



|              |                                                                             |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Title        | 連続的データ同化法を用いた室内環境の逆解析手法の開発に関する研究                                            |
| Author(s)    | 松尾, 智仁                                                                      |
| Citation     | 大阪大学, 2016, 博士論文                                                            |
| Version Type | VoR                                                                         |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/59614">https://doi.org/10.18910/59614</a> |
| rights       |                                                                             |
| Note         |                                                                             |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

博士学位論文

**連続的データ同化法を用いた室内環境の  
逆解析手法の開発に関する研究**

松尾 智仁

2016 年 7 月

大阪大学大学院工学研究科  
環境・エネルギー工学専攻



## 目次

|                                          |    |
|------------------------------------------|----|
| 第1章 緒論                                   | 4  |
| 1.1 本研究の背景                               | 4  |
| 1.1.1 室内環境制御の現状と問題点                      | 4  |
| 1.1.2 室内環境把握手法                           | 5  |
| 1.2 本研究に関連する既往の研究                        | 6  |
| 1.2.1 本研究が参照する既往研究                       | 6  |
| 1.2.2 データ同化手法に関する既往研究と本研究で用いるデータ同化手法について | 7  |
| 1.3 本研究の目的                               | 9  |
| 1.4 本論文の構成                               | 10 |
| 第2章 連続的データ同化法                            | 11 |
| 2.1 はじめに                                 | 11 |
| 2.2 連続的データ同化法の基本式                        | 11 |
| 2.2.1 評価関数                               | 11 |
| 2.2.2 数値シミュレーションの支配方程式への修正項の付加           | 11 |
| 2.2.3 観測時刻と計算時刻の関係                       | 12 |
| 2.2.4 評価関数の勾配の導出                         | 13 |
| 2.2.5 adjoint 変数の導入                      | 15 |
| 2.2.6 繰り返し計算                             | 16 |
| 2.2.7 基本式のまとめ                            | 17 |
| 2.2.8 連続的データ同化法の適用プロセス                   | 18 |
| 2.3 欠測値の取り扱い                             | 19 |
| 2.4 修正項についての考察                           | 20 |
| 2.4.1 観測データと数値シミュレーションによる計算値の差分の分解       | 21 |
| 2.4.2 生成消滅項が誤差に支配的影響を持つ場合                | 21 |
| 2.4.3 修正項の物理的意味を反映した制約条件の追加              | 22 |
| 第3章 連続的データ同化法を用いた濃度場推定と放出源推定             | 23 |
| 3.1 数値実験の方法                              | 24 |
| 3.1.1 数値実験の流れ                            | 24 |
| 3.1.2 数値実験に用いた数値シミュレーションモデル              | 24 |
| 3.2 二次元場を対象とした濃度場と放出源位置、強度の推定            | 24 |
| 3.2.1 計算条件                               | 25 |
| 3.2.2 対象領域                               | 25 |

## 目次

|                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------|----|
| 3.2.3 「正解値」の作成 .....                                         | 26 |
| 3.2.4 「観測データ」の作成 .....                                       | 27 |
| 3.2.5 「計算値」数値シミュレーションモデル .....                               | 28 |
| 3.2.6 連続的データ同化法の適用 .....                                     | 28 |
| 3.2.7 データ同化の結果と考察 .....                                      | 29 |
| 3.3 観測データ取得位置と放出源位置の関係が連続的データ同化法を用いた放出源推定<br>に与える影響の検討 ..... | 31 |
| 3.3.1 計算条件、対象領域 .....                                        | 32 |
| 3.3.2 計算結果の評価 .....                                          | 32 |
| 3.3.3 観測データの追加による、放出源推定の推定可能範囲の拡大 .....                      | 35 |
| 3.4 連続的データ同化法を用いた連続放出源の推定 .....                              | 39 |
| 3.4.1 計算条件、対象領域 .....                                        | 39 |
| 3.4.2 「観測データ」 .....                                          | 39 |
| 3.4.3 放出源推定 .....                                            | 40 |
| 3.4.4 数値実験の結果と考察 .....                                       | 42 |
| 3.5 まとめ .....                                                | 43 |
| 第4章 制約条件の付加による連続的データ同化法の推定精度向上 .....                         | 45 |
| 4.1 2次元場を対象とした濃度場、放出源推定における制約条件付加による推定精度向<br>上 .....         | 45 |
| 4.1.1 計算条件 .....                                             | 45 |
| 4.1.2 対象領域 .....                                             | 46 |
| 4.1.3 「正解値」の作成 .....                                         | 47 |
| 4.1.4 「観測データ」の作成 .....                                       | 48 |
| 4.1.5 「計算値」の作成 .....                                         | 48 |
| 4.1.6 制約を与えない場合の連続的データ同化法の適用。 .....                          | 48 |
| 4.1.7 制約条件の追加 .....                                          | 49 |
| 4.1.8 結果の考察 .....                                            | 50 |
| 4.2 3次元場を対象とした濃度場、放出源推定における制約条件付加による推定精度向<br>上 .....         | 52 |
| 4.2.1 対象領域と計算条件 .....                                        | 52 |
| 4.2.2 「正解値」の作成と観測データ .....                                   | 53 |
| 4.2.3 制約条件を与えない場合の連続的データ同化法による「推定値」 .....                    | 55 |
| 4.2.4 「放出強度が正またはゼロ」の制約条件を与えた場合の連続的データ同化法に<br>よる「推定値」 .....   | 57 |
| 4.2.5 放出源の位置を制限した場合の連続的データ同化法による「推定値」 .....                  | 59 |
| 4.3 本章における数値実験のまとめ .....                                     | 61 |

|                   |    |
|-------------------|----|
| 第 5 章 結論 .....    | 63 |
| 5.1 本研究のまとめ ..... | 63 |
| 5.2 今後の課題 .....   | 64 |
| 謝辞 .....          | 66 |
| 参考文献 .....        | 67 |

## 第1章 緒論

### 1.1 本研究の背景

#### 1.1.1 室内環境制御の現状と問題点

室内の居住空間や作業空間を構成する要素として、気流、温湿度、放射、光、そして二酸化炭素濃度その他の化学物質濃度などが挙げられる。居住空間、作業空間が安全で快適であるためには、これらの要素が適切な条件に保たれている必要がある<sup>[1]</sup>。これらのうち、気流と温度場、化学物質濃度に関しては、空調設備がそれらを制御するために用いられる<sup>[2]</sup>。

室内環境は、クリーンルームなどの特殊な施設を除いたほとんどの施設において、気流や温湿度、汚染物質濃度というのは時空間的な平均値や最高値といった簡便な指標によって把握されており、室内におけるその分布やばらつきの程度といったものが制御の対象となることは少ない。例えば冷暖房の制御のための指標には、室内の温度分布ではなく設定温度という単一の値が用いられている。この理由として、室内環境を詳細に把握することが難しいという観測技術上の問題、室内環境を局所的に制御することが難しいという制御技術上の問題に加え、そもそも室内環境をその気流分布や温度分布の偏りなどを含めて高精度に制御することが重要視されていなかったことが挙げられる。

しかしながら、近年ますますその重要性を増してきている省エネルギーへの取り組み、および高度化した室内環境制御への期待により、室内環境をより高精度に制御する技術の重要性が高まってきている。省エネルギーの観点から見ると、冷暖房用途のエネルギー消費は、依然として家庭部門の最終エネルギー消費の四分の一を占めている<sup>[3]</sup>。これに加え、負荷変動の激しい冷房用途のエネルギー消費は火力発電への依存性が高いのみならず、もっとも電力消費量が増加する夏季日中の電力消費量を押し上げる要因にもなっている。また、技術の発展とともに、室内環境に求められる指標も高度化しており、室内環境は単に衛生的であるのみならず、居住者の知的生産性を高め<sup>[4]</sup>、個人差のある居住者の快適性を可能な限り満たすことなどが求められている。

以上のように、室内環境を高精度かつ効率的に制御する技術の重要性が高まっている。その前提として室内環境を高精度に把握することが必要であるが、実際には多くの場合、平均値や最高値といった代表値を用いて室内環境が把握されていることは前述のとおりである。

加えて、室内環境が把握され、それが適切な条件を満たしていなかった場合には、空調設備の制御により室内環境を適切な条件へと導く必要がある。しかし、室内環境が満たすべき適切な条件が比較的簡単に与えられるのに対し、適切な条件を満足するために最適な、空調設備の具体的な制御方法を求めるのは容易ではない。これは、気流や温湿度場といった要素が相互に影響を与えること、制御の対象となる室内空間ごとに空間の形状や開口部や壁面を通じた外部からの影響の程度が状況により異なること、制御に用いられる空調機器の数や位置、取りうる運転状況が制限されていることなどが原因である。対象とする空間ごとに

条件が異なり、適切な空調設計手法を一般化することが困難であるため、空調設計においては、個々の事例における条件を考慮に入れながら、設計者個人の経験や先行事例に基づいて設計を行うことが一般的である。設計手法の一般化が困難であることは、設計の自動化や共有化を阻む原因になっている。

まとめると、高精度かつ効率的な室内環境の制御を実現するため、第 1 には高精度に室内環境を把握し、第 2 には把握された室内環境を、適切な状態に導くための制御手法を確立することが必要である。しかし現状では、室内環境は時空間的平均値や最高値といった代表値を用いて把握されていることが多く、また制御手法や空調設計についても個別的、経験的な対応が多く、一般的な手法の確立には至っていない。

### 1.1.2 室内環境把握手法

従来から用いられてきた室内環境の推定手法には、大別して 2 つの手法がある。1 つは実環境や模型を用いた観測であり、もう 1 つは数値流体力学 (Computational Fluid Dynamics: CFD) を用いた数値シミュレーションである。

観測されたデータには、測定機器やデータ変換、観測者の人為的な誤差などが含まれる。また、模型実験の場合は模型化による誤差や相似則の不満足による誤差が含まれる場合がある。しかしながら、観測に得られたデータの信頼性は、一般に数値シミュレーションによるものよりも高い。他方、観測の欠点として、対象となる室内空間における室内環境各要素の分布を詳細に把握することが困難であることがあげられる。超音波風速計や熱電対などをはじめとする多くの観測機器は一度に 1 点ないし複数点のみを測定し、室内全体の分布を測定することができない。近年は観測機器の小型化と低コスト化、また無線通信技術の発達などにより、多量のセンサーを配置し無線通信により情報を集約するセンサーネットワークのような技術も開発、利用されているが、そのような技術を利用した場合も測定点は原則物体表面近傍に限られ、空中の温湿度などを計測することは極めて困難である。また、画像速度計測 (Particle Image Velocimetry) やサーモカメラなど、観測機器から離れた個所を面的に測定することのできる手法、機器は存在するが、トレーサーが必要であり測定可能な環境に限られる、空気温度の測定ができないなどの制約があり、対象空間全域を測定することは、やはり極めて困難である。

一方で、数値シミュレーションを用いた場合、対象領域全体の分布を計算格子の解像度で得ることができ、観測と同様の欠点は存在しない。また、昨今の計算機性能の長足の進歩により、簡単な場であれば、大規模計算機を用いなくても、パソコンレベルで数値シミュレーションを行うことができるなど、計算コストも低下している。また、計算機性能の発達に並行して、シミュレーションモデルの高度化、精緻化も進んでおり、数値シミュレーションにおける、現象のモデル化に伴う誤差 (現象を記述する方程式の誤差、方程式の離散化に伴う誤差、方程式を解く際の数値誤差など) は小さくなってきている。しかし、数値シミュレーションにより得られた値には、現象のモデル化に伴う誤差の他にも、対象領域のモデル化に



伴う誤差（計算格子への分割に伴う誤差、境界条件や初期条件の設定の誤差、用いた定数に含まれる誤差など）が含まれる。室内環境の推定においても、その境界条件や初期条件に関する情報は依然不確実性が大きいと、数値シミュレーションにより得られたデータの信頼性は一般に、観測により得られたものと比較して低い。

以上のように、観測、数値シミュレーションの両手法はそれぞれ異なる利点と欠点を持つ。そのため、両者は組み合わせて利用することで、互いの欠点を補うことができる。比較的簡単な両者の組み合わせ方として、数値シミュレーションの結果と観測データを比較することで数値シミュレーション結果のバリデーションを行う、数値シミュレーションの初期条件や境界条件として観測データや観測データを補間、補外したデータを用いるといった手法がある。しかし、これらの手法は最良でも観測精度と同程度の精度を確保することしかできず、また観測データの存在しない箇所については、数値シミュレーションの精度について評価できない。実際の室内環境は運動方程式や各種の保存則といった物理法則に従っているから、観測されたデータもそれらの諸法則に従っているはずであるが、観測データを利用するときにそうした諸法則が考慮に入れられないことは不自然である。こうしたことを踏まえ、観測データをより高度に利用する手法として、データ同化法と呼ばれる手法が開発、利用されている。

データ同化法は、もともとは気象学や海洋学といった分野で開発されてきた手法である。それらの分野は、対象領域が広大であり、スケールの異なる様々な現象を取り扱う必要があり、境界条件、初期条件の不確実性が大きいといった特徴を持つ。そのため精度の高い数値シミュレーションが困難であるが、他方、観測データは空間的にまばらではあるものの、国内では気象庁などを中心に継続的に取得、管理されている<sup>[5]</sup>。そのため、観測データを用いて数値シミュレーションの精度を向上させる、データ同化法が研究、利用されてきた<sup>[6,7,8,9,10]</sup>。

他方、本研究が対象とする室内空間では、対象領域は相対的に小さく、取り扱う現象のスケールのばらつきも小さい。また、室内空間は人為的に管理されていることが多いと、境界条件の不確実性も気象や海洋分野に比較すると小さい。そのため、数値シミュレーションの精度は比較的高く、近年までデータ同化法が広く用いられることはなかった。しかし、前述した室内環境の高度な管理へのニーズの高まりにより、室内環境の推定に期待される精度の水準が上昇し、従来の方法では十分な精度が得られないようになってきた。また、室内で発生した汚染物質の放出源推定などのより不確実性の大きな推定を行うという目的のためにも、データ同化法が使用されるようになってきている<sup>[11,12,13,14,15]</sup>。

## 1.2 本研究に関連する既往の研究

### 1.2.1 本研究が参照する既往研究

本研究は室内環境を対象としている。しかし、室内環境におけるデータ同化法の利用は歴史が浅く、また用いられる手法には気象の分野で開発された手法にルーツを持つものも多い。そのため、本研究では先行研究として、室内環境を対象としたものに限らず、さまざま

なデータ同化手法を検討した。以下にそれらの手法を分類し、概説する。

### 1.2.2 データ同化手法に関する既往研究と本研究で用いるデータ同化手法について

これまで提案されているデータ同化法は、大きく2つに分けられる。以下にそれぞれの手法の概略を示す。

#### (a) 観測データを数値シミュレーションに直接同化する手法

この方法は、数値シミュレーションにおいて、観測値が存在する時空間座標のデータを、数値シミュレーションにおける計算値に内挿する手法である。最も単純な方法としては直接挿入と呼ばれる手法があり、この手法では、数値シミュレーションの計算格子のうち、観測点が存在する格子における値を観測データで置き換える。直接内挿を用いた場合、内挿を行った格子と隣接格子との間で値が不連続となるため、支配方程式が満たされない、物理的な不自然な分布が与えられるという問題点がある。この問題を緩和するため、観測データで直接に置き換えるのではなく、ニュートン緩和法などを用いて数値シミュレーションによる推定値と観測データの重み付き平均を用いる手法があり、ナッジング法と呼ばれる<sup>[16]</sup>。これにより、内挿を行った格子と隣接格子の間の不連続は緩和されるが、このとき観測データの重みを大きくすると不連続が増加し、小さくすると修正量が小さくなり観測データの影響が抑制される。したがって、ナッジング法においては重み付け係数が重要なパラメータとなるが、重み付け係数の物理的意味は明らかでなく、適切な係数を求めることは困難である。ナッジング法とは異なるアプローチとして、山口らは費用関数法という手法を提案している<sup>[17,18]</sup>。これは、数値シミュレーションによる推定値を観測データによって修正するだけでなく、数値シミュレーションにおける支配方程式の残さをも最小化することで、観測データを用いた修正によって生じる不連続の緩和を行う手法である。費用関数法は、観測データと数値シミュレーションによる推定値の差分、および数値シミュレーションにおける支配方程式の残さからなる関数（費用関数）を定義し、これを最小化するように修正を行う。ナッジング法と費用関数法は直接内挿の欠点を補うための工夫を取り入れた手法であるが、これらの手法を用いても、特に観測データが空間的に偏って与えられる場合、その修正が空間的に偏って与えられ、領域全体としては修正が不十分になってしまうという欠点がある。

別の手法として、かつて気象庁における客観解析データの作成に使用されていた最適内挿法がある。これは、数値シミュレーションによる推定値と観測データの含む誤差の統計情報を考慮して、観測データを数値シミュレーション結果に内挿する手法である<sup>[19]</sup>。最適内挿法は、観測データの重みを統計情報により客観的に定義できる点、観測データの誤差やばらつきといったものを評価できる点で優れているが、内挿を施した格子とその隣接格子との間での不連続を緩和する効果はない。

以上の手法は、観測データが広い範囲で得られる場合には有効であり、また処理が比較的単純であるため、計算資源が限られている場合にも有効である。しかし、修正が観測データ

近傍に偏る傾向があるため、推定精度は後に説明する手法群と比べると劣る。

### (b) 現象の支配方程式を用いて観測データを同化する手法

観測データを単に数値シミュレーションによる推定値に内挿するのではなく、ナビエ・ストークス方程式や各種の保存則を満足するようにデータ同化を行う手法群がある。これらの手法群の基本的なアイデアは、ある時刻にある地点で観測された値は、その時刻の直前や直後における、その地点の周辺の値についても情報を持っているというものである。例えば、ある時刻にある地点において高い濃度が観測された場合、その前の時刻ではその地点の少し風上側に高い濃度が現れていた可能性が高い。

このアイデアに基づいたデータ同化法は、観測データをデータの存在する点のみならず、その周辺の修正にも利用できるという点で(a)の手法よりも有利である。一方、支配方程式中の移流項の係数には速度場が含まれるため、速度場の推定精度や数値シミュレーションのモデル誤差の影響を受けるという欠点がある。この利点と欠点の比較について、取得できる観測データが限られ、また比較的モデル誤差の小さい室内環境の推定においては、欠点よりも利点が勝ると考えられる。

(b)の手法群における比較的簡単な手法として、観測された汚染物質濃度データの後方流跡線解析により、汚染物質の発生源を推定する手法がある<sup>[20]</sup>。後方流跡線解析は、通常移流の影響しか考慮されないため、拡散の影響が大きい場では、推定の精度が低下する。また、発生源が流跡線上のどの地点にあるのかを決定することが困難である。

Wang らは、流れ場が定常で既知である場合には対象領域のある点に汚染物質発生源が置かれたときの濃度分布が一意に決まることを利用し、対象領域内の数点における濃度を観測することで、汚染物質点源の位置が推定する手法を提案している<sup>[21]</sup>。Sasamoto らは、同様のアイデアを用いて室内の熱源の影響を推定する手法を開発、提案している<sup>[14]</sup>。これらの手法は、事前に流れ場における各店の寄与度を計算しておくため、観測データから放出源・熱源推定を行う際の計算量が小さいという利点を持つが、放出源・熱源の候補が増加すると計算量が指数関数的に増加する点、定常流れ場にしか適用できない点、放出源・熱源の推定しかできない点など、適用対象に大きな制約が存在する。

また、ベイズ推定など確率統計的な手法を用いて汚染物質の放出源を行う手法も提案されている<sup>[22,23]</sup>が、いずれの手法も多量の観測データが利用できることを前提としており、本研究が想定する室内環境の把握上の問題を解決するための手法としては適さない。

現在気象庁では、前述の最適内挿法に代わって 4 次元変分法と呼ばれる手法が利用されている<sup>[5]</sup>。4 次元変分法は以下の手順でデータ同化を行う。まず、数値シミュレーションによる推定値と観測データの間のずれの大きさを定義する評価関数を作成する。次に、数値シミュレーションを行い、観測データが存在する時刻、座標における推定値と観測値の間のずれから評価関数を求める。その後、数値シミュレーションを逆向きに行い、評価関数を小さくするために必要な修正を模索する。4 次元変分法を用いたデータ同化法にはその評価関数

の定義方法や、数値シミュレーションを逆向きに行う際の方法によって幾つかのバリエーションが存在する。例えば、Le Dimet と Talagrand による adjoint 法などでは、評価関数は計算値と観測値の二乗和で定義される<sup>[6]</sup>。また、Zhang と Chen は quasi-reversibility 法 (QR 法) という手法を提案しており、QR 法はタイムステップを負にすることで数値シミュレーションを逆向きに解くが、その際に拡散項を安定化項と呼ばれる項で置き換えることで計算を安定化させている。またそれに加え、QR 法の安定化項は計算負荷が大きいため、時間方向でなく流れ場を逆転させる pseudo-reversibility 法 (PR 法) という手法も提案している<sup>[24]</sup>。Derber が開発した連続的データ同化法 (Variational Continuous Assimilation method: VCA 法) も、4 次元変分法により観測データの同化を行う<sup>[7]</sup>。連続的データ同化法では、評価関数の定義として adjoint 法と同じ推定値と観測値のずれの二乗和を用いる。一方、adjoint 法が評価関数を最小化する初期場を推定するのに対し、連続的データ同化法は評価関数を最小化するような修正項を支配方程式に付加する。

4 次元変分法において、adjoint 法は初期場の推定を目的としているため、非定常場を含む室内環境の推定を目的とする本研究が用いるには適さない。QR 法、PR 法も、その適用対象が放出源推定に限られるため、本研究が用いるには適さない。連続的データ同化法は、シミュレーションモデルに対して修正を与える手法であり、適用対象の制約が少ないという利点がある一方で、計算コストが高いという欠点もある。本研究では、計算コストについては今後の計算機性能の向上等の要因により解決されうると考え、適用対象の広さに着目して連続的データ同化法を採用することとした。

また、2.4 節で詳述するように、本研究では Derber の開発した連続的データ同化法における修正項について考察を加え、室内環境の推定のような問題設定下においては、修正項の物理的意味を考察し、同手法の適用時にその物理的意味を反映した制約条件を課すことにより、推定精度の向上が期待できると考えた、本研究が加えた修正の有効性については、4 章で確認している。

### 1.3 本研究の目的

ここまで述べてきたように、本研究は、現在の室内環境の把握、制御手法は室内環境を高精度に把握、管理するというニーズに十分にこたえられていないという状況を背景に、観測データを利用することで数値シミュレーションの精度を向上させるデータ同化法という手法を用いて室内環境をより高精度に把握する手法を開発し、高精度かつ効率的な室内環境制御に役立てることを目的としている。この目的を達成するため、本研究では適用範囲が広く、数値シミュレーションモデルに修正を加えることのできる連続的データ同化法を用いる。

連続的データ同化法の有効性を検証するため、室内に未知の汚染物質が発生した場合を対象とし、連続的データ同化法を用いて室内の濃度分布を推定し、また放出源の位置と強度を推定する数値実験を行う。また、連続的データ同化法をより効果的に適用するために有効

## 第1章 緒論

な観測データの取得位置について検討、推定精度を向上させるための制約条件の付加についての検討を行う。

### 1.4 本論文の構成

本論文は、室内環境の把握手法として、観測データを用いて数値シミュレーションの支配方程式に修正を加えることで、より精度の高い室内環境の推定を行う手法の開発に関する基礎的研究を主題としており、推定手法として提案する連続的データ同化法の手法自体の評価、および室内濃度場の推定、室内汚染物質の放出源推定への適用結果を主とした全5章により構成されている。

