

Title	内球回転2球流れのテイラー・ゲルトラ渦流におけるかく乱の基本周波数と波動変調
Author(s)	土田, 陽一
Citation	大阪大学, 1988, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/58">https://hdl.handle.net/11094/58</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

内球回転2球流れのテイラー・  
ゲルト基本周波数と波動変調の乱

昭和63年

土田陽一

# 目 次

## 記号の説明

第1章 結 論	1
1.1 本研究の背景	1
1.2 回転2球流れおよび関連した流れについての従来の研究	2
1.3 本研究の目的および概要	8
第2章 すきま比が0.14 の場合の基本周波数とカオスの進行	11
2.1 結 言	11
2.2 実験装置および方法	13
2.2.1 流れの可視化およびレーザー散乱光測定	13
2.2.2 速度の測定	16
2.3 実験結果の概略	19
2.3.1 フローレジームの進化	19
2.3.2 平均速度分布および渦境界の天頂角分布	24
2.3.3 速度変動とパワースペクトルおよび自己相関係数	26
2.4 かく乱の基本周波数	39
2.4.1 基本周波数の確定	39
2.4.2 基本周波数の空間特性と進化	42
2.4.3 回転2円筒流れの基本周波数との相違	50
2.5 カオスの進行	53
2.5.1 かく乱の実効値	53
2.5.2 自己相関減衰量および雑然度	55
2.6 結 言	58
第3章 基本周波数とカオスの進行のすきま比による相違	60
3.1 結 言	60
3.2 実験装置および方法	62
3.3 すきま比が $\beta = 0.06$ の場合の実験結果の概略	64
3.3.1 速度変動と確率密度およびパワースペクトル	64
3.3.2 かく乱の基本周波数	68

3. 3. 3	平均速度分布	70
3. 4	基本周波数のすきま比による相違	73
3. 5	カオスの進行のすきま比による相違	78
3. 6	結 言	80
第4章	進行波動および変調波動	81
4. 1	結 言	81
4. 2	実験装置および方法	83
4. 3	進行波動の実験結果とモード解析	85
4. 4	変調波動の実験結果	91
4. 4. 1	変調波動の発生条件	91
4. 4. 2	変調波動の特性	94
4. 5	変調波動のモード解析	105
4. 6	結 言	115
第5章	結 論	117
	参考文献	122
	謝 辞	125

## 記号の説明

$a_j$	: 振幅変調を表す周期関数
$\bar{a}_j, \hat{a}_j$	: 定数
$A_j$	: 進行波動の振幅
$A_j(t, \varphi),$ $A_j(t, \varphi')$	: 実験室系および回転系における変調波動の振幅
$\bar{A}_j, \hat{A}_j$	: 振幅変調する振幅の平均値および変動幅
$\tilde{A}_j$	: 振幅変調の度合 [= $\hat{A}_j / \bar{A}_j$ ]
$C_{Dj}$	: 定数
$E$	: レーザ散乱光出力
$f$	: かく乱の周波数
$\Delta f$	: スペクトルの分解能 [= $2 f_N / N_d$ ]
$f_0, \hat{f}_0$	: 内球の無次元および有次元回転周波数 ( $f_0 = 1$ )
$f_1$	: 進行波動の基本周波数
$f_2, f_2'$	: 実験室系および回転系における変調周波数
$f_A, f_A'$	: 実験室系および回転系における振幅変調の周波数
$f_F, f_F'$	: 実験室系および回転系における周波数変調の周波数
$f_H, f_S, f_W$	: せん断波動, スパイラル T. G. 渦, 進行波動を表す基本周波数
$f_N$	: ナイキスト周波数
$i_{12}$	: [= $f_1 / f_2$ ]
$i_{1D}$	: [= $f_1 / f_D = i_{12} f_2 / f_D$ ]
$i_{D2}$	: 整数 [= $(i_{D2}' f_2' + k_D f_1 / m) / f_2$ ]
$i_{D2}'$	: 整数 [= $f_D' / f_2'$ ]
$i_{DD}$	: 整数 [= $(i_{D2}' f_2' k_D f_1 / m) / f_D = i_{D2} f_2 / f_D$ ]
$j$	: 渦境界の内, 外球上の吹出点 [= $i_2, i_0, i_{2s}, a_1, a_{1s}$ ] ならびに吸込点 [= $i_1, i_{1s}, a_2, a_0, a_{2s}$ ]
$k$	: 振幅変調と周波数変調が重なった変調の変調パターンを表す整数パラメータ
$k_A, k_F$	: 振幅変調および周波数変調の変調パターンを表す整数パラメータ

$m$	: 環状 T. G. 渦 ( $\beta < 0.4$ の場合) またはエクマン境界層流れ ( $\beta > 0.4$ の場合) に生じる進行波動の波数 (回転 2 円筒流れの場合はテイラー渦に生じる進行波動の波数)
$m_s$	: 南北のスパイラル T. G. 渦の境界に生じる進行波動の波数
$N$	: 両半球に発生する環状 T. G. 渦のセル数 (回転 2 円筒流れの場合はテイラー渦のセル数)
$N_d$	: スペクトル解析されるデータの点数
$p(\tilde{v}_{\phi c})$	: すきま中央の方位角方向変動速度の確率密度
$P(f)$	: 速度パワースペクトル
$P_L(f)$	: レーザ散乱光出力のパワースペクトル
$r$	: 半径座標
$R(\tau)$	: 自己相関係数
$R^*$	: レイノルズ数比 [ $= R_o / R_{oc}$ ]
$\dot{R}^*$	: $R^*$ の加速率 [ $= dR^* / dT$ ]
$\Delta R(f)$	: 自己相関係数の減衰量 [ $= 1 - R(1/f)$ ]
$R_1, R_2$	: 内球および外球半径
$R^*_c$	: 臨界レイノルズ数比 [ $= 1$ ]
$R^*_{c_{yi}}$	: 回転 2 円筒流れの場合の遷移レイノルズ数比 ( $i = 1 \sim 5$ )
$R_o$	: レイノルズ数 [ $= 2\pi \hat{r}_o R_1^2 / \nu$ ]
$R_{oc}$	: 臨界レイノルズ数
$R^*_i$	: 遷移レイノルズ数比 ( $i = 1 \sim 9, 1a, 1b, 2a, 2b, 2c, 5a, 5b$ )
$R^*_{max}$	: 実験を行った最大のレイノルズ数比
$R^*_s$	: 加速実験における加速後の一定のレイノルズ数比
$S_H$	: 各半球に発生するせん断波動の波数
$S_P$	: 北半球または南半球に発生するスパイラル T. G. 渦のセル対 (およびら旋開始点) の数 [ $=$ 「北半球に発生する数」, あるいは 「北半球に発生する数」 + 「南半球に発生する数」]
$t$	: 時間 (内球回転周期, $1 / \hat{r}_o$ , による無次元量)
$\hat{t}_o$	: 特性時間 (有次元) [ $= R_1 (R_2 - R_1) / \nu$ ]
$t_{Fj}, \bar{t}_{Fj}, \hat{t}_{Fj}$	: 周波数 (波長) 変調する時間軸上の波長, およびその平均値と変動幅
$\bar{t}_{Fj}$	: 周波数変調の度合 [ $= \hat{t}_{Fj} / \bar{t}_{Fj}$ ]

- $\Delta t_{Aj}, \Delta t_{Fj}$  : 振幅変調および周波数変調する変調波動における時間軸上の基準時間との位相差  
 $\Delta t_j$  : 進行波動における時間軸上の基準時間との位相差  
 $T$  : 加速実験における時間 (特性時間  $\tau_0$  による無次元量)  
 $T_h$  : 加速実験における加速後の時間 [=  $T - T_s$ ]  
 $T_s$  : 加速実験における加速に要する時間  
 $v_\varphi$  : 方位角方向速度成分 [=  $\bar{v}_\varphi$  (平均速度) +  $\tilde{v}_\varphi$  (変動速度)]  
 $\hat{v}_\varphi$  : 方位角方向変動速度の実効値 [=  $(\overline{\tilde{v}_\varphi^2})^{0.5}$ ]  
 $v_{\varphi c}$  : すきま中央 ( $\eta = 0.5$ ) の方位角方向速度成分 [=  $\bar{v}_\varphi$  (平均速度) +  $\tilde{v}_{\varphi 0}$  (変動速度)]  
 $\hat{v}_{\varphi c}$  : すきま中央 ( $\eta = 0.5$ ) の方位角方向変動速度の実効値  
 $w$  : 周波数変調を表す周期関数  
 $\bar{w}_j, \hat{w}_j$  : 定数  
 $W(\varphi')$  : 進行波動の波動パターンを表す関数  
 $W(t, \varphi), W(t, \varphi')$  : 実験室系および回転系における変調波動の波動パターンを表す関数  
 $z$  : 雑然度 [= ランダム変動エネルギー / 全変動エネルギー]  
 $Z$  : 整数の集合  
 $\beta$  : すきま比 [=  $[(R_2 - R_1) / R_1]$   
 $\Gamma$  : 回転 2 円筒流れの場合のアスペクト比 [= 円筒高さ / すきま幅]  
 $\Gamma_{max}$  : 実験を行った最大のアスペクト比  
 $\eta$  : 内球表面から外向きに測ったすきま座標 [=  $(r - R_1) / (R_2 - R_1)$ ]  
 $\theta$  : 天頂角 (余緯度) 座標 ( $\theta = 0^\circ$  は北極,  $90^\circ$  は赤道,  $180^\circ$  は南極)  
 $\theta_j(t, \varphi)$  : 進行波動または変調波動の実験室系における渦境界の吹出, 吸込点  $j$  の天頂角およびその変動値 ( $\bar{\theta}_j(t, \varphi) = \bar{\theta}_j - \theta_j(t, \varphi)$ )  
 $\theta_j(t, \varphi')$  : 変調波動の回転系における渦境界の吹出, 吸込点  $j$  の天頂角  $\bar{\theta}_j(t, \varphi')$  およびその変動値 ( $\bar{\theta}_j(t, \varphi') = \bar{\theta}_j - \theta_j(t, \varphi')$ )

- $\bar{\theta}_j$  : 進行波動または変調波動の渦境界の吹出, 吸込点  $j$  の天頂角の平均値  
 $\theta_j(\varphi')$ ,  $\bar{\theta}_j(\varphi')$  : 進行波動の回転系における渦境界の吹出, 吸込点  $j$  の天頂角およびその変動値 ( $\bar{\theta}_j(\varphi') = \bar{\theta}_j - \theta_j(\varphi')$ )  
 $\Theta_R$  : スパイラル T. G. 渦の極方向への到達天頂角  
 $\nu$  : 動粘度  
 $\nu_H, \nu_T$  :  $\beta = 0.177$  の場合のせん断波動および環状 T. G. 渦内のかく乱を表す基本周波数  
 $\nu_U (\nu_3 \sim \nu_5, \nu_D)$  :  $\beta = 1.006$  の場合のかく乱の基本周波数  
 $\nu_w (\nu_0 \sim \nu_2)$  :  $\beta = 1.006$  の場合の進行波動を表す基本周波数  
 $\tau$  : タイム・ラグ  
 $\varphi, \varphi'$  : 実験室系および回転系における基準方位角座標 ( $\varphi' = \varphi - 2\pi f_1 t/m$ )  
 $\varphi_j, \varphi_j'$  : 実験室系および回転系において各  $j$  に対して定義された方位角座標  
 $\Delta\varphi_j, \Delta\varphi_j'$  : 実験室系および回転系において基準方位角座標と各  $j$  に対して定義された方位角座標の位相差 ( $\Delta\varphi_j = \varphi - \varphi_j = -2\pi f_1 \Delta t_j$ ,  $\Delta\varphi_j' = \varphi' - \varphi_j'$ ,  $\Delta\varphi_j = \Delta\varphi_j'$ )  
 $\varphi_\lambda$  : 進行波動の空間的な波長 [ $= 2\pi/m$ ]  
 $\Delta\phi$  : 隣合う波の, 振幅変調と周波数変調が重なった変調間の位相差  
 $\phi_A(\varphi')$ ,  $\phi_F(\varphi')$  : 振幅変調および周波数変調の位相角 ( $\phi_D(\varphi') = \chi_D(\varphi') + k_D \varphi'$ )  
 $\Delta\phi_A, \Delta\phi_F$  : 隣合う波の振幅変調間および周波数変調間の位相差  
 $\chi_D$  : 周期が  $2\pi/m$  の周期関数または定数  
 $\omega_B, \omega_{MW}, \omega_w$  : 回転 2 円筒流れの場合の弱い乱流, 変調波動および進行波動を表す基本周波数



## 添字

- A, F : 振幅変調および周波数変調に関する量  
C : すきま中央 ( $\eta = 0.5$ ) における量  
D : 添字の A および F の代わりに用いた便宜上の添字  
j : 渦境界の吹出, 吸込点 j に関する量  
 $\phi$  : 方位角方向成分  
( )' : 回転系における量

## スケール

- 周波数 : 内球回転周波数  $\hat{f}_0$  を単位とする  
時間 : 加速実験における時間  $T$ ,  $T_h$ ,  $T_s$  は特性時間  $\hat{t}_0$  を単位とするが, それ以外の時間は内球回転周期,  $1 / \hat{f}_0$ , を単位とする  
速度 : 赤道位置の内球回転周速,  $2\pi R_1 \hat{f}_0$ , を単位とする

## フローレジーム

- I B : 層流基本流 (層流 + 二次流れ)
- II T : 環状渦流 (層流 + 環状 T. G. 渦 + 二次流れ)
- II T S : 環状・スパイラル渦流 (層流 + 環状およびスパイラル T. G. 渦 + 二次流れ)
- II MW T : 変調波動渦流 (層流 + 変調波動環状 T. G. 渦 + 二次流れ)
- III T : 環状渦流 (層流 + 環状 T. G. 渦 + 二次流れ)
- III T S : 環状・スパイラル渦流 (層流 + 環状およびスパイラル T. G. 渦 + 二次流れ)
- III W S : 波動スパイラル渦流 (層流 + 波動スパイラル T. G. 渦 + 二次流れ)
- III W T : 進行波動渦流 (層流 + 波動環状 T. G. 渦 + 二次流れ)
- III W T S : 波動環状・スパイラル渦流 (層流 + 波動環状およびスパイラル T. G. 渦 + 二次流れ)
- IV S : 乱流スパイラル渦流 (乱流 + スパイラル T. G. 渦 + 二次流れ)
- IV T : 乱流渦流 (乱流 + 環状 T. G. 渦 + 二次流れ)
- IV W T S<sub>h</sub> : せん断波動を持つ乱流波動渦流 (乱流 + 波動環状 T. G. 渦 + せん断波動を持つ二次流れ)

## フローレジームの記号

- I, II : 層流領域
- III : 遷移領域
- IV : 乱流領域
- B : 基本流
- MW : 渦が変調波動状態
- S (S<sub>N</sub>) : スパイラル T. G. 渦 (北半球にのみスパイラル T. G. 渦)
- S<sub>h</sub> : せん断波動
- T : 環状 T. G. 渦
- W : 渦が波動状態

# 第 1 章 緒 論

## 1. 1 本研究の背景

回転 2 球流れは同心同軸状態で回転する大、小 2 個の球（外球と内球）のすきまに生じるクエット流れ（球クエット流れ）である。回転 2 球流れの研究は大気や海洋の循環流などの地球物理学上の問題<sup>(1)</sup>、ジャイロスコープ、球面軸受、流体機械などの機械工学上の問題<sup>(2)~(9)</sup>、乱流遷移、カオスの発生といった流体力学上の問題<sup>(10)~(26)</sup>などに関連して行なわれてきた。本研究は内球が回転し、外球が静止している場合の回転 2 球流れを対象として、現在特に注目されている乱流遷移およびカオスの発生について考察したものである。

乱流遷移には周知のように、突発形遷移（急激な遷移）およびスペクトル進化形遷移（緩慢な遷移）のふたつの形がある<sup>(50)</sup>。突発形遷移を示す流れの特徴は、微小かく乱に対して安定であるが、十分に高いレイノルズ数では乱流になり、中間の超臨界レイノルズ数では層流領域と乱流領域が薄い界面を隔てて隣り合い、界面で激変的な変化が起こることである。突発形遷移は、外円筒回転・内円筒静止の同心 2 円筒間すきま内流れ（円筒クエット流れ）<sup>(30)</sup>や円管を通る軸対称ポアズイユ流れなどに見られる。

もう一方のスペクトル進化形遷移を示す流れの特徴は、変曲点を持つ速度分布または重力や遠心力の作用のために、微小かく乱に対して不安定を生じるのであるが、微小かく乱の出現の後にはスペクトル進化が起こり、何段階かのより複雑な流れへの遷移を経て、乱流に遷移することである。スペクトル進化形遷移は、固体境界のない自由せん断流やベナール対流<sup>(31)</sup>、内円筒回転・外円筒静止の同心 2 円筒間すきま内流れおよび本研究対象である内球回転・外球静止の同心 2 球間すきま内流れなどに見られる。

他方カオスの発生については、L a n d a u の描像<sup>(33)</sup>および R u e l l e - T a k e n s <sup>(34)</sup>のシナリオに基づくふたつの考えが知られている。前者は古典的な理論で、かく乱の基本周波数が無数に出現してカオスが発生すると考えるが、後者は最近提案された理論で、2、3 個のかく乱の基本周波数が出現しただけでカオスが発生すると考える。現在カオスの発生について活発に研究が行なわれているが、L a n d a u の描像は R u e l l e - T a k e n s のシナリオに置き換えられつつある。

内球回転 2 球および内円筒回転 2 円筒システムは、ともに比較的単純な幾何学

的形狀を持った、コンパクトな閉じた系であり、これらの流れはスペクトル進化形乱流遷移を示す典型例として、また Ruelle-Takens のカオス発生シナリオ<sup>(34)</sup>との関連において、最近特に注目を集めている。

## 1. 2 回転2球流れおよび関連した流れについての従来の研究

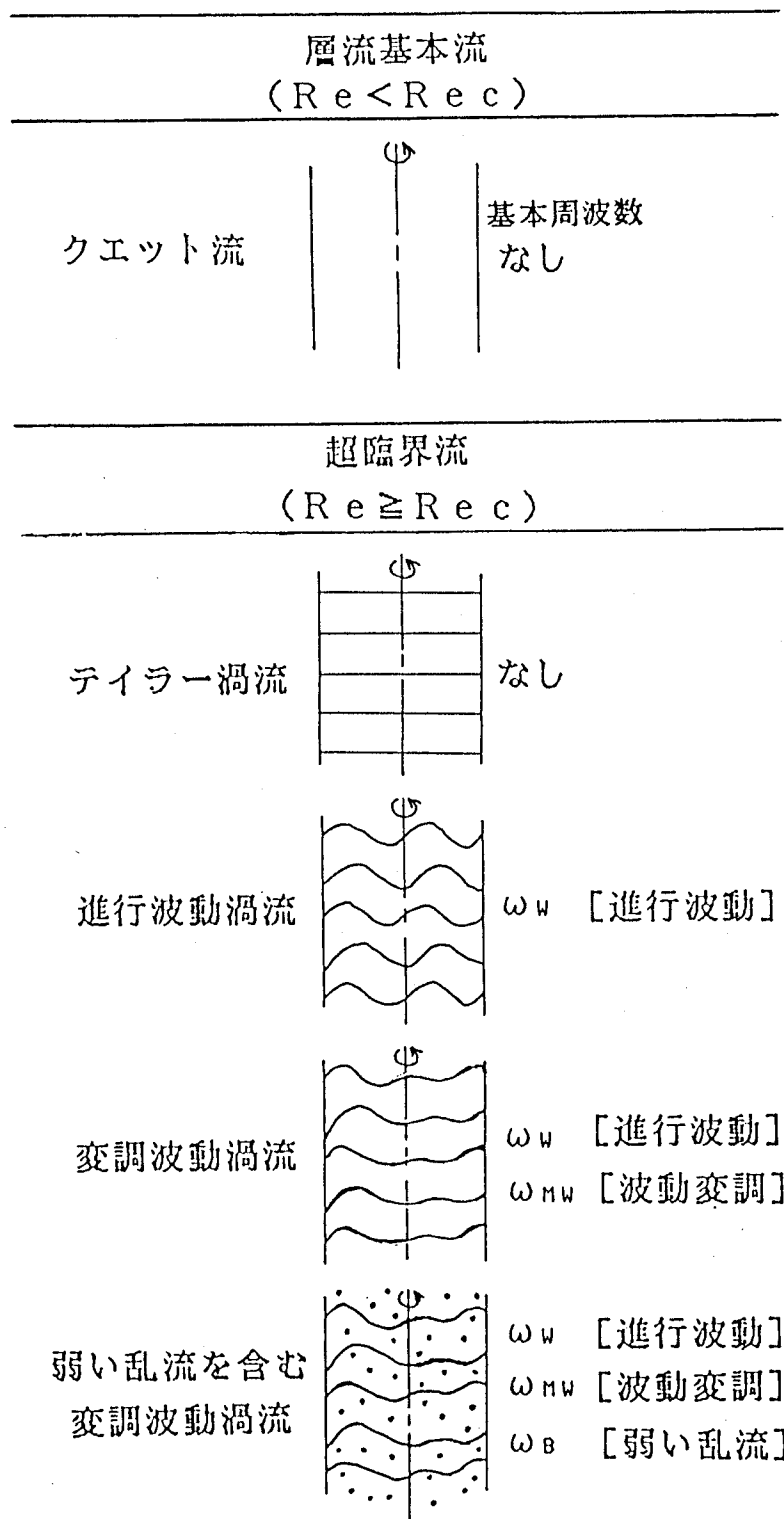
内球回転2球流れおよび内円筒回転2円筒流れは、前述したように遠心力作用によって引き起こされる外力形不安定現象を示し、その遷移過程は緩慢に進行するスペクトル進化形となる。このような流れでは速度のかく乱成分がレイノルズ数の増大とともに、線形かく乱から非線形かく乱、偶然的要素を持ったかく乱、カオスのかく乱へとじょじょに変化する<sup>(32)</sup>。それにつれて速度変動のパワースペクトルは、線スペクトル、帯状スペクトル、連続スペクトルへとじょじょに段階的に移行する<sup>(27)(35)(36)</sup>。また、流れの履歴や回転上昇率の相違により、流れ状態の非一意性が顕著に表れる特徴がある<sup>(12)(30)</sup>。

スペクトル進化形遷移過程におけるかく乱の基本周波数とカオスの発生については、内球回転2球流れより内円筒回転2円筒流れの場合に詳細に解明されている<sup>(27)(28)(35)(36)</sup>ので、最初にこれについて述べよう。

表1-1は、内円筒回転2円筒流れの層流乱流遷移過程<sup>(27)(28)</sup>を示す。レイノルズ数 $R$ がその臨界値 $R_c$ より小さい場合の流れである層流基本流のクエット流（回転軸まわりの円運動）は、臨界レイノルズ数 $R_c$ において不安定（テイラー不安定）となり、表に示すようにテイラー渦が回転軸（表の上下）方向に一定波長で積み重なって、すきま全体に同時に発生する（テイラー渦流）。ここでテイラー渦流は定常状態にあり速度変動がないので、かく乱の基本周波数は存在しない。これよりレイノルズ数が増大すれば、テイラー渦に進行波動が生じる（進行波動渦流）。進行波動はテイラー渦境界の回転軸方向の振動に対応し、方位角（回転）方向に進行する波動である。進行波動は実験室系（静止系）にとつた観察点をつぎつぎと通過するが、この通過周波数 $\omega_w$ が進行波動の基本周波数である。

さらにレイノルズ数が増大すれば、進行波動の振幅および波長（周波数）が周期的に変動する波動変調が現れる（変調波動渦流）。波動変調の基本周波数は振幅および周波数の変調周波数 $\omega_{nw}$ である。これよりさらにレイノルズ数が増大すれば、変調波動渦流に弱い乱流が現れる。弱い乱流は、速度パワースペクトルにおいて $\omega_B$ を中心周波数とするブロード・コンポーネントとして検出される。レイノルズ数がさらに増大すれば、まず波動変調（ $\omega_{nw}$ ）、続いて進行波動（ $\omega_w$ ）が

表 1-1 内円筒回転2円筒流れのスペクトル進化形乱流遷移<sup>(27)(28)</sup> ( $\omega_w$ 、 $\omega_{mw}$ はそれぞれ進行波動、波動変調を表わす基本周波数； $\omega_B$ は弱い乱流を表わすブロード・コンポーネントの中心周波数；レイノルズ数は表の上から下に向かって増大する；実線は渦境界、点々は弱い乱流を示す)



消滅し、 $\omega_B$ のみからなる弱い乱流渦流へと遷移する。

以上のように回転2円筒流れの層流乱流遷移は、波動の変化によってじょじょに複雑な流れへ、そして乱流へと緩慢に進行する遷移となる。一方カオスの発生については、2個のかく乱の基本周波数( $\omega_w$ と $\omega_{mw}$ )が出現しただけで、カオスと見なせるブロード・コンポーネント( $\omega_B$ )が発生し、L a n d a u<sup>(33)</sup>の描像ではなく、R u e l l e - T a k e n s<sup>(34)</sup>のシナリオに従う結果となっている。

つぎに本研究対象である内球回転2球流れの層流乱流遷移過程(表1-2)について述べよう。この場合の層流基本流( $R_0 < R_{0c}$ )は回転軸まわりの主流に加えて、遠心力作用のため内球に沿って極(回転軸のところ)から赤道へ向い、外球に沿って赤道から極へもどる二次流れの構造を持つ。二次流れは回転2球システムの幾何学的特性から生じるもので、この流れの存在が前述の回転2円筒流れとの著しい相違である。この二次流れは、回転2円板流れ(回転する2平行円板間すきま内流れ)に見られるエクマン境界層流れに類似した境界層流れを示す。ここで層流基本流はすきま比(内球半径に対する2球間すきま幅の比) $\beta$ にかかわらず、上述の流れ構造を持つ(ただし $\beta$ が非常に大きい場合は除く)。

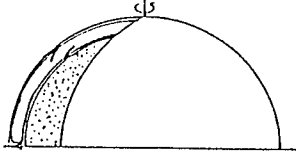
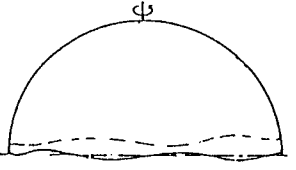
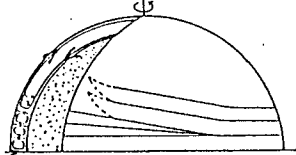
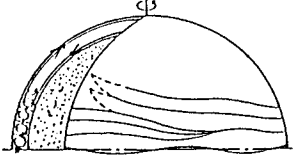
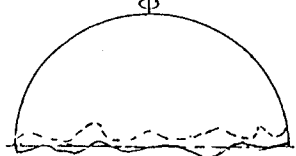
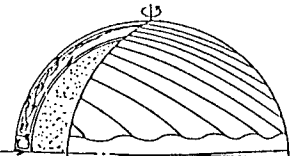
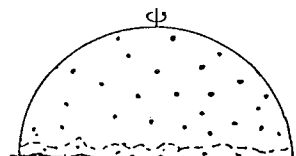
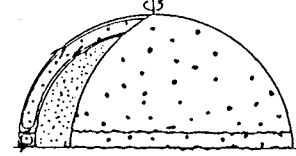

一方臨界レイノルズ数以上の超臨界流( $R_0 \geq R_{0c}$ )は、 $\beta$ によって著しく相違した流れ構造を持つ<sup>(11)(13)(18)</sup>が、ここでは回転2円筒流れの場合のようなテイラー不安定が生じるか、生じないかによって大きくふたつ( $\beta < 0.4$  と  $\beta > 0.4$ )の場合に分け、以下にそれぞれについて述べよう。

$\beta > 0.4$ の大きなすきま比の場合<sup>(15)</sup>は、臨界レイノルズ数においてテイラー不安定が起こらないので、テイラー渦のような環状渦は発生しない。その代わりに方位角方向に進行する波動かく乱が、エクマン境界層流れ(二次流れ)の赤道付近に発生する(進行波動流)。この流れの基本周波数は、進行波動の通過周波数 $\nu_w$ である。これよりレイノルズ数が増大すれば、複雑な波動流へ遷移する。この流れの基本周波数は、 $\nu_w$ (進行波動)と $\nu_u$ であるが、 $\nu_u$ の物理的性格は報告されていない。さらにレイノルズ数が増大すれば、乱流を伴う複雑な波動流へ遷移する。

以上のように $\beta > 0.4$ の場合の回転2球流れの層流乱流遷移は、前述の回転2円筒流れの場合と同様、波動の変化によってじょじょに複雑な流れへ、そして乱流を伴う流れへと緩慢に進行する遷移となる。カオスについてはその発生と進行が調べられ、この場合も回転2円筒流れと同様R u e l l e - T a k e n s<sup>(34)</sup>のシナリオに従うと報告されている<sup>(15)</sup>。

一方 $\beta < 0.4$ の小さなすきま比の場合は、臨界レイノルズ数 $R_{0c}$ においてテイラー不安定が起こり、テイラー渦に類似した環状渦が表1-2に示すように赤道

表 1-2 内球回転2球流れのスペクトル進化形乱流遷移<sup>(15)(18)(20)</sup> ( $\nu_w$ は進行波動を表わす基本周波数;  $\nu_u$ は物理的性格が不明な基本周波数; レイノルズ数は上から下に向かって増大する; 実線は渦境界、点々は乱流、破線は進行波動を示す; すきま比  $\beta = 2$  球間すきま幅/内球半径)

層流基本流 ( $Re < Rec$ )		
基本周波数なし		
		
超臨界流 ( $Re \geq Rec$ )		
T. G. 渦流形 ( $\beta < 0.4$ )	エクマン境界層形 ( $\beta > 0.4$ )	
環状 T. G. 渦流 なし		進行波動流 $\nu_w$ [進行波動]
環状・スパイラル T. G. 渦流 ?		複雑な波動流 $\nu_w$ [進行波動]
進行波動を持つ T. G. 渦流 ?		 $\nu_u$ [?]
せん断波動を持つ T. G. 渦流 ?		 乱流を含む 複雑な波動流 $\nu_w$ [進行波動]
乱流 T. G. 渦流 ?		 $\nu_u$ [?]

部に発生する。なお、極付近には前述のエクマン境界層流れ（二次流れ）が存在する。回転2球流れでは、この環状渦を環状テイラー・ゲルトラ渦と呼んでいる<sup>(12)</sup>。ここでテイラー・ゲルトラ（T. G.）渦は、主流の曲がりによる遠心力作用のために、いわゆる外力形不安定現象として生じる縦渦の総称である。このような環状T. G. 渦流は、回転2円筒流れのテイラー渦流と同様定常状態にあるので、基本周波数は存在しない。

これよりレイノルズ数を増大させたときの乱流遷移は、すきま比 $\beta$ によって著しく相違する<sup>(18)</sup>が、例えば表1-2に示すように、内球の回転軸まわりに回転するスパイラル状の渦が環状T. G. 渦の極側に発生する。この渦は、環状T. G. 渦がエクマン境界層流れ（二次流れ）によってスパイラル化したものと考えられ、スパイラルT. G. 渦と呼ばれている<sup>(18)</sup>。これよりレイノルズ数をさらに増大させれば、環状T. G. 渦やスパイラルT. G. 渦には進行波動が、またエクマン境界層流れ（二次流れ）内にはせん断波動<sup>(20)</sup>が生じ、ついには乱流へと遷移する。ここで進行波動は表1-2に示すように、環状T. G. 渦およびスパイラルT. G. 渦の渦境界の天頂角（余緯度）方向の振動に対応し、それぞれ方位角（回転）方向およびスパイラルT. G. 渦の渦軸方向に進行する波動である。またせん断波動は、極から赤道に螺旋状に走る、エクマン境界層流れ内の渦で、内球の回転軸まわりに回転する<sup>(20)</sup>。なお「せん断波動（shear waves）」という言葉は、これを発見したBuehlerとZierp<sup>(20)</sup>が用いたもので、まだ一般化していないようである。以上の乱流遷移においてはすきま比によって、環状T. G. 渦からスパイラルT. G. 渦への渦変形が生じる場合、あるいはこれとは逆の渦変形が生じる場合、またはこのような渦変形が現れないまま乱流へと遷移する場合などがある。さらにすきま比によっては、スパイラルT. G. 渦や進行波動、せん断波動が生じない場合もある。

以上の $\beta < 0.4$  の場合の回転2球流れの層流乱流遷移を前述の回転2円筒流れの場合と比較すれば、回転2球流れの方が回転2円筒流れよりもいっそう複雑な遷移過程を示すことは明かである。これは、回転2球流れの赤道付近に発生するT. G. 渦が、極付近に存在するエクマン境界層流れを示す二次流れの影響を強く受けるからである。回転2円筒流れの場合でもアスペクト比（2円筒間すきま幅に対する円筒高さの比）が小さくなれば、テイラー渦は円筒端に生じる二次流れの影響を受けるようになるが、この場合でも回転2球流れの場合ほど複雑な変遷過程を示さない<sup>(29)</sup>。

上述のように $\beta < 0.4$  の場合の回転2球流れの層流乱流遷移では、流れ構造がかなり解明され、渦構造や波動の変化によってじょじょに複雑な流れへ、そして



乱流へと遷移することが明らかにされている。しかしそのスペクトル進化過程におけるかく乱の基本周波数およびカオスの発生と進行は未解明である。また、回転2球流れでは前述したようにすきま比の相違の影響が回転2円筒流れに比して顕著に現れるので、かく乱の基本周波数とカオスの進行もすきま比によって著しく相違するものと考えられるが、これについてもまったく考察されていない。

上述したように、テイラー不安定が生じる $\beta < 0.4$ の場合の回転2球流れはT. G. 渦およびエクマン境界層流れ（二次流れ）からなり、テイラー不安定が生じない $\beta > 0.4$ の場合はエクマン境界層流れだけからなるので、以下の本論文では前者をT. G. 渦流形、後者をエクマン境界層形の回転2球流れと呼ぶことにする。

これまで述べた層流乱流遷移は、内球の回転数を零からゆるやかに、いわゆる準静的に上昇させた場合に得られるもので、この場合には流れ状態はレイノルズ数だけで一意的に決まる。しかし、前述のように流れの履歴や回転上昇率を変えれば、同一のレイノルズ数に対して相違した流れ状態を得ることが可能となる（流れの非一意性）<sup>(12)</sup>。このような流れの非一意性は、回転2円筒流れの場合にも報告されている<sup>(30)</sup>。

前述した回転2円筒流れの進行波動渦流および変調波動渦流（表1-1）は、遠心力形不安定現象において弱い乱流に先立つ *pre-turbulent flow* として近年注目され、活発に研究されている<sup>(27)(28)</sup>。しかし同種不安定現象を示す回転2球流れについては、進行波動と波動変調についての知見が十分でない。T. G. 渦流形の場合レイノルズ数を零から準静的に上昇させれば、前述したようにスパイラルT. G. 渦が発生するので、回転2円筒流れに見られるような進行波動渦流や変調波動渦流は得られない。しかし上述のような流れの非一意性を利用すれば、進行波動渦流や変調波動渦流が得られる可能性がある。

回転2円筒流れでは進行波動渦流についてテイラー渦のセル数、進行波動の波数と回転周波数（位相速度に対応）<sup>(30)</sup>が、また変調波動渦流についてはさらに変調パターンや変調周波数<sup>(28)</sup>が詳細に調べられている。しかし回転2球流れでは進行波動渦流について、環状T. G. 渦のセル数が明らかにされているのみ<sup>(12)(15)</sup>で、進行波動の波数と回転周波数は報告されていない。また変調波動渦流については、まったく報告がない。

### 1. 3 本研究の目的および概要

前述したように内球回転2球流れは内円筒回転2円筒流れと同様遠心力形不安定現象を示し、その遷移過程は段階的に緩慢に進行するスペクトル進化形となる。回転2円筒流れの場合はスペクトル進化過程におけるかく乱の基本周波数、カオスの発生と進行、pre-turbulent flowとしての進行波動渦流と変調波動渦流の特性などについて、流体力学的な興味から活発に研究が行なわれている<sup>(27)(28)</sup>。しかし回転2球流れの場合はこれらに関する研究が少なく、エクマン境界層形 ( $\beta = 1.006$  の場合) のスペクトル進化過程におけるかく乱の基本周波数とカオスの進行が考察されているのみである。

そこで本研究では、回転2球流れについて

- (1) T. G. 渦流形の場合のスペクトル進化過程におけるかく乱の基本周波数とカオスの進行
- (2) かく乱の基本周波数とカオスの進行のすきま比による相違
- (3) 流れの非一意性を利用して得た進行波動渦流と変調波動渦流の特性
- (4) 上記(1)～(3)に関しての、回転2円筒流れの場合との相違

を解明することを目的とする。ここで(2)を研究目的とする理由は、前述したように回転2球流れが回転2円筒流れに比してすきま比 $\beta$ による流れ構造の相違が著しいので、かく乱の基本周波数とカオスの進行も同様に $\beta$ によって著しい相違を示すと予想され、これを明らかにすることは重要と考えられるからである。また(4)については、この相違を明らかにすることにより、回転2円筒流れのテイラー渦流に類似した、赤道付近のT. G. 渦流に生じるかく乱とカオスに及ぼす、回転2球流れに特有な極付近のエクマン境界層流れ(二次流れ)の影響について考察できるからである。

上述の研究目的を達成するため、以下のように考察を進める。

まず $\beta = 0.14$  の場合のT. G. 渦流形のスペクトル進化過程について実験的に考察し、かく乱の基本周波数とカオスの進行を明かにする。そして回転2円筒流れ( $\beta \approx 0.14$ )の場合との相違を明らかにすることにより、回転2円筒流れのテイラー渦流に類似した、赤道付近のT. G. 渦流に生じるかく乱の基本周波数とカオスの進行に及ぼす極付近のエクマン境界層流れ(二次流れ)の影響について考察する(第2章)。つぎに $\beta = 0.06$  の場合のT. G. 渦流形について上述の $\beta = 0.14$  の場合と同様に考察し、この場合のかく乱の基本周波数とカオスの進行を明かにする。ここで2種のすきま比のT. G. 渦流形について考察する理由は、T. G. 渦流形内でもすきま比が違えばそれらの渦構造が著しく相違する<sup>(18)</sup>か

らである。そして  $\beta = 0.06$  および  $0.14$  (T. G. 渦流形)、ならびに  $\beta = 1.006$  (エクマン境界層形)<sup>(15)</sup> の3種のすきま比の場合を比較することより、かく乱の基本周波数とカオスの進行がすきま比によってどのように相違するかを明らかにする(第3章)。以上はT. G. 渦流形においてレイノルズ数を零から準静的に上昇させた場合についての考察であるが、この場合にはスパイラルT. G. 渦が発生するため、回転2円筒流れに見られるような進行波動渦流や変調波動渦流は得ることができない。そこで  $\beta = 0.138$  のT. G. 渦流形の場合について、内球回転数の上昇率を上げる(流れの非一意性を利用する)ことにより、十分に解明されていない進行波動渦流およびまったく報告のない変調波動渦流を得、これらの特性を実験的に明らかにする。そして  $\beta \approx 0.138$  の回転2円筒流れの場合との相違を明らかにすることにより、テイラー渦流に類似した、赤道付近のT. G. 渦流に生じる進行波動と変調波動に及ぼす極付近のエクマン境界層流れの影響について考察する(第4章)。

つぎに本研究の概要を章別にのべる。

第2章ではT. G. 渦流形となる  $\beta = 0.14$  の場合の準静的なスペクトル進化過程に生じるかく乱の基本周波数とカオスの進行について、実験的に考察する。実験には2種の実験装置を用いるが、一方の装置では流れの可視化およびレーザ散乱光測定によりかく乱の基本周波数を識別するとともに、フローレジーム (flow regime)、フローステート (flow state)、遷移レイノルズ数、T. G. 渦境界の天頂角(余緯度)分布などを明らかにする。ここでフローレジームは、渦の種類(環状T. G. 渦かスパイラルT. G. 渦かせん断波動か)や渦の状態(渦に進行波動や変調波動が生じているか)などによって分類される流れのモードを示し、またフローステートは渦の数や波動の波数などを示すものである。他方の装置では熱線流速計により天頂角座標  $\theta$  が  $80^\circ$  と  $90^\circ$  (赤道)の方位角方向速度成分を検出し、平均速度、変動速度の実効値、速度パワースペクトル、自己相関係数などを求める。かく乱の基本周波数の確定は、速度測定の結果を上述の流れの可視化およびレーザ散乱光測定の結果と比較検討することから行なう。カオスの進行についての考察は、より強い相関を示すかく乱の周期に対応したタイム・ラグにおける自己相関の減衰量<sup>(15)</sup>、および速度パワースペクトルから求められる雑然度(全変動エネルギーに対するランダム変動エネルギーの割合)<sup>(37)</sup>より行なう。つぎに  $\beta \approx 0.14$  の回転2円筒流れの場合との相違を明らかにすることにより、テイラー渦流に類似した、赤道付近のT. G. 渦流に生じるかく乱の基本周波数とカオスの進行に及ぼす極付近のエクマン境界層流れの影響について考察する。

第3章ではT. G. 渦流形となる $\beta = 0.06$  の場合の準静的なスペクトル進化過程に生じるかく乱の基本周波数とカオスの進行について、第2章の $\beta = 0.14$  の場合と同様に考察する。ただし流れの可視化結果が得られている<sup>(18)</sup> ので、本研究では熱線流速計により $\theta = 90^\circ$  (赤道)位置の速度測定のみを行なう。そして $\beta = 0.14$  (T. G. 渦流形) および $\beta = 1.006$  (エクマン境界層形)<sup>(15)</sup> の場合の結果と比較することにより、かく乱の基本周波数とカオスの進行がすきま比によってどのように相違するかについて考察する。

第4章では $\beta = 0.138$  のT. G. 渦流形の場合に生じる進行波動渦流および変調波動渦流の特性を、実験的に明らかにする。この場合内球回転数を零から準静的に上昇させればスパイラルT. G. 渦が発生するので、回転2円筒流れに見られるような進行波動渦流および変調波動渦流は得られない。そこで流れの非一意性を利用するため内球回転数の上昇率を上げた加速実験を行ない、その結果得られる進行波動渦流と変調波動渦流について、発生条件、フローステート(環状T. G. 渦のセル数と進行波動の波数)、変調パターン、特性周波数(波の回転周波数と変調周波数)などを、流れの可視化およびレーザー散乱光測定により明らかにする。そして進行波動と変調波動のモード解析を行なうことにより、それらのシミュレーションおよび特性周波数間に成立する関係式について考察する。さらに $\beta = 0.138$  の回転2円筒流れの場合との相違を明らかにすることにより、テイラー渦流に類似した、赤道付近のT. G. 渦流に生じる進行波動と変調波動に及ぼす極付近のエクマン境界層流れの影響について考察する。

## 第2章 すきま比が0.14の場合の

### 基本周波数とカオスの進行<sup>(43)~(45)</sup>

#### 2.1 緒言

乱流遷移およびカオスの発生の問題は、流体力学上興味ある問題である。乱流遷移には突発形遷移およびスペクトル進化形遷移のふたつの形があるが、内円筒回転2円筒流れや内球回転2球流れは後者の代表例である。そしてそのスペクトル進化形遷移では、遠心力の作用のために微小かく乱に対して不安定を生じるのであるが、微小かく乱の出現の後にはスペクトル進化が起こり、何段階かのより複雑な流れへの遷移を経て、乱流へ遷移する。

回転2円筒流れについては、かく乱の基本周波数とカオスの発生に関する研究が最近活発に行われ<sup>(27)(28)</sup>、進行波動、波動変調、弱い乱流をそれぞれ表す基本周波数 $\omega_w$ ,  $\omega_{mw}$ ,  $\omega_B$  (表1-1) が得られている。またカオスの発生については、 $\omega_w$ と $\omega_{mw}$ の2個の基本周波数が出現しただけで $\omega_B$ のカオスが発生するので、Ruelle-Takens<sup>(34)</sup>のカオス発生シナリオに従っている。これは、かく乱の基本周波数が無数に出現してカオスが発生すると考える古典的なLandau<sup>(33)</sup>の描像の破綻の一例である。

一方回転2球流れについては、T. G. 渦が発生しないすきま比 $\beta > 0.4$ のエクマン境界層形の場合のかく乱の基本周波数とカオスの進行(発生を含む)が考察され<sup>(15)</sup>、基本周波数として $\nu_w$ と $\nu_u$  (表1-2) が得られた。 $\nu_w$ は進行波動を表す基本周波数であるが、 $\nu_u$ の物理的性格は報告されていない。カオスの進行については定量的な考察が行われ、この場合も回転2円筒流れの場合と同様Ruelle-Takens<sup>(34)</sup>のシナリオに従うことが明らかとなった。

これに対して $\beta < 0.4$ のT. G. 渦流形の場合、層流乱流遷移における流れ構造はかなり解明された(表1-2)<sup>(18)(20)</sup>が、かく乱の基本周波数とカオスの進行については考察されていない。表1-2から知られるように、T. G. 渦流形の流れ構造はエクマン境界層形の場合に比べていっそう複雑である<sup>(18)</sup>ので、かく乱の基本周波数とカオスの進行もエクマン境界層形の場合とは著しく相違するものと予想され、これを明かにすることは重要と考えられる。

上述した回転2円筒流れとエクマン境界層形の回転2球流れの、かく乱の基本周波数とカオスの進行についての結果は、互いに比較され両者の相違点が明かにされている<sup>(15)</sup>が、回転2円筒流れとT. G. 渦流形の回転2球流れとの相違点

は不明である。これを明かにすることは、回転2円筒流れのテイラー渦流に類似した、赤道付近のT. G. 渦流に生じるかく乱とカオスに及ぼす、回転2球流れに特有な極付近のエクマン境界層流れの影響について考察する上で重要である。

そこで本章では、まずT. G. 渦流形となる $\beta = 0.14$  の場合のかく乱の基本周波数とカオスの進行を実験的に明かにする。つぎに回転2円筒流れの場合との相違を明らかにすることにより、テイラー渦流に類似した、赤道付近のT. G. 渦流に生じるかく乱の基本周波数とカオスの進行に及ぼす極付近のエクマン境界層流れの影響について考察する。ここですきま比 $\beta$ を0.14 に選んだ理由は、回転2円筒流れの場合の多くの研究が、 $\beta \approx 0.14$  に対して報告されているからである。本章ではレイノルズ数を零から準静的に上昇させるという条件のもとで、遷移過程を考察する。したがって得られる流れは、レイノルズ数だけによって一意的に決まる。

## 2. 2 実験装置および方法

使用した実験装置は2種類あり、一方の装置では流れの可視化およびレーザ散乱光測定、他方の装置では速度の測定を行った。前者の測定では、アルミ粉により流れを可視化しかく乱を視覚的にとらえるとともに、流れのせん断方向に沿うアルミ粉によるレーザ散乱光出力のスペクトル解析を行って、かく乱の基本周波数を識別した。他方後者の測定では、熱線流速計により速度の測定を行い、平均速度や変動速度の実効値、パワースペクトル、自己相関係数を求めた。かく乱の基本周波数の確定は、前者の測定から得られる目視観察結果およびレーザ散乱光のスペクトル解析結果を後者の測定から得られる速度のスペクトル解析結果と対比させることにより行った。

以上のように、速度の測定に加えて流れの可視化およびレーザ散乱光測定を用いた理由は、かく乱を視覚的にとらえることなく、速度のスペクトル解析だけからかく乱の基本周波数を確定することが困難だからである。例えばかく乱が複数の基本周波数を持つ場合、それらの非線形相互干渉によって生じる、多数の整数線形結合した卓越周波数成分の中から基本周波数を選ぶことは非常に困難である。

以下に流れの可視化およびレーザ散乱光測定(2. 2. 1項)ならびに速度の測定(2. 2. 2項)のそれぞれについて詳細に述べる。

### 2. 2. 1 流れの可視化およびレーザ散乱光測定

図2-1は、流れの可視化およびレーザ散乱光測定に使用した実験装置を示す。内球はアルミ合金製で、外球は透明なアクリル樹脂製である。外球の外形を直方体形状にしてあるのは、流れを観察するとき光の屈折を少なくするためである。

本装置の内、外球半径 $R_1$ 、 $R_2$ 、すきま比 $\beta$  ( $= (R_2 - R_1) / R_1$ ) および臨界レイノルズ数 $R_{0c}$ を表2-1の上段に示す。 $R_{0c}$ の値は流れの可視化観察から得た。ここでレイノルズ数 $R_0$ は、赤道位置の内球回転周速 $2\pi f_0 R_1$  ( $f_0$ は内球回転周波数)を代表速度とし、内球半径 $R_1$ を代表長さとして、 $R_0 = 2\pi f_0 R_1^2 / \nu$  ( $\nu$ は作動流体の動粘度)と定義されている。代表長さは回転2球流れの多くの文献<sup>(2)~(26)</sup>に従って内球半径 $R_1$ としたが、2球間すきま幅 $R_2 - R_1$ を代表長さとした場合のレイノルズ数は、 $2\pi f_0 R_1 (R_2 - R_1) / \nu = R_0 \beta$ となる。なお回転2円筒流れでは、2円筒間すきま幅を代表長さとしている場合が多い<sup>(27)(28)(30)(35)(38)</sup>。本論文では回転2円筒流れの最近の文献に従って<sup>(27)</sup><sup>(28)(35)(38)</sup>、レイノルズ数に関する考察を $R_0$ でなく、 $R^* = R_0 / R_{0c}$ で定義されるレイノルズ数比(臨界レイノルズ数に対する比)で行うので、この場合代表

表2-1 球諸元と臨界レイノルズ数 (すきま比  $\beta = (R_2 - R_1) / R_1$  ;  
レイノルズ数  $R_0 = 2 \pi \hat{r}_0 R_1^2 / \nu$ )

Measurements	Radius		Clearance ratio $\beta$	Critical Reynolds number $Rec$
	Inner sphere $R_1$ (mm)	Outer sphere $R_2$ (mm)		
Spectral & flow-visualization	76.89±0.01	87.65±0.01	0.1399	880
Velocity		87.68±0.005		

