OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Algebraic translation algebras
Author(s)	森島, 北斗
Citation	大阪大学, 2012, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/59468
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【21】

氏名	森島北斗（もりしまほくと）
博士の専攻分野の名称	博士（理学）
学位記番号	第　25183　号
学位授与年月日	平成24年3月22日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	Algebraic translation algebras（代数的変換代数）
論文審査委員	（主査） 教授　大鹿　健一 （副査） 教授　満渕　俊樹　　教授　後藤　竜司　　准教授　遠藤　久顕 准教授　宮地　秀樹

論文内容の要旨

擬等長による有限生成群の分類は幾何学的群論において重要な問題のひとつである。グロモフがこの分類問題を提唱した。擬等長写像とは等長写像の条件を弱めたもので距離空間の大域的な幾何学を表現するものである。有限生成群は語距離によって距離空間と思うことができ、どのような語距離を入れてもそれらは擬等長になる。代数的な擬等長の特徴づけはまだ得られていないが、多くの大域的な代数的性質が擬等長写像によって保たれることが知られている。擬等長に関して次の二つの問題が広く研究されている：

（1）擬等長不変量を構成し計算する問題

（2）与えられた擬等長類に入る有限生成群を群の同型によって分類する問題

本論文では代数的変換代数の基礎づけを与えている。係数環 k と有限生成群に対して、その群上の k 値像有限関数のなす環は自然にもとの群の作用を持つので、それらからねじれ群環を構成することができる。そのねじれ群環を群の係数環を k とする代数的変換代数と呼ぶ。代数的変換代数は群の大域的性質を表している。実際、二つの擬等長な有限生成群が与えられたときそれらの係数環を k とする代数的変換代数は森田同値になることを証明した。証明については代数的変換代数を3つの異なる視点から考察し、3 種類の証明を与えている。さらに、代数的変換代数の間に森田同値より強い強同値という同値関係を定義した。この場合も、二つの擬等長な有限生成群が与えられたときそれらの係数環を k とする代数的変換代数は強同値になることがわかった。論文ではこれらの定理の逆についても述べた。係数環が実数環や複素数環など特別なものの場合、これらの定理の逆も成り立つことがわかった。

二つの擬等長な有限生成群が与えられたときそれらの係数環を k とする代数的変換代数は森田同値になるので、森田同値不変量を与えれば、擬等長不変量が得られる。よって、森田同値不変量と擬等長不変量との関連について研究することは有限生成群の大域的性質を知る上で非常に重要な問題である。本論文では良く知られた森田同値不変量である、中心、大域ホモロジー次元、ホッホシルドホモロジーを調べた。中心は情報を持たないこと、大域ホモロジー次元は、群のホモロジーの次元に一致すること、ホッホシルドホモロジーは一様有限ホモロジーという幾何学的に定義される不変量に一致することがわかった。一方で大域コホモロジー次元は群のコホモロジーの次元に近いが、少し違うものになっていて、今まで知られていなかったものである可能性がある。

強同値の場合にも強同値不変量を与えれば、擬等長不変量が得られる。ある特徴的な加群は強同値で不変で、このことを用いると、普通は幾何学的に定義される各種の荒いコホモロジーが代数的な方法で得られる。

まだまだ、多くの森田同値不変量が調べられておらず、また、既存の擬等長不変量が代数的変換代数を用いて書けるかはあまり知られていないが、本論文ではそれらを調べるための土台はほぼ提供しており本論文を踏まえた更なる研究が期待される。

論文審査の結果の要旨

幾何学的群論は擬等長同型という関係を同値関係として，有限生成群を分類することを究極の目的としている．現実的にはこれを遠大な目標であり，当面具体的な群について，擬等長かどうかを判定するというのが実際に取り組むべき問題になっている．そのためには擬等長であるかどうかを判定する，不変量を与えることが重要な問題となる．これまでは，不変量としては主に幾何学的なものや homology に関するものが与えられてきた．

本論文で，申請者は全く代数的に定義される，albebraic translation algebra という環を導入した．そして，2 つの群が擬等長であるれば，それぞれの algebraic translation algebra は森田同値であることを示した．擬等長のような群の幾何学的構造が問題となる概念を，環の森田同値という，純粋に代数的（代数的 K 理論的）な概念でとらえるというのは，全く新しい試みである．

この定理について，申請者は独立した 3 つの証明を与えている．いずれも新しい手法であるが，特に 2 つめの証明は，独創的である．実際この証明の系として，擬等長で non-amenable な群の algabraic translation algebra は同型であること，ある種の coarse cohomology は擬等長不変量であることなどの，注目すべき結果を得ることができた．

このように森島君の研究は群の擬等長同値を判定する斬新な方法を与えるものであり，幾何学的群論へ貢献するところ大である．よって本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める．