第1章では、室内環境の把握、把握手法の現状と課題を述べ、特に把握手法としてのデータ同化法に注目し、既往の手法の概略と特徴を検討することにより本研究で扱う連続的データ同化法の特徴を示し、本研究の目的と意義を明らかにした。

第2章では、連続的データ同化法の支配方程式や適用方法について詳述する。

第3、4章では、室内環境の推定のために連続的データ同化法を用いることの有効性を検証するため、室内に未知の汚染物質が存在する場合について、その濃度分布を推定する数値実験を行った。

第5章では、以上の各章で得られた結果を総括し、今後の課題を述べている。

## 第2章 連続的データ同化法

### 2.1 はじめに

本研究で用いる連続的データ同化法は、Derber<sup>[7]</sup>が開発したものに、筆者らが修正を加えたものである。同手法は4次元同化法の1種であり、観測データとCFDシミュレーションにより推定された誤差により定義される評価関数を最小化するようにCFDシミュレーションの支配方程式に修正項を付加する。

以下では、連続的データ同化法の基本式を示し、修正項の求め方を説明する。その後、同手法に対して本研究が加えた修正について説明する。

### 2.2 連続的データ同化法の基本式

#### 2.2.1 評価関数

連続的データ同化法の評価関数  $I$  は、式(2.1)のように定義される。

$$I = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \left\{ (\Psi_{cal}^p - \Psi_{obs}^p)^T (\Psi_{cal}^p - \Psi_{obs}^p) \right\} \quad (2.1)$$

ここで、 $P$  は観測回数（観測データの存在する時間ステップの数）であり、 $\Psi_{cal}^p$ 、 $\Psi_{obs}^p$  はそれぞれ時刻  $t_p$  における、CFDシミュレーションにより得られた計算値ベクトル、観測により得られた観測値ベクトルである。 $()^T$  はベクトルまたは行列の転置を意味する。計算値ベクトルとは、各計算格子における風速の  $x, y, z$  方向成分、温度、化学物質濃度などの変数を並べてベクトルの形で表現したものである。観測値ベクトルとは、観測値を同様の形式で表したものである。

式(2.1)にあるように、連続的データ同化法の評価関数は、計算値と観測値の二乗和を用いて定義される。したがって、評価関数が小さいほど、計算値は観測値をよく再現していると言える。

なお、計算値ベクトルはその時刻におけるすべての計算格子における変数の値を含む。そのため、観測値ベクトルについてもその時刻におけるすべての計算格子における変数の値を含むべきであるが、当然のことながら、実際には観測値は少数の講師における一部の変数についてのみ、値を持つ。したがって、計算値ベクトルと観測値ベクトルの差分を計算する際には、観測値の存在しない要素についての扱いを定める必要がある。これについては、2.3節で述べる。

#### 2.2.2 数値シミュレーションの支配方程式への修正項の付加

連続的データ同化法は、数値シミュレーションの支配方程式に修正項を付け加えることで数値シミュレーションを修正する。なお、数値シミュレーションの支配方程式は、離散化

## 第2章 連続的データ同化法

され、計算値ベクトルと変換行列という形で表されるものとする。

数値シミュレーションの支配方程式が計算値ベクトルと変換行列を用いて式(2.2)で表れるとき、連続的データ同化法による修正を付加した支配方程式を式(2.3)で表す。

$$\Psi_{cal.}^{n+1} = A^{n+1} \Psi_{cal.}^n \quad (2.2)$$

$$\Psi_{cal.}^{n+1} = A^{n+1} \Psi_{cal.}^n + \lambda^{n+1} \phi \quad (2.3)$$

ここで、 $A^{n+1}$ はある時刻  $t_n$  における計算値ベクトルから、次の時刻  $t_{n+1}$  における計算値ベクトルを求める変換行列である。式(2.3)の右辺第2項が連続的データ同化法による修正項であり、 $\lambda^{n+1}$ は修正の時間分佈を表す行列であり、 $\phi$ は修正の空間分佈を表すベクトルである。

$\lambda$ に関しては、連続的データ同化法を適用する問題に応じて、あらかじめ設定する必要がある。例えば、修正が定常的に加えられるような場合においては、 $\lambda$ は常に単位行列であり、修正が断続的に加えられるような場合においては、 $\lambda$ は時刻によって零行列であったり単位行列であったりする。連続的データ同化法では、評価関数  $J$  を最小化するような修正ベクトル  $\phi$  を求める。

### 2.2.3 観測時刻と計算時刻の関係

連続的データ同化法における、観測データの取得時刻と CFD シミュレーションの計算時刻の関係を図2.1に示す。

CFD シミュレーションの計算期間はすべての観測時刻を含んでいる必要がある。すなわち、計算開始時刻を  $t_0$ 、計算終了時刻を  $t_N$  とすると、観測データの取得時刻  $t_p$  は  $t_0 \leq t_p \leq t_N$  を満たす必要がある。データ同化に用いる観測データは、すべての計算ステップに存在している必要はない。また、観測データが定期的に取得されている必要もなく、ある観測時刻と次の観測時刻のあいだの時間は任意である。ただし、観測データが存在する時刻には、計算値が存在する必要がある。

定義上、すべての観測時刻には計算データが存在するため、計算ステップは観測ステップよりも数が多いか、同数である。したがって、観測時刻  $t_p$  およびその1つ前の観測時刻  $t_{p-1}$  に対し、計算時刻  $t_n$  および  $t_{n-k}$  が存在する。

次節以降では、ある計算ステップ  $t_{n-1}$  から次の計算ステップ  $t_n$  への変換を意味する変換行列を  $A^n$  で、ある観測ステップ  $t_{p-1}$  から次の観測ステップ  $t_p$  への変換を意味する変換行列を  $A^p$  で、それぞれ表すことにする。

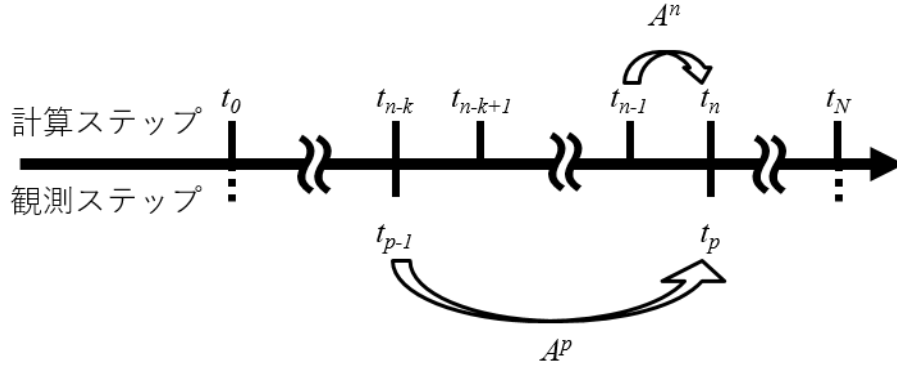


図2.1 計算ステップと観測ステップの関係

#### 2.2.4 評価関数の勾配の導出

評価関数を最小化する修正ベクトルを探索するため、評価関数の修正ベクトルに対する勾配を求める。勾配の導出は以下の手順で行う。

式(2.3)の両辺を修正ベクトル $\phi$ について偏微分することで式(2.4)を得る。

$$\frac{\partial \Psi_{cal.}^{n+1}}{\partial \phi} = \frac{\partial (A^{n+1} \Psi_{cal.}^n)}{\partial \phi} + \lambda^{n+1} \quad (2.4)$$

変換行列  $A$  を修正ベクトル $\phi$ について線形化することで式(2.5)を得る。

$$\frac{\partial (A^{n+1} \Psi_{cal.}^n)}{\partial \phi} = B^{n+1} \frac{\partial (\Psi_{cal.}^n)}{\partial \phi} \quad (2.5)$$

式(2.5)を式(2.4)に代入することで式(2.6)を得る。

$$\frac{\partial \Psi_{cal.}^{n+1}}{\partial \phi} = B^{n+1} \frac{\partial \Psi_{cal.}^n}{\partial \phi} + \lambda^{n+1} \quad (2.6)$$

観測ステップについても同様のことを行うことで、式(2.7)～式(2.10)を得る。

$$\Psi_{cal.}^{p+1} = A^{p+1} \Psi_{cal.}^p + \lambda^{p+1} \phi \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \Psi_{cal.}^{p+1}}{\partial \phi} = \frac{\partial (A^{p+1} \Psi_{cal.}^p)}{\partial \phi} + \lambda^{p+1} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial (A^{p+1} \Psi_{cal.}^p)}{\partial \phi} = B^{p+1} \frac{\partial (\Psi_{cal.}^p)}{\partial \phi} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \Psi_{cal.}^{p+1}}{\partial \phi} = B^{p+1} \frac{\partial \Psi_{cal.}^p}{\partial \phi} + \lambda^{p+1} \quad (2.10)$$

ここで、図 2.1 に示したように  $t_p = t_n$ 、および  $t_{p-1} = t_{n-k}$  とすると、式(2.11)を得る。

$$\Psi_{cal.}^p = \Psi_{cal.}^n, \Psi_{cal.}^{p-1} = \Psi_{cal.}^{n-k} \quad (2.11)$$

式(2.5)を漸化的に展開すると、式(2.12)を得る。



$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Psi_{cal.}^n}{\partial \phi} &= B^n \frac{\partial \Psi_{cal.}^{n-1}}{\partial \phi} + \lambda^n \\
&= B^n \left( B^{n-1} \frac{\partial \Psi_{cal.}^{n-2}}{\partial \phi} + \lambda^{n-1} \right) + \lambda^n \\
&= B^n \left( B^{n-1} \left( B^{n-2} \frac{\partial \Psi_{cal.}^{n-3}}{\partial \phi} + \lambda^{n-2} \right) + \lambda^{n-1} \right) + \lambda^n \\
&= B^n \left( B^{n-1} \left( \dots \left( B^{n-k+2} \left( B^{n-k+1} \frac{\partial \Psi_{cal.}^{n-k}}{\partial \phi} + \lambda^{n-k+1} \right) + \lambda^{n-k+2} \right) \dots \right) + \lambda^{n-1} \right) + \lambda^n \\
&= B^n B^{n-1} \dots B^{n-k+2} B^{n-k+1} \frac{\partial \Psi_{cal.}^{n-k}}{\partial \phi} + B^n B^{n-1} \dots B^{n-k+2} \lambda^{n-k+1} + \dots + B^n \lambda^{n-1} + \lambda^n
\end{aligned} \tag{2.12}$$

式(2.10)、式(2.11)、式(2.12)より、式(2.13)を得る。

$$\begin{cases} B^p = B^n B^{n-1} \dots B^{n-k+1} \\ \lambda^p = B^n B^{n-1} \dots B^{n-k+2} \lambda^{n-k+1} + B^n B^{n-1} \dots B^{n-k+3} \lambda^{n-k+2} + \dots + B^n \lambda^{n-1} + \lambda^n \end{cases} \tag{2.13}$$

また、式(2.12)をさらに展開することで、式(2.14)を得る。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Psi_{cal.}^n}{\partial \phi} &= B^n \frac{\partial \Psi_{cal.}^{n-1}}{\partial \phi} + \lambda^n \\
&= B^n \left( B^{n-1} \frac{\partial \Psi_{cal.}^{n-2}}{\partial \phi} + \lambda^{n-1} \right) + \lambda^n \\
&= B^n \left( B^{n-1} \left( B^{n-2} \frac{\partial \Psi_{cal.}^{n-3}}{\partial \phi} + \lambda^{n-2} \right) + \lambda^{n-1} \right) + \lambda^n \\
&= B^n \left( B^{n-1} \left( \dots \left( B^3 \left( B^2 \frac{\partial \Psi_{cal.}^1}{\partial \phi} + \lambda^2 \right) + \lambda^3 \right) \dots \right) + \lambda^{n-1} \right) + \lambda^n \\
&= B^n B^{n-1} \dots B^2 B^1 \frac{\partial \Psi_{cal.}^0}{\partial \phi} + B^n B^{n-1} \dots B^2 \lambda^1 + \dots + B^n \lambda^{n-1} + \lambda^n
\end{aligned} \tag{2.14}$$

ここで、計算の初期値 $\Psi_{cal.}^0$ は修正を受けないため、 $\partial \Psi_{cal.}^0 / \partial \phi = 0$ であり、したがって式(2.14)の右辺第1項は0である。よって式(2.15)を得る。

$$\frac{\partial \Psi_{cal.}^n}{\partial \phi} = B^n B^{n-1} \dots B^2 \lambda^1 + \dots + B^n \lambda^{n-1} + \lambda^n \tag{2.15}$$

ところで、式(2.1)を修正ベクトル $\phi$ について偏微分することで式(2.16)を得る。

$$\frac{\partial I}{\partial \phi} = \sum_{p=1}^P \left\{ \left( \frac{\partial \Psi_{cal.}^p}{\partial \phi} \right)^T (\Psi_{cal.}^p - \Psi_{obs.}^p) \right\} \tag{2.16}$$

式(2.16)に式(2.11)、式(2.15)を代入することで式(2.17)を得る。

$$\begin{aligned}\frac{\partial I}{\partial \phi} &= \sum_{p=1}^P \left\{ \left( B^n B^{n-1} \cdots B^2 \lambda^1 + \cdots + B^n \lambda^{n-1} + \lambda^n \right)^T \left( \Psi_{cal.}^p - \Psi_{obs.}^p \right) \right\} \\ &= \sum_{n=2}^N \left\{ \left( B^n \cdots B^2 \lambda^1 + \cdots + B^n \lambda^{n-1} + \lambda^n \right)^T \delta_n \left( \Psi_{cal.}^n - \Psi_{obs.}^n \right) \right\} + \left( \lambda^1 \right)^T \delta_1 \left( \Psi_{cal.}^1 - \Psi_{obs.}^1 \right)\end{aligned}\quad (2.17)$$

ここで、 $\delta_n$  は観測データが存在するときに 1、存在しないときに 0 を取る変数であり、式(2.18)で表される。

$$\delta_n = \begin{cases} 1 & \text{if } t_n = t_p \\ 0 & \text{if } t_n \neq t_p \end{cases}\quad (2.18)$$

式(2.17)により評価関数の勾配を求めることができる。しかし、式(2.17)は計算量が多く、これを直接解くことは困難である。そこで、次節に示す変形を行う。

### 2.2.5 adjoint 変数の導入

ここで、式(2.19)で定義される adjoint 変数 $\xi$ を考える。adjoint 変数は計算最終ステップ  $t_N$  から時間を遡る向きに漸化的に定義される。

$$\begin{cases} \xi^N = \delta_N \left( \Psi_{cal.}^N - \Psi_{obs.}^N \right) \\ \xi^n = \left( B^{n+1} \right)^T \xi^{n+1} + \delta_n \left( \Psi_{cal.}^n - \Psi_{obs.}^n \right) \end{cases}\quad (2.19)$$

式(2.19)を変形して式(2.20)を得る。

$$\begin{cases} \delta_N \left( \Psi_{cal.}^N - \Psi_{obs.}^N \right) = \xi^N \\ \delta_n \left( \Psi_{cal.}^n - \Psi_{obs.}^n \right) = \xi^n - \left( B^{n+1} \right)^T \xi^{n+1} \end{cases}\quad (2.20)$$

式(2.20)を式(2.17)に代入して式(2.21)を得る。

$$\begin{aligned}\frac{\partial I}{\partial \phi} &= \left( B^N \cdots B^2 \lambda^1 + \cdots + B^N \lambda^{N-1} + \lambda^N \right)^T \delta_N \left( \Psi_{cal.}^N - \Psi_{obs.}^N \right) \\ &\quad + \sum_{n=2}^{N-1} \left\{ \left( B^n \cdots B^2 \lambda^1 + \cdots + B^n \lambda^{n-1} + \lambda^n \right)^T \delta_n \left( \Psi_{cal.}^n - \Psi_{obs.}^n \right) \right\} \\ &\quad + \left( \lambda^1 \right)^T \delta_1 \left( \Psi_{cal.}^1 - \Psi_{obs.}^1 \right) \\ &= \left( B^N \cdots B^2 \lambda^1 + \cdots + B^N \lambda^{N-1} + \lambda^N \right)^T \xi^N \\ &\quad + \sum_{n=2}^{N-1} \left\{ \left( B^n \cdots B^2 \lambda^1 + \cdots + B^n \lambda^{n-1} + \lambda^n \right)^T \left( \xi^n - \left( B^{n+1} \right)^T \xi^{n+1} \right) \right\} \\ &\quad + \left( \lambda^1 \right)^T \left( \xi^1 - \left( B^2 \right)^T \xi^2 \right) \\ &= \sum_{n=2}^N \left\{ \left( B^n \cdots B^2 \lambda^1 + \cdots + B^n \lambda^{n-1} + \lambda^n \right)^T \xi^n \right\} \\ &\quad - \sum_{n=2}^{N-1} \left\{ \left( B^{n+1} \cdots B^2 \lambda^1 + \cdots + B^{n+1} B^n \lambda^{n-1} + B^{n+1} \lambda^n \right)^T \xi^{n+1} \right\} \\ &\quad + \left( \lambda^1 \right)^T \left( \xi^1 - \left( B^2 \right)^T \xi^2 \right)\end{aligned}\quad (2.21)$$

ここで、 $f(n), g(n)$ を以下のように置く。

$$\begin{aligned} f(n) &= (B^n \cdots B^2 \lambda^1 + \cdots + B^n \lambda^{n-1} + \lambda^n)^T \xi^n \\ g(n) &= (B^{n+1} \cdots B^2 \lambda^1 + \cdots + B^{n+1} B^n \lambda^{n-1} + B^{n+1} \lambda^n)^T \xi^{n+1} \end{aligned} \quad (2.22)$$

式(2.22)を用いて式(2.21)を書き直すと、式(2.23)を得る。

$$\frac{\partial I}{\partial \phi} = \sum_{n=2}^N f(n) - \sum_{n=2}^{N-1} g(n) + (\lambda^1)^T (\xi^1 - (B^2)^T \xi^2) \quad (2.23)$$

式(2.22)を変形すると式(2.24)を得る。

$$\begin{aligned} \begin{cases} f(n) = (B^n \cdots B^2 \lambda^1 + \cdots + B^n \lambda^{n-1} + \lambda^n)^T \xi^n \\ g(n-1) = (B^n \cdots B^2 \lambda^1 + \cdots + B^n B^{n-1} \lambda^{n-2} + B^n \lambda^{n-1})^T \xi^n \end{cases} \\ \Leftrightarrow f(n) - g(n-1) = (\lambda^n)^T \xi^n \end{aligned} \quad (2.24)$$

式(2.24)を用いて式(2.23)を書き直すと、式(2.25)を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial \phi} &= \sum_{n=2}^N f(n) - \sum_{n=2}^{N-1} g(n) + (\lambda^1)^T (\xi^1 - (B^2)^T \xi^2) \\ &= \sum_{n=3}^N f(n) + f(2) - \sum_{n=3}^N g(n-1) + (\lambda^1)^T \xi^1 - (\lambda^1)^T (B^2)^T \xi^2 \\ &= \sum_{n=3}^N (f(n) - g(n-1)) + f(2) - g(1) + (\lambda^1)^T \xi^1 \\ &= \sum_{n=1}^N ((\lambda^n)^T \xi^n) \end{aligned} \quad (2.25)$$

式(2.25)により、評価関数の勾配をより効率的に求めることができる。式(2.17)を直接解くためには行列の積を繰り返し求める必要があり、多くの記憶容量が必要であったが、式(2.25)を解く場合、計算最終ステップから時間を遡りながら計算することで、式(2.17)を解く場合に比べ大幅に計算量を削減することができる。

ところで、adjoint 変数の定義式（式(2.19)）において、線形化された変換行列  $B$  が転置されていることに注意する必要がある。変換行列は、計算値ベクトルにおけるある要素が別の要素に与える影響を定義している。変換行列が転置されたとき、ある要素  $e_1$  が別の要素  $e_2$  に与える影響は、 $e_2$  が  $e_1$  に与える影響と入れ替わる。これは、影響関係が逆転するような効果を持つ。変換行列は adjoint 変数の輸送を定義し、adjoint 変数の生成消滅項にあたるものが計算値ベクトルと観測値ベクトルの差分であること、adjoint 変数が計算最終ステップから遡及的に定義されていることを踏まえると、adjoint 変数の定義式は、計算値と観測値の差分を、流れ場を遡る向きに輸送する輸送方程式であると見なすことができる。以上の考察から、連続的データ同化法は逆解析的性質を持つと考えられる。

## 2.2.6 繰り返し計算

連続的データ同化法は、評価関数の修正ベクトルに対する勾配を求めることでその最小

値を探索する手法である。修正ベクトルに対する勾配から修正ベクトルの最適化を行う手法には、最急降下法、共役勾配法などいくつかの手法が存在するが、本研究では適用が容易な最急降下法を用いた。最急降下法の式を式(2.25)で定義する。

$$\phi^{m+1} = \phi^m - \alpha^m \frac{\partial I}{\partial \phi} \Big|_{\phi=\phi^m} \quad (2.26)$$

ここで、 $m$  は繰り返し計算回数であり、 $\alpha^m$  は  $m$  回目の繰り返し計算におけるステップ幅である。

最急降下法のステップ幅 $\alpha$ の大きさは繰り返し計算の収束の程度に大きな影響を持つ。一般に、ステップ幅が大きいと収束は早くなるが、大きすぎると繰り返し計算の振動や発散の原因となる。ステップ幅が小さいと繰り返し計算の安定性は増すが、収束は遅くなる。したがって、計算の安定性を確保したうえで最大限の収束速度を与えるステップ幅を用いるのが適切であるが、適切なステップ幅の大きさは対象とする問題によって変わるため、一意に定めるのは難しい。現実的なステップ幅の決定方法としては、ステップ幅の初期値を変更していくつか繰り返し計算を行い、よく収束するものを用いるという方法がある。

繰り返し計算が発散しないステップ幅の初期値が求められた場合、評価関数の変化速度を元にステップ幅を調整することで、繰り返し計算の収束を加速させることができる。

修正ベクトル $\phi^m$ を用いて修正された CFD シミュレーション結果の評価関数を  $I^m$  と表す とすると、式(2.26)を用いてステップ幅を調節することができる。

$$\alpha^{m+1} = \begin{cases} \alpha^m & \text{if } I^m \leq \beta \times I^{m-1} \\ a_{inc.} \times \alpha^m & \text{if } \beta \times I^{m-1} < I^m \leq I^{m-1} \\ a_{dec.} \times \alpha^m & \text{if } I^{m-1} < I^m \end{cases} \quad (2.27)$$

ここで、 $a_{inc.}$ 、 $a_{dec.}$  はステップ幅を増加、減少させる係数である。 $\beta$  はステップあたりの評価関数の変化幅を評価する係数である。

式(2.26)は評価関数の減少が穏やかである場合はステップ幅を増大させることで収束を加速し、評価関数が増大した場合にはステップ幅を減少させることで繰り返し計算の振動や発散を緩和している。 $a_{inc.}$  は 1 より大きい値を、 $a_{dec.}$  と  $\beta$  は 0 から 1 までの値をとるが、具体的にどのような値を入れれば良いかは問題に依存する。本研究では、それぞれ 1.1 程度、0.5 程度、0.95 程度とした。これは、収束を加速することよりも計算の安定性を確保することを重視した結果であり、ステップ幅は増加しにくく、減少しやすくなっている。