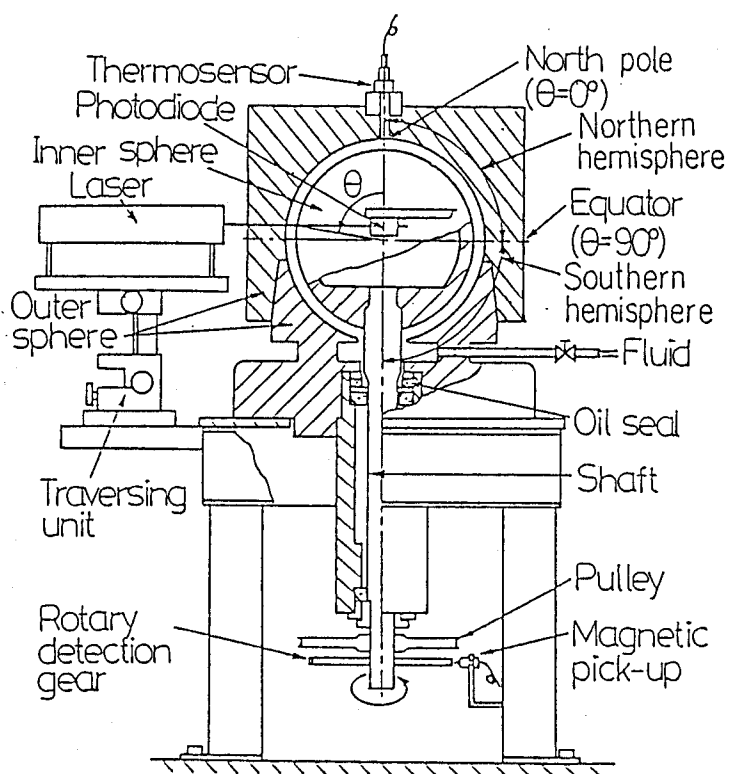


図2-1 流れの可視化およびレーザー散乱光測定に用いた実験装置 (θは天頂角座標)

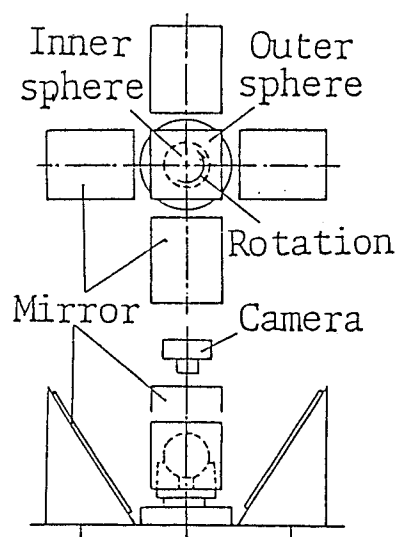


図2-2 球表面全周観察法



長さの選び方による相違はない。本装置の内球の回転振れの精度は $\pm 0.015$  mm以内、内、外球の同心度の精度は $\pm 0.01$  mm以内であったが、この程度の精度では流れに影響を与えないことを確認した。

本論文では図2-1に示すように回転2球装置を地球儀に見たて、天頂角座標 $\theta$ が $0^\circ$ の位置を北極、 $90^\circ$ を赤道、 $180^\circ$ を南極、 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ の範囲を北半球、 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ の範囲を南半球と呼ぶことにする。

内球回転数はマイコンで制御し、デジタル回転計で計測する。本章では準静的遷移過程を対象としているので、内球回転数は極めて小さなステップ状で増した。作動流体としては、水( $\nu = 0.0114$  ( $15^\circ\text{C}$ )  $\sim 0.0080$  ( $30^\circ\text{C}$ )  $\text{cm}^2/\text{s}$ ) および重量濃度が50%のグリセリン水溶液( $\nu = 0.0665$  ( $15^\circ\text{C}$ )  $\sim 0.0379$  ( $30^\circ\text{C}$ )  $\text{cm}^2/\text{s}$ )を使用した。作動流体の温度は、北極位置にセットしたサーミスタ温度計で測定した。

流れの可視化法としてはアルミ粉法を用い、アルミ粉の作動流体に対する重量割合は $6 \times 10^{-4}$ 以下の微小値とした。流れの観察法としては、球表面観察法および子午線断面観察法ならびに球表面全周観察法を用いた。球表面観察法は、球表面に見られる渦のしま模様を観察および撮影する方法である。子午線断面観察法は、スリット光によって光切断された渦断面を観察および撮影する方法である。この観察法により渦境界の天頂角(余緯度)が求められた。一方球表面全周観察法は、図2-2に示すように4枚の鏡を外球の周囲に対置させ、装置上方より球表面を観察および撮影する方法である。この観察法によりスパイラルT. G. 渦やせん断波動のスパイラルパターン(図2-5(a)や図2-13(a))、あるいは進行波動や変調波動の波動パターン(後述の図4-2や図4-10(b))などの球表面全周にわたるパターンが解明された。このように鏡を利用して全周を観察する方法は、GormanとSwinnery<sup>(28)</sup>が回転2円筒流れに生じる進行波動や変調波動の波動パターンを解明するのに採用した。以上述べたどの観察法においても、実験装置の構造上南極付近の流れの観察は困難であった。

レーザ散乱光測定は、つぎのように行った。ビーム径が約0.9 mmのHe-Neレーザ(出力は約0.6 mW)は、図2-1に示すように装置前面中央の子午線断面に垂直に照射される。流れを可視化するために混入されたアルミ粉(鱗片状の形状をしており、流れのせん断方向に沿う)によるその散乱光は、レーザの真横に置いた内径が0.7 mmのピンホールを持つフォトダイオードで受光される。そしてその出力はサンプリングされ高速フーリエ変換されて、レーザ散乱光のパワースペクトル $P_L(f)$ が求められる。ここで $f$ はかく乱の周波数であるが、本論文において周波数スケールは、内球回転周波数 $\hat{f}_0$ を単位として表されている。

上述のフォトダイオードの受光部は、そこへ直進する散乱光におもに感応するようくふうしてあるので、レーザとフォトダイオードの天頂角 ( $\theta$ ) 位置を変えることにより、任意の  $\theta$  座標の散乱光スペクトルを得ることができる。

$f_N$  をナイキスト周波数、 $N_d$  をサンプルされたデータ点数としたとき、 $\Delta f = 2 f_N / N_d$  で定義されるスペクトルの分解能は、 $f_N = 10 \sim 20$  および  $N_d = 2048$  または  $4096$  としたので、 $\Delta f \approx 0.005 \sim 0.01$  となる。スペクトル解析で問題となるエイリアシングは、散乱光出力の、ナイキスト周波数  $f_N$  以上の高周波成分をローパスフィルターでカットすることにより取り除いた。

スパイラル T. G. 渦やせん断波動のスパイラルパターン、あるいは進行波動や変調波動の波動パターンと結びついたかく乱の基本周波数の識別は、ストップウォッチやストロボスコープを用いたパターンの目視観察結果を、レーザ散乱光出力のスペクトル解析結果と対比させることにより行った。

## 2. 2. 2 速度の測定

図 2-3 は速度の測定に用いた実験装置 (平面図) と計測系を示す。内、外球はともにアルミ合金製である。内、外球半径およびすきま比を表 2-1 の下段に示すが、本装置と、流れの可視化およびレーザ散乱光測定に用いた前節の装置との  $\beta$  の差は無視できるくらいに小さく、両者のすきま比はともに約 0.14 である。本装置の内球の回転振れおよび内、外球の同心度の精度は、前節の装置と同程度である。

作動流体の空気 (動粘度  $\nu = 0.1455 (15^\circ \text{C}) \sim 0.1594 (30^\circ \text{C}) \text{ cm}^2 / \text{s}$ ) の温度は、図 2-3 に示すように北極 ( $\theta = 0^\circ$ ) 位置にセットしたサーミスタ温度計で測定した。回転数の制御にはマイコンを使用し、遷移過程が準静的となるよう、レイノルズ数比  $R^* (= R_o / R_i)$  の上昇率を、毎秒 0.0009 以下に抑えた。

図 2-4 (a), (b) は本実験で使用したそれぞれ熱線プローブ、熱線ブロングを示す。図 2-4 (a) に示すように、2 球間すきまに露出する熱線プローブのサポート下面は、外球面に一致させた。また図 2-4 (b) に示すように、熱線ブロングは、その後流の影響をできるだけ小さくするため、極めて細くした。上述の熱線を天頂角座標  $\theta$  が  $80^\circ$  あるいは  $90^\circ$  (赤道) で、すきま座標が  $\eta$  の位置にセットし、方位角方向速度成分  $v_\phi$  を測定した。ここで  $\eta$  は、半径座標を  $r$  として、 $(r - R_1) / (R_2 - R_1)$  で定義されており、 $\eta = 0$  は内球壁、 $\eta = 1$  は外球壁位置を示す。また、本論文において速度スケールは、赤道位置の内球回転周速 ( $2 \pi R_1 f_0$ ) を単位として表されている。本実験では装置の構造

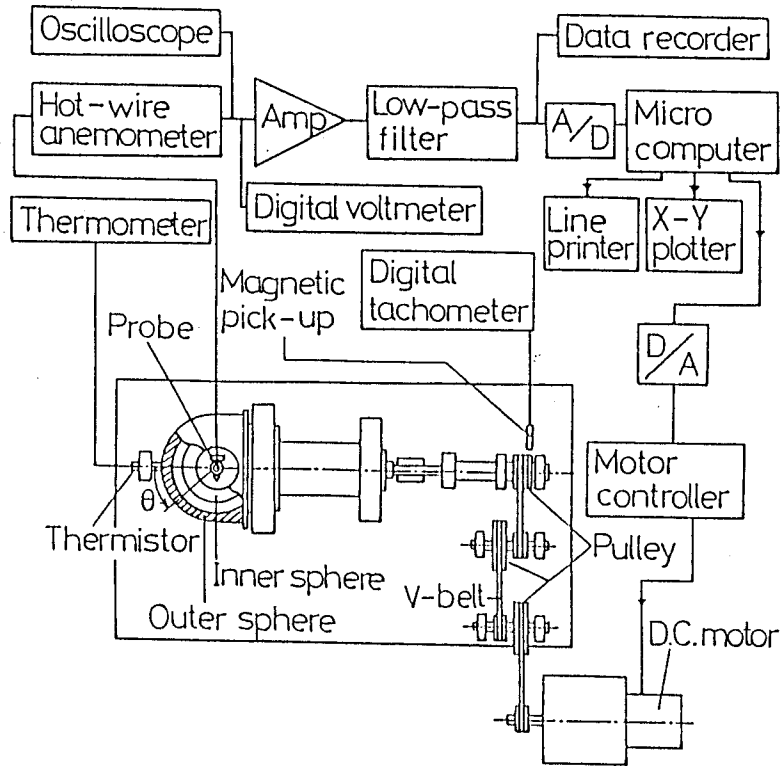


図 2-3 速度測定に用いた実験装置（平面図）と計測系  
 （ $\theta$  は天頂角座標）

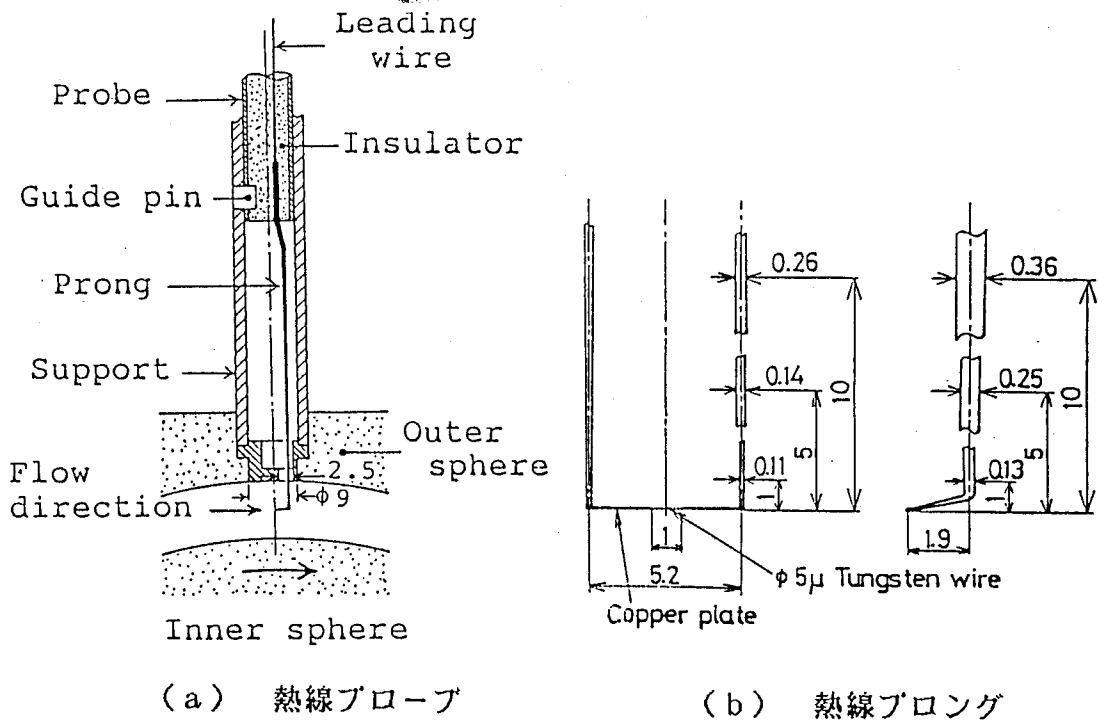


図 2-4 熱線プローブおよび熱線ブロング

上、 $\theta$ が $80^\circ$ と $90^\circ$ の位置に同時に熱線をセットできなかったので、 $\theta$ が $80^\circ$ と $90^\circ$ の速度測定は別々に行った。

熱線出力( $v_\phi$ )は図2-3に示すように増幅されローパスフィルター通過後、データレコーダあるいはマイコンでサンプリングされる。そして平均速度 $\bar{v}_\phi$ 、変動速度 $\tilde{v}_\phi$ の実効値、 $\hat{v}_\phi = (\overline{\tilde{v}_\phi^2})^{0.5}$ 、速度パワースペクトル $P(f)$ および自己相関係数 $R(\tau)$ が計算される。ここで $\tau$ はタイムラグであるが、本論文において時間スケールは、後述(4章)の $T$ 、 $T_h$ 、 $T_s$ の場合を除いて、内球回転周期( $1/f_0$ )を単位として表されている。 $P(f)$ は $\tilde{v}_\phi$ の高速フーリエ変換から、 $R(\tau)$ は $P(f)$ の逆フーリエ変換からそれぞれ求めた。スペクトルの分解能 $\Delta f$ は、前節の散乱光スペクトルの場合と同様、約 $0.005\sim 0.01$ である。しかしより高分解能を得たい場合には、データ点数 $N_d$ を8192点として、 $\Delta f = 0.0024$ の高分解能スペクトルを得た。

## 2. 3 実験結果の概略

かく乱の基本周波数とカオスの進行について考察するまえに、実験結果の概略としてフローレジームの進化(2. 3. 1項)、平均速度分布および渦境界の天頂角分布(2. 3. 2項)ならびに速度変動とパワースペクトルおよび自己相関係数(2. 3. 3項)について述べる。

2. 3. 1項では、渦の種類や状態などによって分類されるフローレジームが、レイノルズ数の増大に対してどのように変化するのか、つまりレイノルズ数が増大したときどのようなかく乱が生じ、流れ構造はどのようになるのかについて述べる。2. 3. 2項では、2球間すきま内の平均速度分布がレイノルズ数の増大に対してどのように変化するのか、またそれは渦境界の天頂角分布で表わされる流れ構造とどのように対応しているのかについて考察する。2. 3. 3項では、レイノルズ数の増大に伴う速度変動波形の変化、線スペクトルから連続スペクトルに至る速度パワースペクトルの進化および自己相関係数とその減衰量(後述のようにカオスの度合を表す)の変化について述べる。

### 2. 3. 1 フローレジームの進化

レイノルズ数比 $R^*$ ( $=R_0/R_{0c}$ )を臨界レイノルズ数比、 $R^*_c=1$ 、から、実験を行った最大のレイノルズ数比、 $R^*_{max}=59$ 、まで準静的に上昇させると、表2-2に示すように7種のフローレジーム(flow regime)、II T、II T S<sub>N</sub>、III W T S<sub>N</sub>、III T S<sub>N</sub>、III T、IV W T S<sub>h</sub>、IV T、がつぎつぎと観察された。前述したように渦の種類や状態などによって分類されるフローレジームの記号と特性は、中林と大森<sup>(18)</sup>が報告したとおりで、記号はつぎのような意味を持つ。IIは環状T. G. 渦やスパイラルT. G. 渦を持つ層流領域、IIIは進行波動が生じて波動状態、あるいはいったん発生した波動が消滅した状態にある環状T. G. 渦やスパイラルT. G. 渦を持つ遷移領域、IVは乱流領域にあることをそれぞれ示す。またTは環状T. G. 渦、SはスパイラルT. G. 渦、S<sub>h</sub>はせん断波動、Wは渦が波動状態にあることをそれぞれ示す。なおS<sub>N</sub>は北半球( $0^\circ < \theta < 90^\circ$ )にのみスパイラルT. G. 渦が生じることを示すが、本研究( $\beta=0.14$ )では、中林と大森の場合( $\beta=0.138$ )<sup>(18)</sup>のようにスパイラルT. G. 渦が南北両半球に発生することはなかった。

本論文では回転2円筒流れの場合に準じて、フローレジームII Tを環状渦流、II T S<sub>N</sub>を環状・スパイラル渦流、III W T S<sub>N</sub>を波動環状・スパイラル渦流、III T S<sub>N</sub>を環状・スパイラル渦流、III Tを環状渦流、IV W T S<sub>h</sub>をせん断波動を持

表2-2 遷移レイノルズ数比ならびにフローレジームと基本周波数の変化 (

$R^*c$ は臨界レイノルズ数比,  $R^*_i$  ( $i=1a, 1b, \dots$ )は遷移レイノルズ数比;  $N$ は環状T.G. 渦のセル数,  $S_p$ はスパイラルT.G. 渦のセル対の数,  $S_H$ はせん断波動の波数,  $m$ は進行波動の波数;  $f_s, f_H, f_w$ はそれぞれスパイラルT.G. 渦, せん断波動, 進行波動を表す基本周波数)

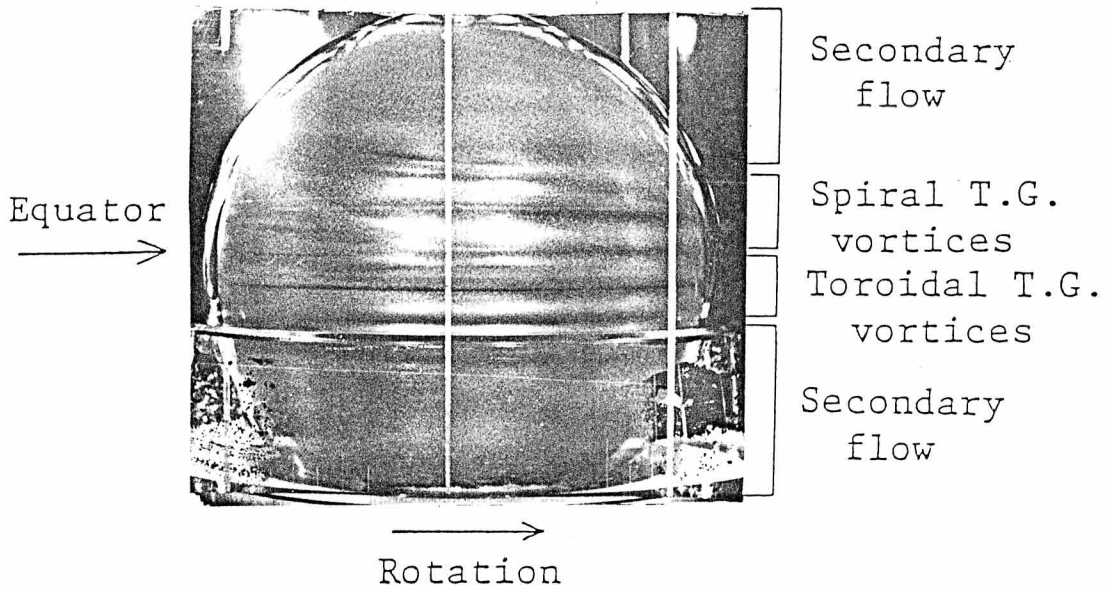
Flow regime	[Characteristics]	$R^*_c, R^*_i$	$N$	$S_p, S_H$	$f_s, f_H$	$m$	$f_w$
II T	[Laminar flow + toroidal T.G. vortex + secondary flow]	$R^*_c = 1$	2	—	—	—	—
II TSN	[Laminar flow + toroidal & spiral T.G. vortices + secondary flow]	$R^*_{1a} = 1.13$	2	$S_p=3$	$f_{S1}=1.315 \pm 0.009$	—	—
		$R^*_{1b} = 1.49$	2	$S_p=2$	$f_{S2}=0.854 \pm 0.006$	—	—
III WTSN	[Laminar flow + wavy toroidal & spiral T.G. vortices + secondary flow]	$R^*_{2a} = 1.71$	2	$S_p=2$	$f_{S2}=0.851 \pm 0.004$	$m=6$	$f_{W1}=2.648 \pm 0.009$
		$R^*_{2b} = 1.93$	2	$S_p=1$	$f_{S3}=0.427 \pm 0.003$	$m=6$	$f_{W1}=2.695 \pm 0.048$
		$R^*_{2c} = 2.80$	2	$S_p=1$	$f_{S3}=0.426 \pm 0.004$	$m=5$	$f_{W2}=2.256 \pm 0.027$
III TSN	[Laminar flow + toroidal & spiral T.G. vortices + secondary flow]	$R^*_3 = 5.05$	2	$S_p=1$	$f_{S3}=0.436 \pm 0.014$	—	—
III T	[Laminar flow + toroidal T.G. vortex with strong circulation + secondary flow]	$R^*_4 = 6.10$	2	—	—	—	—
IV WTS <sub>h</sub>	[Turbulent flow + wavy toroidal T.G. vortex + secondary flow with shear waves]	$R^*_{5a} = 10.5$	2	$S_H=14$	$f_{H1}=7.763 \pm 0.063$	$m=1$	$f_{W3}=0.495 \pm 0.013$
		$R^*_{5b} = 14.2$	2	$S_H=6$	$f_{H2}=3.000 \pm 0.015$	$m=1$	$f_{W3}=0.478 \pm 0.019$
IV T	[Fully developed turbulent flow + toroidal T.G. vortex + secondary flow]	$R^*_6 = 19$	2	—	—	—	—

つ乱流波動渦流、IV Tを乱流渦流と呼ぶことにする。ここでII TとIII Tをともに環状渦流、またII T S<sub>N</sub>とIII T S<sub>N</sub>をともに環状・スパイラル渦流と呼び、呼び方に区別をつけなかったが、IIIがついてる方(III TとIII T S<sub>N</sub>)は、上述のようにいったん発生した波動が消滅した後に到達するフローレジームを示す。

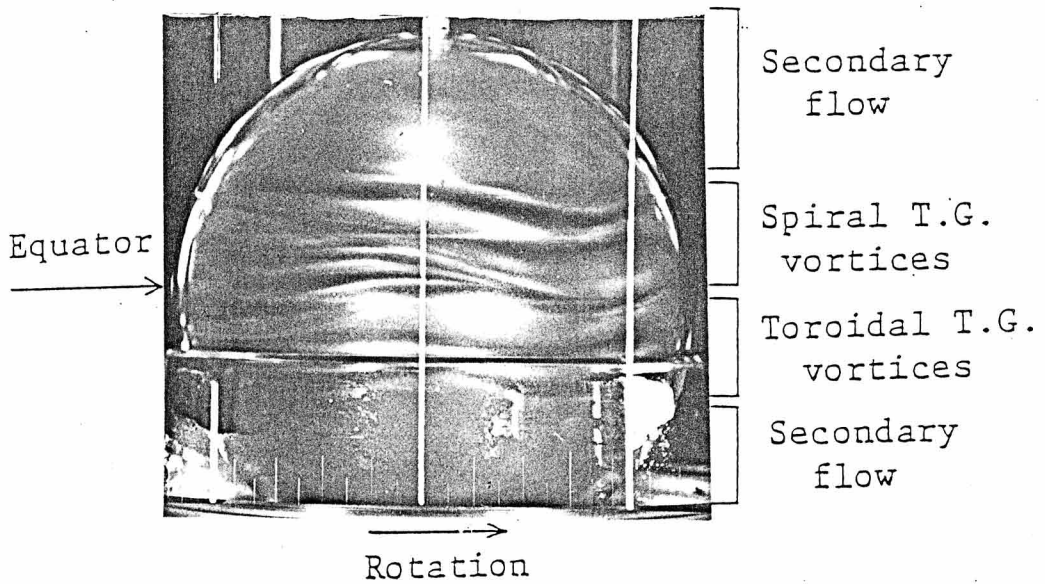
表2-2中のN、S<sub>P</sub>、S<sub>H</sub>、mはフローステート(flow state、渦の数や波動の波数)を表し、それぞれNは両半球に発生する環状T、G、渦のセル数、S<sub>P</sub>は北半球に発生するスパイラルT、G、渦のセル対(およびら旋開始点)の数、S<sub>H</sub>は各半球のエクマン境界層流れ(二次流れ)内に生じるせん断波動<sup>(20)</sup>の波数、mは環状T、G、渦に生じる方位角(回転)方向進行波動の波数である。また表中のf<sub>s</sub>、f<sub>H</sub>、f<sub>w</sub>は後述するようにかく乱の基本周波数で、R\*<sub>i</sub>は遷移レイノルズ数比である。ここでiが1 a、2 a、3、4、5 a、6の場合のR\*<sub>i</sub>はフローレジームの変化(渦の種類や状態の変化)に対する遷移レイノルズ数比で、iが1 b、2 b、2 c、5 bのR\*<sub>i</sub>はフローステートの変化(渦の数や波動の波数の変化)に対する遷移レイノルズ数比である。R\*<sub>i</sub>の値は流れの可視化およびレーザ散乱光測定から求めた。

図2-5は代表的なフローレジームについて、流れの可視化写真を示す。図2-5(a)は環状・スパイラル渦流II T S<sub>N</sub>の流れ写真である(この模写図は図2-13(a))。赤道付近に2セル(N=2)の環状T、G、渦が生じており、その北極側(図の上側)には3対(S<sub>P</sub>=3)のスパイラルT、G、渦が発生している。スパイラルT、G、渦は、中林と大森<sup>(18)</sup>が明らかにしたように、環状T、G、渦との境界上のら旋開始点(いまの場合球全周に3個等間隔にある)から対になって北極方向へスパイラル状(図の左上方向)に伸び、エクマン境界層の二次流れ中に消滅する渦で、一定の回転周波数で内球の回転軸まわりに回転している。図2-5(b)は波動環状・スパイラル渦流III W T S<sub>N</sub>の流れ写真である(模写図は図2-13(b))。2セル(N=2)の環状T、G、渦には一定の回転周波数で内球の回転軸まわりに回転する、球全周に波数が6(m=6)の方位角方向進行波動が生じている。また北半球の1対(S<sub>P</sub>=1)のスパイラルT、G、渦は波動状態にある。

図2-5(c)はせん断波動を持つ乱流波動渦流IV W T S<sub>H</sub>の流れ写真である(模写図は図2-13(c))。赤道付近の2セル(N=2)の環状T、G、渦には、球全周に波数が1(m=1)の方位角方向進行波動が生じており、環状T、G、渦境界がゆるやかに上下振動している。またエクマン境界層の二次流れ内には図のように極から赤道にら旋状に走る、球全周に14本(S<sub>H</sub>=14)の渦が生じている。BuehlerとZierp<sup>(20)</sup>はこのような渦を、 $\beta=0.177$



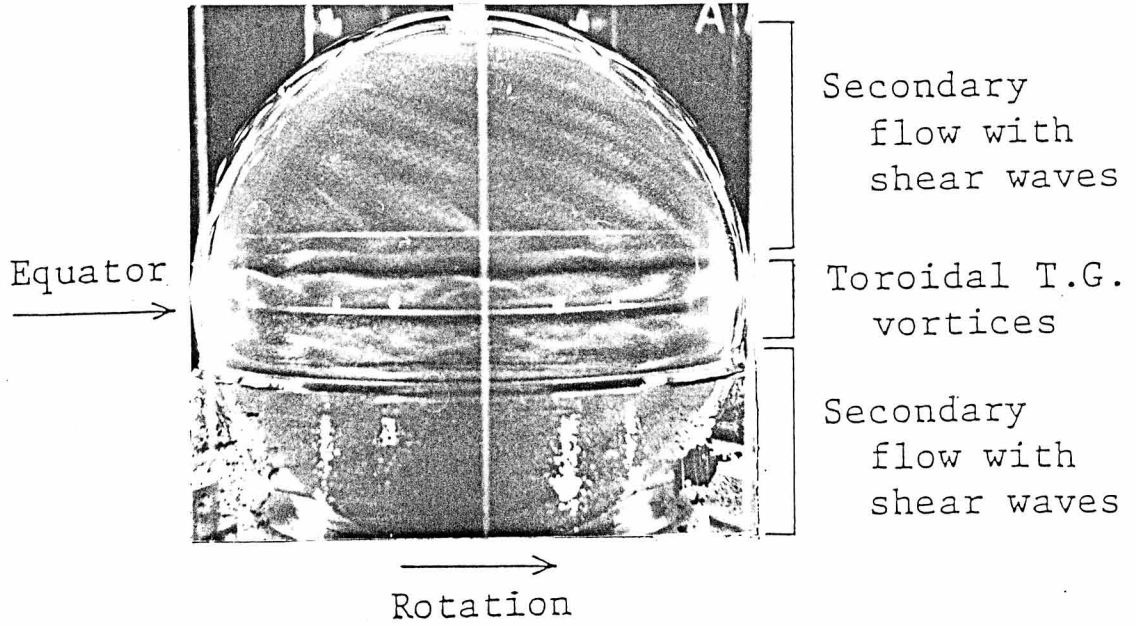
(a) 環状・スパイラル渦流Ⅱ T S<sub>N</sub>  
 ( $R^* = 1.18, N = 2, S_p = 3$ )



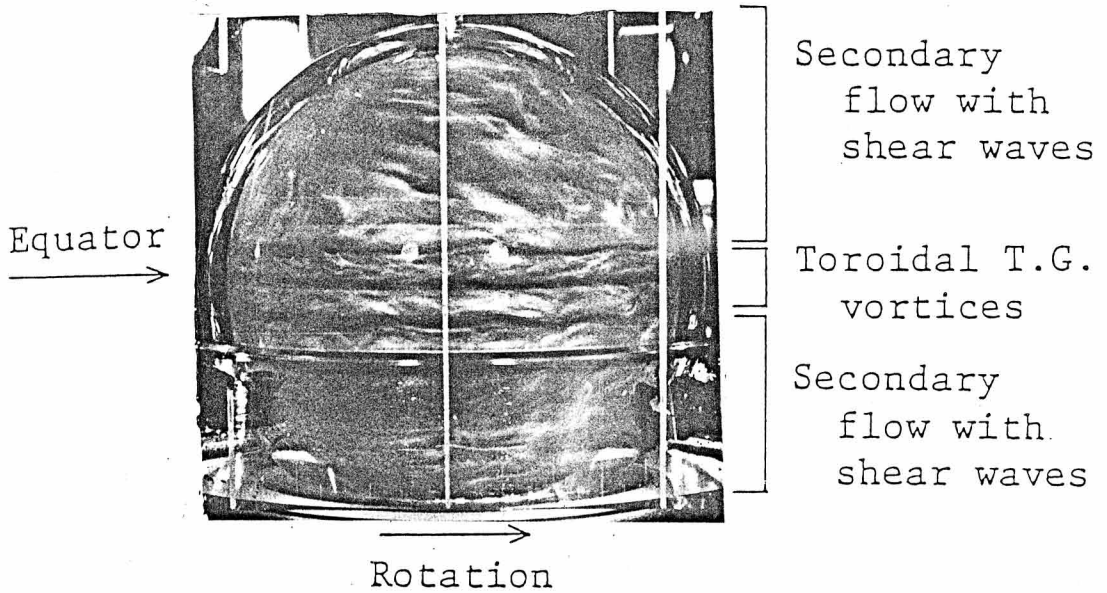
(b) 波動環状・スパイラル渦流Ⅲ W T S<sub>N</sub>  
 ( $R^* = 2.15, N = 2, S_p = 1, m = 6$ )

図2-5 流れの表面可視化写真 ( $R^*$ はレイノルズ数比,  $N$ は環状T.G.渦のセル数,  $S_p$ はスパイラルT.G.渦のセル対の数,  $m$ は進行波動の波数,  $S_H$ はせん断波動の波数)





(c) せん断波動を持つ乱流波動渦流IVW T S<sub>h</sub>  
 ( $R^* = 12.7$ ,  $N = 2$ ,  $m = 1$ ,  $S_H = 14$ )



(d) せん断波動を持つ乱流波動渦流IVW T S<sub>h</sub>  
 ( $R^* = 15.9$ ,  $N = 2$ ,  $m = 1$ ,  $S_H \approx 6$ )

図2-5 流れの表面可視化写真 ( $R^*$ はレイノルズ数比,  $N$ は環状T.G.渦のセル数,  $S_P$ はスパイラルT.G.渦のセル対の数,  $m$ は進行波動の波数,  $S_H$ はせん断波動の波数)

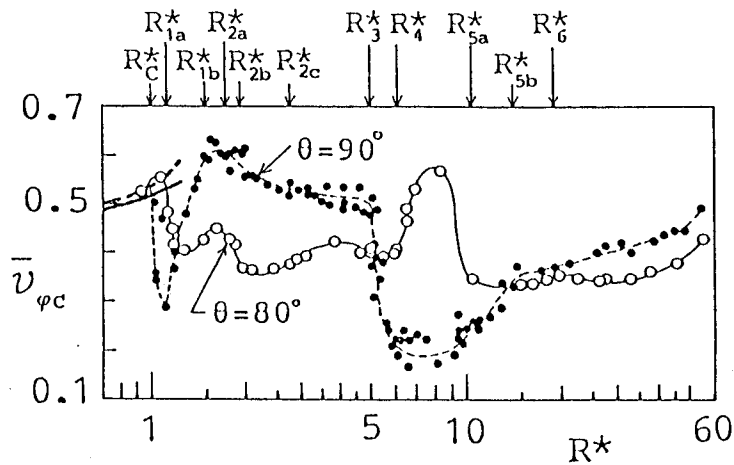
(T. G. 渦流形)の回転2球流れにおいて発見し、「せん断波動 (shear waves)」と名付けた。このせん断波動と環状T. G. 渦との境界には、せん断波動と同数の波動が発生している。せん断波動はBuehlerとZierrepが報告しているように、二次流れ内の外球寄りに生じているので、外球近くの二次流れの方向とは大体直角に交差する。またせん断波動は上述のスパイラルT. G. 渦および進行波動と同様、一定の回転周波数で内球の回転軸まわりに回転している。なおせん断波動の断面構造は、子午線断面観察およびBuehlerとZierrep<sup>(20)</sup>の報告から、図2-13(c)に示すようになるものと考えられる。

せん断波動は $R^*$ が増大するにつれて図2-5(d)に示すように不規則になり、その波長や波数が時間的に変動する。しかし球全周の波数(本数)はおよそ6と見積られた。

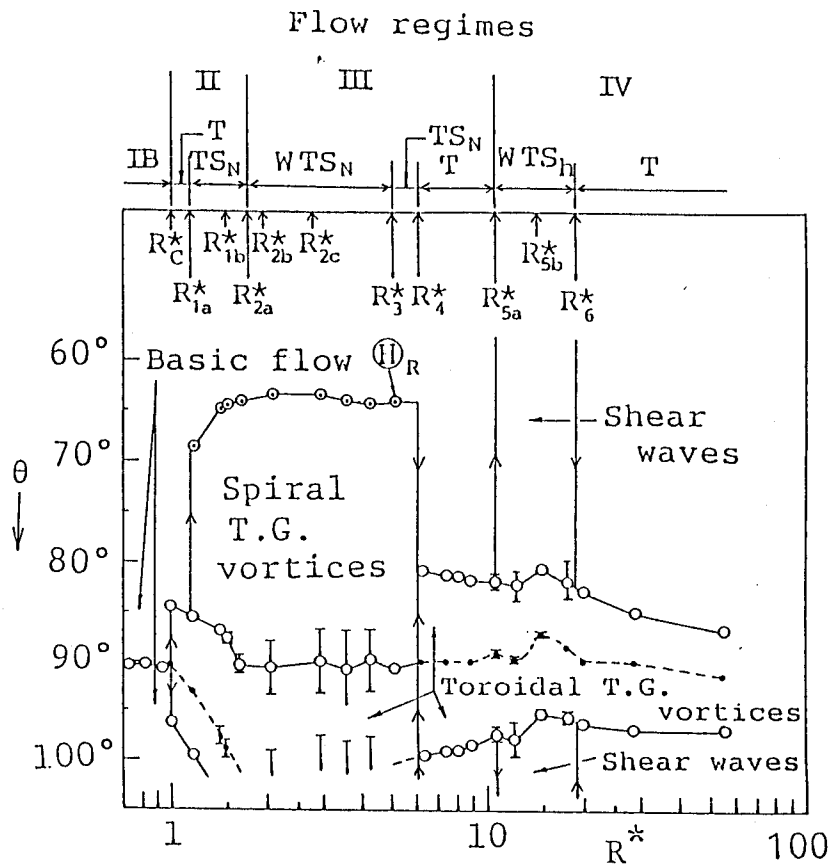
### 2. 3. 2 平均速度分布および渦境界の天頂角分布

2球間すきま内の平均速度分布が $R^*$ の増大に対してどのように変化するのか、また前節のフローレジームとどのように対応しているのかを明らかにしておくことは、速度変動を考察する前に重要なことである。図2-6は2球間すきま中央( $\eta = 0.5$ )の方位角方向平均速度、 $\bar{v}_{\varphi c}$  (図2-6(a))が、環状T. G. 渦やスパイラルT. G. 渦の渦境界の天頂角分布(図2-6(b))とどのような対応関係にあるかを示したものである。図2-6(b)中の○印と●印は渦境界の内球上に仮定したそれぞれ吹出点と吸込点(後述の図4-1参照)と呼ばれる<sup>(12)(18)</sup>渦境界で、前者は球中心から外向きに向かう流れ(外向き流れ)境界を、後者は球中心に向かう流れ(内向き流れ)境界を示す。また $\theta_R$ は子午線断面観察法によって明瞭に観察可能な、スパイラルT. G. 渦の極方向への到達天頂角を示す。 $R^* < R^*c$ の範囲の $\bar{v}_{\varphi c}$ は $\theta = 80^\circ, 90^\circ$ の場合とも、層流基本流IB(層流+二次流れ)の理論解<sup>(5)</sup>にはほぼ一致する。 $R^*c \leq R^* \leq R^*1a$ では $\bar{v}_{\varphi c}$ は、 $\theta = 80^\circ$ の場合上述の理論解にそって増大するが、 $\theta = 90^\circ$ の場合は理論解から減少する。この減少が生じる理由は、図2-6(b)に示すように $\theta \approx 90^\circ$ 位置が吹出点(外向き流れ)から吸込点(内向き流れ)に変化し、その結果外球近くの低速流体がすきま中央へ流れ込むためである。

$R^*1a \leq R^* \leq R^*1b$ では $\bar{v}_{\varphi c}$ が $\theta = 80^\circ$ では減少、 $\theta = 90^\circ$ では増大する。この理由は、環状T. G. 渦が図2-6(b)に示すように南下する結果、 $\theta = 80^\circ$ 位置は吹出点から離れるが、 $\theta = 90^\circ$ 位置は吹出点に近づくためである。 $R^*1b \leq R^* \leq R^*3$ では $\bar{v}_{\varphi c}$ は吹出点および吸込点の位置のゆるやかな変化(図2



(a) すきま中央 ( $\eta = 0.5$ ) の方位角方向平均速度の  $R^*$  による変化 (太い実線と破線は  $\theta = 80^\circ$  と  $90^\circ$  (赤道) の層流基本流の理論解<sup>(5)</sup>)



(b) 内球上 ( $\eta = 0$ ) の渦境界の天頂角分布の  $R^*$  による変化 (○印は吹出点 (外向き流れ), ●印は吸込点 (内向き流れ),  $\theta_R$  はスパイラル T.G. 渦の到達天頂角, せん断波動は極付近にまで到達; I B, II T, ... はフローレジーム (表 2-2))

図 2-6 平均速度および渦境界の天頂角分布の  $R^*$  による変化 ( $R^*_c$  は臨界レイノルズ数比,  $R^*_{1a}, R^*_{1b}, \dots$  は遷移レイノルズ数比 (表 2-2))

- 6 (b) ) に対応して、 $\theta = 80^\circ$ 、 $90^\circ$  の場合ともゆるやかに変化する。 $R^* \leq R^* \leq R^*_4$  では  $\bar{v}_{\phi c}$  は、 $\theta = 80^\circ$  の場合ほぼ一定であるが、 $\theta = 90^\circ$  の場合は減少する。 $R^*_4 \leq R^* \leq R^*_{5a}$  ではスパイラル T. G. 渦が消滅し、その結果吹出点は  $\theta \approx 80^\circ$ 、吸込点は  $\theta \approx 90^\circ$  にそれぞれ位置する (図 2-6 (b) ) ので、 $\bar{v}_{\phi c}$  は  $\theta = 80^\circ$  では大きな値、 $\theta = 90^\circ$  では小さな値を示す。 $R^* \geq R^*_{5a}$  ではカオスが進行するので、 $\bar{v}_{\phi c}$  は  $\theta = 80^\circ$ 、 $90^\circ$  の場合とも、各位置での内、外球の平均の回転周速値に近づく。以上の、平均速度と渦境界の天頂角分布の対応関係から知られることは、平均速度が環状 T. G. 渦およびスパイラル T. G. 渦の吸込点 (内向き流れ) および吹出点 (外向き流れ) に依存した運動量輸送から、明確に説明できることである。

図 2-7 は方位角方向平均速度  $\bar{v}_{\phi c}$  の 2 球間すきま内の分布を、 $\theta = 90^\circ$  について示す。 $R^* = 0.941$  では  $\bar{v}_{\phi c}$  は層流基本流の理論解<sup>(5)</sup> に一致し、エクマン境界層流れ (二次流れ) の外向き流れ (吹出点、図 2-6 (b) ) のためやや上に凸の分布を示す。しかし  $R^* = 1.05$  では環状 T. G. 渦の内向き流れ (吸込点、図 2-6 (b) ) のため、 $\bar{v}_{\phi c}$  は下に凸の分布となる。 $R^* = 1.20$ 、 $1.81$  と  $R^*$  が増すと、速度の増大がすきま中央部にみられる。しかし  $R^* = 5.09$  では  $\bar{v}_{\phi c}$  が減少し始める。 $R^* = 6.52$  になるとすきまの広い範囲にわたって  $\bar{v}_{\phi c}$  の減少が生じるが、これは環状 T. G. 渦の内向き流れ (吸込点、図 2-6 (b) ) の影響が現れるからである。 $R^* = 15.1$  では内球壁での速度勾配が急になるとともに、すきま中央部で速度の増大が見られる。 $R^* = 19.6$  になると、速度分布がすきま中央部で平坦化する。 $R^* = 57.3$  ではカオスの進行のため内、外球壁での速度勾配が大きくなり、乱流クエット流の分布に近づく。

### 2. 3. 3 速度変動とパワースペクトルおよび自己相関係数

図 2-8 (a)、(b) はすきま中央の方位角方向速度成分、 $v_{\phi c}$  の時間変化を、それぞれ  $\theta = 80^\circ$ 、 $90^\circ$  について示す。図中の  $1/f_{s1}$ 、 $1/f_{s2}$ 、 $\dots$  は、後述するようにかく乱の基本周期 ( $f_{s1}$ 、 $f_{s2}$ 、 $\dots$  は基本周波数) である。 $\theta = 80^\circ$  の場合 (図 2-8 (a) )、速度変動は  $R^* = 1.18$ 、 $1.66$  に示すような正弦波状の規則的な周期変動としてまず観測される。 $R^*$  の増大に対し  $R^* = 1.81$  では規則的な周期変動、 $R^* = 2.15$ 、 $3.91$  では乱雑性を伴った周期変動が観測される。しかし  $R^* = 5.63$  では乱雑性が消え、 $R^* = 6.71$  ではさらに周期性も消えてまったく変動のない流れとなる。この速度変動の消滅は、表 2-2 から知られるようにスパイラル T. G. 渦が消滅して、フローレジームが環状・スパイラル渦流 III T S<sub>N</sub> から定常な環状渦流 III T に遷移することに対応するが、

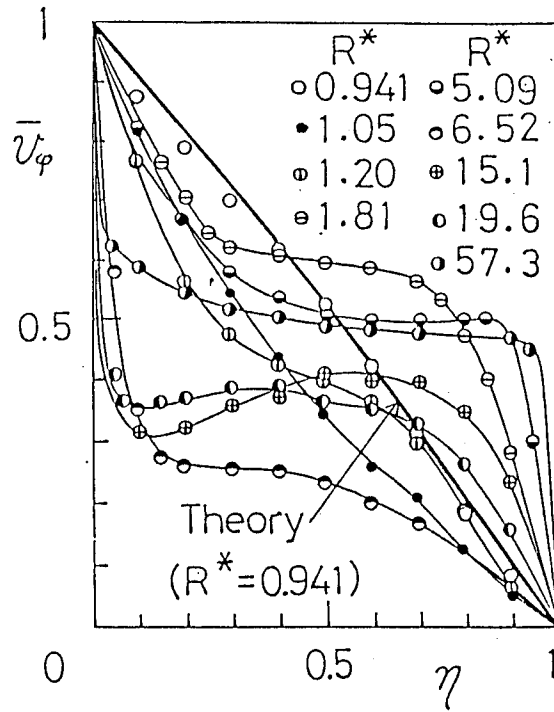
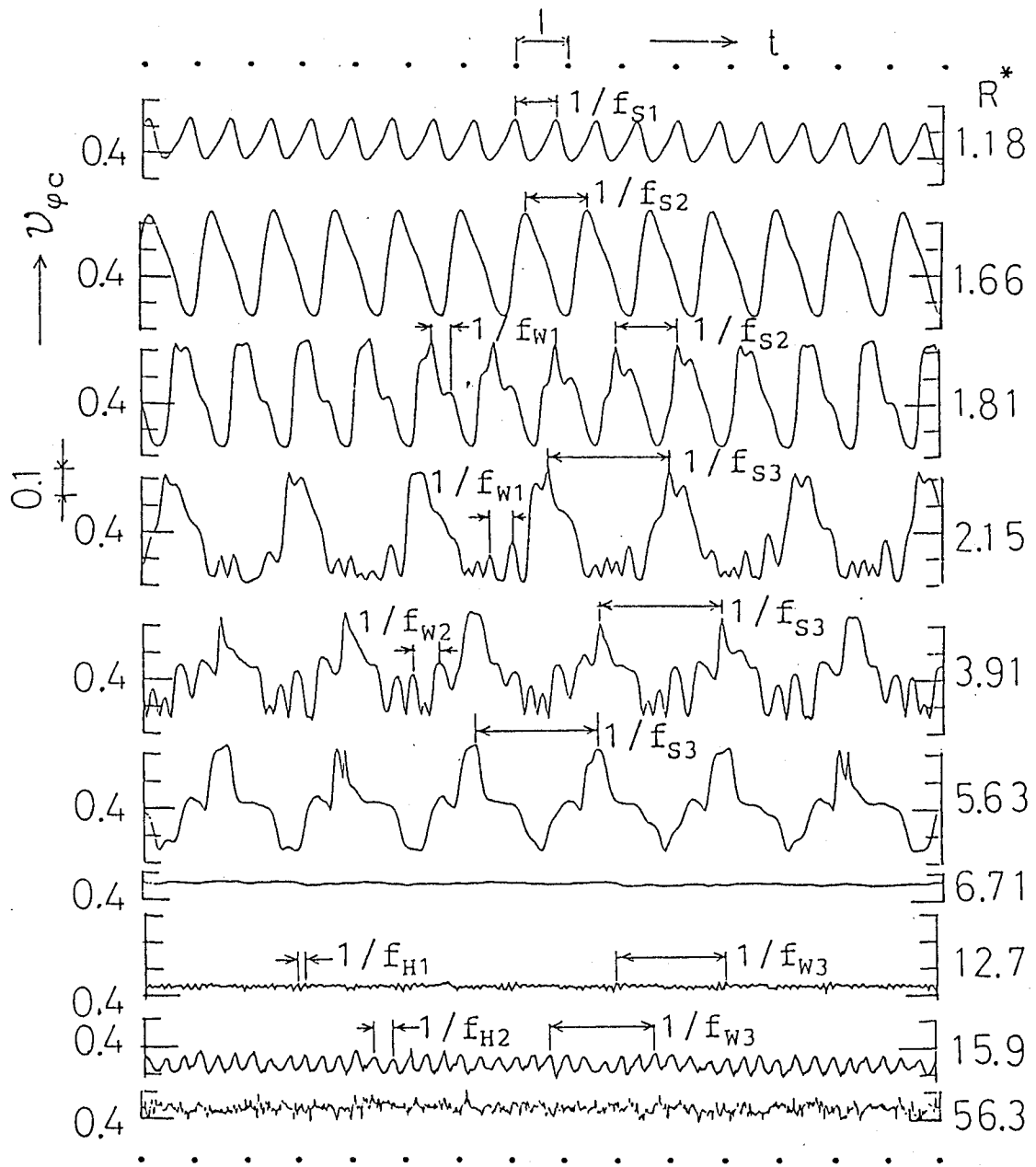
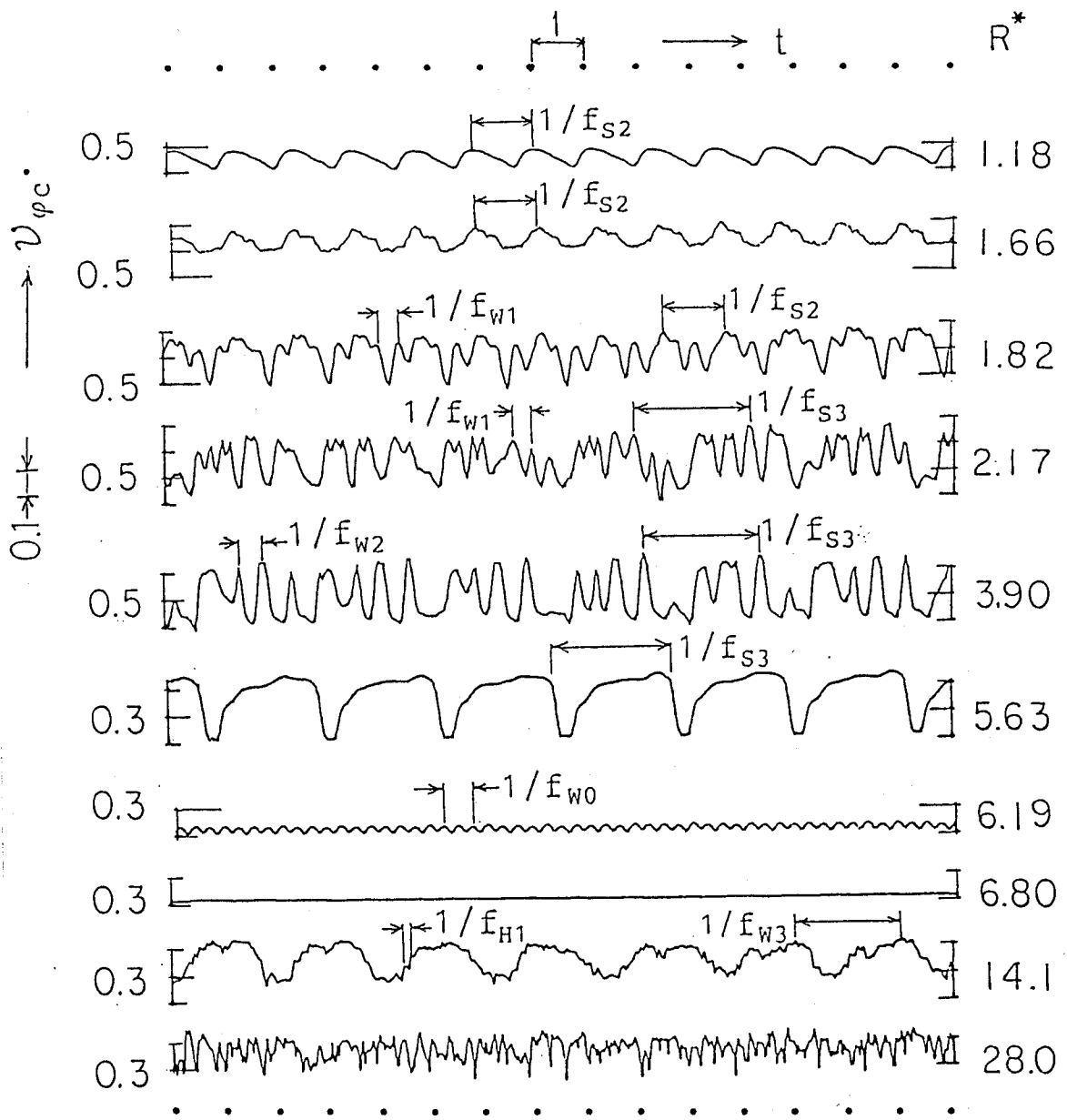


