The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	アセットマネジメントにおけるデータ欠損補完と多元的劣化評価に関する研究
Author(s)	水谷, 大二郎
Citation	大阪大学, 2016, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/59616
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

博士学位論文

アセットマネジメントにおける
データ欠損補完と
多元的劣化評価に関する研究

水 谷　大 二 郎

2016年7月

大阪大学大学院工学研究科

目 次

第 1 章　序論 **1**

1.1　はじめに 1

1.2　社会基盤施設のアセットマネジメント 3

1.2.1　アセットマネジメントの概要と本研究の位置付け 3

1.2.2　統計的劣化予測手法に関する既往研究 4

1.3　データ欠損 8

1.3.1　データ欠損補完の必要性 8

1.3.2　データ欠損の定義とデータ欠損の補完方法 8

1.4　本研究でのデータ欠損補完手法による多元的劣化評価とその工学的有用性 . . 10

1.5　本研究の構成 12

参考文献 **16**

第 2 章　判定基準変更を考慮した隠れマルコフ劣化ハザードモデル **25**

2.1　はじめに 25

2.2　本研究の基本的な考え方 27

2.2.1　既往研究の概要 27

2.2.2　判定基準変更と対応関係 28

2.2.3　マクロ対応モデル 29

2.2.4　サンプル欠損バイアス 31

2.2.5　隠れマルコフ劣化ハザードモデル 32

2.3　新旧健全度変換モデル 33

2.3.1　多段階健全度評価と判定基準の変更 33

2.3.2　健全度変換確率 34

2.4　隠れマルコフ劣化ハザードモデル 36

2.4.1　マルコフ劣化ハザードモデル 36

2.4.2　隠れマルコフ劣化ハザードモデル 38

2.4.3　完備化操作 41

2.5　推定手法 43

2.5.1　MCMC 法 43

2.5.2　健全度変換確率の特定化 43

2.5.3 完備化事後確率密度関数の定式化 44
2.5.4 ベイズ推定法 44
2.5.5 最適モデルの決定方法 45
2.5.6 推定フロー 46
2.5.7 事後分布に関する統計量 50
2.6 適用事例 53
2.6.1 データベースの概要 53
2.6.2 最適マクロ対応モデルの決定 54
2.6.3 隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推定結果 56
2.7 おわりに 62

参考文献 **64**

第 3 章 連続量を用いた劣化ハザードモデル **67**
3.1 はじめに 67
3.2 本研究の基本的な考え方 69
3.2.1 既往研究の概要 69
3.2.2 連続量劣化管理指標と劣化予測モデル 70
3.3 連続量を用いた劣化ハザードモデル 72
3.3.1 劣化進行プロセス 72
3.3.2 ベースラインモデル 74
3.3.3 尤度関数の定式化 75
3.3.4 リスクマネジメント指標 77
3.4 推定手法 81
3.4.1 尤度関数の非凸性とベイズ推定 81
3.4.2 尤度関数の完備化操作 81
3.4.3 事前確率密度関数の設定 82
3.4.4 事後確率密度関数の定式化 83
3.4.5 条件付き事後確率密度関数の定式化 83
3.4.6 推定フロー 85
3.5 適用事例 88
3.5.1 適用事例の概要 88
3.5.2 モデル推定の方針 89
3.5.3 ベースラインモデルの特定化 92
3.5.4 推定結果 93
3.5.5 リスクマネジメント指標の算定結果 98

3.5.6 今後の展望 100
3.6 おわりに 102

参考文献 **103**

第 **4** 章 多元的劣化過程モデル **105**
4.1 はじめに 105
4.2 本研究の基本的な考え方 107
4.2.1 既往研究の概要 107
4.2.2 構造物劣化速度の多元的評価 108
4.2.3 コピュラによる相関構造のモデル化 110
4.3 多元的劣化過程モデル 112
4.3.1 モデル化の前提条件 112
4.3.2 混合マルコフ劣化ハザードモデル 112
4.3.3 多元的劣化事象の相関構造 114
4.4 複数タイプの点検と部分観測可能性 117
4.4.1 劣化事象の部分観測可能性 117
4.4.2 データ構造 118
4.4.3 部分観測結果と同時確率密度関数 119
4.4.4 尤度関数 119
4.5 推定手法 121
4.5.1 コピュラと階層ベイズモデル 121
4.5.2 事前確率密度関数の設定 122
4.5.3 同時事後確率密度関数の定式化 123
4.5.4 同時事後確率密度関数の推定 123
4.6 適用事例 127
4.6.1 適用データの概要 127
4.6.2 パラメータ推定結果 129
4.6.3 コピュラと異質性パラメータ同時分布 130
4.6.4 多元的劣化過程 132
4.6.5 実務的示唆 133
4.7 おわりに 135

参考文献 **136**

第 **5** 章 **2** 次元混合ワイブル劣化ハザードモデル **138**
5.1 はじめに 138

5.2 本研究の基本的な考え方 140
5.2.1 従来の研究概要 140
5.2.2 機器システムの故障過程 140
5.2.3 異質性の 2 次元配置の定量化と更新施策 141
5.2.4 推定値ペアの選択問題 143
5.3 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデル 145
5.3.1 ワイブル劣化ハザードモデル 145
5.3.2 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデル 146
5.3.3 2 次元異質性の相関構造 147
5.4 推定手法 149
5.4.1 尤度関数の定式化 149
5.4.2 事前確率密度関数の設定 150
5.4.3 同時事後確率密度関数の定式化 150
5.4.4 同時事後確率密度関数の推定 152
5.5 適用事例 156
5.5.1 適用データの概要 156
5.5.2 パラメータ推定結果 156
5.5.3 コピュラと 2 次元異質性の同時分布 160
5.5.4 実務的示唆 163
5.6 おわりに 165

参考文献 **166**

第 **6** 章 結論 **168**

謝辞 **170**

表 目 次

2.1 判定基準（旧基準：2008 年度以前） 28
2.2 判定基準（新基準：2009 年度以降） 28
2.3 マクロ対応モデルと BIC 55
2.4 パラメータの推定結果（ミクロ対応モデル） 55
2.5 パラメータの推定結果（隠れマルコフ劣化ハザードモデル） 56
2.6 パラメータの推定結果（マルコフ劣化ハザードモデル） 58
2.7 データ種別とサンプル数 58
2.8 サンプル分布（ケース 1） 59
2.9 サンプル分布（ケース 2） 59
2.10 サンプル分布（ケース 3） 60

3.1 調査データ概要 88
3.2 耐荷力による健全度ランク 91
3.3 ベースラインモデルの候補と AIC 92
3.4 未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$, σ の推定結果 93
3.5 未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ の推定結果 93
3.6 劣化特性カテゴリごとの観測 D_i 値の最大値 98

4.1 代表的なアルキメディアン・コピュラ 114
4.2 健全度判定基準 [24] 127
4.3 各点検の点検項目 [24] 127
4.4 適用データ諸元 128
4.5 未知パラメータ推定結果 129

5.1 代表的なアルキメディアン・コピュラ 147
5.2 データ概要 156
5.3 システムグループの詳細 157
5.4 パラメータの推定結果 158

図 目 次

1.1 各章でのデータ欠損補完と多元的劣化評価のためのモデル推定フレームワーク 13

2.1 マクロ対応モデル 30
2.2 サンプル欠損バイアス 31
2.3 判定基準の変更と劣化過程 33
2.4 推定フロー 52
2.5 マクロ対応モデルの候補 54
2.6 期待劣化パスと信用域 57
2.7 期待劣化パス（入口からの距離の影響） 60
2.8 期待劣化パス（勾配の影響） 61

3.1 離散的指標と連続量指標 70
3.2 データ獲得パターン 75
3.3 推定フロー 87
3.4 地点ごとのデータ数分布 90
3.5 調査間隔と D_i 値増加量 91
3.6 舗装耐荷力パフォーマンスカーブ 94
3.7 舗装耐荷力の基準化パフォーマンスカーブ 95
3.8 劣化特性カテゴリごとの期待寿命 96
3.9 経過年数の分布 97
3.10 劣化リスク指標分布の時間的推移 99
3.11 カテゴリ間の劣化リスク指標分布の差異 99
3.12 リスク管理水準 5%での舗装耐荷力指標 100
3.13 余寿命分布 101

4.1 異質性パラメータの同時分布と劣化過程のベンチマーキング 107
4.2 異質性パラメータの同時分布とコピュラ 110
4.3 ある構造物カテゴリー k のデータ獲得例 117
4.4 多元的劣化過程モデルの階層ベイズ推定 121
4.5 推定アルゴリズム 126
4.6 異質性パラメータ分布（路上点検データ） 130
4.7 異質性パラメータ分布（路下点検データ） 130

4.8 推定された異質性パラメータ 131
4.9 異質性パラメータの同時確率密度関数 132
4.10 ε_2 の変動に応じた ε_1 の変動 132
4.11 路下点検結果の差異による路上劣化過程の変動 133

5.1 2 次元異質性パラメータと同時分布 142
5.2 パラメータと生存関数の関係 143
5.3 推定フロー 154
5.4 劣化加速度の異質性パラメータ分布 158
5.5 劣化速度の異質性パラメータ分布 159
5.6 各機器システムグループの劣化過程 159
5.7 比例的でない劣化過程の例 160
5.8 2 次元異質性パラメータ 161
5.9 システムグループごとの劣化加速度の異質性分布 161
5.10 2 次元異質性パラメータの同時確率密度関数 162
5.11 2 次元異質性パラメータの選択問題 163

第1章　序論

1.1　はじめに

現在，国内の道路総延長は，高速道路（高速自動車国道）約 9,000km を含む約 128 万 km におよび，その中には，約 17 万箇所の橋梁，約 1 万箇所のトンネルが含まれる [1)]．さらに，総延長約 3 万 km の鉄道 [2)]，総延長約 63 万 km の水道管路 [3)]，総延長約 46 万 km の下水道管路 [4)]，約 1,000 箇所の港湾 [5)] など，これまでに我が国において膨大な量の社会基盤施設が整備されてきた．これらの社会基盤施設は国民の資産（アセット）であり，我々はその有効活用と保全を図り，将来世代に継承していく義務がある [6)]．そのためには，限られた予算のもとで効率的に社会基盤施設を維持管理していくことが必要となり，社会基盤施設のマネジメントを適切に行うことが重要となる．さらに，近年，我が国では，戦後から高度経済成長期にかけて整備された膨大な量の社会基盤施設の劣化が顕著となりつつある．このような背景に伴い，社会基盤施設のアセットマネジメントが学問として体系化され，多様な研究が数多く蓄積されている．

社会基盤施設のアセットマネジメントは様々な要素技術を統合的に用いることにより成立する．その際，マネジメント対象とする施設の種類や状況に応じて，適宜，最適な要素技術を選択し，現実の問題に適用していくことが，より効率的なアセットマネジメント（ライフサイクル費用の低減，リスクの低減，維持管理計画の高精度化など）を実践するにあたり必要となる．このとき，対象とする施設におけるアセットマネジメントの全体像を俯瞰的に設計し，要素技術を取捨選択し，それを実践する総合化技術 [7)] の整備が重要となるが，そのためには，個々の要素技術を実践を見据え継続的に開発，改良していくことが，今後のアセットマネジメントの発展に大きく資するということは容易に想像できる．それらの要素技術の中でも，本研究では，統計的劣化予測手法に着目する．統計的劣化予測の精度と柔軟性は，アセットマネジメントの結果に大きな影響を与える．我が国では，多段階指数ハザードモデル（マルコフ劣化ハザードモデル）[8)] の開発以降，新たな統計的劣化予測モデルの開発が盛んに行われ，我が国の統計的劣化予測手法は世界最高水準にあると言っても過言では無い．しかしながら，既往の統計的劣化予測手法には改善の余地もある．その中でも，本研究では，既往の統計的劣化予測モデルの大半はバイアスの無い十分な量の点検データに適用することを想定している点に着目する．現実の社会基盤施設の点検データ獲得スキームを考えた場合，交通規制の必要性，予算制約などにより，任意の時点で点検を行うことは極めて困難であり，点検データが量的に不足している，あるいは，点検データにバイアスがある場合も少なくない．さらに，点検データが（電子データとして）記録さ

れていない状況，補修によりデータ欠損が生じている状況なども容易に想像できる．当然のことながら，バイアスのある，あるいは，量的に不十分な点検データに既往の劣化予測モデルを直接適用することはできず，このようなデータを対象とした際には，点検データの欠損を適切に補完する方法論を用いる必要がある．点検データ欠損を補完し劣化予測を行う方法論に関しては，若干の既往研究[9]があるものの，その方法論が未だ体系化されていないのが実情である．特に，複数種類のデータ（当然のことながら，例えば単一種類の施設においてマルコフ劣化ハザードモデルを推定する際にも，点検データのみならず，建設データや補修履歴データなど複数種類のデータを統合的に用いるが，本研究ではより大きな枠組み（複数種類の施設から獲得された点検データや，同一の施設に対する点検データでも観測時期によってデータの観測方法が極めて異なるデータなど）で複数種類の点検データを定義する）を統合的に用いてデータにバイアスの無い場合と同等の精度の劣化過程を推定するような方法論は過去には開発されていない．さらに，社会基盤施設のアセットマネジメントにおける維持管理業務の現実の意思決定過程においては，必ずしも単一の劣化事象のみを用いて意思決定が行われるわけではない．複数種類の点検データの中でも，特に，複数種類の劣化事象を同時に考慮し，それぞれのデータ欠損を補完し，複数種類の劣化事象における劣化過程（多元的劣化過程）を同時に推定するような方法論が開発された際には，現実の意思決定過程を明示的に考慮することが可能となり，より高精度な維持管理施策，さらには将来時点において必要となる補修材料数なども勘案した維持管理計画の策定に極めて有用となる．

以上の問題意識のもと，本研究ではデータ欠損を補完し，さらにその際に多元的劣化過程を同時に推定するような統計的劣化予測手法の開発を行い，社会基盤施設のアセットマネジメントにおけるそれらの方法論の体系化を目指す．具体的には，欠損データ（あるいは欠損データの特性を表す変数）を潜在変数として明示的に考慮し，マルコフ連鎖モンテカルロ（MCMC）法によるベイズ推定の枠組み内で，劣化予測モデルのパラメータと同時に推定する方法論を開発する．さらに，このような方法論を用いることにより，多元的な劣化評価も同時に可能であることを示す．以下，**1.2** でアセットマネジメントの概要を説明し，**1.3** で**第 2 章**以降で提案する種々の方法論の概要，本研究の構成を述べる．

1.2　社会基盤施設のアセットマネジメント

1.2.1　アセットマネジメントの概要と本研究の位置付け

社会基盤施設のアセットマネジメントに関しては，国内外を問わずそれぞれの国，地域の社会システムに応じて，その概念，概要が実務的側面，学術的側面の双方で確立されてきている[6)−16)]．ここでは，読者の便宜を図るために我が国のアセットマネジメントの概要を，本研究のアセットマネジメントにおける位置付けと関連付けて簡単に説明する．社会基盤施設のアセットマネジメントは，施設の劣化予測，維持管理業務の最適化，インフラ会計[17,18)]，マネジメント手法の国際標準化[18,19)−22)]，インフラマネジメントシステム[23)−26)]，建設契約，プロジェクトマネジメントなど，多岐に亘る知見を統合的に用いて実施されなければならない．ここでは，アセットマネジメントと学術的な研究の関連性を重点的に説明する．本研究では，貝戸等[7)]が論じたように，アセットマネジメントは「情報」，「知識」,「意思決定」の 3 種類のプロセスの循環により形成されるという考え方を踏襲する．これらのプロセスを経て，実在する社会基盤施設の維持管理業務を効率的に行っていくことがアセットマネジメントの目的である．これらのプロセスの発展に対して，現場で獲得された社会基盤施設の劣化情報やこれまで実務者の経験に基づき蓄積されてきた暗黙知を定量化，形式知化し，それに基づき社会基盤施設の維持管理費用やリスクの低減を目指した維持管理業務最適化を適切に行っていくことが重要となる．当然のことながら，社会基盤施設の維持管理業務において実際の意思決定を行うのは当該施設の管理者であるが，学術的立場からは暗黙知の定量化手法，維持管理業務の最適化手法を提案することにより社会基盤施設のアセットマネジメントサイクルの発展に資することができる．これらの方法論の中でも，近年の統計的劣化予測手法の発展が我が国のアセットマネジメントの発展に大きく貢献してきた．