## 2.2.7 基本式のまとめ

連続的データ同化法の適用に際して必要な式を以下に再掲する。

$$I = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \left\{ \left( \Psi_{cal.}^p - \Psi_{obs.}^p \right)^T \left( \Psi_{cal.}^p - \Psi_{obs.}^p \right) \right\} \quad (2.1)$$

$$\Psi_{cal.}^{n+1} = A^{n+1} \Psi_{cal.}^n + \lambda^{n+1} \phi \quad (2.3)$$

$$\phi^{m+1} = \phi^m - \alpha^m \frac{\partial I}{\partial \phi} \Big|_{\phi=\phi^m} \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial I}{\partial \phi} = \sum_{n=1}^N \left( \left( \lambda^n \right)^T \xi^n \right) \quad (2.25)$$

$$\begin{cases} \xi^N = \delta_N \left( \Psi_{cal.}^N - \Psi_{obs.}^N \right) \\ \xi^n = \left( B^{n+1} \right)^T \xi^{n+1} + \delta_n \left( \Psi_{cal.}^n - \Psi_{obs.}^n \right) \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial \left( A^{n+1} \Psi_{cal.}^n \right)}{\partial \phi} = B^{n+1} \frac{\partial \left( \Psi_{cal.}^n \right)}{\partial \phi} \quad (2.5)$$

$$\delta_n = \begin{cases} 1 & \text{if } t_n = t_p \\ 0 & \text{if } t_n \neq t_p \end{cases} \quad (2.18)$$

式(2.1)は評価関数の定義式であり、式 (2.3) は数値シミュレーションの修正方法を定義する式である。式 (2.26) は修正ベクトルを更新する式であり、式 (2.25)、(2.19)、(2.5)、(2.18) は評価関数の勾配の算出に用いる式である。

## 2.2.8 連続的データ同化法の適用プロセス

連続的データ同化法の適用プロセスを図 2.2 に示す。

同手法の適用には、観測データと数値シミュレーションモデルが必要である。はじめに数値シミュレーションモデルから推定値の初期値を作成し、式(2.1)により評価関数を算出する。算出された評価関数が十分に小さくない場合、式(2.25)、式 (2.19)、式(2.5)、式(2.18)を用いて修正ベクトルを更新し、更新した修正項を用いて数値シミュレーションモデルを修正する。修正したモデルを用いて改めて推定値を作成し、これを用いて評価関数を更新する。以下、評価関数が十分に小さくなるまで、この操作を繰り返す。評価関数が十分に小さくなった時点で推定値と修正項を出力し、計算を終了する。

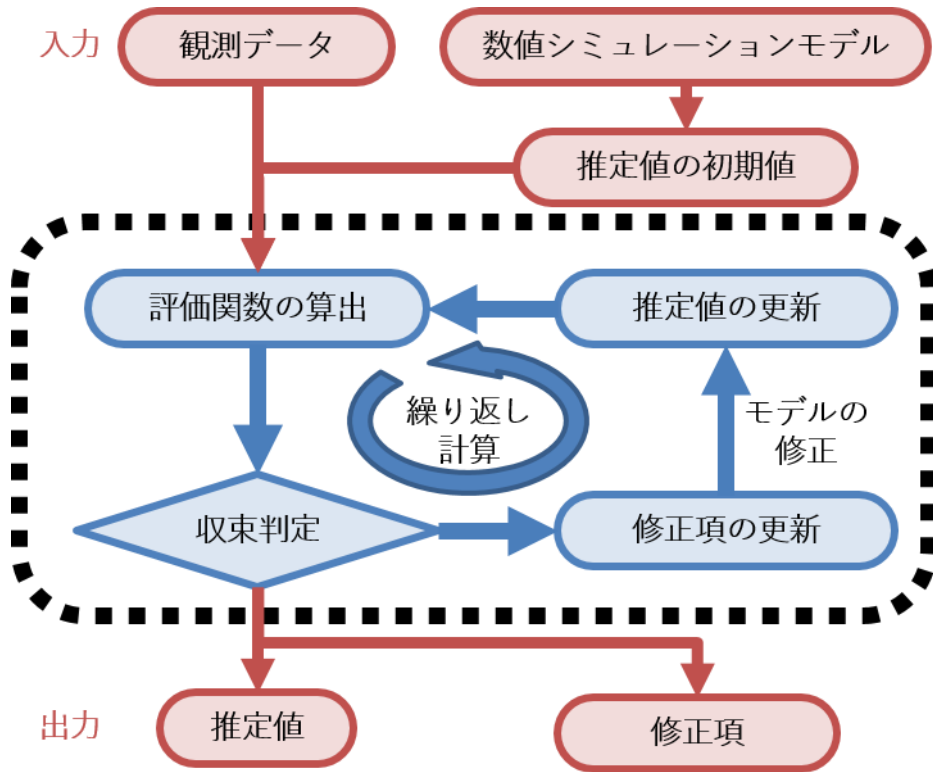


図2.2 連続的データ同化法の適用プロセス

### 2.3 欠測値の取り扱い

2.2 節では、観測値ベクトル  $\Psi_{obs}^p$  のすべての成分に値が入っているように扱った。しかし、データ同化法に用いる観測データは、限られた時刻、限られた位置についてのみ取得されたものであるため、観測値ベクトル  $\Psi_{obs}^p$  は値の入っていない成分を持つ。本節では、そのような成分の取り扱いについて述べる。

連続的データ同化法の基本式において、観測値ベクトルは、計算値ベクトルとの差分を求めるためだけに使用される。観測値の存在する時刻、位置では観測値と計算値の差分を求め、観測値の存在しない時刻、位置については差分が 0 であるとみなすことにすると、計算値ベクトルと観測値ベクトルの差分を求める項は式(2.28)のように書き表せる。

$$\delta_n^* (\Psi_{cal}^n - \Psi_{obs}^n) \quad (2.28)$$

ここで、 $\delta_n^*$  は対角行列であり、対角成分のうち、観測値が存在する成分については 1、存在しない成分については 0 を持つ。

式(2.28)を用いて 2.2.7 節の各式を書き直すと、以下の式を得る。

$$I = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \left\{ \delta_n^* (\Psi_{cal}^p - \Psi_{obs}^p) \right\}^T \delta_n^* (\Psi_{cal}^p - \Psi_{obs}^p) \quad (2.1)$$

$$\Psi_{cal}^{n+1} = A^{n+1} \Psi_{cal}^n + \lambda^{n+1} \phi \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial I}{\partial \phi} = \sum_{n=1}^N \left( (\lambda^n)^T \xi^n \right) \quad (2.25)$$

$$\begin{cases} \xi^N = \delta_N \delta_N^* (\Psi_{cal.}^N - \Psi_{obs.}^N) \\ \xi^n = (B^{n+1})^T \xi^{n+1} + \delta_n \delta_n^* (\Psi_{cal.}^n - \Psi_{obs.}^n) \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial (A^{n+1} \Psi_{cal.}^n)}{\partial \phi} = B^{n+1} \frac{\partial (\Psi_{cal.}^n)}{\partial \phi} \quad (2.5)$$

$$\delta_n = \begin{cases} 1 & \text{if } t_n = t_p \\ 0 & \text{if } t_n \neq t_p \end{cases} \quad (2.18)$$

これらの式を用いることで、欠測値を取り扱うことができる。

## 2.4 修正項についての考察

2.3 節までは、本研究で用いる連続的データ同化法のうち、Derber の開発した部分について説明を行った。以下では、本研究が新たに加えた修正について述べる。

Derber は、気象分野におけるデータ同化法として連続的データ同化法を提案している。当時の気象分野の数値シミュレーションには、気象場の推定に用いられるモデルの含む誤差に加え、数値シミュレーションの初期条件の誤差、境界条件の誤差、計算格子の解像度の不足による誤差など、無数の誤差が含まれていた。連続的データ同化法が支配方程式に付加する修正項は、それらの誤差を打ち消す働きをするものであるが、修正項が打ち消しているのが、前述した無数の誤差のいずれであるのかを特定することはできなかった。したがって、修正項についても、修正項の値が何を意味するのかということについて考察することができなかった。他方、本研究では、室内環境の推定のために同手法を用いている。そのため、Derber の研究と比較して、数値シミュレーションの誤差として考えられる要因は少なく、問題によっては誤差の原因は特定されていると見なされる。そのような状況においては、連続的データ同化法の修正項が具体的にどのような誤差に対応しているのかを考察することができ、またそうした考察を行うことで修正項についてより深く理解することができる。

1.1.2 節で述べたように、観測データ、数値シミュレーションによる計算値は、いずれも真の値に対して誤差を持っていると考えられる。観測データには観測誤差が、計算値には現象のモデル化に伴う誤差に加え、対象領域のモデル化に伴う誤差が含まれる。連続的データ同化法は数値シミュレーションのみを修正するから、観測誤差の影響は考慮されず、観測データと計算値の間の差分は計算値の誤差によるものとみなされる。

例えば、室内環境におけるデータ同化法の適用においては、しばしば放出源推定や熱源推定が目的とされる。そこで、放出源推定を行うような状況を想定してみると、放出源推定において、室内の流れ場などの情報は十分に高い精度で推定されていると見なされることが多い<sup>[12,13,14,21,25]</sup>。このとき、数値シミュレーションの誤差は、専ら未知の放出源の影響によ

って発生していると見なされる。そのような問題設定下においては、連続的データ同化法の修正項は専ら放出源分布を反映していると思なすことができる。したがって、修正項の分布を算出する際に、放出源分布が満たすべき条件を反映した制約条件を課すことができる。

修正項の算出について制約条件の付加することは、計算の自由度を制限することで推定精度や計算効率の向上に資するため、連続的データ同化法の利点である適用対象の広さを損なうことなく、欠点である計算コストの高さを補うことができると考えられる。制約条件の付加による推定精度の向上については、第4章において数値実験により確認している。

#### 2.4.1 観測データと数値シミュレーションによる計算値の差分の分解

連続的データ同化法に用いる観測データと計算値について、真の値を $\Psi_{true}$  観測誤差のベクトルを $E_{obs}$ 、現象のモデル化に伴う誤差のベクトルを $E_{model1}$ 、対象領域のモデル化に伴う誤差のベクトルを $E_{model2}$  とし、観測データ、計算値が式(2.29)のように表せるとする。

$$\begin{cases} \Psi_{obs.} = \Psi_{true} + E_{obs.} \\ \Psi_{cal.} = \Psi_{true} + E_{model1} + E_{model2} \end{cases} \quad (2.29)$$

式(2.29)により、計算値と観測値の差分は式(2.30)のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \Psi_{cal.} - \Psi_{obs.} &= (\Psi_{true} + E_{model1} + E_{model2}) - (\Psi_{true} + E_{obs.}) \\ &= E_{model1} + E_{model2} - E_{obs.} \end{aligned} \quad (2.30)$$

したがって、連続的データ同化法は、評価関数を最小化することで、式(2.29)で表される線形結合された誤差ベクトルの大きさを最小化している。連続的データ同化法の評価関数は線形結合された誤差ベクトルの2乗和により定義されるため、各誤差ベクトルのうち、その大きさ（ユークリッドノルム）が大きいものの影響をより大きく受ける。

線形化された誤差ベクトルの大きさに支配的な影響を与える誤差がなんであるかあらかじめわかっている場合、修正項はその誤差に対応しているものとみなすことができる。なお、ここでは、誤差を観測誤差、現象のモデル化に伴う誤差、対象領域のモデル化に伴う誤差に分離したが、誤差の分離については対象とする問題に応じて適当な分離を行えばよい。

#### 2.4.2 生成消滅項が誤差に支配的影響を持つ場合

例として、生成消滅項が誤差に支配的影響を持つ場合を考える。非定常移流拡散方程式は式(2.31)で表現される。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + U \nabla \cdot (\Psi) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \Psi) + S \quad (2.31)$$

ここで、 $\psi$ は温度や濃度といった物理量、 $U$ は速度ベクトル、 $\Gamma$ は実効拡散係数、 $S$ は物理量の生成消滅項を表す。また、 $\nabla \cdot (\psi)$ は $\psi$ の発散、 $\nabla \psi$ は $\psi$ の勾配を意味する。

式(2.29)を離散化し修正項を付け加えると、式(2.32)を得る。



$$\Psi_{cal.}^{n+1} = A^{n+1} \Psi_{cal.}^n + S + \lambda^{n+1} \phi \quad (2.32)$$

ここで、生成消滅項  $S$  は変換行列  $A$  の対角成分として考慮することもできるが、以降の式変形のため、別の項として考慮している。

式(2.32)において、生成消滅項のみが誤差を持ちうると仮定し、任意の誤差を持つ生成消滅項を  $S_{err}$ 、正しい生成消滅項を  $S_{true}$  とする。生成消滅項が誤差を持つとき、修正項はその誤差を打ち消すような値を取る。生成消滅項が正しいとき、誤差が生じないため修正項は0になる。これを式(2.33)、式(2.34)で表す。

$$\Psi_{cal.}^{n+1} = A^{n+1} \Psi_{cal.}^n + S_{err} + \lambda^{n+1} \phi \quad (2.33)$$

$$\Psi_{cal.}^{n+1} = A^{n+1} \Psi_{cal.}^n + S_{true} \quad (2.34)$$

式(2.32)と式(2.33)を辺々引いて整理すると、式(2.35)を得る。

$$S_{true} = S_{err} + \lambda^{n+1} \phi \quad (2.35)$$

すなわち、真の生成消滅項は、誤差を持つ生成消滅項と修正項の和に等しい。誤差を持つ生成消滅項はどのような値でも良いから、単に0であるとすると、式(2.36)を得る。

$$S_{true} = \lambda^{n+1} \phi \quad (2.36)$$

以上より、誤差の原因が生成消滅項である場合には、修正項を真の生成消滅項であるとみなすことができることが示された。

誤差の原因が別の要因である場合も、同様の変形により、修正項の物理的意味を検討することができる。

#### 2.4.3 修正項の物理的意味を反映した制約条件の追加

修正項の物理的意味が把握できた場合、その物理的条件を用いて、修正項に対して制約条件を課すことができることがある。例えば、修正項が化学物質の生成消滅項であるとみなせる場合、修正項はその化学物質が発生・分解し得る位置にしか分布しない。また、空気中で安定な物質の濃度を考えている場合には、修正項が負値を取らないという制約条件を課すことで、化学物質が分解・吸着されないという条件を課すことができる。

これらの制約条件については、4章で数値実験を用いて検討する。

### 第3章 連続的データ同化法を用いた濃度場推定と放出源推定

本章では、連続的データ同化法の有効性検討のために行った数値実験について述べる。

本研究は、気象分野におけるデータ同化手法として提案された連続的データ同化法を室内環境の推定に用いるものであるため、まず、連続的データ同化法が室内環境の推定に用いる妥当性について数値実験を用いて確認する。

室内環境の推定は、気象場の推定と比較して、数値シミュレーション、観測データの精度が比較的高く、数値シミュレーションモデルの誤差が比較的小さいという特徴を持つ。1.2.2節で述べたように、観測データと輸送方程式を組み合わせるデータ同化を行う手法は、速度場の推定精度がデータ同化の推定精度に影響を持つことが知られているが、室内環境の推定のように速度場が比較的精度よく推定されている場合、データ同化の推定精度、特に観測データの存在する計算格子から空間的に離れた位置における推定精度が向上することが期待できる。したがって、以下の数値実験では、観測データの分布を対象領域の一部に偏在させることで、観測データの持つ情報が空間的に離れた位置の修正にどの程度寄与するかということに注目している。

また、検討の手法として、実環境を対象とした実験などではなく数値実験を行った理由を以下に説明する。連続的データ同化法は、観測データを数値シミュレーションに同化することで数値シミュレーションを修正する手法である。したがって、同手法の有効性の評価は、同手法の適用により、どの程度数値シミュレーション結果が実際の場に近づいたか、という観点から行うことになる。シミュレーション結果と実際の場の相違を評価するためには、実際の場について可能な限り詳細で正確なデータを入手する必要があるが、前述のとおり、そのようなデータを入手することは難しい。数値実験の場合、正解値データを数値シミュレーションで作成するため、この困難は生じない。

加えて、連続的データ同化法による推定値と実際の場の間に差異が見られたとき、その原因として、観測誤差、現象のモデル化に伴う誤差、対象空間のモデル化に伴う誤差、連続的データ同化法自体に起因する誤差のいずれであるのかを切り分けて論じることが難しい。これに関しても、数値実験の場合は、正解値データを用いてデータ同化に用いる観測データを作成するため、連続的データ同化法自体に起因するもの以外の誤差の影響を無視することができる。また、本研究では行っていないが、必要に応じて任意の大きさの観測誤差やモデル誤差を人為的に加えることで、それらの誤差の影響を定量的に評価することもできる。

以上の理由により、本研究では数値実験を用いて連続的データ同化法の有効性の検証を行う。数値実験では、仮想の室内空間を対象とし、室内に未知の汚染物質放出源が生じた場合を想定し、その汚染物質濃度分布と放出源位置、放出強度の推定を行った。

### 3.1 数値実験の方法

#### 3.1.1 数値実験の流れ

数値実験では、以下の手順で行う。

はじめに、通常の数値シミュレーションにより、対象領域における速度分布、濃度分布などのデータを作成する。作成されたデータのことを、「正解値」と呼ぶ。

次に、データ同化に用いる「観測データ」を作成する。「観測データ」は「正解値」の濃度分布から、観測点における濃度を取り出すことによって作成する。したがって、数値実験における「観測データ」は観測誤差を一切含まず、「正解値」を正確に反映する。

同時に、データ同化の対象とする「計算値」を作成する。現象のモデル化に伴う誤差を排除するため、「計算値」には「正解値」の作成に用いたものと同じ数値シミュレーションモデルを使用する。ただし、「計算値」は「正解値」と異なる必要があるため、「正解値」の作成に用いた境界条件から、汚染物質の放出に関するデータを削除したモデルを用いる。

作成した「計算値」に対して、連続的データ同化法を用いて「観測データ」を同化し、数値シミュレーションモデルを修正する。修正により、「計算値」の濃度分布が修正される。修正された濃度分布のことを「(連続的データ同化法による) 推定値」と呼ぶ。

「正解値」と「推定値」を比較することで、連続的データ同化法の適用による推定精度の変化を評価する。

以上のように、数値実験では「正解値」の作成と「計算値」の作成に同様の数値モデルを用いているため、現象のモデル化に伴う誤差は存在しない。また、観測誤差も与えていない。「正解値」と「推定値」の間の誤差は専ら放出源の有無によるものである。

#### 3.1.2 数値実験に用いた数値シミュレーションモデル

数値シミュレーションの支配方程式には、運動方程式、連続の式、物質の輸送方程式を有限体積法により離散化して用いた。離散スキームとして、非定常項には1次精度前進差分、対流項と拡散項にはべき乗側を用いた。また、運動方程式や輸送方程式の拡散係数の決定のため、乱流モデルとして標準  $k-\varepsilon$  法を用いた。

数値シミュレーション、連続的データ同化法の適用に用いる数値シミュレーションツールとして、自作の計算コードを用いた。

シミュレーションモデル、計算条件は各数値実験により細部が異なるため、それらについては各数値実験の節で述べる。

### 3.2 二次元場を対象とした濃度場と放出源位置、強度の推定

1つ目の例として、室内に意図せぬ汚染物質の放出源が発生したケースを想定し、濃度の観測データをもとに汚染物質の濃度場および放出源の分布の推定を行う数値実験を行った。本数値実験の目的は、連続的データ同化法の適用による数値シミュレーションの推定精度の改善が可能であると確認することである。また、連続的データ同化法の適用による推定結

果がどのような特徴を持つのかを評価するため、比較的単純な場を用いて検証を行っている。

本数値実験において、「正解値」と「計算値」のズレの原因は境界条件（汚染物質の放出位置と放出強度）のみであり、観測データと数値シミュレーションモデルに誤差はない。

推定では、速度場と汚染物質が放出された時刻、および少数の観測位置における濃度が既知であると仮定し、放出源の位置、放出強度、室内全体の濃度場を未知であると仮定した。

### 3.2.1 計算条件

本数値実験では、流れ場は定常状態を仮定しているが、濃度場は非定常場になっている。計算のタイムステップは 0.1 秒であり、計算期間は 24 秒間とした。

### 3.2.2 対象領域

図 3.1 に示すように、対象領域は室内を模した 2 次元空間であり、1 組の吹出し口と吸込み口を持つ。室内にはいくつかの障害物があり、室内中央には汚染物質の放出源がある。

「正解値」の作成に用いた境界条件を表 3.1 に示す。

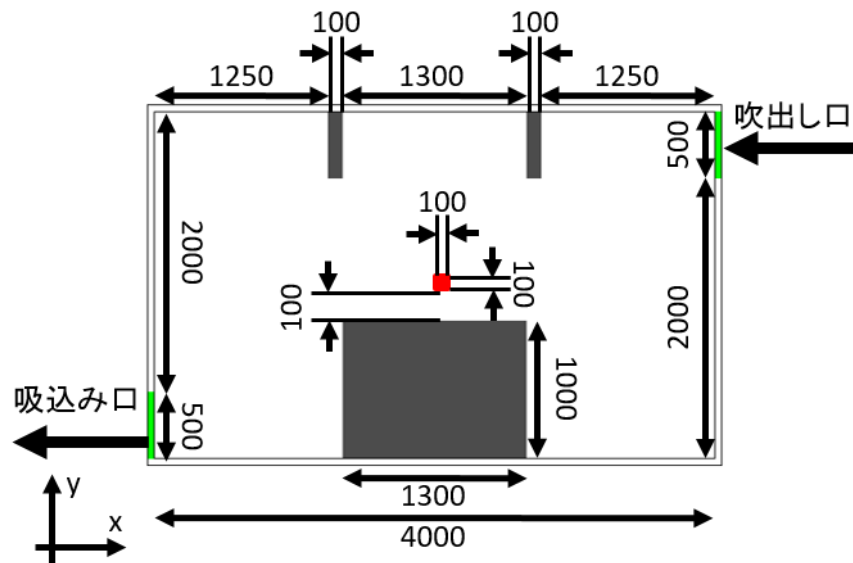


図3-1. 対象領域A

図 3.1 対象領域（図中の数字の単位は mm）

表 3.1 「正解値」数値シミュレーションの境界条件

|      |                                    |
|------|------------------------------------|
| 吹出し口 | 吹出し速度一定 0.5 m/s                    |
|      | 圧力勾配ゼロ                             |
| 吸込み口 | 速度勾配ゼロ                             |
|      | 圧力一定（ゲージ圧ゼロ）                       |
| 放出源  | 放出時間 $t=0$ sより 1 秒間                |
|      | 放出強度 $4.0 \text{ mg/m}^2/\text{s}$ |

### 3.2.3 「正解値」の作成

「正解値」速度分布と濃度分布をそれぞれ図 3.2、図 3.3 に示す。

図 3.2 より、室内には吹出し口から机上を通過し吸込み口へ向かう主流のほか、部屋の右側、上側、机の左下などに渦が形成されているのが見て取れる。主流上では速度が比較的早い対流支配の場となっているが、渦の中心付近では速度が小さく、拡散支配の場となっている。

図 3.3 を見ると、机上で放出された汚染物質は、拡散しつつ主流に沿って対流により風下へと輸送されているのが見て取れる。発生した汚染物質の大部分は対流により吸込み口から室外に排出されるが、拡散により広がった汚染物質の一部は渦に閉じ込められ、室内に留まっている。