図2-7 方位角方向平均速度のすきま内分布  
 ( $\theta = 90^\circ$  (赤道); 太い実線 ( $R^* = 0.941$ ) は層流基本流の理論解<sup>(5)</sup>  
 ;  $\eta = 0$  は内球壁,  $\eta = 1$  は外球壁)



(a)  $\theta = 80^\circ$

図2-8 すきま中央 ( $\eta = 0.5$ ) の方位角方向速度成分の時間変化  
 ( $1/f_{s1}$ ,  $1/f_{s2}$ , ... はかく乱の基本周期)



(b)  $\theta = 90^\circ$  (赤道)

図2-8 すきま中央 ( $\eta = 0.5$ ) の方位角方向速度成分の時間変化  
 ( $1/f_{s1}$ ,  $1/f_{s2}$ , ..... はかく乱の基本周期)

この遷移は流れの可視化観察から容易に確認される。 $R^*$  がさらに増せば  $R^* = 12.7$ 、 $15.9$  に示すように、乱雑性を伴った周期変動が再現する。この乱雑性は  $R^*$  とともに増大し、速度変動は  $R^* = 56.3$  に示すような不規則変動へ移行する。

図2-8 (b) に示す  $\theta = 90^\circ$  の速度変動は上述の  $\theta = 80^\circ$  の場合とは相違した変動波形を示すが、同じかく乱の基本周波数を持つ。ただし  $R^*$  が  $1.2$  と  $6.2$  付近では、2. 4. 2項で述べるように  $\theta = 90^\circ$  と  $80^\circ$  の基本周波数が相違する。

図2-9は  $\theta = 80^\circ$  における速度変動のパワースペクトル  $P(f)$  を示す。 $R^* = 1.18$  では、卓越周波数  $f_{s1}$  の基本波とその高調波の線スペクトルとなる。本論文では、図のように卓越周波数の基本波（いまの場合  $f_{s1}$ ）とその高調波（ $2f_{s1}$ 、 $3f_{s1}$ 、 $\dots$ ）のスペクトルに同じ印（ $\nabla$ 印）をつけて、わかりやすく示す。 $f_{s1}$  は2. 4. 1項で述べるように、球全周に3対（ $S_p = 3$ ）等間隔にあって、内球の回転軸まわりに回転するスパイラル T. G. 渦を表す基本周波数である。内球の回転周波数に一致したもうひとつの卓越周波数  $f_0$ （ $= 1$ ）は内球の回転振れによって生じるノイズであるが、そのパワーが  $f_{s1}$  に比してきわめて小さいので、本研究の遷移現象の解明には支障がないと考えられる。

$R^* = 1.66$  では卓越周波数  $f_{s2}$  の線スペクトルとなる。 $f_{s2}$  は、2. 4. 1項で述べるように、2対（ $S_p = 2$ ）のスパイラル T. G. 渦を表す基本周波数である。 $R^* = 1.81$  では  $f_{s2}$  に新たな卓越周波数  $f_{w1}$  が加わるが、この場合も明瞭な線スペクトルとなる。ここで  $f_{w1}$  と  $f_{s2}$  の整数線形結合の周波数成分が多数現れているので、 $f_{w1}$  と  $f_{s2}$  の非線形な相互干渉が起きている。 $f_{w1}$  は、2. 4. 1項で述べるように、球全周に波数が6（ $m = 6$ ）の方位角（回転）方向進行波動を表す基本周波数である。 $R^* = 2.15$  では  $f_{s2}$  に代わって新たな卓越周波数  $f_{s3}$  の線スペクトルが現れるとともに、バックグラウンドのパワーが  $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  程度に増大する。 $f_{s3}$  は2. 4. 1項で述べるように、1対（ $S_p = 1$ ）のスパイラル T. G. 渦を表す基本周波数である。 $R^* = 3.91$  では  $f_{w1}$  に代わって、新たな卓越周波数  $f_{w2}$  の線スペクトルが現れる。 $f_{w2}$  は2. 4. 1項で述べるように、波数が5（ $m = 5$ ）の進行波動を表す基本周波数である。 $R^* = 5.63$  では  $f_{w2}$  が消え、 $f_{s3}$  のみとなる。 $f_{w2}$  の消滅は進行波動がなくなることに対応する。

$6.10 \leq R^* < 10.5$  の範囲では、図2-8 (a) で述べたようにスパイラル T. G. 渦が消滅して流れが定常な環状渦流 III T となるので、速度変動は消滅しゼロスペクトルとなる。 $R^* = 12.7$  では、新たな卓越周波数  $f_{H1}$  と  $f_{W3}$  のやや帯状スペクトルが現れる。 $f_{H1}$ 、 $f_{W3}$  は2. 4. 1項で述べるように、球全周に波数が14（ $S_H = 14$ ）の内球の回転軸まわりに回転するせん断波動、波数が1（ $m$



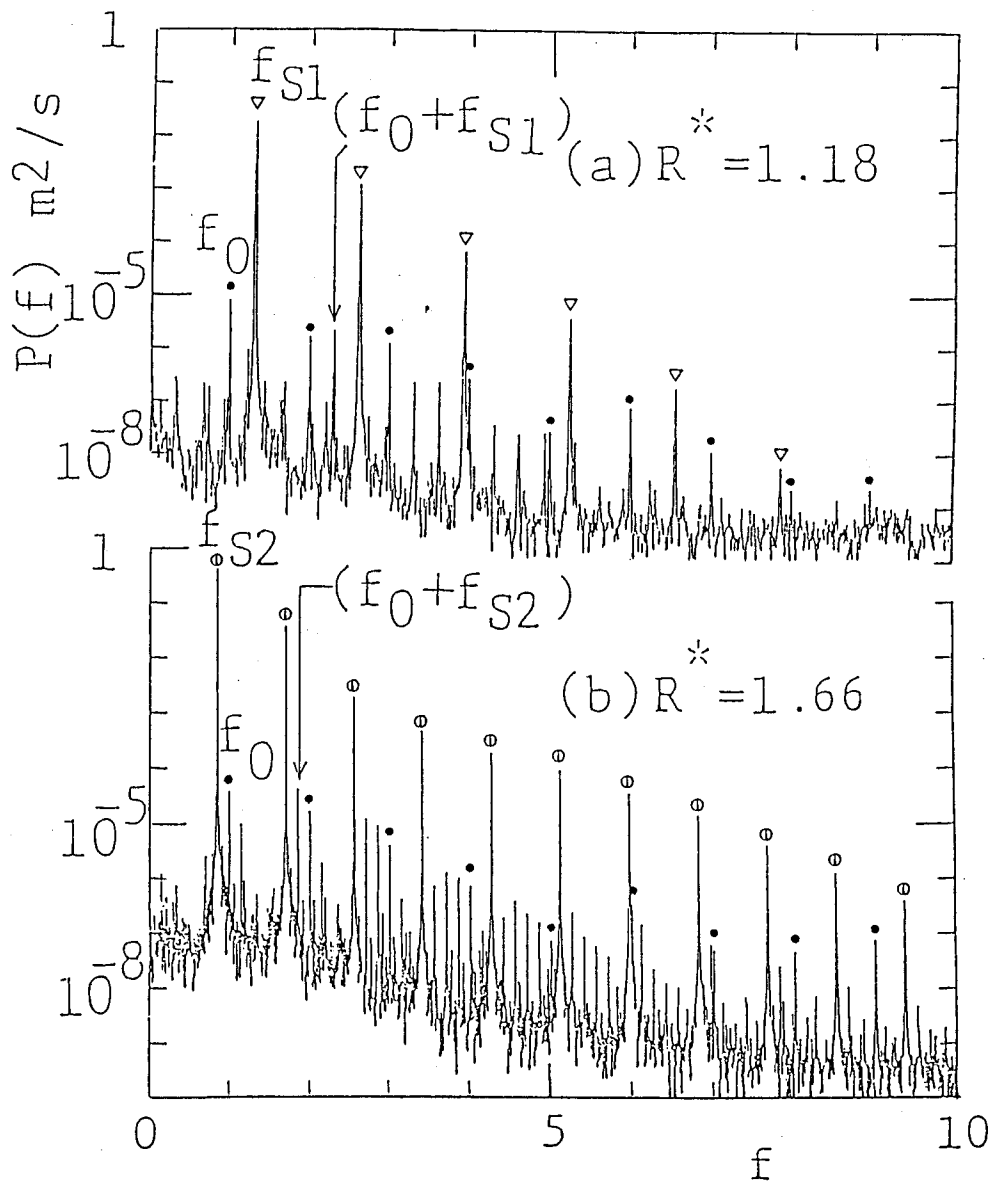


図2-9  $\theta = 80^\circ$  の速度パワースペクトル ( $\eta = 0.5$  (すきま中央) ;  
 $f_{S1}$ ,  $f_{S2}$ ,  $\dots$  はかく乱の基本周波数,  $f_0$  は内球回転周波数)

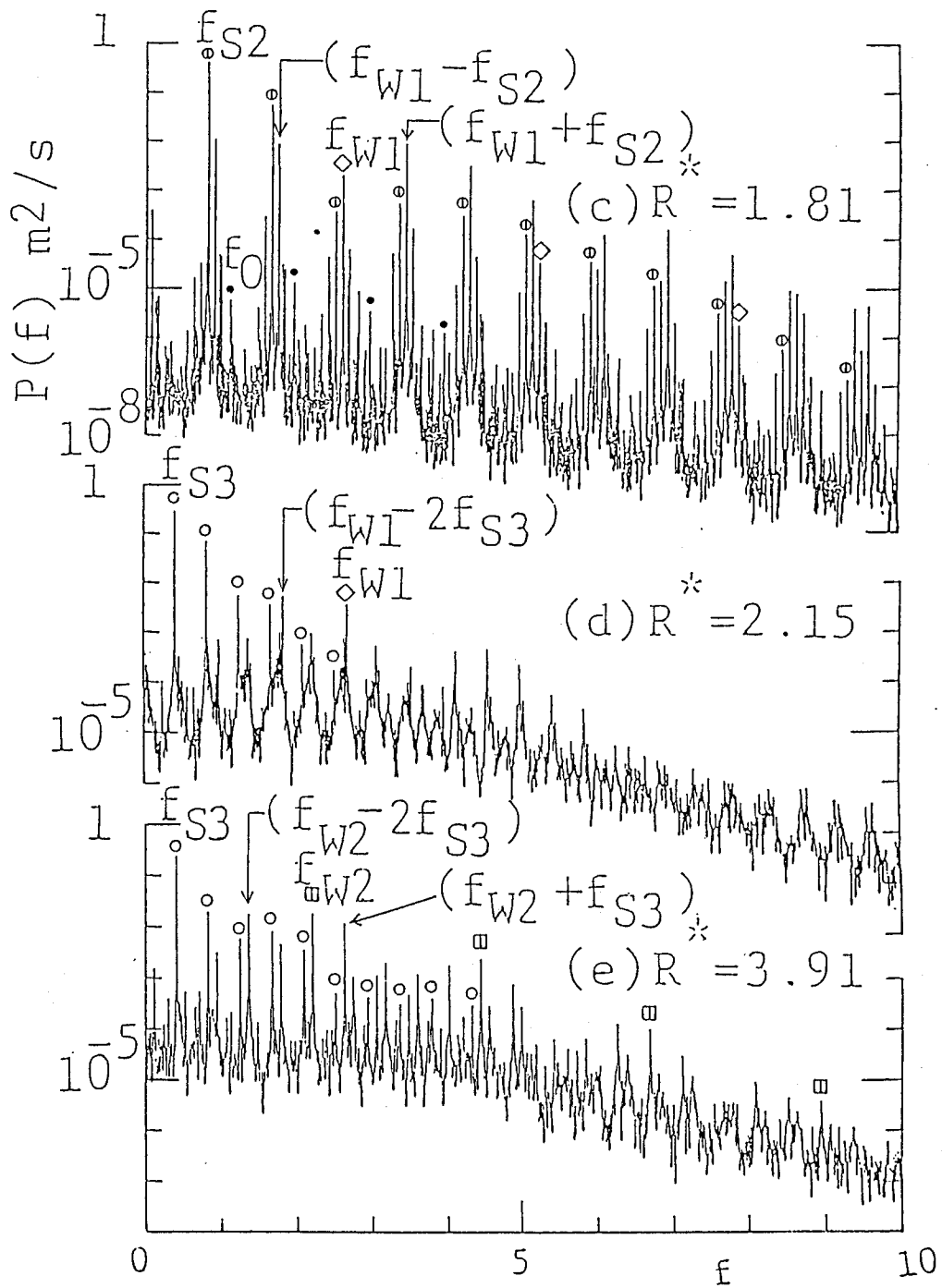


図2-9  $\theta = 80^\circ$  の速度パワースペクトル ( $\eta = 0.5$  (すきま中央) ;  $f_{s1}, f_{s2}, \dots$  はかく乱の基本周波数,  $f_0$  は内球回転周波数)

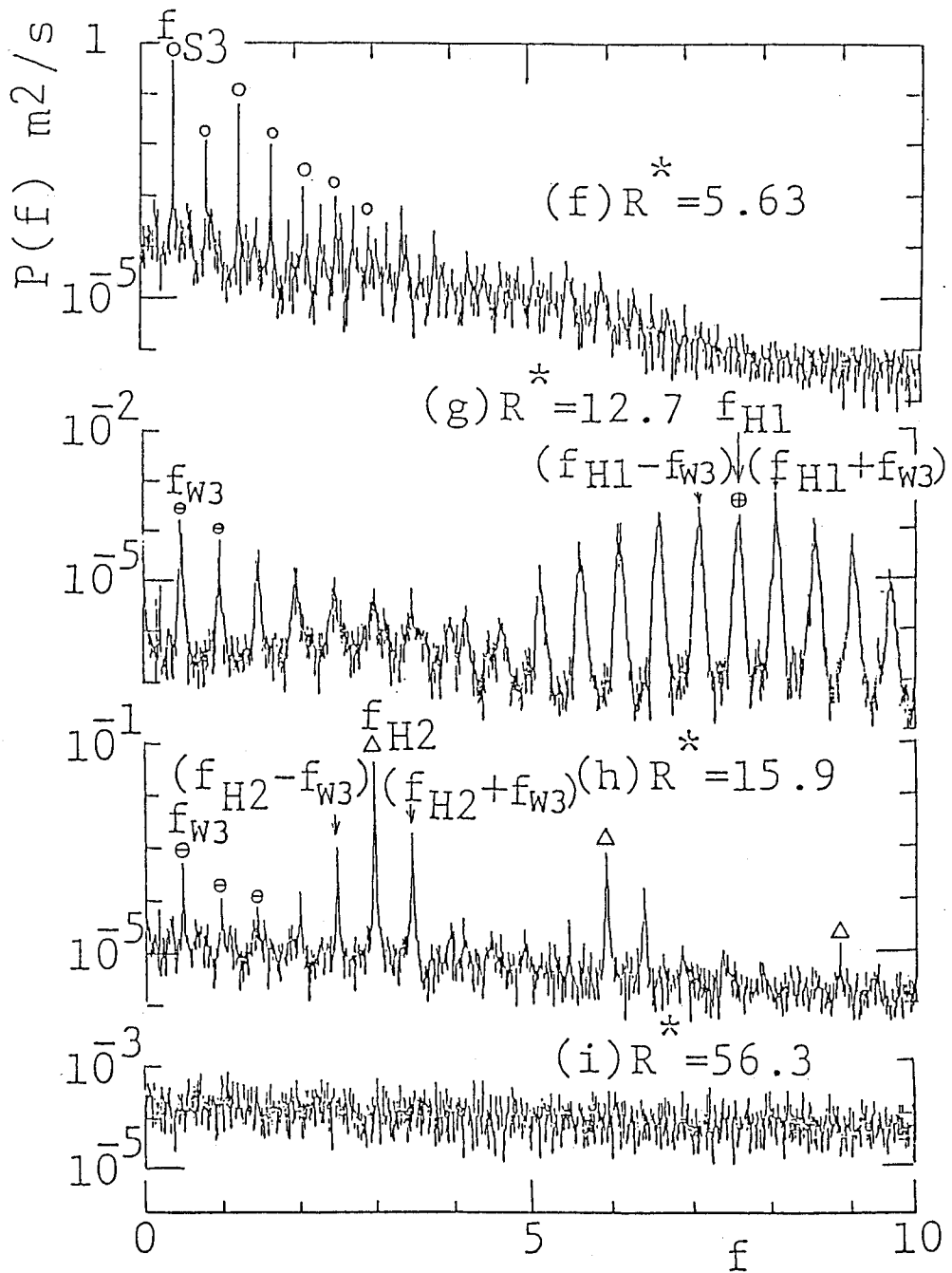


図2-9  $\theta = 80^\circ$  の速度パワースペクトル ( $\eta = 0.5$  (すきま中央) ;  
 $f_{s1}, f_{s2}, \dots$  はかく乱の基本周波数,  $f_\theta$  は内球回転周波数)

= 1) の進行波動をそれぞれ表す基本周波数である。  $R^* = 15.9$  では新たな卓越周波数  $f_{H2}$  が、  $f_{H1}$  に代わって現れる。  $f_{H2}$  は 2. 4. 1 項で述べるように、波数が約 6 ( $S_H \approx 6$ ) のせん断波動を表す基本周波数である。そして  $R^*$  の増大にともない  $f_{H2}$ ,  $f_{W3}$  のパワーが減少しバックグラウンドのパワーが増大して、  $R^* = 56.3$  に見られるような連続スペクトルへとしだいに進化する。

図 2-10 は  $\theta = 90^\circ$  における速度変動のパワースペクトル  $P(f)$  を示す。  $\theta = 90^\circ$  のスペクトル進化過程が、  $\theta = 80^\circ$  の場合と同じであることは、図 2-10 と図 2-9 の比較から容易に理解される。ただし  $\theta = 90^\circ$  のそれぞれ  $R^* = 1.18, 6.19$  で出現した卓越周波数  $f_{S2}$ ,  $f_{W0}$  は、  $\theta = 80^\circ$  の対応する  $R^*$  では出現しなかった。この  $\theta = 90^\circ$  と  $80^\circ$  の相連については、 2. 4. 2 項で述べる。

図 2-11 (a) ~ (h) は、  $\theta = 80^\circ$  または  $90^\circ$  における速度変動の自己相関係数  $R(\tau)$  を示す。図中の  $1/f_{S1}$ ,  $1/f_{S2}$ ,  $\dots$  はかく乱の基本周期、  $\Delta R$  は自己相関減衰量である。ここで自己相関減衰量  $\Delta R(f)$  は、図に示すようにより強い相関を示すかく乱の周期、  $1/f$ 、における自己相関係数の減衰量、  $1 - R(1/f)$ 、として定義される。  $\Delta R$  は 2. 5. 1 項で述べるように、速度変動の乱雑性の度合を表す。図 2-11 (a)、(b) ではそれぞれ  $1/f_{S1}$ ,  $1/f_{S2}$  の周期の余弦波状相関となる。これは速度変動が図 2-8 (a) に示したように正弦波状であることに対応している。図 2-11 (c) ~ (e) では  $1/f_{S2}$  あるいは  $1/f_{S3}$  の周期で強い相関を示すとともに、  $1/f_{W1}$  あるいは  $1/f_{W2}$  の弱い相関が現れている。このようにかく乱が  $f_S$  (内球の回転軸まわりに回転するスパイラル T. G. 渦) と  $f_W$  (方位角方向進行波動) からなる場合は、つねにスパイラル T. G. 渦の方が進行波動よりも強い相関を示すので、自己相関減衰量は  $\Delta R(f_S)$  となる。図 2-11 (f) では  $1/f_{S3}$  の周期の強い相関を示す。図 2-11 (g) では  $1/f_{W3}$  の周期の強い相関と、これよりやや弱い  $1/f_{H2}$  の周期の相関が現れている。このようにかく乱が  $f_W$  (方位角方向進行波動) と  $f_H$  (内球の回転軸まわりに回転するせん断波動) からなる場合は、進行波動の方がせん断波動よりも強い相関を示すときが多く、このときは自己相関減衰量は  $\Delta R(f_W)$  となる。図 2-11 (h) では  $\tau \approx 0$  で自己相関が急減少し、乱流の相関を示す。

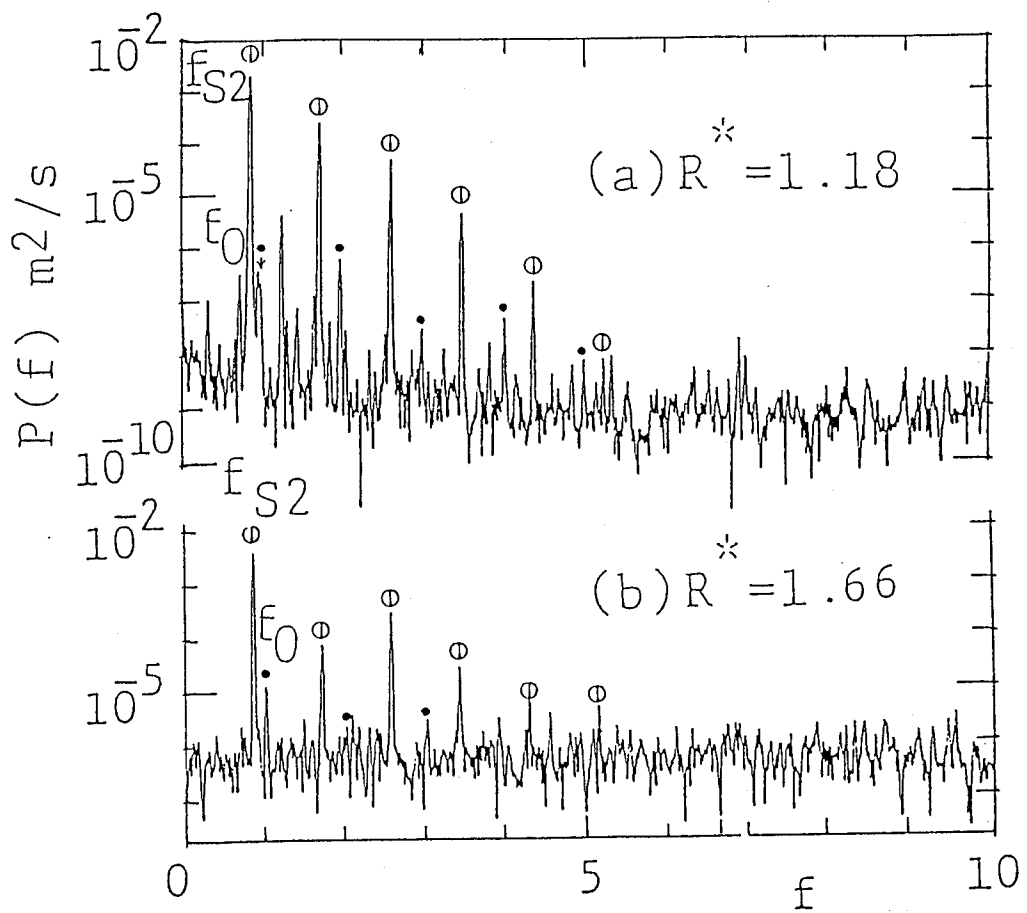


図2-10  $\theta = 90^\circ$  (赤道) の速度パワースペクトル ( $\eta = 0.5$   
 (すきま中央) ;  $f_{s2}$ ,  $f_{s3}$ ,  $\dots$  はかく乱の基本周波数,  
 $f_0$  は内球回転周波数)

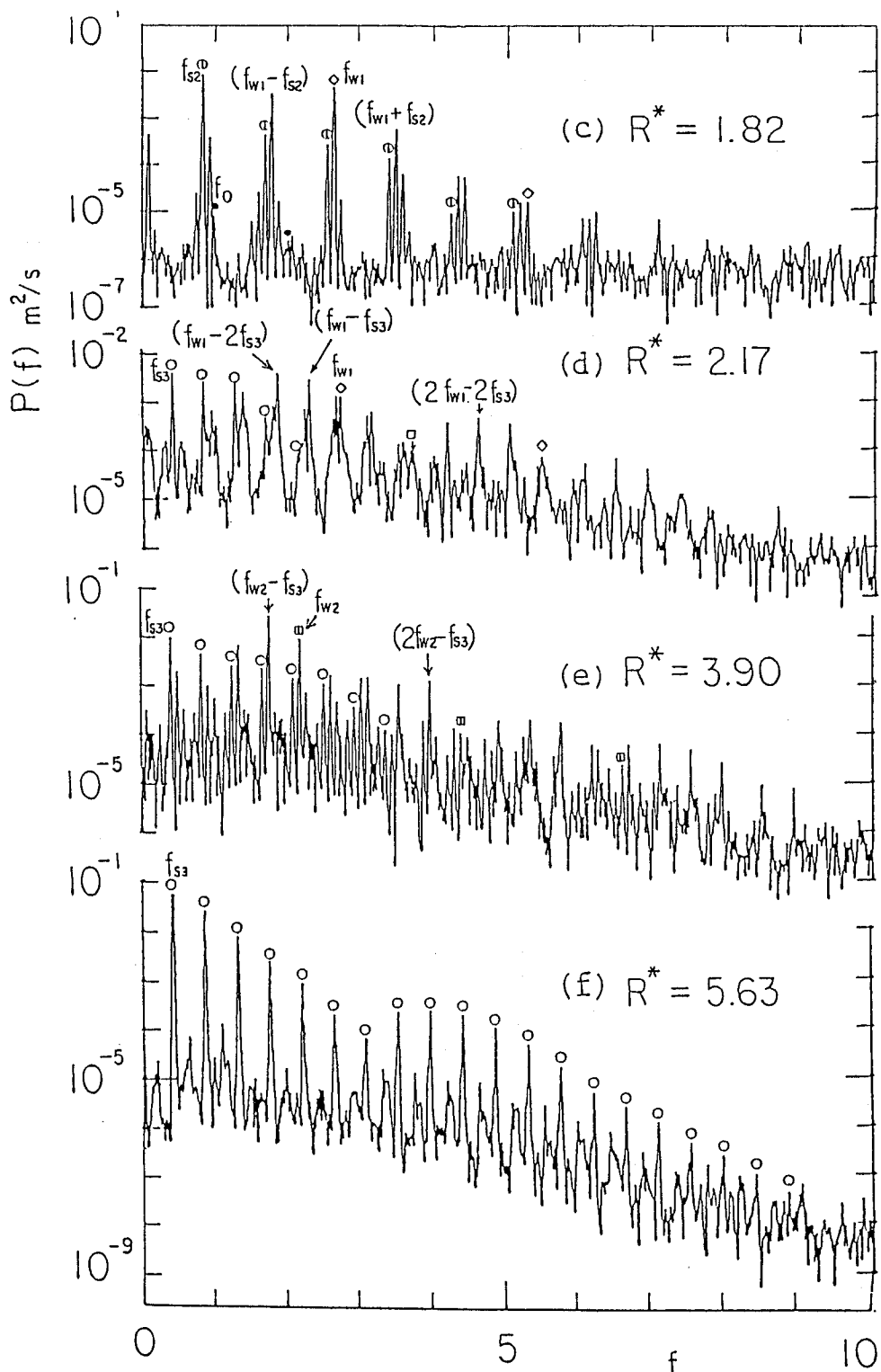


図2-10  $\theta = 90^\circ$  (赤道) の速度パワースペクトル ( $\eta = 0.5$   
 (すきま中央) ;  $f_{s2}$ ,  $f_{s3}$ , ... はかく乱の基本周波数,  
 $f_0$  は内球回転周波数)

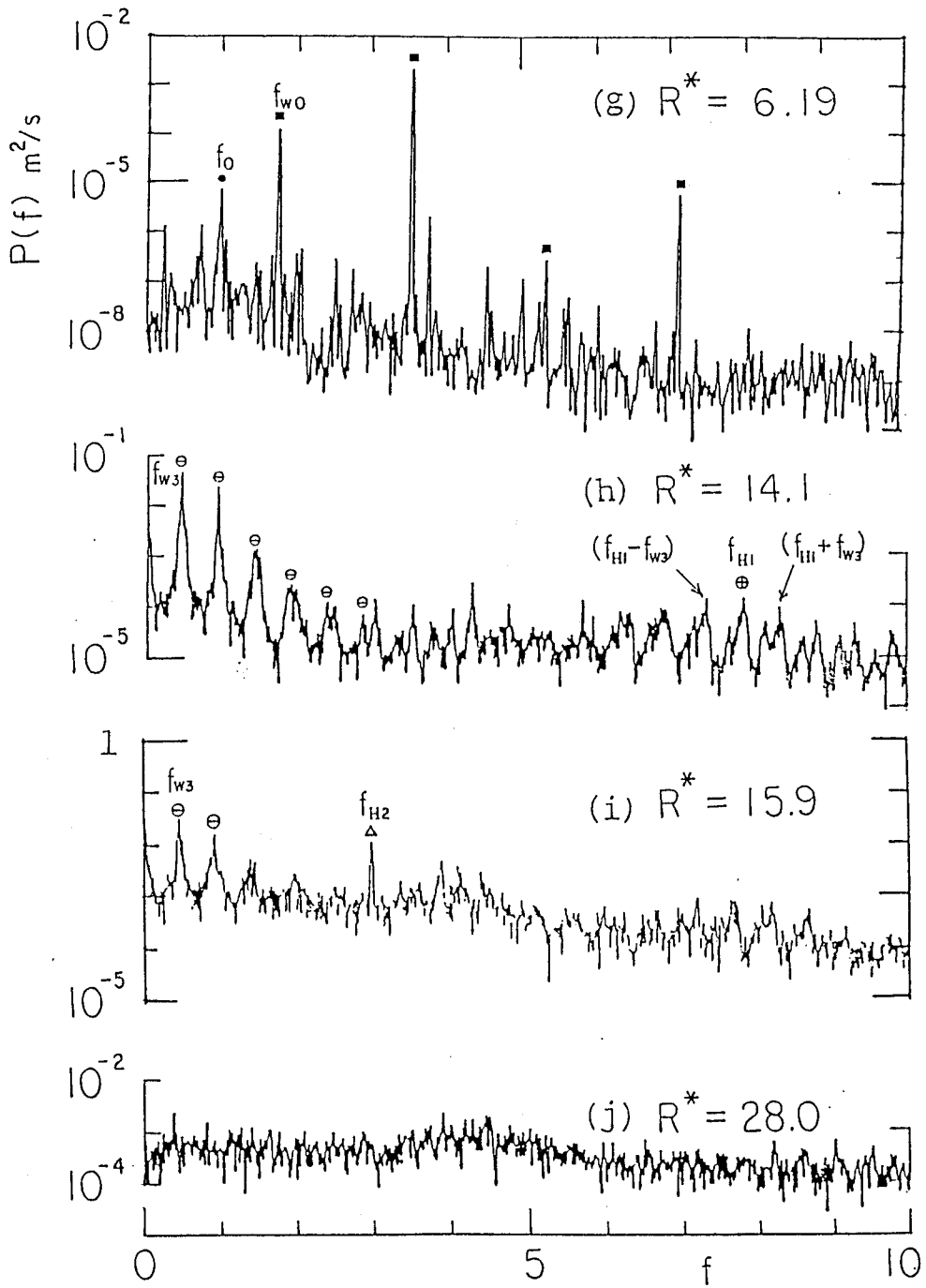


図2-10  $\theta = 90^\circ$  (赤道) の速度パワースペクトル ( $\eta = 0.5$  (すきま中央) ;  $f_{s2}, f_{s3}, \dots$  はかく乱の基本周波数,  $f_0$  は内球回転周波数)

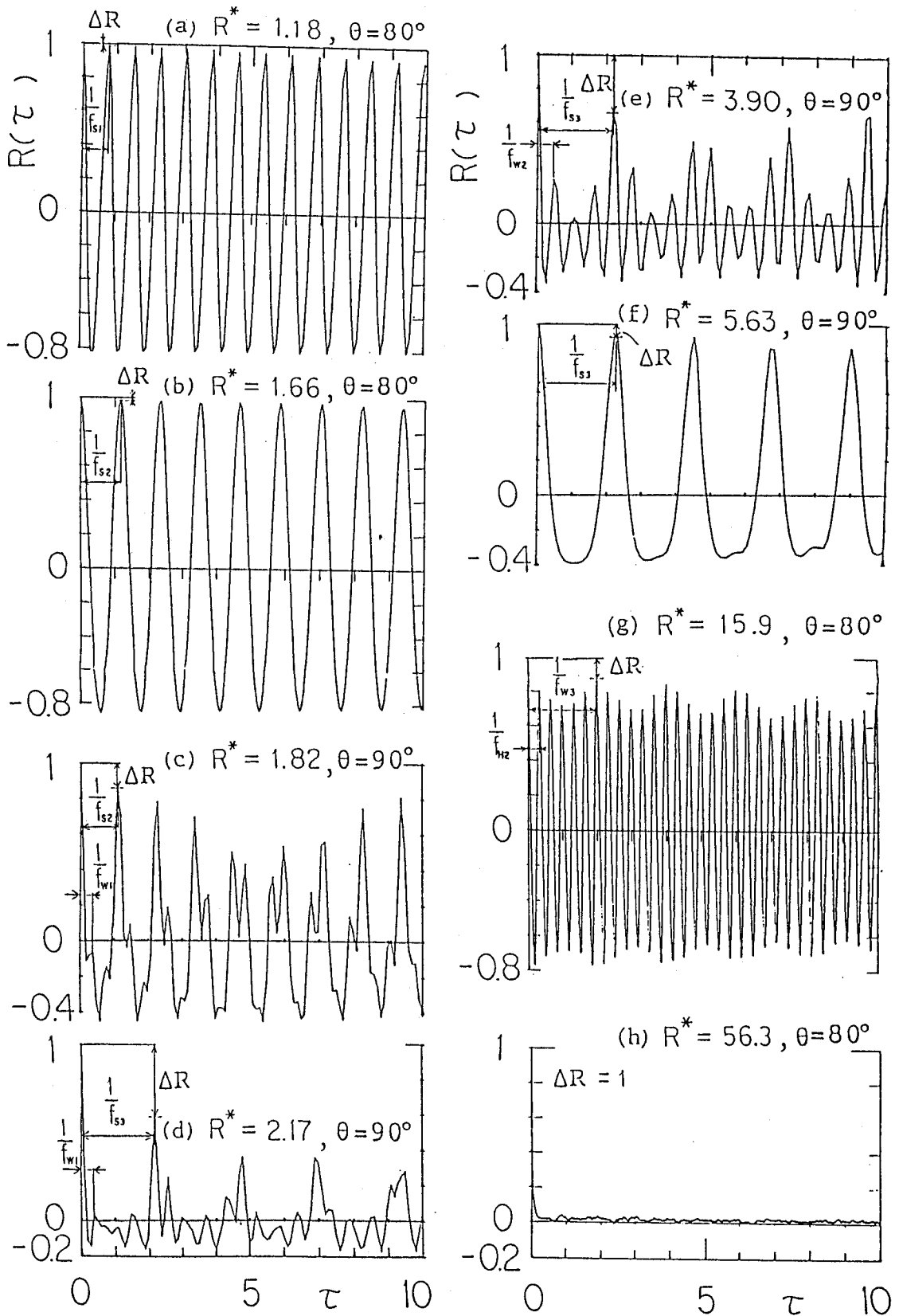


図2 - 1 1 自己相関係数 ( $\eta = 0.5$  (すきま中央);  $1/f_{s1}, 1/f_{s2}, \dots$  はかく乱の基本周期;  $\Delta R$  は自己相関減衰量)



## 2. 4 かく乱の基本周波数

本節は基本周波数の確定（2. 4. 1項）、基本周波数の空間特性と進化（2. 4. 2項）および回転2円筒流れの基本周波数との相違（2. 4. 3項）について述べる。

2. 4. 1項では、流れの可視化観察結果、ならびにレーザ散乱光出力および速度変動出力のスペクトル解析結果を比較検討することにより、かく乱の基本周波数を確定する。2. 4. 2項では、基本周波数の天頂角座標およびすきま座標（半径座標）への依存性を調べ、その空間特性を明らかにする。また基本周波数とレイノルズ数の関係を調べ、かく乱の基本周波数の進化について考察する。2. 4. 3項では、同種の遠心力形不安定現象を示す内円筒回転2円筒流れの場合の基本周波数との相違を明かにし、極付近のエクマン境界層流れが、テイラー渦に類似した、赤道付近の環状T. G. 渦に与える影響について考察する。

### 2. 4. 1 基本周波数の確定

図2-12は、 $\theta = 80^\circ$ 位置の観察点にレーザを照射したときに得た散乱光出力のパワースペクトル $P_L(f)$ を示す。図中の $f_0 (= 1)$ は速度パワースペクトルの場合と同様、内球の回転振れによって生じたノイズである。図2-12(a)は環状・スパイラル渦流II T S<sub>N</sub>（この可視化写真は図2-5(a)）の場合に得た散乱光パワースペクトルを示す。この場合目視観察によって、球全周に3対( $S_p = 3$ )等間隔にあって、内球の回転軸まわりに回転するスパイラルT. G. 渦が、上述の観察点( $\theta = 80^\circ$ )をつぎつぎと通過するのが認められるが、ストップウォッチで測定したその通過周期の逆数（通過周波数）の値は、レーザ散乱光パワースペクトル（図2-12(a)）の卓越周波数 $f_{s1}$ の値と一致した。さらにこの値が速度パワースペクトル（図2-9(a)）の卓越周波数 $f_{s1}$ の値とも一致したことから、 $f_{s1}$ は $S_p = 3$ （3対）のスパイラルT. G. 渦を表す基本周波数であると確定できた。上述と同様の考察により、図2-12、2-9に見られる卓越周波数 $f_{s2}$ 、 $f_{s3}$ はそれぞれ $S_p = 2$ 、1のスパイラルT. G. 渦を表す基本周波数であると確定できた。

図2-12(c)は波動環状・スパイラル渦流III W T S<sub>N</sub>（可視化写真は図2-5(b)）の場合の散乱光パワースペクトルを示す。この場合目視観察によって、環状T. G. 渦に生じた球全周に波数が6 ( $m = 6$ )の方位角方向進行波動が、観察点を通過するのが認められた。ストップウォッチで求めたその通過周波数の値が、散乱光パワースペクトル（図2-12(c)）および速度パワースペクトル

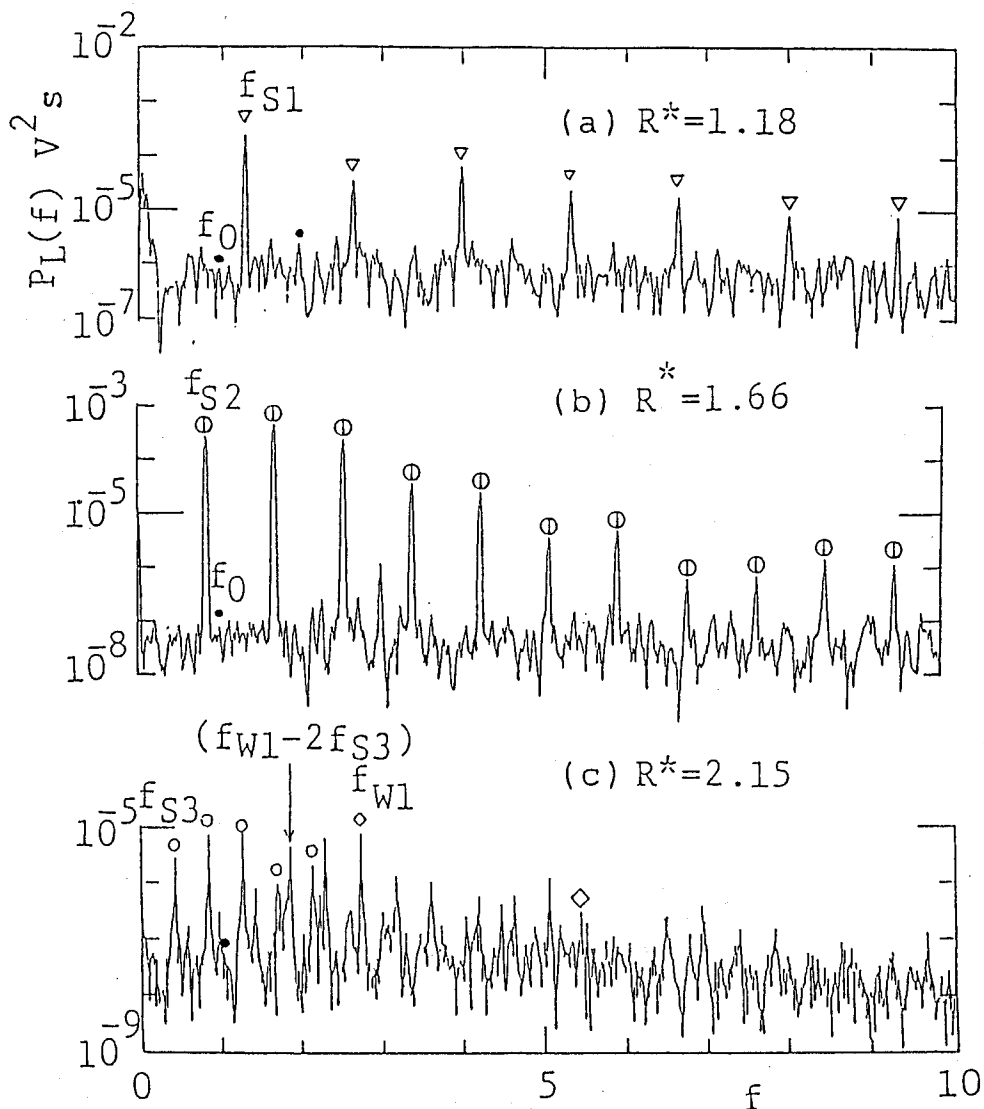


図2-12  $\theta = 80^\circ$  の散乱光パワースペクトル ( $\eta = 0.5$  (すきま中央)  
 ;  $f_{s1} \sim f_{s3}$ はスパイラルT. G. 渦,  $f_{w1} \sim f_{w3}$ は進行波動,  
 $f_{H1} \sim f_{H2}$ はせん断波動をそれぞれ表す基本周波数,  $f_\theta$ は内球回  
 転周波数;  $N$ は環状T. G. 渦のセル数,  $S_p$ はスパイラルT.G.  
 渦のセル対の数,  $m$ は進行波動の波数,  $S_H$ はせん断波動の波数)

(a) 環状・スパイラル渦流 II T S<sub>N</sub> ( $R^* = 1.18$ ,  $N = 2$ ,  $S_p = 3$ ; 速度  
 パワースペクトルは図2-9 (a); 可視化写真は図2-5 (a))

(b) 環状・スパイラル渦流 II T S<sub>N</sub> ( $R^* = 1.66$ ,  $N = 2$ ,  $S_p = 2$ ; 速度  
 パワースペクトルは図2-9 (b))

(c) 波動環状・スパイラル渦流 III W T S<sub>N</sub> ( $R^* = 2.15$ ,  $N = 2$ ,  $S_p = 1$ ,  
 $m = 6$ ; 速度パワースペクトルは図2-9 (d); 可視化写真は図2-5 (b))

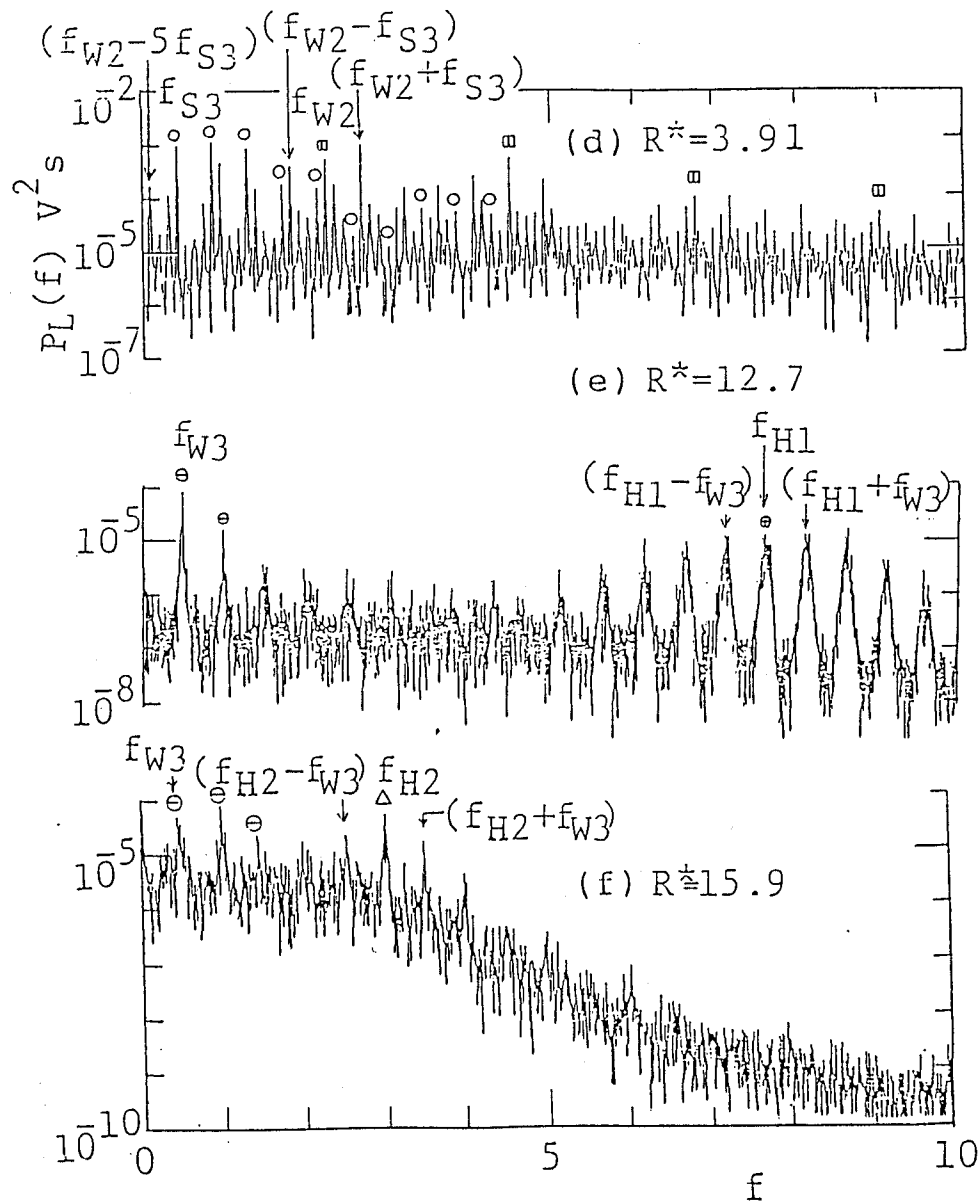


図2-12  $\theta = 80^\circ$  の散乱光パワースペクトル ( $\eta = 0.5$  (すきま中央)  
 ;  $f_{s1} \sim f_{s3}$ はスパイラルT. G. 渦,  $f_{w1} \sim f_{w3}$ は進行波動,  
 $f_{H1} \sim f_{H2}$ はせん断波動をそれぞれ表す基本周波数,  $f_\theta$ は内球回  
 転周波数;  $N$ は環状T. G. 渦のセル数,  $S_P$ はスパイラルT. G.  
 渦のセル対の数,  $m$ は進行波動の波数,  $S_H$ はせん断波動の波数)

