

Title	Asymptotic analyses for certain stochastic control problems under partial information and the related filtering equation
Author(s)	渡邊, 有佑
Citation	大阪大学, 2011, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/58251">https://hdl.handle.net/11094/58251</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

【71】

氏名	わた なべ むすけ 渡 邊 有 佑
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学位記番号	第 24639 号
学位授与年月日	平成 23 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 基礎工学研究科システム創成専攻
学位論文名	Asymptotic analyses for certain stochastic control problems under partial information and the related filtering equation (ある部分情報確率制御問題と関連するフィルター方程式についての漸近解析)
論文審査委員	(主査) 教 授 長井 英生 (副査) 教 授 関根 順 教 授 内田 雅之

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文の主な目的は、直接観測できない経済要因を含む市場モデルにおいて、資産の成長率が予め指定した閾値を下回る確率（ダウンサイドリスク）の最小化問題と、その最小値の漸近的挙動を解析することである。主要結果として、あるパラメータを含む期待効用最大化問題をまず考察し、これと（ダウンサイド）リスク最小化問題との間に成立する或る双対定理を証明した。この双対定理によると、リスクを最小化する戦略は、閾値から決まるパラメータに対応する期待効用問題の最適戦略によって与えられ、リスク最小値の漸近極限は、期待効用問題の最大値のルジャンドル変換によって与えられる。したがってこの定理は、大偏差理論における Gärtner-Ellis の定理の制御確率過程版と見ることができる。

期待効用最大化問題は、確率制御の手法によって解かれる。すなわち、適当な測度変換等によって、ある非線型フィルター方程式によって駆動される制御過程をもつ確率制御問題へと問題を帰着させ、動的計画原理によって対応するハミルトン・ヤコビ・ベルマン(HJB)方程式を導出・解析し、方程式によって最適戦略と最大値を特徴づけるのである。HJB方程式の解析の際に、フィルター過程のエルゴード性が必要となるが、それは経済要因をあらゆるマルコフ連鎖の既約性と、フィルター方程式の（状態空間の内部における）非退化性から証明される。

双対定理の証明においては、HJB方程式のパラメータに関する微分可能性が本質的役割を果たす。その微分可能性はHJB方程式から形式的に導かれるポアソン方程式の解析を通じて示された。

上記の確率制御問題の議論の中で、フィルター過程のエルゴード性が非退化性の仮定の下で導かれたわけであるが、フィルターのエルゴード性はそれ自身で意義ある問題である。このため、状態空間の内部においても退化する場合の

エルゴード性を、退化型拡散過程のエルゴード理論を用いて証明した。

### 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文は大きく分けて4つの部分からなる。まず最初に、ファクターモデルと呼ばれる市場モデルで、ファクターが連続時間有限状態マルコフ連鎖である場合に、部分情報下で有限時間範囲の鞅型期待効用最大化問題と同値な確率制御問題を考察し、対応する H-J-B 方程式の解から最適投資戦略が構成されることを示している。次に、上で考察した問題の時間大域的問題に対応する方程式であるエルゴード型H-J-B 方程式を導出し、その問題に対応する特別な解の存在を示し、特定している。そして、ある特別な条件下で無限時間範囲の期待効用最大化問題の最適投資戦略をこの解から構成している。第3に、上の市場モデルの設定で総資産額の指数的增长度が、あらかじめ指定された目標である増大度を下回る確率を最小化する問題を考察し、その時間大域的挙動である大偏差確率の評価を、上の時間大域的確率制御問題の双対問題と捉えることにより解明している。これらの問題の解析に当たっては、まず、部分情報下の問題を完全情報下の問題に帰着することにより、H-J-B 方程式の解析の問題に帰しているわけであるが、その際に現れる“Wonham filter”と呼ばれるフィルターのフィルター方程式の解析も同時に必要となる。最後の部分では、個別にこのフィルター方程式を考察し、これが定義する単体上の拡散過程のエルゴード性と準楕円性を示している。本論文で示された結果は多岐にわたり、かつ著しいものである。特に制御項を含む大偏差確率の評価や“wonham filter”の定める拡散過程の準楕円性、エルゴード性の証明は優れたものである。また、そこで展開される手法は、確率論と非線形偏微分方程式論にまたがった高度な解析である。よって博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。