社会基盤施設の劣化予測モデルは，決定論的モデル[27,28)]と確率モデルに大別できる．さらに，その推定手法に関しては，統計的手法と力学的手法[29)−32)]が存在する．これらの中でも，本研究は確率モデルを統計的手法により推定する手法（統計的劣化予測手法）を用いる．同手法には，現場で蓄積された膨大な点検データを劣化予測に反映することにより，実在の社会基盤施設の劣化過程に内在する不確実性を統計的に推定し劣化予測結果に反映できるという利点がある．この利点により，統計的劣化予測手法の発展は我が国のアセットマネジメントの発展に大きく貢献してきている．本研究においても，データ欠損補完とそれに伴う多元的劣化評価に着目し，複数種類の統計的劣化予測手法を開発する．次節では統計的劣化予測手法の既往研究を整理する．なお，既に述べたように，社会基盤施設のアセットマネジメントの個々のプロセスにおいて，最適な技術として採用されるべき要素技術は対象とする施設，管理者，地域などに応じて多様に異なる．そのため，本研究で提案する個々の劣化予測モデル，劣化評価手法を直接的に実務に適用することが全ての対象

において必ずしも可能であるわけではない点には留意されたい．しかしながら，それぞれの章で適用事例として対象とした施設，地域以外においても，国内外を問わず数多くの社会基盤施設のマネジメント問題において適用可能であると考える．

1.2.2　統計的劣化予測手法に関する既往研究

統計的劣化予測手法の萌芽期

統計的劣化予測に関して，20 世紀終盤より数多くの手法，モデルが提案されている．統計的劣化予測手法開発の初期段階の研究として，国内では，武山等[33]，Omar 等[34]の研究が，国外では，Madanat 等の一連の研究[35)−37)]や Jiang 等[38]，van Noortwijk and Frangopol[39]の研究があげられる．これらの研究を端緒として，我が国では，2000 年代中盤より統計的劣化予測手法の開発がより盛んに行われるようになった．その中でも上記の既往研究で別個に用いられていたマルコフ連鎖モデル[40]，ハザードモデルによる生存時間解析[41]を用いたマルコフ劣化ハザードモデル[8]の開発が，のちの統計的劣化予測手法の発展に大きく寄与することとなる．統計的劣化予測においては，劣化の進展を離散的な健全度で評価した点検データ（多段階レーティングデータ）が多く用いられる．このようなデータを用いた劣化予測においては，数学的なデータの取り扱い，実務における実用性の双方を考慮したとき，マルコフ連鎖モデルが非常に有用となる．複数の指数ハザードモデルの確率的コンボリューションによりマルコフ推移確率を表現したマルコフ劣化ハザードモデルの開発を契機として，非集計的なマルコフ推移確率の推定法が確立され，健全度評価に基づいた劣化予測の精度が大幅に向上した．さらに，統計的手法による劣化予測結果を用いて，ライフサイクル費用評価や点検・補修・更新戦略の策定の合理化[42]が可能になった．以下では，マルコフ劣化ハザードモデル開発以降の我が国の統計的劣化予測手法の変遷を整理する．なお，国外の統計的劣化予測手法に関しては，パネルデータモデルや混合確率モデルを用いた劣化予測モデル[37,43]が存在するものの，主流となっているのは，劣化過程を明示的に考慮せず維持管理費用を直接推定するモデル[44]や複数の劣化事象を考慮した維持管理施策最適化モデル[45)−47)]の開発であり，統計的劣化予測手法に関しては我が国での技術が世界で最も発展していると言っても過言では無い．

近年の我が国の統計的劣化予測手法の発展

2005 年のマルコフ劣化ハザードモデルの開発以降，同モデルに基づく先端的な統計的劣化予測モデルが開発されている．これらのモデル開発の変遷を以下で整理する．なお，社会基盤施設に対する点検データは，上述した多段階レーティングデータのほかに，健全度を 2 値評価する場合や，損傷や不具合の発生個数を評価する場合があり，それぞれワイブル劣化ハザードモデル[48,49]やポワソン発生モデル[50,51]で表現される．

マルコフ劣化ハザードモデルに基づく劣化予測モデルの発展

堀等[52]は，社会基盤施設の健全度が相対頻度としてのみ獲得されているような場合に，点検データサンプル内の点検間隔の不均一性を許容できるというマルコフ劣化ハザードモデルの利点を保持しつつマルコフ推移確率を推定するための集計的マルコフ劣化ハザードモデルを定式化している．青木等[53]は，高速道路付帯施設のような比較的寿命の短い施設では劣化過程のマルコフ性が成立しない可能性を指摘し，複数のワイブル劣化ハザードモデルを用いて，劣化過程の時間依存性を考慮できる多段階ワイブル劣化ハザードモデルを定式化した．小林等[54]は，獲得された健全度に測定誤差が介在する場合に，真の健全度と実際に観測された健全度間の誤差を確率モデルで表現し，真の健全度における劣化過程を表現するマルコフ劣化ハザードモデルを推定するための隠れマルコフ劣化モデルを提案している．これらの劣化予測モデルの推定手法に関しても，マルコフ劣化ハザードモデル開発当時の最尤推定法に加え，ベイズ推定法（特に，マルコフ連鎖モンテカルロ（MCMC）法）[55]による推定手法も開発されている[56]．ベイズ推定法の主な利点として，1）経験的な情報を事前分布としてモデルの推定に利用することができる点，2）未知パラメータを事後分布として推定できるため推定結果の信頼性評価が可能となる点，があげられる．さらに，隠れマルコフ劣化モデルは，尤度関数が高次の非線形多項式となり，1階の最適化条件が非常に多くの解を有しているため，最尤推定法を用いて解くのは現実的ではない．このような問題を回避するために，尤度関数の完備化操作を内包したベイズ推定法が開発されており，ベイズ推定法の開発が統計的劣化予測モデルの発展を支えていることも特筆すべき点である．

マルコフ劣化ハザードモデルでは，劣化速度を規定するハザード率に劣化に影響を及ぼす要因（特性変数）を内包させることで条件の相違に応じた劣化予測を行うことが可能である．しかし，同モデルでは，管理対象となる社会基盤施設グループの平均的（マクロ）な劣化予測を行っているに過ぎない．一方，混合マルコフ劣化ハザードモデル[57]の開発により，個々の社会基盤施設間に潜在する劣化過程の異質性を考慮した，ミクロな単位での劣化評価が可能となった．社会基盤施設の劣化過程は，たとえ同一の特性変数（交通量や構造条件など）を有する場合でも，定量的に観測できない要因，あるいは，そもそも不可観測である要因により，多様に異なる．これらの要因に起因した劣化過程の差異を本研究では異質性と呼ぶ．混合マルコフ劣化ハザードモデルでは，実際の維持管理体制に合わせた評価単位（例えば，路線単位，管理事務所単位，施設単位など）で異質性を評価するための異質性パラメータが推定される．つまり，実際の評価単位ごとにマルコフ推移確率や期待寿命を推定することができる．これらの結果を用いて，重点監視部材の抽出や，各評価単位での点検・補修政策の最適化を行うことが可能となっている．また，混合マルコフ劣化ハザードモデ

ルの推定手法に関しても，モデル開発当時の段階的最尤推定法に加え，階層ベイズ推定法も開発されている[58]．階層ベイズ推定においては，異質性パラメータの事前分布の分散を規定するパラメータをハイパーパラメータとして設定して全ての未知パラメータを同時推定することで，異質性の過分散問題を緩和することが可能となり，異質性パラメータの推定精度を向上させることが可能となった．また，階層ベイズ推定を用いて，劣化予測モデル内の全ての未知パラメータを同時推定することにより，膨大な未知パラメータを含む劣化予測モデルの開発，推定も可能となった．例えば，異質性パラメータを階層的に設定した，多階層混合マルコフ劣化ハザードモデルが開発され，階層的な評価単位（例えば，路線単位と個々の施設単位の組み合わせ）における劣化過程の異質性を単一のモデルで同時に推定することも可能となった[59]．

上述の劣化予測モデルでは，全て単一種類の劣化指標のみを対象として劣化予測を行うことを想定していた．しかし，社会基盤施設の劣化過程は，現実には多元的な指標を用いて評価されることも少なくない．例えば，道路舗装に対しては，ひび割れ率，わだち掘れ量，ポットホール発生個数，IRI（International Roughness Index：国際ラフネス指数）などを，橋梁に対しては，ひび割れ，剥離・剥落数，遊離石灰，漏水などを用いて劣化が総合的に評価され，点検・補修の計画が立案される．さらには，単一種類の劣化指標がさらに細分化される場合もあり，例えば，道路舗装のひび割れは，縦ひび割れ，横ひび割れ，面ひび割れの 3 種類に大別される．貝戸等[60]は，このような舗装ひび割れの劣化過程を詳述するために，各ひび割れの健全度推移を表現するマルコフ劣化ハザードモデルに，ひび割れの種類間の推移過程を表現する指数ハザードモデルを内包した，階層型指数劣化ハザードモデルを開発している．林等[61]は，最も劣化の進展したひび割れの種類とその健全度のみが各点検時点において観測されているような点検データベースを用いて，3 種類のひび割れそれぞれの劣化過程を表す 3 種類のマルコフ劣化ハザードモデルを推定するための，競合的劣化ハザードモデルを開発している．一方で，実際の社会基盤施設の劣化過程に着目すると，複数の劣化指標，あるいは劣化事象が互いに作用し合い，複合的に劣化が進展する場合も少なくない．このような複合的な劣化過程に対しては，異なる劣化事象間の関係性を考慮したような劣化予測モデルも開発されている．小林等[62]は，高速道路の舗装構造において，基層以下の耐荷力の低下に伴い，路面の性能も低下していくような複合的劣化過程を，非定常マルコフ過程を有する階層的隠れマルコフ劣化モデルとしてモデル化している．さらに，基層以下の耐荷力の低下過程と路面の性能の低下過程が相互に影響を及ぼし合うような，複合的隠れマルコフ劣化モデルも開発されている[63]．また，Nam 等[64]は，舗装の路面の性能低下に伴い，ポットホールの発生個数が増加していくような複合的劣化過程を，ポアソン隠れマルコフ劣化モデルとしてモデル化している．

このように，マルコフ劣化ハザードモデルの開発以降，様々な先端的な劣化予測モデルが開発されている．なお，ここでは，多段階レーティングデータを対象とした手法のみを取り上げているが，時系列データを用いて社会基盤施設の劣化予測を行うための統計的方法論[65)−67)]も，近年，数多く開発されている．また，劣化予測結果を用いた最適化手法や劣化評価手法の開発も盛んに行われているがここでは参考文献[68)−82)]として記載するに留める．

1.3　データ欠損

1.3.1　データ欠損補完の必要性

上述のように，近年，統計的劣化予測手法に関して様々な方法論が提案されている．しかしながら，**1.1** で述べたように，欠損データを含む点検データを対象とし，それを補完するような手法は，小林等の研究[9]以外では開発されていない（小林等の研究[63]でもデータ欠損を考慮しているがあくまでも 2 種類の点検データの観測時点の非同期性を解消することを目的としており，データ欠損に伴うバイアスを補正するものではない）のが実情である．社会基盤施設に対する点検は，交通規制の必要性，予算制約などにより，任意の時点で行うことは困難である．さらに，過去の点検データが記録されていない，あるいは，電子データとして保存されておらず電子化に多大な労力を必要とし，その人員がいないまたはその業務に対する対価を支払う余裕がない場合も少なくない（これまで，劣化予測モデルを統計的に推定する場合には，手動でバイアスを取り除く，あるいは欠損したデータを実務者の経験的知見に基づき補完していた）．また，施設の健全性の回復を伴うが比較的軽微な補修は，点検データあるいは補修データ内に記録されない場合もある．そのため，社会基盤施設の点検データにサンプル獲得バイアスが存在する場合やバイアスは無いが量的に不足している場合は珍しくはない．このようなバイアスが存在する，あるいは量的に不十分なデータに対して，**1.2** で述べた既往研究でのモデルを直接適用すると，推定結果に大きなバイアスが含まれることとなる．さらに，データの欠損度合いが大きい場合には，モデルを推定できない場合もある．しかしながら，費用を試算し，維持管理計画を立案していくことは，たとえ，そのための情報が十分でない場合にも，全ての社会基盤施設の管理者に必要となる．本研究で提案する方法論を用いることにより，そのような場合にも明確な根拠を持つ計画を作成することができる．そのため，本研究で提案する方法論は，より高精度かつ説明責任を明確に満たす社会基盤施設の予算案や維持管理計画の数を増加させ，本研究の持つ工学的有用性は極めて高いと考える．

1.3.2　データ欠損の定義とデータ欠損の補完方法

ここで，小林等[9]の研究の概要を説明する．同研究では，交通工学の分野でも用いられている[83)−85)]離散選択モデルにおけるサンプル選択バイアスの補正方法[86)−88)]を，補修行為に起因した健全度単位でのサンプル選択バイアスの補正に応用している．具体的には，バイアスの無い完全データを想定した理論的健全度分布と実データの健全度分布によって定義したサンプル欠損補正係数を尤度関数に乗ずることにより，サンプル欠損を補正していた．また，その推定手法には最尤推定法が用いられていた．同方法論では，補完あるいは補正対象とするデータの状態空間とデータ欠損補正に用いる変数の状態空間がともに離散的空間で表されているため，本研究の**第 3 章**，**第 4 章**で取り扱うような連続値として欠損データ

を議論する際には直接用いることができない．さらに，例えば，本研究の**第 2 章**，**第 4 章**で対象とするような種類の異なる点検データを統合する場合にも直接的に使用することはできない．一方，本研究では，欠損データ（あるいは欠損データの特性を表す変数）を潜在変数として明示的に考慮し，マルコフ連鎖モンテカルロ（MCMC）法によるベイズ推定の枠組み内で，劣化予測モデルのパラメータと同時に推定する方法論を開発する．また，本研究では，データ欠損の欠損メカニズムに関する一般的な議論である，missing completely at random (MCAR)，missing at random (MAR)，missing not at random (MNAR，または not missing at random (NMAR)) の考え方を用いよう．この考え方は，Rubin の先駆的な研究 [89] 以降，データ欠損の補完方法の発展とともに数多くの文献として体系化されている [90)–96)]（これらの文献の中では missing data や欠測データといった用語も使用されている．本研究では，Rubin[89] の定義した missing data の訳語として欠損データという用語を使用し，欠測データが生じている状態をデータ欠損と呼ぶ）．本研究では，MAR を対象とする．MAR の数学的定義は上述の参考文献を参照されたいが，MAR は，データの欠損が欠損値そのものの値とは無関係であるが，分析に用いるその他の変数と関係している状態を示す（データの欠損が欠損値そのものの値と関係性がある場合は NMAR，データの欠損が欠損値そのものの値，分析に用いるその他の変数とともに無関係である場合は MCAR となる）．MAR におけるデータ欠損補完手法としては，NMAR を MAR へと変換する手法なども含めて，データ拡大法の一種である多重代入法 [97, 98]，因果推論 [93, 94, 99)–101)]，補助変数法 [102, 103]，感度分析 [104] などがあげられる．その中でも，本研究では，多重代入法を用いる．多重代入法はデータの欠損値にその他の観測データを用いて定義したモデルから発生させた疑似的なデータを代入し目的とするモデルを疑似的な完全データを用いて推定する方法（データ拡大法）で，疑似的なデータを複数回代入することにより，欠損データ補完の際の不偏性を満足させる．多重代入法においては，潜在変数を用いた MCMC 法が利用可能であることが知られている [105]．本研究でもこの考え方を利用し，潜在変数を用いて欠損データを補完し，MCMC 法を用いてモデルのパラメータと潜在変数を同時に推定する方法を用いる．一方，**1.2.2** で述べたように，社会基盤施設の統計的劣化予測手法でも潜在変数と MCMC 法を用いた方法論が開発されている [51, 58, 59, 62)–64)] が，これらの既往研究は，個々の劣化評価単位での異質性を潜在変数として定義，推定することによる異質性分布の特定やベンチマーキング，重点管理区間の抽出などに利用することを目的としており，バイアスのある点検データ内のデータ欠損の補完を目的とはしていない．これらの既往研究での方法論がデータ欠損の補完に対して応用可能であることを，**第 2 章**から**第 4 章**までのそれぞれ異なるケースでの劣化予測モデルの開発を伴う形で実証的に示している点に本研究の学術的有用性がある．ただし，本研究では，点検データの欠損過程を解明することではなく，欠損したデータを補完し，高精度な劣化過程を推定することに主眼を置いている点には留意してほしい．