(d) 波動環状・スパイラル渦流IIIWT S<sub>N</sub> ( $R^* = 3.91$ ,  $N = 2$ ,  $S_P = 1$ ,  
 $m = 5$ ; 速度パワースペクトルは図2-9 (e))

(e) せん断波動を持つ乱流波動渦流IVWT S<sub>h</sub> ( $R^* = 12.7$ ,  $N = 2$ ,  $m$   
 $= 1$ ,  $S_H = 14$ ; 速度パワースペクトルは図2-9 (g); 可視化写真は図2-  
 5 (c))

(f) せん断波動を持つ乱流波動渦流IVWT S<sub>h</sub> ( $R^* = 15.9$ ,  $N = 2$ ,  $m$   
 $= 1$ ,  $S_H = 6$ ; 速度パワースペクトルは図2-9 (h); 可視化写真は図2-5  
 (d))

ル（図2-9（d））の卓越周波数  $f_{w1}$  の値と一致したことから、 $f_{w1}$  は波数  $m = 6$  の方位角方向進行波動を表す基本周波数であると確定できた。同様の考察により図2-12、2-9に見られる卓越周波数  $f_{w2}$ 、 $f_{w3}$  は、環状 T. G. 渦に生じるそれぞれ  $m = 5$ 、 $1$  の方位角方向進行波動を表す基本周波数であると確定できた。

図2-12（e）はせん断波動を持つ乱流波動渦流 IVWTS<sub>H</sub>（可視化写真は図2-5（c））の場合の散乱光パワースペクトルを示す。この場合目視観察によって、エクマン境界層の二次流れ内に生じた球全周に波数が  $14$ （ $S_H = 14$ ）の、内球の回転軸まわりに回転するせん断波動が、観察点を通過するのが認められた。ストロボ発光器を同調させて求めたその通過周波数の値が、散乱光スペクトル図2-12（e）および速度パワースペクトル図2-9（g）の卓越周波数  $f_{H1}$  の値と一致することから、 $f_{H1}$  は波数  $S_H = 14$  のせん断波動を表す基本周波数であると確定できた。同様の考察により図2-12、2-9に見られる卓越周波数  $f_{H2}$  は、 $S_H \approx 6$  のせん断波動を表す基本周波数であると確定できた。ここで、上述の  $f_{H1}$  のせん断波動が規則的であるのに対し、この  $f_{H2}$  のせん断波動は前述（図2-5（d））したように不規則で、その波長や波数が時間的に変動するが、波数  $S_H$  は約  $6$  と見積られた。

つぎに  $\theta = 90^\circ$  位置の観察点にレーザを照射したときの散乱光パワースペクトルを求め、上述の  $\theta = 80^\circ$  の場合と同様な考察を行った。その結果  $\theta = 90^\circ$  の速度パワースペクトル（図2-10）に見られる卓越周波数  $f_{s2}$ 、 $f_{s3}$ 、 $f_{w1}$ 、 $f_{w2}$ 、 $f_{w3}$ 、 $f_{H1}$  および  $f_{H2}$  は、 $\theta = 80^\circ$  の場合と同じ基本周波数であるという結論が得られた。

本研究から  $\beta = 0.14$  の回転2球間すきまに生じるかく乱の基本周波数は、スパイラル T. G. 渦を表す  $f_s$ 、方位角方向進行波動を表す  $f_w$ 、せん断波動を表す  $f_H$  の3種であることが明らかとなった。図2-13は、これらの基本周波数を含む代表的なフローレジームについてその流れの模写図を示す。

#### 2. 4. 2 基本周波数の空間特性と進化

図2-14は流れの可視化およびレーザ散乱光測定から求めた、かく乱の基本周波数と天頂角座標の関係を示す。ここで縦軸のかく乱の基本周波数の値はその波数をもとに表されている。したがってその数値部分（基本周波数/波数）はかく乱の回転周波数（かく乱が球全周を一周するのに要する時間の逆数）に相当する。図中の●印は散乱光パワースペクトルにおいてかく乱の基本周波数が検出され、かつ目視観察によってかく乱（スパイラル T. G. 渦、波動環状 T. G. 渦、

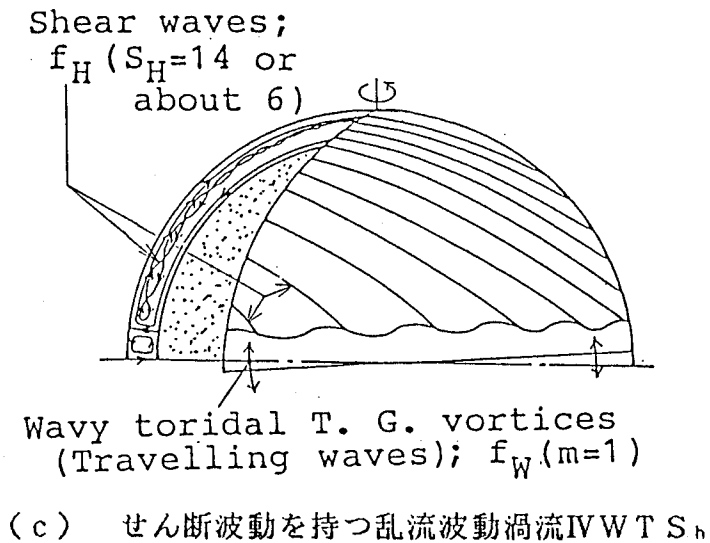
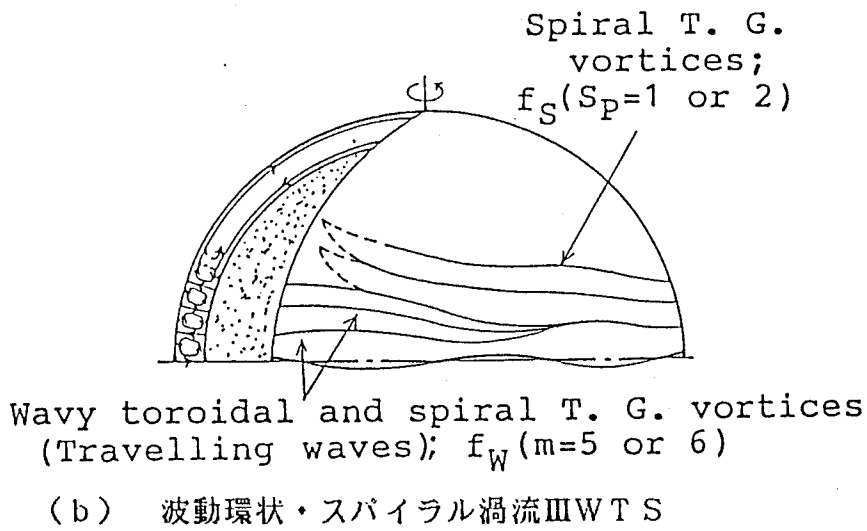
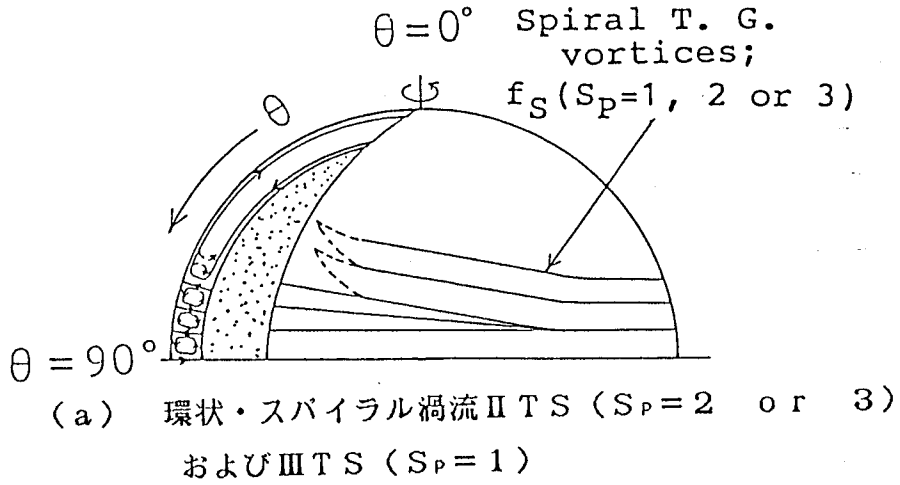


図2-13 かく乱の基本周波数を持つ代表的な流れの模写図 ( $S_P$ はスパイラルT.G.渦のセル対の数,  $m$ は進行波動の波数,  $S_H$ はせん断波動の波数)

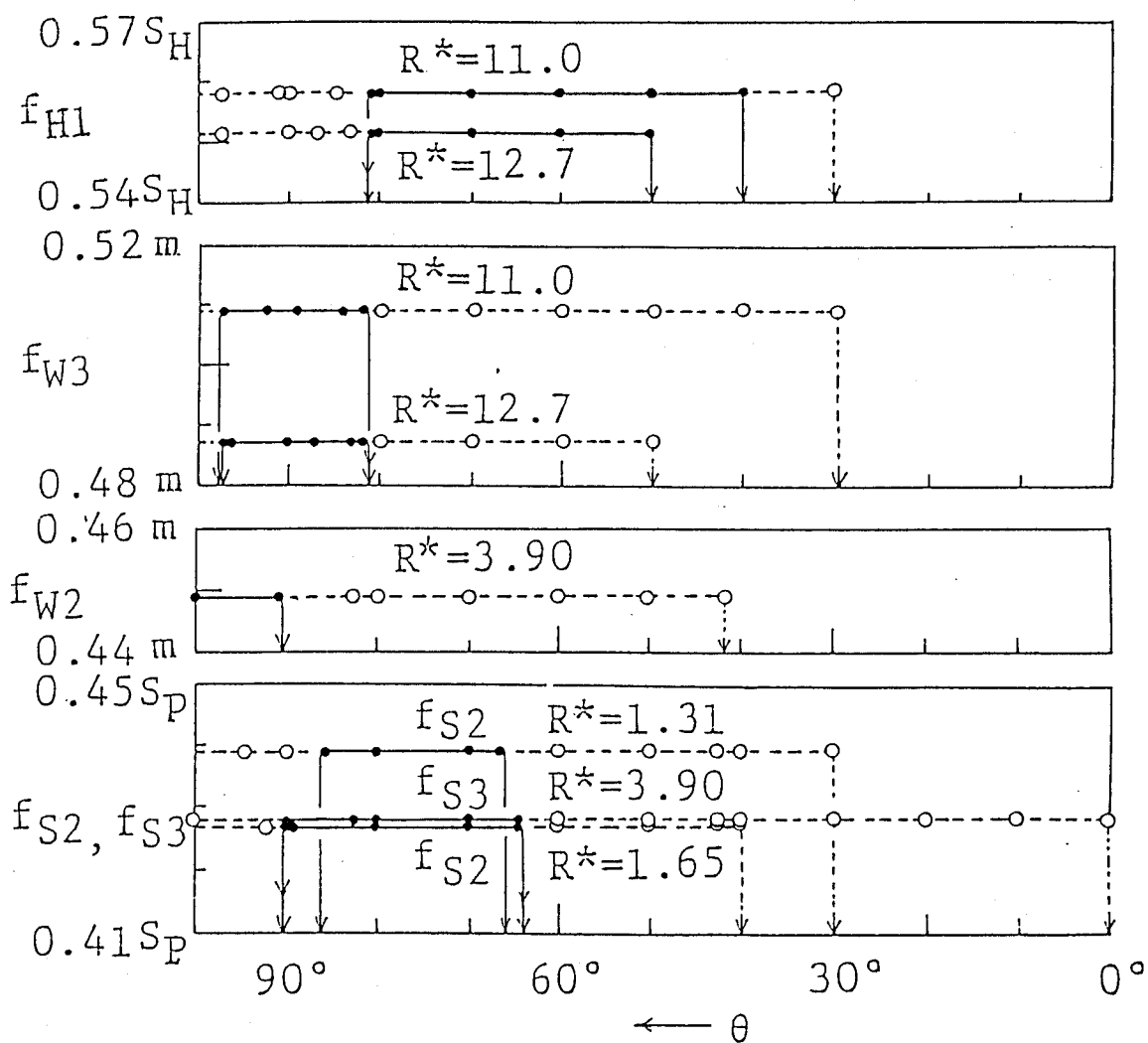


図 2-14 かく乱の基本周波数と天頂角座標の関係 (すきま中央 ( $\eta = 0.5$ ) の散乱光パワースペクトルより得た結果: ●印は目視観察によってかく乱 (スパイラル T. G. 渦 ( $f_s$ ), 波動環状 T. G. 渦 ( $f_w$ ), せん断波動 ( $f_H$ )) の構造が明確に認められる場合、○印はそうでない場合;  $\theta = 0^\circ$  は北極,  $90^\circ$  は赤道)

せん断波動)の構造が明確に認められる場合のデータを示す。一方○印は、基本周波数が検出できるが、かく乱の構造が明確に認められない場合のデータを示す。図2-14から知られるように、かく乱の基本周波数はかく乱の構造が明確に観察できる $\theta$ 範囲だけでなく、2球間すきまの広い $\theta$ 範囲で検出され、かつその値は $\theta$ に無関係に一定である。

図2-15はかく乱の基本周波数とすきま座標 $\eta$ の関係を、せん断波動を持つ乱流波動渦流の場合の速度パワースペクトルについて示す。基本周波数( $f_{w3}$ 、 $f_{H2}$ )について、縦軸のパワーは $\eta$ によって相違するが、横軸の周波数値は $\eta$ に無関係に一定である。

図2-14、2-15から知られることは、かく乱の基本周波数は天頂角座標 $\theta$ およびすきま座標 $\eta$ に無関係に、2球間すきまの広い範囲で同じ値を持つことである。

図2-16はかく乱の基本周波数と $R^*$ の関係を、 $\beta=0.177$ のT. G. 渦流形の場合<sup>(20)</sup>および2.4.3項で述べる回転2円筒流れの場合<sup>(27)</sup>とともに示す。図中の○印はレーザ散乱光出力の周波数分析から得た結果を、×、●、+印は速度変動の周波数分析から得た結果をそれぞれ示す。ここで×印は、 $\theta=90^\circ$ と $80^\circ$ で別々に行った速度の測定において、同じ基本周波数を得た場合の結果である。一方●と+印は速度測定を行った $\theta=90^\circ$ と $80^\circ$ で、相違した基本周波数を得た場合の結果であり、●印( $R^*$ が1.2付近の $f_{s2}$ および $R^*$ が6.2付近の $f_{w0}$ )は $\theta=90^\circ$ のみの速度測定で得た結果を、+印( $R^*$ が1.2付近の $f_{s1}$ 、なお $R^*$ が6.2付近では基本周波数は検出されなかった)は $\theta=80^\circ$ のみの速度測定で得た結果をそれぞれ示す。この、 $\theta=90^\circ$ と $80^\circ$ の速度変動で相違した基本周波数を得たという結果は、図2-14(基本周波数は $\theta$ に無関係に一定)の結果と矛盾するが、図2-16から知られるように●印( $\theta=90^\circ$ の速度変動)の結果を除けば、レーザ散乱光出力と速度変動の結果はよく一致している。

$R^*$ が1.2および6.2付近で●印の結果が他の結果と相違した理由について考察するため、流れの可視化およびレーザ散乱光測定により、以下の2つの追加実験を行った。まず、 $R^*$ を準静的ではなく、ある程度の加速度を与えて零から1.18まで上昇させる実験を行った。その結果 $R^*=1.18$ では、スパイラルT. G. 渦のセル対の数 $S_p$ が2、環状T. G. 渦のセル数 $N$ が2の環状・スパイラル渦流が生じ、その散乱光パワースペクトル(図2-17(a))が示すように、 $S_p=2$ のスパイラルT. G. 渦を表す基本周波数 $f_{s2}$ が得られた。この結果は、 $R^*$ を準静的に上昇させた場合の結果( $S_p=3$ 、 $N=2$ の環状・スパイラル渦

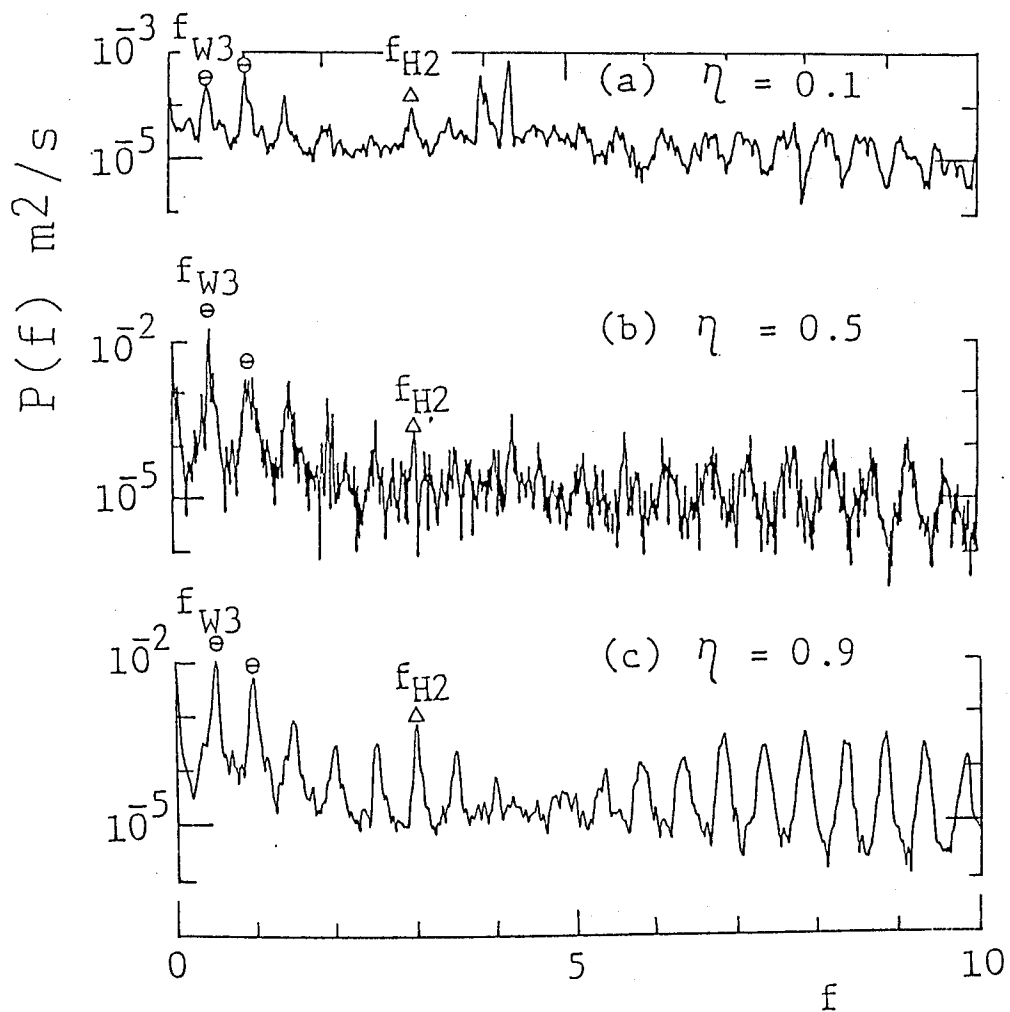


図2-15 かく乱の基本周波数とすきま座標の関係 (せん断波動を持つ乱流波動渦流IVWTS<sub>h</sub> ( $R^* = 15.1$ ,  $N = 2$ ,  $m = 1$ ,  $S_H \approx 6$ );  $\theta = 90^\circ$  (赤道))

- (a)  $\eta = 0.1$  (内球付近) の速度パワースペクトル
- (b)  $\eta = 0.5$  (すきま中央) の速度パワースペクトル
- (c)  $\eta = 0.9$  (外球付近) の速度パワースペクトル



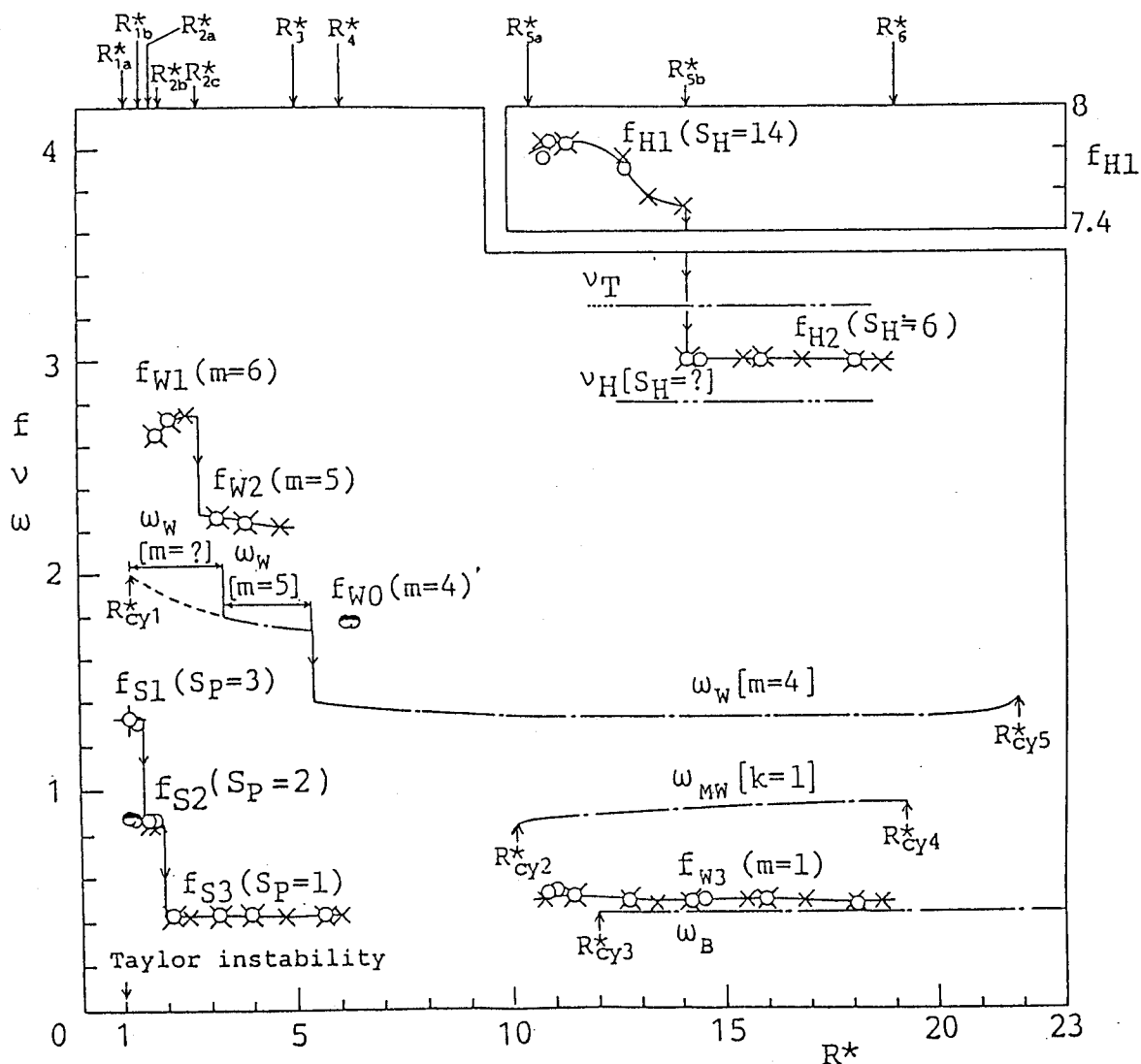


図2-16 かく乱の基本周波数と $R^*$ の関係 (○印, ×印, ●印および●印は本実験結果: ○印はレーザー散乱光出力の結果, ×印 ( $\theta = 90^\circ$  (赤道) と  $80^\circ$ ), ●印 ( $\theta = 90^\circ$  (赤道)) および + 印 ( $\theta = 80^\circ$ ) は速度変動の結果 ( $R^*_{1a}$ ,  $R^*_{1b}$ , ... は遷移レイノルズ数比 (表2-2)); 二点鎖線は  $\beta = 0.177$  の回転2球流れの結果<sup>(28)</sup>:  $\nu_H$  と  $\nu_T$  はそれぞれせん断波動, 環状 T. G. 渦内のかく乱を表す基本周波数; 一点鎖線は  $\beta = 0.140$ , アスペクト比  $\Gamma = 20.0$  の回転2円筒流れの結果<sup>(27)</sup>:  $\omega_W$ ,  $\omega_{MW}$  および  $\omega_B$  はそれぞれ進行波動, 波動変調, 弱い乱流を表す基本周波数, ( $R^*_{cy1} = 1.2$ ,  $R^*_{cy2} = 10.1$ ,  $R^*_{cy3} = 12$ ,  $R^*_{cy4} = 19.3$  および  $R^*_{cy5} = 21.9$  は遷移レイノルズ数比)

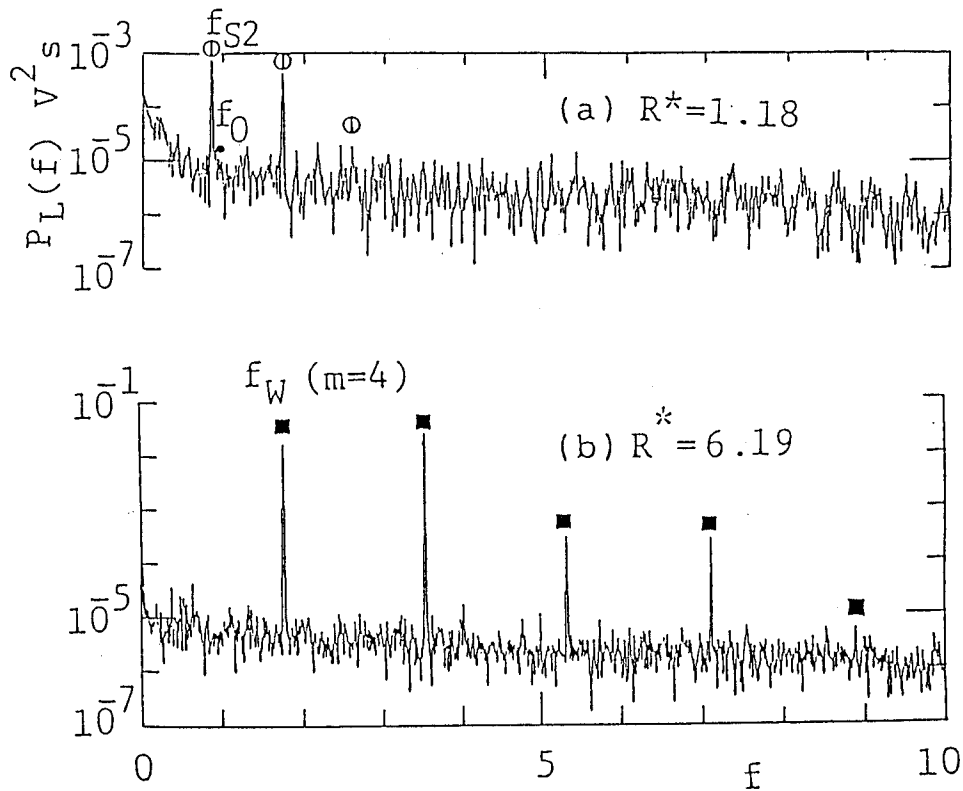


図 2-17 加速度を与えて  $R^*$  を上昇させた場合に得られる流れのレーザ散乱光スペクトル ( $\theta = 90^\circ$  (赤道),  $\eta = 0.5$  (すきま中央);  $N$  は環状 T. G. 渦のセル数,  $S_P$  はスパイラル T. G. 渦のセル対の数,  $m$  は進行波動の波数)

- (a) 環状・スパイラル渦流 II T S<sub>N</sub> ( $R^* = 1.18$ ,  $N = 2$ ,  $S_P = 2$ ;  $f_{S2}$  は  $S_P = 2$  のスパイラル T. G. 渦の基本周波数)
- (b) 進行波動渦流 III W T ( $R^* = 6.19$ ,  $N = 2$ ,  $m = 4$ ;  $f_W$  は  $m = 4$  の進行波動の基本周波数)

流、および  $S_p = 3$  のスパイラル T. G. 渦を表す基本周波数  $f_{s1}$  が得られる) とは相違する。つぎに、同様に加速度を与えて、 $R^*$  を零から 6.19 まで上昇させる実験を行った。その結果  $R^* = 6.19$  では、進行波動の波数  $m$  が 4、 $N$  が 2 の進行波動渦流 III WT (層流 + 波動環状 T. G. 渦 + 二次流れ) が生じ、 $m = 4$  の進行波動を表す基本周波数  $f_w$  が得られた (図 2-17 (b))。この結果は、 $R^*$  を準静的に上昇させた場合の結果 (基本周波数を持たない  $N = 2$  の環状渦流 III T が得られる) とは相違する。ここで  $f_w$  の値が ●印の  $f_{w0}$  と一致することから、 $f_{w0}$  は  $m = 4$  の進行波動の基本周波数と推測される。

以上 2 つの追加実験から、 $R^*$  が 1.2 または 6.2 付近での ●印 ( $\theta = 90^\circ$  の速度変動) の結果と他 ( $\theta = 80^\circ$  の速度変動、およびレーザ散乱光出力) の結果の不一致は、フローステート ( $S_p = 2$  と  $S_p = 3$ ) またはフローレジーム (III WT と III T) の相違に起因し、この相違は、 $\theta = 90^\circ$  に置かれた熱線プローブの後流が  $\theta = 80^\circ$  の場合ほど微小ではなく、流れの遷移に影響を与えたために生じたものと理解される。しかしながら上記以外の  $R^*$  では、 $\theta = 90^\circ$  と  $80^\circ$  の速度変動およびレーザ散乱光の基本周波数に不一致がみられなかったので、速度変動の結果は、後流のないレーザ散乱光測定の結果と同様信頼できるものである。

上述のように熱線の後流のために生じたと考えられる ●印の結果を除いた図 2-16) の結果は、表 2-2 で示したようにまとめられる。環状・スパイラル渦流 (II T S<sub>N</sub> および III T S<sub>N</sub>) は 1 個の基本周波数  $f_s$  で特徴づけられる単一周期レジームであるが、波動環状・スパイラル渦流 (III WT S<sub>N</sub>) とせん断波動を持つ乱流波動渦流 (IV WT S<sub>N</sub>) は、2 個の基本周波数 (それぞれ [ $f_s$ ,  $f_w$ ] と [ $f_H$ ,  $f_w$ ]) で特徴づけられる二重周期レジームである。 $R^*_{4} \leq R^* < R^*_{5a}$  および  $R^*_{6} \leq R^* < R^*_{max}$  の範囲で基本周波数が検出されなかった理由は、前者では速度変動が消滅した (スパイラル T. G. 渦が消滅して流れが定常な環状渦流 III T となった) ためであり、後者では速度変動がカオス化した (流れが乱流渦流 IV T となった) ためである。

Buehler と Zierrep<sup>(20)</sup> はすきま比  $\beta$  が 0.177 の T. G. 渦流形において、2 セルの環状 T. G. 渦を持つ流れから、図 2-16 に示した 2 個の基本周波数、 $\nu_H$  と  $\nu_T$  を得た。 $\nu_H$  はエクマン境界層の二次流れ内に生じるせん断波動 (波数  $S_H$  は未報告) の基本周波数であるが、その発生レイノルズ数比 (約 12.6) は、 $\beta = 0.14$  の本研究の場合 ( $R^*_{5a} = 10.5$ ) より大きい。一方  $\nu_T$  は、その物理的性格が明確に報告されていないが、環状 T. G. 渦内に生じる微小かく乱の基本周波数と考えられ、本実験で得た進行波動の基本周波数  $f_{w3}$  とは

相違する。本実験では環状 T. G. 渦内に微小かく乱は発生しなかった。

図 2-18 はかく乱の回転周波数、 $f_s/S_p$ 、 $f_w/m$ 、 $f_H/S_H$ 、と  $R^*$  の関係を、2. 4. 3 項で述べる回転 2 円筒流れの場合とともに示す。各回転周波数の値は  $R^*$  の変化に対しおよそ一定値を示すが、その一定値はかく乱のタイプ（スパイラル T. G. 渦、進行波動、せん断波動）によってわずかに相違するようである。

### 2. 4. 3 回転 2 円筒流れの基本周波数との相違

赤道付近に生じる環状 T. G. 渦は、回転 2 円筒流れのテイラー渦に類似したものである。しかし環状 T. G. 渦は極から赤道にかけて生じるエクマン境界層の二次流れの影響を受ける。したがって、回転 2 円筒流れの場合の基本周波数や遷移レイノルズ数との相違を明らかにすることは、極付近のエクマン境界層流れが赤道付近の環状 T. G. 渦に与える影響を考察するうえで重要である。

図 2-16 で示した  $\omega_w$ 、 $\omega_{mw}$ 、 $\omega_B$  は、 $\beta = 0.140$  の回転 2 円筒流れの場合<sup>(27)</sup> に得られた基本周波数であり、また  $R^*_{cyl}$  ( $i = 1 \sim 5$ ) はフローレジームの変化に対する遷移レイノルズ数比である。ここで  $\omega_w$  はテイラー渦に生じる波数  $m$  が 4、5 またはそれ以上（詳細は不明）の方位角方向進行波動を表す基本周波数、 $\omega_{mw}$  は変調パターンを特徴づけるパラメータ  $k$  が 1 ( $k$  については 4. 4. 2 項で詳述) の波動変調<sup>(28)</sup> を表す基本周波数、 $\omega_B$  は弱い乱流を表すブロード・コンポーネントの中心周波数である。図 2-16 から知られるように、進行波動は回転 2 球流れ ( $f_w$ ) と回転 2 円筒流れ ( $\omega_w$ ) に共通して現れるかく乱であるが、スパイラル T. G. 渦 ( $f_s$ ) およびせん断波動 ( $f_H$ 、 $\nu_H$ ) は回転 2 球流れに特有なかく乱である。一方、波動変調 ( $\omega_{mw}$ ) および弱い乱流を表すブロード・コンポーネント ( $\omega_B$ ) は、回転 2 円筒流れに特有なかく乱である。ただし  $R^*$  を、本章のように準静的に上昇させる代わりに、第 4 章で述べるような加速度を与えて上昇させれば、回転 2 球流れの場合にも波動変調を得ることができる。進行波動について回転 2 球流れ ( $f_w$ ) と回転 2 円筒流れ ( $\omega_w$ ) を比較すれば、その発生レイノルズ数比は、前者 ( $R^*_{2s} = 1.71$ ) が後者 ( $R^*_{cyl} = 1.2$ ) より大きい。この結果から、極付近のエクマン境界層流れは、回転 2 円筒流れのテイラー渦流に類似した、赤道付近の T. G. 渦流に生じる進行波動の発生に対して安定側（発生を遅らせる方向）に作用すると考えられる。

図 2-18 で示した  $\omega_w/m$  は、 $\beta = 0.140$ <sup>(27)</sup>、 $0.152$ <sup>(38)</sup> および  $0.144$ <sup>(30)</sup> の回転 2 円筒流れの場合に求められた、進行波動の回転周波数（位相速度に対応）であるが、これらの値は  $R^*$  の増大に対して単調減少後ほぼ一定値を保つ。これ

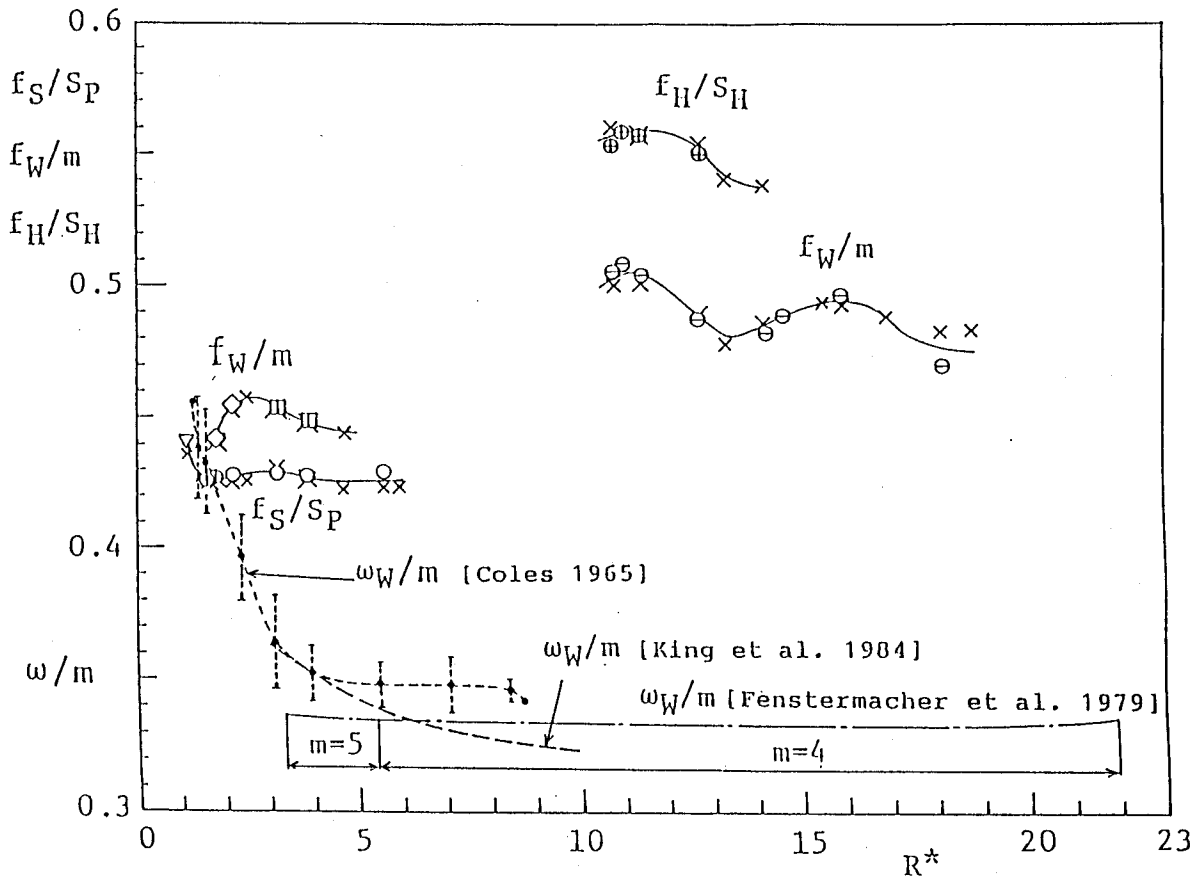


図2-18 かく乱の回転周波数と $R^*$ の関係 ( $f_S/S_P$  (スパイラルT. G. 渦),  $f_W/m$  (進行波動),  $f_H/S_H$  (せん断波動) は本実験結果:  $\nabla$ 印 ( $f_{S1}/3$ ),  $\oplus$ 印 ( $f_{S2}/2$ ),  $\circ$ 印 ( $f_{S3}/1$ ),  $\diamond$ 印 ( $f_{W1}/6$ ),  $\square$ 印 ( $f_{W2}/5$ ),  $\ominus$ 印 ( $f_{W3}/1$ ) および  $\oplus$ 印 ( $f_{H1}/14$ ) はレーザ散乱光出力の結果,  $\times$ 印は速度変動の結果;  $\omega_W/m$  (進行波動) は回転2円筒流れの結果: 一点鎖線は $\beta = 0.140$ , アスペクト比 $\Gamma = 20.0$  および $m = 4 \sim 5$ の場合<sup>(27)</sup>, 太い破線は $\beta = 0.152$ ,  $\Gamma_{max} = 80$  および $m = 4 \sim 5$ の場合<sup>(38)</sup>, 細い破線は $\beta = 0.144$ ,  $\Gamma = 27.9$  および $m = 3 \sim 7$ の場合<sup>(30)</sup>)

に対して回転2球流れの  $f_w / m$  は、このような傾向を示さず、高レイノルズ数比で回転2円筒流れよりも大きな値を示す。このことから、極付近のエクマン境界層流れは、テイラー渦流に類似した、赤道付近の T. G. 渦流に生じる進行波動の回転を速める方向に作用すると考えられる。回転2球流れにみられる進行波動についての特異な現象は、 $R^*_{3} \leq R^* < R^*_{5a}$  で進行波動が一時的に消滅することである。このような現象は、回転2円筒流れでは報告されていない。以上述べた回転2円筒流れのテイラー渦流および赤道付近の T. G. 渦流に生じる進行波動についての相違と極付近のエクマン境界層流れとの関連を、理論的に解明することが今後の課題である。

## 2. 5 カオスの進行

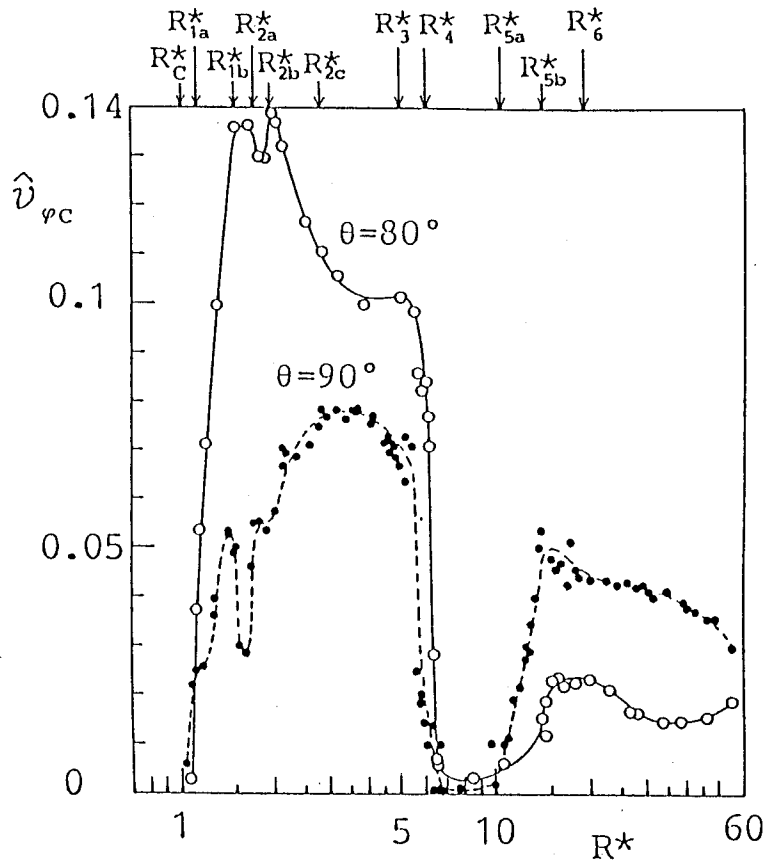
本節はカオスの進行に関連した、かく乱の実効値（2. 5. 1項）ならびに自己相関減衰量および雑然度（2. 5. 2項）について述べる。

2. 5. 1項では、速度変動の実効値を調べ、速度のかく乱成分がレイノルズ数の増大とともに、線形かく乱領域からカオス的かく乱（乱流）領域に至る過程<sup>(32)</sup>について考察する。2. 5. 2項では、カオスの度合を表すと考えられる自己相関減衰量<sup>(15)</sup>および雑然度<sup>(37)</sup>のレイノルズ数変化を調べ、カオスの進行を定量的に考察する。そしてRuelle-Takens<sup>(34)</sup>のカオス発生のシナリオとの関連について述べる。

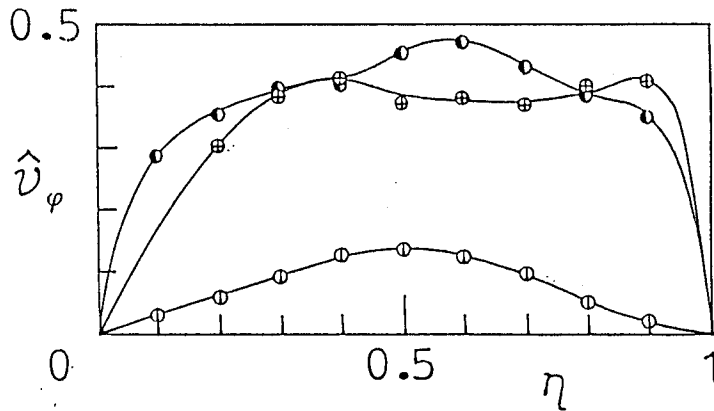
### 2. 5. 1 かく乱の実効値

図2-19は方位角方向変動速度 $\hat{v}_\phi$ の実効値、 $\hat{v}_\phi = (\overline{\hat{v}_\phi^2})^{0.5}$ 、を示す。図2-19(a)はすきま中央の実効値、 $\hat{v}_{\phi c}$ 、の $R^*$ による変化を $\theta = 80^\circ$ と $90^\circ$ について示す。 $R^*_{c} \leq R^* < R^*_{1a}$ の定常な環状渦流(II T)領域(表2-2)では、 $\theta = 80^\circ$ 、 $\theta = 90^\circ$ の場合とも $\hat{v}_{\phi c} = 0$ である。 $R^*_{1a}$ で発生するスパイラルT. G. 渦により、 $\hat{v}_{\phi c}$ は $R^*_{1a}$ 付近で急激に増大する。したがってこの付近は、線形かく乱領域(速度変動が平均速度分布に影響を与えないまま、急激に成長する領域)<sup>(32)</sup>と考えられる。それに続く非線形かく乱領域<sup>(32)</sup>では、スパイラルT. G. 渦のセル対の数の変化、進行波動の発生やその波数の変化による非線形性の変化のため、 $\hat{v}_{\phi c}$ が増減すると考えられるが、まもなく最大値に到達しその後はゆるやかに減少を始める。ここで $\theta = 80^\circ$ と $90^\circ$ では、 $\hat{v}_{\phi c}$ が最大値を示す $R^*$ 値が相違する。そして $R^*_{4} \leq R^* < R^*_{5a}$ の範囲では、2. 3および2. 4節で述べたようにスパイラルT. G. 渦が消滅して流れが定常な環状渦流III Tとなるため、 $\theta = 80^\circ$ 、 $90^\circ$ の場合とも $\hat{v}_{\phi c}$ は零となる。 $R^*$ が $R^*_{5a}$ を越えると進行波動とせん断波動が発生するため、 $\hat{v}_{\phi c}$ はふたたび増大する。しかしかく乱の偶然化領域およびそれに続く乱流領域<sup>(32)</sup>と考えられる $R^* \geq R^*_{5b}$ では、カオスの増大とともに $\hat{v}_{\phi c}$ がゆるやかに減少する。

ここで重要なことは、かく乱の非線形領域から偶然化領域に至るところで、速度変動が消滅することである。これは、一種の再層流化現象と見なせるが、スパイラルT. G. 渦による低周波の周期的かく乱成分が消滅して生じたもので、一般的に用いられているようにかく乱の高周波ランダム成分が消滅して生じたものではない。このような現象がなぜ生じるのかについては、いまのところ不明である。



(a) すきま中央 ( $\eta = 0.5$ ) の実効値の  $R^*$  による変化 ( $\theta = 80^\circ$ ,  $90^\circ$  (赤道);  $R_c^*$  は臨界レイノルズ数比,  $R_{1a}^*, R_{1b}^*, \dots$  は遷移レイノルズ数比 (表 2-2))



(b) 実効値のすきま内分布 ( $\theta = 90^\circ$  (赤道);  $\odot$ 印は  $R^* = 1.19$  (環状・スパイラル渦流  $ITS_N$ ),  $\oplus$ 印は  $R^* = 15.1$  (せん断波動を持つ乱流波動渦流  $IWTS_b$ ),  $\bullet$ 印は  $R^* = 19.6$  (乱流渦流  $IVT$ );  $\eta = 0$  は内球壁,  $\eta = 1$  は外球壁)

図 2-19 方位角方向変動速度の実効値



図2-19(b)は $\nabla\phi$ のすきま内分布を、 $\theta = 90^\circ$ について示す。スパイラルT.G.渦が生じる $R^* = 1.19$ では、 $\nabla\phi$ はすきま中央に対してほぼ対称な分布を示す。しかしせん断波動と進行波動が生じる $R^* = 15.1$ では、 $\nabla\phi$ は外球側で増大した分布となる。これは、外球側に生じるせん断波動が内球側より外球側の方の速度変動を増大させているためではないかと考えられる。 $R^* = 19.6$ ではカオスの増大のため、ふたたびすきま中央に対して対称な分布に近づくと考えられる。

## 2.5.2 自己相関減衰量および雑然度

一般に流れの中のカオス成分が増大するにつれ、速度変動の自己相関は無相関に近づく。そこでYavorskayaら<sup>(15)</sup>は自己相関関数の減衰量を速度変動の乱雑性(カオス)の度合を表す量として定義し、エクマン境界層形( $\beta = 1.006$ )の回転2球流れにおけるカオスの進行について考察した。一方SatoとSaito<sup>(37)</sup>はカオスの度合を表す量として雑然度 $z$ をつぎのように定義し、2次元伴流におけるカオスの進行について考察した。 $z$ は全変動エネルギーに対するランダム変動エネルギー(全変動エネルギーから線スペクトルと帯状スペクトルに含まれる規則変動のエネルギーを除いたもの)の割合である。本研究ではカオスの度合を2.3.3項で定義した自己相関係数の減衰量 $\Delta R(f)$ および上述の雑然度 $z$ で表し、T.G.渦流形の場合のカオスの進行について考察する。