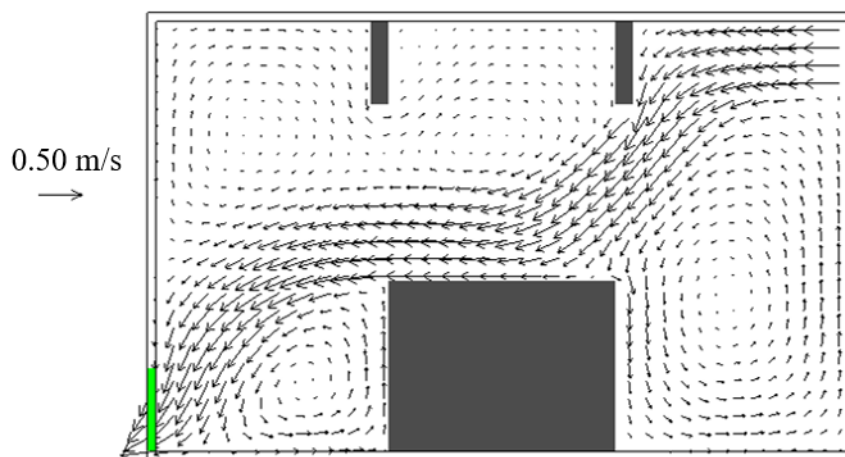


図 3.2 「正解値」速度分布

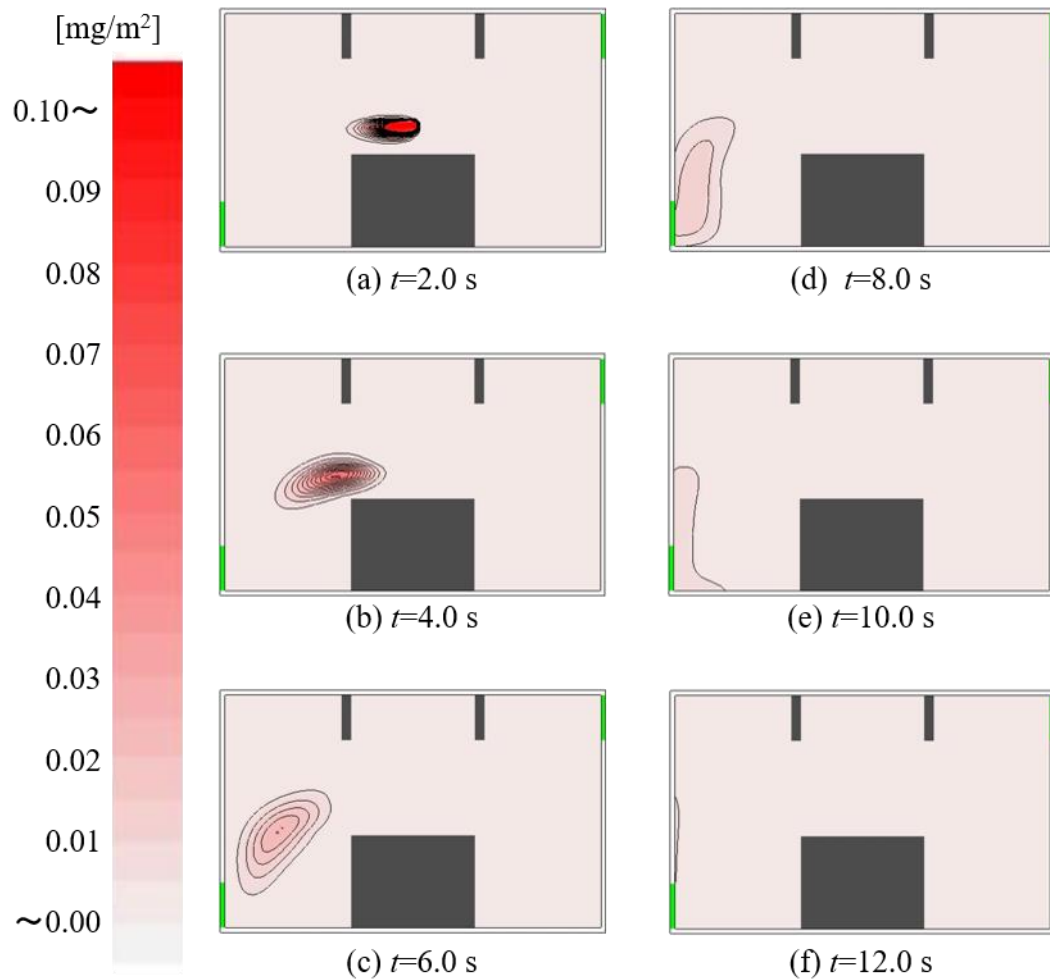


図 3.3 「正解値」濃度分布

### 3.2.4 「観測データ」の作成

連続的データ同化法の適用に用いるため、「正解値」濃度分布の一部を「観測データ」として抜き出す。「観測データ」の取得位置（観測点）には、図 3.4 に示すように吸込み口に隣接する計算格子（10 メッシュ）を用いた。

観測ステップは 1.0 秒であり、計算ステップ（0.1 秒）に対して 10 倍としている。したがって、データ同化に用いられるデータ数は 10 点×24 ステップの 240 要素である。観測された濃度データを図 3.5 に示す。

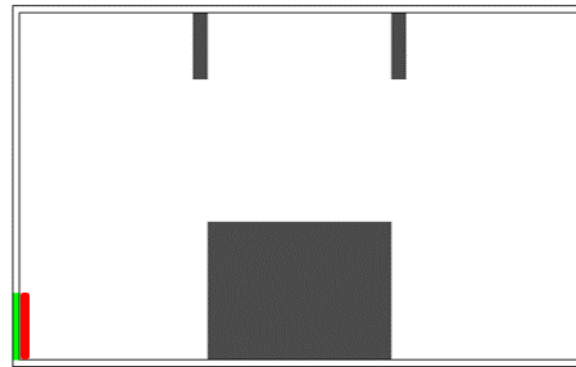


図 3.4 「観測データ」取得位置

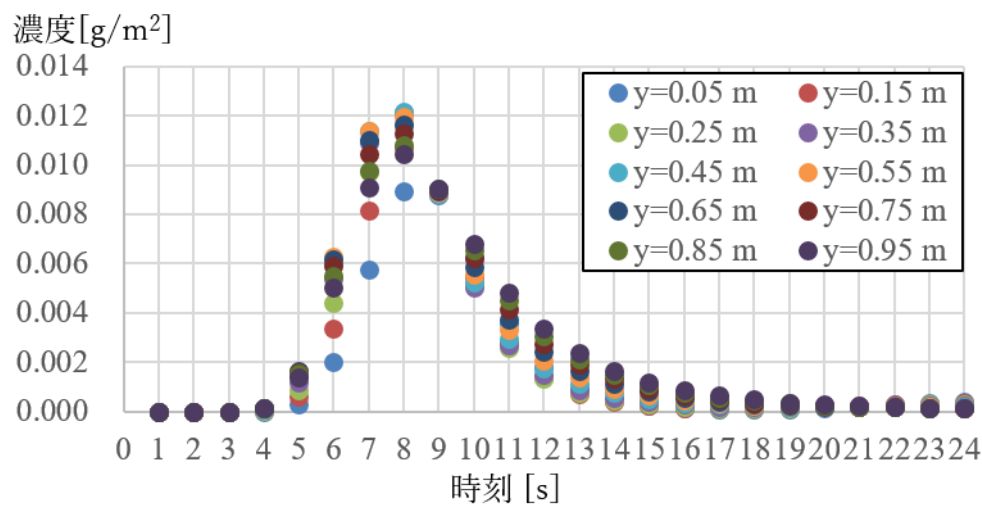


図 3.5 「観測データ」

### 3.2.5 「計算値」数値シミュレーションモデル

連続的データ同化法を適用するための「計算値」数値シミュレーションモデルは、「正解値」の作成に用いた数値シミュレーションモデルから、放出源の位置と放出強度に関する情報を削除したモデルである。放出源の位置と強度を未知としているため、「計算値」の作成においては、汚染物質の放出源は存在しないものとしている。

「計算値」の速度分布は「正解値」の速度分布（図 3.3）と同様であり、「計算値」濃度分布は全時刻、全領域で濃度ゼロであるため、いずれも図は省略する

### 3.2.6 連続的データ同化法の適用

以上のように求めた「計算値」数値シミュレーションモデルに「観測データ」を同化する。このとき、修正項の時間分布 $\lambda$ は、放出時刻（ $t=0$  から  $t=1$  まで）においては単位行列であり、それ以外の時刻ではゼロ行列である。また、放出源の位置、強度の推定には、2.4.2 節の式(2.36)を用いた。

### 3.2.7 データ同化の結果と考察

データ同化により得られた「推定値」濃度分布と放出源分布をそれぞれ図 3.6、図 3.7 に示す。「正解値」濃度分布（図 3.3）と比較すると、濃度のピークの位置はおおむね再現できている。特に、観測点近傍のみならず、机上などの比較的離れた地点についてもおおむね濃度分布が再現できており、観測データを支配方程式と組み合わせてデータ同化に用いるという連続的データ同化法の長所が確認できる。一方、放出直後の放出源付近の高い濃度が再現できておらず、「正解値」よりも過剰に拡散している。また、濃度分布のピークの周辺で負の濃度が生じているなど、流れ方向での振動が見られる。

高い濃度が再現できていない理由としては、観測点を吸込み口の隣接メッシュに配置しているため、観測される汚染物質はすでに拡散により放出源近傍に比べ濃度が小さくなっているということが考えられる。拡散による輸送は不可逆的な現象であるため、逆解析による推定が困難であるとされるが、本手法においても同様の困難が現れている。数値シミュレーションによる順方向の計算においては、時間発展とともに拡散により濃度勾配が減少する。連続的データ同化法による修正項の更新においては、逆解析により濃度勾配が増す向きに計算が進むべきであるが、そのような計算は解の唯一性と安定性が保証されない不安定なものである。今回の数値実験においては、逆解析において順計算における拡散の影響を逆行できなかったため、推定結果は過剰に拡散したものになったのだと考えられる。

また、この推定値の過剰な拡散は、負の濃度が現れている原因にもなっていると考えられる。推定値の過剰な拡散が連続的データ同化法の繰り返し計算の中で及ぼす影響の概念図を図 3.8 に示す。図 3.8 では簡単のため、1 次元における濃度分布を用いて検討している。繰り返し計算初期における濃度分布の「正解値」と「推定値」を図 3.8(a)に示した。「推定値」濃度分布は、「正解値」濃度分布よりも過剰に拡散している。そのため、濃度分布のピーク近傍では濃度を過小評価する一方、ピークから離れた位置ではむしろ濃度を過大評価している。そのため、「正解値」と「推定値」の濃度分布の誤差は、図 3.8(b)に実線で示したような分布を取る。つづく連続的データ同化法の繰り返し計算では、この誤差を修正するような修正ベクトル $\phi$ が探索されるが、このときも修正は過剰に拡散されてしまうため、図 3.8(b)に破線で示したような修正が適用される。その結果、図 3.8(c)に示すように、「推定値」濃度分布は振動し、場所によっては負の値が現れるようになる。連続的データ同化法の計算の中で、以上のことが繰り返し発生するため、「推定値」濃度分布には負の値が現れ、濃度のピークから離れた位置では濃度が振動しているような分布になっているのだと考えられる。

図 3.7 を見ると、推定された放出源分布について、放出強度のピークは「正解値」の放出源位置と重なっているが、濃度同様、その分布は正解値よりもなだらかに広がっており、またピークから離れた位置では負の値が見られる。

推定された放出強度を領域全体で合計すると  $4.5 \text{ mg/m}^2/\text{s}$  となり、「正解値」の  $4.0 \text{ mg/m}^2/\text{s}$  よりもやや過大評価となっている。これは、推定値は「正解値」よりも過剰に拡散するとい



う特徴があるため、観測される汚染物質のピーク濃度を再現するために、「正解値」よりも広い範囲に汚染物質が分布するような推定結果になっているのだと考えられる。

まとめると、数値実験の結果、連続的データ同化法の適用により、濃度分布、放出源の位置、強度はおおむね再現できた。しかし、推定された濃度分布、放出源分布はともに、正解値よりも過剰に拡散しており、その分布のピーク近傍では過小評価し、ピークから離れた位置では振動と負の値が見られるなど、推定精度には課題も残った。

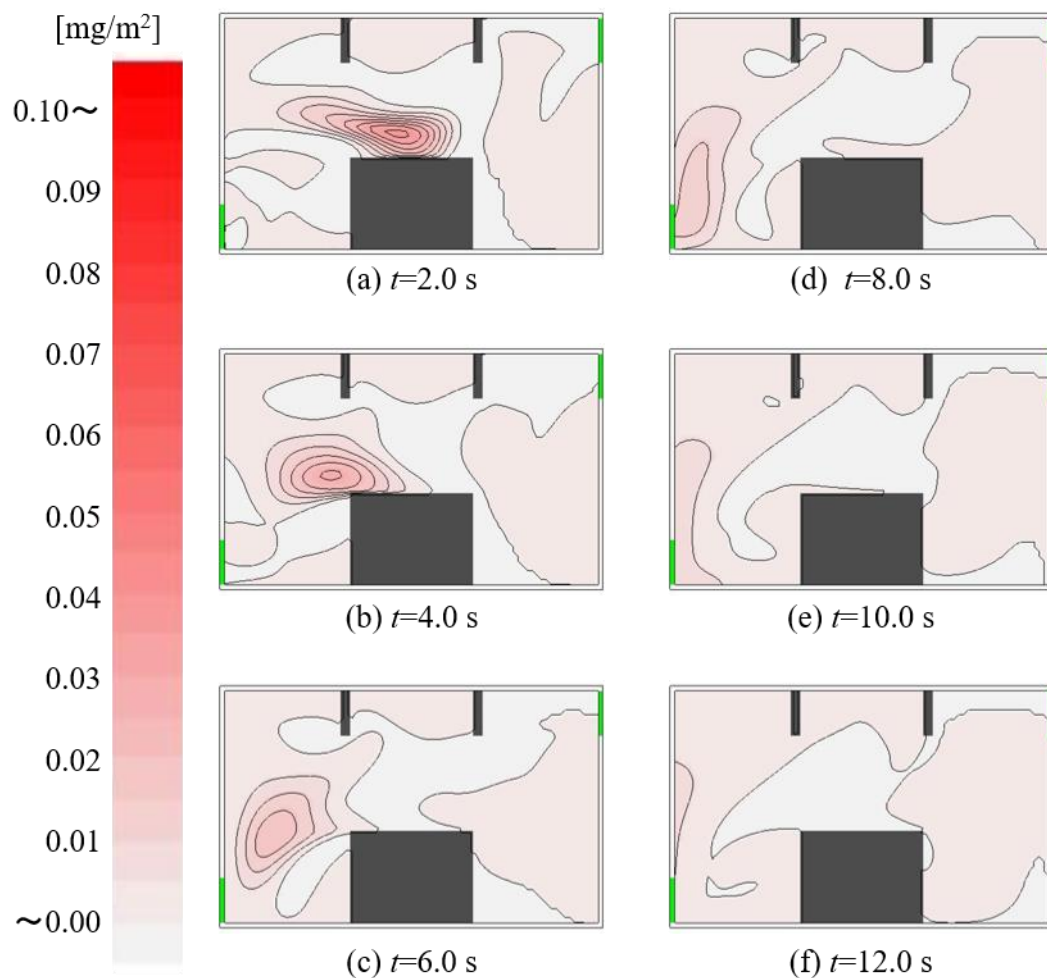


図 3.6 「推定値」濃度分布

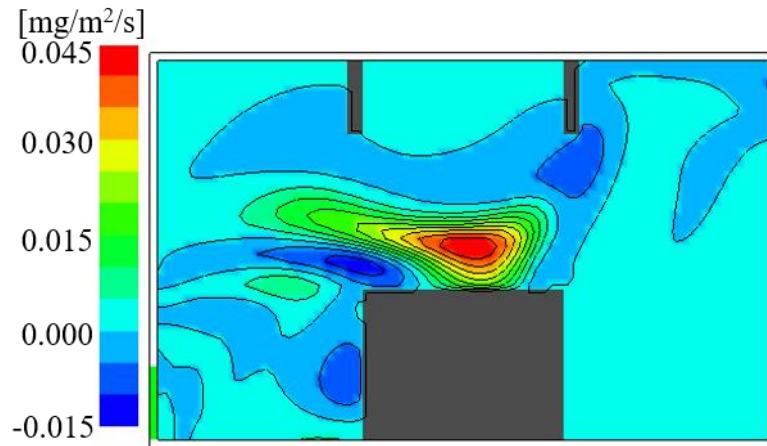


図 3.7 「推定値」放出源分布

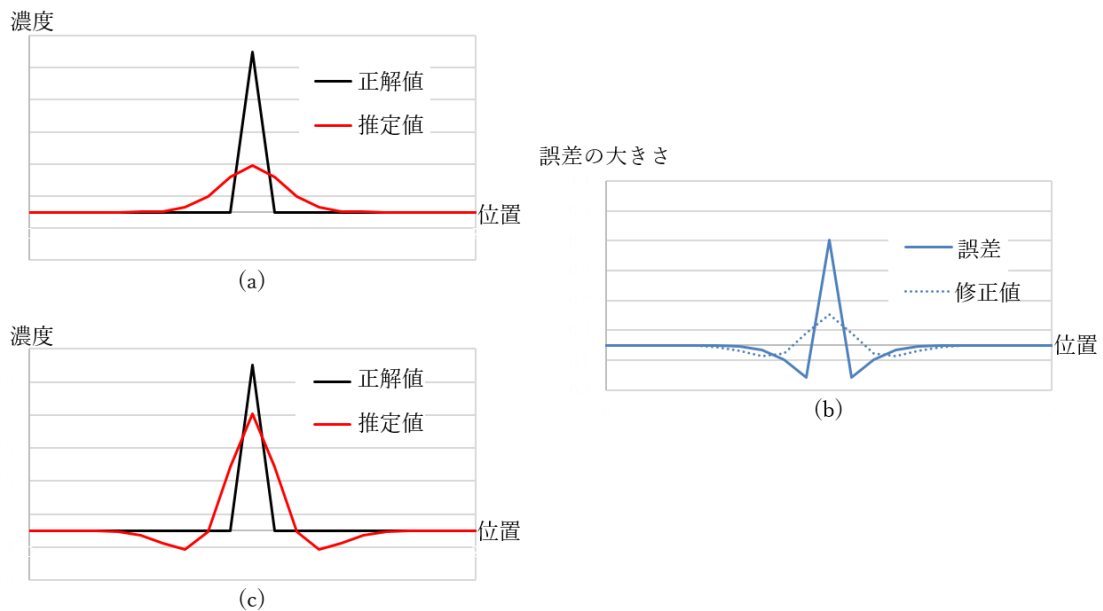


図 3.8 繰り返し計算における推定値の推移についての概念図

### 3.3 観測データ取得位置と放出源位置の関係が連続的データ同化法を用いた放出源推定に与える影響の検討

3.2 節の数値実験では、放出源と観測データ取得位置が離れていると放出源近傍の高濃度が再現できないこと、放出された汚染物質がほぼ全て観測点に到達するような位置関係であることが望ましいということなどが示唆された。すなわち、観測データと放出源、流れ場の位置関係により、連続的データ同化法による推定精度は変化しうると考えられる。

そこで本節における数値実験では、観測データ取得位置と流れ場を固定し、放出源位置を様々に変えて同様な推定を行うことで、それらの位置関係が放出源推定結果に及ぼす影響

を評価した。

### 3.3.1 計算条件、対象領域

本節における数値実験の計算条件、対象領域は、「正解値」放出源位置を除いて、3.2 節の数値実験に用いたものと同様である。また連続的データ同化法の適用の手順も 3.2 節の数値実験と同様である。

唯一の相違点である放出源位置には、図 3.9 に示す 33 ケ所を想定した。本節の数値実験では 33 ケースの推定を行い、それぞれのケースでは図 3.9 に示す 33 ケ所のうち 1 ケ所に放出源を配置した。なお、3.2 節の数値実験で用いた放出源位置は図 3.9 の 16 番の放出源位置に対応する。

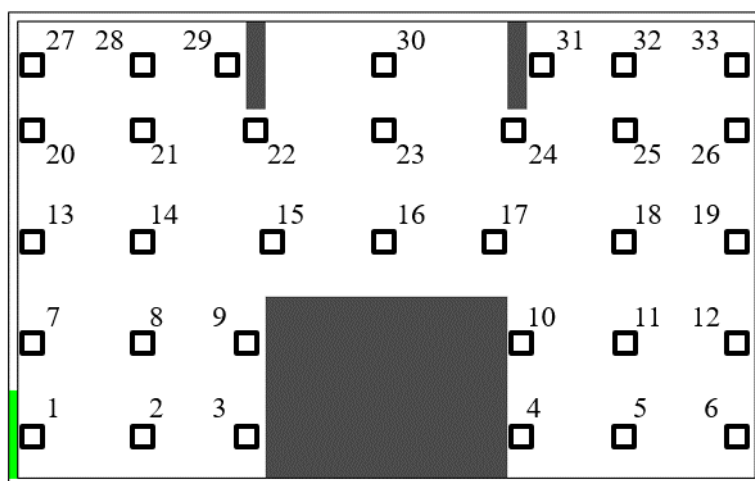


図 3.9 放出源位置の候補

### 3.3.2 計算結果の評価

本数値実験の目的は観測点位置と流れ場、放出源位置の関係が連続的データ同化を用いた濃度場、放出源位置の推定におよぼす影響の検討であるため、各ケースの結果について詳細に検討することはしない。

その代わりに、以下の 2 つの基準を用いて、各ケースにおける放出源推定の成否を判定した。1 つ目の基準は、推定された放出源の分布範囲内に「正解値」の放出源が含まれることであり、2 つ目の基準は、推定された放出源分布のピークが、ただ 1 つのみであることである。

ここでいう「推定された放出源の分布範囲」、「推定された放出源分布のピーク」は以下のよう  
に定義される。まず、推定された放出源強度の対象領域全体での合計値を求める。つぎ  
に、対象領域内の各計算格子について、放出源強度が高い方から順に選択していく。選択さ  
れた計算格子の放出源強度の合計が領域全体の放出強度の合計の 50%に達したときに選択

されている全ての計算格子が「推定された放出源分布のピーク」であり、同様に選択されている計算格子の放出源強度の合計が領域全体の放出強度の合計の 90%に達したときに選択されているすべての計算格子が「推定された放出源の分布範囲」である。

例として、図 3.7 に示した放出源分布（図 3.9 の 16 番の放出源位置について放出源推定を行った場合の推定された放出源分布）について、「推定された放出源の分布範囲」、「推定された放出源分布のピーク」を求めたものを図 3.10 に示す。図 3.10 の濃い灰色で示した範囲が「推定された放出源分布のピーク」であり、それに加えて薄い灰色で示した範囲が「推定された放出源の分布範囲」である。また、赤の四角で「正解値」放出源位置を示した。この例は、「推定された放出源の分布範囲内に「正解値」の放出源が含まれ」、かつ「推定された放出源分布のピークが、ただ 1 つのみである」ため、放出源推定が成功している。

全てのケースについて同様の判定を行った結果を図 3.11、図 3.12 に示す。図 3.11 では、推定の成功したケースの放出源位置を赤の四角で、失敗したケースの放出源位置を灰色の四角で示した。図 3.12 には、推定された放出強度を、位置の推定に成功したケースは赤の棒グラフで、失敗したケースは紺の棒グラフで示した。図 3.11 を見ると、放出源推定が成功したケースでは、放出源が主流上に位置していることがわかる。また図 3.12 を見ると、位置の推定に成功したケースでは、強度の推定も精度よく行われていることが分かる。

放出強度の推定結果について、推定値は「正解値」より過剰に拡散するという特徴に基づいて、次のような考察を行うことができる。(1)まず、順計算において、発生した汚染物質の一部が渦に捕らわれて観測点まで到達しなかった場合、データ同化には汚染物質の一部のみが用いられるため、放出強度は過小評価する。他方、(2)逆解析において、過剰な拡散により広がった adjoint 変数 $\xi$ が渦にとらえられた場合は渦中に修正項が現れるが、その場合、次の順計算において、渦中の修正項により与えられた汚染物質は渦にとらえられるため観測点に到達しない。したがって、渦中に現れた修正項を打ち消すような修正が生じないため、これは放出強度の過大評価につながると考えられる。

