

Title	Symmetric linear functions on the restricted quantum group $U_q(\mathfrak{sl}_2)$
Author(s)	有家, 雄介
Citation	
Issue Date	
Text Version	none
URL	http://hdl.handle.net/11094/57629
DOI	
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/repo/ouka/all/>

【80】

氏名	ありけゆうすけ 家雄介
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第 23931 号
学位授与年月日	平成22年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 情報科学研究科情報基礎数学専攻
学位論文名	Symmetric linear functions on the restricted quantum group $\bar{U}_q(\mathfrak{sl}_2)$ (制限量子群 $\bar{U}_q(\mathfrak{sl}_2)$ の対称線形関数)
論文審査委員	(主査) 教授 伊達 悦朗 (副査) 教授 日比 孝之 准教授 永友 清和

論文内容の要旨

近年、複素数 q が 1 の原始 $2p$ 乗根の場合の制限量子群 $\bar{U}_q(\mathfrak{sl}_2)$ とある頂点作用素代数 $W(p)$ との密接な関係が B. Feigin 学派により明らかにされた。彼らは、「頂点作用素代数 $W(p)$ の表現の圏と制限量子群 $U_q(\mathfrak{sl}_2)$ の有限次元表現の圏はテンソル

圏として同値である」という予想を提出している。なお、この予想はアーベル圏の場合に永友清和氏と土屋昭博氏の共同研究により正しいことが証明されている。以下、制限量子群 $\bar{U}_q(\mathfrak{sl}_2)$ を単に制限量子群という。

一方、ある種の有限性条件をみたす頂点作用素代数に付随する楕円曲線上共形場理論において一点関数の空間は数学のみならず物理学の観点からも非常に重要である。頂点作用素代数が有限性条件をみたし、かつ表現の圏が半単純である場合は一点関数の空間の次元は既約表現の同値類の個数に一致する。表現の圏が半単純でない場合にも宮本雅彦氏により一点関数の次元を与える公式が知られているが、具体的に計算することは容易ではない。しかしながら、次の予想が提出されている。「有限性条件をみたす頂点作用素代数の表現の圏とある有限次元代数の有限次元表現の圏が圏同値であれば、一点関数の空間とその代数上の対称線形関数の空間の間には自然な同型が存在する。」

本学位論文で考察する制限量子群に関連して現れる頂点作用素代数 $W(p)$ は有限性条件をみたすが、有理的でない頂点作用素代数の典型例である。本学位論文ではこの例に触発されて q が 1 の原始 $2p$ 乗根の場合の制限量子群上の対称線形関数の空間の基底を具体的に構成した。本学位論文では制限量子群上の対称線形関数の基底を構成するにあたり、制限量子群を全行列代数の直和の部分代数として実現した。対称線形関数の基底は、この実現におけるブロック行列のトレースとして得られる。制限量子群を行列として実現するために、まずカシミール元による制限量子群の広義固有空間分解を用いて両側イデアルへの分解をもとめる。次に制限量子群の単位元をたがいに直交する原始べき等元の和として表示する。この原始べき等元に制限量子群の生成元の多項式を左からかけることによって各両側イデアルの基底を得る。このようにして得られた両側イデアルの基底の直既約射影加群への作用を調べることにより、両側イデアルの全行列代数の直和の部分代数としての実現を得る。また、制限量子群上の右積分への balancing element の右作用は制限量子群上の対称線形関数を定義する。本学位論文では得られた制限量子群上の対称線形関数の空間の基底を用いてこの対称線形関数を表示した。以上が学位論文の要旨である。

論文審査の結果の要旨

本論文では、 p を素数とすると、 q が 1 の原始 $2p$ 乗根である場合の制限量子群 $\bar{U}_q(\mathfrak{sl}_2)$ 上の対称線形関数の空間の基底が構成されている。

この問題は B. Feigin 等による頂点作用素代数 $W(p)$ の表現の圏と制限量子群 $\bar{U}_q(\mathfrak{sl}_2)$ の有限次元評点の圏がテンソル圏として同値であるという予想、およびそれに関連する、有限性条件をみたす頂点作用素代数の表現の圏とある有限次元代数の有限次元表現の圏が圏同値であれば、その頂点作用素代数に付随する一点関数の空間とその代数上の対称線形関数の空間の間には自然な同型があるという予想に関連して現れたものである。

なお最初の予想における二つの対象がアーベル圏としては圏同値であることはすでに証明されている。いわゆる有理的な頂点作用素代数の表現についてはかなりのことがわかってきているが、今回対象となっている頂点作用素代数は有限性条件は満たすが有理的ではないものである。基底を構成できたことによりこれらの予想の証明

用素代数は有限性条件は満たすが有理的ではないものである。基底を構成できたことによりこれらの予想の証明の足がかりとなることが期待される。

基底を構成するにあたって、有家君は制限量子群を全行列代数の部分代数としての実現をあたえ、それに基づいてそこに現れるブロック行列のトレースを用いて基底を構成した。全行列代数の部分代数としての実現はカシミール元による制限量子群の広義固有空間分解を用いて量子群の両側イデアルへの分解、および対応する原始べき等元を具体的に求めることによりなされる。カシミール元の固有値はすでに求められていたが、それを用いてさらに具体的な分解の記述を与えることにより基底が求められた。

よって、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める