図2-20はすきま中央における $\Delta R$ と $z$ の $R^*$ による変化を、 $\theta = 90^\circ$ と $80^\circ$ について示す。 $\theta = 90^\circ$ では $\Delta R$ 、 $z$ とも $R^*_{2b}$ 付近で増大しはじめるが、 $R^*_{2c}$ からおよそ一定となり、 $R^*_3$ では減少をはじめる。そして $R^*_4 \leq R^* < R^*_{5a}$ の範囲では零となる。これは、前述したように流れが定常な環状渦流III Tに遷移し、速度変動が消滅したためである。しかし $R^*_{5a}$ では速度変動が再現するため、 $\Delta R$ 、 $z$ とも増大し始める。そして $R^*_6$ では $\Delta R = z = 1$ となり流れは完全なカオス状態に移行する。ここで $\Delta R$ は $z$ より大きな値を持つが、ともに同じ傾向で変化する。一方 $\theta = 80^\circ$ では $\Delta R$ は $\theta = 90^\circ$ のそれと類似した傾向を示すが、その値は $\theta = 90^\circ$ よりも小さくカオスの進行は遅い。ただし $R^*_{5a}$ から $R^*_{5b}$ の範囲では、 $\theta = 90^\circ$ よりもカオスの進行が早いようである。このようにカオスの進行は天頂角座標( $\theta$ )によって相違するが、流れの可視化観察(アルミ粉模様の乱れた状態)から、カオスは最初極部と赤道の渦内に発生し、その後 $R^*$ の増大に対して極から赤道にひろがるものと考えられる。 $\theta = 80^\circ$ または $90^\circ$ において、 $\Delta R$ と $z$ が極大値を示す $R^*$ 値は、 $\nabla\phi_c$ (図2-19(a))が極大値を示す $R^*$ 値と一致しない。これは、全変動(規則変動+ランダム変動)エネル

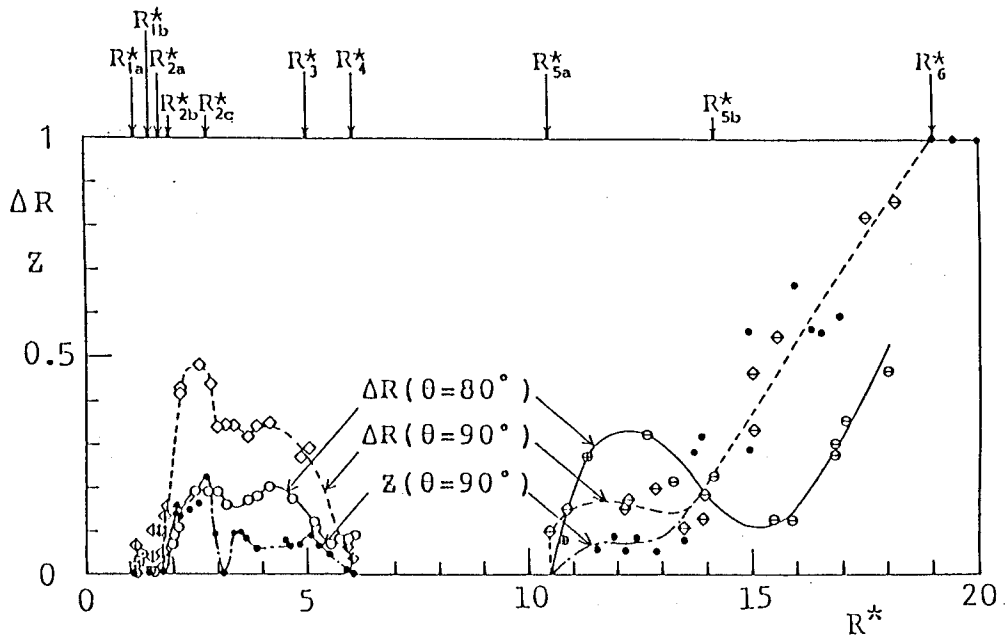


図2-20 すきま中央 ( $\eta = 0.5$ ) の自己相関減衰量および雑然度の  $R^*$  による変化 (○印 ( $\Delta R(f_{s1})$ ), ⊕印 ( $\Delta R(f_{s2})$ ), ○印 ( $\Delta R(f_{s3})$ ), ⊕印 ( $\Delta R(f_{w1})$ ) および ⊖印 ( $\Delta R(f_{w3})$ ) は  $\theta = 80^\circ$  の自己相関減衰量; ⊕印 ( $\Delta R(f_{s2})$ ), ◇印 ( $\Delta R(f_{s3})$ ), ◆印 ( $\Delta R(f_{w0}/3)$ ) および ⊖印 ( $\Delta R(f_{w3})$ ) は  $\theta = 90^\circ$  (赤道) の自己相関減衰量; ●印 ( $Z$ ) は  $\theta = 90^\circ$  (赤道) の雑然度;  $R^*_{1a}$ ,  $R^*_{1b}$ , ... は遷移レイノルズ数比 (表2-2))

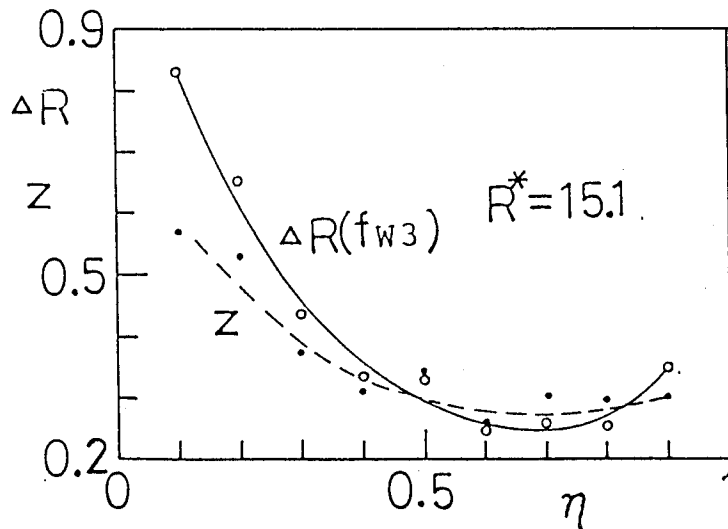


図2-21 自己相関減衰量および雑然度とすきま座標の関係 (せん断波動を持つ乱流波動渦流IVWTS<sub>h</sub> ( $R^* = 15.1$ ,  $N = 2$ ,  $m = 1$ ,  $S_H \approx 6$ );  $\theta = 90^\circ$  (赤道);  $f_{w3}$  は  $m = 1$  の進行波動の基本周波数);  $\eta = 0$  は内球壁,  $\eta = 1$  は外球壁)

ギの増大が必ずしもランダム変動エネルギーの増大に対応していないことを意味する。

図2-21は自己相関減衰量および雑然度とすきま座標の関係を、 $R^* = 15.1$ の $\theta = 90^\circ$ について示す。この場合カオスの度合は外球からすきま中央にかけて小さいが、内球近くでは著しい変化を示し内球壁近くで大きい。

図2-16および図2-20から知られるように、回転2球流れのカオスの発生は回転2円筒流れの場合と同様、Landau<sup>(33)</sup>の描像（かく乱の基本周波数が無数に出現してカオスが発生する）ではなく、2、3個の基本周波数が出現しただけでカオスが発生すると考えるRuelle-Takens<sup>(34)</sup>のシナリオに従っている。

## 2. 6 結 言

T. G. 渦流形となる  $\beta = 0.14$  の回転2球流れにおいて、レイノルズ数を零から準静的に上昇させた場合に生じるかく乱の基本周波数とカオスの進行を、流れの可視化およびレーザー散乱光測定ならびに速度測定によって明らかにした。そして回転2円筒流れの場合との相違を明らかにすることにより、テイラー渦流に類似した、赤道付近のT. G. 渦流に生じるかく乱の基本周波数とカオスの進行に及ぼす極付近のエクマン境界層流れの影響について考察した。得られた主な結果はつぎのとおりである。

(1) 2球間すきま内の平均速度分布のレイノルズ数による変化は、T. G. 渦境界の天頂角分布のレイノルズ数による変化に強く結びついており、平均速度は、T. G. 渦の内向き流れおよび外向き流れに依存した運動量輸送から明確に説明できる。

(2) 速度パワースペクトルは  $R^*$  の増大に伴い線スペクトルからやや帯状スペクトル、線スペクトル、ゼロスペクトル（変動のない流れ）、帯状スペクトル、連続スペクトルへとじょじょに段階的に進化する。

(3) 検出されたかく乱の基本周波数は  $f_s$ 、 $f_w$ 、 $f_H$  の3種で、それらはそれぞれ内球の回転軸まわりに回転するスパイラルT. G. 渦、環状T. G. 渦に生じる方位角方向進行波動、エクマン境界層の二次流れ内に生じ内球の回転軸まわりに回転するせん断波動を表す。

(4) かく乱の基本周波数はかく乱の構造が明確に観察できる範囲はもとより、2球間すきまの広い範囲において検出され、その値は天頂角座標およびすきま座標に無関係に一定となる。

(5) かく乱の基本周波数の値は  $R^*$  の増大に対して、その波数の変化に依存した段階的な変化を示すが、その回転周波数の値はほぼ  $R^*$  に無関係に一定となる。

(6) 進行波動は回転2円筒流れの場合と共通したかく乱であるが、スパイラルT. G. 渦およびせん断波動は回転2球流れに特有なかく乱である。一方回転2円筒流れで報告されている波動変調および弱い乱流を表すブロード・コンポーネントは、本実験のようにレイノルズ数を零から準静的に上昇させる遷移過程では検出できなかった。

(7) 回転2球流れの進行波動の発生レイノルズ数比および回転周波数（位相速度）は、回転2円筒流れの場合より大きい。

(8) かく乱成分の実効値は  $R^*$  の増大に対し、最初スパイラルT. G. 渦の発生とともに急激に増大する（線形かく乱領域）。それに続く非線形かく乱領域では、

スパイラル T. G. 渦や進行波動の変化のため増減するが、まもなく最大値を示しその後減少を始める。そして  $R^*_{4} \leq R^* < R^*_{5a}$  の範囲では、流れが定常な環状渦流となるため零となる。さらに  $R^*$  が増せば進行波動とせん断波動の発生に伴い増大するが、その後カオスの進行とともにゆるやかに減少する（かく乱の偶然化領域、乱流領域）。

（9）速度変動の乱雑性（カオス）の度合を表す自己相関減衰量と雑然度は、 $R^*$  の増大に対し一旦増大するが、 $R^*_{4} \leq R^* < R^*_{5a}$  の範囲では速度変動が消滅するため零となる。その後  $R^*$  ととも増大し、流れは完全なカオス状態へ移行する。

（10）カオスの発生は、回転2円筒流れの場合と同様、L a n d a u の描像ではなく、2, 3個の基本周波数が出現しただけでカオスが発生すると考える R u e l l i e - T a k e n s のシナリオに従っている。

### 第3章 基本周波数とカオスの進行 のすきま比による相違<sup>(46)</sup>

#### 3.1 緒言

内球回転2球流れの層流乱流遷移<sup>(15)(18)</sup>は、前述(表1-1, 1-2)したように、同種の遠心力形不安定現象を示す内円筒回転2円筒流れの場合<sup>(27)(28)</sup>と同様渦構造や波動の変化によってじょじょに複雑な流れへ、そして乱流へと緩慢に進行する遷移となる。しかし前者は、後者に比べて渦構造や波動(流れ構造)の変化のすきま比 $\beta$ への依存性が著しい。例えば $\beta > 0.4$ ではエクマン境界層流れを示す二次流れのみからなるエクマン境界層形となるのに対し、 $\beta < 0.4$ ではテイラー不安定が生じるため、T. G. 渦と、エクマン境界層流れを示す二次流れからなるT. G. 渦流形となる。さらにT. G. 渦流形内においても、すきま比が違えば環状T. G. 渦やスパイラルT. G. 渦のセル数や配列に著しい相違が見られる<sup>(18)(21)</sup>。これは回転2球システムの幾何学的特性、すなわち赤道付近は回転2円筒システムに類似するが、極付近は回転2円板システムに類似する(極付近には回転2円板流れに見られるエクマン境界層流れが存在するなど)という特性、に起因すると考えられる。というのは、すきま比 $\beta$ によって、上述の回転2円筒流れまたは回転2円板流れへの類似性の度合が変化し、それに応じて流れ構造が著しく変化すると考えられるからである。このように回転2球流れの流れ構造はすきま比 $\beta$ によって著しく相違するので、かく乱の基本周波数とカオスの進行もまた、すきま比によって著しく相違するものと予想されるが、これに関する報告はない。これを明らかにすることは、上述の回転2円筒流れまたは回転2円板流れへの類似性について考察する上で重要と考えられる。

第2章では、 $\beta = 0.14$ の場合のT. G. 渦流形のスペクトル進化過程におけるかく乱の基本周波数とカオスの進行について考察した。その場合かく乱の非線形領域から偶然化領域に至るところで、スパイラルT. G. 渦が消滅し流れがふたたび定常な環状渦流となるため、速度変動とカオスが消滅してしまう現象(一種の再層流化現象とみなせる)が生じた。しかしこの現象が $\beta = 0.14$ の場合だけに見られる特異な現象であるのか、あるいは他のすきま比の場合に対しても生じる一般的な現象であるのかは不明である。

そこで本章では、まず $\beta = 0.06$ の場合のT. G. 渦流形のスペクトル進化過程におけるかく乱の基本周波数とカオスの進行を、 $\beta = 0.14$ の場合と同様に考察し、

上述の現象が一般的であるかどうかを明らかにする。つぎにこの場合の結果を、 $\beta = 0.14$  (T. G. 渦流形) および  $\beta = 1.006$  (エクマン境界層形)<sup>(15)</sup> の場合と比較することにより、かく乱の基本周波数とカオスの進行がすきま比によってどのように相違するかを明らかにする。

### 3. 2 実験装置および方法

すきま比  $\beta = 0.06$  について、 $\beta = 0.14$  の場合 (2. 2. 2 項) と同じ実験装置および実験方法により、速度の測定を行った。

表 3-1 は本実験で用いた内、外球半径  $R_1$ 、 $R_2$ 、臨界レイノルズ数  $R_c$  <sup>(18)</sup> を示す。内球の回転振れおよび内、外球の同心度の精度は、 $\beta = 0.14$  の場合と同程度である。速度の測定は赤道 ( $\theta = 90^\circ$ ) 位置のみで行った。速度の測定結果の考察にあたっては、中林と大森 <sup>(18)</sup> の流れの可視化観察結果を用いた。



表3-1  $\beta = 0.06$  の場合の球諸元と臨界レイノルズ数 (すきま比  $\beta = (R_2 - R_1) / R_1$ , レイノルズ数  $R_0 = 2\pi \hat{r}_0 R_1^2 / \nu$ )

Radius		Clearance ratio $\beta$	Critical Reynolds number $Rec$
Inner sphere $R_1$ (mm)	Outer sphere $R_2$ (mm)		
$82.675 \pm 0.005$	$87.65 \pm 0.01$	0.06	2760

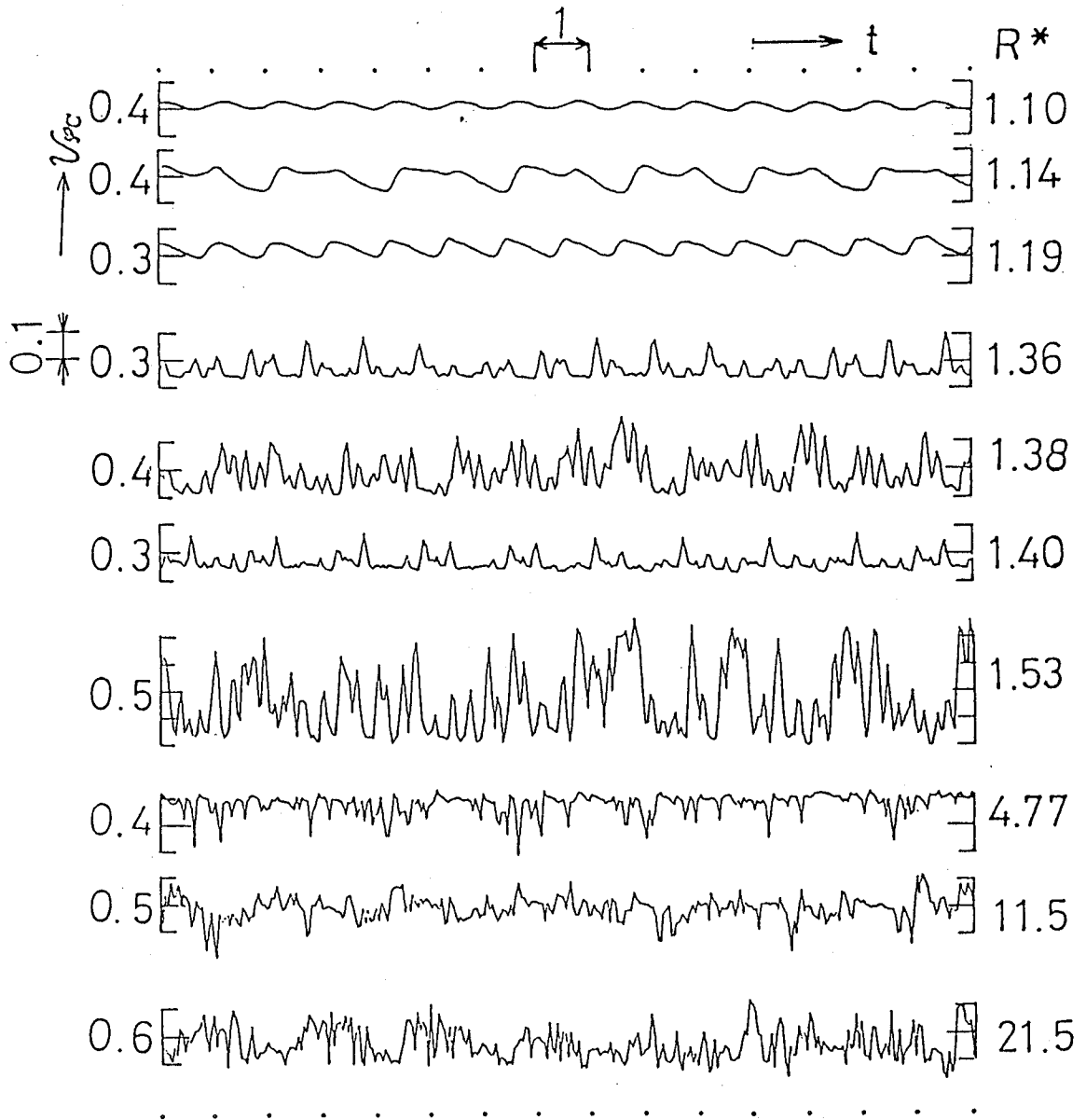


図3-1  $\beta = 0.06$  の場合のすきま中央 ( $\eta = 0.5$ ) の方位角方向速度成分の時間変化 ( $\theta = 90^\circ$  (赤道))

### 3. 3 すきま比が0.06 の場合の実験結果の概略

かく乱の基本周波数とカオスの進行のすきま比による相違について考察するまえに、すきま比 $\beta$ が0.06 の場合の実験結果の概略として、速度変動と確率密度およびパワースペクトル(3. 3. 1項)、かく乱の基本周波数(3. 3. 2項)および平均速度分布(3. 3. 3項)について述べる。

3. 3. 1項では、レイノルズ数の増大に対して速度変動波形、確率密度分布および速度パワースペクトルがどのように変化するかについて述べる。3. 3. 2項では、速度変動のスペクトル解析結果を流れの可視化観察結果<sup>(18)</sup>と対比させることにより、かく乱の基本周波数について考察する。3. 3. 3項では2球間すきま内の平均速度分布が、渦構造とどのように対応しているかについて述べる。

#### 3. 3. 1 速度変動と確率密度およびパワースペクトル

図3-1は2球間すきま中央の方位角方向速度成分、 $v_{\phi c}$ 、の時間変化を示す。 $v_{\phi c}$ に時間変動が現れるのは $R^* = 1.09$  ( $R_o = 3010$ ,  $R_{oc} = 2760$ ) のときで、第2章で述べた $\beta = 0.14$  の場合の $R^* = 1.13$  ( $R_o = 994$ ,  $R_{oc} = 880$ ) に比して小さな $R^*$ 値であるが、速度変動が $R^*$ の増大に対して正弦波状変動( $R^* = 1.10$ )から規則的な周期変動( $R^* = 1.14, 1.19$ )へ、そして乱雑性を伴った周期変動へと変遷する傾向は $\beta = 0.14$  の場合と同じである。しかし、 $\beta = 0.14$  の場合に見られたような速度変動の消滅は起こらない。上述のように、レイノルズ数に関するすきま比 $\beta$ の相違についての考察は、レイノルズ数比 $R^* = R_o / R_{oc}$ で行うが、臨界レイノルズ数 $R_{oc}$ と $\beta$ の関係は、例えば  $R_{oc} = 41.3 (1 + \beta) \beta^{-1.5}$  ( $\beta \leq 0.19$ ) で与えられる<sup>(15)</sup>。

図3-2はすきま中央の方位角方向変動速度 $\tilde{v}_{\phi c}$ についての確率密度分布、 $p(\tilde{v}_{\phi c})$ 、を示す。 $R^* = 1.10$  では速度変動が上述のように正弦波状であることに対応して、上に凹の皿形分布となる。 $R^*$ が1.36以上では上に凸のベル形分布に近づき、速度変動の乱雑性が卓越化する傾向を示す。

図3-3は速度変動のパワースペクトル $P(f)$ を示す。 $R^*$ の増大に対し最初観測されるのは、図3-3(a)に示す卓越周波数 $f_{s1}$ の線スペクトルである。図中の $f_0 (= 1)$ は、 $\beta = 0.14$  の場合と同様、内球の回転振れによって生じるノイズである。 $f_{s1}$ は3. 3. 2項で述べるように、内球の回転軸まわりに回転するスパイラルT. G. 渦によって生じるかく乱の基本周波数と推測される。つぎに観測されるのは、図3-3(b)に示すような $f_{s2}$ の線スペクトルである。

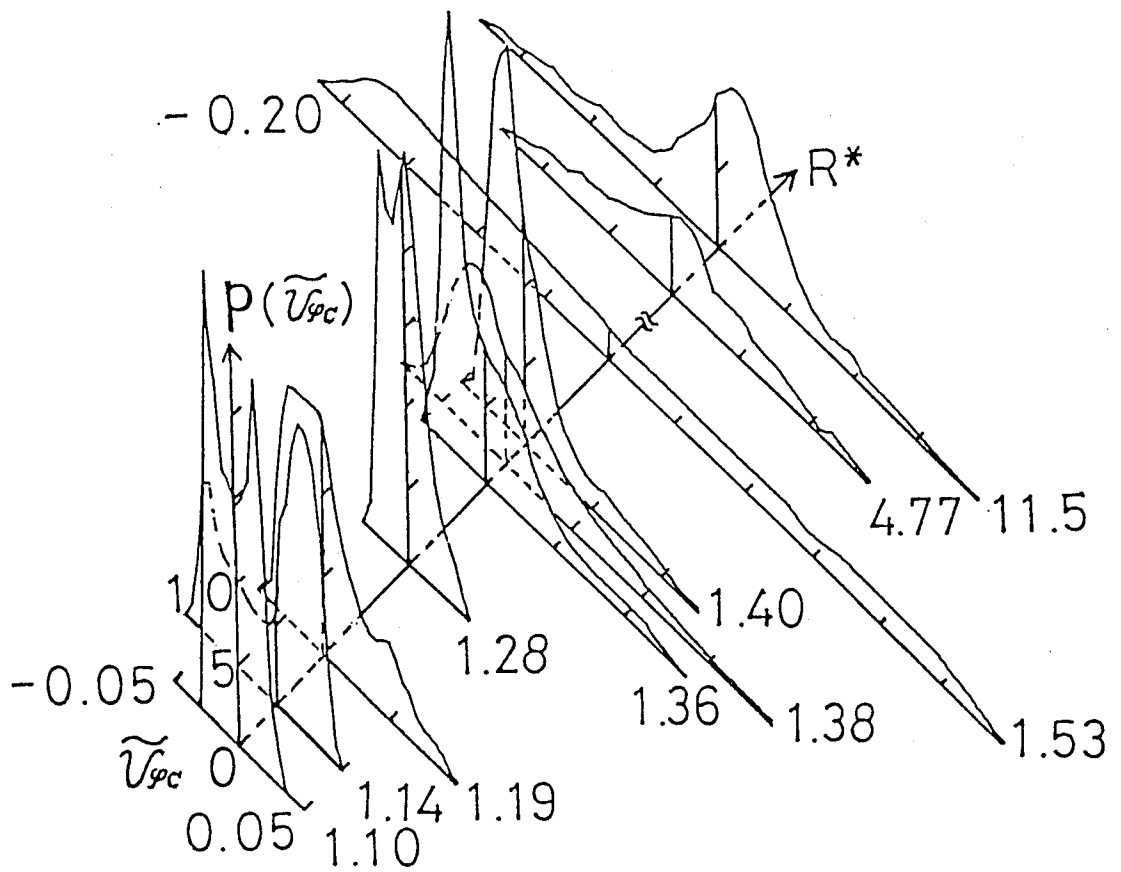


図3-2  $\beta = 0.06$  の場合のすきま中央 ( $\eta = 0.5$ ) の方位角方向  
 変動速度の確率密度分布 ( $\theta = 90^\circ$  (赤道))

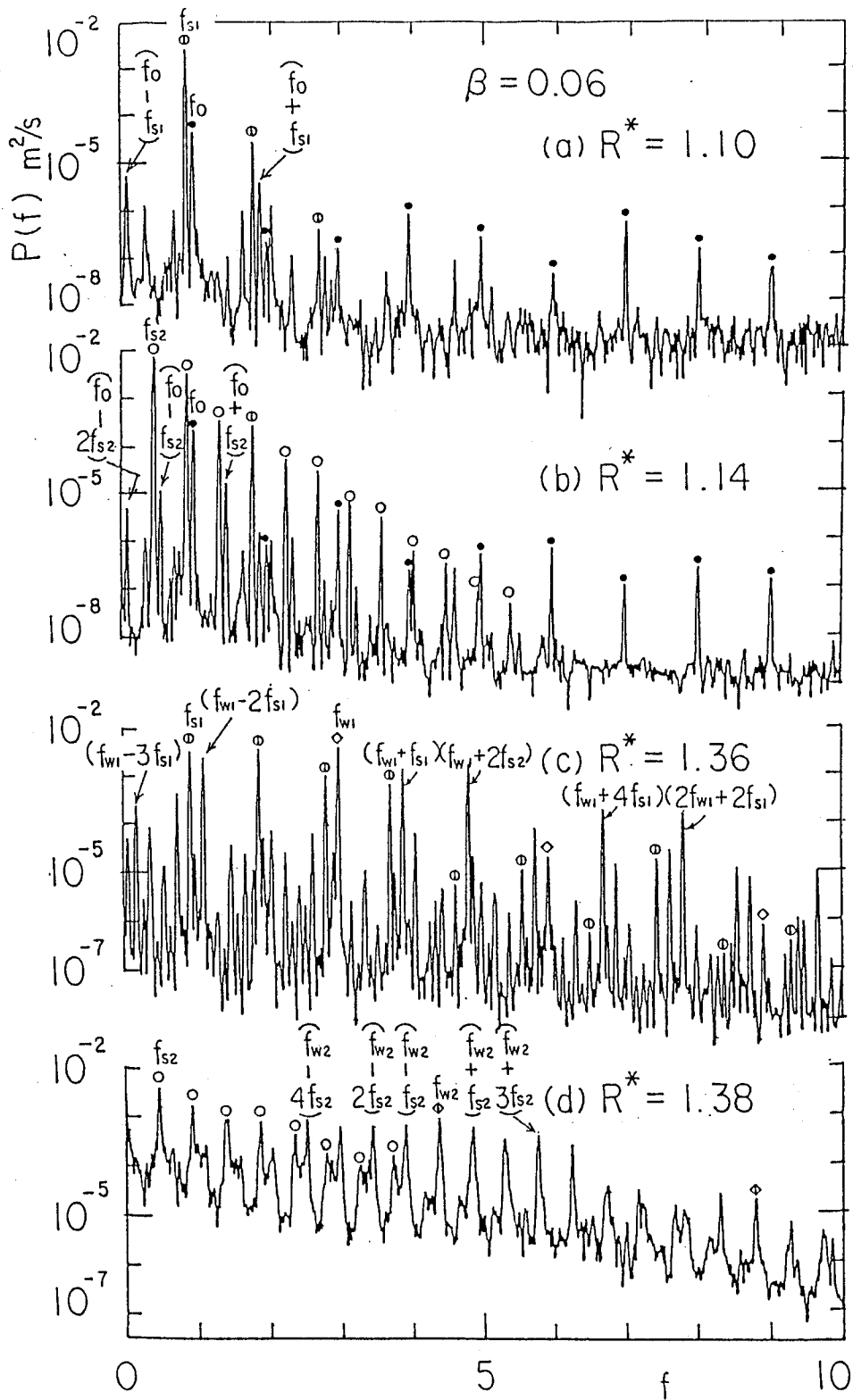


図3-3  $\beta = 0.06$ の場合の速度パワースペクトル ( $\theta = 90^\circ$  (赤道),  $\eta = 0.5$  (すきま中央);  $f_{s1}, f_{s2}, \dots$ はかく乱の基本周波数,  $f_0$ は内球回転周波数)

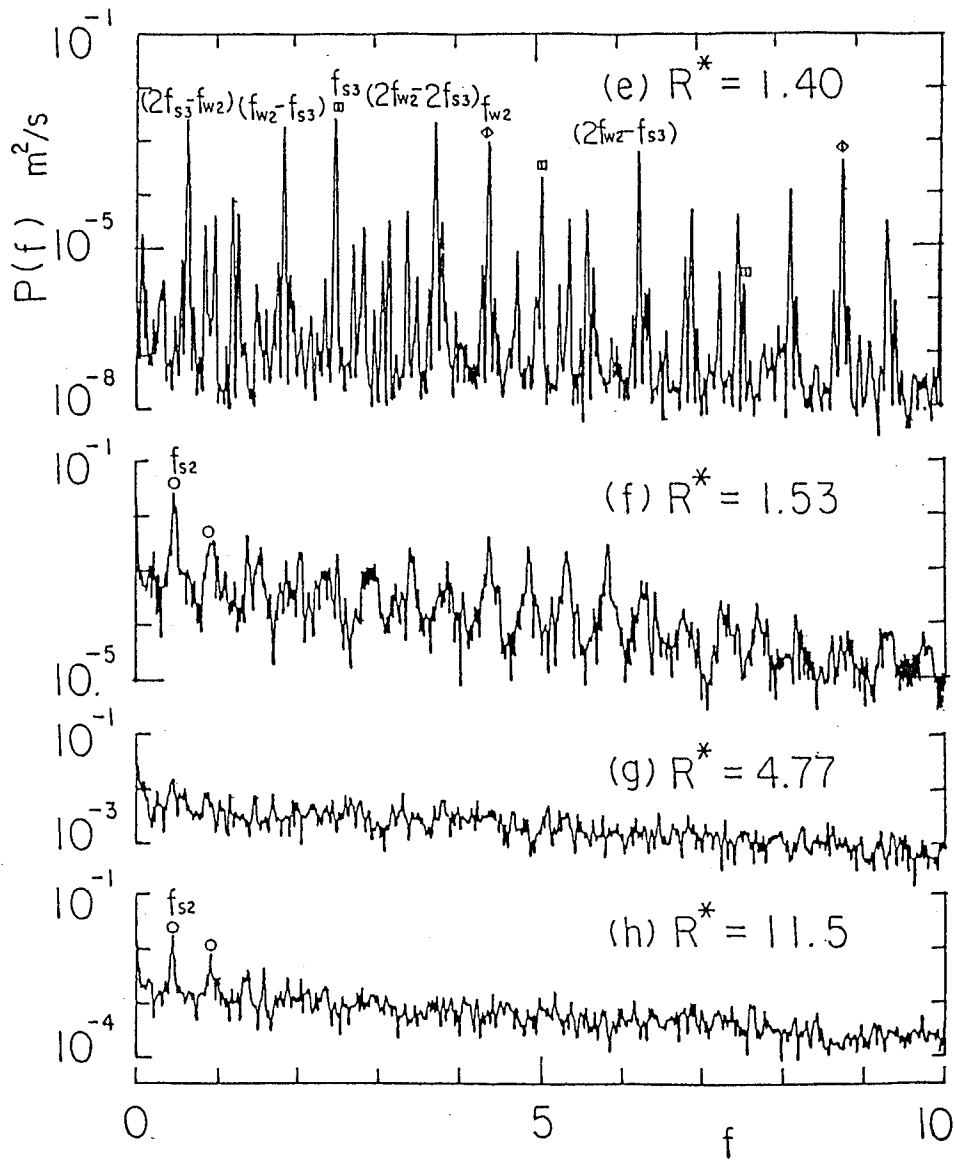


図3-3  $\beta = 0.06$  の場合の速度パワースペクトル ( $\theta = 90^\circ$  (赤道),  $\eta = 0.5$  (すきま中央);  $f_{s1}, f_{s2}, \dots$  はかく乱の基本周波数,  $f_0$  は内球回転周波数)

$f_{s2}$ は3. 3. 2項で述べるように、 $f_{s1}$ と同様スパイラルT. G. 渦によって生じるかく乱の基本周波数と推測される。 $R^*$ がさらに増大すれば、図3-3 (a)と同様 $f_{s1}$ の線スペクトルとなる。そして $R^*=1.36$ では図3-3 (c)に示すように、卓越周波数 $f_{w1}$ が加わる。このとき $f_{w1}$ と $f_{s1}$ の間にほぼ $f_{w1}=16(f_{w1}-3f_{s1})$ の関係が成立するので、図のようにスペクトルが、 $f_{w1}-3f_{s1}$ 、の等間隔で並ぶ共鳴干渉<sup>(39)</sup>が見られる。 $f_{w1}$ は3. 3. 2項で述べるように、南北のスパイラルT. G. 渦の境界に生じる方位角方向進行波動に対応したかく乱の基本周波数と推測される。

これよりさらに $R^*$ が増大すれば、 $R^*=1.38$ では再出現した $f_{s2}$ および新たに出現した卓越周波数 $f_{w2}$ からなる帯状スペクトル、 $R^*=1.40$ では $f_{w2}$ と新たな卓越周波数 $f_{s3}$ からなる線スペクトル、 $R^*=1.53$ では $f_{s2}$ からなる帯状スペクトルへと変遷し、 $R^*$ のわずかな増大に対しかく乱の進展が顕著に見られる。ここで $f_{w2}$ は3. 3. 2項で述べるように、南北のスパイラルT. G. 渦の境界に生じる方位角方向進行波動に対応した基本周波数、また $f_{s3}$ は内球の回転軸まわりに回転するスパイラルT. G. 渦によって生じるかく乱の基本周波数と推測される。そして $R^*=4.77$ では図3-3 (g)のような連続スペクトルへと進化する。しかしその後 $6.2 \leq R^* \leq R^*_{max}=22.4$ の範囲では、図3-3 (h)のように卓越周波数 $f_{s2}$ を持った帯状スペクトルを示す。このような連続スペクトルから帯状スペクトルへの進化は、前章の $\beta=0.14$ の場合には見られなかった。

### 3. 3. 2 かく乱の基本周波数

図3-4に $\theta=90^\circ$ における速度変動の周波数分析から得た卓越周波数、 $f_{s1}$ 、 $f_{s2}$ 、 $f_{s3}$ 、 $f_{w1}$ および $f_{w2}$ 、と $R^*$ の関係を示す。図中のフローレジーム（渦の種類や状態によって分類された流れのモードを示す）は中林と大森<sup>(18)</sup>の流れの可視化実験から得たもので、IBは層流基本流、ITは環状渦流（環状T. G. 渦のセル数 $N=2, 4$ および6）、ITSは環状・スパイラル渦流（ $N=2$ 、スパイラルT. G. 渦のセル対の数 $S_p$ の詳細は不明）、IIIWSは波動スパイラル渦流（層流+波動スパイラルT. G. 渦+二次流れ、 $S_p$ および南北のスパイラルT. G. 渦の境界に生じる方位角方向進行波動の波数 $m_s$ は不明）、IVSは乱流スパイラル渦流（乱流+スパイラルT. G. 渦+二次流れ、 $S_p$ は不明）である。

本実験の周波数分析結果および中林と大森<sup>(18)</sup>の流れの可視化実験結果から、上記の卓越周波数についてつぎのように推測できる。 $f_{s1} \sim f_{s3}$ について、  
 (1) それらが存在する $R^*$ 範囲は、スパイラルT. G. 渦が観察されたフローレジーム、ITS、IIIWS、IVS、の $R^*$ 範囲と大体一致する、

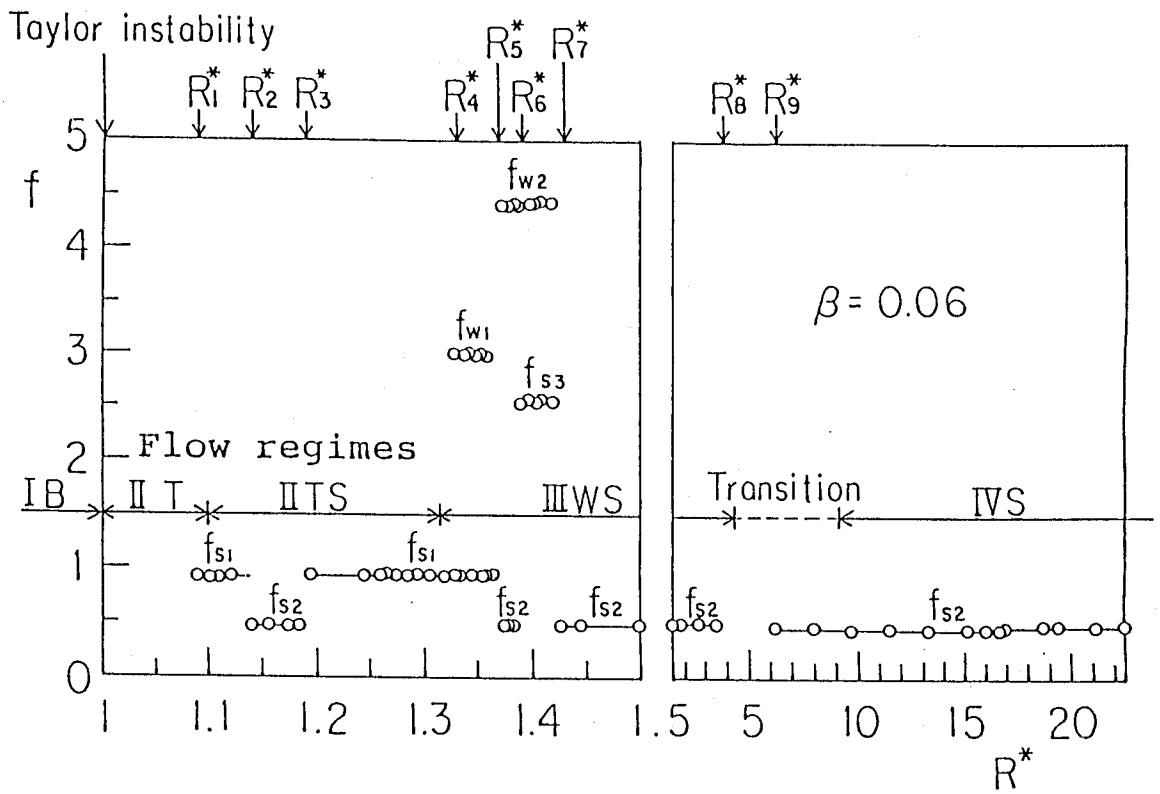


図3-4  $\beta = 0.06$ の場合のかく乱の基本周波数と $R^*$ の関係  
 ( $\theta = 90^\circ$  (赤道) ; フローレジームは中林と大森<sup>(18)</sup>  
 の可視化観察結果による ;  $R_1^* \sim R_9^*$ は遷移レイノルズ数  
 比 (表3-3) )

(2)  $f_{s2}$ の値は、中林と大森<sup>(18)</sup>が得たスパイラルT. G. 渦の回転周波数の値にほぼ一致する、

(3)  $f_{s1}$ の値は、 $f_{s2}$ のほぼ2倍に等しい、

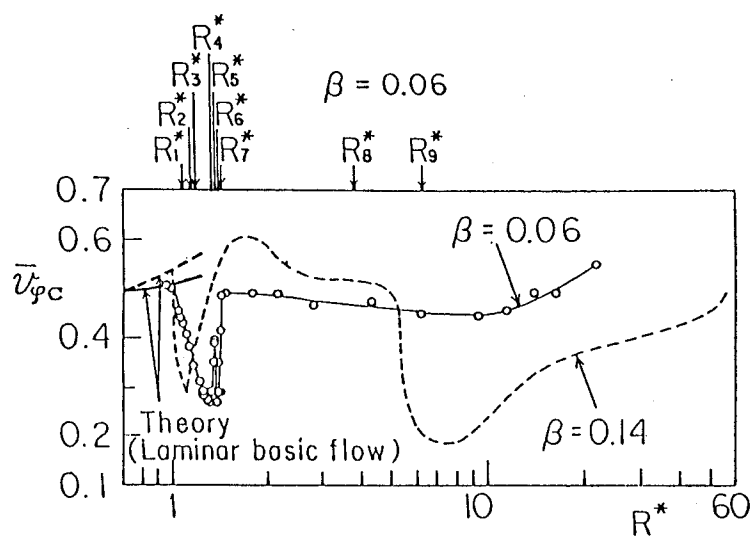
の3点から、 $f_{s1} \sim f_{s3}$ は内球の回転軸まわりに回転するスパイラルT. G. 渦を表すかく乱の基本周波数と推測できる。一方 $f_{w1}$ と $f_{w2}$ について、それらが存在する $R^*$ 範囲は進行波動が観察されたフローレジームIIIWSの $R^*$ 範囲に含まれることから、それらは南北のスパイラルT. G. 渦の境界に生じる方位角方向進行波動を表すかく乱の基本周波数と推測できる。ここでかく乱の基本周波数を確定するためには、2. 2. 1項で述べた流れの可視化およびレーザ散乱光測定を行う必要がある。図の上に示した $R^*_i$  ( $i = 1 \sim 9$ )は、上述のかく乱の基本周波数が $R^*$ 変化に対して変遷するときのレイノルズ数比で、スペクトル進化過程における遷移レイノルズ数比である。その値は後述の表3-3に示す。

### 3. 3. 3 平均速度分布

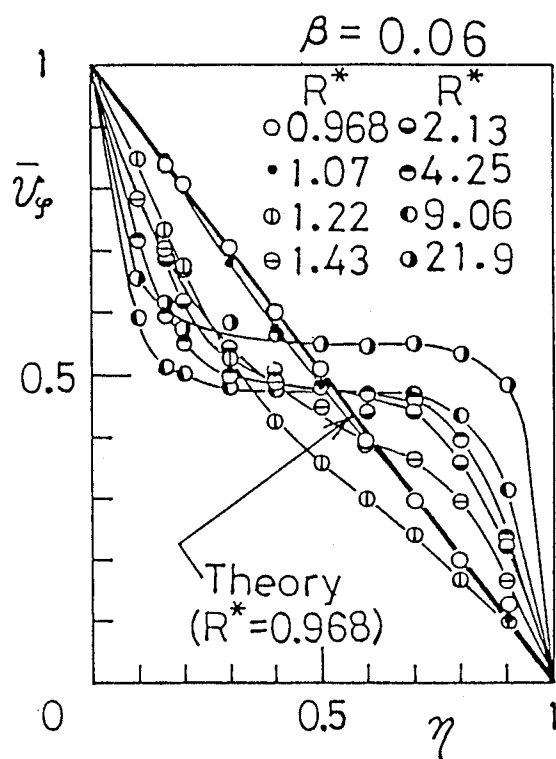
図3-5は $\theta = 90^\circ$ における方位角方向平均速度 $\bar{v}_\phi$ について示したものである。図3-5(a)は2球間すきま中央の平均速度、 $\bar{v}_{\phi c}$ の $R^*$ 変化を、 $\beta = 0.14$ の場合(2. 3. 2項)とともに示す。 $\bar{v}_{\phi c}$ は $R^* < 1$ の範囲では層流理論解<sup>(5)</sup>と一致し、 $R^*$ が1を越えると $\beta = 0.14$ の場合と同様理論解から減少する。これは、図2-6で述べたように、 $R^* = 1$ で発生した環状T. G. 渦のため、内球上の $\theta \approx 90^\circ$ 位置が渦境界の吹出点(球中心から外向きに向かう流れ)から吸込点(球中心に向かう内向き流れ)に変化し、その結果外球近くの低速流体がすきま中央へ流れ込むためである。 $R^*$ がさらに増大すれば、 $\bar{v}_{\phi c}$ は $R^* \approx 1.38$ で急増、 $R^* \approx 1.40$ で急減、そして $R^* \approx 1.42$ でふたたび急増し、その後 $R^*$ が9付近まではゆるやかに減少する。そして $R^*$ が9以上では $\bar{v}_{\phi c}$ は増大し、 $R^* \approx 20$ では0.5よりも大きな値となる。 $\bar{v}_{\phi c}$ が増大する原因は、 $R^*$ が9付近でフローレジームが波動スパイラル渦流IIIWSから乱流スパイラル渦流IVSに変化する<sup>(18)</sup>ためと考えられる。というのは内球上の $\theta = 90^\circ$ 位置では、波動のため渦境界の吸込点(内向き流れ)と吹出点(外向き流れ)が時間的に交互に現れる状態(IIIWS)から、乱流のため波動がおさまりに吹出点(外向き流れ)が現れる状態(IVS)への変化が起こり、その結果内球壁近くの高速流体がすきま中央へ流れ込むようになり、すきま中央の $\bar{v}_{\phi c}$ を増大させるからである。

図3-5(b)は平均速度 $\bar{v}_\phi$ の2球間すきま内の分布を示す。 $R^* = 0.968$ では $\bar{v}_\phi$ は層流理論解<sup>(5)</sup>と一致する。 $R^* = 1.07$ および1.22では上述した環状T. G. 渦境界の吸込点(外球近くの低速流体がすきま中央へ流れこむ内向き流





(a) すきま中央 ( $\eta = 0.5$ ) の平均速度の  $R^*$  による変化  
 ( $R_1^* \sim R_9^*$  は遷移レイノルズ数比 (表 3-3))



(b) 平均速度のすきま内分布 ( $\eta = 0$  は内球壁,  $\eta = 1$  は外球壁)

図 3-5 方位角方向平均速度 ( $\theta = 90^\circ$  (赤道));  
 太い実線と破線は層流基本流の理論解<sup>(5)</sup>)

れ)のため、 $\bar{v}_\phi$  はすきま中央で減少する。 $R^*=1.43$  ではスパイラル T. G. 渦が発生し、吸込点(内向き流れ)と吹出点(外向き流れ)が時間的に交互に現れるので、 $\bar{v}_\phi$  はすきま中央部で増大する。 $R^*=2.13\sim 9.06$  では $R^*$ の増大に対し、すきま中央部が平坦化し内、外球近くの速度勾配が大きくなって乱流クエット流の速度分布に近づく。 $R^*=21.9$  ではすきま中央部の $\bar{v}_\phi$  が 0.5 より大きな値を示すため、外球近くの速度勾配が大きくなる。

### 3. 4 基本周波数のすきま比による相違

本節はかく乱の基本周波数およびその、レイノルズ数増大に対する変遷過程が、すきま比 $\beta$ によってどのように相違するのかについて述べる。

表3-2は回転2球流れの赤道位置に生じるかく乱の基本周波数について、 $\beta = 0.06$  および $0.14$  の場合 (T. G. 渦流形)、ならびに $\beta = 1.006$  の場合 (エクマン境界層形)<sup>(15)</sup>を比較したものである。表中の $\nu_0 \sim \nu_5$  および $\nu_p$  は、 $\beta = 1.006$  の場合の基本周波数である。そのうち $\nu_w$ と記した $\nu_0, \nu_1, \nu_2$ は、球全周の波数 $m$ がそれぞれ4、3、2の、エクマン境界層流れの赤道付近に見られる、方位角方向に進行する波動を表す基本周波数である。 $\nu_u$ と記したその他のものは、その物理的性格が明確に報告されていない基本周波数である。表から知られるようにスパイラルT. G. 渦 ( $f_s$ ) はT. G. 渦流形に特有なかく乱であるが、進行波動 ( $f_w, \nu_w$ ) はT. G. 渦流形とエクマン境界層形に共通して現れるかく乱である。

図3-6は、図2-18に示したような進行波動の回転周波数 (位相速度) と $R^*$ の関係において回転周波数が示す最大値と最小値を、回転2円筒流れ (CCF) の場合<sup>(38)</sup>とともに、種々のすきま比について示したものである。図中の $f_w/m$  ( $\beta = 0.14, m = 5 \sim 6$ , 図2-18) および $f_1/m$  ( $\beta = 0.138, m = 5$ , 図4-5 (b)) はT. G. 渦流形の結果であり、 $\nu_w/m$  ( $\beta > 0.4$ ) はエクマン境界層形の結果<sup>(15)</sup>である。T. G. 渦流形の方がエクマン境界層形の場合より大きな回転周波数値を示し、回転周波数はすきま比の減少に対して増大することが知られる。この関係は回転2円筒流れの場合 ( $\omega_w/m$ ) と同じであるが、回転2球流れの方が回転2円筒流れより大きな回転周波数値を示す。したがってT. G. 渦流形の回転2球流れの場合、前述 (図2-18) したように、極付近のエクマン境界層の二次流れが、テイラー渦流に類似した、赤道付近の環状T. G. 渦流に生じる進行波動の回転を速める方向に作用していると考えられる。このことは、回転2円筒流れの回転周波数の値がアスペクト比 (すきま幅に対する円筒高さの比) の減少、すなわち円筒端に生じる二次流れの影響の増大とともに大きくなるというKingら<sup>(38)</sup>の報告から考えて、妥当な結果と推論される。というのは回転2円筒流れの円筒端に生じる二次流れの影響は、回転2球流れの極付近に生じるエクマン境界層の二次流れの影響に対応すると考えられるからである。他方 $\beta > 0.4$  のエクマン境界層形の場合は、T. G. 渦は生じないが、エクマン境界層流れの赤道付近に生じる進行波動が、 $\beta < 0.4$  のT. G. 渦に生じる進行波動の場合と同様回転2円筒流れのテイラー渦に生じる進行波動より大きな回転

表3-2 基本周波数のすきま比による相違 ( $\beta = 1.006$ はYavorskyから<sup>(15)</sup>の結果;  $f_s$ はスパイラルT. G. 渦,  $f_w$ と $\nu_w$ は進行波動,  $f_H$ はせん断波動をそれぞれ表す基本周波数,  $\nu_U$ は物理的性格が不明な基本周波数;  $S_p$ はスパイラルT. G. 渦のセル対の数,  $m$ は環状T. G. 渦 ( $\beta = 0.14$ の場合) またはエクマン境界層流れ ( $\beta = 1.006$ の場合) に生じる進行波動の波数,  $m_s$ は南北のスパイラルT. G. 渦の境界 ( $\beta = 0.06$ の場合) に生じる進行波動の波数,  $S_H$ はせん断波動の波数)