例えば、25 番の放出源主流と右の渦の境界近くに位置しているため、順計算において発生した汚染物質の一部が右の渦に捕らわれる。そのため(1)の効果により、放出強度が過小評価されていると考えられる。また 31 番や 32 番の放出源においては、順計算では汚染物質の多くが主流に乗って観測点まで到達するものの、逆解析時に adjoint 変数が左上の渦にとらえられるため、(2)の効果によって放出強度を過大評価しているのだと考えられる。ただし(1)と(2)の効果は同時に現れることがあるため、放出強度の推定精度はいずれの効果により大きいのかによって変化しうると考えられる。

放出源が主流の流線上に配置されている場合に放出源位置の推定が成功することを確認するため、図 3.11 に速度場から求めた流線を重ねたものを図 3.13 に示す。すると、放出源が観測データ取得位置と同一流線上に位置するケースについては放出源推定に成功し、そうでない場合は 2 番の放出源位置を除いて放出源推定に失敗していることがわかる。2 番の放出源は、観測点との距離が近いため、例外的に推定が成功したのだと考えられる。

この結果より、観測点位置と放出源、流れ場の位置関係が連続的データ同化法を用いた放出源推定の精度に及ぼす影響について、次のことが示唆された。すなわち、データ同化に用いる観測データを放出源と同一流線上で取得されたとき、放出源推定の精度が向上する。

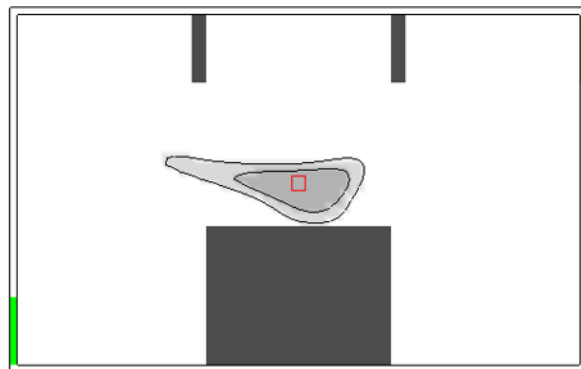


図 3.10 16 番の放出源位置についての推定された放出源分布

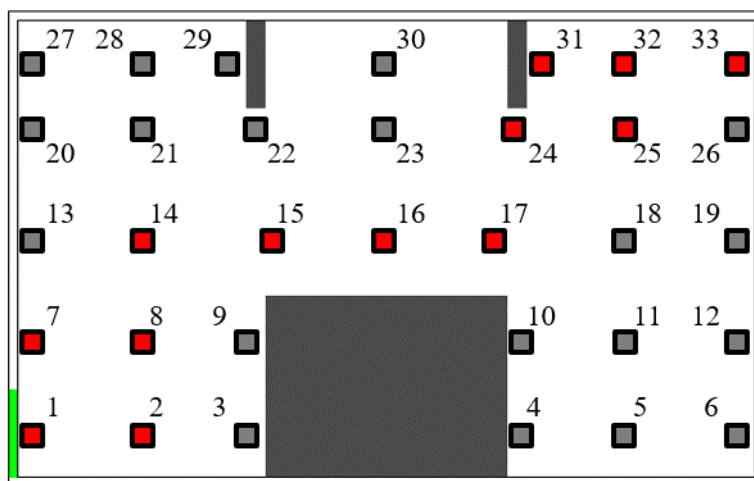


図 3.11 各放出源位置に対する放出源推定の結果

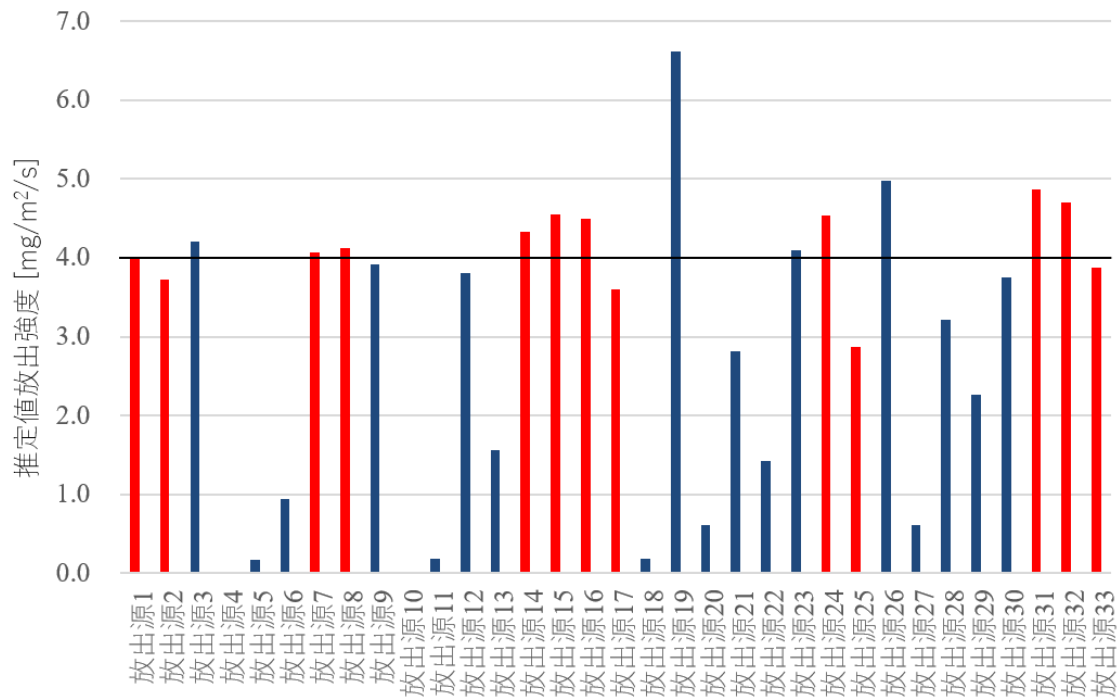


図 3.12 放出源強度の推定結果

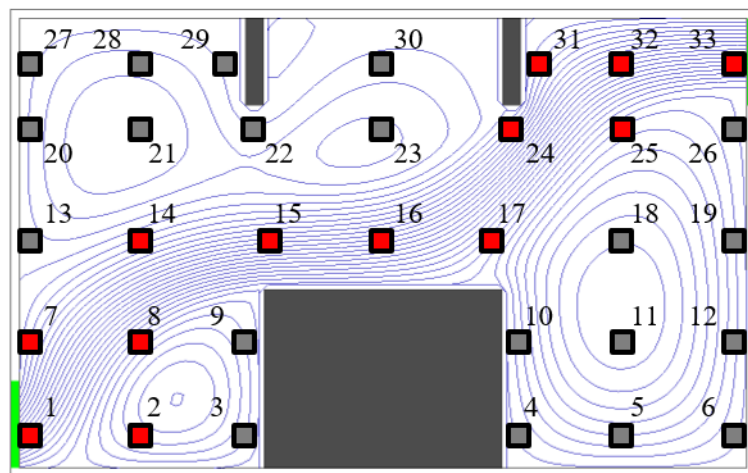


図 3.13 流線上に示した各放出源位置に対する放出源推定の結果

### 3.3.3 観測データの追加による、放出源推定の推定可能範囲の拡大

以上の結果を確認するため、主流以外の流線上にも観測点を追加し、再度数値実験を行った。追加した観測点位置を図 3.14 に示す。

観測点の追加前後での、放出源 13、30 の放出源推定結果を図 3.15 に示す。いずれの放出源についても、観測点追加前では放出源位置の推定に失敗しているが、観測点追加後には推定に成功している。

すべての放出源位置について、観測データ取得位置を追加した場合の放出源推定の成否



を図 3.16 に示す。観測点を追加することで、21 番、26 番を除く 31 ケースについて、放出源推定が成功した。また、図 3.17 に示した放出強度の推定結果を見ても、観測点の追加による推定結果の向上が確認できる。21 番の放出源については、放出源が渦の中心近傍に位置しているため、拡散の影響が強く、左上の渦状に配置した観測点のみならず、主流上に位置した観測点には汚染物質が到達し、放出源位置が特定できなかったのだと考えられる。26 番の放出源が位置するのは渦の中心ではないが、これは主流と右の渦の境界近傍に位置しているため、発生した汚染物質が右下の渦上に設置した観測点と主流上に設置した観測点の双方に観測され、やはり位置の特定ができなかったものだと考えられる。

放出強度の推定について、位置の推定に成功した放出源のうち、例えば 11 番の放出源で顕著な過小評価、10 番の放出源で顕著な過大評価が見られるが、渦の中心付近に位置する 11 番の放出源については、順計算において、発生した汚染物質の一部が渦にとらわれてが観測点まで到達しないことが過小評価の原因であると考えられる。10 番の放出源は壁面近傍にあるため、逆計算において、対象領域の角などの流れが淀んでいる位置に adjoint 変数がとらわれ、これが過大評価の原因になっていると考えられる（3.3.2 節の(2)）。

上述の 2 つの放出源を除き、33 ケースのうち 31 ケースについて放出源の推定が成功した。この結果により、観測点を適切な位置に配置することで、放出源推定が成功するような放出源位置の範囲が拡大できることが確認された。

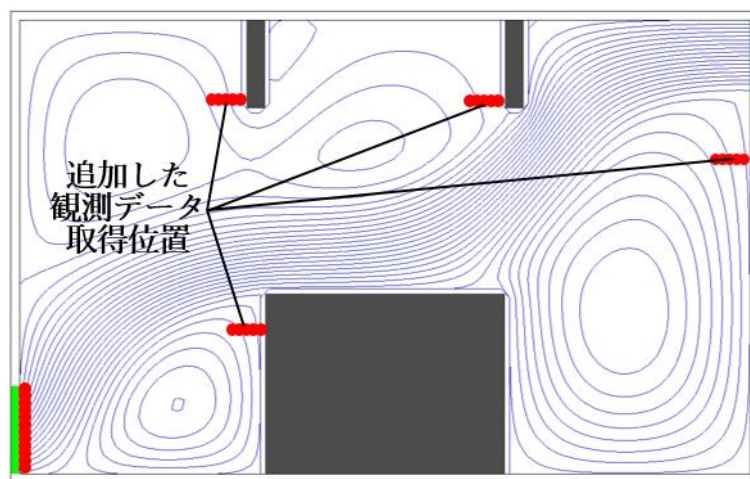


図 3.14 流線と観測データ取得位置

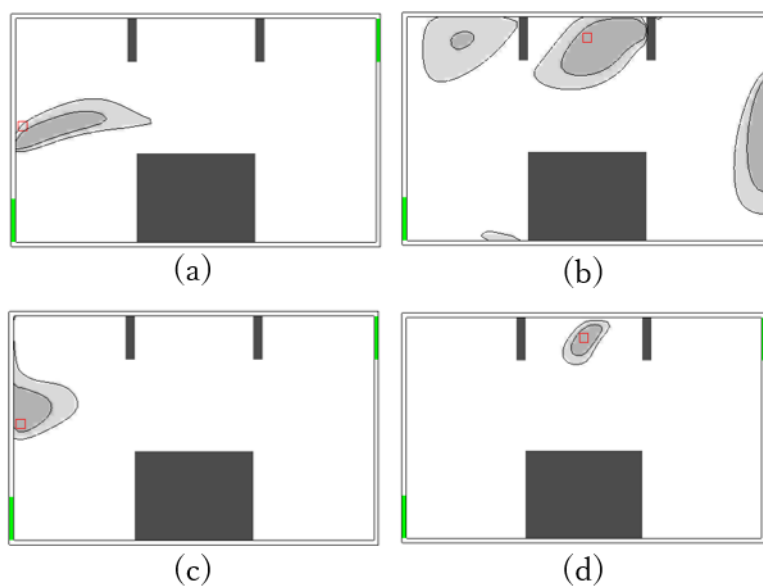


図 3.15 放出源分布の推定結果

- (a) 観測点追加前の放出源 13 の推定結果
- (b) 観測点追加前の放出源 30 の推定結果
- (c) 観測点追加後の放出源 13 の推定結果
- (d) 観測点追加後の放出源 30 の推定結果

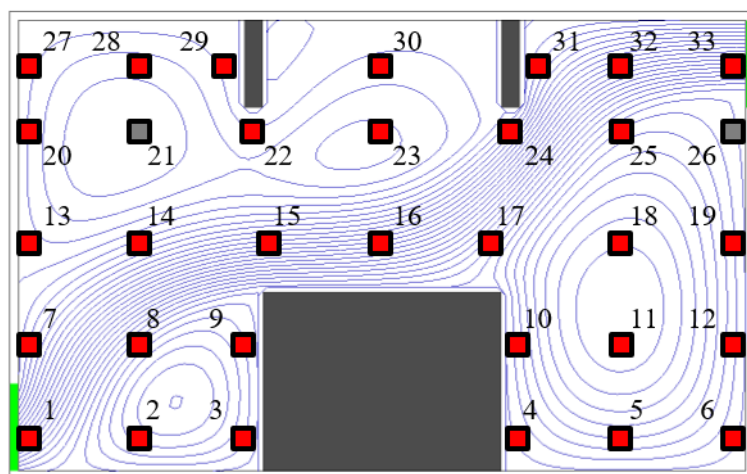


図 3.16 流線と、観測点を追加して行った放出源推定の結果



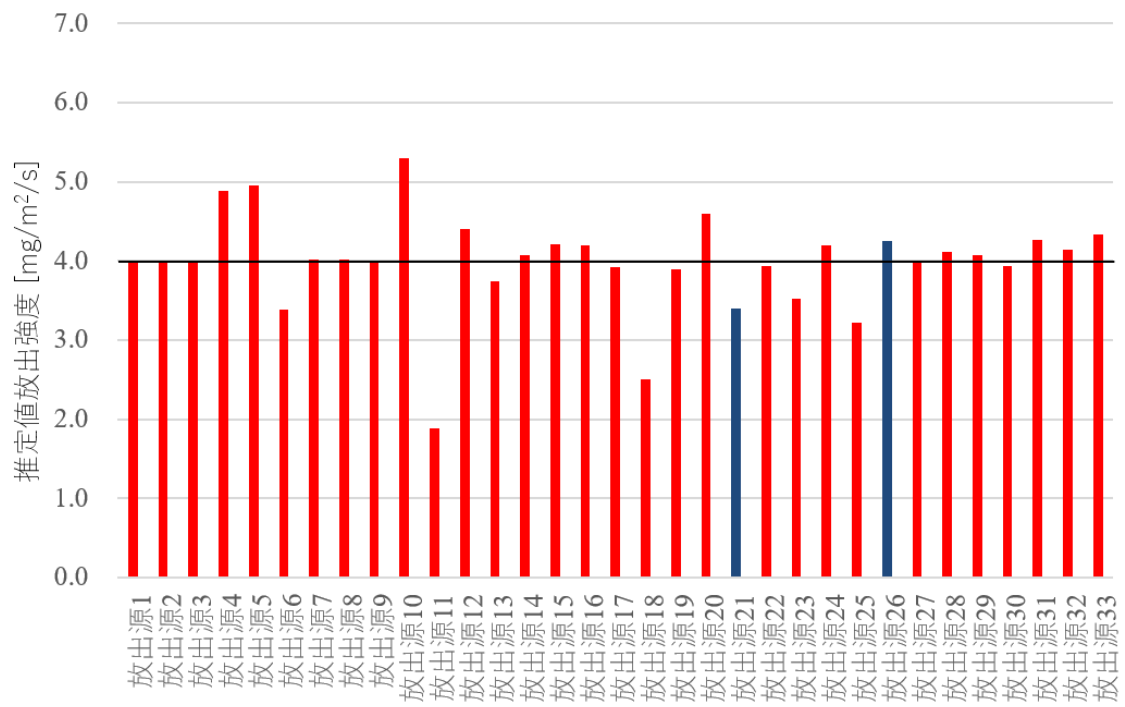


図 3.17 放出源強度の推定結果

### 3.4 連続的データ同化法を用いた連続放出源の推定

3.2 節、3.3 節では、瞬時放出源を対象に推定を行った。同推定では汚染物質濃度のピーク位置、放出源の位置については比較的精度よく推定を行うことができたが、これは、放出時刻を既知であると見なしていたこともその一因であると考えられる。すなわち、放出時刻が既知である場合、観測された汚染物質濃度と流れ場から、観測された汚染物質が放出時刻においてどの位置に存在していたかを推定することが可能であるためである。

本節では、汚染物質の連続放出源を対象にその放出源推定と濃度分布推定を行う。連続放出源の推定においては、観測された汚染物質がいつ放出されたものであるかが未知であるから、たとえ流れ場が既知であっても放出源位置を特定することが難しい。しかし、汚染物質が連続放出される場合、観測点の位置を変更しつつ観測を継続することで、推定精度を高めることができる。

本節の数値実験では、1 度目の観測結果を踏まえて観測点位置を変更し追加の観測を行うことで、より高い精度で放出源推定を行うことを目指す。

#### 3.4.1 計算条件、対象領域

計算条件は 3.3 節とほぼ同様であるが、汚染物質の放出が連続的に行われる点、連続放出を仮定しているため、連続的データ同化法において修正項の時間分布 $\lambda$ は常に単位行列である点が異なる。

対象領域は 3.3 節と同様である。本数値実験における「正解値」作成に用いた数値シミュレーションの境界条件を表 3.2 に示す。

表 3.2 「正解値」数値シミュレーションの境界条件

|      |                               |
|------|-------------------------------|
| 吹出し口 | 吹出し速度一定 0.5 m/s               |
|      | 圧力勾配ゼロ                        |
| 吸込み口 | 速度勾配ゼロ                        |
|      | 圧力一定（ゲージ圧ゼロ）                  |
| 放出源  | 放出時間 常時                       |
|      | 放出強度 4.0 mg/m <sup>2</sup> /s |

#### 3.4.2 「観測データ」

本数値実験では濃度場は時間変化しないため、観測は 1 度だけ行えば十分である。1 度の観測で得られた観測データを、すべての計算ステップにおいてデータ同化に用いる。

前述のように、本節で説明する数値実験では 2 度の観測を行う。1 度目の観測データを用いたデータ同化の結果を踏まえて観測点位置を調整し、追加の観測を行うことで、推定精度の向上をはかる。

はじめの観測では、放出源の大まかな位置を特定することを目指す。そのため、流線によって対象領域を4つの領域に分け、各領域に観測点を配置した。1回目の観測における領域の分割と観測点の配置位置を図3.18に示す。

2回目の観測では、1回目の観測データを用いたデータ同化の結果を踏まえて複数の観測点配置を想定する。1度目のデータ同化の結果、放出源がA、B、C、Dのいずれの領域にあるか推定した後、放出源が存在する領域をさらに分割し、観測点を配置しなおす。再分割された領域と観測点の配置位置を図3.19に示す。

#### 3.4.3 放出源推定

本数値実験では、2段階に分けて放出源推定を行った。1段階目では図3.18(b)に示す観測点配置で取得した濃度データをデータ同化に用いて放出源推定を行う。推定された放出源分布において、放出強度の最も高い格子を放出源位置と見なし、放出源位置に応じて図3.19に示す観測点配置に変更して観測データを取得し、放出源推定を再度行う。

2段階目の放出源推定で推定された放出源分布において、放出強度の最も高い計算格子が存在する領域と「正解値」放出源が位置する領域が一致した場合、放出源推定が成功したと見なした。

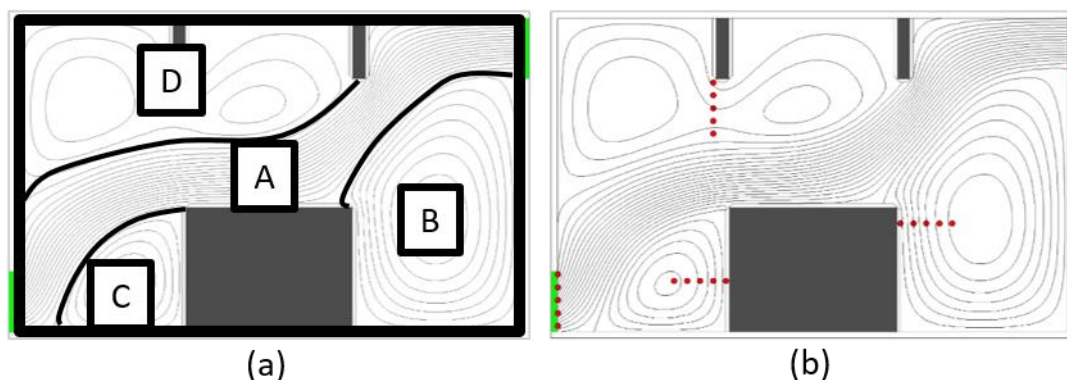


図 3.18 (a)流線に沿って分割された領域 (b)観測点の配置

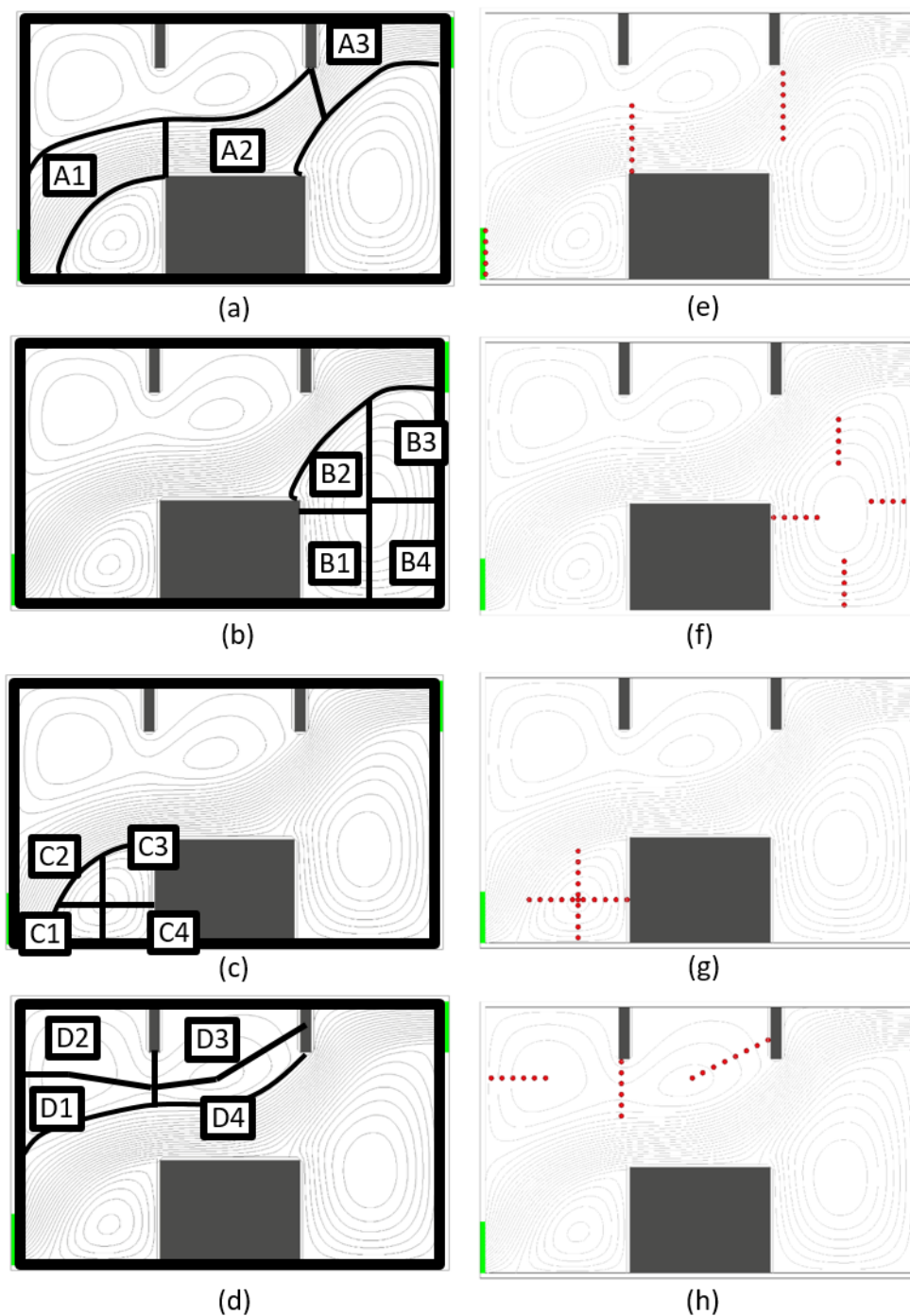


図 3.19 (a) 領域 A を再分割した領域 (b) 領域 B を再分割した領域  
 (c) 領域 C を再分割した領域 (d) 領域 D を再分割した領域  
 (e) 領域 A に放出源が存在すると推定された場合の観測点配置  
 (f) 領域 B に放出源が存在すると推定された場合の観測点配置  
 (g) 領域 C に放出源が存在すると推定された場合の観測点配置  
 (h) 領域 D に放出源が存在すると推定された場合の観測点配置

