The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	A counterexample to a conjecture of complete fan
Author(s)	渡邉, 健太
Citation	大阪大学, 2010, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/58021
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【19】

氏　　名	渡　邉　健　太（わたなべ　けんた）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学　位　記　番　号	第　２３５４９　号
学 位 授 与 年 月 日	平成22年３月23日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第４条第１項該当 理学研究科数学専攻
学　位　論　文　名	A counterexample to a conjecture of complete fan （完備扇の予想に対する反例）
論 文 審 査 委 員	（主査） 教　授　臼井　三平 （副査） 教　授　今野　一宏　　教　授　小木曽啓示　　准教授　高橋　篤史 准教授　川口　　周

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、加藤和也・臼井三平による完備扇の存在予想に対して反例を与えるものである。

研究の背景、加藤・臼井は偏極対数ホッジ構造を導入し、扇とモノドロミー群が与えられる毎にその型を持つ偏極対数ホッジのファインモジュライ空間を構成した。偏極対数ホッジ構造とは、偏極ホッジ構造にその退化として出てくる冪零軌道達を対数幾何によって埋め込んだ族のことである。偏極ホッジ構造の分類空間 D の自己同型に対して、そのリー環に含まれる有理的冪零錐からなる扇Σと算術的離散部分群Γの対で強い意味で両立するものが与えられたとする。それに応じた対数ホッジ構造のファインモジュライ空間は、D のΓによる商空間にΣに含まれる錐の方向の冪零軌道達のΓを法としたクラスを境界点として付け加えた集合に、解析構造と対数構造を入れた空間として構成される。ただし、一般の D に対しては、境界におけるグリフィス横断性による裂け目を持つ。

D がエルミート対称領域である古典的な場合には、Σとして射影扇があり、D のΓによる商空間の射影トロイダルコンパクト化がマンフォードらによって構成されている。加藤・臼井はこのとき用いられた射影扇の一般の D への拡張として「完備扇」という概念を導入した。そして、D の自己同型群の離散部分群Γが与えられたとき、それと強い意味で両立するような完備扇は常に存在するだろうということを予想していた。

本論文では、D がホッジ型 (2,0), (1,1), (0,2) の因子の次元が２次元である場合、完備扇が存在しないことを示した。この D はエルミート対称領域ではない。反例の構成には、冪零軌道達の条件の一つである境界におけるグリフィス横断性を用いる。

証明の大まかな方針、まず、D がホッジ型 (2,0), (1,1), (0,2) の因子の次元が２次元である場合、冪零軌道に現れる有理的冪零錐の階数は最大 2 であることを示す。次に、完備扇Σの存在を仮定し、Σに含まれかつ、冪零軌道に現れる適当な階数 2 の有理的冪零錐をとる。このとき、その錐の相対的内部に含まれる適当な階数 1 の錐を相対的内部に含む別の階数 2 の錐がΣに含まれることを示すことで矛盾を導く。

論文審査の結果の要旨

学位申請論文： A counterexample to a conjecture of complete fan

概要：

本論文では、加藤和也・臼井三平による完備扇の存在予想に対して、反例を与えた。

研究の背景。加藤・臼井は偏極対数ホッジ構造を導入し、扇とモノドロミー群が与えられる毎にその型を持つ偏極対数ホッジ構造のファインモジュライ空間を構成した。偏極対数ホッジ構造とは、偏極ホッジ構造にその退化として出てくる冪零軌道達を対数幾何によって取込んだ族のことである。偏極ホッジ構造の分類空間 D の自己同型群に対して、そのリー環に含まれる有理的冪零錐からなる扇 Σ と算術的離散部分群 Γ の対で強い意味で両立するものが与えられたとする。それに応じた偏極対数ホッジ構造のファインモジュライ空間は、D の Γ による商空間に Σ に含まれる錐の方向の冪零軌道達の Γ を法としたクラスを境界点として付け加えた集合に、解析構造と対数構造を入れた空間として構成される。ただし、一般な D に対しては、境界におけるグリフィス横断性による裂目を持つ。

D がエルミート対称領域である古典的な場合には、Σ として射影扇があり、D の Γ による商空間のトロイダル射影コンパクト化がマンフォードらによって構成されている。加藤・臼井はこのとき用いられた、射影扇の一般の D への拡張として「完備扇」という概念を導入した。そして、D の自己同型群の離散部分群 Γ が与えられたとき、それと強い意味で両立する完備扇 Σ は常に存在するだろうということを予想していた。

本論文では D がホッジ型 (2,0), (1,1), (0,2) の因子が 2 次元である場合、完備扇が存在しないことを示した。この D はエルミート対称領域ではない。反例の構成には、冪零軌道の条件の一つである境界におけるグリフィス横断性を使う。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。