

Title	Set covering polytopes of uniform hypergraphs
Author(s)	篠原, 英裕
Citation	
Issue Date	
Text Version	none
URL	http://hdl.handle.net/11094/59318
DOI	
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/repo/ouka/all/>

氏名	篠原英裕
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第25294号
学位授与年月日	平成24年3月22日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 情報科学研究科情報基礎数学専攻
学位論文名	Set covering polytopes of uniform hypergraphs (一様ハイパーグラフの集合被覆多面体)
論文審査委員	(主査) 教授 日比 孝之 (副査) 教授 伊達 悦朗 教授 和田 昌昭 准教授 山根 宏之

論文内容の要旨

ハイパーグラフのすべての辺と交わる頂点集合は横断と呼ばれる。頂点被覆問題とは最小の横断を求める問題であるが、一般のハイパーグラフについて頂点数の多項式時間で最適解を求めるアルゴリズムは存在しないと予想されている。そのため集合被覆問題に関する研究は以下の2方向から行われている。一つは一般のハイパーグラフについて最適解の代わりに精度保証付きの近似解を求める多項式時間アルゴリズムの研究であり、特に線型計画法を用いた $\log n$ 倍精度のものがよく知られる。もう一つは多項式時間で最適解を得ることができるハイパーグラフの特徴付けである。本論文では後者の立場をとる。ハイパーグラフに付随する集合被覆多面体が整数多面体ならば、線型緩和問題を解くことによって多項式時間で最適解を得ることができるので理想ハイパーグラフとよばれる。ハイパーグラフの理想性は頂点の縮約と消去という二種類の操作によって閉じており、極小非理想クラッターと呼ばれる禁止マイナーによって特徴づけられる。1990年にLehman氏は任意の極小非理想クラッターは退化有限射影平面であるか、もしくは現在Lehman行列と呼ばれているクラスの接続行列を持つという必要条件を示した。特に退化有限射影平面の分類は既に完成しているので、現在はLehman行列の分類に関する研究が盛んに行われている。しかし小さな例を除いてLehman行列の具体的な例は古典的な二つの系列ならびに2010年にWang氏の発見した系列に属するものしか見つかっていなかった。本論文では第2章において有限群の1重複因子分解という概念を定義することによってLehman行列の新たな無限系列を構成した。第3章においては有限群の1重複因子分解の各因子がもとの群の生成系をなすという定理および特に有限アーベル群の1重複因子分解がシフト対称性と呼ばれる高い対称性を持つという定理を示している。さらにこれらの定理を用いて様々な有限群に対する1重複因子分解の非存在定理を与えている。第4章においてはDBNS型と呼ばれる巡回群の主要な1重複因子分解に付随するLehman行列を接続行列とする極小非理想クラッターをすべて決定した。さらに第5章では各因子が8以下の巡回群の1重複因子分解はDBNS型のものに限ることを示し、第4章と合わせて各辺が高々8頂点しか持たない巡回極小非理想クラッターを特徴付けることに成功した。

論文審査の結果の要旨

ハイパーグラフにおいて、すべての辺と交差する頂点集合を横断と呼ぶ。ハイパーグラフの最小の横断を求める頂点被覆問題は、整数計画問題であるが、頂点数の多項式時間で解く一般的なアルゴリズムは存在しないと予想されている。しかし、ハイパーグラフの集合被覆多面体が整多面体であるならば、線型緩和問題から、頂点被覆問題を多項式時間で解くことが可能である。それゆえ、集合被覆多面体が整多面体であるハイパーグラフを、理想ハイパーグラフと呼ぶ。ハイパーグラフの理想性は2種類のマイナー操作による遺伝的性質である。

篠原君は、学位論文において、極小非理想クラッターと呼ばれる極小禁止マイナーを使い、理想性の特徴付けに貢献している。

任意の極小非理想クラッターは退化有限射影平面であるか、あるいは、レーマン行列と呼ばれる接続行列を持つ。従来、レーマン行列の例は、少数の例外を除き、3つの無限系列に属するもののみが既知であった。篠原君は、学位論文において、有限群の一重複因子分解と呼ばれる、レーマン行列の無限系列を構成する新しい手法を導入し、巡回群の一重複因子分解から構成される極小非理想クラッターを決定することに成功している。

よって、博士(理学)の学位論文として価値のあるものと認める。