### 3.4.4 数値実験の結果と考察

図 3.9 に示した 33 の放出源のそれぞれを用いて放出源推定を行った結果を図 3.20 に示す。推定に成功したケースの放出源位置を赤の四角で、失敗したケースの放出源位置を灰色の四角で示している。

放出源 17、24、31、32、33 と、領域 A に位置する放出源で放出源推定に失敗が多い。これらのケースでは、一段回目の推定において領域 B や D に放出源があると誤って推定していた。これらのケースでは、放出源から A の観測点までが離れているため、移流により A の観測点に到達する汚染物質よりも、拡散により主流から外れ、B や D の観測点に到達した汚染物質の影響が強く現れたためであると考えられる。

本数値実験においては、観測点やそのすぐ風上側に修正項のピークが現れる傾向がある。これは、次のような理由によるものだと考えられる。3.4.2 節で述べたように、本数値実験ではすべての計算ステップで観測データの同化を行っている。adjoint 変数は、観測値と計算値の差分をソースとし、転置された変換行列により輸送されるから、データ同化を行うステップでは、ソースが存在する観測点においてその値（絶対値）が大きくなる。すなわち、本数値実験においては、常に観測点で adjoint 変数の値が大きくなる。したがって、adjoint 変数の総和からなる評価関数の勾配の絶対値も大きくなる。

推定が成功したケースの例として、放出源として放出源番号 2、12、16、20 を用いたケースの「正解値」濃度分布、「推定値」濃度分布、「推定値」放出源分布を図 3.21 に示した。

放出源推定が成功したケースについて濃度分布の「正解値」と「推定値」を比較すると、「正解値」放出源位置近傍の高濃度を除き、おおむね濃度分布を再現できている。

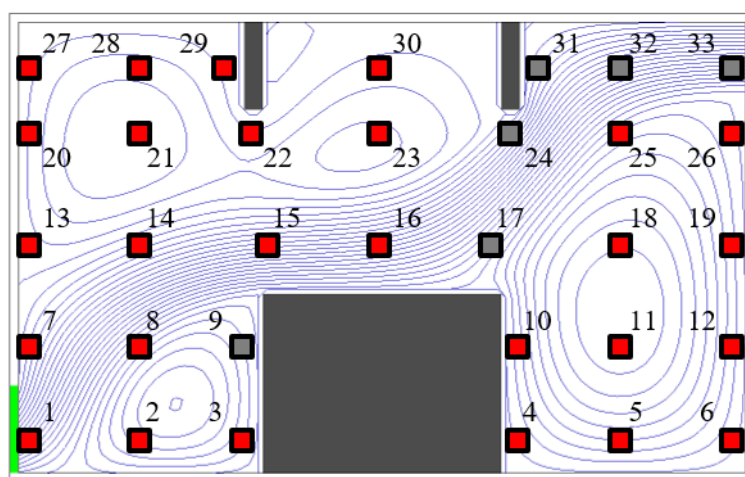


図 3.20 流線と放出源推定の結果

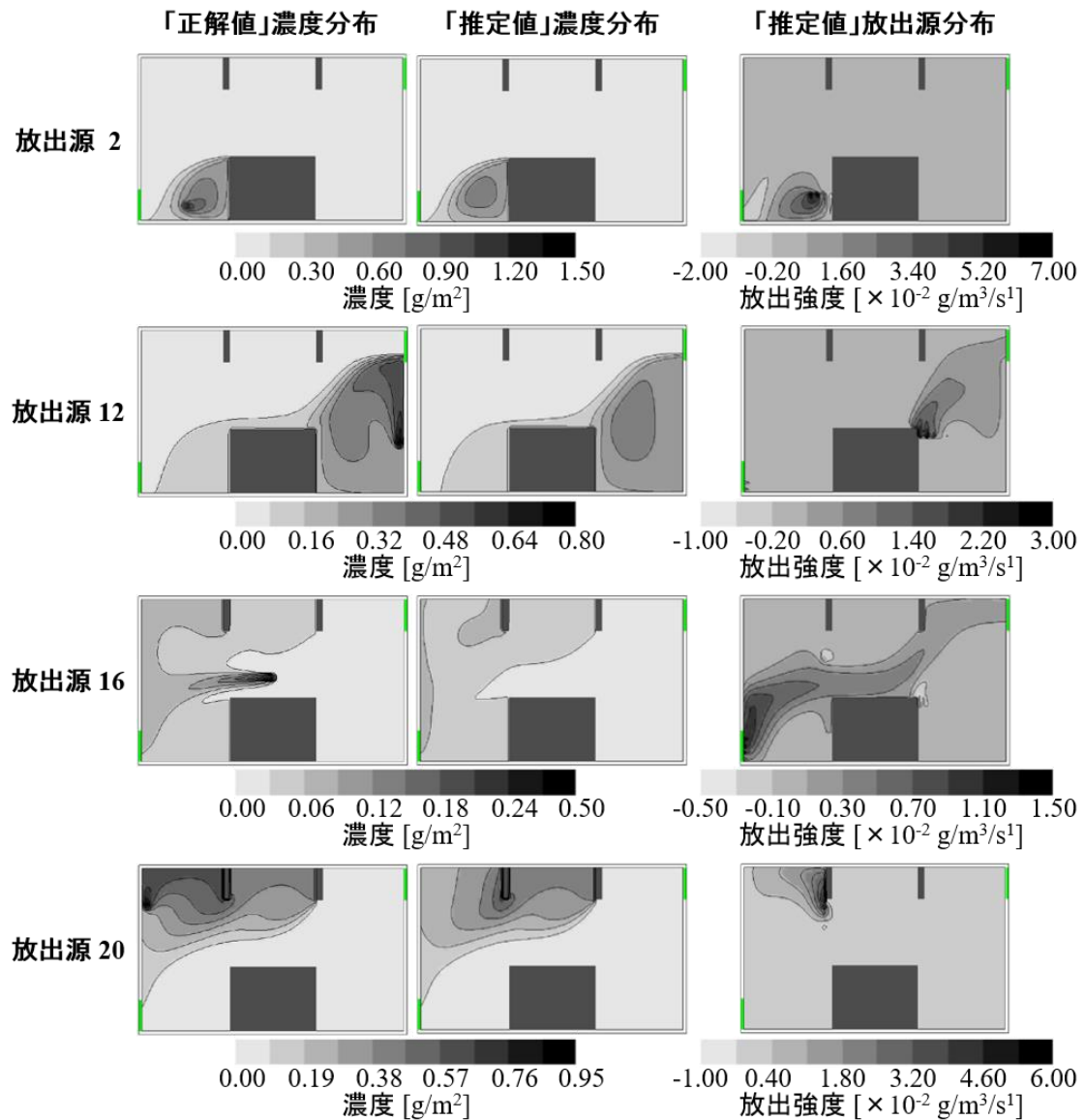


図 3.21 放出源 2、12、16、20 を用いたケースの結果

### 3.5 まとめ

本節では連続的データ同化法の有効性の検証のため、室内に未知の汚染物質放出源が発生した場合を想定し、濃度分布と放出源の位置、放出強度の推定を行う数値実験を行った。また、対象領域の流れ場と観測点配置、放出源位置の関係によって放出源推定の成否や精度が変わることを確認した。

数値実験の結果、連続的データ同化法の適用により、汚染物質が瞬時放出される場合、連続放出される場合の双方において、その濃度分布と放出源位置、放出強度を推定できることが確認された。また、その推定精度は流れ場、観測点配置、放出源位置の影響を受けることが確認された。

定常流れ場において汚染物質が連続放出された場合、濃度場も定常状態となる。このとき、修正項の分布は観測点の位置にピークが出るようになるため、観測点の配置が推定精度に与える影響は瞬時放出の場合よりも大きい。一方、濃度分布が定常状態である場合、観測点位置を変更しながら複数回の観測を行うことができるため、段階的に推定を進めることで、高い推定精度が確保できることが確認された。。

## 第4章 制約条件の付加による連続的データ同化法の推定精度向上

第3章では、数値実験により、室内濃度場、放出源の推定に対する連続的データ同化法の有効性を確認し、また同手法を用いた室内環境の推定において、適切な観測点の配置について検討を行った。数値実験により、同手法が室内濃度場、放出源の推定に有効であることが確認されたが、同手法による推定値は正解値よりも過剰に拡散するため、濃度分布のピーク近傍ではその濃度を過小評価し、一方ピークの周辺では濃度分布を過大評価する傾向が認められ、またピークから離れた位置では濃度の振動が見られるなど、その推定精度には課題が残った。

一般に、データ同化法の推定精度は、観測データの質・量の影響を強く受ける<sup>[25,26]</sup>。しかしながら、観測データの取得には観測コストが必要であるため、無制限に観測データを取得することはできない。そのため、少数の観測データを効率的に利用すること、および観測データ以外の情報を加味した推定を行うことが望ましい。観測データ以外の情報として、例えば対象領域の物理的条件の利用が考えられる。2.4節で述べたように、観測データと数値シミュレーション間の誤差の原因が明らかである場合、修正項に物理的意味を与えることができるため、その物理的意味を反映した制約条件を利用することができる。

例として、第3章の数値実験を考える。同数値実験において、誤差原因が室内の未知の汚染物質放出源であった。このとき、物理的制約より、汚染物質放出源の放出強度は常に正またはゼロであるため、修正項についても同様に、正またはゼロの値しか取らないという制限を加えることができる。

本章では、そのような制約条件を課すことで、連続的データ同化法の推定精度の向上が見込めることを確認する。

### 4.1 2次元場を対象とした濃度場、放出源推定における制約条件付加による推定精度向上

本節では、室内の2次元定常流れにおいて、汚染物質の未知の瞬時放出源が発生した場合を想定し、汚染物質の濃度場とその放出源の位置、強度を推定する数値実験について述べる。

#### 4.1.1 計算条件

数値実験は第3章で行った数値実験と同様の手順で行われた。ただし、計算ツールとして、第3章では自作のプログラムを用いたが、本節の数値シミュレーションにおいては、CFDシミュレーションにはオープンソースCFDツールボックスOpenFOAM<sup>[27]</sup>のバージョン2.3.0を用いた。OpenFOAMを用いた理由として、OpenFOAMはFluent<sup>[28]</sup>やCFX<sup>[29]</sup>といった商用の数値流体解析ソフトウェアと比較してもおおむね同程度の計算精度が得られている点<sup>[30]</sup>、多くの学術研究においても用いられている点<sup>[31,32,33,34]</sup>、また、オープンソースであるためにシミュレーションモデルの改変が容易である点などが挙げられる。



連続的データ同化法の適用については、同手法の適用を行うソルバが OpenFOAM に存在しないため、OpenFOAM のライブラリを一部流用しつつ、同手法の適用を行うソルバを筆者が開発し使用した。

使用した CFD シミュレーションモデルの支配方程式は、運動方程式、連続の式、物質の移流拡散方程式などを有限体積法により離散化したものであり、乱流モデルには標準  $k-\varepsilon$  法を用いた。離散化スキームとして、非定常項には 1 次の前進差分を、対流項には 2 次精度の風上差分法を、拡散項には 2 次の中心差分法を用いている。

### 4.1.2 対象領域

数値実験に用いた対象領域を図 4-1 に示す。

対象領域は室内空間を模しており、1 組の吹出し口、吸込み口に加え、いくつかの障害物が配置されている。室内中央には汚染物質の放出源がある。

対象領域の境界条件を表 4.1 に示した。

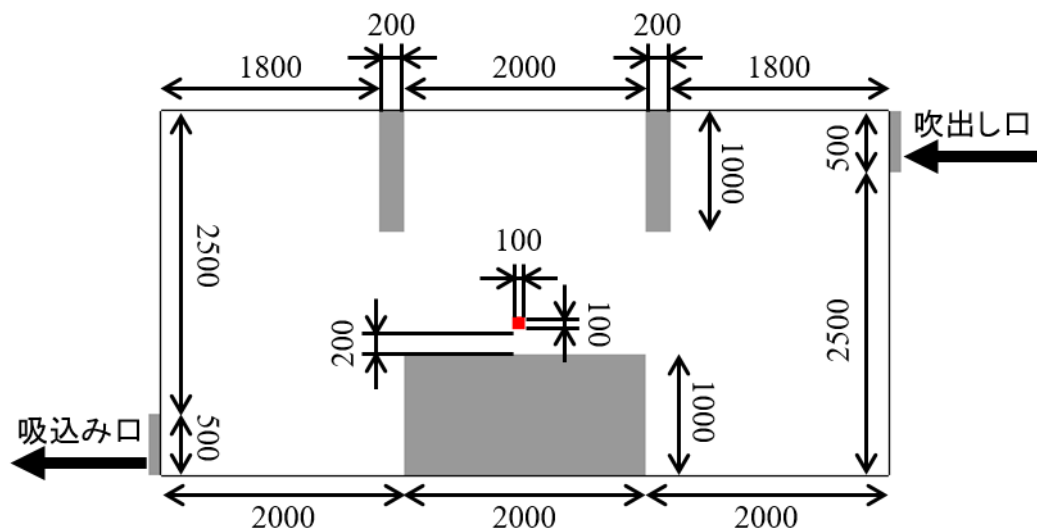


図 4.1 対象領域（図中の数字の単位は mm）

表 4.1 境界条件

|      |                                   |
|------|-----------------------------------|
| 吹出し口 | 吹出し速度一定 0.5 m/s                   |
|      | 圧力勾配ゼロ                            |
| 吸込み口 | 速度勾配ゼロ                            |
|      | 圧力一定（ゲージ圧ゼロ）                      |
| 放出源  | 放出時間 $t=0$ s より 1 秒間              |
|      | 放出強度 $10 \text{ mg/m}^2/\text{s}$ |

#### 4.1.3 「正解値」の作成

表 4.1 に示した境界条件を用いて、「正解値」を数値シミュレーションにより作成した。「正解値」の速度分布と濃度分布をそれぞれ図 4.2、図 4.3 に示す。

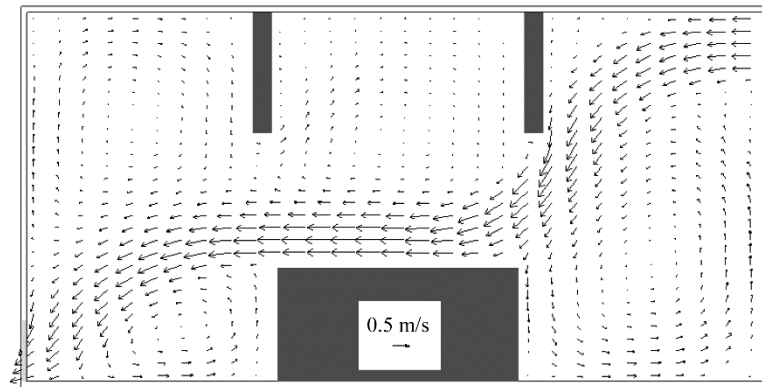


図 4.2 「正解値」速度場

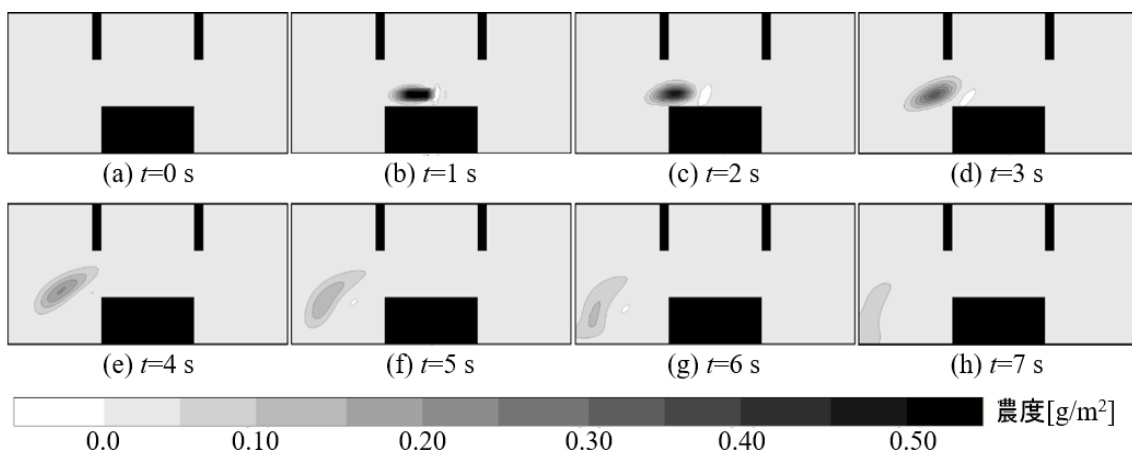


図 4.3 「正解値」濃度場

#### 4.1.4 「観測データ」の作成

「正解値」から吸込み口における濃度分布を抜き出し、データ同化に用いる「観測データ」として用いた。

#### 4.1.5 「計算値」の作成

データ同化に用いる誤差を含む数値シミュレーションとして、「正解値」の条件から放出源の位置と強度の情報を削除した数値シミュレーションモデルを「計算値」として使用した。「計算値」速度場は「正解値」と同様であるが、「計算値」濃度場は放出源が存在しないため、「正解値」とは異なり全時刻、全領域で濃度は0である。

#### 4.1.6 制約を与えない場合の連続的データ同化法の適用。

作成した「計算値」に、制約条件を与えずに連続的データ同化法を用いて「観測データ」を同化した。

制約条件を与えずに行ったデータ同化によって得られた「推定値」濃度分布を図 4.4 に、推定された放出源分布を図 4.5 にそれぞれ示す。「推定値」放出源分布には放出強度が負になっている分布があり、また空間的な分布が見られる。その結果、濃度分布には放出強度が負になっている個所や振動している個所が見られる。

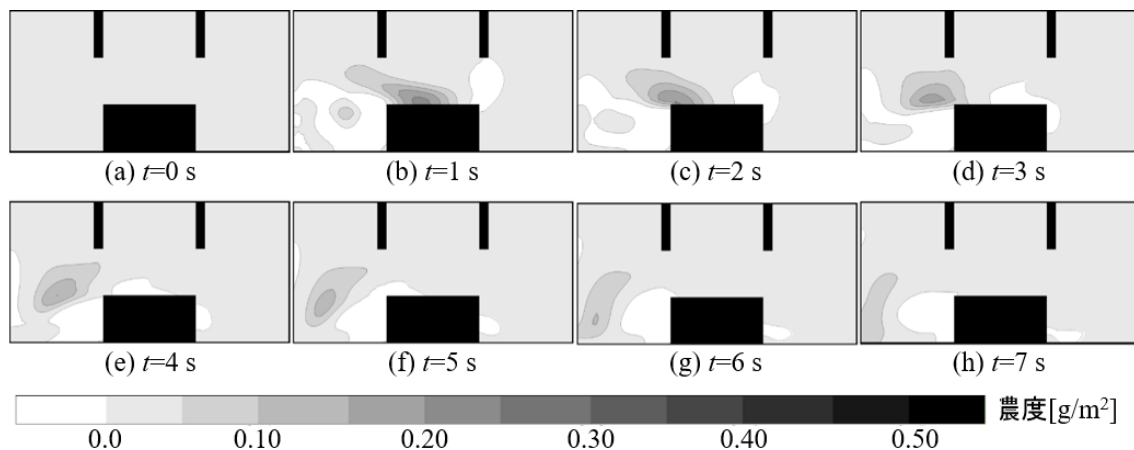


図 4.4 制約条件を与えない場合の「推定値」濃度場

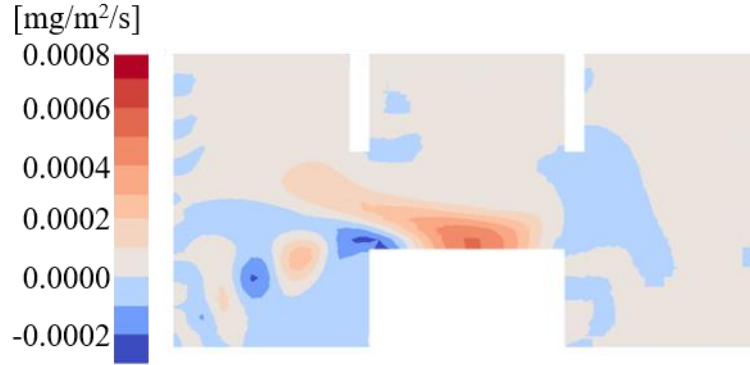


図 4.5 制約条件を与えない場合の「推定値」放出源分布

#### 4.1.7 制約条件の追加

本数値実験では、真の値（「正解値」）と数値シミュレーション（「計算値」）の間で現象のモデル化に伴う誤差は存在せず、また真の値と「観測データ」の間にも誤差は存在しないと仮定している。観測された濃度と数値シミュレーションの間の差分は、すべて室内に発生した汚染物質放出源の寄与によるものである。そのため、2.4 節で考察したように、連続的データ同化法の修正項は汚染物質の生成消滅項であると見なすことができる。

汚染物質の濃度は常に正またはゼロであり、汚染物質放出源の放出強度も正またはゼロである。したがって、修正項が汚染物質の生成消滅項であると見なせることから、修正項も正またはゼロであるべきである。この条件を連続的データ同化法の計算に反映するため、式(4.1)に示す条件を追加する。

$$\phi(n_{cell}) = \begin{cases} 0 & \text{if } \phi(n_{cell}) < 0 \\ \phi(n_{cell}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.1)$$

ここで、 $n_{cell}$  は計算格子の番号である。式(4.1)は修正ベクトルの各成分について、その修正量が負である場合にその修正量を 0 とするという修正を意味する。式(4.1)は、式(2.26)による修正ベクトル  $\phi$  の更新の直後に適用する。

制約条件を付加した場合の濃度場の「推定値」を図 4.6 に、推定された放出源分布を図 4.7 にそれぞれ示す。制約条件を加えたことにより、放出強度が負になることはなく、またそれによって濃度が負になることもなくなっている。