$\beta$		0.06	0.14	1.006	
f		Value of f	Value of f	$\nu$	Value of $\nu$
$f_s$ ( $S_p$ )	$f_{s1}$	0.925±0.015 (?)	1.315±0.01 (3)	/	/
	$f_{s2}$	0.47±0.03 (?)	0.855±0.005(2)		
	$f_{s3}$	2.525±0.005(?)	0.435±0.015 (1)		
$f_w$ ( $m$ ) [ $m_s$ ]	$f_{w1}$	2.98 ± 0.01 [?]	2.69 ± 0.05 (6)	$\nu_w$ ( $m$ )	$\nu_0$ 0.60±0.02 (4)
	$f_{w2}$	4.40 ± 0.01 [?]	2.255±0.025(5)		$\nu_1$ 0.42±0.02(3)
	$f_{w3}$	/	0.485±0.025(1)		$\nu_2$ 0.24±0.03(2)
$f_H$ ( $S_H$ )	$f_{H1}$	/	0.76 ± 0.065(14)	/	/
	$f_{H2}$	/	3.00±0.015(≈6)		
				$\nu_U$	$\nu_3$ 0.13±0.01
					$\nu_4$ 0.38±0.01
					$\nu_5$ 0.20±0.01
					$\nu_P$ 0.06(= $\nu_2 / 4$ )

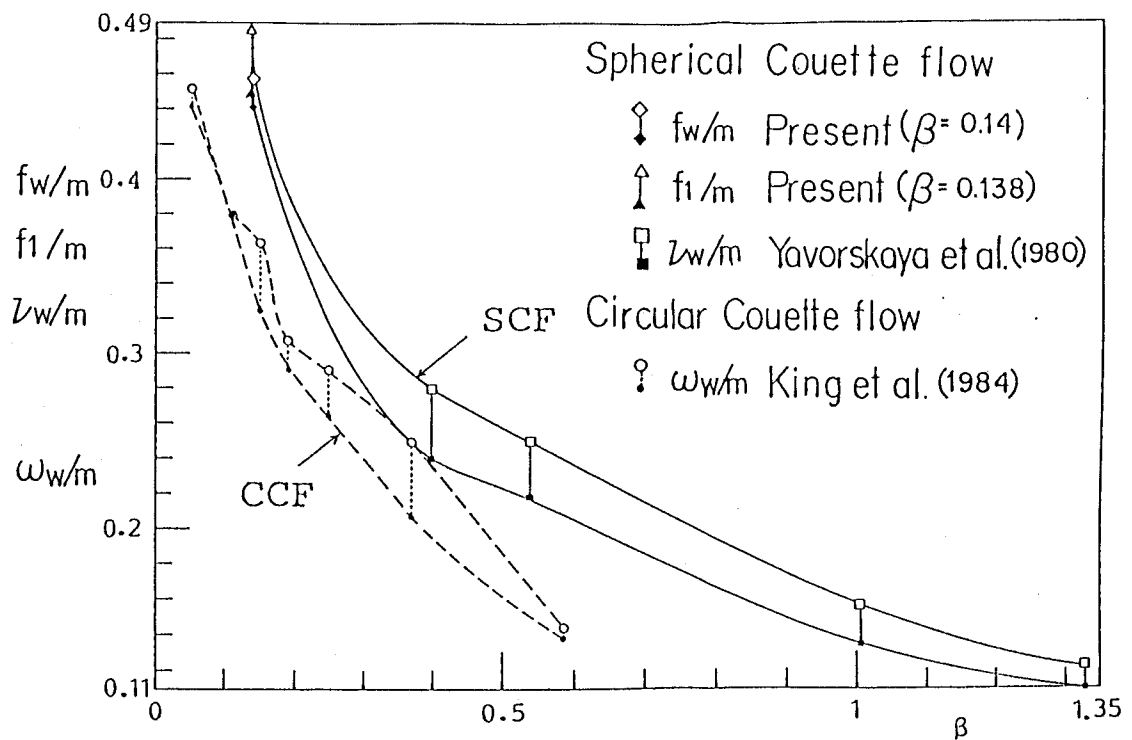


図3-6 進行波の回転周波数（位相速度）とすきま比の関係（ $f_w/m$ は $\beta = 0.14$ の波動環状・スパイラル渦流ⅢWTS<sub>N</sub>（ $N=2$ ， $S_p=1\sim 2$ ， $m=5\sim 6$ ）の場合； $f_1/m$ は $\beta = 0.138$ の進行波動渦流ⅢWT（ $N=4$ ， $m=5$ ）の場合； $v_w/m$ は $\beta > 0.4$ のエクマン境界層形の場合<sup>(15)</sup>； $\omega_w/m$ は回転2円筒流れの場合<sup>(38)</sup>； $N$ は環状T.G.渦のセル数， $S_p$ はスパイラルT.G.渦のセル対の数， $m$ は進行波の波数）

周波数値を持つことは興味深い結果である。

表3-3は、かく乱の基本周波数の変遷およびその遷移レイノルズ数比 $R^*_i$ を、上述の三者のすきま比について示す。T. G. 渦流形 ( $\beta = 0.06, 0.14$ ) の場合、臨界レイノルズ数比の $R^*_c = 1$  (それぞれ $R_{oc} = 2760, 880$ ) において環状T. G. 渦が生じるが、流れは定常な環状渦流のため速度変動がなく基本周波数は得られない。基本周波数が最初に得られるのは、表に示すようにスパイラルT. G. 渦 ( $f_{s1}$ ) が発生する $\beta = 0.06$  の $R^*_{i1} = 1.09$  ( $R_o = 3010$ )、 $\beta = 0.14$  の $R^*_{i1} = 1.13$  ( $R_o = 994$ ) のときである。他方エクマン境界層形 ( $\beta = 1.006$ ) (15) の場合はT. G. 渦が発生せず、 $R^*_1 = R^*_c = 1$  ( $R_{oc} = 460$ ) において最初的基本周波数 ( $\nu_0$ ) が得られる。ただしこの基本周波数は、エクマン境界層流れの赤道付近に生じる方位角方向進行波動によるものである。表から知られるようにエクマン境界層形 ( $\beta = 1.006$ ) の遷移過程では、実験を行った最大レイノルズ数比に至るまでのすべての $R^*$ 範囲で、かく乱の基本周波数が求められている。一方、T. G. 渦流形の遷移過程では、スパイラルT. G. 渦 ( $f_{s3}$ ) が消滅して流れがふたたび定常な環状渦流となるため、速度変動が消滅して(一種の再層流化現象が生じて)基本周波数が得られない $R^*$ 範囲 ( $\beta = 0.14$  の場合) や、かく乱がランダム化するため基本周波数が検出されない $R^*$ 範囲 ( $\beta = 0.06$  および $0.14$  の場合) が存在する。またエクマン境界層形の場合各 $R^*$ のかく乱は4個以下の基本周波数で特徴づけられるが、T. G. 渦流形の場合は2個以下でエクマン境界層形に比べて少ない。

表 3-3 基本周波数の変遷と遷移レイノルズ数比のすきま比による相違 ( $\beta = 1.006$  は Y a v o r s k a y a ら<sup>(15)</sup>の結果;  $R_i^*$ は遷移レイノルズ数比,  $R_c^*$ は臨界レイノルズ数比,  $R_{max}^*$ は実験を行った最大レイノルズ数比;  $f_s$ はスパイラル T. G. 渦,  $f_w$ と $\nu_0 \sim \nu_2$ は進行波動,  $f_H$ はせん断波動をそれぞれ表す基本周波数,  $\nu_3 \sim \nu_5$ と $\nu_P$ は物理的性格が不明な基本周波数;  $\beta = 0.06, 0.14, 1.006$ の臨界レイノルズ数 $R_{oc}$ はそれぞれ2760, 880, 460)

$\beta = 0.06$		$\beta = 0.14$		$\beta = 1.006$	
$R_i^*$	f	$R_i^*$	f	$R_i^*$	$\nu$
$R_1^* = 1.09$	$f_{s1}$	$R_{1a}^* = 1.13$	$f_{s1}$	$R_1^* = R_c^* = 1$	$\nu_0$
$R_2^* = 1.14$	$f_{s2}$	$R_{1b}^* = 1.49$	$f_{s2}$	$R_2^* = 1.14$	$\nu_1$
$R_3^* = 1.19$	$f_{s1}$	$R_{2a}^* = 1.71$	$f_{s2}, f_{w1}$	$R_3^* = 1.56$	$\nu_1, \nu_2$
$R_4^* = 1.33$	$f_{s1}, f_{w1}$	$R_{2b}^* = 1.93$	$f_{s3}, f_{w1}$	$R_4^* = 1.79$	$\nu_2$
$R_5^* = 1.37$	$f_{s2}, f_{w2}$	$R_{2c}^* = 2.80$	$f_{s3}, f_{w2}$	$R_5^* = 1.91$	$\nu_2, \nu_P$
$R_6^* = 1.39$	$f_{s3}, f_{w2}$	$R_3^* = 5.05$	$f_{s3}$	$R_6^* = 1.96$	$\nu_2, \nu_3, \nu_4, \nu_5$
$R_7^* = 1.43$	$f_{s2}$	$R_4^* = 6.10$	None (Relaminarization)	$R_7^* = 2.08$	$\nu_2, \nu_3, \nu_4$
$R_8^* = 3.8$	None (Randomization)	$R_{5a}^* = 10.5$	$f_{H1}, f_{w3}$	$R_8^* = 2.24$	$\nu_2, \nu_4$
$R_9^* = 6.2$	$f_{s2}$	$R_{5b}^* = 14.2$	$f_{H2}, f_{w3}$	$R_9^* = 2.43$	$\nu_2$
$(R_{max}^* = 22.4)$		$R_6^* = 19$	None (Randomization)	$(R_{max}^* = 35)$	
		$(R_{max}^* = 59)$			

### 3. 5 カオスの進行のすきま比による相違

本節は2, 3種類のすきま比について、速度変動の実効値ならびに自己相関減衰量<sup>(15)</sup> および雑然度<sup>(37)</sup>のレイノルズ数変化を比較し、カオスの進行がすきま比によってどのように相違するのかについて考察する。

図3-7は $\theta = 90^\circ$ における2球間すきま中央の方位角方向変動速度の実効値、 $\hat{v}_{\phi c}$ 、と $R^*$ の関係が、すきま比によってどのように相違するかを示したものである。図から知られるように $\beta = 0.06$ の場合は、 $\beta = 0.14$ の $6.10 \leq R^* < 10.5$ の範囲で見られたような速度変動の消滅（一種の再層流化現象とみなせる）が起こらず、かく乱は線形領域（ $R^*_1$ 付近）から非線形領域、偶然化領域、乱流領域<sup>(32)</sup>へと連続的に進行する。したがって $\beta = 0.14$ で見られた速度変動が消滅する現象は、T. G. 渦流形に一般的な現象ではない。このような現象が生じるすきま比の範囲やその原因を明らかにすることが、今後の課題である。

図3-8は速度変動の乱雑性（カオス）の度合を表す自己相関減衰量<sup>(15)</sup>  $\Delta R(f)$  および雑然度<sup>(37)</sup>  $z$ の $R^*$ による変化が、すきま比によってどのように相違するかを示したものである。エクマン境界層形（ $\beta = 1.006$ ）の場合<sup>(15)</sup>、実験を行った最大レイノルズ数比 $R^*_{max}$ までかく乱に周期性が残り（図示されていないが、 $R^*_{max} = 35$ で $\Delta R \approx 0.5$ ）、 $\Delta R = 1$ の完全なカオス状態へは到達しないが、図から知られるようにT. G. 渦形流の場合は、 $\Delta R = 1$ （ $z = 1$ ）のカオス状態が $\beta = 0.06$ では $R^*_8 \leq R^* < R^*_9$ 、 $\beta = 0.14$ では $R^* \geq 19$ の範囲に現れている。また、 $\beta = 0.14$ ではカオスの、進行途中での消滅（ $6.10 \leq R^* < 10.5$ ）が見られるが、 $\beta = 0.06$ では完全なカオス状態からのカオスの減少（ $R^* \geq R^*_9$ ）が見られるなど、カオスの進行のすきま比による相違が著しい。カオスの始まりの $R^*$ 値については、 $\beta = 0.06$ では1.37、 $\beta = 0.14$ では1.93、 $\beta = 1.006$ では1.95と考えられ、 $\beta$ とともに大きくなるようである。



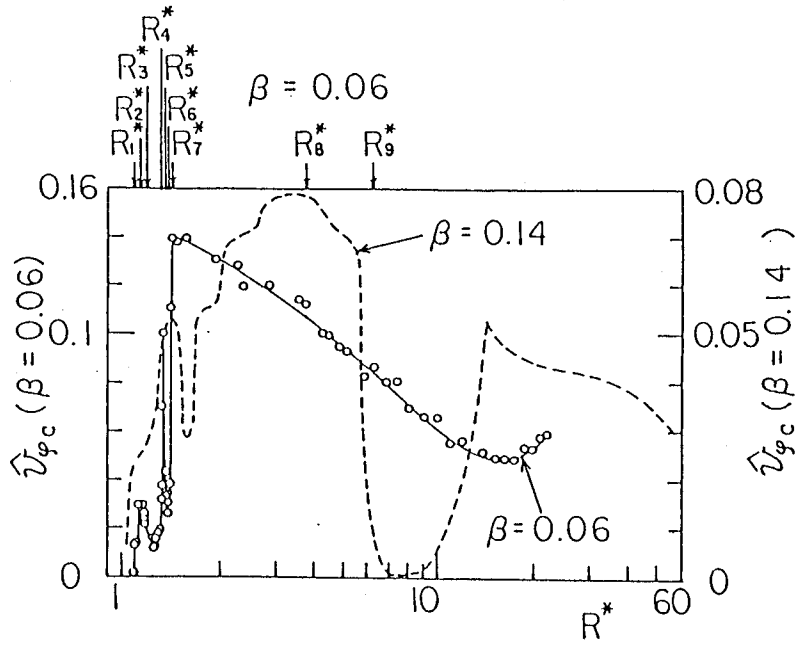


図3-7 すきま中央 ( $\eta = 0.5$ ) のかく乱の実効値のすきま比による相違 ( $\theta = 90^\circ$  (赤道);  $R^*_1 \sim R^*_9$ は遷移レイノルズ数比 (表3-3))

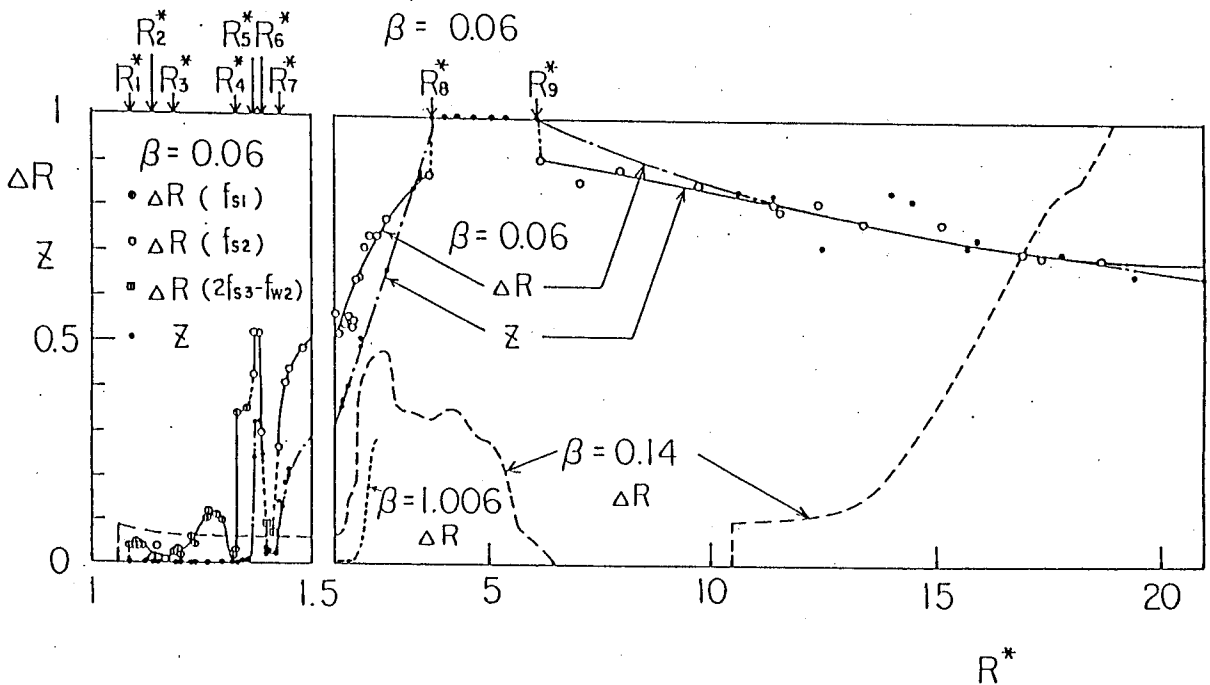


図3-8 カオスの進行のすきま比による相違 ( $\theta = 90^\circ$  (赤道),  $\eta = 0.5$  (すきま中央);  $\beta = 1.006$ はYavorskayaら<sup>(15)</sup>の結果;  $R^*_1 \sim R^*_9$ は遷移レイノルズ数比 (表3-3))

### 3. 6 結 言

本章では、第2章の $\beta = 0.14$  に引き続いて、 $\beta = 0.06$  の場合の T. G. 渦流形について、その準静的スペクトル遷移過程に生じるかく乱の基本周波数とカオスの進行を、速度測定によって明らかにした。そして $\beta = 0.14$  および $\beta = 1.006$  の場合と比較することにより、かく乱の基本周波数とカオスの進行がすきま比によってどのように相違するかについて考察した。得られた主な結果はつぎのとおりである。

(1)  $\beta = 0.06$  の場合には線スペクトル、帯状スペクトルが消滅して連続スペクトルへと進化した後、帯状スペクトルが再現する。

(2)  $\beta = 0.06$  の場合のかく乱の基本周波数および遷移レイノルズ数比について、表3-2および表3-3の結果を得た。

(3)  $\beta > 0.4$  のエクマン境界層形の場合エクマン境界層流れに進行波動が生じるが、 $\beta < 0.4$  の T. G. 渦流形の場合は環状 T. G. 渦に進行波動が生じる。そして後者の進行波動の回転周波数（位相速度）は前者のそれより大きい。すなわち進行波動の回転周波数は、すきま比が減少すれば増大する。

(4)  $\beta = 1.006$  の場合実験を行った最大のレイノルズ数比、 $R^*_{max} = 35$ 、に至るすべての $R^*$ 範囲で、かく乱の基本周波数が求められているが、 $\beta = 0.14$  の場合は速度変動の消滅およびランダム化のため、また $\beta = 0.06$  の場合は速度変動のランダム化のため、基本周波数が得られないレイノルズ数範囲が存在する。

(5)  $\beta = 0.06$  の場合にはかく乱は線形、非線形、偶然化、乱流領域へと連続的に進行し、 $\beta = 0.14$  で生じたような、かく乱の非線形領域から偶然化領域に至るところでの速度変動の消滅が見られない。したがってこのような速度変動が消滅する現象は T. G. 渦流形の一般的な現象ではない。

(6)  $\beta = 1.006$  の場合 $R^*_{max} = 35$  においても完全なカオス状態 ( $\Delta R = z = 1$ ) に到達しないが、 $\beta = 0.06$ 、 $0.14$  の場合はそれぞれ  $R^*$  が 3.8, 19 で完全なカオス状態に到達する。また $\beta = 0.06$  の場合完全なカオス状態からのカオスの減少が見られるが、 $\beta = 0.14$  の場合はカオスの、進行途中での消滅が見られるなど、カオスの進行のすきま比による相違が著しい。

## 第4章 進行波動および変調波動<sup>(47)~(49)</sup>

### 4.1 緒言

カオスの問題は、最近特に注目を集めている問題である。カオスの発生については、「かく乱の基本周波数が無数に出現してカオスが発生する」と考える古典的なLandau<sup>(33)</sup>の描像および「2、3個のかく乱の基本周波数が出現しただけでカオスが発生する」と考える最近提案されたRuelle-Takens<sup>(34)</sup>のシナリオのふたつの理論が知られている。

遠心力形不安定現象を示す内円筒回転2円筒流れは、前者ではなく後者の理論に従うことが明らかにされている<sup>(27)(28)</sup>。すなわち、前述(表1-1)したように、進行波動( $\omega_w$ )と波動変調( $\omega_{mw}$ )の二つの基本周波数が出現しただけで、弱い乱流のカオス( $\omega_B$ )が発生する。この場合の進行波動渦流( $\omega_w$ を持つ)と変調波動渦流( $\omega_w$ と $\omega_{mw}$ を持つ)は、遠心力形不安定現象において弱い乱流に先立つpre-turbulent flowとして近年注目され、活発に研究されている<sup>(38)(40)</sup>。しかしこれと同種の不安定現象を示す回転2球流れ( $\beta < 0.4$ のT. G. 渦流形)については、進行波動渦流に関してわずかに報告がある<sup>(12)(15)</sup>のみで、変調波動渦流に関してはまったく報告がない。

本章ではT. G. 渦流形となる $\beta = 0.138$ の場合について考察するが、この場合内球回転数を零から準静的に上昇させればスパイラルT. G. 渦が発生する<sup>(18)</sup>ので、回転2円筒流れで見られるような進行波動渦流と変調波動渦流を得ることができない。しかし回転2球流れでは、回転2円筒流れの場合<sup>(30)</sup>と同様、流れの履歴や回転上昇率により、流れ状態の非一意性が顕著に表れるので<sup>(12)</sup>、この非一意性を利用すれば、進行波動渦流や変調波動渦流が得られる可能性がある。

そこで内球回転数の上昇率を上げた実験を行ったところ、目的とする進行波動渦流および変調波動渦流が得られたので、その特性を、流れの可視化およびレーザ散乱光測定ならびに波動のモード解析から明らかにした。ここで波動のモード解析とは、実験結果(流れの可視化およびレーザ散乱光測定の結果)をもとに、波動パターンや変調パターンをシミュレートすることである。つぎに回転2円筒流れの場合との相違を明らかにすることにより、テイラー渦流に類似した、赤道付近のT. G. 渦流に生じる進行波動と変調波動に及ぼす極付近のエクマン境界層流れの影響について考察した。

本論文で行う波動のモード解析は、基本的には回転2円筒流れの場合<sup>(28)</sup><sup>(40)</sup><sup>(42)</sup>に行われたものと同じである。波動のモード解析の目的は、回転2円筒流れの場合、波動パターンや変調パターンの理解を容易にすること<sup>(28)</sup>、および隣合う波の変調間の位相差が等しいことを証明すること<sup>(40)</sup>、ならびに定量的な考察を進めること<sup>(42)</sup>にあった。本論文ではこれらの目的に加えて、回転2円筒流れの場合には無視された周波数変調を振幅変調に加えて変調パターンのシミュレーションを行うこと、および回転2球流れにおける変調波動の特性周波数間の関係式が回転2円筒流れの場合とは相違することを明らかにすることなどを目的として、波動のモード解析を行った。

## 4. 2 実験装置および方法

実験装置および実験方法は、2. 2. 1項の流れの可視化およびレーザ散乱光測定の場合とほとんど同じであるが、流れの非一意性を利用して進行波動渦流と変調波動渦流を得るため、レイノルズ数やその加速率を増減させた。

表4-1は本実験で用いた内、外球半径 $R_1$ 、 $R_2$ 、すきま比 $\beta$ 、および流れの可視化観察から得た臨界レイノルズ数 $R_c$ を示す。内球の回転振れおよび内、外球の同心度の精度は2. 2. 1項の場合と同程度である。本章では目的とする進行波動渦流と変調波動渦流を得るため、 $R^*$ の加速率 $\dot{R}^*$ を変化させたり $R^*$ を増減させたが、ひとたび進行波動渦流と変調波動渦流が得られた後は、 $R^*$ を準静的に変化させて、それらの特性と $R^*$ の関係を調べた。進行波動の球全周の波数 $m$ は、球表面全周観察(図2-2)より求めた。変調パターンを表すパラメータ $k$ (<sup>28</sup>)は、子午線断面および球表面全周の連続写真解析から、4. 4. 2項で述べるように求めた。

実験室系における進行波動の基本周波数 $f_1$ および変調周波数 $f_2$ は、ストップウォッチを用いた目視観察およびレーザ散乱光測定ならびに子午線断面の連続写真解析から求めた。一方進行波動とともに移動する座標系(回転系)における変調周波数 $f_2'$ は、上述の $m$ 、 $k$ 、 $f_1$ 、 $f_2$ の測定値から、4. 5節で述べるように求めた。 $R^* = 2.2$ では $f_2'$ をさらに、4. 4. 2項で述べるように実験室系における球表面全周の連続写真を回転系へ変換することから求めた。

進行波動および変調波動の振幅、波長、位相は、実験室系における子午線断面の連続写真解析から求めた。

表4-1  $\beta = 0.138$  の場合の球諸元と臨界レイノルズ数 (すきま比  $\beta = (R_2 - R_1) / R_1$ ; レイノルズ数  $Re = 2\pi \hat{r}_0 R_1^2 / \nu$ )

Radius		Clearance ratio $\beta$	Critical Reynolds number Rec
Inner sphere $R_1$ (mm)	Outer sphere $R_2$ (mm)		
76.89±0.01	87.53±0.01	0.138	900

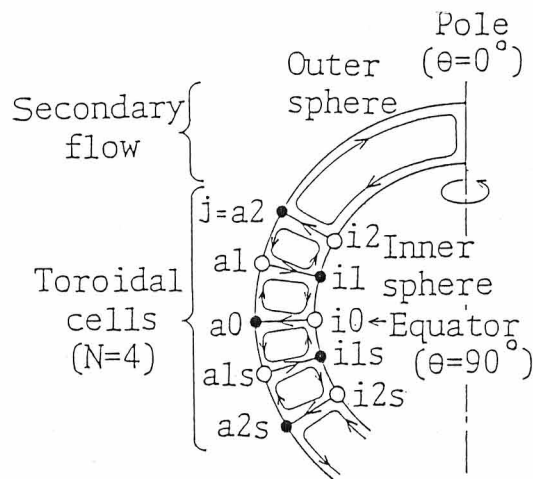


図4-1 環状渦流ⅡT (セル数  $N = 4$ ) の渦境界の吹出, 吸込点  $j$  (○印は吹出点, ●印は吸込点;  $a_1 - i_1$ ,  $a_{1s} - i_{1s}$  境界は渦の内向き流れ境界,  $i_2 - a_2$ ,  $i_0 - a_0$ ,  $i_{2s} - a_{2s}$  境界は渦の外向き流れ境界)

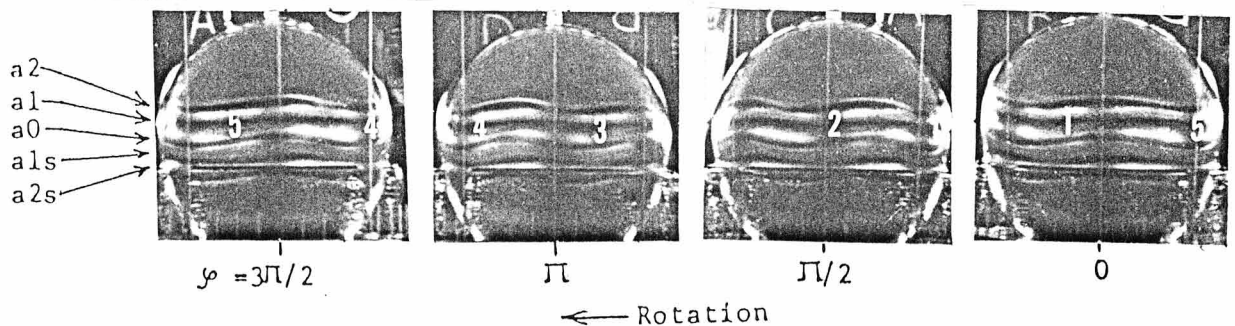


図4-2 セル数  $N$  / 波数  $m = 4 / 5$  の進行波動渦流ⅢWT の全周可視化写真 ( $R^* = 4.33$ ;  $a_2 \sim a_{2s}$  は外球上の吹出, 吸込点 (図4-1); 1~5の数字は波の番号;  $\varphi$  は方位角座標)

#### 4. 3 進行波動の実験結果とモード解析

本節は、レイノルズ数やその加速率を増減させることにより得られる進行波動渦流の特性（波動パターンや基本周波数など）を、流れの可視化およびレーザ散乱光測定の結果ならびにこれをもとにして行った波動のモード解析（波動パターンのシミュレーション）結果から明らかにする。

図4-1は環状T. G. 渦のセル数 $N$ が4のときの環状渦流II Tの子午線断面に見られる流線の模写図を示す。環状T. G. 渦に生じる方位角方向進行波動は、 $i_2 \sim i_2 s$ 、 $a_2 \sim a_2 s$ の記号で示した内、外球上の渦境界の仮想的な吹出点や吸込点 $j$ の、天頂角 $(\theta)$ 方向の時間的な振動に対応する。

図4-2は、上述の4セル $(N=4)$ の環状T. G. 渦に球全周の波数 $m$ が5の方位角方向進行波動が生じて、進行波動渦流III W T（層流+波動環状T. G. 渦+二次流れ）となったときに、球表面全周撮影（図2-2）を行って得た4枚一組の球表面全周写真を示す。図中の $\phi$ は実験室系において、内球の回転方向に増加する方位角座標である。また1~5 $(=m)$ の数字は進行波動の回転方向（内球の回転方向に一致）に増加するようにつけた波の番号である。進行波動渦流のフローステート（渦の数や波動の波数を表す）は回転2円筒流れの場合<sup>(30)</sup>と同様、環状T. G. 渦のセル数 $N$ と進行波動の波数 $m$ の2個の整数 $(N/m)$ で表される。図4-2は $N/m=4/5$ の進行波動渦流を示しているが、本すきま比 $(\beta=0.138)$ に対しては、 $R^*$ やその加速率 $\dot{R}^*$ を適切に設定することにより、さらに2/4および4/6の進行波動渦流を得ることができる。

本研究では特に $N/m=4/5$ の進行波動渦流について詳細に考察する。この流れを発生させる手順は、以下のとおりである。まず $R^*$ を零から $R^*s$ まで一定の加速率、 $\dot{R}^*=dR^*/dT$ （時間 $T$ のスケールは、Wimmer<sup>(12)</sup>が採用した特性時間、 $\hat{t}_0=R_1(R_2-R_1)/\nu$ を単位にして表されている）で上昇させ、その後 $R^*$ を $R^*s$ の一定値に保つ（図4-6）。ここで $R^*s$ 、 $\dot{R}^*$ をそれぞれ $2.8 \leq R^*s < 4.4$ 、 $\dot{R}^* \geq 10^{-0.6}$ の条件に設定すれば、 $R^*=R^*s$ で4/6の進行波動渦流III W Tが得られる（図4-7）。それから $R^*$ を約4.4まで準静的に上昇させれば、 $N/m=4/6$ から4/5へのフローステートの遷移が起こり、目的の進行波動渦流が得られる。この流れは $R^*$ を約4.4から準静的に上昇または下降させることにより、 $2.5 \leq R^* \leq 7.2$ の範囲で維持することができる。

$N/m=4/5$ の進行波動渦流について、微小な時間間隔で撮影した子午線断面の連続写真（実験室系）から得た、吹出および吸込点 $j$ の天頂角 $\theta_j(t, \phi)$ の時間変化を図4-3に示す。 $j=a_1$ および $a_1s$ （図では省略）の吹出点は

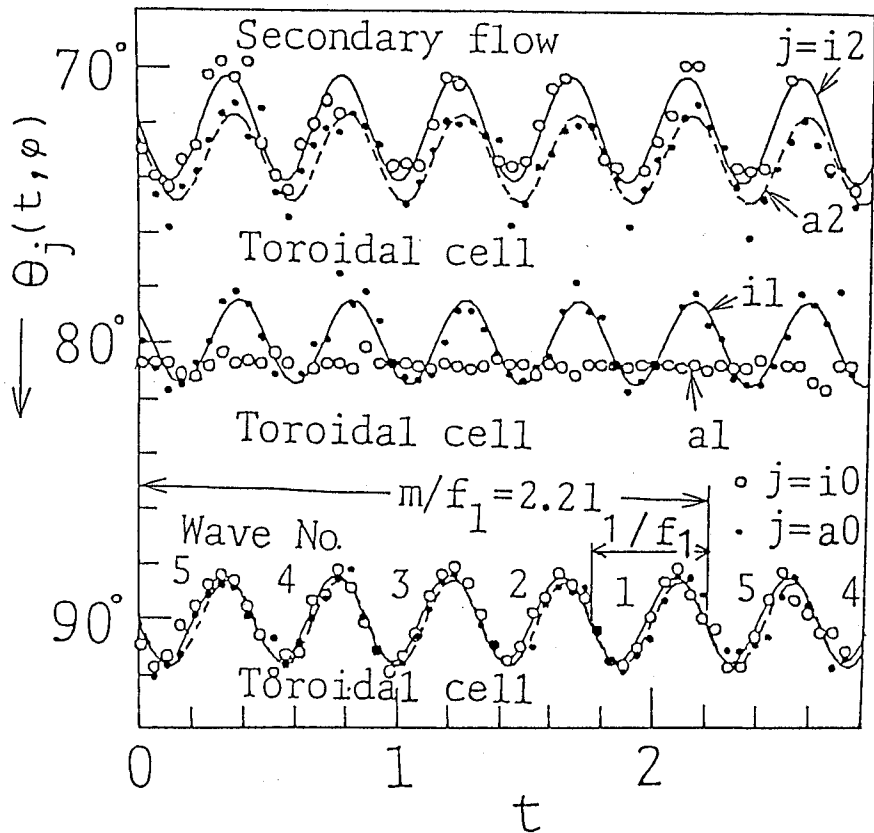


図4-3 子午線断面における進行波動の時間変化（進行波動渦流ⅢWT（ $R^* = 5.19$ ，セル数 $N$ ／波数 $m = 4/5$ ）； $j$ は吹出，吸込点（図4-1）；実線（内球上）と破線（外球上）は実験点（○，●印）の最小自乗近似正弦曲線；1～5の数字は波の番号； $1/f_1$ ， $m/f_1$ は進行波動のそれぞれ通過周期，回転周期）

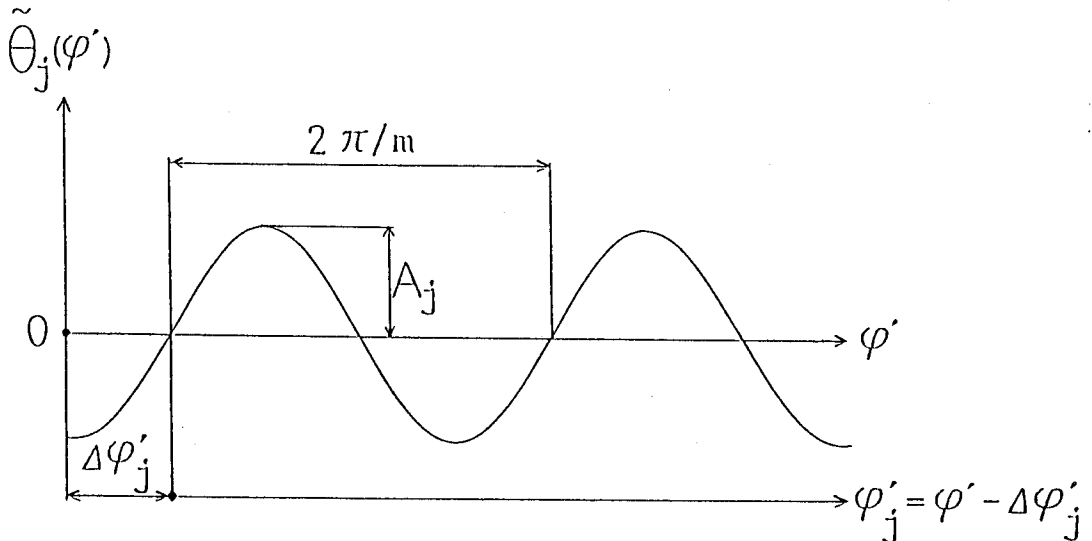


図4-4 回転系における進行波動の変動天頂角の模写図（ $\varphi'$ はすべての $j$ に対する基準方位角座標， $\varphi'_j$ は各 $j$ に対する基準方位角座標； $\Delta\varphi'_j = \varphi' - \varphi'_j$ は両者の位相差； $A_j$ ， $2\pi/m$ は進行波動のそれぞれ振幅，波長）



ほとんど振動しないが、その他の吹出、吸込点は、それらの最小自乗近似正弦曲線が示すように、それらの振幅と位相に相違が見られるものの、すべて同じ周期、 $1/f_1$ 、で正弦的に振動している。ここで  $1/f_1$  は1個の波が実験室系の観察者を通過する時間（通過周期）で、 $f_1$  は進行波動の通過周波数を表す基本周波数である。したがって回転2円筒流れの場合<sup>(28)</sup>と同様、渦の内向き流れ境界（図4-1の  $a_1-i_1$ ,  $a_{1s}-i_{1s}$ 境界）と外向き流れ境界（ $i_2-a_2$ ,  $i_0-a_0$ ,  $i_{2s}-a_{2s}$ 境界）の両方が振動している。ただし回転2球流れでは、上述のように渦の内向き流れ境界の外球上の吹出点（ $a_1$ と $a_{1s}$ ）は振動しない。図4-3中の  $m/f_1$  は球全周の5（ $=m$ ）個の波が観察者を通過する時間で、進行波動の回転周期に対応する。図4-1の  $R^*=5.19$  の場合  $m/f_1=2.21$  と得られるので、回転周波数、 $f_1/m$ 、は0.452となる。

以上のことから進行波動パターンは、回転2円筒流れの場合と同様  $m$  重の回転対称性を持ち、内球の回転軸まわりに  $f_1/m$  の回転周波数で剛体のように回転することが知られる。したがって、進行波動とともに回転する座標系（回転系）に固定された観察者に対しては、進行波動パターンは静止して見える。

図4-4はこのような静止した進行波動パターンの模写図を示したもので、縦軸、 $\bar{\theta}_j(\varphi') = \bar{\theta}_j - \theta_j(\varphi')$ 、は、回転系における吹出、吸込点  $j$ （ $a_1$ と $a_{1s}$ は除く）の天頂角  $\theta_j(\varphi')$  の変動値である。ここで  $\bar{\theta}_j$  は平均値、また  $\varphi'$  はすべての  $j$  に対して基準となる方位角座標（回転系）である。図中の  $A_j$  は進行波動の振幅、 $2\pi/m$  は波長、 $\varphi_j' = \varphi' - \Delta\varphi_j'$  は各  $j$  に対して図のように定義された方位角座標（回転系）で内球の回転方向に増大する（ $\Delta\varphi_j'$  は  $\varphi'$  と  $\varphi_j'$  の位相差）。

つぎに進行波動のモード解析を行うため、上述の回転系における変動天頂角を次式で仮定する。

$$\begin{aligned}\bar{\theta}_j(\varphi') &= \bar{\theta}_j - \theta_j(\varphi') \\ &= A_j W(\varphi_j') = A_j W(\varphi' - \Delta\varphi_j')\end{aligned}\quad (4.1)$$

ここで  $W(\varphi_j')$  は波動パターンを表す関数で、次式を満足しなければならない。

$$W(\varphi_j' + 2\pi/m) = W(\varphi_j')$$

回転系は実験室系に対して  $2\pi f_1/m$  の角速度で回転するので、回転座標  $\varphi'$  と実験室座標  $\varphi$  の間に

$$\varphi' = \varphi - 2\pi f_1 t / m \quad (4.2)$$

の関係が成立する。式(4.2)を(4.1)へ代入することにより、実験室系における変動天頂角  $\bar{\theta}_j(t, \varphi)$  は次式のように表せる。

$$\begin{aligned}
\bar{\theta}_j(t, \varphi) &= \bar{\theta}_j - \theta_j(t, \varphi) = A_j W(\varphi_j - 2\pi f_1 t / m) \\
&= A_j W(\varphi - \Delta\varphi_j - 2\pi f_1 t / m) \\
&= A_j W(\varphi - 2\pi f_1 (t - \Delta t_j) / m) \quad (4.3)
\end{aligned}$$

ここで  $\Delta\varphi_j = \varphi - \varphi_j$  は、すべての  $j$  に対する基準方位角座標  $\varphi$  と各  $j$  に対して定義された方位角座標  $\varphi_j$  との位相差（実験室系）で、対応する回転系の位相差、 $\Delta\varphi_j' = \varphi' - \varphi_j'$ 、に等しい。また  $\Delta t_j$  は時間軸上の基準時間  $t$  との位相差で、上記の空間的な位相差  $\Delta\varphi_j$  との間にはつぎの関係がある。

$$\Delta\varphi_j = -2\pi f_1 \Delta t_j \quad (4.4)$$

ここで  $W(\varphi_j')$  を正弦波

$$W(\varphi_j') = \sin(m\varphi_j')$$

と仮定すれば、式(4.1)および(4.3)はそれぞれ

$$\bar{\theta}_j(\varphi') = A_j \sin[m(\varphi' - \Delta\varphi_j')]$$

および

$$\begin{aligned}
\bar{\theta}_j(t, \varphi) &= \bar{\theta}_j - \theta_j(t, \varphi) \\
&= A_j \sin[m(\varphi - 2\pi f_1 (t - \Delta t_j) / m)] \quad (4.5)
\end{aligned}$$

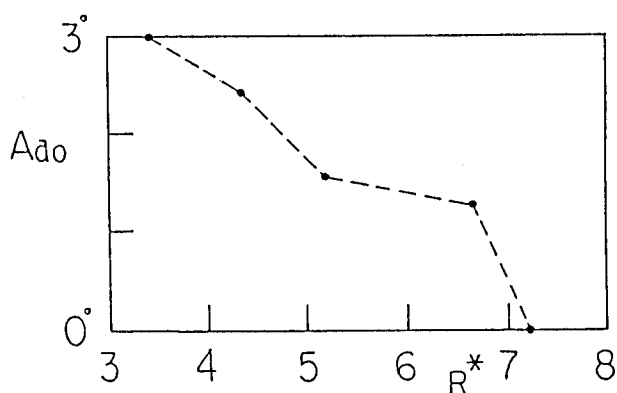
となる。

表4-2は図4-3の場合について、時間軸上の位相差  $\Delta t_j$  と空間的な位相差  $\Delta\varphi_j$ 、および進行波の空間的な波長、 $\varphi_\lambda = 2\pi/m$ 、に対する  $\Delta\varphi_j$  の比を示したものである。ここで  $\Delta t_j$  は図4-3の正弦曲線から求め、これに対する  $\Delta\varphi_j$  は式(4.4)により計算して求めた。また基準方位角  $\varphi$  は  $\varphi_{i0}$  とした ( $\Delta\varphi_{i0} = 0^\circ$ )。すべての  $j$  の間の最大の位相差は0.128個の波 ( $0.128\varphi_\lambda$ ) に相当し、それほど大きくない。他の  $R^*$  の場合もこれと同程度である。

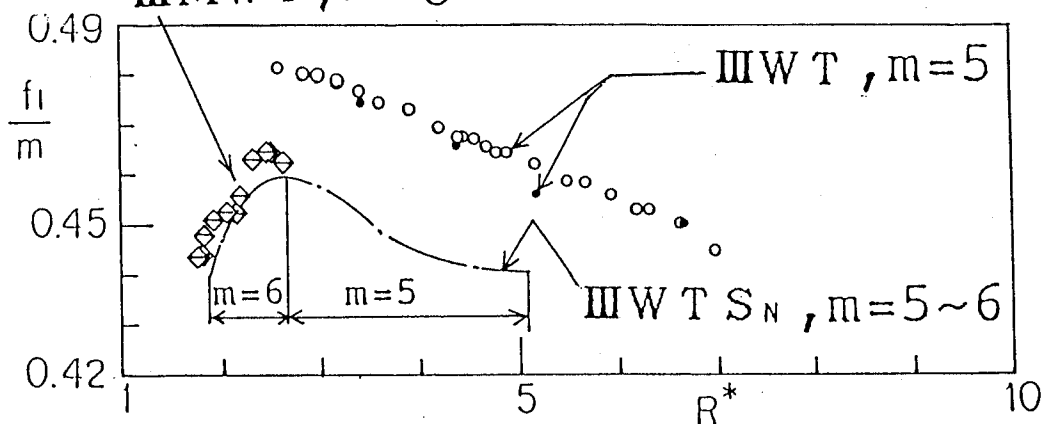
$N/m = 4/5$  の進行波渦流について、 $R^*$  を準静的に変化させた場合の進行波の振幅  $A_{\infty}$ 、回転周波数（位相速度） $f_1/m$  の変化を、それぞれ図4-5(a), (b) に示す。 $A_{\infty}$  は図4-5(a) に示すように、 $R^*$  の増加に対し減少し  $R^*$  が約7.2で零となる。a 0以外の振幅も、これと同様の傾向を示す。振幅が零となるのは進行波が消滅し、フローレジーム（渦の種類や状態で分類される流れのモードを示す）が進行波渦流（IIIWT）から環状渦流（III T）に移移することに対応する。このように進行波による低周波の周期的かく乱成分が  $R^*$  の増大に対して消滅し、流れがふたたび定常な環状渦流となる現象は、 $\beta = 0.14$ （第2章）で見られた現象、すなわちスパイラル T. G. 渦による低周波の周期的かく乱成分が  $R^*$  の増大に対して消滅し、流れがふたたび定常な環状渦流となる現象、に類似したものである。

表4-2 進行波動間の位相差（進行波動渦流IIIWT ( $R^* = 5.19$ , セル数  $N$  / 波数  $m = 4/5$ ) ;  $j$  は吹出, 吸込点 (図4-1) ;  $\Delta t_j$ ,  $\Delta \varphi_j$  は進行波動間のそれぞれ時間的, 空間的な位相差,  $\varphi_\lambda = 2\pi/m$  は進行波動の空間的な波長)

$j$	$i_0$ Source	$a_0$ Sink	$i_1$ Sink	$i_2$ Source	$a_2$ Sink
$\Delta t_j$	0	0.0177	0.0546	0.0116	0.0372
$\Delta \varphi_j$	$0^\circ$	$-2.99^\circ$	$-9.24^\circ$	$-1.97^\circ$	$-6.30^\circ$
$\Delta \varphi_j / \varphi_\lambda$	0	-0.0415	-0.128	-0.0274	-0.0874



(a) 振幅 ( $\beta = 0.138$  の進行波動渦流IIIWT ( $N/m = 4/5$ ) の場合) IIIWT,  $m=6$



(b) 回転周波数 (●印 (子午線断面の連続写真解析結果) と○印 (レーザ散乱光測定結果) は  $\beta = 0.138$  の進行波動渦流IIIWT ( $N/m = 4/5$ ) の場合 ; ◆印は  $\beta = 0.138$  の変調波動渦流IIIMWT ( $N/m/k = 4/6/-1$ ) の場合 ; 一点鎖線は  $\beta = 0.14$  の波動環状・スパイラル渦流IIIWTS<sub>N</sub> ( $N=2$ ,  $m=5\sim6$ ,  $S_P=1\sim2$ ) の場合)

図4-5 進行波動の振幅と回転周波数 (位相速度) の  $R^*$  による変化 ( $N$  は環状T.G. 渦のセル数,  $m$  は進行波動の波数,  $k$  は変調パラメータ,  $S_P$  はスパイラルT.G. 渦のセル対の数)

図4-5 (b) の回転周波数  $f_1/m$  ( $\beta = 0.138$ ,  $m = 5$ 、進行波動渦流) は  $R^*$  の増大に対して減少する。これに対して後述 (図4-14) の変調波動渦流の場合 ( $\beta = 0.138$ ,  $m = 6$ ) は、 $f_1/m$  が  $R^*$  とともに増大する。他方、前述 (図2-18) した波動環状・スパイラル渦流に生じる進行波動の場合 ( $\beta = 0.14$ ,  $m = 5 \sim 6$ ) は、 $R^*$  の増大に対して  $f_1/m$  が  $m = 6$  では増大、 $m = 5$  では減少する。以上のことから進行波動の回転周波数は、フローレジームが相違 (進行波動渦流、変調波動渦流、波動環状・スパイラル渦流) しても、波数  $m$  が同じであれば、 $R^*$  に対して同じ傾向で変化することが知られる。

## 4. 4 変調波動の実験結果

本節は流れの可視化およびレーザー散乱光測定の結果から、変調波動の発生条件（4. 4. 1項）および変調波動の特性（4. 4. 2項）を明らかにする。

4. 4. 1項では、流れの非一意性を利用して変調波動渦流を得るため、内球回転（レイノルズ数）の上昇率を上げた加速実験を行い、その発生条件を調べる。4. 4. 2項では、加速実験で得られた変調波動渦流の特性（変調パターンや変調周波数など）を、流れの可視化およびレーザー散乱光測定で明らかにする。

### 4. 4. 1 変調波動の発生条件

流れのレイノルズ数を設定する過程において、 $R^*$  を零から準静的に上昇させる場合、環状 T. G. 渦に加えてスパイラル T. G. 渦が発生するので、回転2円筒流れ<sup>(20)</sup>で見られるような変調波動は生じない<sup>(18)</sup>。そこで変調波動を発生させるため、図4-6に示すように $R^*$ を時間 $T$ が0から $T_s$ までは一定の加速率、 $\dot{R}^* = dR^* / dT = R^*_s / T_s$ 、で増大させ、 $T > T_s$  では $R^*$ を一定値 $R^*_s$ に保つ加速実験を行った。ここで $T_s$ は加速に要する時間、 $T_h (= T - T_s)$ は加速後の時間である。 $T_s, T_h$ の時間スケールは、 $T$ の場合と同様特性時間 $\tau$ <sup>(12)</sup>を単位にして表されている。

