Stability*. Kluwer Academic Publishers, Boston, 119-130.
- [10] Thomson, W., 1988. A Study of Choice Correspondences in Economies with a Variable Number of Agents. *Journal of Economic Theory* 46, 237-254.

## The Universality and Efficiency of Price Mechanism characterized by an Expansion Possibility for Economic Environments

Kohzo Shiraishi, Ken Urai and Hiromi Murakami

### Abstract

In this paper, we axiomatically characterize the universality and efficiency of price mechanism based on an expansion possibility of economic environments like trading opportunities, immigrants, agents' consumption sets based on the cultural globalization, and so on. Together with some general conditions for agents' utility levels, we base our argument on the framework of Sonnenschein (1974). In Sonnenschein (1974), the price mechanism is characterized in more specific way than that of Hurwicz (1960), Mount and Reiter (1974), etc. for the informational efficiency problem. His model, however, is suitable for our purpose in the sense that it simply and clearly describe the universality and efficiency of the price mechanism through the basic economic tool of the excess demand function, allowing for messages partially depending on the economies by its functional form of the representation, and enabling us to characterize it by cooperative game theoretic settings like the core equivalence. The method of Sonnenschein is also desirable in relating our arguments with the replica stability axiom of social choice settings like Thomson (1988) and Nagahisa (1994). This paper extends the model and results in Sonnenschein (1974) so that we can incorporate partially economy-dependent messages and figure out more general relationship between the price mechanism and normative criteria supporting its universality and efficiency.

JEL Classification: D50, D63, D71

Keywords: Price Mechanism, Axiomatic Characterization, Informational Efficiency, Universal Mapping Property, Cultural Globalization