1.4 本研究でのデータ欠損補完手法による多元的劣化評価とその工学的有用性

本研究では，**1.3.2** で述べた潜在変数と MCMC 法を用いた手法が社会基盤施設の多元的劣化評価のための統計的劣化予測モデルの推定に対しても有用となることも示す．多元的劣化評価の詳細な具体例や有用性は **4.2.2** で詳述するが，ここではその概要を説明する．本研究では，ある単一の社会基盤施設の劣化状態が複数種類の劣化指標で記述されている場合に，それら複数種類の指標を用いて単一の施設の劣化を評価し維持管理を行っていくことを多元的劣化評価と定義する．例えば，舗装であれば，ひび割れ率，平坦性，わだち掘れ量，IRI（International Roughness Index）[106] が個々の劣化事象の劣化指標として観測される．さらに，橋梁鋼部材であれば，亀裂，腐食，錆などが，本研究の**第 3 章**で対象とする高速道路橋伸縮継手装置では，伸縮継手装置上面の損傷と下面の損傷の 2 種類が単一の伸縮継手装置で観測されている．それら複数の指標を考慮して，例えば舗装では，MCI（Maintenance Control Index）[107] や米国での PCI（Pavement Condition Index）[108] などが用いられているが，これらの指標は，考慮する劣化事象の劣化指標を所与としたとき一意に定まるよう定義されており，任意の種類の任意の劣化事象で表現される多元的劣化過程を記述することはできない．一方，本研究では，複数種類の劣化事象の劣化過程を明示的に記述し，さらに，それらの劣化特性を示すパラメータ（本研究では，劣化速度に対して比例的に定義した異質性パラメータ）の相関関係を考慮したモデルを提案する．本研究での方法論の主要なアウトプットとして，複数の劣化事象の劣化過程における異質性パラメータの相関関係を同時分布として定量化している点があげられる．詳細は，**4.6.3**，**4.6.5**，**5.5.3**，**5.5.4** を参照されたいが，異質性パラメータの同時分布を用いることにより，従来の 1 次元の異質性分布では考慮しきれていなかった現実の多元的な評価に基づく補修，更新の意思決定過程を明示的に考慮し，最適維持管理施策（最適点検間隔，最適補修間隔など）のみならず任意の将来時点での補修，更新が必要となる施設数を定量化し，維持管理計画を策定できるようになる．また，本研究の**第 4 章**で対象とする高速道路伸縮継手装置では，伸縮継手装置上面の点検には交通規制が必要となり，同点検のデータにおけるサインプルサイズは伸縮継手装置下面の点検データと比べ相対的に小さくなる．**第 4 章**では，このようなサンプルサイズの小ささをデータ欠損として捉え，本研究で提案する潜在変数と MCMC 法による推定手法で他の劣化事象の点検データに含まれる情報を用いてそのデータ欠損を補完しながら多元的劣化過程を推定している．このように，本研究で提案するデータ欠損の補完のための方法論を用いることにより，多元的な劣化評価も同時に可能となることを示した点にも本研究の新規性がある．さらに，その考え方を応用し，**第 5 章**では，データ欠損が発生していない場合においても，本研究で提案する方法論は単独の多元的劣化過程の推定という目的に対してのみにでも適用可能であることを示している．なお，同

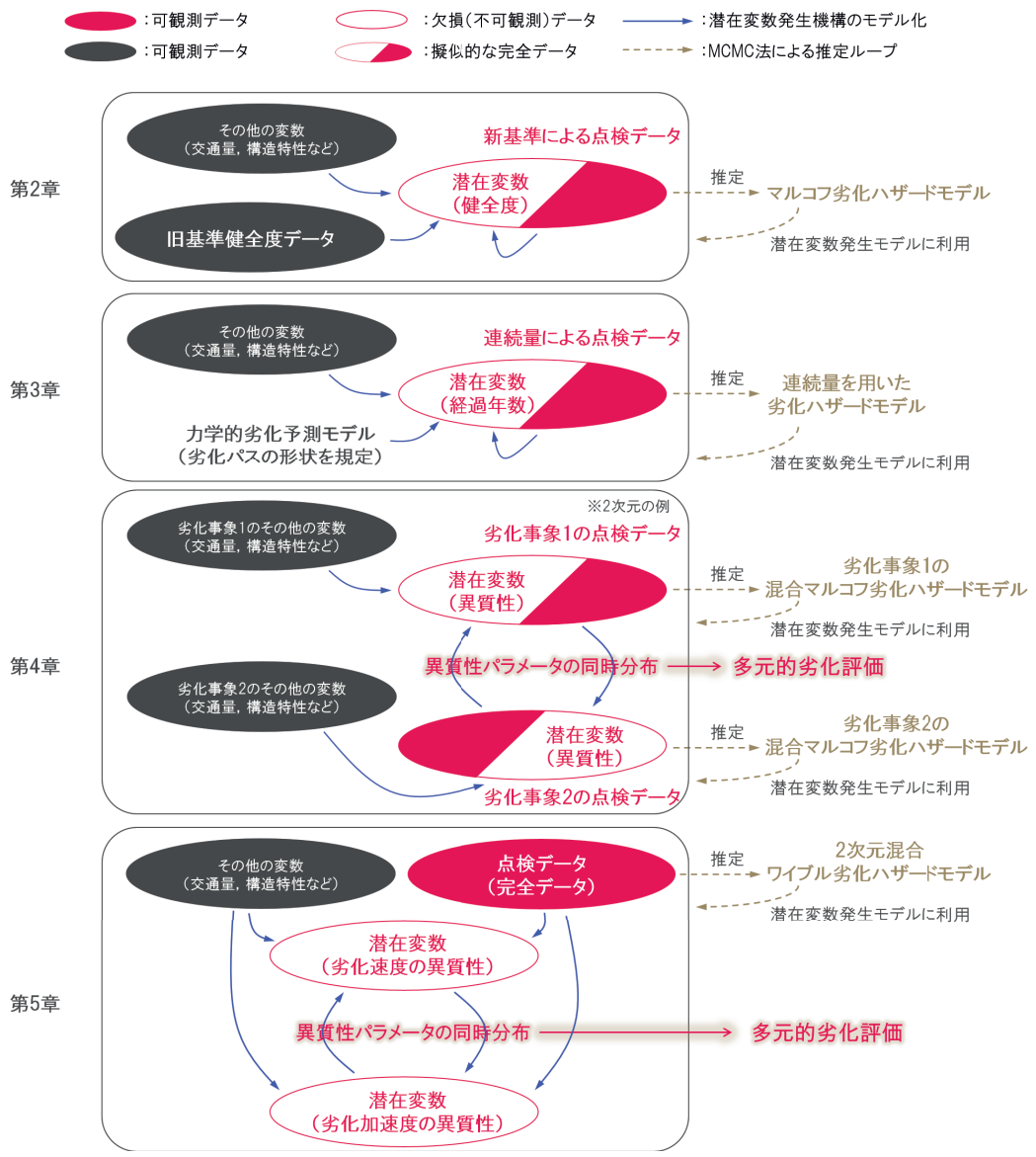
章においては，社会基盤施設の劣化過程を劣化速度，劣化加速度の 2 種類の指標を用いて多元的劣化評価を行っている．このとき，劣化速度，劣化加速度に影響を与える要因（本研究では不可観測要因として異質性パラメータに代表させて考慮している）を明確に定義することは困難である．上記では，読者の便宜を図るために，具体的な劣化事象とそれに対応する劣化指標の例をあげたが，このように，単一の施設に複数種類の劣化指標が定義でき，それらを同時に考慮し，劣化評価を行った場合も，本研究では多元的劣化評価を行っていると考える．

1.5 本研究の構成

既に述べたように，本研究では，統計的劣化予測モデル推定時のデータ欠損補完のための方法論として，多重代入法を用い，潜在変数と MCMC 法を用いたアプローチによりモデル推定アルゴリズムを実装する．さらに，その方法論により多元的劣化過程の推定と多元的劣化評価が可能であることも示す．これらを本研究では，実データを用いて実在する社会基盤施設のアセットマネジメント問題を想定した複数の適用事例（**第 2 章**から**第 5 章**）を通じ，実証的に示していく．

第 2 章では，社会基盤施設の劣化状態を表す健全度の判定基準が施設の供用期間中に変更され，判定基準変更前後での点検データがともにサンプル獲得バイアスを含んでいる事例を対象に，判定基準変更を考慮した隠れマルコフ劣化ハザードモデルを提案する．同方法論においては，新基準による点検データが判定基準変更前では欠損していると考え，**図–1.1** に示すように欠損データを旧基準の点検データとその他の変数で補完する．本章でのデータ欠損形態は，生存時間解析 [41, 109] における切断データとみなせるが，本研究では，この欠損メカニズムを Heitjan and Rubin[110] の定義に従い，Coarsened at Random (または，Coarsening at Random，CAR) と捉え MAR の一種であると考える．このとき多重代入法が適用可能となる．一般的に生存時間解析では，本章のような切断データに対して，切断時点以前では切断時点での健全度以上（より健全な状態）であったという情報を用いるが，本研究では，多重代入法により，旧基準により判定された健全度データも用いてデータ欠損を補完しているのが特徴となる．さらに，本章では，実在の高速道路トンネル照明灯具に対する適用事例を通じて，方法論の有用性を示している．

第 3 章では，本研究で提案する潜在変数と MCMC 法を用いた方法論を，連続量指標として観測される劣化過程を初期時点（新設時点，あるいは直近の補修時点）からの経過年数を独立変数として含む非線形回帰モデルで推定する際の，初期時点の欠損問題に適用する．同欠損問題は，新設時のデータ，または，直近の補修データが記録されていないこと（電子データとして記録されていない場合も含む）に起因し，**第 2 章**と同様に MAR として考慮できる．本章で提案する方法論のアセットマネジメントにおける有用性は連続量指標を直接用いて劣化過程をモデル化し，マルコフ連鎖モデルでは表現しきれない連続値での劣化状態の議論と時間依存的な劣化過程の定量化を可能にし，ハザードモデルとして非線形回帰モデルを取り扱うことにより将来時点でのリスク管理指標を定式化した点にある．従来，このような連続量指標は離散化されたのち，マルコフ連鎖モデルにより劣化予測が行われていたが，離散化に伴う情報の欠落が発生していた．連続量指標の離散化とマルコフ連鎖モデルによる劣化予測精度の低下は，モデルの仮定による情報の欠落によるものであり，データが欠損していることが直接的な原因となっているわけではない．しかしながら，本研究で取り扱うような非線形回帰モデルを推定する場合，初期時点からの経過年数が必要となり，従来はマルコフ連鎖モデルを用いざるを得なかった．さらに，本章で提案す



図–1.1　各章でのデータ欠損補完と多元的劣化評価のためのモデル推定フレームワーク

るモデルでは，力学的劣化予測モデルの持つ関数形の情報をベンチマークモデルとして統計的劣化予測モデルに組み込むことを可能としている．具体的には，ベンチマークモデル（力学的劣化予測モデル）を平均的な劣化パスとするランダム効果モデルを定式化し，点検データを用いた統計的手法を異質性（ランダム効果）の推定のみに用いることにより，点検データが量的に不足している場合には，パラメトリックに仮定した異質性分布により力学的劣化予測モデルの情報が劣化予測結果に反映されるようなモデルを提案している．さらに，**図–1.1** に示すように，力学的劣化予測モデルの関数形を定義することにより，力学的劣化予測モデルの持つ情報を，潜在変数の推定時にも利用できる．このように，本章では，潜在変数と MCMC 法によるデータ欠損補完以外にも，力学的劣化予測モデルを用いて点検データが量的に不足している場合に対応でき，マルコフ連鎖モデルでなく時間依存的な

劣化過程を連続的な状態空間で表現される指標で議論できる方法論を提案している．本章においても，実在の高速道路舗装耐荷力の低下過程を対象とした適用事例を通じて，提案する方法論の有用性を議論している．

第 4 章では，単一の施設において複数の劣化事象に関する点検データが獲得されており，施設群の個々の劣化事象の劣化速度の異質性評価を目的としているが，一部の施設においてある劣化事象に関する点検データが欠損している場合を対象として，その欠損データを当該施設に対して観測されている劣化事象の点検データで補完する方法論を潜在変数と MCMC 法を用いて提案している．本章においても，ある施設において点検データが欠損している劣化事象の劣化特性は当該施設で獲得されている他の劣化事象の劣化特性に影響を受けるが欠損データの値とデータ欠損の発生は無関係であるため，MAR として考慮でき，潜在変数と MCMC 法を用いて欠損を補完できる．ここでは，異質性自体も不可観測としているが，異質性は実際に観測される点検データに影響を与える．すなわち，本章では，直接的に観測が期待されるデータではなく，その特性を示すパラメータを潜在変数として設定している．**図–1.1** に示すように，他の劣化事象に関する情報も用いて潜在変数の発生機構をモデル化することにより，間接的にデータ欠損を補完することに対しても，本研究で提案する方法論が有用であることを示している（詳細は **4.6.4** を参照されたい）．ただし，欠損データに関する異質性パラメータを潜在変数として明示的に設定しているのではなく，アルキメディアン・コピュラ [111] を用いることにより，**4.4** で述べるような部分的不可観測性を許容しながら異質性の同時分布を推定し，欠損データにおける異質性パラメータを事後的に推定している点には留意されたい．具体的には，複数の混合マルコフ劣化ハザードモデル [57, 58] を定義し，それらの異質性が個々の劣化事象で独立に分布しているのではなく，同時分布していると考え，複数の混合マルコフ劣化ハザードモデルと異質性パラメータの同時分布の混合モデルとして多元的劣化過程モデルを定式化する．同モデルを用いて，複数種類の劣化事象における異質性の同時分布を推定することにより，多元的劣化評価を通じた維持管理計画の立案が可能となる．その際，個々の劣化事象の劣化速度の異質性分布を周辺分布として定義し，それらをコピュラ [111] を用いて結合することにより同時分布を推定している点に本研究の特徴がある．具体的には，この定式化は，個々の劣化事象単独での劣化速度の異質性評価の機能を保持しつつ多元的劣化評価が可能となるという工学的有用性と，個々の劣化事象の劣化速度の異質性周辺分布の期待値を指定（本研究の場合は，**第 4 章**，**第 5 章**の全ての周辺分布の期待値を 1 と指定）しつつ同時分布を推定することによりパラメータの識別性条件を満足できるという理論的有用性を併せ持つ．本章においても，実在の高速道路伸縮継手装置を対象とした適用時例を通じて提案する方法論の有用性を示している．

第 5 章では，潜在変数と MCMC 法を用いた推定手法は他の章と共通しているが，データ欠損の考慮の必要の無い完全データを用いて多元的劣化評価に主眼を置くことにより，本

研究で提案する方法論が，多元的劣化評価単独でも有用となることを示し，さらには，多元的劣化評価の有用性を実証的に検証する．本章では，社会基盤施設の劣化状態がその故障の有無を示す 2 値変数で観測されている場合を対象とする．その際には，ワイブル劣化ハザードモデル [48] が有用となり，劣化特性の異質性評価を行う際にはランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル [49] を用いることができる．しかし，同モデルではハザード率に比例的に作用する異質性パラメータのみが考慮されており，劣化加速度の異質性は考慮されていなかった．そこで，本章では，**図–1.1** に示すように，劣化速度，劣化加速度の双方の異質性を考慮した 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルを定式化する．これにより，施設の故障過程をより詳細に表現することができる．その際，コピュラを用いて 2 次元の異質性同時分布を定式化することにより，ワイブル劣化ハザード関数の定義に起因した劣化速度，劣化加速度それぞれの異質性パラメータ推定値ペアの選択問題を解消可能であることも示す．さらに，**第 4 章**で提案した異質性の同時分布を用いて，劣化速度，劣化加速度の 2 種類の指標を用いた多元的劣化評価を行う．本章においても，実在の高速道路照明機器に対する適用事例を通じて，提案する方法論の有用性を示している．

最後に，**第 6 章**で本研究の結論を述べる．

参考文献

1) 国土交通省：道路統計年報，2015.

2) 国土交通省：鉄道統計年報，2013.

3) 財団法人水道技術研究センター：縮む日本の基幹管路–平成 21 年度水道統計に基づく試算結果–，水道ホットニュース，第 282 号，2011.

4) 国土交通省：下水道 計画的な改築・維持管理，2015

5) 国土交通省：港湾関係統計情報，2016.

6) 小林潔司 : アセットマネジメント研究のフロンティア，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.11-13，2003.

7) 貝戸清之，青木一也，小林潔司：実践的アセットマネジメントと第 2 世代研究への展望，土木技術者実践論文集，Vol.1，pp.67-82，2010.

8) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82，2005.

9) 小林潔司，熊田一彦，佐藤正和，岩崎洋一郎，青木一也：サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル，土木学会論文集 F，Vol.63，No.1，pp.1-15，2007.

10) 小林潔司，上田孝行：インフラストラクチャ・マネジメント研究の課題と展望，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.15-27，2003.

11) NZ Transport Agency (Waka Kotahi): *State Highway Asset Management Plan 2012-15*, 2011.

12) Sinha, K. C. and Labi, S.: *Transportation Decision Making: Principles of Project Evaluation and Programming*, Wiley, 2011.

13) Federal Highway Administration (FHWA): *Generic Work Plan for Developing a TAMP*, 2013.

14) 貝戸清之，小林潔司：ビッグデータによるインフラマネジメント：アセットメトリクスにむけて，土木学会論文集 D3（土木計画学），Vol.70，No.5（土木計画学研究・論文集第 31 巻），pp.I_21-I_30，2014.

15) Haas, R. and Hudson, W. R.: *Pavement Asset Management*, Wiley, 2015.

16) 小林潔司，田村敬一：実践インフラ資産のアセットマネジメントの方法，理工学図書，2015.

17) 江尻良，西口志浩，小林潔司：インフラストラクチャ会計の課題と展望，土木学会論文集，No.770/VI-64，pp.15-32，2004.

18) Hastings, N. A. J.: *Physical Asset Management*, Springer, 2015.

19) ISO (the International Organization for Standardization): *ISO 55000 Asset Management – Overview, Principles and Terminology*, 2014.

20) ISO (the International Organization for Standardization): *ISO 55001 Asset Management – Management Systems – Requirements*, 2014.

21) ISO (the International Organization for Standardization): *ISO 55002 Asset Management – Management Systems – Guidelines for the application of ISO 55001*, 2014.

22) 小林潔司：アセットマネジメントと ISO 5500X，高速道路と自動車，高速道路調査会，第 55 巻，第 11 号，pp.5-8，2012.

23) Mizusawa, D.: *Road Management Commercial Off-The-Shelf Systems Catalog Version 2.0*, 2009.

24) 青木一也，若林伸幸，大和田慶，小林潔司：橋梁マネジメントシステムアプリケーション，土木情報利用技術論文集，Vol.14, pp.199-210, 2005.

25) 小田宏一，児玉英二，青木一也，貝戸清之，小林潔司：劣化ハザード率を用いた学習機能を有する舗装マネジメントシステム，土木情報利用技術論文集，Vol.18, pp.165-174, 2009.

26) Mirzaei, Z., Adey, B. T., Klatter, L. and Kong, J. S.: *Overview of Existing Bridge Management Systems*, The IABMAS Bridge Management Committee, 2012.

27) Yanev, B.: Life-cycle performance of bridge components in New York city, *Proceedings of Recent Advances in Bridge Engineering*, pp.385-392, 1997.

28) 貝戸清之，阿部允，藤野陽三：実測データに基づく構造物の劣化予測，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.29-38，2003.

29) 小林孝一，宮川豊章：分極抵抗法を用いた鉄筋の腐食速度評価に関する研究，土木学会論文集，No.669/V-50,pp.173-186, 2001.

30) 大野俊夫，魚本健人：コンクリートの収縮ひび割れ発生予測に関する基礎的研究，土木学会論文集，No.662/V-49,pp.29-44, 2000.

31) 鎌田修，山田優：水浸ホイールトラッキング実験による橋面舗装でのポットホールの発生とその要因，舗装工学論文集，土木学会，No.6，pp.196-201，2001.

32) 八木貴之，山田健太郎，小塩達也：道路橋伸縮装置の疲労耐久性評価法の検討，土木学会論文集 A，Vol.63，No.3，pp.486-495，2007.

33) 武山泰，嶋田洋一，福田正：マルコフ連鎖モデルによるアスファルト舗装の破損評価システム，土木学会論文集，No.420，pp.135-141，1990.

34) Omar, O., Hayashi, Y. and Kikukawa, S.: A probabilistic performance model for transport infrastructure management: the case of highway pavement，土木学会論文集，No.464/IV-19，pp.149-160，1993.

35) Madanat, S., Bulusu, S. and Mahmoud, A.: Estimation of infrastructure distress initiation and progression models, *Journal of Infrastructure Systems*, ASCE, Vol.1, Issue 3, pp.146-150, 1995.

36) Madanat, S., Mishalani, R. and Ibrahim, W. H. W.: Estimation of infrastructure transition probabilities from condition rating data, *Journal of Infrastructure Systems*, ASCE, Vol.1, Issue 2, pp.120-125, 1995.

37) Madanat, S. M., Karlaftis, M. G. and McCarthy, P.S.: Probabilistic infrastructure deterioration models with panel data, *Journal of Infrastructure Systems*, ASCE, Vol.3, Issue 1, pp.4-9, 1997.

38) Jiang, Y., Saito, M. and Sinha, K. C.: Bridge performance prediction model using the Markov chain, *Transportation Research Record*, Issue 1180, pp.25-32, 1998.

39) van Noortwijk, J. M. and Frangopol, D. M.: Deterioration and maintenance models for insuring safety of civil infrastructures at lowest life-cycle cost, *Life-Cycle Performance of Deteriorating Structures*, ASCE, pp.384-391, 2003.

40) 例えば，Norris, J. R.: *Markov Chains (Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics)* , Cambridge University Press, 1998.

41) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

42) 貝戸清之，保田敬一，小林潔司，大和田慶：平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.83-96，2005.

43) Bardaka, E., Labi, S. and Haddock, J. E.: Using enhanced econometric techniques to verify the service life of asset interventions: A case study for Indiana, *Transportation Research Record*, No.2431, pp.16-23, 2014.

44) Woldemariam, W., Murillo-Hoyos, J. and Labi, S.: Estimating annual maintenance expenditures for infrastructure: artificial neural network approach, *Journal of Infrastructure Systems*, Vol. 22, No. 2, 04015025, 2016.

45) Nakul, S. and Madanat, S.: A bottom-up optimal pavement resurfacing solution approach for large-scale networks, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.46, Issue 4, pp.520-528, 2012.

46) Gu, W., Ouyang, Y. and Madanat, S.: Joint optimization of pavement maintenance and resurfacing planning, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.46, Issue 4, pp.511-519, 2012.

47) Lee, J. and Madanat, S.: Joint optimization of pavement design, resurfacing and maintenance strategies with history-dependent deterioration models, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.68, pp.141-153, 2014.

48) 青木一也，山本浩司，小林潔司：劣化予測のためのハザードモデルの推計，土木学会論文集，No.791/VI-67，pp.111-124，2005.

49) 貝戸清之，山本浩司，小濱健吾，岡田貢一，小林潔司：ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用，土木学会論文集 F，Vol.64，No.2，pp.115-129，2008.

50) 貝戸清之，小林潔司，加藤俊昌，生田紀子：道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク，土木学会論文集 F，Vol.63，No.1，pp.16-34，2007.

51) 水谷大二郎，貝戸清之，小林潔司，平川恵士：気象状況を考慮したポットホールの管理重点化ルール，土木学会論文集 F4，Vol.70，No.3，pp.63-80，2014.

52) 堀倫裕，小濱健吾，貝戸清之，小林潔司：下水道処理施設の最適点検・補修モデル，土木計画学研究・論文集，Vol.25，No.1，pp.213-224，2008.

53) 青木一也，山本浩司，津田尚胤，小林潔司：多段階ワイブル劣化ハザードモデル，土木学会論文集，No.798/VI-68，pp.125-136，2005.

54) 小林潔司，貝戸清之，林秀和：測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル，土木学会論文集 D，Vol.64，No.3，pp.493-512，2008.

55) 例えば，和合肇：ベイズ計量経済分析，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005.

56) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集 A，Vol.63，No.2，pp.336-355，2007.

57) 小濱健吾，岡田貢一，貝戸清之，小林潔司：劣化ハザード率評価とベンチマーキング，土木学会論文集 A，Vol.64，No.4，pp.857-874，2008.

58) 貝戸清之，小林潔司，青木一也，松岡弘大：混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計，土木学会論文集 D3，Vol.68，No.4，pp.255-271，2012.

59) 貝戸清之，坂井康人，塚本成昭，水谷大二郎，小林潔司：多階層混合マルコフ劣化ハザードモデル：ジョイント劣化評価への適用，土木学会論文集 F4，Vol.71，No.1，pp.1-18，2015.

60) 貝戸清之，熊田一彦，林秀和，小林潔司：階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化，土木学会論文集 F，Vol.63，No.3，pp.386-402，2007.

61) 林秀和，貝戸清之，熊田一彦，小林潔司：競合的劣化ハザードモデル：舗装ひび割れ過程への適用，土木学会論文集 D，Vol.65，No.2，pp.143-162，2009.

62) 小林潔司，貝戸清之，江口利幸，大井明，起塚亮輔：舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル，土木学会論文集 D3，Vol.67，No.4，pp.422-440，2011.

63) 小林潔司，貝戸清之，大井明，Thao, N. D.，北浦直樹：データ欠損を考慮した複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルの推計，土木学会論文集 E1，Vol.71，No.2，pp.63-80，2015.

64) Nam, L. T.，貝戸清之，小林潔司，起塚亮輔：ポアソン隠れマルコフ劣化モデルによる舗装劣化過程のモデル化，土木学会論文集 F4，Vol.68，No.2，pp.62-79，2012.

65) Durango-Cohen, P. L.: A time series analysis framework for transportation infrastructure management, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.41, Issue 5, pp.493-505, 2007.

66) Chen, Y., Corr, D. J. and Durango-Cohen, P. L.: Analysis of common-cause and special-cause variation in the deterioration of transportation infrastructure: A field application of statistical process control for structural health monitoring, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.59, pp.96-116, 2014.

67) 小林潔司，貝戸清之，松岡弘大，坂井康人：時系列モニタリングデータを用いた長期劣化進行モデリング，土木学会論文集 F4，Vol.70，No.3，pp91-108，2014.

68) 青木一也，山本浩司，小林潔司：時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修モデル，土木学会論文集 F，Vol.62，No.2，pp240-257，2006.

69) 小林潔司，江口利幸，大井明，青木一也，貝戸清之，松村泰典：舗装構造の最適補修更新モデル，土木学会論文集 E1，Vol.68，No.2，pp.54-68，2012.

70) 織田澤利守，山本浩司，青木一也，小林潔司：道路付帯施設の最適補修同期化政策，土木学会論文集 F，Vol.64，No.2，pp.200-217，2008.

71) 堀倫裕，鶴田岳志，貝戸清之，小林潔司：下水処理施設の維持管理会計システム，土木学会論文集 F4，Vol.67，No.1，pp.33-52，2011.

72) 貝戸清之，金治英貞，小林寛，間嶋信博，大石秀雄，松岡弘大：目視点検データを用いたフォルト・ツリー分析に基づく長大橋の最適点検政策の決定手法，土木学会論文集 F4，Vol.67，No.2，pp.74-91，2011.

73) 小林潔司，江口利幸，大井明，青木一也，貝戸清之：劣化過程の不確実性を考慮した路面性状調査の最適実施方策，土木学会論文集 E1，Vol.67，No.2，pp.75-90，2011.

74) 小濱健吾，貝戸清之，青木一也，小林潔司，福田泰樹：劣化過程を考慮した最適廃棄・補修モデル，土木学会論文集 F4，Vol.68，No.3，pp.141-156，2012.

75) 水谷大二郎，貝戸清之，小林潔司：階層ベイズ法による補修効果の事後評価，土木学会論文集 F4，Vol.69，No.3，pp.204-221，2013.

76) 小林潔司，貝戸清之，小濱健吾，早矢仕廉太郎，深谷渉：事業体効率性評価のための確率的劣化フロンティア分析，土木学会論文集 D3，2016.（登載決定）

77) 佐藤正和，貝戸清之，小林潔司，小濱健吾，宮崎文平：T_A 法と舗装劣化寿命誤差，土木学会論文集 E1，Vol.71，No.1，pp.1-18，2015.

78) 宮崎文平，加藤寛之，小濱健吾，貝戸清之，風戸崇之，田中克則：膨大な路面性状調査データに基づく舗装補修施策の評価法の提案，土木学会論文集 F4，Vol.71，No.3，pp.142-161，2015.

79) 青木一也，山本浩司，小林潔司：トンネル照明システムの最適点検・更新政策，土木学会論文集，No.805/VI-69，pp.105-116，2005.

80) 小林潔司:分権的ライフサイクル費用評価と集計的効率性，土木学会論文集，No.793/IV-68，pp.59-71，2005.

81) 平川恵士，小濱健吾，早矢仕廉太郎，貝戸清之：トンネル照明ランプの不点・光束減衰を考慮したリスクシミュレーションモデル，土木学会論文集 F4，Vol.72，No.1，pp.1-18，2016.

82) 平川恵士，水谷大二郎，小濱健吾，貝戸清之：非定常な点検間隔を考慮した高速道路トンネル照明設備の最適点検・更新施策，土木学会論文集 F4，Vol.71，No.3，pp.142-161，2015.

83) 森地茂，屋井鉄雄：非日常的交通への非集計行動モデルと選択肢別標本抽出法の適用，土木学会論文集，No.343，pp.161-170，1984.

84) 小林潔司，関原康成：到着地ベース調査による観光入り込み客数の推定方法に関する研究，土木計画学研究・論文集，No.9，pp. 101-108，1991.

85) 多々納裕一，小林潔司，馬場淳一：滞在時間分布を考慮した旅行費用法によるレクリエーション便益の計測，土木学会論文集，No.625/IV-44，pp.113-124，1999.

86) Manski, C. and Lerman, S.: The estimation of choice probabilities from choice-based samples, *Econometorica*, Vol. 45, pp. 1977-1988, 1977.

87) Cosslett, S.: Maximum likelihood estimator for choice-based samples, *Econometrica*, Vol. 9, pp. 1298-1316, 1981.

88) Cosslett, S.: "Efficient estimation of discrete choice models", in *Structural Analysis of Discrete Data*, ed. by Manski, C.F. and McFadden, D., Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1981.

89) Rubin, D. B.: Inference and missing data, *Biometrika*, Vol.63, No.3, pp.581-592, 1976.

90) Allison, P. D.: *Missing Data*, Vol.136. Sage publications, 2001.

91) Schafer, J. L. and Graham, J. W.: Missing data: our view of the state of the art, *Psychological methods*, Vol.7, No.2, pp147-177, 2002.

92) 岩崎学：不完全データの統計解析，エコノミスト社，2002.

93) 宮川雅巳：統計的因果推論，朝倉書店，2004.

94) 星野崇宏：調査観察データの統計科学 – 因果推論・選択バイアス・データ融合，岩波書店，2009.

95) Little, R. J. A. and Rubin, D. B.: *Statistical Analysis with Missing Data*, John Wiley & Sons, 2014.

96) 狩野裕 : NMAR の下での尤度法 (日本統計学会研究業績賞受賞者特別寄稿論文)，日本統計学会誌，シリーズ J，Vol.43，No.2，pp.359-377，2014.

97) Rubin, D. B.: *Multiple imputation for nonresponse in surveys*, Wiley, 1987.

98) Schafer, J. L.: Multiple imputation: A primer, *Statistical Methods in Medical Research*, Vol.8, No.1, pp.3-15, 1999.

99) Rubin, D. B.: Estimating causal effects of treatments in randomized and non-randomized studies, *Journal of Educational Psychology*, Vol.66, No.5, pp.688-701, 1974.

100) Rubin, D. B.: Bayesian inference for causal effects: The role of randomization, *The Annals of Statistics*, Vol.6, No.1, pp.34-58, 1978.

101) Holland, P. W. (1986). Statistics and causal inference, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.81, No.396, pp.945-960, 1986.

102) Ibrahim, J. G., Lipsitz, S. R. and Horton, N.: Using auxiliary data for parameter estimation with non-ignorably missing outcomes, *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, Vol.50, Issue 3, pp.361-373, 2001.

103) Graham, J. W.: Adding missing-data-relevant variables to FIML-based structural equation models, *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, Vol.10, No.1, pp.80-100, 2003.

104) Daniels, M. J. and Hogan, J. W.: *Missing Data in Longitudinal Studies: Strategies for Bayesian Modeling and Sensitivity Analysis*, Chapman and Hall, 2008.

105) van Dyk, D. A. and Meng, X. L.: The Art of Data Augmentation, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, Vol.10, No.1, pp.1-50, 2001.

