【82】

| | |
|---|---|
| 氏　　　　　　名 | 土（つち）　田（だ）　忠（ただ）　義（よし） |
| 博士の専攻分野の名称 | 博　士（理　学） |
| 学　位　記　番　号 | 第　２３９３３　号 |
| 学 位 授 与 年 月 日 | 平 成 22 年 3 月 23 日 |
| 学 位 授 与 の 要 件 | 学位規則第４条第１項該当<br>情報科学研究科情報基礎数学専攻 |
| 学　位　論　文　名 | On quasiinvariants of Sn of hook shape<br>（対称群の準不変式の自由基底の構成について） |
| 論 文 審 査 委 員 | （主査）<br>教　授　伊達　悦朗<br>（副査）<br>教　授　日比　孝之　　准教授　山根　宏之　　准教授　三木　　敬 |

## 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は対称多項式(不変式)の一つの一般化である,対称群の準不変式環のある部分加群の自由基底の構成について述べたものである.準不変式とはコクセター群とコクセター群の共役類から非負整数への写像を与えることにより定義される.対称群はコクセター群とみなすことができ,この場合には非負整数を与えることで定義される.

非負整数mに対するn次対称群の準不変式の集合をQImと表すことにすると,QImは環をなし,対称多項式環を部分環として含むことが分かる.またEtingof-Ginzburgにより,QImの環としての構造が調べられており,さらにQImは対称多項式環上の自由加群で階数がn!となることが示された.

準不変式の概念は,1990年代にChalykh-Veselov-Feiginにより量子Calogero-Moser-Sutherland模型の研究過程で導入された.この量子模型は可積分であるが,結合定数が非負整数の場合にはその積分が増えることが知られている.準不変式はその増えた積分に対応しており,その具体形を求めることに興味がある.

準不変式の具体形でこれまで与えられたのは,Feigin-Veselovが研究した二面体群(対称群では3次対称群)の場合のみであった.最近Bandlow-Musikerによりn次対称群の準不変式環がヤング標準盤に応じて直和分解できることを示し,形が(n-1,1)のヤング標準盤に対応する部分加群の自由基底を構成した.本論文では,Bandlow-Musikerの考えた部分加群を含むより多くの部分加群に対して自由基底を構成できるかを考えた.

第一章から三章では基本的な記号や事実,上述の先行結果等をまとめた.

第四章では一般の鉤型と呼ばれる形をしたヤング標準盤に対応する部分加群の自由基底を構成した.

第五章ではCalogero-Moser-Sutherland模型のハミルトニアンの,本稿で定義した多項式への作用の公式を与えた.これはBandlow-Musikerの多項式における公式を拡張したものでもある.

第六章では(2,2)型の標準盤の自由基底を構成した.これにより,第四章の結果と併せて4次対称群の準不変式環の全ての自由基底を与えることができた.



## 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文では対称多項式(不変式)の一般化である準不変式環のある部分加群の自由基底の構成について述べられている.準不変式はコクセター群とコクセター群の共役類から非負整数への写像を与えることにより定義される.対称群はコクセター群とみなすことができこの場合には非負整数を指定することにより準不変式が定義される.

非負整数 m に対応する n 次対称群の準不変式とは複素数係数の n 変数多項式　f で任意の互換 (i,j)　に対して (i,j)f-f が (x_i-x_j)$^{2m+1}$　で割り切れるものをいう.これらの全体を QI$_m$ と表すことにすると,これらは　m　に関して減少列となっている.また対称多項式は $QI_m$ に含まれる.QI$_m$ の環としての構造も調べられており,階数が n! であることも知られている.

この準不変式の概念は量子 Calogero-Moser-Sutherland 模型の研究から1990年代に導入されたものである.この量子模型は積分可能であるがその結合定数が整数の場合にはその積分が増えることが知られている.準不変式はその増えた積分に対応しておりその具体形を求めることに興味がある.

これまで準不変式の具体形が与えられているのは二面体群の場合だけであったが,最近 Bandlow-Musiker により対称群の場合に準不変式環が Young　標準盤に応じて直和分解できることを示し,二行のフック型の場合にその直和成分の基底を与えた.

本論文で土田君は彼らの結果を一般のフック型の標準盤に拡張した.併せて,$(2,2)$ 型の標準盤の基底も構成し,４次の対称群の場合に準不変式の自由基底をすべて与えた.

よって、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。