加速実験で観察されるフローレジームは時間 $T$ とともに変化するが、十分な時間経過後には $T$ に依存しないある最終のフローレジームに到達する。図4-7はこのような最終のフローレジームを $\dot{R}^*$ と $R^*_s$ の関係において示したものである。図中のⅢMWTは目的とする変調波動渦流（層流+変調波動環状 T. G. 渦+二次流れ）で、これを得るためには $\dot{R}^*, R^*_s$ をそれぞれ $\dot{R}^* \gtrsim 10^{-0.6}$ 、 $1.7 \lesssim R^*_s \lesssim 2.8$ の条件に設定すればよいことが知られる。なお $\dot{R}^* \lesssim 10^{-0.6}$ の条件ではスパイラル T. G. 渦が発生（ⅡT S, ⅢW T S）し、変調波動は得られない。図中のⅢMWT+ⅢW Tは図4-8のレーザー散乱光出力 $E$ の時間変化が示すように、数分（ $\tau = 10$ が37.5秒に相当）の時間間隔で変調波動渦流ⅢMWTと進行波動渦流ⅢW Tが交互に現れるフローレジームである。このように波動変調の発生と消滅が繰返される現象は、回転2円筒流れでは報告されていない。

前述のように、加速実験ではフローレジームが時間 $T$ とともに変化する。図4-9は $T$ の増大にともなうフローレジームの変化を、 $\dot{R}^* \gtrsim 10^{-0.6}$ の高加速率および $\dot{R}^* \lesssim 10^{-0.6}$ の低加速率の場合について示す。この図から知られるように、変調波動（ⅢMWT）を得るための必要条件は、高加速率により2セルの環状渦流ⅡT（ $N=2$ ）から4セルの環状渦流ⅡT（ $N=4$ ）への遷移を起こさせ、ス

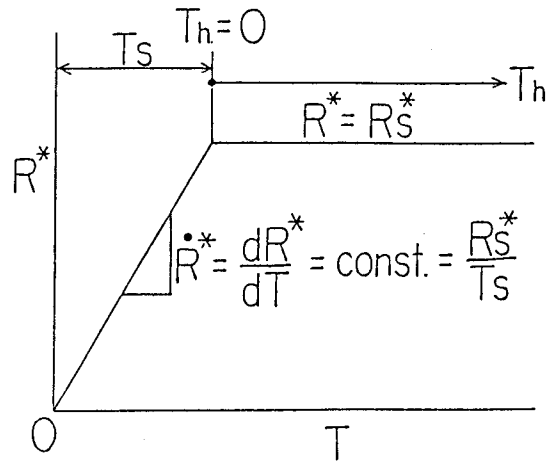


図4-6 加速実験条件 ( $R^*$ は加速率,  $R^*_s$ は加速後の一定のレイノルズ数比,  $T$ は時間,  $T_s$ は加速時間,  $T_h = T - T_s$ は加速後の時間)

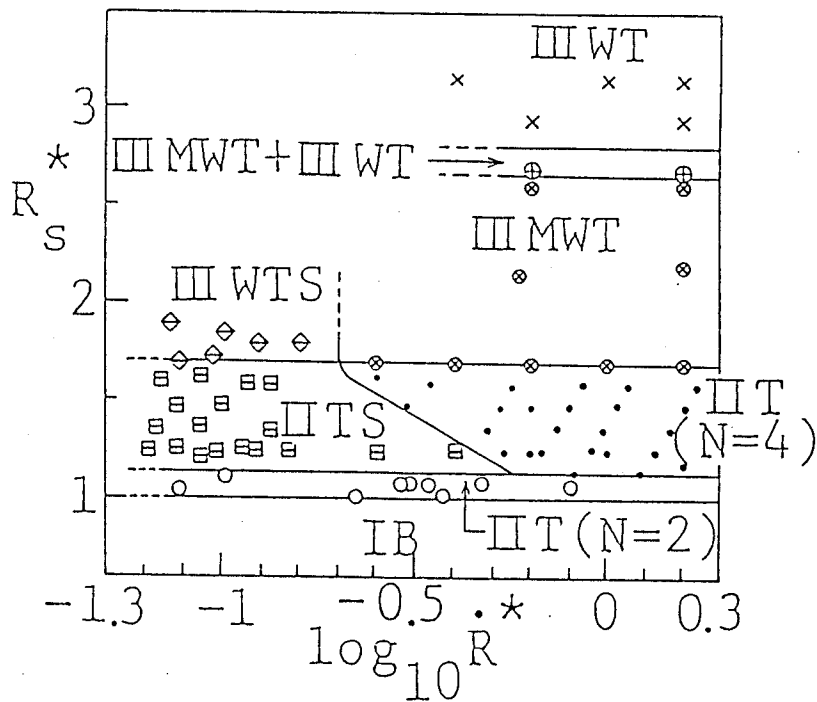


図4-7  $R^*$ の加速実験で  $R^* = R^*_s$ において最終的に到達するフローレジーム (×印は進行波動渦流IIIWT ( $N/m = 4/6$ ), ⊗印は変調波動渦流III MWT ( $N/m/k = 4/6/-1$ ), ⊕印は変調波動渦流III MWTと進行波動渦流III WTが交互に現れるもの, ●印は環状渦流II T ( $N=4$ ), ○印は環状渦流II T ( $N=2$ ), ◇印は波動環状・スパイラル渦流III WTS ( $N=2, m=6, S_p=3+3$ ), □印は環状・スパイラル渦流II TS ( $N=2, S_p=3+3$ );  $N$ は環状T.G.渦のセル数,  $m$ は進行波動の波数,  $k$ は変調パラメータ,  $S_p$ はスパイラルT.G.渦のセル対の数(北半球+南半球))

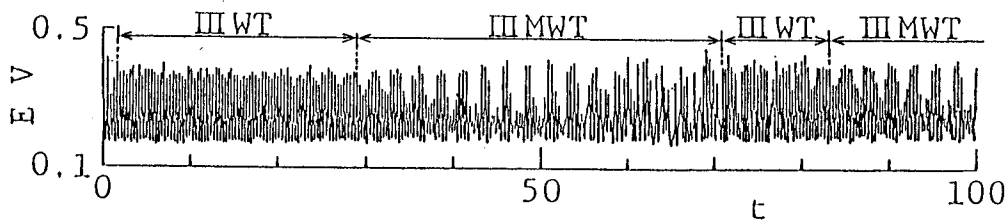


図4-8 レーザ散乱光出力における波動変調の発生と消滅の繰り返し ( $R^* = 2.64$ ; 変調波動渦流IIIMWT ( $N/m/k = 4/6/-1$ ) と進行波動渦流IIIWT ( $N/m = 4/6$ ) が交互に現れる)

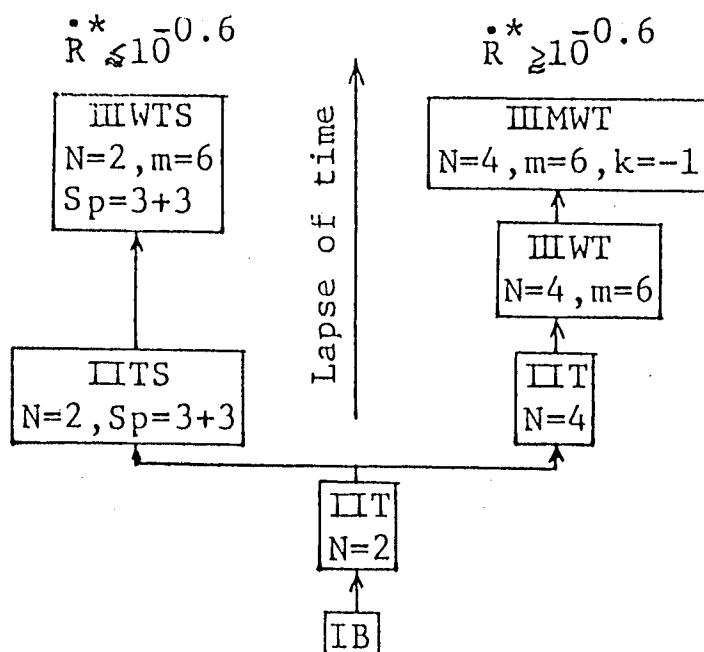


図4-9 加速実験におけるフローレジームの時間変化 (IBは層流基本流, IITは環状渦流, IIIWTは進行波動渦流, IIIMWTは変調波動渦流, IITSは環状・スパイラル渦流, IIIWTSは波動環状・スパイラル渦流)

表4-3 4セル ( $N=4$ ) の環状渦流から  $R^*$  を準静的に上昇させた場合のフローレジームの変化 (IITは環状渦流, IIIMWTは変調波動渦流, IIIMWT + IIIWTは変調波動渦流と進行波動渦流が交互に現れるもの, IIIWTは進行波動渦流; Nは環状T.G.渦のセル数, mは進行波動の波数, kは変調パラメータ)

Reduced transition Reynolds number	Flow regime	Flow state		
		N	m	k
—	IIT	4	0	/
1.77	IIIMWT	4	6	-1
2.64	IIIMWT + IIIWT	4	6	-1
	IIIWT	4	6	/
2.80	IIIWT	4	6	/

バイラル T. G. 渦 (ITS) を発生させないことである。

以上とは別の実験から、高加速率によりいったん 4 セルの環状渦流 (IT (N = 4)) が得られれば、これより  $R^*$  を準静的に上昇させた場合にも、表 4-3 に示すように変調波動 (IIIMWT) が得られることが知られた。この場合  $R^* = 1.77$  で進行波動の発生と同時に波動変調が現れ (IIIMWT)、これより  $R^*$  が増大すれば  $R^* = 2.80$  で波動変調は消える (IIIMWT)。これに対して回転 2 円筒流れの場合<sup>(27)</sup> は、まず波動変調のない進行波動が生じ、これより  $R^*$  が増大すれば進行波動に波動変調が現れる。

#### 4. 4. 2 変調波動の特性

変調波動の特性を明らかにするため、4 セル (N = 4) の環状 T. G. 渦に変調波動を発生させ、子午線断面および球表面全周の連続写真撮影を行った。図 4-10 (a) は子午線断面の連続写真から図 4-3 と同様にして求めた、渦の吹出、吸込点 j の天頂角  $\theta_j(t, \varphi)$  の時間変化を示す。図から知られるように、a 1 と a 1 s を除いた吹出、吸込点 j は、 $1/f_2 = 7/f_1$  の周期で、振幅が最大の S 字波 (波の番号の上に ^ 印をつけた波) から振幅が最小の平坦波 (- 印をつけた波) に変化する。ここで個々の各波の波長は一定ではなく、S 字波の波長が平坦波の波長よりも大きいのが、これについては後述する。回転 2 円筒流れの場合<sup>(28)</sup>、テイラー渦の外向き (円筒中心から外向きに向かう) 流れ境界が周期的に S 字波から平坦波に変化すると報告されているが、回転 2 球流れでは T. G. 渦の外向き流れ境界 (図 4-1 の i 2-a 2、i 0-a 0、i 2s-a 2s 境界) ばかりでなく、内向き流れ境界 (a 1-i 1、a 1s-i 1s 境界) も同様に変化する。ただし内向き流れ境界の外球上の吹出点 a 1 と a 1 s は、変調のない進行波動の場合 (図 4-3) と同様ほとんど振動しない。

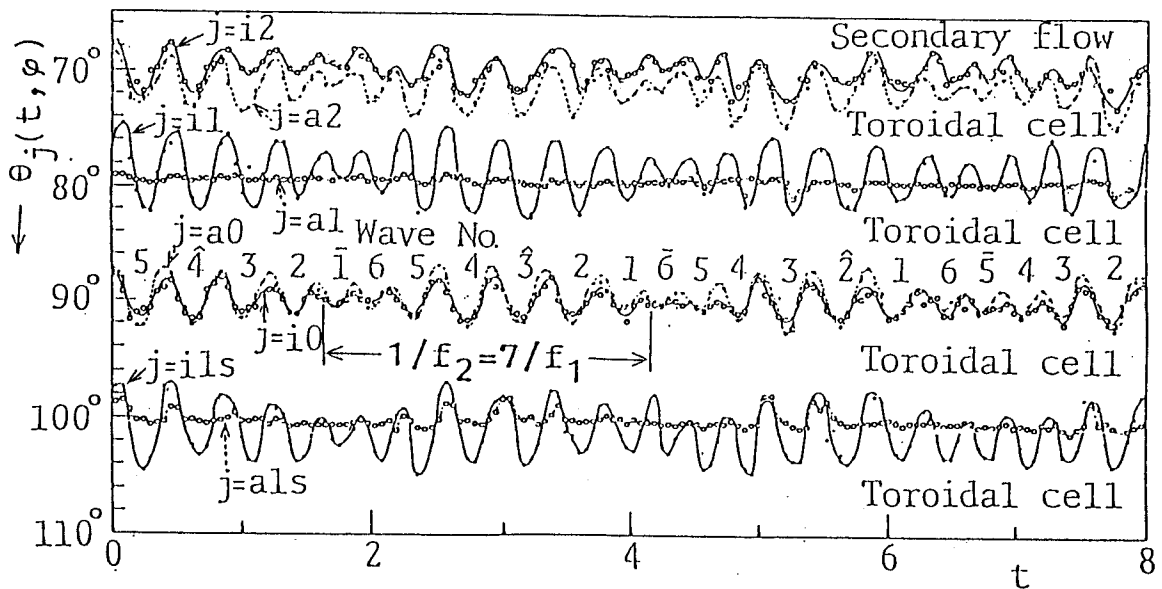
図 4-10 (b) は球表面全周の連続写真で、その時間間隔は実験室系の観察者を 1 個の波が通過する時間、 $1/f_1$ 、である。 $\varphi = 0$  にある波が平坦波で、 $\varphi = \pi$  にある波が S 字波となる  $t = 0$  の波動パターンは、 $t = 1/f_2 = 7/f_1$  で再現する。したがって図 4-10 (a)、(b) の結果から、 $R^* = 2.2$  の場合の実験室系における変調波周波数  $f_2$  は

$$f_2 = f_1 / 7 = 0.39 \quad (R^* = 2.2)$$

で与えられる。ここで  $f_1 = 2.73$  である。

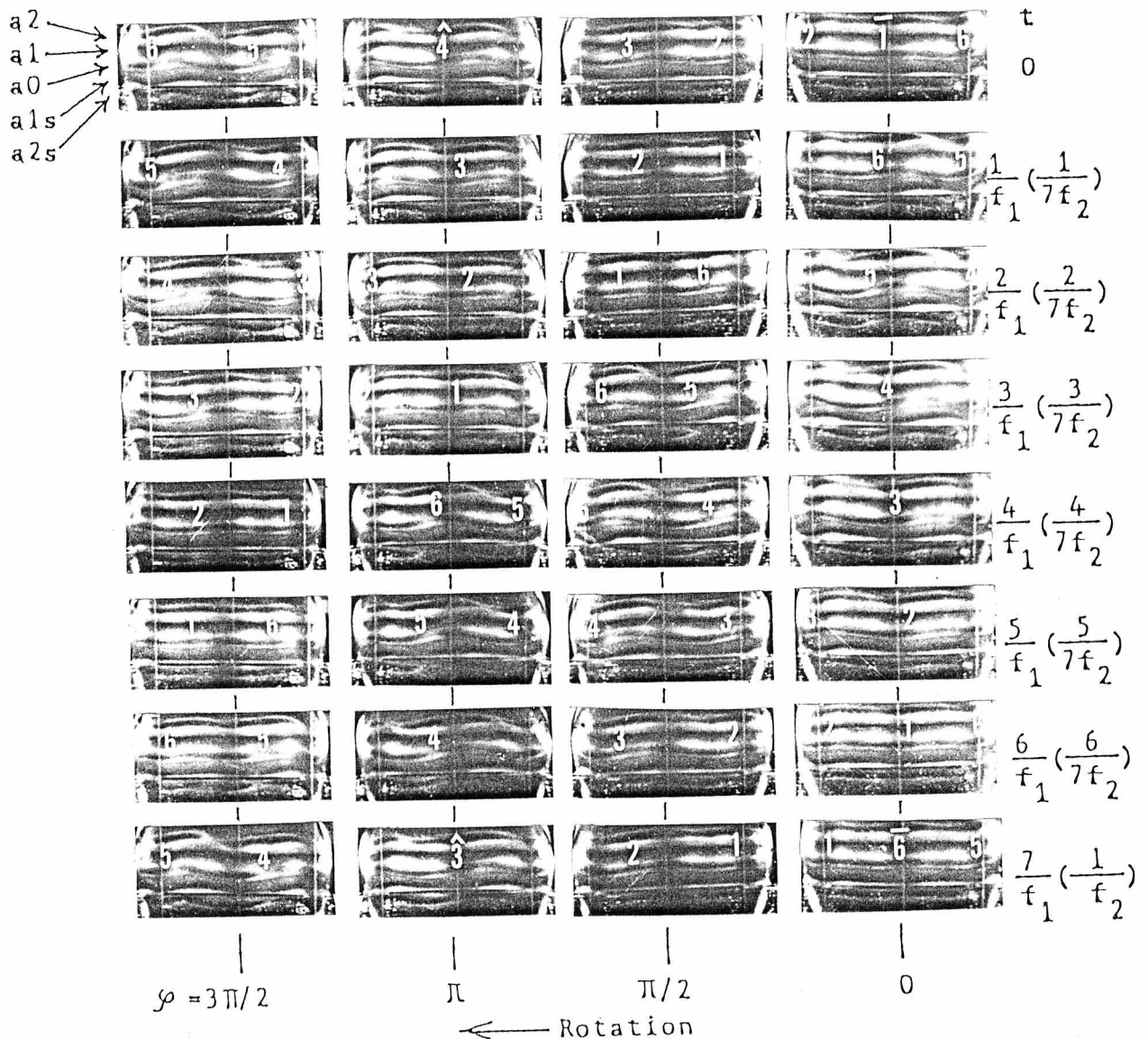
前述のように振幅が最大の S 字波の波長は、振幅が最小の平坦波の波長よりも大きいので、これについてさらに詳しく調べよう。図 4-10 (a) の各吹出、吸込点 j に対して、個々の各波の中央の時間を各波が観察点に到着した時間 t と





(a) 子午線断面における時間変化

図4-10 実験室系における変調波動の時間変化 (変調波動渦流ⅢMW T  
 $(R^* = 2.2, N/m/k = 4/6/-1)$ ;  $j (= i2 \sim i1s, a2 \sim a1s)$  は吹出, 吸込点 (図4-1); 1~6の数字は波の番号;  $\bar{\quad}$  印,  $\hat{\quad}$  印の波はそれぞれ平坦波, S字波;  $1/f_1$  は波の通過周期,  $1/f_2$  は変調周期)



(b) 球表面全周における時間変化 ( $\varphi$ は方位角座標)

図4-10 実験室系における変調波動の時間変化 (変調波動渦流ⅢMWT

( $R^* = 2.2$ ,  $N/m/k = 4/6/-1$ );  $j (= i_2 \sim i_1s, a_2 \sim a_1s)$  は吹出, 吸込点 (図4-1); 1~6の数字は波の番号;  $\bar{\quad}$ 印,  $\hat{\quad}$ 印の波はそれぞれ平坦波, S字波;  $1/f_1$ は波の通過周期,  $1/f_2$ は変調周期)

すれば、各波の振幅 $A_j$  および時間軸上の波長 $t_{Fj}$ と到着時間との関係は、それぞれ図4-11 (a), (b) のようになる。図中の実線は実験点との最小自乗近似より求めた正弦曲線で、次式で与えられる。

$$A_j = \bar{A}_j + \hat{A}_j \sin [2\pi f_{Aj} (t - \Delta t_{Aj})] \quad (4.6)$$

$$t_{Fj} = \bar{t}_{Fj} + \hat{t}_{Fj} \sin [2\pi f_{Fj} (t - \Delta t_{Fj})] \quad (4.7)$$

ここで $\bar{A}_j$ 、 $\bar{t}_{Fj}$ は平均値、 $\hat{A}_j$ 、 $\hat{t}_{Fj}$ は変動(変調)の振幅、 $f_{Aj}$ 、 $f_{Fj}$ は変調周波数、 $\Delta t_{Aj}$ 、 $\Delta t_{Fj}$ は基準時間 $t$ との位相差である。図4-11 (a) および (b) から知られるように、進行波動は振幅変調および波長変調(周波数変調)しており、それらの変調周期、 $1/f_{Aj}$ および $1/f_{Fj}$ 、はともに $1/f_2$ に等しい。したがって変調周波数について次式( $j$ は省略)が成り立つ。

$$f_A = f_F = f_2 \quad (4.8)$$

流れの可視化観察によれば、他の $R^*$ における波動パターンは上述の $R^*=2.2$ の場合とほぼ同じであるので、式(4.8)は $R^*$ に無関係に成立すると考えられる。

図4-12は、図4-10の変調波動の波動パターンの時間変化(実験室系)を、回転系で示した模写図である。これは実験室系において $1/f_2 = 7/f_1$ の時間間隔で撮影した球表面全周の連続写真を、回転系に変換することにより求められた。 $t=0$ の波動パターンが $t=42/f_1$ で再現するので、回転系における変調(振幅変調および周波数変調が重なった変調)周波数 $f_2'$ は

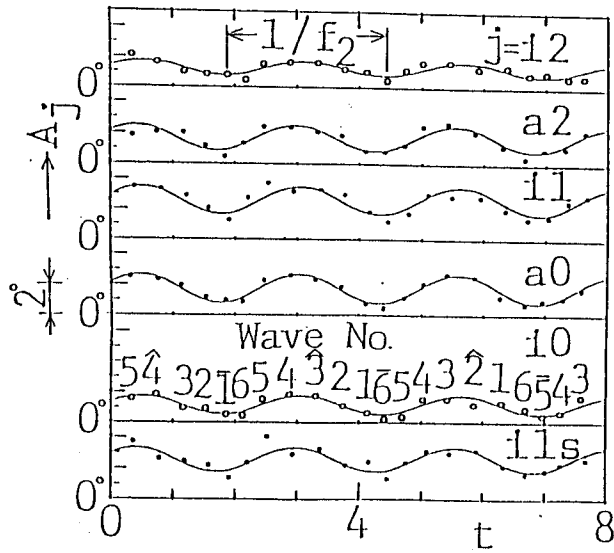
$$f_2' = f_1/42 \quad (R^*=2.2) \quad (4.9)$$

で与えられ、 $f_1=2.73$ からその値は0.065となる。ここで $f_A'$ 、 $f_F'$ を回転系におけるそれぞれ振幅変調、周波数変調の各変調周波数とすれば、これらと上記の $f_2'$ の間に

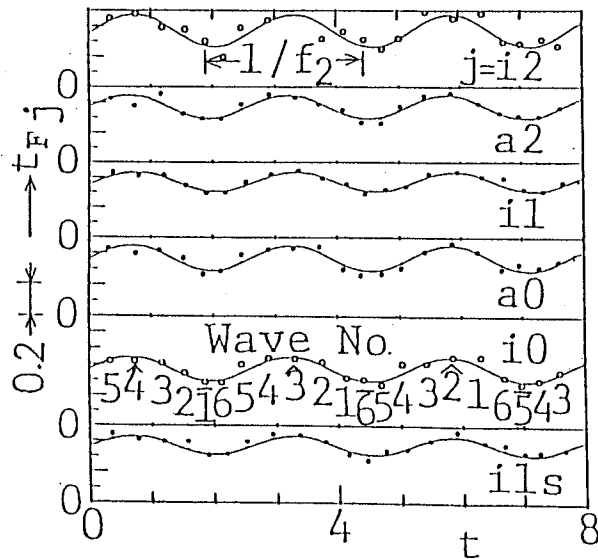
$$f_A' = f_F' = f_2' \quad (4.10)$$

の関係が成立することは、実験室系において成立する式(4.8)の関係から明らかである。

つぎに隣合う波の振幅変調間の位相差を $\Delta\phi_A$ としよう。ここで $\Delta\phi_A=0$ (あるいは一般に $k_A$ を整数として $2\pi k_A$ )とは、隣合う波の振幅変調の位相が同じであること、すなわち振幅が最小の平坦波の隣りは同じく平坦波であることを意味する。また $\Delta\phi_A=\pi$ とは、隣合う波の振幅変調の位相が半周期分ずれていること、すなわち平坦波の隣りはS字波でありその隣りがふたたび平坦波であることを意味する。同様に隣合う波の周波数変調間の位相差を $\Delta\phi_F$ とすれば、 $\Delta\phi_F=\pi$ とは、波長が最大の波の隣りは波長が最小の波であり、その隣りがふたたび波長が最大の波であることを意味する。



(a) 振幅の時間変化



(b) 波長の時間変化

図4-11 振幅変調および周波数変調 (変調波動渦流III MWT ( $R^* = 2.2$ ,  $N/m/k = 4/6/-1$ );  $j (= i2 \sim i1s, a2, a0)$  は吹出, 吸込点 (図4-1); 実線は実験点 (○, ●印) の最小自乗近似正弦曲線; 1~6の数字は波の番号; ˆ印, ˘印の波はそれぞれ平坦波, S字波;  $1/f_2$ は変調周期)

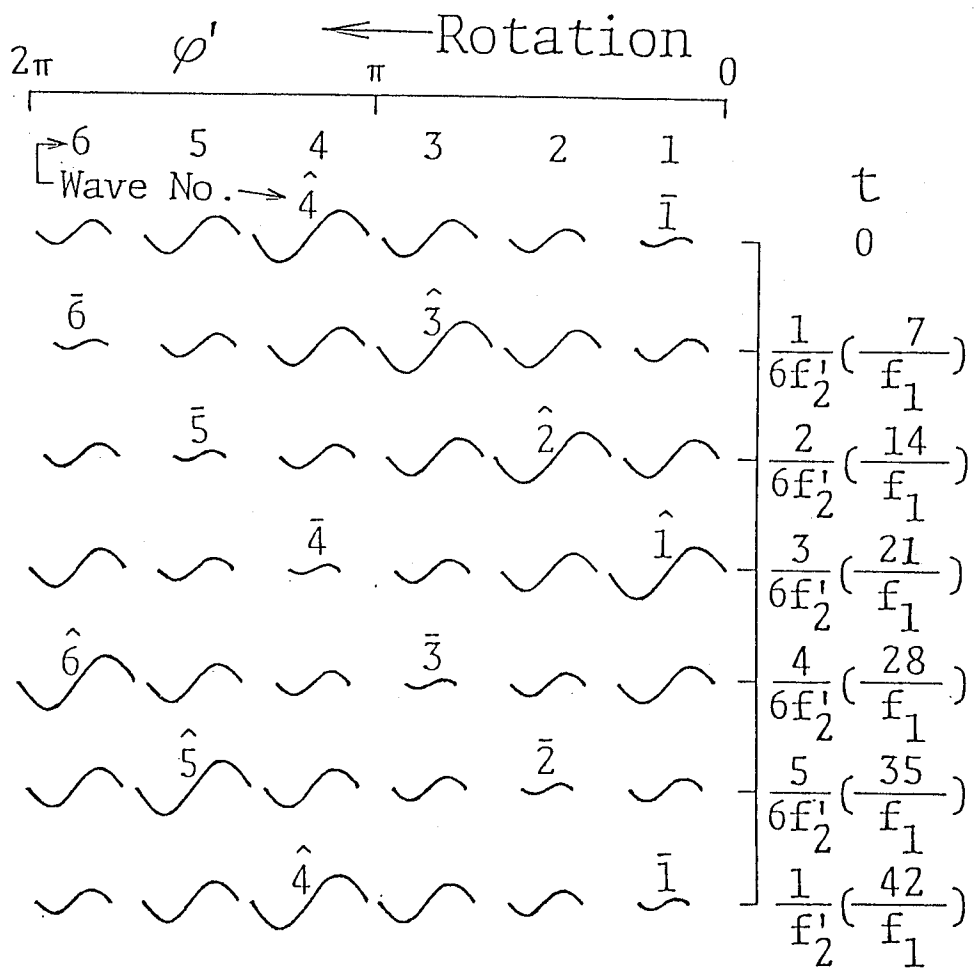


図4-12 回転系における変調波動の時間変化 (変調波動渦流ⅢMWT ( $R^* = 2.2$ ,  $N/m/k = 4/6/-1$ );  $\varphi'$  は方位角座標; 1~6の数字は波の番号;  $\bar{\quad}$ 印,  $\hat{\quad}$ 印の波はそれぞれ平坦波, S字波;  $1/f_2'$  は変調周期)

図4-12において平坦波はいつもほぼ最小の波長を、またS字波はいつもほぼ最大の波長を示すので、振幅変調と周波数変調の位相は等しい ( $\Delta\phi_A = \Delta\phi_F$ )。したがって隣合った波の、振幅変調と周波数変調が重なった変調間の位相差を $\Delta\phi$ とすれば明らかに

$$\Delta\phi_A = \Delta\phi_F = \Delta\phi$$

となる。

ある波と、その波から $m$ 個離れた波すなわちその波自身との変調間の位相差は $2\pi k$  ( $k$ は整数)であるが、 $m$ 個の各波間の位相差は回転2円筒流れの場合<sup>(40)</sup>と同様等しいと考えられるので、

$$\Delta\phi = 2\pi k/m$$

となる。ここで $k$ は振幅変調と周波数変調が重なった変調パターンを表すパラメータである。同様に

$$\Delta\phi_A = 2\pi k_A/m, \quad \Delta\phi_F = 2\pi k_F/m$$

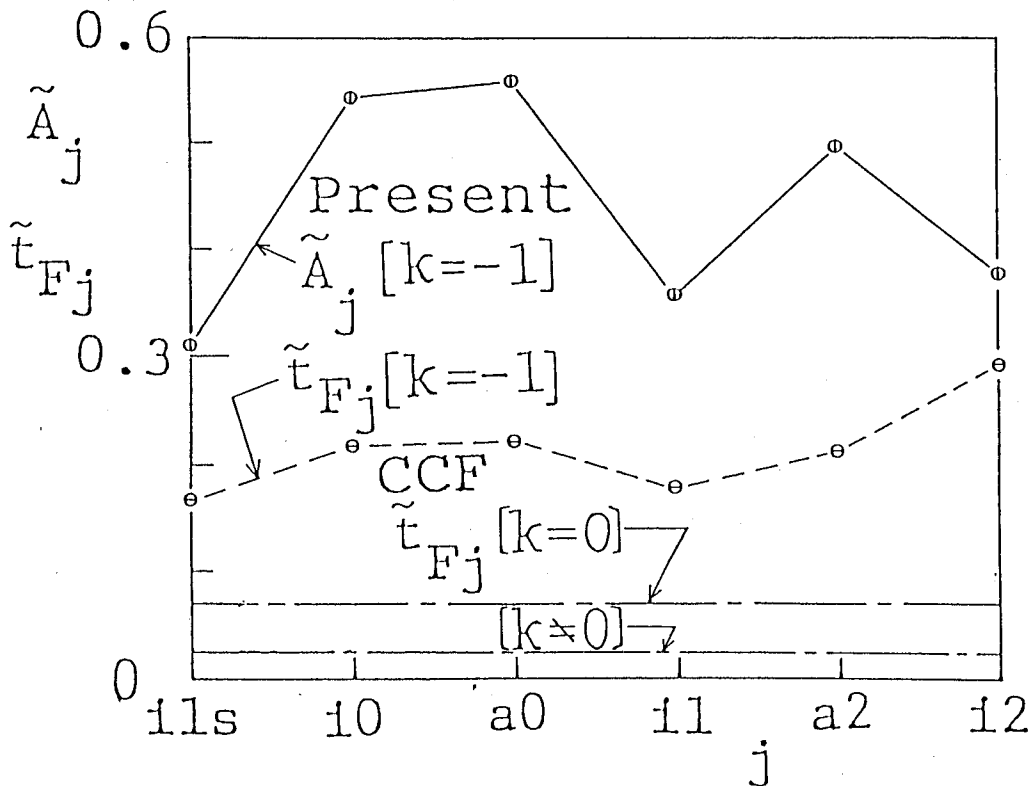
と考えられる。ここで $k_A$ 、 $k_F$ はそれぞれ振幅変調、周波数変調の変調パターンを表す整数パラメータである<sup>(40)</sup>。以上の3式から

$$k_A = k_F = k \tag{4.11}$$

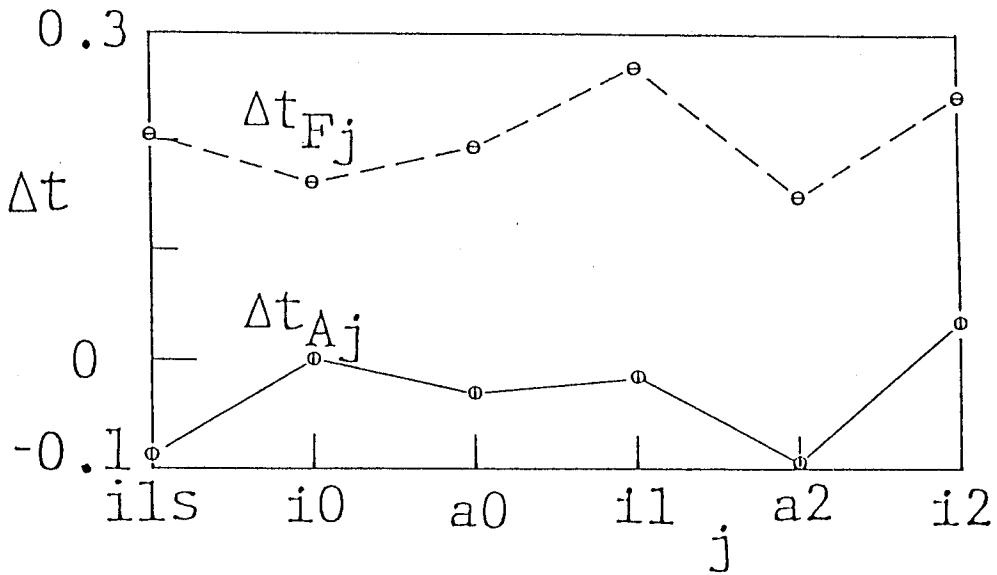
が成立する。図4-12の場合平坦波から3個目の隣の波がS字波 ( $3 \times \Delta\phi_A = \pi$ ) であるので、 $\Delta\phi_A = \Delta\phi_F = \Delta\phi = 2\pi/6$ となる。したがって $k_A = k_F = k = -1$ となる。ここで $k$ 、 $k_A$ 、 $k_F$ に負号をつけたのは各変調が $\phi'$ の負方向 (例えば振幅変調した平坦波が1、6、5、...)に移行するからである<sup>(28)</sup>。流れの可視化観察によれば、他の $R^*$ における波動パターンが $R^* = 2.2$ の場合とほぼ同じであることから、式(4.11)も $R^*$ に無関係に成立するものと考えられる。

図4-13(a)は、式(4.6)、(4.7)中の $\bar{A}_j$ 、 $\hat{A}_j$ 、 $\bar{\epsilon}_{Fj}$ 、 $\hat{\epsilon}_{Fj}$ を用いて、 $\bar{A}_j = \hat{A}_j / \bar{A}_j$ および $\bar{\epsilon}_{Fj} = \hat{\epsilon}_{Fj} / \bar{\epsilon}_{Fj}$ と定義されるそれぞれ振幅変調および周波数変調の度合を、図4-11の正弦曲線について示したものである。図のように、振幅変調の方が周波数変調よりも変調の度合が大きい。一方回転2円筒流れ(CCF)において、GormanとSwinney<sup>(28)</sup>は実験室系の観察者を通過する波をシネフィルムに撮影し、その解析から $k=0$  ( $m=4\sim 5$ ) および $k \neq 0$ の場合の変調波動について、 $\bar{\epsilon}_{Fj}$ のデータ(テイラー渦の外向き境界( $j$ )による相違は報告されていないので、 $j$ にかかわらず一定とした)を得た。図から知られるように、周波数変調の度合は回転2球流れの方が回転2円筒流れよりも大きい。

図4-13(b)は式(4.6)、(4.7)中の時間軸上の位相差 $\Delta t_{Aj}$ 、



(a) 変調の度合 ( $\tilde{A}_j$ ,  $\tilde{t}_{Fj}$ はそれぞれ振幅変調, 周波数変調の度合; CCF (回転2円筒流れ)はGormanとSwinnney<sup>(28)</sup>の結果)



(b) 位相差 ( $\Delta t_{Aj}$ ,  $\Delta t_{Fj}$ はそれぞれ振幅変調, 周波数変調の基準時間  $t_{A i 0}$  との位相差)

図4-13 振幅変調と周波数変調の関係 (変調波動渦流III MWT

( $R^* = 2.2$ ,  $N/m/k = 4/6/-1$ );  $j$  ( $= i2 \sim i1s, a2, a0$ )は吹出, 吸込点(図4-1))

$\Delta t_{Fj}$ を、図4-11の正弦曲線について示したもので、基準時間  $t$  を  $t_{A10}$  ( $\Delta t_{A10} = 0$ ) とした。式(4.6)、(4.7)から知られるように、 $\Delta t_A = \Delta t_F$  ( $j$ は省略)の場合は  $A$  と  $t_F$  が同位相なので、振幅が最大の波(S字波)は最大の波長を持つ。一方  $\Delta t_A = \Delta t_F \pm 0.5 / f_2$  の場合は位相が  $\pi$  ずれるので、S字波は最小の波長を持つ。図4-13(b)から知られるように、実験室系の観察者に対して振幅変調の位相は周波数変調のそれより約0.25 ( $= 0.1 / f_2 = 0.7 / f_1$ ) 進んでいる ( $\Delta t_A \approx \Delta t_F - 0.1 / f_2$ )。しかしこの位相のズレは小さいので、S字波はほぼ最大の波長を持つ。言いかえれば、S字波は平坦波よりも波長が大きい。これに対して回転2円筒流れの場合<sup>(28)</sup>は、S字波は平坦波よりも波長が小さい ( $\Delta t_A \approx \Delta t_F \pm 0.5 / f_2$  と考えられる)。

図4-14は、 $N/m/k = 4/6/-1$  の変調波動渦流が観察される  $1.77 \leq R^* < 2.64$  の範囲(表4-3)における特性周波数、 $f_1/m$  (波の回転周波数) および  $f_2$  (変調周波数)、ならびに  $f_1/f_2$  と  $R^*$  の関係を示したものである。 $f_1/m$  および  $f_1/f_2$  の値は、流れの可視化およびレーザ散乱光測定から求めた  $f_1$ 、 $f_2$  および  $m$  の値から計算して求めた。ここで  $f_1$ 、 $f_2$  の散乱光スペクトルのパワー ( $P_L(f_1)$ 、 $P_L(f_2)$ ) は、2球間すきま内の測定位置(天頂角座標  $\theta$ 、すきま座標  $\eta$ ) に従属して変化した。が、 $f_1$ 、 $f_2$  の値は測定位置に無関係に一定であった。回転周波数は図のように  $R^*$  とともに増大する傾向を示し、その値は次式で与えられる。

$$f_1/m = 0.455 \pm 0.011 \quad (\pm 2.4 \%)$$

一方変調周波数は  $R^*$  の増大に対して図4-14のように変化し、その値は次式で与えられる。

$$f_2 = 0.387 \pm 0.009 \quad (\pm 2.3 \%)$$

また  $f_1/f_2$  の場合は次式で与えられるが、 $R^*$  に対するその変化量は大きい。

$$f_1/f_2 = 7.03 \pm 0.30 \quad (\pm 4.3 \%) \quad (4-12)$$

つぎに、特性周波数についての以上の結果を回転2円筒流れの場合<sup>(28)</sup>と比較してみよう。回転2円筒流れでは変調波動渦流の ( $f_1$  と  $f_2$  の二重周期レジーム) において、 $f_1/m$  は1%の実験誤差以内で  $R^*$  に無関係に一定であった(ただし与えられた  $m$  に対する  $k$  の関数としては、実験誤差より大きく(3%ほど)変化し、 $f_1/m$  は  $R^*$ 、 $N$ 、 $m$  および  $k$  のすべてに対して、 $0.34 \pm 0.01$  ( $\pm 2.9\%$ ) で与えられた)。これに対し回転2球流れでは、上述の  $f_1/m$  の変化量 ( $0.011$ ) がスペクトル分解能 ( $\Delta f/m = 0.0008 \sim 0.0016$ ) より大きいので、 $f_1/m$  が  $R^*$  に無関係に一定とは考えられない。ここで回転2球流れの回転周波数(約0.455)が回転2円筒流れ(約0.34)より大きいのは、図3-6で述べ



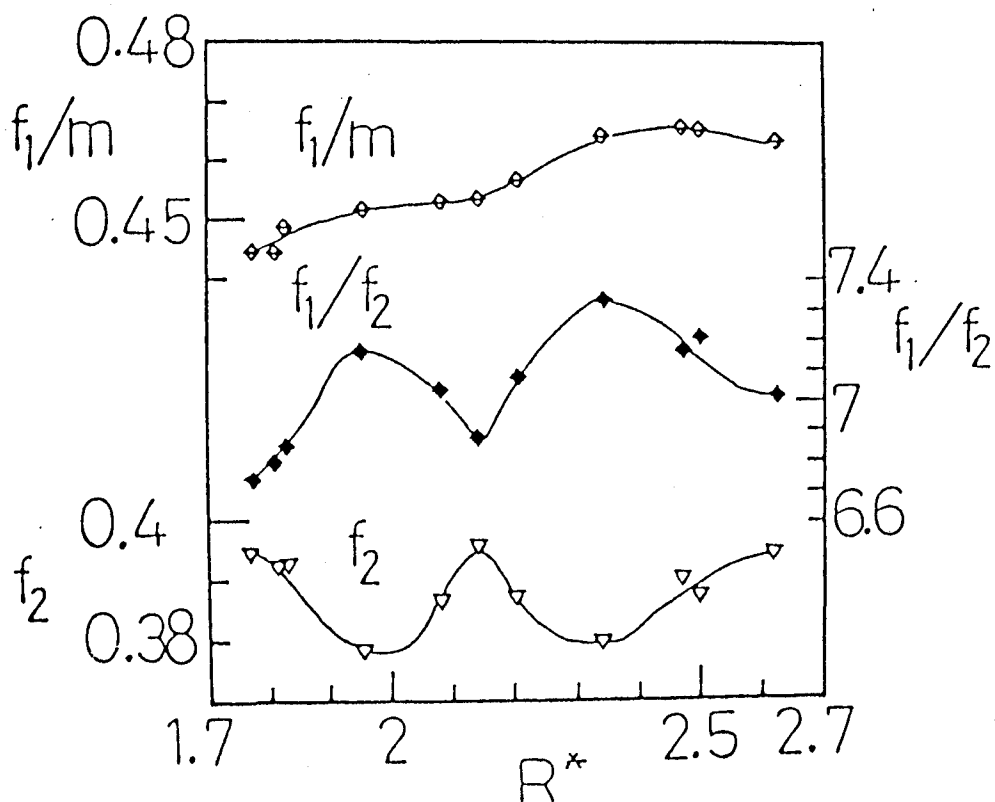


図4-14 変調波動の特性周波数と $R^*$ の関係 (変調波動渦流III MWT  
 $(N/m/k = 4/6/-1)$ ;  $f_1/m$ は波の回転周波数,  $f_2$ は  
 変調周波数,  $f_1/f_2$ は変調周波数に対する基本周波数の比)

表4-4  $m/k = 6/-1$ の変調波動の諸元 (CCF (回転2円筒流れ)は  
 GormanとSwinney<sup>(28)</sup>の結果, CCFでは $R^* = 10.5$   
 で変調波動が発生; Relation (特性周波数間の関係式)は  
 4.5節による)

	$\beta$	$\Gamma$	$m$	$k$	$N$	$R^*$	$f_1$	$f_1/m$	$f_2$	$f_2'$	Relation
Present	0.138	-	6	-1	4	1.77 ~2.64	2.730 $\pm 0.066$	0.455 $\pm 0.011$	0.387 $\pm 0.009$	0.066 $\pm 0.018$	$f_2' = -f_2 - kf_1/m$
CCF	0.133	20	6	-1	20	10.5 (onset)	2.03	0.34	0.21	0.55	$f_2' = f_2 - kf_1/m$

たように極付近に存在するエクマン境界層流れの影響のためと考えられる。変調周波数  $f_2$  については、回転2円筒流れの  $f_2$  の値が  $R^*$  とともに単調に増加し、変調波動渦流領域全体にわたる増大率は約20%であった。これに対して回転2球流れの  $f_2$  は、上述のようにスペクトル分解能 ( $\Delta f = 0.005 \sim 0.01$ ) の範囲内で変化するので、 $R^*$  に対してほぼ一定値をとると考えられる。 $f_1 / f_2$  の比については、回転2円筒流れではすべてのフローステート ( $N/m/k$ ) で  $R^*$  に対して厳密に減少するなめらかな関数となった。一方、回転2球流れの場合はそのようにならないが、回転2円筒流れと同様  $R^*$  に従属して変化する。

表4-4は本実験で得られた  $m/k = 6/-1$  の変調波動渦流の特性を、これと同じ  $m/k$  の値を持つ回転2円筒流れの場合<sup>(28)</sup> とともに示す。表から知られるように、回転2球流れの変調波動は回転2円筒流れの場合よりもずっと低い  $R^*$  範囲に現れている。回転系における変調周波数  $f_2'$  の値は後述の式(4.42) ( $f_2' = -f_2 - k f_1 / m$ ) に  $f_1$ 、 $f_2$ 、 $m$ 、 $k$  の測定値を代入することにより得たが、この値は回転2円筒流れの場合と著しく相違する。その理由は4.5節で述べるように、上記の  $f_2'$  の関係式が回転2円筒流れの場合 ( $f_2' = f_2 - k f_1 / m$ ) と相違するからである。

Rand<sup>(41)</sup> は軸対称系における変調波動渦流のような二重周期流の時空対称性を予測するのに、動力学系の概念と対称性の考えを用いた。そしてある時空対称性を持つ流れだけが許されると予測した。GormanとSwinney<sup>(28)</sup> は回転2円筒流れにおいて、表の場合を含め12種類の二重周期のフローステート ( $m, k$ ) を発見し、それらはRandの予測と一致すると報告している。回転2球流れにおいても表以外の多くの変調波動ステートが安定して存在するかもしれないが、本実験ではそれを作り出すことはできなかった。

#### 4. 5 変調波動のモード解析

本節では、前節で得られた変調波動の実験結果をもとに、波動のモード解析（変調パターンのシミュレーション）を行う。本モード解析は、回転2円筒流れの場合<sup>(28)(40)(42)</sup>に行われたモード解析に準じているが、回転2円筒の場合には無視された周波数変調を振幅変調に加えてシミュレーションを行ったことおよび回転2球流れにおける変調波動の特性周波数間の関係式が、回転2円筒流れの場合とは相違することを明らかにしたという点で意義がある。

変調波動のモード解析を行うため、回転系における渦の吹出、吸込点  $j$ （図4-1）の天頂角  $\theta_j(t, \varphi')$  の変動値  $\bar{\theta}_j(t, \varphi')$  を次式のように仮定しよう。

$$\begin{aligned}\bar{\theta}_j(t, \varphi') &= \bar{\theta}_j - \theta_j(t, \varphi') \\ &= A_j(t, \varphi') W(t, \varphi')\end{aligned}\quad (4.13)$$

ここで  $\bar{\theta}_j$  は平均値であり、 $A_j(t, \varphi')$ 、 $W(t, \varphi')$  はそれぞれ振幅変調する振幅、周波数変調する波動パターンを表す関数である。上述の仮定は、回転2円筒流れにおいて Swiftら<sup>(40)</sup>が行った変動波動のモード解析にしたがっている。ただし本モード解析では波動パターンを表す関数として、Swiftらが用いた  $W(\varphi')$  の代わりに、 $W(t, \varphi')$  を用いる。その理由は、Swiftらが無視した周波数変調をも考慮するためである。 $A_j$ 、 $W$  は、 $f_A'$ 、 $f_F'$  がそれぞれ振幅変調、周波数変調の変調周波数（回転系）であるので、次式を満足しなければならない。

$$\begin{aligned}A_j(t+1/f_A', \varphi') &= A_j(t, \varphi'), \\ W(t+1/f_F', \varphi') &= W(t, \varphi')\end{aligned}\quad (4.14)$$

さらに  $A_j$ 、 $W$  は周期が  $2\pi$  の周期関数でなければならないので、次式が成立する。

$$\begin{aligned}A_j(t, \varphi'+2\pi) &= A_j(t, \varphi'), \\ W(t, \varphi'+2\pi) &= W(t, \varphi')\end{aligned}\quad (4.15)$$

つぎに、Swiftら<sup>(40)</sup>の回転2円筒流れのモード解析にしたがい、 $A_j$ 、 $W$  に対してそれぞれ位相角  $\phi_A$ 、 $\phi_F$  を導入し、次式のように仮定する。

$$\begin{aligned}A_j(t, \varphi') &= a_j [2\pi f_A' t - \phi_A(\varphi')], \\ W(t, \varphi') &= w [2\pi f_F' t - \phi_F(\varphi')]\end{aligned}\quad (4.16)$$

ここで  $a_j$ 、 $w$  は周期が  $2\pi$  の周期関数である。式(4.16)の  $A_j$ 、 $W$  が式(4.15)を満たすためには、次式が成立しなければならない。

$$\phi_D(\varphi'+2\pi) - \phi_D(\varphi') = 2\pi k_D \quad (k_D \in Z) \quad (4.17)$$

ここで  $k_D$  は整数 ( $Z$ ) であり、添字  $D$  は記述を短くするため添字の  $A$  と  $F$  の代わ

りに使われている。振幅変調、周波数変調の各変調について、方位角が  $2\pi/m$  離れた隣合う波の変調間の位相差  $\Delta\phi_D$  は 4.4.2 項で述べたように

$$\Delta\phi_D = \phi_D(\varphi' + 2\pi/m) - \phi_D(\varphi') = 2\pi k_D/m$$

と表せるので、式(4.17)は成立する。ここで整数パラメータ  $k_D$  は、位相角  $\phi_D$  が  $2\pi$  を法として持つことから、一般性を失うことなしに下記の範囲に限ることができる。

$$-m/2 < k_D \leq m/2 \quad (k_D \in Z)$$

つぎに、 $\phi_D$  についてつぎのように仮定する<sup>(40)</sup>。

$$\phi_D(\varphi') = \chi_D(\varphi') + k_D\varphi' \quad (4.18)$$

ここで

$$\chi_D(\varphi' + 2\pi/m) = \chi_D(\varphi') \quad (4.19)$$

式(4.16)、(4.18)、(4.19)を、式(4.13)へ代入すれば、 $\theta_j(t, \varphi')$  は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \theta_j(t, \varphi') = & a_j [2\pi f_A' t - \chi_A(\varphi') - k_A\varphi'] \\ & \cdot w [2\pi f_F' t - \chi_F(\varphi') - k_F\varphi'] \end{aligned} \quad (4.20)$$

