

Title	Stationary States and Their Stability in Mathematical Models of Non-Equilibrium Thermodynamics
Author(s)	田崎, 創平
Citation	大阪大学, 2010, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/58267
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉 大阪大学の博士論文について 〈/a〉 をご参照ください。

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	た 田 崎 創 平
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学位記番号	第 2 4 2 1 3 号
学位授与年月日	平成 22 年 9 月 22 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 基礎工学研究科システム創成専攻
学位論文名	Stationary States and Their Stability in Mathematical Models of Non-Equilibrium Thermodynamics (非平衡熱力学の数理モデルにおける定常状態とその安定性)
論文審査委員	(主査) 教 授 鈴木 貴 (副査) 教 授 名和 範人 教 授 河原 源太 愛媛大学准教授 吉川 周二

論 文 内 容 の 要 旨

本論文では、非平衡熱力学に現れる非線形偏微分方程式系で記述される数理モデルを扱う。特に定常状態の総体とその安定性を明らかにし、解のダイナミクスの一面がここに集約されていることを検討する。考える数理モデルは固体と液体の相転移に関する方程式系、および、形状記憶合金等をモデリングしたある歪勾配型の熱粘弾性系である。統一的な性質として、散逸構造と保存則から変分的構造と半双対性の系が導出される。汎関数の臨界点の複数の安定性の概念とともにこれらを用いることで一連の解析手法を確立する。一方でモデル固有の性質については、主に分岐理論を援用するが、ここで前述の共通構造が再び応用できる。

固体と液体の相転移に関する数理モデルについて、G. J. Fix および G. Caginalp により提案された非線形偏微分方程式系を考える。その定常状態は非局所項をもつ非線形固有値問題として定式化されるが、この非局所項のために通常的手法が通用せず、詳細な定常解全体の構造と各々の定常解の安定性は不明であった。そこで散逸構造と保存則から導かれる双対変分構造の系に基づいて、汎関数の臨界点の無限小安定性という概念から定常解の力学安定性を導出した。ここで二つの変分構造の関係も明らかにされ、保存則に由来する非局所項が定常解を安定化していることが示される。実際、線形化安定性と分岐構造の考察から力学安定で非自明な定常解が検出される。空間一次元においては非局所方程式にも通用する手法を構成し、この方程式で適用可能であることを示した。このとき詳しい分岐構造を見ることができる。

歪勾配型の熱粘弾性系の数理モデルについて、I. Pawłow により導出された一般形の方程式系を考える。これから形状記憶物質やポリマーなどの異なるモデル方程式を定式化できるが、にもかかわらず、散逸ポテンシャルと保存則からやはり変分的構造と半双対性の系が現れ、前述の解析手法が適用できることを明らかにした。結果として、力学安定な定常解が存在し、全エネルギー保存に由来する非局所項による定常解の安定化も示される。全エネルギーや絶対温度を固有値とする固有値問題では、一般的な性質とモデル特有の性質がそれぞれ提示される。特に空間一次元では、定常状態の総体が明瞭になり、ヘテロクリニック軌道とヒステリシスループの存在が示唆される。

論文審査の結果の要旨

本論文は相転移・形状記憶に関する数理モデルを、変分法・分岐理論を主体とした非線形関数解析学の手法によって数学解析したものである。これらの数理モデルは近年熱力学の法則に従う連続体力学の枠組みの中で定式化され、とりわけ材料科学において著しい成功を納めてきた。P. C. Hohenbergは自由エネルギーと関連する熱力学の方程式をモデルA、モデルB、モデルCに分類し、本論文で解析された相転移に関するFix-Caginalp方程式を最初のモデルC方程式であるとしている。この方程式は温度と関連して修正されたLandau-Ginzburg自由エネルギーと2相ステファン方程式のカップルであるが、近年の研究によって、実は、相とエンタルピーで記述したあるラグランジュ関数によるモデルA・モデルB連立方程式であることが分かってきた。一方記憶形状物質は熱弾性体方程式で記述され、本論文はFalkの1次元モデルの拡張であるPawlow-Zochowskiの3次元モデルを解析している。このモデルは（線形）運動量・エネルギー保存則において熱力学的関係式によって内部エネルギーをヘルムホルツ自由エネルギーに変換し、応力を散逸ポテンシャルで記述することで導出される。

一般に非平衡熱力学モデルでは、リャブノフ関数（熱力学的な自由エネルギー）の減少に加えて、保存則（エンタルピー/エネルギー）があり、非定常力学系を分析するためにはこれらの保存量をパラメータとした定常状態の分岐図を解明することが必要である。著者は保存量をパラメータとする定常状態を規定する変分汎関数と、リャブノフ関数との間に成立する関係式（半双対変分構造）を樹立することで、定常状態の変分的安定性から力学的安定性を導出する一方、分岐理論を用いて定常状態の構造を解明し、特に双安定定常状態の実現と、ヒステリシス・ヘテロクリニック軌道の存在を予言した。以上の結果は両モデルに対する最も詳細な数学解析として国際的にも高く評価され、国内・国外の研究会での研究報告はもちろん、3編の学術論文として国際専門誌に掲載または掲載予定となっているものである。

本論文は個別のモデルの解析にとどまらず、いくつかの普遍的な原理も主張している。ひとつはパラメータ変更に伴う安定性の強弱であり、もうひとつは変分極小定常解の力学的安定性である。これまで小正準/正準統計集団はエネルギー/温度が一定の系を統計力学的に記述する一方、非平衡動力学を支配するのはエントロピー増大・ヘルムホルツ自由エネルギー減少であり、平衡状態ではこれらが同等であることが主張されてきた。しかし著者は平衡（定常）状態が同等であっても、非平衡モデルが何を保存則にするか、すなわち統計集団が何であるかによって定常状態は異なる変分構造で定式化され、それらの変分問題に由来する力学的安定性には明確な序列が生ずることを明らかにする一方、個別の変分構造においてはポテンシャルの解析性から局所安定性から力学安定性が得られるという精密・有用かつ驚くべき結果を証明した。これらの結果は非平衡熱力学のさまざまなモデルが内蔵する構造と、結果として実現され得る現象をはじめて理論的に明確にしたもので、その学術的寄与は深い。

以上から本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。