106) Sayers, M. W., Gillespie, T. D. and Queiroz, C. A. V.: *The International Road Roughness Experiment (IRRE): Establishing Correlation and a Calibration Standard for Measurements*. World Bank Technical Paper, No.45, 1986.

107) 建設省道路局国道第一課，建設省土木研究所：舗装の維持修繕の計画に関する調査研究，第 34 回建設省 技術研究会報告，1980.

108) ASTM D6433-11: *Standard Practice for Roads and Parking Lots Pavement Condition Index Surveys*, ASTM International, 2011.

109) Klein, J. P. and Moeschberger, M. L.; *Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data*, Springer Science & Business Media, 2005.

110) Heitjan, D. F. and Rubin, D. B.: Ignorability and coarse data, *The Annals of Statistics*, Vol.19, No.4, pp.2244-2253, 1991.

111) Nelsen, R. B.: *An Introduction to Copulas*, Springer, 1999.

第2章　判定基準変更を考慮した隠れマルコフ劣化ハザードモデル

2.1　はじめに

近年，社会基盤施設（以下，施設）の劣化予測手法として統計的劣化予測モデルを用いる手法が急速な発展を遂げている．統計的劣化予測においては，劣化の進展を離散的な健全度で評価した点検データが多く用いられる．このような統計的劣化予測手法の中でも，複数の指数ハザードモデルの多重化によりマルコフ推移確率を表現したマルコフ劣化ハザードモデル [1] の開発を契機として，健全度評価に基づいた劣化予測の精度が大幅に向上した．統計的手法による劣化予測結果を用いて，ライフサイクル費用評価 [2] や点検・補修・更新戦略 [3] の策定の合理化が可能になった．

マルコフ劣化ハザードモデルを推定するためには，複数時点（少なくとも 2 時点以上）に亘る点検結果に基づいた対象施設の健全度評価結果に関する時系列データが必要となる．また，施設の老朽化に対する問題意識の増加に伴って，劣化状態をより詳細に把握するための健全度の細分化，健全度区分の簡略化による維持管理体制の効率化など，アセットマネジメントの体制が改善される場合も少なくない．マルコフ劣化ハザードモデルの推定精度を向上させるためには，同一施設に対して可能な限り数多くの健全度に関する点検結果を利用することが望ましい．しかしながら，施設の管理期間内に対象施設の健全度判定基準（以下，判定基準）が変更された場合，変更前の判定基準（以下，旧基準）と変更後の判定基準（以下，新基準）という異なる基準で判定された点検データをマルコフ劣化ハザードモデルの推定に活用できないという問題が発生する．そのために，通常はいずれか一方の基準で判定された点検データのみを用いた推定が実施されることになる．しかし，施設の劣化は時間とともに進行するために，新基準で獲得された点検データには，ともすれば劣化が進行した段階（旧基準では逆に劣化初期の段階）に関するサンプルデータが相対的に偏在するというサンプル欠損の問題 [4] が発生する．

以上の問題意識に基づいて，本研究では，施設の管理期間中に，判定基準の変更が実施されたような点検データベースに基づいてマルコフ劣化ハザードモデルを推定する方法論を開発する．判定基準が変更された時点（以下，変更時点）より以前の段階では旧基準を，以降の時点においては新基準を用いた健全度データが獲得できる．したがって，新基準を用いて施設の劣化過程を記述しようと考えたとき，変更時点以前の時点では，旧基準で獲得された健全度（以下，旧基準健全度）を新基準を用いた健全度（以下，新基準健全度）に確定的に変換できないという問題が生じうる．しかしながら，旧基準による健全度は，誤

差要因を含んではいるが，新基準を用いた健全度に関する部分的な情報を提供することは可能である．本研究では，このような旧基準健全度と新基準健全度の非確定的な関係を確率的対応モデルで表現する．その上で，旧基準健全度の点検データの背後に，新基準健全度の点検データが隠れている状態を表現する隠れマルコフ過程を内包したマルコフ劣化ハザードモデルを，隠れマルコフ劣化ハザードモデルとして定式化する．さらに，マルコフ連鎖モンテカルロ法（以下，MCMC 法）を用いて，隠れマルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推定する方法論を開発する．本研究で提案する方法論の開発によって，1）旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を定量化することが可能となり，2）旧基準健全度と新基準健全度それぞれを用いた点検データに含まれるサンプル欠損の問題を回避し，マルコフ劣化ハザードモデルの推定バイアスを補正することが可能となる．以下，**2.2** で本研究の基本的な考え方を説明する．**2.3** では旧基準健全度と新基準健全度の対応関係をモデル化する．**2.4** では判定基準の変更が起こる場合の劣化過程を隠れマルコフ劣化ハザードモデルを用いて定式化する．**2.5** では隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推定する方法論を提案する．**2.6** では高速道路のトンネル照明灯具を対象とした実証分析について考察する．

2.2 本研究の基本的な考え方

2.2.1 既往研究の概要

施設の劣化予測に関しては，数多くの研究事例がある．多段階の離散的な健全度情報が入手可能な場合には，マルコフ推移確率を用いて劣化過程をモデル化することが可能である．米国の標準的な橋梁マネジメントシステムの１つであるPONTIS[5,6]などの劣化予測においても，数多くのマルコフ推移確率の採用実績がある．その理由としては，算出されたマルコフ推移確率とマルコフ決定モデルを用いることにより，将来時点での施設の健全度推移を容易に表現できる点があげられる．マルコフ推移確率の算出方法として，1）集計的推定手法と，2）非集計的推定手法が存在する．集計的手法は，数え上げ法などにより，マルコフ推移確率を算出する手法である[7]．一方，指数ハザードモデル[8,9]を用いてマルコフ推移確率を表現するマルコフ劣化ハザードモデル[1]の開発により，マルコフ推移確率の非集計的推定手法が確立され，多段階の健全度データを用いた劣化予測技術は大幅に高度化された．

マルコフ劣化ハザードモデルの開発以降，マルコフ劣化ハザードモデルを応用したモデルが数多く開発されている．小林等[4]は，マルコフ劣化ハザードモデルの推定の際に，予防補修により生じた道路舗装の測定データのサンプル欠損バイアスを補正する方法論を提案した．また，貝戸等[10]は，複数の劣化事象と多段階の離散的な健全度を用いて表現される劣化過程に対して，水平的・垂直的な劣化の進行過程を表現する階層型指数劣化ハザードモデルを提案している．さらに，林等[11]は，複数の劣化事象のうち，最も劣化の進展した健全度の推移を表現するために競合的劣化ハザードモデルを開発している．小濱等[12]は，対象施設群を複数の施設グループに分割し，グループごとの劣化過程の差異を不可観測要因による異質性として捉え，施設グループ単位での劣化ハザード率を推定するための混合マルコフ劣化ハザードモデルを開発している．さらに，これらの劣化予測モデルの推定手法としても，マルコフ劣化ハザードモデル開発当時の最尤推定法に加え，ベイズ推定法[13]を用いた方法論[14,15,16]も開発され，経験的知見の推定への反映や，劣化予測結果の信頼性評価などが可能となっている．しかし，以上の方法論はいずれも，判定基準が全ての点検時点において共通している点検データベースに対する適用を前提としている．本研究の適用事例をはじめとして，判定基準が変更される事例も少なくない．本研究では判定基準の変更を考慮した劣化予測モデルを，隠れマルコフ劣化ハザードモデルとしてモデル化することを目的とする．このように，健全度の判定基準の変更に着目し，判定基準変更前後での点検データを統合的に用いることを可能とする方法論は，著者の知る限り過去には提案されていない．統計的劣化予測ではサンプル数の多寡が推定精度に大きな影響を及ぼす．本研究の成果は，1）すでに判定基準の変更を実施した管理者においては旧基準健全度，新基準健全度の点検データを有効活用すること，2）点検データを統計的劣化予測に活

表–2.1　判定基準（旧基準：2008 年度以前）

旧基準健全度		判定内容
OK	1	損傷等がない場合
B	2	腐食，損傷等はあるが， 機能低下が見られず， 損傷の進行状態を継続的に 観察する必要がある場合
A	3	腐食，損傷等があり， 機能低下がみられ 補修が必要であるが， 緊急補修を要しない場合
AA		腐食損傷等が著しく， 機能面からみて 緊急補修が必要である場合

表–2.2　判定基準（新基準：2009 年度以降）

新基準健全度		判定内容
OK	1	損傷等がない場合
C	2	腐食，損傷等が 初期状態である場合
B	3	腐食，損傷等はあるが， 機能低下が見られず， 損傷の進行状態を継続的に 観察する必要がある場合
A	4	腐食，損傷等があり， 機能低下がみられ 補修が必要であるが， 緊急補修を要しない場合
AA		腐食損傷等が著しく， 機能面からみて 緊急補修が必要である場合

用していく過程で判定基準の変更が必要となる可能性がある管理者においては，積極的な変更を支援することが可能となり，実務への貢献が大きいものと考えられる．

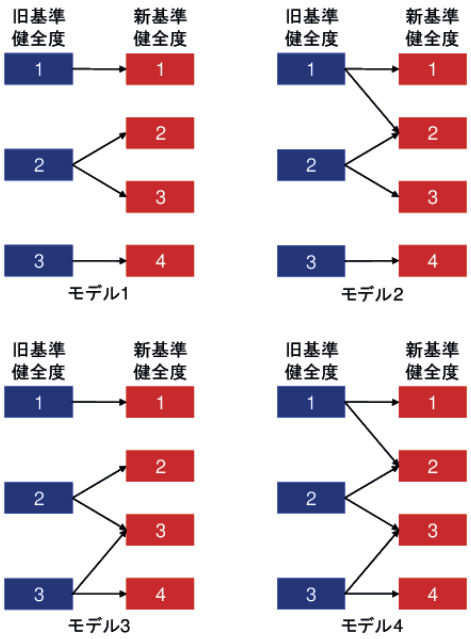
2.2.2　判定基準変更と対応関係

施設を管理するにあたって，点検のための判定基準が設定されている場合が多い．しかし，判定基準は，管理目標の変更や重大事故の発生などにより変更される場合がある．本研究の適用事例で用いる西日本高速道路株式会社（以下，NEXCO 西日本）所管の高速道路のトンネル照明灯具（以下，灯具）の判定基準を**表–2.1**，**表–2.2** に示す．灯具の点検データに関しては従来，健全度 OK，B，A，AA による 4 段階の評価がなされていたが，2009 年度に判定基準が変更され，現在では健全度 OK，C，B，A，AA による 5 段階の評価がな

されている[17]．また，NEXCO の場合，灯具以外の舗装，橋梁，トンネル等においても，2001 年まで 4 段階の健全度評価を実施していたが，2001 年に 5 段階，2005 年に 9 段階，2012 年に 8 段階へと健全度の判定基準が変更された[18]（なお，同社では，施設の健全性を表す離散的指標を「判定」と定義しているが，本研究では，これまでの既往研究との整合性を図るために健全度という用語を使用する）．また，以下では各健全度を**表–2.1**，**表–2.2** に示すような序数尺度を用いて表現する．その際，獲得された点検データのうち，旧基準，新基準ともに健全度 AA のデータ数が極端に少なかったこと，さらに，健全度 A，AA の灯具いずれに対しても補修が必要となり，実務的には両者に差異がないことから，本研究では健全度 A を管理限界とし，健全度 A，AA を 1 つの健全度に統合した．本研究で対象とする灯具の場合，旧基準健全度 2 を新基準健全度 2 と 3 に細分化することを目的として，判定基準の変更が行われた．このような健全度の判定区分の細分化により，よりきめ細かな灯具の維持補修マネジメントを実施することが可能となる．しかし，新基準健全度による評価に移行して日も浅く，灯具の耐用年数を考慮すれば，新基準健全度のみを用いて劣化過程全体をマルコフ劣化ハザードモデルを推定できるほど健全度データが蓄積されているとは言い難い．一方で，旧基準健全度による評価結果を用いてモデルを推定することも可能であるが，このようなモデルを用いるだけでは，判定基準を細分化したマネジメント上の課題に応えることは不可能である．このような状況に対応するには，判定基準変更前後の双方の点検データをプールして，新基準健全度を用いてマルコフ劣化ハザードモデルを推定する方法論を開発することが望ましい．さらに，変更時点以前と以降において，対象とする施設の劣化状態の分布に明らかな偏りが存在する場合，**2.2.4** で言及するようなサンプル欠損バイアスが生じる．このような場合，変更時点以前，もしくは以降の点検データを用いてマルコフ劣化ハザードモデルを推定すると，サンプル欠損による推定バイアスが発生することになる．サンプル欠損問題を回避するためには，判定基準変更前後の旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を明示的に表現した後に，獲得された点検データを統合的に用いるための方法論の開発が必要となる．

2.2.3　マクロ対応モデル

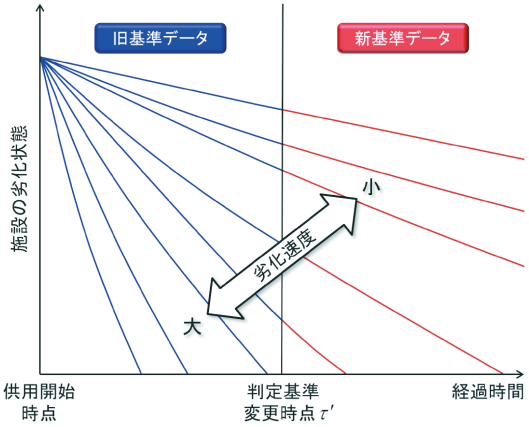
表–2.1，**表–2.2** に示す事例の場合，旧基準健全度 1，3 は新基準健全度 1，4 とそれぞれ対応する．一方，旧基準健全度 2 は，理論的には新基準健全度の 2，あるいは 3 と対応する．旧基準健全度 2 という点検結果を獲得できた場合，それが新基準健全度 2，3 のいずれかに該当するという部分的情報を用いることにより，モデルの推定精度を向上させることが可能となる．**表–2.1**，**表–2.2** の場合，旧基準健全度 2 が新基準健全度 2，3 に細分化されるという情報は既知であり，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係は確定的である．さらに，点検の実務的観点に基づけば，判定基準が**表–2.1**，**表–2.2** に示すように定性的表現で記述されているために，判定基準の変更前後において，健全度の解釈に判定基準の変



注）旧基準健全度 2 が新基準健全度 2 と 3 に細分化されるような確定的な対応関係を想定して判定基準を変更した場合であっても，旧基準健全度 1 と 3 に解釈の誤差を考慮すると，モデル 1 から 4 までのマクロ対応モデルが存在する．

図–2.1　マクロ対応モデル

更に起因した誤差（以下，健全度解釈の誤差）が発生する可能性もある．例えば，旧基準健全度 1 と判定されていた灯具が，新基準健全度 2 と判定されることもある．さらに，旧基準健全度 1（あるいは 3）と判定されていた灯具が新基準健全度 3 と判定されることもある．健全度解釈の誤差を考慮した場合，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を多様に想定することができる．隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推定する場合，このような健全度の解釈に関してありうべき誤差を考慮して，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を**図–2.1** に示すようにモデル化する．本研究では，このような対応関係をマクロ対応モデルと呼ぶ．同図では，青色が旧基準健全度，赤色が新基準健全度を表し，矢印のパターンがマクロ対応モデルを表している．同図は，旧基準健全度 2 が新基準健全度 2 と 3 に細分化されるような確定的な対応関係を想定したものであるが，旧基準健全度 1 と 3 に健全度解釈の誤差を考慮すると，モデル 1 から 4 までのマクロ対応モデルが存在する．一般的に，マクロ対応モデルは**図–2.1** の例のように複数個想定することができるが，マクロ対応モデルが異なれば，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推定結果も異なる．例えば，モデル 1 とモデル 2 を比較しても，旧基準健全度 1 から新基準健全度 2 へ変換される，という事象を確率的に扱うか，確定的に扱うかに起因して，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推定結果も異なってくる．さらに，マクロ対応モデルを与件と考えても，例えば旧基準健全度 2 であると判定されたサンプルが，新基準健全度 2，3 のいずれに該当するかに関しては確定的に決定できない．本研究では，マクロ対応モデルを与件として，旧基準健全度



図–2.2　サンプル欠損バイアス

と新基準健全度の対応関係を確率的に表現することとするが，このような確率的対応関係をミクロ対応モデルと呼ぶ．なお，本研究では，旧基準健全度と新基準健全度との間のマクロ対応モデルを与件として複数個想定し，隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推定する．その中で，それぞれの隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推定精度等を考慮して，最終的にマクロ対応モデルを選択するというアプローチを採用する．