また、制約なしの結果と比較して放出源分布のピーク位置がやや上方に移動した他、ピークの放出強度が大きくなるなど、「正解値」に近づいている。

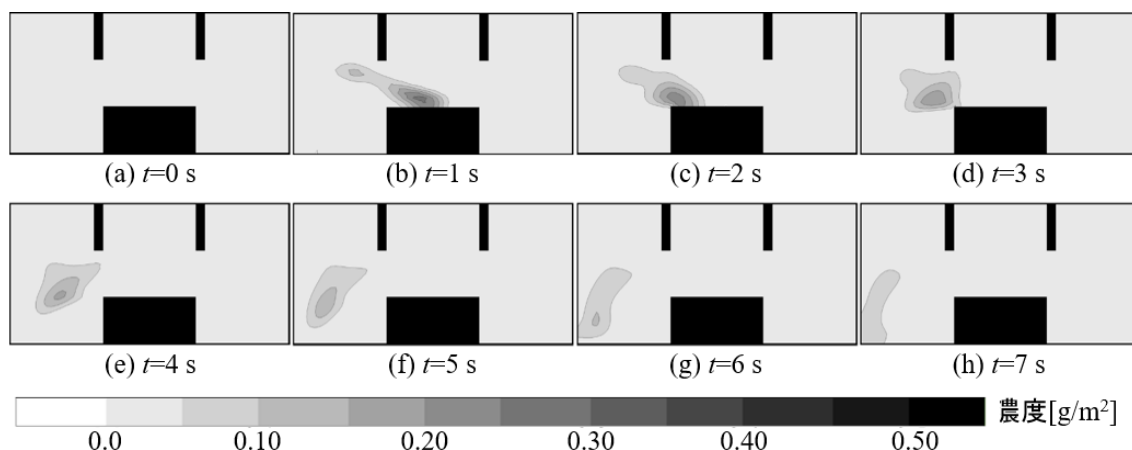


図 4.6 制約条件を与えた場合の「推定値」濃度場

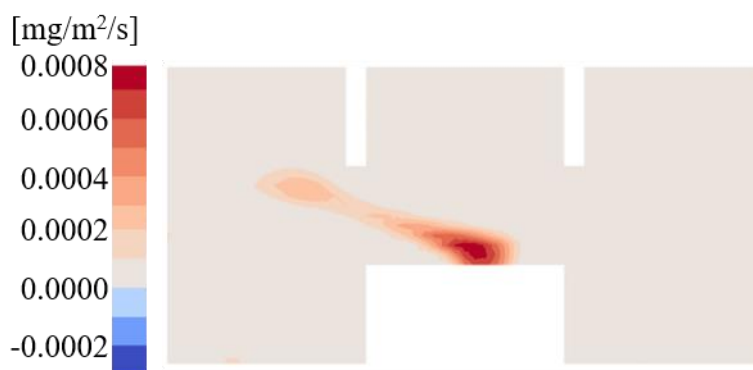


図 4.7 制約条件を与えた場合の「推定値」放出源分布

#### 4.1.8 結果の考察

「正解値」と制約付き、制約なしの「推定値」濃度分布について、図 4.8 に示す点 A、点 B、点 C における濃度の時間変化を図 4.9 に示した。

図 4.9 を見ると、放出された汚染物質濃度の拡散が進んだ点 A や点 B において、制約条件を与えない場合の「推定値」濃度分布には濃度の振動が見られるが、制約条件を課した「推定値」には振動が見られない。また、比較的拡散が進んでいない点 C においては、いずれの「推定値」もピーク濃度を過小評価しているが、過小評価の程度は制約付きの「推定値」でやや改善している。

以上の結果から、制約条件の追加により連続的データ同化法による濃度場推定の推定精度が向上しているといえる。

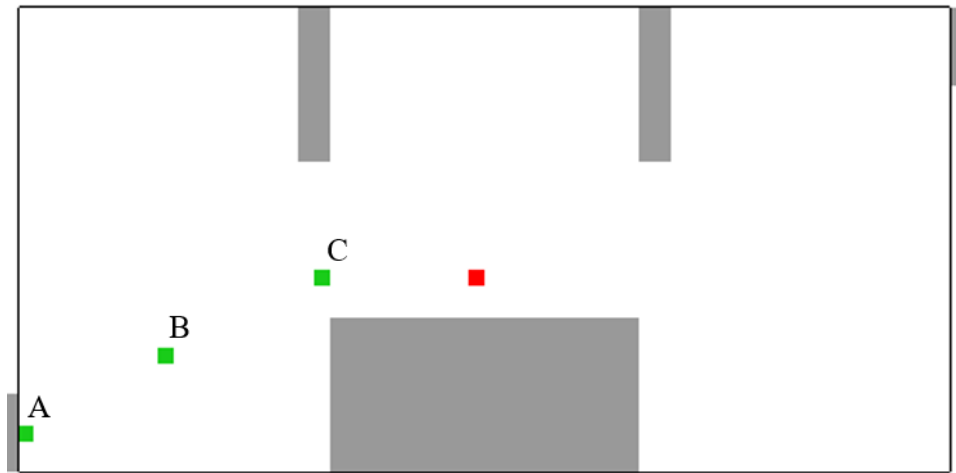


図 4.8 濃度の比較を行った点

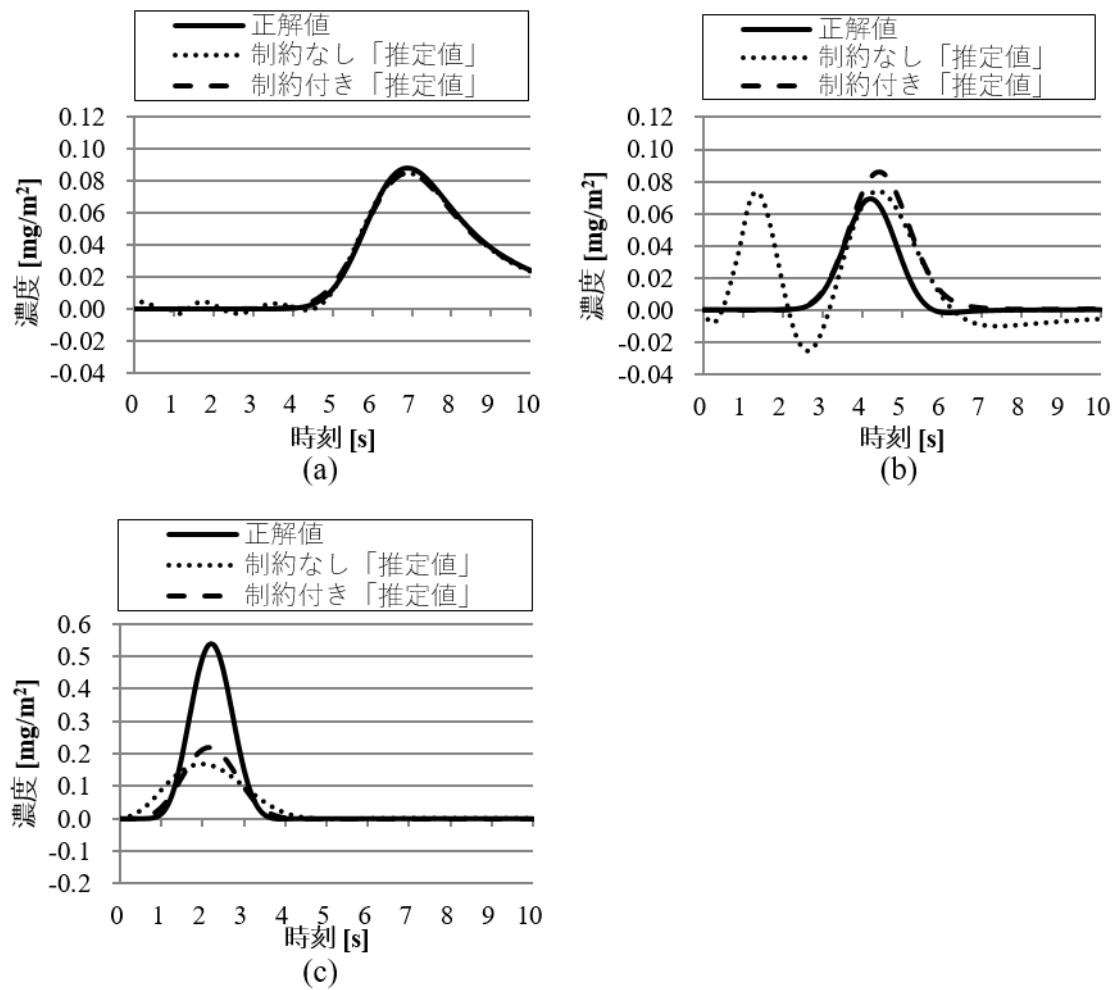


図 4.9 正解値と「推定値」濃度の比較  
(a)点 A, (b)点 B, (c)点 C

#### 4.2 3次元場を対象とした濃度場、放出源推定における制約条件付加による推定精度向上

前節までの数値実験においては、2次元場を対象としていた。連続的データ同化法のアルゴリズムは対象領域が2次元場であっても3次元場であっても同様であるため、2次元場を対象として行った数値実験の結果は3次元場を対象とした推定についても援用できる。

しかし、3次元場では変数の自由度が増え、また流れ場も複雑になるため、一般に数値シミュレーションによる推定は困難になる。

本節では、3次元場を対象として連続的データ同化法を適用し、3次元場の推定に対する連続的データ同化法の有効性を確認する。

#### 4.2.1 対象領域と計算条件

対象領域を図 4.10 に示す。対象領域は 4.1 節で用いた領域を  $y$  方向に伸長して作成した。また、対象領域の境界条件を表 4.2 に示す。

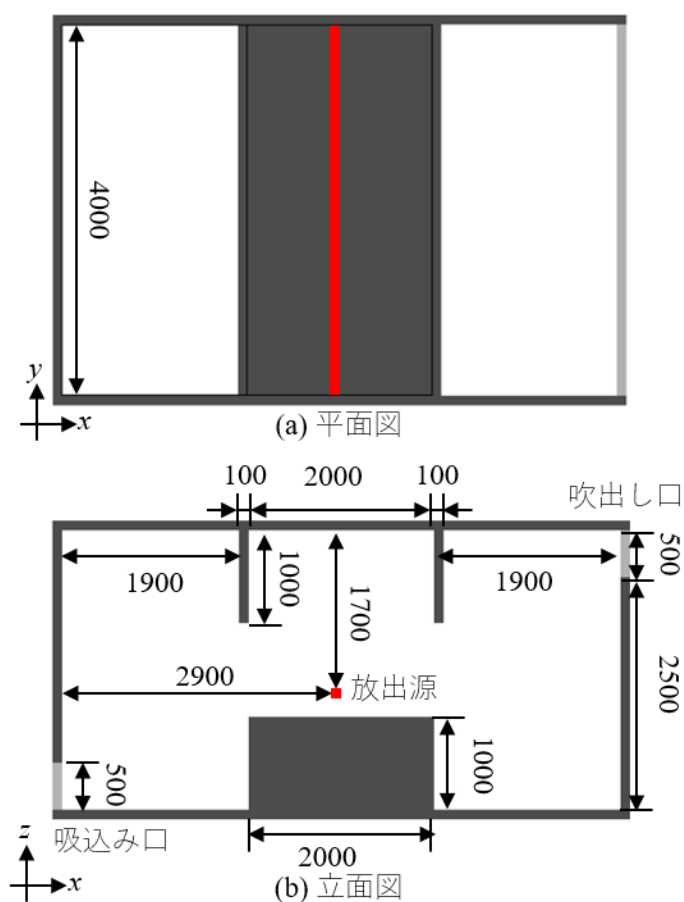


図 4.10 対象領域（図中の数字の単位は mm）

表 4.2 境界条件

|      |                                   |
|------|-----------------------------------|
| 吹出し口 | 吹出し速度一定 0.5 m/s                   |
|      | 圧力勾配ゼロ                            |
| 吸込み口 | 速度勾配ゼロ                            |
|      | 圧力一定（ゲージ圧ゼロ）                      |
| 放出源  | 放出時間 $t=0$ sより 1 秒間               |
|      | 放出強度 $10 \text{ mg/m}^3/\text{s}$ |

#### 4.2.2 「正解値」の作成と観測データ

「正解値」速度場と濃度場を図 4.11、図 4.12 にそれぞれ示す。図 4.11 を見ると、 $y$  断面における速度分布は 2 次元場の速度分布によく似ているが、壁面近傍でやや速度が大きく、 $y=2.0 \text{ m}$  断面ではやや速度が小さくなっている。これは、吹出し口から流入した空気が垂れ壁を模した障害物に衝突した後、障害物に沿って壁面沿いに流れる流れが形成されているためだと考えられる。速度の壁面境界条件としては滑りなし条件を与えており、これは壁面近傍で粘性により減速する効果があるが、その効果は前述の壁面沿いに流れる流れを打ち消すほど大きくはないのだと考えられる。

図 4.12 を見ると、濃度は壁面近傍で高くなっている。これは、壁面近傍では乱流が弱い  
ため、乱流拡散は室内中央に比べて小さいためであると考えられる。

「正解値」から吸込み口における濃度を抜き出すことで「観測データ」を作成した。



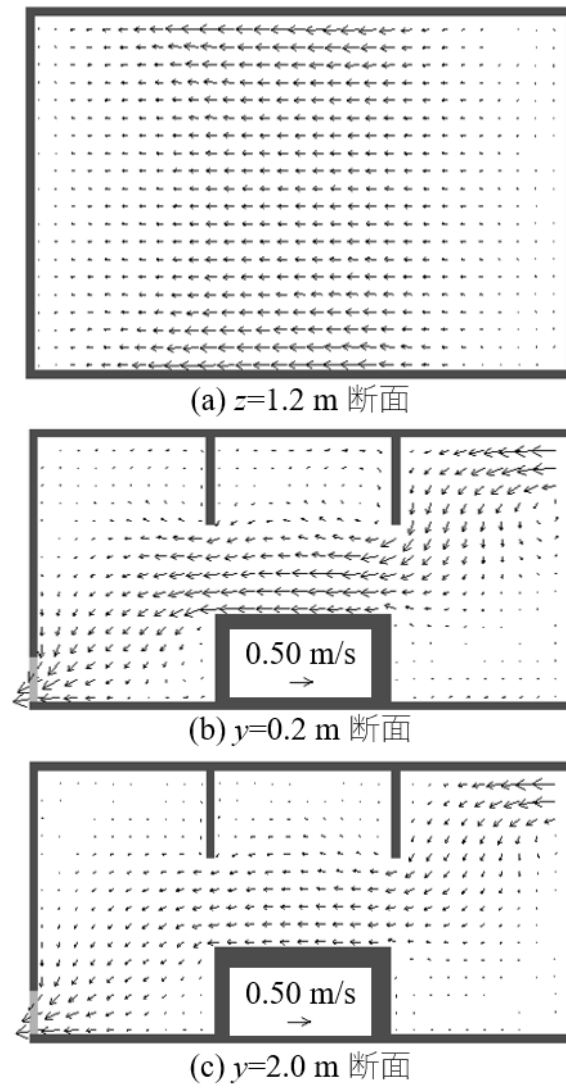


図 4.11 「正解値」速度分布

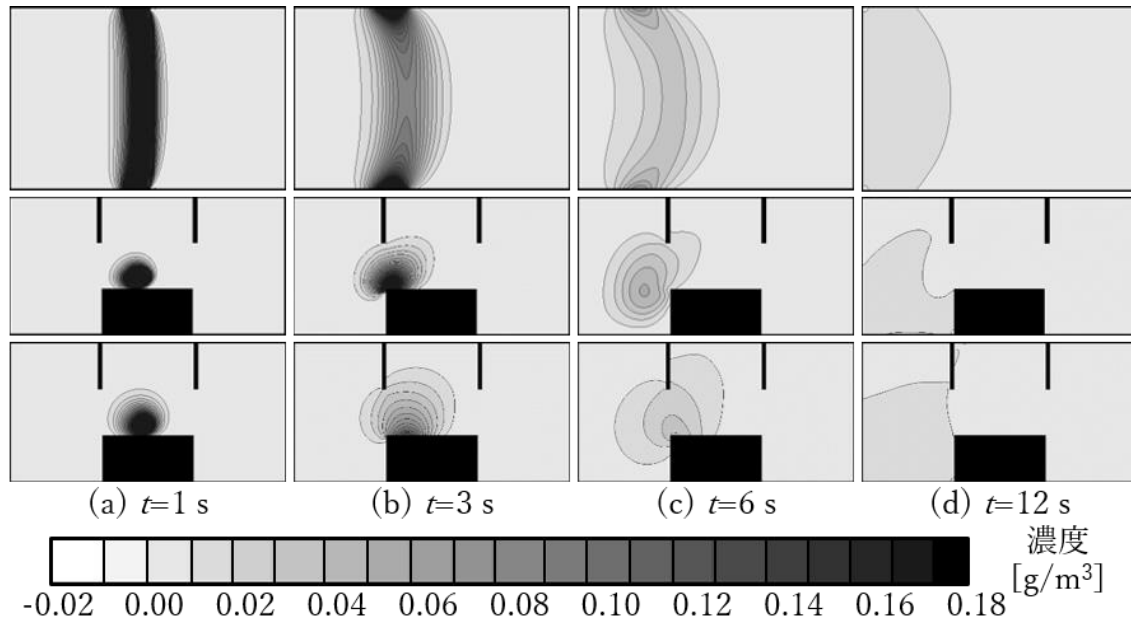


図 4.12 「正解値」 濃度分布

#### 4.2.3 制約条件を与えない場合の連続的データ同化法による「推定値」

連続的データ同化法を用いて、放出源を削除した数値シミュレーションに「観測データ」を同化することで得た「推定値」濃度分布と放出源分布をそれぞれ図 4.13、図 4.14 に示す。

図 4.13 を見ると、濃度が壁面近傍で高くなっているなどの傾向はおおむね再現できているが、2 次現場での計算と同様、「正解値」よりも過剰に拡散しており、ピーク近傍での過小評価、その外縁での過大評価、さらにその外縁での濃度の振動が見られる。

図 4.14 の放出源分布も同様に、放出源強度の過剰な拡散や振動、負の放出強度が現れている。

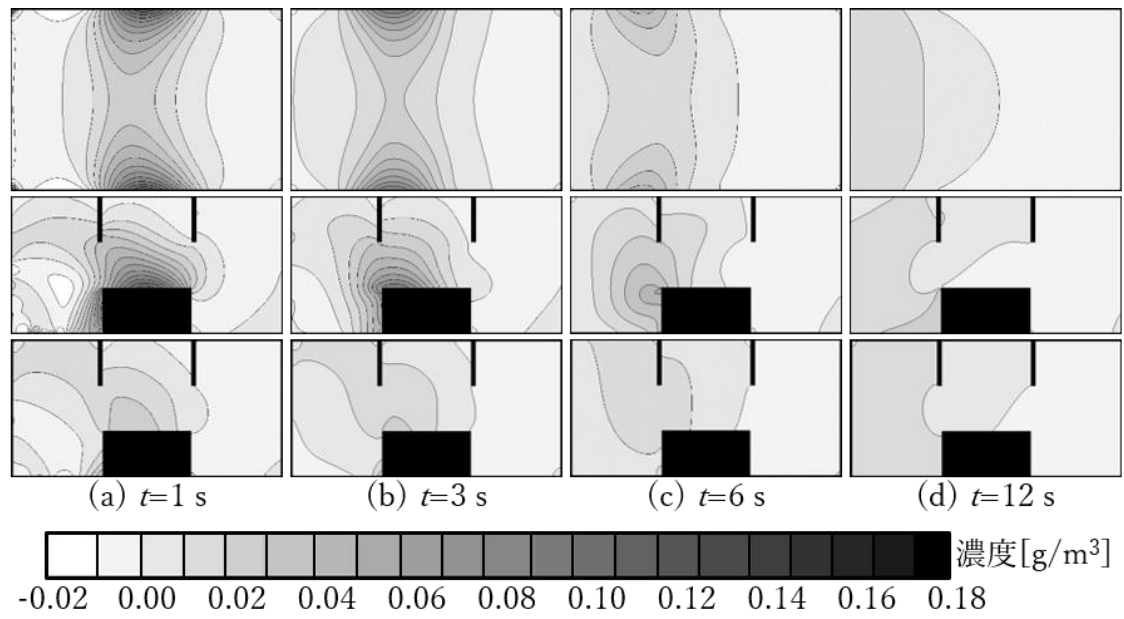


図 4.13 制約なし「推定値」濃度分布

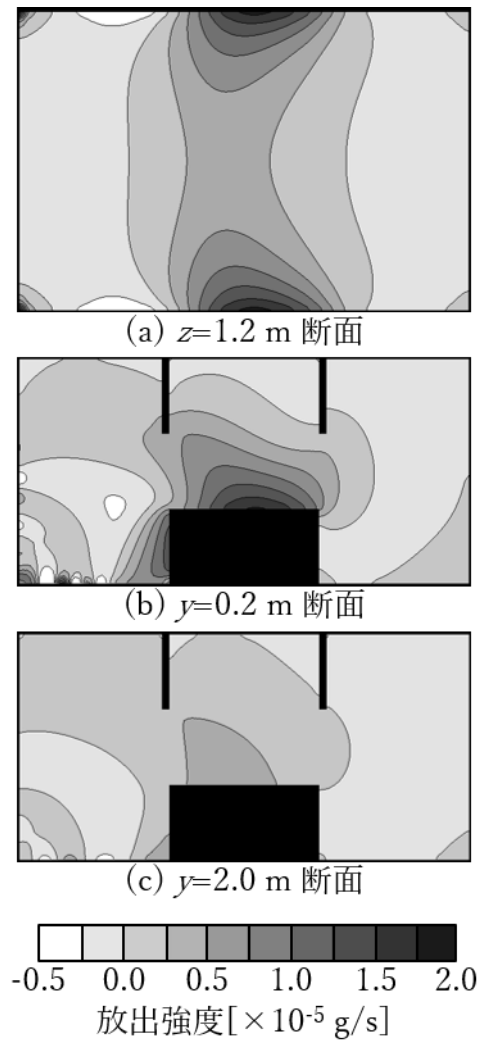


図 4.14 制約なし「推定値」放出源分布

#### 4.2.4 「放出強度が正またはゼロ」の制約条件を与えた場合の連続的データ同化法による「推定値」

4.1.7 節と同様に、式(4.1)の制約条件を与えて連続的データ同化法を適用することで得た「推定値」濃度分布と放出源分布をそれぞれ図 4.15、図 4.16 に示す。