回転系における変調周波数  $f_2'$  は、振幅変調と周波数変調の両方を含む変動天頂角  $\theta_j(t, \varphi')$  の周波数であるので、次式の関係が成立する。

$$\theta_j(t + 1/f_2', \varphi') = \theta_j(t, \varphi') \quad (4.21)$$

したがって式(4.20)、(4.21)および関数  $a_j, w$  の周期性より、次式が求まる。

$$f_D' = i_{D2}' f_2' \quad (i_{D2}' \in Z) \quad (4.22)$$

$\theta_j(t, \varphi')$  はまた  $2\pi$  の周期関数でなければならないので、

$$\theta_j(t, \varphi' + 2\pi) = \theta_j(t, \varphi') \quad (4.23)$$

が成立しなければならないが、これは式(4.19)、(4.20)および関数  $a_j, w$  の周期性より容易に確かめられる。 $\theta_j(t, \varphi')$  は、式(4.22)を式(4.20)へ代入することにより、またつぎのように表せる。

$$\begin{aligned} \theta_j(t, \varphi') = & a_j [2\pi i_{A2}' f_2' t - \chi_A(\varphi') - k_A\varphi'] \\ & \cdot w [2\pi i_{F2}' f_2' t - \chi_F(\varphi') - k_F\varphi'] \end{aligned} \quad (4.24)$$

回転座標  $\varphi'$  と実験室座標  $\varphi$  の間の関係式(4.2)を式(4.24)へ代入することにより、実験室系における天頂角  $\theta_j(t, \varphi)$  の変動値  $\theta_j(t, \varphi)$  はつぎのように得られる。

$$\begin{aligned}
\bar{\theta}_j(t, \varphi) &= \bar{\theta}_j - \theta_j(t, \varphi) \\
&= a_j [2\pi(i_{A2}'f_2' + k_A f_1/m)t \\
&\quad - \chi_A(\varphi - 2\pi f_1 t/m) - k_A \varphi] \\
&\quad \cdot w [2\pi(i_{F2}'f_2' + k_F f_1/m)t \\
&\quad - \chi_F(\varphi - 2\pi f_1 t/m) - k_F \varphi] \quad (4.25)
\end{aligned}$$

実験室系における変調周波数  $f_2$ ,  $f_A$ ,  $f_F$  はそれぞれ  $\bar{\theta}_j(t, \varphi)$  (振幅変調と周波数変調の両方を含む変動天頂角)、 $A_j(t, \varphi)$  (振幅変調を表す関数)、 $W(t, \varphi)$  (周波数変調を表す関数) の周波数であるので、次式が成立しなければならない。

$$\bar{\theta}_j(t + 1/f_2, \varphi) = \bar{\theta}_j(t, \varphi) \quad (4.26)$$

$$A_j(t + 1/f_A, \varphi) = A_j(t, \varphi),$$

$$W(t + 1/f_F, \varphi) = W(t, \varphi) \quad (4.27)$$

したがって式(4.16)、(4.19)、(4.25)、(4.26)、(4.27) および関数  $a_j$ ,  $w$  の周期性より次式が求まる。

$$f_2 = (i_{D2}'f_2' + k_D f_1/m) / i_{D2} \quad (i_{D2} \in Z) \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned}
f_D &= (i_{D2}'f_2' + k_D f_1/m) / i_{DD} \\
&= i_{D2} f_2 / i_{DD} \quad (i_{DD} \in Z) \quad (4.29)
\end{aligned}$$

$$f_2 = f_1 / i_{12} \quad (4.30)$$

$$f_D = f_1 / i_{1D} = i_{12} f_2 / i_{1D} \quad (4.31)$$

ここで、式(4.18)で導入された  $\chi_D(\varphi')$  が、式(4.19)に示すように周期  $2\pi/m$  の周期関数のとき、この周期性を満足するためには、式(4.30)、(4.31)における  $i_{12}$  および式(4.31)における  $i_{1D}$  は整数でなければならない。すなわち

$$i_{12}, i_{1D} \in Z \quad (\chi_D(\varphi') \text{ が周期 } 2\pi/m \text{ の周期関数の場合})$$

特別な場合として  $\chi_D(\varphi')$  が定数のときは、上述の周期性の意味がなくなるので、 $i_{12}$  と  $i_{1D}$  は整数である必要がない。後述するように  $i_{12}$  と  $i_{1D}$  は  $R^*$  の変化に対して常に整数とはならないので、 $\chi_D(\varphi')$  は定数と考えられる。 $\bar{\theta}_j(t, \varphi)$ 、 $A_j(t, \varphi)$ 、 $W(t, \varphi)$  はまた  $2\pi$  の周期関数でなければならないが、これは式(4.2)、(4.15)、(4.23)より容易に確かめられる。 $\bar{\theta}_j(t, \varphi)$  は、式(4.28)を式(4.25)へ代入することにより、またつぎのように表せる。

$$\begin{aligned}
\bar{\theta}_j(t, \varphi) &= a_j [2\pi i_{A2} f_2 t - \chi_A(\varphi - 2\pi f_1 t/m) - k_A \varphi] \\
&\quad \cdot w [2\pi i_{F2} f_2 t - \chi_F(\varphi - 2\pi f_1 t/m) - k_F \varphi]
\end{aligned}$$

1.77 ≤  $R^*$  < 2.64 の範囲に生じる変調波動(表4-3)についての実験結果、式

(4. 7)、(4. 8)、(4. 11)、(4. 12) および表4-4、はつぎのようにまとめられる。

$$k_D = k \quad (4. 32)$$

$$f_D' = f_2', \quad f_D = f_2 \quad (4. 33)$$

$$f_1 / f_2 = 7.03 \pm 0.30, \quad m = 6, \quad k = -1 \quad (4. 34)$$

回転系における変調周波数  $f_2'$  の値については、 $R^* = 2.2$  の場合球表面全周の連続写真解析(4. 4. 2項)から、 $f_2' = f_1 / 42$  (式(4. 9))と求められたが、他の  $R^*$  では同様の写真解析を行っていないので、 $f_2'$  は求まっていない。しかし流れの可視化観察によれば、他の  $R^*$  における波動パターンが  $R^* = 2.2$  の場合とほぼ同じであるので

$$f_2' = f_1 / 42 \quad (\text{仮定}) \quad (4. 35)$$

と仮定できる。式(4. 32) ~ (4. 35)を、式(4. 22)、(4. 28) ~ (4. 31)に代入することにより、 $i_{D2}'$ 、 $i_{D2}$ 、 $i_{DD}$ 、 $i_{12}$ 、 $i_{1D}$ はそれぞれつぎのように求まる。

$$i_{D2}' = f_D' / f_2' = 1 \quad (4. 36)$$

$$\begin{aligned} i_{D2} &= (i_{D2}' f_2' + k_D f_1 / m) / f_2 \\ &= (f_2' + k f_1 / m) / f_2 \\ &\doteq (1 / 42 + k / m) f_1 / f_2 = -1 \pm 0.004 \end{aligned} \quad (4. 37)$$

$$i_{DD} = i_{D2} f_2 / f_D = i_{D2} \doteq -1 \pm 0.004 \quad (4. 38)$$

$$i_{12} = f_1 / f_2 = 7.03 \pm 0.30 \quad (4. 39)$$

$$i_{1D} = i_{12} f_2 / f_D = i_{12} = 7.03 \pm 0.30 \quad (4. 40)$$

ここで式(4. 37)の  $i_{D2}$  および式(4. 38)の  $i_{DD}$  は、それぞれ式(4. 28) および(4. 29)で示されているように整数でなければならないので、

$$\begin{aligned} i_{D2} &= (i_{D2}' f_2' + k_D f_1 / m) / f_2 \\ &= (f_2' + k f_1 / m) / f_2 = -1 \end{aligned} \quad (4. 41)$$

および

$$i_{DD} = i_{D2} f_2 / f_D = i_{D2} = -1$$

と推測される。式(4. 41)はつぎのように書きかえられる。

$$f_2' = -f_2 - k f_1 / m \quad (4. 42)$$

また  $i_{12}$ 、 $i_{1D}$  はそれぞれ式(4. 39)、(4. 40)が示すように常に整数とはならないので、 $\chi_D(\varphi')$  は前述したように定数と考えられる。したがって  $\chi_D(\varphi')$  は回転2円筒流れで Swift<sup>(40)</sup>らが仮定したような周期  $2\pi/m$  の周期関数(式(4. 19))ではない。

つぎに以上の回転2球流れの結果を回転2円筒流れの場合と比較しよう。式(

4. 32) の  $k$  についての結果および式 (4. 36) で与えられる  $i_{D2}'$  の値は、Gorman と Swinney<sup>(28)</sup> によって得られた回転2円筒流れのものと一致する。しかし式 (4. 39) で与えられる  $i_{12}$  および式 (4. 41) で与えられる  $i_{D2}$  の値は、つぎに示す回転2円筒流れの場合<sup>(28)</sup> と一致しない。

$$i_{12} = f_1 / f_2 = 9.67$$

( $m = 6, k = -1, R^* = 10.5$  (変調の始まり), 回転2円筒流れ)

$$i_{D2} = (i_{D2}' f_2' + k_D f_1 / m) / f_2 = (f_2' + k f_1 / m) / f_2 = 1$$

(回転2円筒流れ)

ここで  $i_{12}$  の値は  $R^*$  (もちろん  $N, m, k$ ) に依存し<sup>(28)</sup>、前述の回転2球流れの場合と同様常に整数ではないので、回転2円筒流れの場合も  $\chi_D(\varphi')$  は定数でなければならない。

Swift<sup>(40)</sup> らは、回転2円筒流れにおける  $m = 4, k = 1$  の変調波動の振幅変調に対して、 $\chi_A(\varphi')$  を

$$\chi_A(\varphi') = \text{int} [m\varphi' / (2\pi)] - k\varphi' \quad (\text{回転2円筒流れ})$$

のように周期  $2\pi/m$  の周期関数と仮定して、パワースペクトルのシミュレーションを行った。この変調波動に対して Gorman と Swinney<sup>(28)</sup> は

$$i_{12} = f_1 / f_2 = 1.68$$

( $m = 4, k = 1, R^* = 10.2$  (変調の始まり), 回転2円筒流れ)

の結果を得ており、 $i_{12}$  は常に整数とはならないので  $\chi_D(\varphi')$  は定数でなければならない。したがって上記のシミュレーションは  $\chi_A(\varphi')$  を定数とおかなかったという点で妥当でない。

以上の本モード解析結果を4. 4. 2項で述べた実験結果と比較するため、 $\chi_D(\varphi')$ ,  $\phi_D(\varphi')$ ,  $a_j, w$  を、回転2円筒流れで大路<sup>(42)</sup> が行ったように、次式で仮定しよう。

$$\chi_D(\varphi') = C_{Dj}, \quad \phi_D(\varphi') = \chi_D(\varphi') + k_D \varphi' = C_{Dj} + k_D \varphi'$$

および

$$\begin{aligned} a_j [2\pi f_A' t - \phi_A(\varphi')] &= \bar{a}_j + \\ &\quad \hat{a}_j \sin(2\pi f_A' t - C_{Aj} - k_A \varphi'), \\ w [2\pi f_F' t - \phi_F(\varphi')] &= \sin[m\varphi' + \bar{w}_j + \\ &\quad \hat{w}_j \sin(2\pi f_F' t - C_{Fj} - k_F \varphi')] \end{aligned} \quad (4. 43)$$

ここで  $\bar{a}_j, \hat{a}_j, C_{Aj}, \bar{w}_j, \hat{w}_j, C_{Fj}$  は定数である。大路<sup>(42)</sup> は上記のように、 $\chi_D(\varphi')$  を定数 ( $C_{Dj}$ ) と仮定したことについて何も述べていないが、この仮定が妥当であるという証明は、前述のごとくである。回転系における変動天頂角

$\theta_j(t, \varphi')$  は、式 (4. 22), (4. 43) を式 (4. 24) へ代入することにより、次式のように求まる。

$$\begin{aligned} \theta_j(t, \varphi') = & [\bar{a}_j + \hat{a}_j \sin(2\pi i_{A2}' f_2' t - C_{Aj} - k_A \varphi')] \\ & \cdot \sin[m\varphi' + \bar{w}_j + \hat{w}_j \sin(2\pi i_{F2}' f_2' t - C_{Fj} - k_F \varphi')] \end{aligned} \quad (4. 44)$$

そして実験室系における変動天頂角  $\theta_j(t, \varphi)$  は、式 (4. 2), (4. 28) を式 (4. 44) へ代入することにより、次式のように求まる。

$$\begin{aligned} \theta_j(t, \varphi) = & [\bar{a}_j + \hat{a}_j \sin(2\pi i_{A2} f_2 t - C_{Aj} - k_A \varphi)] \\ & \cdot \sin[m(\varphi - 2\pi f_1 t/m) + \bar{w}_j + \\ & \hat{w}_j \sin(2\pi i_{F2} f_2 t - C_{Fj} - k_F \varphi)] \end{aligned} \quad (4. 45)$$

図4-15(a) は実験室系における変動天頂角  $\theta_{i0}(t, \varphi)$  の時間変化を示す。図中の実線は、図4-10(a) に示した天頂角  $\theta_{i0}(t, \varphi)$  のデータから得た実験点への、式 (4. 45) による最小自乗近似曲線である。ここで  $f_1, f_2, k_D, m$  の値は4. 4. 2項で述べた値、 $i_{D2}$  は式 (4. 41) で与えられる値を用い、 $\varphi$  は零とおいた。そして式 (4. 45) 中の  $\bar{a}_{i0}, \hat{a}_{i0}, C_{Ai0}, \bar{w}_{i0}, \hat{w}_{i0}, C_{Fi0}$  の値は、最小自乗近似法によりつぎのように求められた。

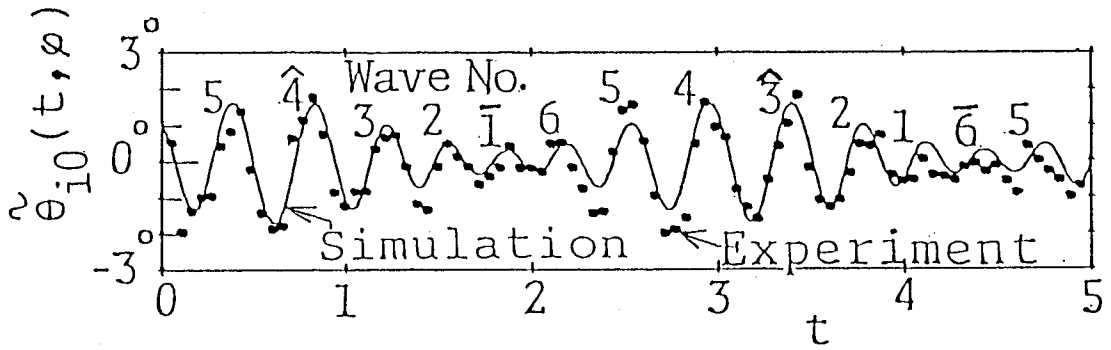
$$\begin{aligned} \bar{a}_{i0} = 0.933, \quad \hat{a}_{i0} = 0.419, \quad C_{Ai0} = 3.73, \\ \bar{w}_{i0} = 1.33, \quad \hat{w}_{i0} = 1.48, \quad C_{Fi0} = 2.19 \end{aligned} \quad (4. 46)$$

図から知られるように、実線は実験点をよくシミュレートしている。図4-15(b) は、式 (4. 44) で与えられる  $\theta_{i0}(t, \varphi')$  のシミュレーションを示す。ここで  $f_2', k_D, m$  の値は4. 4. 2項で述べた値、 $i_{D2}'$  は式 (4. 36) で与えられる値を用い、 $\varphi_0'$  は  $0.675\pi$  である。また式 (4. 46) の値を用いた。このシミュレーションは、図4-12に示した波動パターンをよくシミュレートしている。

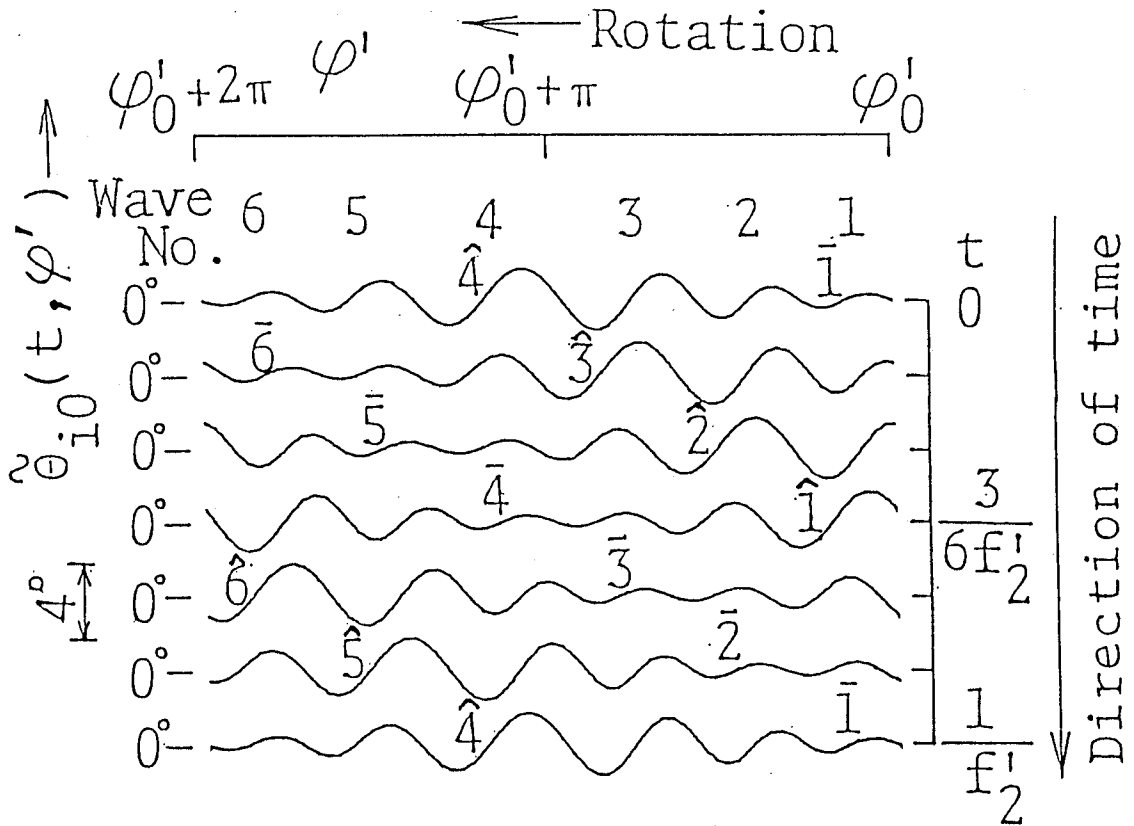
図4-16は回転系における変調周波数  $f_2'$  と  $R^*$  の関係を示す。図中の▽、▼印のデータは、4. 4. 2項で得た  $f_1, f_2, m, k$  の測定値をそれぞれ仮定式 (4. 35)、モード解析から得られた式 (4. 42) へ代入することにより求めた。両者のデータの相違は、仮定式 (4. 35) に含まれる誤差またはスペクトル計算の誤差、式 (4. 35) に対する  $\Delta f / 42 = 0.0001 \sim 0.0002$  および式 (4. 42) に対する  $(1 + |k|/m) \Delta f = 0.006 \sim 0.012$ 、のために生じたものと考えられる。

図4-17は、図4-15(a) における、式 (4. 45) で表される最小自乗近似曲線 ( $j = i0$ ) から求めたパワースペクトル  $P(f)$  と、この場合のレ





(a) 実験室系の子午線断面における時間変化（実線は実験点（●印）への式（4.45）によるシミュレーション）



(b) 回転系の球表面全周における時間変化（実線は式（4.44）によるシミュレーション； $\varphi'$  は方位角座標； $1/f_2'$  は変調周期； $\varphi'_0 = 0.675\pi$ ）

図4-15 変調波動のシミュレーション（変調波動渦流ⅢMWT（ $R^* = 2.2$ ,  $N/m/k = 4/6/-1$ ）；1~6の数字は波の番号； $\sim$ 印、 $\hat{\sim}$ 印の波はそれぞれ平坦波，S字波）

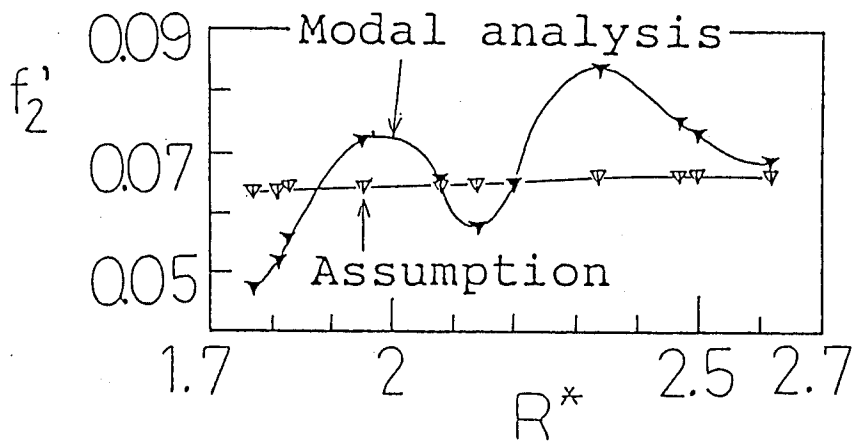
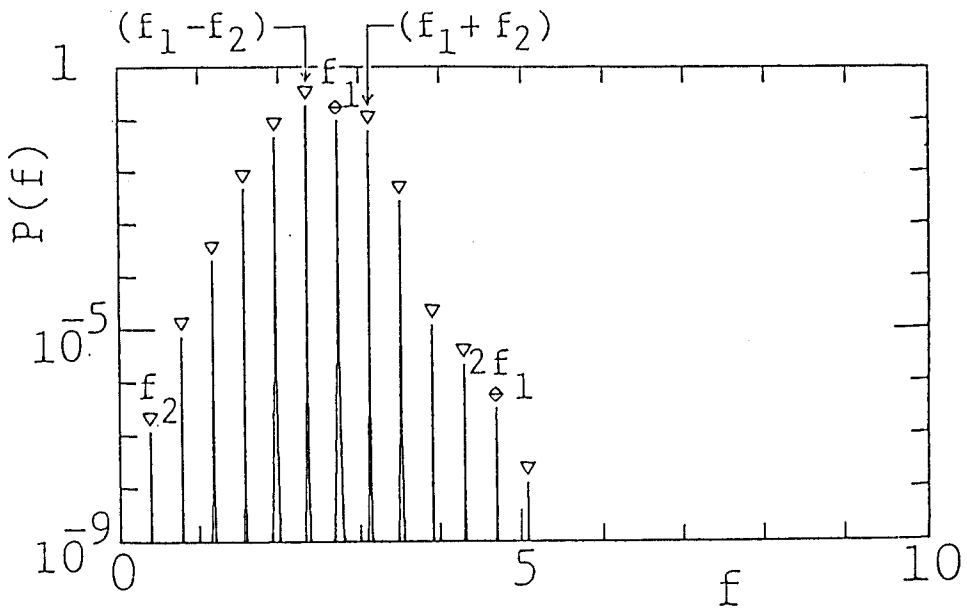
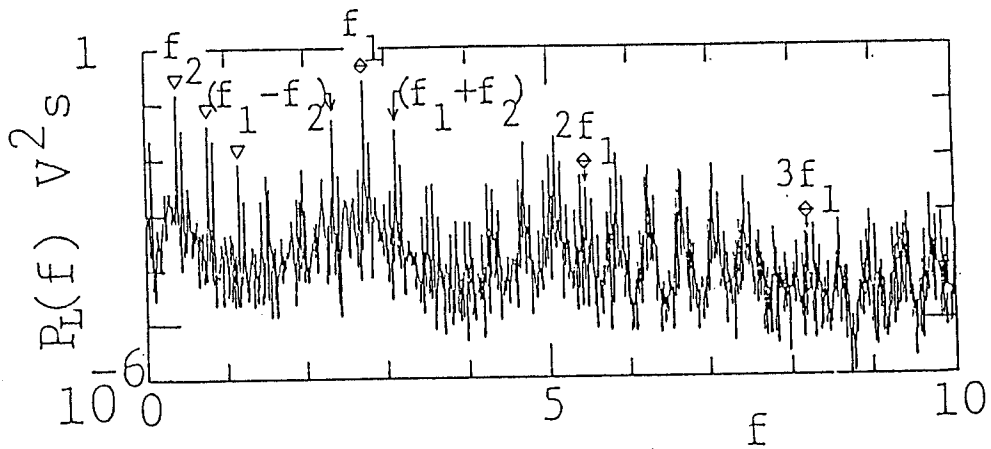


図4-16 回転系における変調周波数 (変調波動渦流ⅢMWT ( $R^* = 2.2$ ,  $N/m/k = 4/6/-1$ );  $\nabla$ 印,  $\blacktriangledown$ 印はそれぞれ仮定式(4.35), モード解析式(4.42)による結果)



(a) モード解析結果からシミュレートされたスペクトル（任意スケール；ほぼ赤道に位置する内球上の吹出点  $j = i 0$ ）



(b) レーザ散乱光スペクトル（ $\theta = 90^\circ$ （赤道）， $\eta \approx 0$ （内球付近））

図4-17 変調波動のパワースペクトル（変調波動渦流ⅢMWT（ $R^* = 2.2$ ， $N/m/k = 4/6/-1$ ）； $f_1$ ， $f_2$ はそれぞれ変調波動の基本周波数，変調周波数）

一ザ散乱光測定から得た散乱光パワースペクトル  $P_L(f)$  ( $\theta = 90^\circ$ 、 $\eta \approx 0$ ) を比較したものである。両者のパワースペクトルはほぼ同じ卓越周波数の値を示す。ただしそれらの卓越周波数のパワーの相対比は、両者のスペクトルで相違する。  $i=0$  以外の  $j$  についての  $P(f)$ 、 および  $\theta = 90^\circ$ 、 $\eta \approx 0$  以外の  $P_L(f)$  のデータを比較しても、上述と同様の結果が得られた。

## 4. 6 結 言

$\beta = 0.138$  の T. G. 渦流形の場合において、内球回転数の上昇率を上げることにより、回転 2 円筒流れで見られるような進行波動渦流と変調波動渦流を得ることができた。そして流れの可視化およびレーザ散乱光測定ならびに波動のモード解析により、その特性を明らかにした。さらに回転 2 円筒流れの場合との相違を明らかにすることにより、テイラー渦流に類似した、赤道付近の T. G. 渦流に生じる進行波動と変調波動に及ぼす極付近のエクマン境界層流れの影響について考察した。得られた主な結果はつぎのとおりである。

### 1 進行波動について

(1)  $R^*$  やその加速率  $\dot{R}^*$  を適切に設定することにより、 $N$  (環状 T. G. 渦のセル数) /  $m$  (進行波動の波数) =  $2/4$ 、 $4/5$  および  $4/6$  の進行波動渦流を得ることができる。

(2) 環状 T. G. 渦に生じる進行波動は、渦の内向きおよび外向き流れ境界の内、外球上の吹出、吸込点  $j$  (ただし外球上の吹出点  $j = a_1$  と  $a_1 s$  は除く) の天頂角の振動に対応する。進行波動は各  $j$  で相違した振幅と位相を持つが、すべての  $j$  で同じ通過周波数 (基本周波数)  $f_1$  を持つ。

(3) 波数が 5 の進行波動の振幅は、 $R^*$  の増大に対して減少する。そして  $R^* \approx 7.2$  で振幅が零となり、フローレジームは進行波動渦流から定常な環状渦流に遷移する。

(4) 波数が 5 の進行波動の回転周波数 (位相速度) は、 $R^*$  の増大に対して減少する。

(5) 相違したフローレジーム (進行波動渦流、変調波動渦流および波動環状・スパイラル渦流) に生じる進行波動は、波数が同じであれば、 $R^*$  に対して同じ傾向の回転周波数の変化を示す。

### 2 変調波動について

(1)  $R^*$  を零から  $R^*s$  まで一定の加速率  $\dot{R}^*$  で上昇させ、その後  $R^*$  を  $R^*s$  の一定値に保つ加速実験において、 $\dot{R}^* \approx 10^{-0.6}$  かつ  $1.7 \approx R^*s \approx 2.8$  の条件に設定すれば、 $N/m/k$  (変調パターンを表すパラメータ) =  $4/6/-1$  の変調波動渦流を得ることができる。

(2) 波動変調の発生と消滅が、時間的に繰返される現象が見られたが、このような現象は、回転 2 円筒流れでは報告されていない。

(3) 変調波動を得る必要条件は、 $\dot{R}^* \approx 10^{-0.6}$  の高加速率によって 2 セルの環状渦流から 4 セルの環状渦流への遷移を起こさせることである。

(4) 回転2円筒流れの場合最初波動変調のない進行波動が発生し、その後 $R^*$ が増大すれば進行波動に波動変調が現れるが、回転2球流れの場合は波動変調が進行波動の発生と同時に現れる。

(5) 変調波動は、回転2円筒流れの場合と同様、振幅変調と周波数(波長)変調が重なった変調を示す。

(6) 変調の度合(平均値に対する変動振幅の比)は、振幅変調の方が周波数変調より大きい。周波数変調の度合は、回転2円筒流れの場合より大きい。

(7) 振幅変調と周波数変調の位相差は、回転2円筒流れの場合と相違する。すなわち回転2球流れでは振幅の大きなS字波ほどその波長が大きい、回転2円筒流れでは振幅の小さな平坦波ほどその波長が大きい。

(8) 波の回転周波数 $f_1/m$ は $R^*$ の増大とともに増し、 $R^*$ に無関係に一定となる回転2円筒流れの場合と相違した傾向を示す。

(9) 実験室系における変調周波数 $f_2$ は $R^*$ に対してほぼ一定となり、 $R^*$ とともに単調に増加する回転2円筒流れの場合と相違した傾向を示す。

(10)  $f_1/f_2$ は $R^*$ の増大に対して増減し、 $R^*$ に対して減少する回転2円筒流れの場合と相違した傾向を示す。

(11) 変調波動の実験とモード解析から、特性周波数間に成立する関係式、 $(f_2' + k f_1/m) / f_2 = -1$ 、を得たが、これは回転2円筒流れの場合の関係式、 $(f_2' + k f_1/m) / f_2 = 1$ 、と相違する。このため特に回転系における変調周波数 $f_2'$ の値が、回転2円筒流れの場合と著しく相違する。

(12) 振幅変調のみならず周波数変調をも考慮したモード解析を行うことにより、実験から得た変調波動の波形およびパワースペクトルを精度よくシミュレートすることができる。

## 第5章 結 論

T. G. 渦流形となるすきま比  $\beta < 0.4$  の場合の内球回転2球流れにおけるかく乱の基本周波数とカオスの進行ならびに進行波動と変調波動について、流れの可視化およびレーザ散乱光測定ならびに速度測定を行って考察した結果、つぎのような結論を得た。

第2章 すきま比が0.14 の場合の基本周波数とカオスの進行 においては、T. G. 渦流形となる  $\beta = 0.14$  の場合の準静的遷移過程に生じるかく乱の基本周波数とカオスの進行を、流れの可視化およびレーザ散乱光測定ならびに速度測定によって明らかにした。そして回転2円筒流れの場合と比較検討した。得られた結果はつぎのとおりである。

(1) 2球間すきま内の平均速度分布のレイノルズ数による変化は、T. G. 渦境界の天頂角分布のレイノルズ数による変化に強く結びついており、平均速度は、T. G. 渦の内向き流れおよび外向き流れに依存した運動量輸送から明確に説明できる。

(2) 速度パワースペクトルは  $R^*$  の増大に伴い線スペクトルからやや帯状スペクトル、線スペクトル、ゼロスペクトル(変動のない流れ)、帯状スペクトル、連続スペクトルへとじょじょに段階的に進化する。

(3) 検出されたかく乱の基本周波数は  $f_s$ 、 $f_w$ 、 $f_H$  の3種で、それらはそれぞれ内球の回転軸まわりに回転するスパイラルT. G. 渦、環状T. G. 渦に生じる方位角方向進行波動、エクマン境界層の二次流れ内に生じ内球の回転軸まわりに回転するせん断波動を表す。

(4) かく乱の基本周波数はかく乱の構造が明確に観察できる範囲はもとより、2球間すきまの広い範囲において検出され、その値は天頂角座標およびすきま座標に無関係に一定となる。

(5) かく乱の基本周波数の値は  $R^*$  の増大に対して、その波数の変化に依存した段階的な変化を示すが、その回転周波数の値はほぼ  $R^*$  に無関係に一定となる。

(6) 進行波動は回転2円筒流れの場合と共通したかく乱であるが、スパイラルT. G. 渦およびせん断波動は回転2球流れに特有なかく乱である。一方回転2円筒流れで報告されている波動変調および弱い乱流を表すブロード・コンポーネントは、本実験のようにレイノルズ数を零から準静的に上昇させる遷移過程では

検出できなかった。

(7) 回転2球流れの進行波動の発生レイノルズ数比および回転周波数(位相速度)は、回転2円筒流れの場合より大きい。

(8) かく乱成分の実効値は $R^*$ の増大に対し、最初スパイラルT. G. 渦の発生とともに急激に増大する(線形かく乱領域)。それに続く非線形かく乱領域では、スパイラルT. G. 渦や進行波動の変化のため増減するが、まもなく最大値を示しその後減少を始める。そして $R^*_4 \leq R^* < R^*_{5a}$ の範囲では、流れが定常な環状渦流となるため零となる。さらに $R^*$ が増せば進行波動とせん断波動の発生に伴い増大するが、その後カオスの進行とともにゆるやかに減少する(かく乱の偶然化領域、乱流領域)。

(9) 速度変動の乱雑性(カオス)の度合を表す自己相関減衰量と雑然度は、 $R^*$ の増大に対し一旦増大するが、 $R^*_4 \leq R^* < R^*_{5a}$ の範囲では速度変動が消滅するため零となる。その後 $R^*$ とともに増大し、流れは完全なカオス状態へ移行する。

(10) カオスの発生は、回転2円筒流れの場合と同様、Landauの描像ではなく、2, 3個の基本周波数が出現しただけでカオスが発生すると考えるRuelle-Takensのシナリオに従っている。

すきま比が0.14の場合の基本周波数とカオスの進行についての結果は、以上のとおりである。ここで特に重要な結果は、かく乱の非線形領域から偶然化領域に至るところで、スパイラルT. G. 渦が消滅し流れがふたたび定常な環状渦流となるため、速度変動とカオスが消滅してしまう現象が生じることである。このような現象は、 $\beta = 1.006$ のエクマン境界層形の場合には報告されていない。回転2円筒流れとの相違において重要な結果は、スパイラルT. G. 渦、せん断波動といった回転2球流れに特有なかく乱が発生する一方で、回転2円筒流れで報告されている変調波動と弱い乱流を示すブロード・コンポーネントは発生しないことである。ただし変調波動は、第4章から知られるように内球回転数の上昇率を上げることにより発生させることができる。回転2円筒流れの場合と共通したかく乱である進行波動についての重要な相違は、回転2球流れの進行波動の発生レイノルズ数比および回転周波数(位相速度)が回転2円筒流れより大きいことである。



第3章 基本周波数とカオスの進行のすきま比による相違 においては、第2章の $\beta = 0.14$  に引続いて、 $\beta = 0.06$  の場合のT. G. 渦流形の準静的遷移過程に生じるかく乱の基本周波数とカオスの進行を、速度測定によって明らかにした。そして $\beta = 0.14$  (T. G. 渦流形) および $\beta = 1.006$  (エクマン境界層形) の場合と比較検討した。得られた結果はつぎのとおりである。

(1)  $\beta = 0.06$  の場合には線スペクトル、帯状スペクトルが消滅して連続スペクトルへと進化した後、帯状スペクトルが再現する。

(2)  $\beta = 0.06$  の場合のかく乱の基本周波数および遷移レイノルズ数比について、表3-2および表3-3の結果を得た。

(3)  $\beta > 0.4$  のエクマン境界層形の場合エクマン境界層流れに進行波動が生じるが、 $\beta < 0.4$  のT. G. 渦流形の場合は環状T. G. 渦に進行波動が生じる。そして後者の進行波動の回転周波数(位相速度)は前者のそれより大きい。すなわち進行波動の回転周波数は、すきま比が減少すれば増大する。

(4)  $\beta = 1.006$  の場合実験を行った最大のレイノルズ数比、 $R^*_{max} = 35$ 、に至るすべての $R^*$ 範囲で、かく乱の基本周波数が求められているが、 $\beta = 0.14$  の場合は速度変動の消滅およびランダム化のため、また $\beta = 0.06$  の場合は速度変動のランダム化のため、基本周波数が得られないレイノルズ数範囲が存在する。

(5)  $\beta = 0.06$  の場合にはかく乱は線形、非線形、偶然化、乱流領域へと連続的に進行し、 $\beta = 0.14$  で生じたような、かく乱の非線形領域から偶然化領域に至るところでの速度変動の消滅が見られない。したがってこのような速度変動が消滅する現象はT. G. 渦流形の一般的な現象ではない。

(6)  $\beta = 1.006$  の場合 $R^*_{max} = 35$  においても完全なカオス状態( $\Delta R = z = 1$ )に到達しないが、 $\beta = 0.06$ 、 $0.14$  の場合はそれぞれ $R^*$ が3.8, 19で完全なカオス状態に到達する。また $\beta = 0.06$  の場合完全なカオス状態からのカオスの減少が見られるが、 $\beta = 0.14$  の場合はカオスの、進行途中での消滅が見られるなど、カオスの進行のすきま比による相違が著しい。

基本周波数とカオスの進行のすきま比による相違 についての結果は、以上のとおりである。ここで特に重要な結果は、 $\beta = 0.14$  の場合に見られた、かく乱の非線形領域から偶然化領域に至るところの速度変動の消滅現象が、 $\beta = 0.06$  の場合には見られず、この現象がT. G. 渦流形の一般的な現象ではないということである。また、すきま比が減少すれば進行波動の回転周波数は増大するという結果は、回転2円筒流れの場合と同じであり、重要な結果と考えられる。

第4章 進行波動および変調波動 においては、 $\beta = 0.138$  の T. G. 渦流形の場合に、内球回転数の上昇率を上げることによって得られる進行波動渦流および変調波動渦流の特性を、流れの可視化およびレーザ散乱光測定ならびに波動のモード解析によって明らかにした。そして回転2円筒流れの場合と比較検討した。得られた結果はつぎのとおりである。

## 1 進行波動について

(1)  $R^*$  やその加速率  $\dot{R}^*$  を適切に設定することにより、 $N$  (環状 T. G. 渦のセル数) /  $m$  (進行波動の波数) =  $2/4$ 、 $4/5$  および  $4/6$  の進行波動渦流を得ることができる。

(2) 環状 T. G. 渦に生じる進行波動は、渦の内向きおよび外向き流れ境界の内、外球上の吹出、吸込点  $j$  (ただし外球上の吹出点  $j = a_1$  と  $a_1 s$  は除く) の天頂角の振動に対応する。進行波動は各  $j$  で相違した振幅と位相を持つが、すべての  $j$  で同じ通過周波数 (基本周波数)  $f_1$  を持つ。

(3) 波数が5の進行波動の振幅は、 $R^*$  の増大に対して減少する。そして  $R^* \approx 7.2$  で振幅が零となり、フローレジームは進行波動渦流から定常な環状渦流に遷移する。

(4) 波数が5の進行波動の回転周波数 (位相速度) は、 $R^*$  の増大に対して減少する。

(5) 相違したフローレジーム (進行波動渦流、変調波動渦流および波動環状・スパイラル渦流) に生じる進行波動は、波数が同じであれば、 $R^*$  に対して同じ傾向の回転周波数の変化を示す。

## 2 変調波動について

(1)  $R^*$  を零から  $R^*s$  まで一定の加速率  $\dot{R}^*$  で上昇させ、その後  $R^*$  を  $R^*s$  の一定値に保つ加速実験において、 $\dot{R}^* \gtrsim 10^{-0.6}$  かつ  $1.7 \lesssim R^*s \lesssim 2.8$  の条件に設定すれば、 $N/m/k$  (変調パターンを表すパラメータ) =  $4/6/-1$  の変調波動渦流を得ることができる。

(2) 波動変調の発生と消滅が、時間的に繰返される現象が見られたが、このような現象は、回転2円筒流れでは報告されていない。

(3) 変調波動を得る必要条件是、 $\dot{R}^* \gtrsim 10^{-0.6}$  の高加速率によって2セルの環状渦流から4セルの環状渦流への遷移を起こさせることである。

(4) 回転2円筒流れの場合最初波動変調のない進行波動が発生し、その後  $R^*$  が増大すれば進行波動に波動変調が現れるが、回転2球流れの場合は波動変調が

進行波動の発生と同時に現れる。

(5) 変調波動は、回転2円筒流れの場合と同様、振幅変調と周波数(波長)変調が重なった変調を示す。

(6) 変調の度合(平均値に対する変動振幅の比)は、振幅変調の方が周波数変調より大きい。周波数変調の度合は、回転2円筒流れの場合より大きい。

(7) 振幅変調と周波数変調の位相差は、回転2円筒流れの場合と相違する。すなわち回転2球流れでは振幅の大きなS字波ほどその波長が大きい、回転2円筒流れでは振幅の小さな平坦波ほどその波長が大きい。

(8) 波の回転周波数  $f_1/m$  は  $R^*$  の増大とともに増し、 $R^*$  に無関係に一定となる回転2円筒流れの場合と相違した傾向を示す。

(9) 実験室系における変調周波数  $f_2$  は  $R^*$  に対してほぼ一定となり、 $R^*$  とともに単調に増加する回転2円筒流れの場合と相違した傾向を示す。

(10)  $f_1/f_2$  は  $R^*$  の増大に対して増減し、 $R^*$  に対して減少する回転2円筒流れの場合と相違した傾向を示す。

(11) 変調波動の実験とモード解析から、特性周波数間に成立する関係式、 $(f_2' + k f_1/m) / f_2 = -1$ 、を得たが、これは回転2円筒流れの場合の関係式、 $(f_2' + k f_1/m) / f_2 = 1$ 、と相違する。このため特に回転系における変調周波数  $f_2'$  の値が、回転2円筒流れの場合と著しく相違する。

(12) 振幅変調のみならず周波数変調をも考慮したモード解析を行うことにより、実験から得た変調波動の波形およびパワースペクトルを精度よくシミュレートすることができる。

進行波動および変調波動についての結果は、以上のとおりである。ここで重要なことは、波動変調の発生のように、振幅変調と周波数変調の位相差、特性周波数とレイノルズ数の関係、特性周波数間に成立する関係式など、回転2円筒流れの場合との相違が著しいことである。

## 参 考 文 献

- (1) Frenzen, P.: Bull. Amer. Meteorol. Soc., 36, 204-10(1955), 254.
- (2) 中林: 機論, 42-358(昭51), 1839.
- (3) 中林: 機論, 42-363(昭51), 3451.
- (4) Nakabayashi, K.: J. Fluids Engng 100(1978), 97.
- (5) 中林・西田・大西: 機論, 47-414, B(昭56), 297.
- (6) 中林・内田・清水: 機論, 48-428, B(昭57), 610.
- (7) 中林・土田・小原: 機論, 48-426, B(昭57), 238.
- (8) Buehler, K.: Stroemungen im Spalt konzentrischer rotierender Kugeln mit Durchfluss, DFG-Forschungsbericht Bu 533/1-1(1983).
- (9) Buehler, K.: Stroemungen im Spalt konzentrischer rotierender Kugeln mit Durchfluss: Druckfeld und Drehmomentverhalten, DFG-Forschungsbericht Bu 533/1-2(1984).
- (10) Sawatzki, O. & Zierep, J.: Acta Mech. 9(1970), 13.
- (11) Munson, B.R. & Menguturk, M.: J. Fluid Mech. 69-4(1975), 705.
- (12) Wimmer, M.: J. Fluid Mech. 78-2(1976), 317.
- (13) Waked, A.M. & Munson, B.R.: J. Fluids Engng 100(1978), 281.
- (14) Belyaev, Yu.N., Monakhov, A.A., Scherbakhov, S.A. & Yavorskaya, I.M.: JETP Lett. 29-6(1979), 295.
- (15) Yavorskaya, I.M., Belyaev, Yu.N., Monakhov, A.A., Astaf'eva, N.M., Scherbakhov, S.A. & Vvedenskaya, N.D.: Stability, nonuniqueness and transition to turbulence in the flow between two rotating spheres. Rep. No. 595. Space Research Institute of the Academy of Science, USSR, (1980).
- (16) Buehler, K. & Zierep, J.: Proc. 4th int. Symp. on Turbulent shear flows, Karlsruhe, (1983).
- (17) Nakabayashi, K.: J. Fluid Mech. 132(1983), 209.
- (18) 中林・大森: 機論, 49-443, B(昭58), 1329.
- (19) Belyaev, Yu.N., Monakhov, A.A., Scherbakhov, S.A. & Yavorskaya, I.M.: Laminar-Turbulent Transition (ed. V.V. Kozlov), Springer, (1984), 669.
- (20) Buehler, K. & Zierep, J.: Laminar-Turbulent Transition (ed. V.V. Kozlov), Springer, (1984), 677.

- (21) 中林：機論，50-499(昭59)，11.
- (22) Schrauf, G. & Krause, E.: *Laminar-Turbulent Transition* (ed. V.V. Kozlov), Springer, (1984), 659.
- (23) Astaf'eva, N.M.: *Fluid Dyn.* 3(1985), 383.
- (24) Tuckerman, E. & Marcus, P.: *Numerical Methods in Fluid Dynamics* (eds. Soubbramayer & J.P. Boujot), Springer, (1985), 552.
- (25) Buehler, K. & Zierep, J.: *Advances in Turbulence* (eds. G. Comte-Bellot & J. Mathieu), Springer, (1986), 16
- (26) Schrauf, G.: *J. Fluid Mech.* 166(1986), 287.
- (27) Fenstermacher, P.R., Swinney, H.L. & Gollub, J.P.: *J. Fluid Mech.* 94-1(1979), 103.
- (28) Gorman, N.M. & Swinney, H.L.: *J. Fluid Mech.* 117(1982), 123.
- (29) Benjamin, T.B.: *Proc. R. Soc. Lond. A.* 359(1978), 27.
- (30) Coles, D.: *J. Fluid Mech.* 21-3(1965), 385.
- (31) Ahlers, G. & Behringer, R.P.: *Phys. Rev. Lett.* 40(1978), 712.
- (32) 谷編：流体力学の進歩 乱流，丸善(昭55)，50.
- (33) Landau, L.: *C. R. Acad. Sci. U. R. S. S.* 44(1944), 311.
- (34) Ruelle, D. & Takens, F.: *Commun. Math. Phys.* 20(1971), 167.
- (35) Walden, R. & Donnely, R.J.: *Phys. Rev. Lett.* 42-5(1979), 301.
- (36) Bouabdallah, A. & Cognet, G.: *Proc. IUTUM Symp. Laminar-Turbulent, Transition, Stuttgart, (1979), 1.*
- (37) Sato, H. & Saito, H.: *J. Fluid Mech.* 67-3(1975), 539.
- (38) King, G.P., Li, Y., Lee, W. & Swinney, H.L.: *J. Fluid Mech.* 141(1984), 365.
- (39) 谷編：流体力学の進歩 乱流，丸善(昭55)，67.
- (40) Swift, J., Gorman, M. & Swinney, H.L.: *Phys. Lett.* 87A-9(1982), 457.
- (41) Rand, D.: *Arch. Rat. Mech. Anal.* 79(1982), 1.
- (42) 大路：第16回乱流シンポジウム講演論文集、(昭59)，94.
- (43) 中林・土田・大野：機論，52-476，B(昭61)，1456.
- (44) 中林・土田・鬼頭・一宮：機論，53-487，B(昭62)，782.
- (45) Nakabayashi, K. & Tsuchida, Y.: *J. Fluid Mech.* 掲載決定.
- (46) 中林・土田・石井・鬼頭：機論，52-476，B(昭61)，1463.
- (47) 中林・土田：機論，52-480，B(昭61)，2787.

(48) 中林・土田：機論，53-485，B(昭62)，60.

(49) Nakabayashi, K. & Tsuchida, Y.: J. Fluid Mech. 掲載決定.

(50) 谷編：流体力学の進歩 乱流，丸善(昭55)，11.

## 謝 辞

本論文の作成にあたり、御校閲と御指導を賜りました大阪大学・工学部・三宅裕教授、水谷幸夫教授、高城敏美教授に対し、謹んで深謝の意を表します。特に三宅裕教授には、本論文の提出にあたって多大な御教示と御尽力を賜り、心から御礼申しあげます。

本研究は、名古屋工業大学・機械工学科において行われたものである。本研究の構想と遂行に、多大な御教示と懇切なる御指導を賜りました同大学・中林功一教授に対し、心から感謝の意を表します。また本研究に対し適切な御討論と多大な御助力を頂きました同大学・鬼頭修己助教授に深く感謝致します。

さらに、同大学の大学院生として在籍され本研究に御協力を頂いた大野裕司氏（現在中部電力に在職）、穴田和久氏（小松製作所）、石井伸治氏（日本鋼管）、一宮誠氏（神戸製鋼）に対し、感謝の意を表します。また同大学・教務職員河口道彦氏にも多大な御協力を頂き、厚く御礼申しあげます。

最後に、同大学の中林・鬼頭研究室の卒業生諸君、流体関連講座の諸先生、情報処理教育センターおよび機械科工場の各位の御助力に対し、御礼申しあげます。特に実験球の加工にあたって、多大な御助力を頂いた機械科工場の坂井孝弘氏に深く感謝致します。