2.2.4　サンプル欠損バイアス

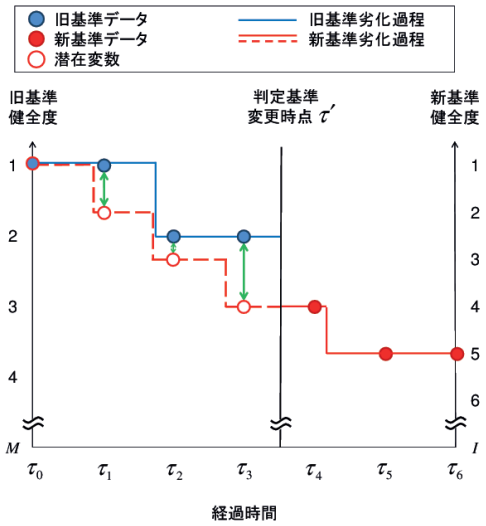
ある時点で判定基準が変更された場合，その前後で獲得されるサンプルの健全度に偏りが発生する可能性がある．ある時点で供用が開始された複数施設の劣化パス，あるいは劣化速度が**図–2.2** のように多様に異なる場合を考える．同図において縦軸は施設の劣化状態（健全度），横軸は経過時間を表している．縦軸は下に進むほど劣化が進行している状態を表す．なお，本研究では離散的な健全度を用いて劣化状態が判定されているが，同図では模式的に劣化パスを曲線で表現している．劣化パスは，その傾きが急なほど劣化が早く進展することを表す．図中の時点（変更時点）τ' において健全度の判定基準が旧基準から新基準に切り替わったと考える．議論を簡単にするために，施設の更新を考えない．変更時点以降に新基準健全度を用いて獲得された点検サンプルのみを用いてマルコフ劣化ハザードモデルを推定する場合，変更時点以降に観察されるデータ集合には，相対的に劣化速度の小さい施設に対する劣化過程サンプル（赤実線の集合）が多く含まれる．一方，変更以前の旧基準健全度を用いて観察されたデータ集合には，相対的に劣化速度の大きい施設の劣化過程サンプル（青実線の集合）が多く含まれる．このように，判定基準の変更が実施された場合，新基準健全度（あるいは旧基準健全度）のみのサンプルデータを用いて劣化過程を推定する場合，劣化速度の大きい（あるいは小さい）サンプルがシステム的に欠損

するというサンプル欠損の問題が発生する．さらに，**図–2.2** において，判定基準変更時点 τ' が供用開始時点に近づくと，劣化の進展したサンプルが旧基準健全度を用いて観測されなくなり，旧基準データのみを用いて行った劣化予測結果では，施設の寿命を過大評価してしまう可能性もある（本稿の適用事例では，こちらのサンプル欠損問題が生じている）．サンプル欠損により生じる推定バイアスを克服するためには，判定基準変更前後の双方の点検データを用いて劣化過程を推定するような方法論が必要となる．ただし，**図–2.2** では，数あるサンプル欠損バイアスの発生機構の中で，ある時点で大量の施設が集中的に供用開始された状況を想定していることに留意されたい．このケースは本稿の適用事例を想定しているが，それ以外にも予防保全的に施設が更新されるような状況でもサンプル欠損バイアスが生じ得る．その一方で，例えば技術の進歩によって施設がより寿命の長い施設に逐次更新されているような場合には，**図–2.2** に示すようなサンプル欠損バイアスよりも，施設の技術的陳腐化などが大きな問題となる．

2.2.5　隠れマルコフ劣化ハザードモデル

本研究では，隠れマルコフ劣化ハザードモデルを用いて，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を考慮した劣化予測モデルを提案する．すでに，獲得される状態変数に誤差が介在するような隠れマルコフ劣化モデルがいくつか提案されている．小林等[19]は，マルコフ劣化ハザードモデルの推定に用いる，道路舗装の健全度の測定データ内に存在する測定誤差に着目し,「見かけの健全度」と「真の健全度」との間の関係を考慮した隠れマルコフ劣化モデルを提案している．また，舗装構造の劣化予測を行うために，Nam 等[20]は，MCI の劣化過程を表現するマルコフ連鎖の背後にポットホールの発生過程が隠れている状態を表現するポアソン隠れマルコフ劣化モデルを提案している．小林等[21]は，舗装の耐荷力の劣化過程を表すマルコフ連鎖が路面の劣化過程を表現するマルコフ連鎖に隠れた状態を表現する階層的隠れマルコフ劣化モデルを提案している．さらに，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推定手法としては，ベイズ推定法の 1 種である MCMC 法を用いて，モデルの未知パラメータと潜在的な状態変数を同時にサンプリングする方法論が提案されている．

変更時点以前においては，旧基準健全度を用いた点検サンプルのみが利用可能である．旧基準健全度と新基準健全度との間には，確定的な対応関係が存在しない．そこで本研究では，旧基準健全度と新基準健全度の確率的な対応関係を新旧健全度変換モデルを用いて表現する．一方，変更時点以降では，新基準健全度を用いた点検サンプルを獲得することができる．本研究では，対象施設の劣化過程を新基準健全度を用いたマルコフ劣化ハザードモデルを用いて表現する．この場合，変更時点以前の点検サンプルに対しては，新旧健全度変換モデルを用いて旧基準健全度が獲得される尤度を定式化するとともに，新基準健全度で定義される劣化過程を隠れマルコフ劣化ハザードモデルを用いて表現する．



図–2.3　判定基準の変更と劣化過程

2.3　新旧健全度変換モデル

2.3.1　多段階健全度評価と判定基準の変更

いま，ある施設の劣化状態に関する時系列データが**図–2.3** のように獲得されていると考える．同図は，施設が補修されずに放置されたときに，劣化がどのように進展するかを表したものである．現実には，劣化状態は時間軸上の限られた時点で実施される点検を通じてのみ知ることができる．カレンダー時刻 τ_0 で施設の使用が開始された直後から劣化が始まる．この施設の供用開始時刻 τ_0 を起点とする離散時間軸 $\tau = 0, 1, 2, \cdots$ を導入し，時間軸上の時点を τ で表し，カレンダー時刻と区別する．離散時間軸上の時点 τ' において，M 段階評価の旧基準健全度が I 段階評価の新基準健全度に変更されたとする．この場合，施設の劣化状態は変更前は M 個，変更後は I 個の健全度で記述される．施設の健全度を表す状態変数を $\tau < \tau'$ のときに m $(m = 1, \cdots, M)$ で，$\tau' \leq \tau$ のときに i $(i = 1, \cdots, I)$ で表現する．施設が最も健全な（劣化が進展していない）状態を $m = 1$，$i = 1$ で表し，状態変数 m，i の値が大きくなるほど，劣化が進展していることを表す．$m = M$，$i = I$ の場合，当該施設が使用限界に到達していることを表す．点検を通した健全度の獲得は同図における 6 つの時点 $\tau_n (n = 1, \cdots, 6)$ において実施され，点検者が獲得できる情報は，点検時点における健全度のみであり，健全度が推移した実際の時点に関する情報は得られない．図中ではこの施設の獲得された劣化過程を，$\tau < \tau'$ では旧基準健全度，$\tau' \leq \tau$ では新基準健全度を用いて表示し，それぞれ青実線，赤実線によって示している．

ここで，$\tau < \tau'$ における劣化過程を新基準健全度によって表記し，同図の赤点線のような劣化過程が得られたとする．例えば，同図で旧基準健全度 2 が 2 回獲得されているが，新

基準健全度においては，それらが健全度 3 と 4 に細分化されている．このように，赤点線の劣化過程は青実線の劣化過程より，劣化状態をより詳細に記録していることが理解できる．この場合，旧基準健全度表示の劣化過程と新基準健全度表示の劣化過程の間には，同図緑矢印で示すような乖離が存在する．本研究においては，このような乖離を補正し，全点検データに対して新基準健全度を用いた劣化過程を潜在的に定義する．具体的には，$\tau < \tau'$ においては，観測された旧基準点検データに対し，潜在変数（同図，白抜き点）を仮想的な新基準健全度として条件付き確率に基づき発生させる．これにより，旧基準健全度と新基準健全度との間の乖離をモデル化する．このモデル化により，全点検データを新基準健全度によって表記し，判定基準変更前後の点検データを統合的に用いた劣化予測を行うことが可能となる．

2.3.2 健全度変換確率

判定基準変更前のある時点 τ における施設の劣化状態を，仮に新基準健全度 $h(\tau)$ を用いて評価した場合，$h(\tau) = i$ $(i = 1, \cdots, I)$ が成立すると考える．しかし，判定基準変更前であるため，新基準健全度 i を直接獲得することは不可能であり，時点 τ では旧基準健全度 $g(\tau) = m$ $(m = 1, \cdots, M)$ が獲得されている．旧基準健全度 $g(\tau) = m$ と新基準健全度 $h(\tau) = i$ が 1 対 1 に対応していない場合，両者の対応関係を確定的に規定することは不可能であり，モデル化を行う必要がある．

いま，新基準健全度 i $(i = 1, \cdots, I)$ のそれぞれに対して，それに対応する旧基準健全度の集合を $\omega(i)$ と表す．集合 $\omega(i)$ は旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を表現しており，本研究ではこのような対応関係をマクロ対応モデルと呼ぶ．しかしながら，判定基準の変更により健全度解釈の誤差も生じうる可能性がある．このような健全度解釈の誤差を考慮した場合，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を多様に想定することができる．ここで，想定されるマクロ対応モデルの集合を Λ，Λ の要素数 $|\Lambda|$ を Y と表す．マクロ対応モデルにはそれぞれ，モデル番号 y $(y = 1, \cdots, Y)$ を任意に付与する．ただし $y \in \Lambda$ である．本研究では，旧基準健全度と新基準健全度との間のマクロ対応モデル y $(y = 1, \cdots, Y)$ を与件として隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推定し，その中で推定精度等を考慮して，最終的に最適なマクロ対応モデルを選択するというアプローチを採用する．以下の議論では，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を表すマクロ対応モデル y を与件として議論を進める．ここで，任意の新基準健全度 $h(\tau) = i$ に着目し，旧基準健全度 $g(\tau)$ が m $(m \in \omega(i))$ となる確率（以下，健全度変換確率）を，

$$\mathrm{Prob}[g(\tau) = m | h(\tau) = i] = f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i) \tag{2.1}$$

と表現する．ここに，$\boldsymbol{\alpha}_i = (\alpha_1^i, \cdots, \alpha_M^i)$ は確率分布 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ の形を特徴づけるパラメータベクトルである．$\boldsymbol{\alpha}_i$ の詳細は **2.5.2** で説明する．式 (2.1) は旧基準健全度と新基準健全度

の確率的対応関係を表したミクロ対応モデルである．また，確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ は，

$$\sum_{m \in \omega(i)} f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i) = 1 \tag{2.2}$$

を満たす．また，本研究で提案する方法論において，旧基準健全度，新基準健全度の段階数 M，I 間の大小関係に制約はない．すなわち，旧基準に対して新基準健全度を集約化する場合（$M > I$），反対に細分化する場合（$M < I$），いずれに対しても提案手法は適用可能である．

2.4 隠れマルコフ劣化ハザードモデル

2.4.1 マルコフ劣化ハザードモデル

対象とする施設の新基準健全度を用いた劣化過程をマルコフ劣化ハザードモデルを用いて表現する．いま，2 時点における新基準健全度間の推移状態をマルコフ推移確率で表現する．時点 τ_A における新基準健全度を状態変数 $h(\tau_A)$ を用いて表す．時点 τ_A における新基準健全度が i $(i = 1, \cdots, I)$ であれば $h(\tau_A) = i$ と表せる．マルコフ推移確率は，時点 τ_A で獲得された新基準健全度 $h(\tau_A) = i$ を与件とし，将来時点（例えば τ_B）において新基準健全度 $h(\tau_B) = j$ が生起する条件付き推移確率として定義される．すなわち，

$$\mathrm{Prob}\Big[h(\tau_B) = j | h(\tau_A) = i\Big] = \pi_{ij} \tag{2.3}$$

と表せる．このような推移確率を新基準健全度ペア (i, j) に対して求めれば，マルコフ推移確率行列

$$\Pi = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \cdots & \pi_{1I} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi_{II} \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

を定義できる．マルコフ推移確率 (2.3) は与件の 2 時点 τ_A，τ_B の間において生じる新基準健全度間の推移確率を示したものであり，当然のことながら，対象とする点検間隔が異なれば推移確率の値は異なる．補修がない限り常に劣化が進行するので，$\pi_{ij} = 0$ $(i > j)$ が成立する．また，推移確率の定義より $\sum_{j=i}^{I} \pi_{ij} = 1$ が成立する．すなわち，マルコフ推移確率に関して

$$\left.\begin{array}{l} \pi_{ij} \geq 0 \ (i, j = 1, \cdots, I) \\ \pi_{ij} = 0 \ (i > j \text{ のとき}) \\ \sum_{j=i}^{I} \pi_{ij} = 1 \end{array}\right\} \tag{2.5}$$

が成立しなければならない．状態 I は，補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり，$\pi_{II} = 1$ が成立すると考える．なお，マルコフ推移確率は過去の劣化履歴とは独立に定義される．マルコフ推移確率モデルでは，新基準健全度が $i-1$ から i に推移した時点に関わらず，点検時点 τ_A から点検時点 τ_B の間に新基準健全度 j に推移する確率は，時点 τ_A における新基準健全度 $h(\tau_A) = i$ のみに依存するという性質（マルコフ性）を満足する．

マルコフ推移確率は，マルコフ劣化ハザードモデルを用いて推定できる．マルコフ劣化ハザードモデルの詳細は津田等 [1] に譲るが，ここでは読者の便宜を図るためにモデルの概要を説明しておく．いま，新基準健全度 i $(i = 1, \cdots, I-1)$ の寿命を確率変数 ζ_i で表す．新基準健全度 i の寿命が，確率密度関数 $\phi_i(\zeta_i)$，分布関数 $\Phi_i(\zeta_i)$ に従うと仮定する．時点 τ_A における新基準健全度が i であり，そこから時間 y_i が経過した時点で新基準健全度 $i+1$ に

到達する確率密度をハザード関数[8),9)]を用いて表現する．ハザード関数 $\lambda_i(y_i)$ は，供用時間 y_i まで新基準健全度が i のまま継続する生存確率 $\tilde{\Phi}_i(y_i)$ を用いて，

$$\lambda_i(y_i)\Delta y_i = \frac{\phi_i(y_i)\Delta y_i}{\tilde{\Phi}_i(y_i)} \tag{2.6}$$

と表せる．すなわち，ハザード関数 $\lambda_i(y_i)$ は，初期時点から時間 y_i が経過するまで新基準健全度 i の状態が継続したという条件の下で，期間 $[y_i, y_i+\Delta y_i)$ 中に新基準健全度 $i+1$ に進展する条件付き確率である．ハザード関数がサンプル時間軸上の時点 y_i に依存せず，常に一定値 $\theta_i > 0 (i = 1, \cdots, I-1)$ をとる場合，指数ハザード関数を次式で表せる．

$$\lambda_i(y_i) = \theta_i \tag{2.7}$$

指数ハザード関数を用いることにより，劣化過程が過去の履歴に依存しないというマルコフ性を表現できる．さらに，指数ハザード関数を用いれば，新基準健全度 i の寿命が y_i 以上となる確率 $\tilde{\Phi}_i(y_i)$ は，

$$\tilde{\Phi}_i(y_i) = \exp(-\theta_i y_i) \tag{2.8}$$

と表現できる．

サンプル時間軸上の τ_A で，新基準健全度が i であり，かつ時点 τ_A から追加的に $z\ (\geq 0)$ 以上にわたって新基準健全度 i が継続する確率 $\tilde{\Phi}_i(\tau_A + z|\zeta_i \geq \tau_A)$ は，

$$\begin{aligned}\tilde{\Phi}_i(\tau_A + z|\zeta_i \geq \tau_A) &= \mathrm{Prob}\,[\zeta_i \geq \tau_A + z|\zeta_i \geq \tau_A] \\ &= \frac{\exp\{-\theta_i(\tau_A + z)\}}{\exp(-\theta_i \tau_A)} \\ &= \exp(-\theta_i z)\end{aligned} \tag{2.9}$$