制約条件の追加により、分布の振動が緩和され、濃度、放出強度のピーク高さが高くなり、より「正解値」に近づいている。

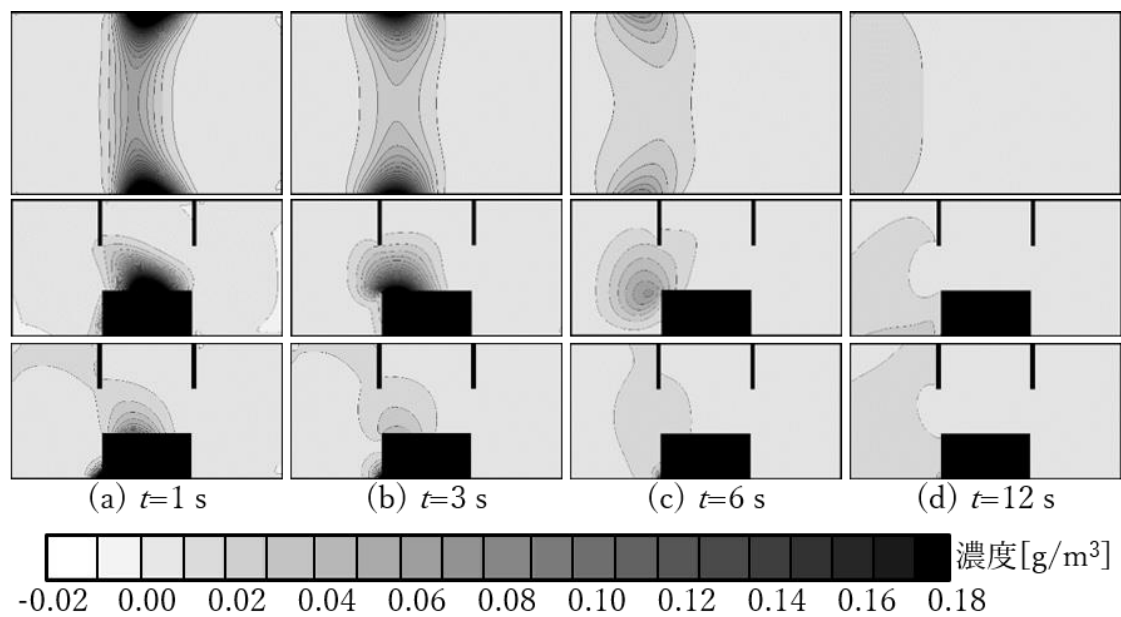


図 4.15 「放出強度が正またはゼロ」制約を与えた「推定値」濃度分布

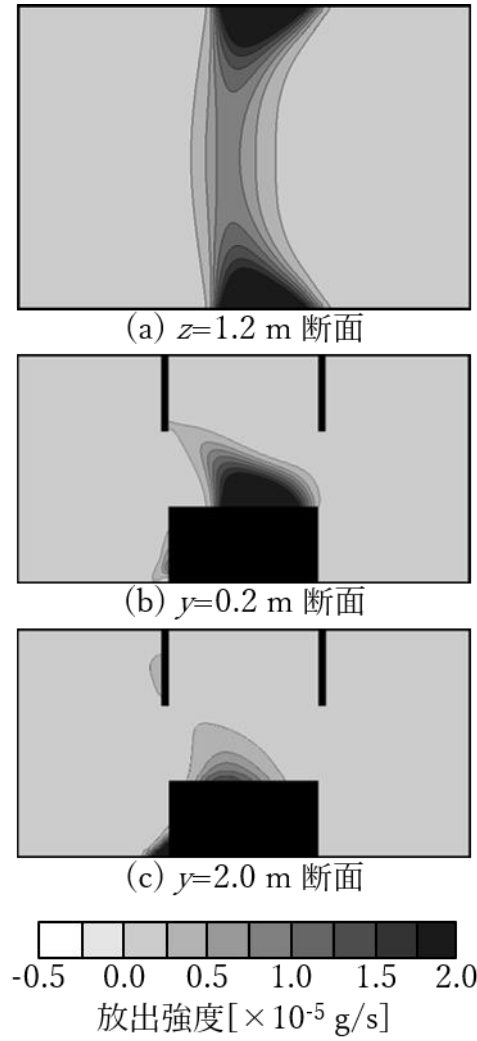


図 4.16 「放出強度が正またはゼロ」制約を与えた「推定値」放出源分布

#### 4.2.5 放出源の位置を制限した場合の連続的データ同化法による「推定値」

対象とする問題によっては、汚染物質放出源の空間分布がある程度既知である場合がある。例えば、密閉容器からのガスの漏出などを想定した場合、漏出するガスは容器の近傍に発生する。

そこで、放出源の空間分布が制限されている場合を想定し、連続的データ同化法の修正項分布に式(4.2)の制限を加えて推定を行った。

$$\phi(n_{cell}) = \begin{cases} 0 & \text{if } n_{cell} \in N_{region} \\ \phi(n_{cell}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.12)$$

ここで、 $N_{region}$  は放出源が存在しうる計算格子の集合であり、本数値実験では、図 4.17 に斜線で示す範囲に含まれるすべての計算格子である。

式(4.12)の制約条件を付加した場合の「推定値」濃度分布と放出源分布をそれぞれ図 4.18、

図 4.19 に示す。放出源の位置を制限することで、制約条件を加えない場合と比較して、ピーク高さが高くなり、より「正解値」分布に近づいている。

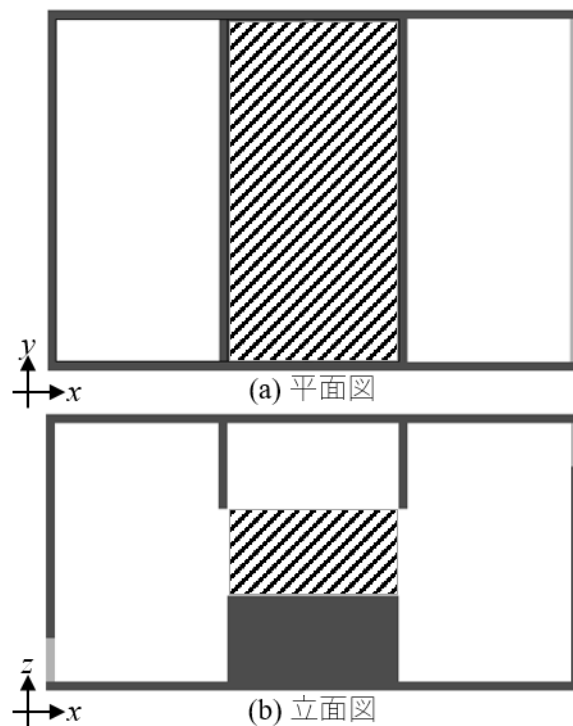


図 4.17 放出源が存在しうる範囲

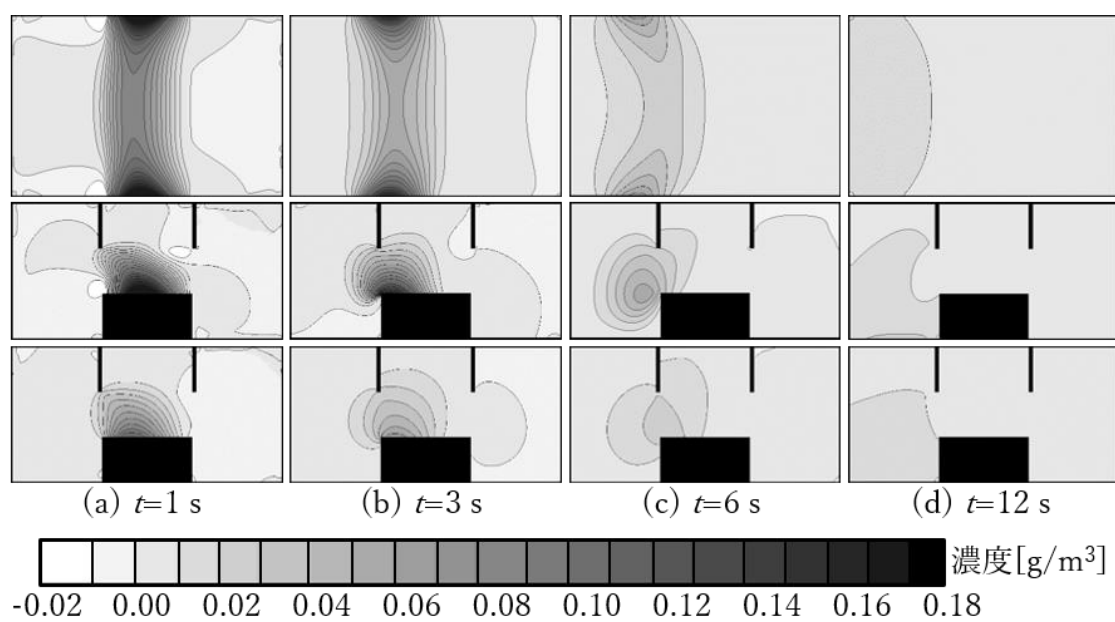


図 4.18 放出源位置を制限した場合の「推定値」濃度分布

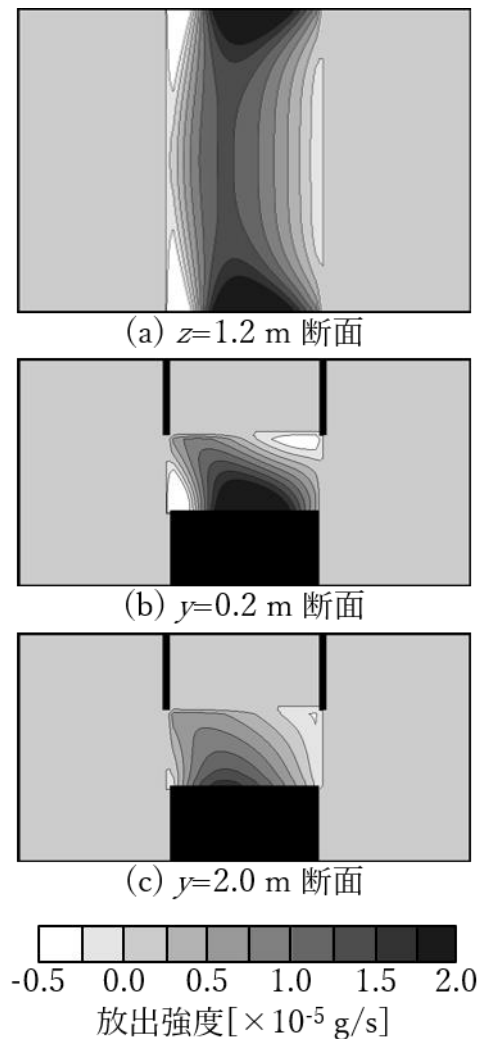


図 4.19 放出源位置を制限した場合の「推定値」放出源分布

#### 4.3 本章における数値実験のまとめ

本数値実験では、室内を模した 2 次元、または 3 次元場を対象に連続的データ同化法を適用し、室内に汚染物質の放出源が発生した場合を想定し、濃度の観測データから汚染物質の濃度分布と放出源の位置、強度を推定する数値実験を行った。推定は、「観測データ」のみを数値シミュレーションに同化する場合に加え、対象領域の物理的条件を反映した制約条件を付加した場合について行われた。

数値実験の結果、対象が 2 次元場であっても 3 次元場であっても、連続的データ同化法による濃度分布、放出源分布の推定ができることが確認された。また、連続的データ同化法を適用する際に制約条件を付加した場合の数値実験においては、付加する制約条件として、「放出源強度は正またはゼロの値を取る」、「放出源の分布範囲が制限されている」の 2 通りの制約条件を検討した。いずれの制約条件を与えた場合も、制約条件を与えなかった場合



に比べ、「推定値」が向上した。

以上の結果より、適切な制約条件を付加することで、連続的データ同化法による推定の精度が向上することが確認された。

## 第5章 結論

### 5.1 本研究のまとめ

本論文では、室内環境を高精度に推定するため、測定によって得られた少数の観測データを数値シミュレーションに同化することで、観測データと数値シミュレーションによる計算値の間の差分を最小化するように数値シミュレーションに修正を加える手法である連続的データ同化法について、その修正に物理的意味付けを行うような修正を加え、室内環境の推定に適用した。また同手法の有効性を確認するために数値実験を行うとともに、同手法を室内に発生した未知の汚染物質放出源の濃度分布および放出源位置、強度の推定に用いる場合に、流れ場と観測点位置、放出源位置の関係が推定精度に及ぼす影響について数値実験により評価した。加えて、観測データと数値シミュレーションによる計算値の間の差分が生じる原因に応じて連続的データ同化法の修正項に物理的意味を与えることができることを示し、これを用いて修正項の物理的意味を反映した制約条件を課すことで同手法による推定精度が向上しうることを示した。

第1章では、室内環境を高精度かつ効率的に制御するためには室内環境をその空間的分布を含めて高精度に把握することが必要であるのに対し、現在の観測、数値シミュレーション手法では室内全域の速度場、温度場、汚染物質濃度場などを高精度に推定することができないことを指摘した。そして、観測データを用いて数値シミュレーションの計算値やモデルを修正するデータ同化法が、必要とされる高精度な推定のために利用しうることを指摘し、データ同化法に関する既往研究を概観、分類し、その長所、短所を比較することで、本研究の目的に合致する手法として連続的データ同化法を挙げた。

第2章では、連続的データ同化法の基本式を導出し、また同手法の適用アルゴリズムを示した。加えて、同手法の修正項が観測データと数値シミュレーションによる計算値の差分の原因に対応した物理的意味を持つことを示し、例として観測データと計算値の間の誤差がもつばら境界条件によって与えられる場合の修正項の意味について考察し、そのような物理的意味の考察によって連続的データ同化法の適用時に推定精度を高めるための制約条件を与えることができることを示した。

第3章では、連続的データ同化法の有効性の検証のため、室内空間を対象として、室内に汚染物質放出源が発生した場合に、少数の汚染物質濃度の観測データから室内の緯線物質濃度分布とその放出源の位置、強度を推定する数値実験を行った。また、流れ場と観測点配置を固定したまま放出源位置を変更して数値実験を行うことで、流れ場における観測点と放出源の位置関係が連続的データ同化法による推定精度に与える影響を評価した。その結果を踏まえて、発生した汚染物質が連続放出である場合に、観測点の位置を変更しながら2段階の推定を行うことで、より高精度に汚染物質濃度、放出源分布の推定ができることを確認する数値実験を行った。数値実験の結果、連続的データ同化法を適用することで少数の観

測データから室内の濃度分布や放出源位置が推定可能であること、推定に用いる観測データは、流れ場において放出源と同一流線上風下にあることが望ましいこと、特に汚染物質放出が連続的に行われる場合、観測点は放出源と同一流線上の風下で、放出源に近い位置に置かれた場合に推定精度が向上することなどを確認した。

第4章では、観測データと数値シミュレーションによる計算値の間の差分の原因を踏まえて連続的データ同化法の修正項に物理的意味を与えることで、その物理的意味を反映した制約条件を作成し、この制約条件をデータ同化時に用いることで推定精度が向上することを確認した。また、3次元場を対象に同手法を適用することで、同手法が3次元場に対しても適用可能であることを確認した。

以上のことから、連続的データ同化法の適用が高精度な室内環境の推定に資することが明らかになった。また、同手法の適用時における望ましい観測点配置について定性的な方針を与えるとともに、対象領域に応じた適切な物理的意味を修正項に与え、その物理的意味を反映した制約条件を用いることで連続的データ同化法による推定の精度が向上しうることが明らかになった。

### 5.2 今後の課題

本研究により室内環境推定における連続的データ同化法の有効性が明らかになった。しかし、本研究による連続的データ同化法の有効性の検証には数値実験を用いており、数値シミュレーションモデルに含まれる現象のモデル化に伴う誤差や、観測データに含まれる誤差の影響は考慮されていないため、それらの誤差が存在する場合の連続的データ同化法の推定精度への影響については更なる検証を要する。また、気流場や温度場といった濃度場以外の要素を対象とした連続的データ同化法の適用についても、検証が必要である。特に気流場については、その支配方程式が非線形であり、本研究が対象とした濃度場に比べ誤差への感度が鋭敏であることが予想される。

以上の課題が解決された場合、連続的データ同化法は室内環境の高精度な推定に加えて、以下の方向への応用が期待される。

まず期待されるのは、空調機器の運転制御への応用である。連続的データ同化法は入力された観測データに対して、数値シミュレーションモデルを観測データによく一致するように修正する手法であり、同手法の修正項は観測データと修正前の数値シミュレーションモデルの間の差分の物理的意味を反映する。ここで、観測データの代わりに室内環境が満たすべき条件を入力した場合、満たすべき条件との差分を最小化するような修正項が得られる。得られた修正項を空調機器により制御に読み替えることで、満たすべき条件を実現するような空調機器の制御が得られる。このような用途への応用を行う場合、連続的データ同化法の適用をほぼリアルタイムに行う必要があり、計算資源の観点から課題が残る。

別の応用として、室外環境への適用が考えられる。連続的データ同化法はもともと気象分野におけるデータ同化法として開発されたという経緯からも、同手法が室外環境の推定に

用い得ることは明らかであるが、室内環境と比べたとき、室外環境は初期条件、境界条件の不確実性が大きく、したがって推定精度の確保が難しい。そのため、高精度な推定のためには、本論文で提案した制約条件の追加に加えて、さらなる計算上の工夫が必要とされることが考えられる。

## 謝辞

本論文は、著者の大阪大学大学院工学研究科 環境・エネルギー工学専攻における博士前期課程、後期課程の計4年半の研究成果を取りまとめたものであり、その研究過程において多くの方々のご指導、ご協力を頂きましたことに対して、心より感謝いたします。

研究テーマ選択にはじまる研究のすべての段階において広範なご指導、ご支援を賜りました大阪大学大学院工学研究科教授の近藤明先生には深甚なる感謝の意を表します。研究のデザインや論文執筆、学術講演資料の作成などにつきまして丁寧かつ的確なご指導を賜りました大学大学院工学研究科助教の嶋寺光先生に、深く感謝いたします。また、先生が退職されるまでの間、様々にご指導を頂きました元大阪大学大学院工学研究科助教の井上義雄先生に厚く感謝いたします。

大阪大学大学院工学研究科教授の下田吉之先生、矢吹信喜先生には、論文をまとめる段階におきましてご支援を賜りましたことに厚く御礼申し上げます。

ダイキン工業小松彰氏、塩地純夫氏には産学共同研究を通じて、本研究に様々なご助言、ご支援を賜りましたこと、厚く御礼申し上げます。

株式会社 IDAJ の塩島史哉氏には、本研究で開発した連続的データ同化法を OprnFOAM のソルバとして実装する作業を行うにあたり、OprnFOAM の使用方法などについて詳細に解説頂きましたこと、厚く御礼申し上げます。

## 参考文献

- [1] 厚生労働省、建築物環境衛生管理基準について、  
<http://www.mhlw.go.jp/bunya/kenkou/seikatsu-eisei10/>
- [2] 国土交通省 知的生産性研究委員会、第2回資料7「環境・設備部会の活動報告」、2008、  
<http://www.mlit.go.jp/jutakukentiku/house/torikumi/chiteki/dai2kai/shiryoku7.pdf>
- [3] 経済産業省、平成27年度エネルギーに関する年次報告、2016
- [4] 国土交通省 知的生産性研究委員会、第4回資料8「環境・設備部会の活動報告」、2010、  
[http://www.mlit.go.jp/jutakukentiku/house/torikumi/chiteki/dai4kai/100325\\_shiryoku08.pdf](http://www.mlit.go.jp/jutakukentiku/house/torikumi/chiteki/dai4kai/100325_shiryoku08.pdf), p5
- [5] 気象庁、過去のデータ検索. <http://www.data.jma.go.jp/obd/stats/etrn/index.php>
- [6] F. X. LeDimet, O. Talagrand. Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations: theoretical aspects. 1986. Tellus. 38A. pp:97-110
- [7] J. C. Derber. A variational Continuous Assimilation Technique, 1989, Monthly Weather Review. 117, pp:2437-2446
- [8] X. Zou, I. M. Navon, F. X. Ledimet. An optimal nudging data assimilation scheme using parameter estimation. 1992. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. 118. pp:1163-1186
- [9] I. M. Navon. Practical and theoretical aspects of adjoint parameter estimation and identifiability in meteorology and oceanography. 1997. Dynamics of Atmospheres and Oceans. 27. pp:55-79
- [10] S. Kato, P. Pochanart, J. Hirokawa, Y. Kajii, H. Akimoto, Y. Ozaki, K. Obi, T. Katsuno, D. G. Streets, N. P. Minko. The influence of Siberian forest fires on carbon monoxide concentrations at Haplo, Japan. 2002. Atmospheric Environment. 36. pp:385-390
- [11] 塩田卓, 加賀昭和, 近藤明, 山口克人, 井上義雄. 観測値と流体基礎方程式を融合した室内空気環境の把握. 2000. 空気調和・衛生工学会論文集. 79. pp:29-36
- [12] T. F. Zhang, Q. Chen. Identification of contaminant sources in enclosed environments by inverse CFD modeling. 2007. Indoor Air. 17. pp:167-177
- [13] X. Liu, Z. Zhai. Location identification for indoor instantaneous point contaminant source by probability-based inverse Computational Fluid Dynamics modeling. 2008. Indoor Air. 18. pp:2-11
- [14] T. Sasamoto, S. Kato, W. Zhang. Control of indoor thermal environment based on concept of contribution ratio of indoor climate. 2010. Building Simulation. 3. pp:263-273
- [15] H. Cai, X. Li, Z. Chen, M. Wang. Rapid identification of multiple constantly-released contaminant sources in indoor environments with unknown release time. 2014. Building and Environment. 81. pp:7-19

- [16] 細川啓佑[編]. データ同化の考え方とその方法 (講演: 中野慎也. 2009. MTI  
ハンドブック
- [17] 山口克人, 加賀昭和, 近藤明, 井上義雄, 山口太郎, 塩田卓. 費用関数を用いた最適化  
手法による PIV と CFD の融合. 2002. 日本機械学会論文集(B 編). 66 巻 642 号. pp:339-  
345
- [18] 加賀昭和, 塩田卓, 近藤明, 井上義雄, 山口克人. 測定値と CFD の融合のための費用  
関数法の非定常流れ場への適用. 2003. 日本機械学会論文集(B 編). 69 巻 682 号.  
pp:1307-1312
- [19] 気象庁予報部. 数値予報の基礎知識と最新の数値予報システム. 2012.
- [20] S. Kato, Y. Kajii, R. Itokazu, J. Hirokawa, S. Koda, Y. Kinjo. Transport of atmospheric  
carbon monoxide, ozone, and hydrocarbons from Chinese coast to Okinawa island in the  
Western Pacific during winter. 2002. Atmospheric Environment. 38. pp:2975-2981
- [21] X. Wang, W. Tao, Y. Lu, F. Wang. A method to identify the point source of indoor  
gaseous contaminant based on limited on-site steady concentration measurements. 2013.  
Building Simulation. 6. pp:151-164
- [22] A Keats, E. Yee, F. S. Lien. Bayesian inference for source determination with applications  
to a complex urban environment. 2007. Atmospheric Environment. pp:465-479
- [23] R. M. Neupauer, J. L. Wilson. Backward probability model using multiple observations  
of contamination to identify groundwater contamination sources at the Massachusetts  
Military Reservation. 2005. Water Resources Research. 41. doi:10.1029/2003WR002974
- [24] T. F. Zhang, Q. Chen. Identification of Contaminant Sources in Enclosed Spaces by a  
Single Sensor. 2007. Indoor Air. 17. pp:439-449
- [25] I. V. Kovalets, S. Andronopoulos, A. G. Venetsanos, J. G. Bartzis. Identification of  
strength and location of stationary point source of atmospheric pollutant in urban  
conditions using computational fluid dynamics model. 2011. Mathematics and  
Computers in Simulation. 82. pp:244-257
- [26] H., Cai, X., Li, L., Kong, X., Ma, X. Shao. Rapid identification of single constant  
contaminant source by considering characteristics of real sensors. 2012. Journal of  
Central South University of Technology. 19. pp:593-599
- [27] OpenFOAM® - The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox.  
<http://www.openfoam.com/>
- [28] Ansys Fluent. <http://www.ansys.com/Products/Fluids/ANSYS-Fluent>
- [29] Ansys CFX. <http://www.ansys.com/Products/Fluids/ANSYS-CFX>
- [30] 平間悠也, 永野秀明, 郡逸平, 王宗光. 自動車室内温熱環境予測における OpenFOAM  
の実用性. 2014. 空気調和・衛生工学会論文集. 202. pp:29-38

- [31] 小野浩己, 酒井考司, 加治屋亮一. 床暖房室内の自然対流場における CFD の精度検証  
第 2 報—LES による乱流統計量データベースの作成. 2014. 空気調和・衛生工学会論文  
集. 213, pp:9-17
- [32] 川崎浩司, 松浦翔, 坂谷太基. 3 次元数値流体力学ツール OpenFOAM における自由表  
面解析手法の妥当性に関する検討. 2013. 土木学会論文集 B3(海洋開発), 69, No.2, pp:  
1\_748-1\_753
- [33] 小林克年, 西島規世. ラビリンスシール流れの圧縮性流体解析 (解析予測精度の検証  
と不安定流体力発生メカニズムの考察). 2013. 日本機械学会論文集 (B 編) .79 巻 800  
号. pp:24-39
- [34] S. Fabre, M. Stickland, T. Scanlon, A. Oldroyd, D. Kindler, F. Quail. Measurement and  
simulation of the flow field around the FINO 3 triangular lattice meteorological mast.  
2014. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 130. pp:99-107