と表される．すなわち，点検時点 τ_A において新基準健全度が i と判定され，次の点検時点 $\tau_B = \tau_A + z$ においても新基準健全度が i と判定される確率は，

$$\mathrm{Prob}\,[h(\tau_B) = i|h(\tau_A) = i] = \exp(-\theta_i z) \tag{2.10}$$

となる．ただし，z は 2 つの点検時点の間隔を表す．確率 $\mathrm{Prob}[h(\tau_B) = i|h(\tau_A) = i]$ はマルコフ推移確率 $\pi_{ii}(z)$ に他ならない．指数ハザードモデルを用いた場合，推移確率 $\pi_{ii}(z)$ はハザード関数 θ_i と点検間隔 z のみに依存し，時点 τ_A，τ_B に関する情報を用いなくとも推移確率を推定することが可能となる．以上の議論を拡張し，指数ハザード関数を用いて，点検時点 τ_A と $\tau_B = \tau_A + z$ の間で新基準健全度が i から $j\ (> i)$ に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{ij}(z)\ (i = 1, \cdots, I-1; j = i, \cdots, I)$ は，

$$\begin{aligned}&\pi_{ij}(z) = \mathrm{Prob}\left[h(\tau_B) = j|h(\tau_A) = i\right] \\ &= \sum_{k=i}^{j}\prod_{m=i}^{k-1}\frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_k}\prod_{m=k}^{j-1}\frac{\theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_k}\exp(-\theta_k z) \\ &(i = 1, \cdots, I-1; j = i+1, \cdots, I)\end{aligned} \tag{2.11}$$

と表すことができる [1]．ただし，表記上の規則として，

$$\begin{cases} \prod_{m=i}^{k-1} \frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_k} = 1 & (k = i \text{ のとき}) \\ \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_k} = 1 & (k = j \text{ のとき}) \end{cases}$$

が成立すると考える．さらに，表記の便宜上，

$$\prod_{m=i,\neq k}^{j-1} \frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_k} \exp(-\theta_k z) = \prod_{m=i}^{k-1} \frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_k} \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_k} \exp(-\theta_k z)$$

と簡略化する．また，π_{iI} に関しては，マルコフ推移確率の条件より次式で表せる．

$$\pi_{iI}(z) = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} \pi_{ij}(z) \ (i = 1, \cdots, I-1) \tag{2.12}$$

ここで，ハザード関数 θ_i $(i = 1, \cdots, I-1)$ が施設の観測可能な構造条件，環境条件（交通量や材料）に依存して変化すると考える．具体的なハザード関数を

$$\theta_i = \exp(\boldsymbol{x}\boldsymbol{\beta}_i') \tag{2.13}$$

と表す．ここに，$\boldsymbol{x} = (x_1, \cdots, x_d, \cdots, x_D)$ は，特性変数 x_d を要素とする施設の特性変数ベクトル，$\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{i1}, \cdots, \beta_{iD})$ は未知パラメータの行ベクトルを表す．また，記号「$'$」は転置操作を表す．式 (2.13) により，未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}_1, \cdots, \boldsymbol{\beta}_{I-1})$ の関数としてマルコフ推移確率を表現することができ，施設の構造条件，環境条件が劣化過程に及ぼす影響を定量化できる．

2.4.2 隠れマルコフ劣化ハザードモデル

判定基準変更前においては，施設の劣化状態を旧基準健全度で判定しており，新基準健全度を用いて劣化過程を記述することはできない．隠れマルコフ劣化ハザードモデルでは，変更時点以前では，新基準健全度で記述される劣化過程が，旧基準健全度に基づく点検データとして部分的に獲得されると考える．いま，時間軸上の時点 τ_A $(\tau_A < \tau')$ において点検が実施され，対象施設の旧基準健全度 $g(\tau_A) = m$ $(m = 1, \cdots, M)$ が獲得されたとする．ただし，τ' は判定基準の変更時点を表す．時点 τ_A における新基準健全度の真値が $h(\tau_A) = i$ であると仮定したときに，旧基準健全度 $g(\tau_A) = m$ が獲得される確率は健全度変換確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ で表される．

いま，旧基準健全度と新基準健全度との間のマクロ対応モデル y $(y = 1, \cdots, Y)$ を与件と考える．以下の議論では，表記の簡略化のため，対象とするマクロ対応モデルを表す添え字 y をひとまず省略する．このとき，「旧基準健全度 $g(\tau_A) = m$ が獲得される事象」が生起可能となるような新基準健全度の集合 $\Omega(m)$ を

$$\Omega(m) = \{i | m \in \omega(i), (i = 1, \cdots, I)\} \tag{2.14}$$

と定義する．新基準健全度 $h(\tau_A) = i$ は獲得できないが，旧基準健全度 $g(\tau_A) = m$ が獲得されることにより，時点 τ_A における新基準健全度 i は集合 $\Omega(m)$ に属しているという情報を獲得することができる．集合 $\Omega(m)$ の要素数を $|\Omega(m)|$ で表す．旧基準健全度 $g(\tau_A) = m$ が獲得される尤度 $\ell(g(\tau_A) = m)$ は

$$\ell(g(\tau_A) = m) = \sum_{i \in \Omega(m)} \rho_i(\tau_A) f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i) \tag{2.15}$$

と定義される．ただし，$\rho_i(\tau_A)$ は時点 τ_A における新基準健全度が i である確率である．したがって，$\rho_i(\tau_A) f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ は，互いに排反な $|\Omega(m)|$ 個の原因のうち，原因 i によって事象 $g(\tau_A) = m$ が発生する確率を表している．このように，式 (2.15) は，複数の変換確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ を加重平均した確率分布を表しており，混合分布モデル (mixture distribution model)[22] と呼ぶ．

つぎに，2 つの隣接する点検時点 τ_A，τ_B $(\tau_A < \tau_B)$ に着目する．点検時点 τ_A，τ_B と変更時点 τ' との順序関係により，以下の 3 つのケースが生起しうる．

$$\begin{cases} \text{ケース 1} & \tau_A < \tau_B < \tau' \\ \text{ケース 2} & \tau_A < \tau' \leq \tau_B \\ \text{ケース 3} & \tau' \leq \tau_A < \tau_B \end{cases} \tag{2.16}$$

ここで，表記の簡便化を図るために旧基準健全度，新基準健全度を統一的に表記する状態変数 $r(\tau)$ を

$$r(\tau) = \begin{cases} g(\tau) & \tau < \tau' \\ h(\tau) & \tau' \leq \tau \end{cases} \tag{2.17}$$

と定義する．当然のことながら，$r(\tau) = m$ は $\tau < \tau'$ のときに状態変数値 $m = 1, \cdots, M$ を，$\tau' \leq \tau$ のときに値 $i = 1, \cdots, I$ を取りうる．このとき，隣接する 2 時点 τ_A，τ_B で健全度ペア $r(\tau_A) = m$，$r(\tau_B) = n$ が獲得される条件付き尤度は，

$$\ell(r(\tau_A) = m, r(\tau_B) = n) = \begin{cases} \sum_{i \in \Omega(m)} \rho_i(\tau_A) f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i) \\ \qquad \sum_{k \in \Omega(n)} \pi_{ik}(z) f_k(n|\boldsymbol{\alpha}_k) \\ \qquad\qquad (\tau_A < \tau_B < \tau') \\ \sum_{i \in \Omega(n)} \rho_i(\tau_A) f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i) \pi_{in}(z) \\ \qquad\qquad (\tau_A < \tau' \leq \tau_B) \\ \rho_m(\tau_A) \pi_{mn}(z) \\ \qquad\qquad (\tau' \leq \tau_A < \tau_B) \end{cases} \tag{2.18}$$

と表される．式 (2.18) に示すように，$\tau_B < \tau'$ の場合，旧基準健全度 $g(\tau_A) = m$ と $g(\tau_B) = n$ が抽出される確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$，$f_k(n|\boldsymbol{\alpha}_k)$ は，マルコフ推移確率 $\pi_{ij}(z)$ を通じて互いに相関を持つ．すなわち，時点 τ_B における旧基準健全度の生起確率は，「時点 τ_A における旧基準健

全度がどの確率密度から生成されたか」に依存しているため，時間を通じて獲得される旧基準健全度の時系列データは互いに独立にはならない．

尤度 (2.18) には，新基準健全度に関する分布（以下，新基準健全度分布）$\rho_i(\tau_A)$，マルコフ推移確率 $\pi_{ij}(z)$，健全度変換確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ という 3 種類の未知確率が存在する．このうち，新基準健全度分布 $\rho_i(\tau_A)$ に関する先験的情報が存在しないという問題（以下，初期値問題）がある．初期値問題を克服する 1 つの方法として，施設の新設，あるいは更新が実施された初期時点 t_0 を τ_0 として，初期時点 τ_0 に定義される新基準健全度を $h(\tau_0)=1$ と設定し，初期値分布 $\boldsymbol{\rho}(\tau_0)=(1,0,\cdots,0)$ と想定することが考えられる．このように，供用開始・更新・補修直後の時点における初期値分布を設定することにより，初期値問題を克服することが可能になる．初期時点以降に関しては，以下で述べるように，尤度を再帰的に定義することにより，新基準健全度分布 $\rho_i(\tau_A)$ を逐次求めることができる．

いま，時点 τ_0 以降，健全度が獲得された時点を τ_t $(t=1,\cdots,T)$ と表す．ここに，t は時点 τ_0 以降の健全度の獲得回数を表す．また，期間 $[\tau_0,\tau')$ に獲得された旧基準健全度を $\bar{r}(\tau_t)=\bar{g}(\tau_t)=\bar{m}_t$ $(t=1,\cdots,t')$，期間 $[\tau',\tau_T]$ に獲得された新基準健全度を $\bar{r}(\tau_t)=\bar{h}(\tau_t)=\bar{i}_t$ $(t=t'+1,\cdots,T)$ と表す．ただし，t' は $\tau_{t'}<\tau'\le\tau_{t'+1}$ であり，さらに，記号「$^-$」は観測値であることを表す．点検間隔を $\bar{z}_t=\tau_{t+1}-\tau_t$ $(t=0,\cdots,T-1)$ とし，点検間隔ベクトルを $\bar{\boldsymbol{z}}=(\bar{z}_0,\cdots,\bar{z}_{T-1})$ とする．このとき，健全度の観測値ベクトル $\bar{\boldsymbol{r}}=(\bar{m}_1,\cdots,\bar{m}_{t'},\bar{i}_{t'+1},\cdots,\bar{i}_T)$ が獲得される尤度関数 $\mathscr{L}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\bar{\boldsymbol{r}},\bar{\boldsymbol{z}})$ は，再帰的に

$$\mathscr{L}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\bar{\boldsymbol{r}},\bar{\boldsymbol{z}})=\Big\{\sum_{k\in\Omega(\bar{r}_1)}\pi_{1k}(\bar{z}_0)f_k(\bar{r}_1|\boldsymbol{\alpha}_k)\ell_k(1)\Big\}^{\iota(1)}\Big\{\pi_{1\bar{r}_1}(\bar{z}_0)\ell_{\bar{r}_1}(1)\Big\}^{1-\iota(1)} \tag{2.19-a}$$

$$\ell_h(t)=\Big\{\sum_{k\in\Omega(\bar{r}_{t+1})}\pi_{hk}(\bar{z}_t)f_k(\bar{r}_{t+1}|\boldsymbol{\alpha}_k)\ell_k(t+1)\Big\}^{\iota(t+1)}\Big\{\pi_{h\bar{r}_{t+1}}(\bar{z}_t)\ell_{\bar{r}_{t+1}}(t+1)\Big\}^{1-\iota(t+1)} \tag{2.19-b}$$

$$(1\le t\le T-2)$$

$$\ell_h(T-1)=\Big\{\pi_{h\bar{r}_T}(\bar{z}_{T-1})f_{\bar{r}_T}(\bar{r}_T|\boldsymbol{\alpha}_{\bar{r}_T})\Big\}^{\iota(T)}\Big\{\pi_{h\bar{r}_T}(\bar{z}_{T-1})\Big\}^{1-\iota(T)} \tag{2.19-c}$$

と定式化できる．ただし，$\iota(t)$ はダミー変数であり

$$\iota(t)=\begin{cases}1 & t\le t'\\ 0 & t>t'\end{cases}\quad(t=0,\cdots,T) \tag{2.20}$$

と定義される．また，表記の簡略化のため，$\bar{r}(\tau_t)=\bar{r}_t$ $(t=1,\cdots,T)$ と表記している．

津田等 [1] は，マルコフ劣化ハザードモデル (2.11) を最尤法を用いて推定する手法を提案している．しかし，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの尤度関数 (2.19-a)-(2.19-c) は最尤法に適さない性質を持っていることが知られている [23]．特に，尤度関数が $\pi_{ij}(z)$ に関して高次の非線形多項式となっており，1 階の最適化条件が（複素数解を含めて）非常の多く

の解を有している点にある．当然のことながら，推移確率 $\pi_{ij}(z)$ の推定値は実数解でなければならない．さらに，推移確率であるために，数ある実数解の中から，0 と 1 の間にある解を選択しなければならない．最尤法の代わりにベイズ推定法を用いれば，高次の非線形多項式を解く問題を回避できる．しかし，尤度関数 (2.19-a)-(2.19-c) が極めて多くの項を含んでおり，計算量が膨大になってしまう欠点がある [24)−27)]．このような最尤法の難点を克服するために，尤度関数の完備化操作が必要となる．

2.4.3 完備化操作

ある施設に対して，各点検時点 $\tau_t\,(t=1,\cdots,T)$ において健全度観測値ベクトル $\bar{\boldsymbol{r}}$ が獲得できたと考える．隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推定するために新基準健全度 $\bar{i}_t$ を用いた潜在変数ベクトル $\boldsymbol{s}=(s_1,\cdots,s_T)=(s_1,\cdots,s_{t'},\bar{i}_{t'+1},\cdots,\bar{i}_T)$ を導入する．劣化過程の性質より，施設が補修されない限り，

$$s_0=1\le s_1\le\cdots\le s_{t'}\le\bar{r}_{t'+1}=\bar{i}_{t'+1} \tag{2.21}$$

を満足する．潜在変数 $(s_1,\cdots,s_{t'})$ は観測不可能な変数であるが，議論の便宜上，ひとまず仮に観測できたと考える．一方，$(\bar{i}_{t'+1},\cdots,\bar{i}_T)$ は新基準健全度の観測値である．健全度観測値ベクトル $\bar{\boldsymbol{r}}$，潜在変数ベクトル $\boldsymbol{s}$ を与件とした尤度関数は，

$$\begin{aligned}\tilde{\mathscr{L}}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\bar{\boldsymbol{r}},\bar{\boldsymbol{z}},\boldsymbol{s}) &= \pi_{1s_1}(\bar{z}_0)\prod_{t=1}^{t'}\pi_{s_ts_{t+1}}(\bar{z}_t)f_{s_t}(\bar{r}_t|\boldsymbol{\alpha}_{s_t})\\ &\quad\cdot\prod_{t=t'+2}^{T}\pi_{\bar{r}_{t-1}\bar{r}_t}(\bar{z}_{t-1})\end{aligned} \tag{2.22}$$

と表現できる [26)]．以上の操作を完備化という．完備化された尤度関数（以下，完備化尤度関数）(2.22) は通常の尤度関数 (2.19-a)–(2.19-c) より大幅に簡略化されていることが理解できる．ただし，尤度関数の中に含まれる潜在変数 $(s_1,\cdots,s_{t'})$ は，観測できない変数である．そこで完備化尤度関数を用いて，潜在変数の確率分布を推定することを考える．完備化尤度関数を展開すれば，潜在変数 $(s_1,\cdots,s_{t'})$ に関する全条件付き事後確率分布を導出できる．劣化過程の特性により，補修が実施されない限り，条件 (2.21) が成立する．ここで，$\boldsymbol{s}_{-t}=(s_1,\cdots,s_{t-1},s_{t+1},\cdots,s_{t'})$，$\boldsymbol{s}^i_{-t}=(s_1,\cdots,s_{t-1},i,s_{t+1},\cdots,s_{t'})$ とすれば，$s_t=i\ \left(t=1,\cdots,t';i\in\{s_{t-1},\cdots,s_{t+1}\}\right)$ の全条件付き事後確率は，ベイズの法則より

$$\begin{aligned}\mathrm{Prob}[s_t=i|\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\bar{\boldsymbol{r}},\bar{\boldsymbol{z}},\boldsymbol{s}_{-t}] &= \frac{\tilde{\mathscr{L}}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\bar{\boldsymbol{r}},\bar{\boldsymbol{z}},\boldsymbol{s}^i_{-t})}{\sum_{i=s_{t-1}}^{s_{t+1}}\tilde{\mathscr{L}}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\bar{\boldsymbol{r}},\bar{\boldsymbol{z}},\boldsymbol{s}^i_{-t})}\\ &= \frac{\omega_{it}f_i(\bar{r}_t|\boldsymbol{\alpha}_i)}{\sum_{j=s_{t-1}}^{s_{t+1}}\omega_{jt}f_j(\bar{r}_t|\boldsymbol{\alpha}_j)}\end{aligned} \tag{2.23}$$

と表される．ただし，

$$\omega_{jt}=\begin{cases}\pi_{s_{t-1}j}(\bar{z}_{t-1})\pi_{js_{t+1}}(\bar{z}_t) & 1\le t<t'\\ \pi_{s_{t'-1}j}(\bar{z}_{t'-1})\pi_{j\bar{r}_{t'+1}}(\bar{z}_{t'}) & t=t'\end{cases} \tag{2.24}$$

と表される．すなわち，新基準健全度間の推移確率 $\pi_{ij}(z)$ $(i = 1, \cdots, I; j = i, \cdots, I)$ と健全度変換確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ $(i = 1, \cdots, I)$ が求まれば，$\boldsymbol{s}_{-t}$ を与件とした時点 t の新基準健全度 $s_t \in \{s_{t-1}, \cdots, s_{t+1}\}$ の全条件付き事後確率を求めることができる．完備化尤度関数 (2.22) では，潜在変数 $\boldsymbol{s}$ は確定的である．ただし，健全度変換確率，新基準健全度間の推移確率には未知パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ が含まれており，潜在変数に関する全条件付き事後確率を先験的に求めることができない．全条件付き事後確率 (2.23) を用いた MCMC 法を用いて，反復的に潜在変数 $\boldsymbol{s}$ をランダム発生させ，パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ をベイズ推定することになる．これらの未知パラメータと全条件付き事後確率を求める方法についても，**2.5.4** で改めてとりあげる．このような手続きにより，完備化尤度関数を用いて求めたパラメータのベイズ推定値が，尤度関数 (2.19-a)-(2.19-c) を用いて求めたパラメータの最尤推定値に収束することが証明されている [22]．このように，潜在変数に対し，単なる混合確率モデルではなく，新基準データから推定されたマルコフ過程を仮定することにより，マルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータ，健全度変換確率のパラメータ，潜在変数という 3 種類の変数に対して識別性条件を満足させることができる．

2.5 推定手法

2.5.1 MCMC 法

伝統的なベイズ統計学では，共役な事前，事後分布を用いて，パラメータを推定する手法が採用されている [13]．しかし，ハザードモデルの場合，簡単な指数ハザードモデルを用いても，共役事前確率分布が存在しないことが知られている [28]．共役事前確率分布が存在しない場合，数値解析により多重積分を求めることが必要となる．このことが，ベイズ統計学をハザード解析へ適用する際に，大きな障害となっていた．しかし近年，MCMC 法 [13] がベイズ統計学の分野に導入され，多重数値積分により基準化定数を求めなくても，効率的に事後分布を求めることが可能となった．その結果，ベイズ推定法の適用範囲は大幅に拡大したと考えることができる．すでに，MCMC 法として，ギブスサンプリング法，メトロポリス・ヘイスティング法（以下，MH 法）等が提案されている [13]．このうちギブスサンプリングはもともと画像復元のアルゴリズム [29] として知られていたが，ベイズ推定における事後分布の推定に応用された [30]．ギブスサンプリング法と MH 法は，いずれも事後確率密度関数を直接求めることが難しい場合に，各パラメータの条件付き事後確率密度関数を用いて，反復的にパラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ のサンプルを乱数発生させることにより，事後分布からパラメータサンプルを得る方法である．小林等 [19] は MCMC 法を用いて，マルコフ推移確率を効果的にベイズ推定する手法を明らかにしている．本研究では小林等が提案したワイブル劣化モデルのベイズ推定法を拡張し，判定基準変更を考慮した隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推定する手法を提案する．

隠れマルコフ劣化ハザードモデルを含む混合分布モデルの推定では，**2.4.2** で述べたように尤度関数が特殊な形をしており，一般的な最尤法やベイズ推定を用いることが困難である [23),24)]．このようなことから，混合分布モデルの推定手法として，通常の尤度関数ではなく，完備化尤度関数を定義するとともに，MCMC 法を用いた推定手法が提案されている [22)−25)]．

2.5.2 健全度変換確率の特定化

健全度変換確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ は，新基準健全度が i のときに，旧基準健全度 $m \in \omega(i)$ が獲得される確率を表す．ただし，$f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ は，点検時点 τ_t $(t = 1, \cdots, t')$ に依存せず，時間を通じて一定であると仮定する．本研究では $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ をノンパラメトリックな離散的確率分布で表現する．すなわち，健全度変換確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ は，

$$f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i) = \begin{cases} 0 & m \notin \omega(i) \text{ のとき} \\ \alpha_i^m & m \in \omega(i) \text{ のとき} \end{cases} \tag{2.25}$$

と表される．ただし，α_i^m は定数であり，

$$0 \le \alpha_i^m \le 1 \tag{2.26-a}$$

$$\sum_{m \in \omega(i)} \alpha_i^m = 1 \tag{2.26-b}$$

を満足する．

2.5.3 完備化事後確率密度関数の定式化

施設 k $(k = 1, \cdots, K)$ に対して，直近の更新時点以降，それぞれ合計 T^k 回に亘る点検結果が得られたとする．点検時点 $\tau_t^k (t = 1, \cdots, T^k)$ において獲得された健全度の観測値 $\bar{r}(\tau_t^k)$ を $\bar{r}_t^k$ と表す．$\tau_{t'_k}^k < \tau' \le \tau_{t'_k+1}^k$ である．また，$\sum_{k=1}^K T^k$ 個の観測情報に関するデータを $\bar{\boldsymbol{\xi}} = (\bar{\boldsymbol{\xi}}^1, \cdots, \bar{\boldsymbol{\xi}}^K)$ と表す．ただし，$\bar{\boldsymbol{\xi}}^k = (\bar{\boldsymbol{\xi}}_1^k, \cdots, \bar{\boldsymbol{\xi}}_{T_k}^k)$，$\bar{\boldsymbol{\xi}}_t^k = (\bar{r}_t^k, \bar{z}_t^k, \bar{\boldsymbol{x}}_t^k)$ であり，$\bar{r}_t^k$ は時点 τ_t^k において獲得された施設 k の健全度，$\bar{z}_t^k = \tau_{t+1}^k - \tau_t^k$ は施設 k の点検間隔，$\bar{\boldsymbol{x}}_t^k$ は施設 k の特性変数ベクトルである．このとき，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの完備化尤度関数は，K 個の施設から得られたデータの完備化同時生起確率

$$\tilde{\mathscr{L}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}) = \prod_{k=1}^K \left\{ \pi_{1 s_1^k}(\bar{z}_0^k) \prod_{t=1}^{t'_k} \pi_{s_t^k s_{t+1}^k}(\bar{z}_t^k) f_{s_t^k}(\bar{r}_t^k | \boldsymbol{\alpha}_{s_t^k}) \cdot \prod_{t=t'_k+2}^{T^k} \pi_{\bar{r}_{t-1}^k \bar{r}_t^k}(\bar{z}_{t-1}^k) \right\} \tag{2.27-a}$$

$$f_{s_t^k}(\bar{r}_t^k | \boldsymbol{\alpha}_{s_t^k}) = \alpha_{s_t^k}^{\bar{m}_t^k} \tag{2.27-b}$$

$$\pi_{s_t^k s_{t+1}^k}(\bar{z}_t^k) = \sum_{l=s_t^k}^{s_{t+1}^k} \prod_{u=s_t^k \ne l}^{s_{t+1}^k - 1} \frac{\theta_u^k}{\theta_u^k - \theta_l^k} \exp(-\theta_l^k \bar{z}_t^k) \tag{2.27-c}$$

で表される．ただし，$\theta_u^k = \exp(\boldsymbol{x}^k \boldsymbol{\beta}'_u)$ と表され，施設 k に関する潜在変数ベクトルを $\boldsymbol{s}^k = (s_1^k, \cdots, s_{T^k}^k)$ とし，$\boldsymbol{s} = (\boldsymbol{s}^1, \cdots, \boldsymbol{s}^K)$ である．

2.5.4 ベイズ推定法

一般に，ベイズ推定法は，1）事前の経験情報などに基づいて，パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ の事前確率密度関数を設定する，2）獲得したデータ $\bar{\boldsymbol{\xi}}$ と潜在変数 $\boldsymbol{s}$ に基づいて尤度関数 $\tilde{\mathscr{L}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s})$ を定義する，さらに，3）ベイズの定理に基づいて事前確率密度関数を修正し，パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ に関する事後確率密度 $\rho(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s})$ を得る，という手順を採用することになる．以上の手順を，本研究ではベイズ推定のルールと呼ぶ．最尤法と異なり，未知パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ の確率分布が，事後分布として求まる点にベイズ推定法の特徴がある．**2.5.1** で述べたように，ハザードモデルでは，共役事前確率密度関数を見出すことは不可能 [28] であり，事前確率密度関数は非共役事前確率密度関数を採用せざるを得ない．事前確率密度関数設定には，任意性が介在せざるを得ないが，サンプル数が増加するにつれて事前確率密度の特定化の影響は次第に低下する．

まず，条件付き健全度変換確率 (2.1) に含まれるパラメータ $\boldsymbol{\alpha}_i = (\alpha_i^1, \cdots, \alpha_i^M)$ は，式 (2.26-a)，(2.26-b) を満足する定数である．これらの定数の事前確率密度関数として，ディリクレ分布を仮定する．すなわち，判定基準変換確率のパラメータ $\boldsymbol{\alpha}_i$ の事前確率密度関数を

$$\eta_i(\boldsymbol{\alpha}_i|\boldsymbol{\nu}_i) = \Psi_i(\boldsymbol{\nu}_i) \prod_{m\in\omega(i)} (\alpha_i^m)^{\nu_i^m - 1} \tag{2.28-a}$$

$$\Psi_i(\boldsymbol{\nu}_i) = \frac{\Gamma(\sum_{m\in\omega(i)} \nu_i^m)}{\prod_{m\in\omega(i)} \Gamma(\nu_i^m)} \tag{2.28-b}$$

$$\sum_{m\in\omega(i)} \alpha_i^m = 1 \tag{2.28-c}$$

と表現する．ただし，$\boldsymbol{\nu}_i$ は $m \in \omega(i)$ となる全ての ν_i^m を要素とする定数パラメータベクトルである．次に，$\boldsymbol{\beta}_i$ の事前確率密度関数が，標準的な事前確率密度関数として用いられる多次元正規分布に従うと仮定する．すなわち，$\boldsymbol{\beta}_i \sim \mathcal{N}_M(\boldsymbol{\zeta}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$ である．ただし，M 次元正規分布 $\mathcal{N}_M(\boldsymbol{\zeta}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$ の確率密度関数は，

$$\begin{aligned} H(\boldsymbol{\beta}_i|\boldsymbol{\zeta}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i) = & \frac{1}{(2\pi)^{\frac{M}{2}}\sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}_i|}} \\ & \exp\left\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_i - \boldsymbol{\zeta}_i)\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\zeta}_i)'\right\} \end{aligned} \tag{2.29}$$

となる．ただし，$\boldsymbol{\zeta}_i$ は $\mathcal{N}_M(\boldsymbol{\zeta}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$ の事前期待値ベクトル，$\boldsymbol{\Sigma}_i$ は事前分散共分散行列である．このとき，完備化事後確率密度関数 $\rho(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s})$ は

$$\begin{aligned} \rho(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}) \quad \propto \quad & \tilde{\mathscr{L}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}) \prod_{i=1}^{I-1} \left\{ H(\boldsymbol{\beta}_i|\boldsymbol{\zeta}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)\eta_i(\boldsymbol{\alpha}_i|\boldsymbol{\nu}_i) \right\} \\ \propto \quad & \prod_{k=1}^{K} \left[\prod_{t=1}^{T^k-1} \alpha_{s_t^k}^{\bar{r}_t^k} \sum_{l=s_t^k}^{s_{t+1}^k} \left\{ \prod_{u=s_t^k \neq l}^{s_{t+1}^k - 1} \frac{\theta_u^k}{\theta_u^k - \theta_l^k} \exp(-\theta_l^k \bar{z}_t^k) \right\} \right] \\ & \cdot \prod_{i=1}^{l-1} \exp\left\{ -\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_i - \boldsymbol{\zeta}_i)\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}(\boldsymbol{\beta}_i - \boldsymbol{\zeta}_i)' \right\} \\ & \cdot \prod_{i=1}^{I} \prod_{m\in\omega(i)} (\alpha_i^m)^{\nu_i^m - 1} \end{aligned} \tag{2.30}$$

と表すことができる．

2.5.5 最適モデルの決定方法

2.2.3 で言及したように，本研究では旧基準健全度と新基準健全度の間のマクロ対応モデルを与件として複数個想定し，隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推定する．その中から，統計的最適モデルを決定する指標としてベイズ情報量基準 [31, 32]（以下，BIC）を用いる．BIC は次式で算出される．

$$BIC = -2\ln\tilde{\mathscr{L}} + p\ln n \tag{2.31}$$

ただし，$\tilde{\mathscr{L}}$ は尤度，p はモデルに含まれるパラメータの総数，n はサンプル数である．尤度 $\tilde{\mathscr{L}}$ は式 (2.22) で算出される．ここで，式 (2.22) 中の潜在変数 $(s_1, \cdots, s_{t'_k})$ は本来，観測

不可能な変数であるが議論の便宜上，仮に確定値として観測されたする．式 (2.22) を用いるためには，潜在変数 $(s_1,\cdots,s_{t'_k})$ を確定値として定義する必要がある．この点については，以下の **2.5.6 ステップ 8** において説明を加える．なお，パラメータ数 p に関して，本稿では，既往研究 [34] の，潜在変数を除く未知パラメータの数を情報量基準のパラメータ数とする，という考え方に基づき，p をマルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}$，健全度変換確率のパラメータ $\boldsymbol{\alpha}$ の要素数の和とした．この点に関して，潜在変数の数を含めるという考え方もあることに留意されたい．また，本研究では，情報量基準として BIC を採用したが，BIC の他にも，AIC，GIC，MDL など様々な情報量基準が存在する [35]．これらの中からどの情報量基準を選択するかは，モデル比較の観点に応じて多様に異なる．

2.5.6 推定フロー

隠れマルコフ劣化ハザードモデルでは，事後確率密度関数 $\rho(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s})$ を直接，解析的に求めることができない．そこで，代表的な MCMC 法であるギブスサンプリング法 [29] を用いて，パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ の標本サンプルを事後確率密度関数から抽出する．式 (2.30) において，$\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ は互いに独立であり，これらのパラメータの完備化条件付き事後密度関数 $\rho(\boldsymbol{\alpha}|\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s})$，$\rho(\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s})$ は

$$\rho(\boldsymbol{\alpha}|\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s}) \propto \Big(\prod_{k=1}^{K}\prod_{t=1}^{t'_k}\alpha_{s_t^k}^{\bar{r}_t^k}\Big)\Big\{\prod_{i=1}^{I}\prod_{m\in\omega(i)}(\alpha_i^m)^{\nu_i^m-1}\Big\} \tag{2.32}$$

$$\begin{aligned}\rho(\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s}) \quad \propto \quad & \Big[\prod_{k=1}^{K}\prod_{t=1}^{T^k}\sum_{l=s_{t-1}^k}^{s_t^k}\Big\{\prod_{i=s_{t-1}^k,\neq l}^{l-1}\frac{\theta_i^k}{\theta_i^k-\theta_l^k}\exp(-\theta_l^k\bar{z}_k^t)\Big\}\Big] \\ & \prod_{i=1}^{I-1}\exp\Big\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\zeta}_i)\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\zeta}_i)'\Big\}\end{aligned} \tag{2.33}$$

と表せる．また，潜在変数 $\boldsymbol{s}$ の全条件付き事後分布は式 (2.23) で表される．以上のギブスサンプラーを用いた MCMC 法により，隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推定することが可能となる．**図–2.4** に，隠れマルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推定するための具体的手順を整理している．読者の便宜を図るために，同図中には，推定法の詳細を説明する節番号や式番号を明記している．以下では，以上の各ステップの内容を，より詳細に説明する．

ステップ 1　マクロ対応モデル集合の選定

本研究では，想定されるマクロ対応モデルの集合を Λ とし，Λ の要素数を Y と表す．マクロ対応モデルそれぞれに対し，モデル番号 y $(y=1,\cdots,Y)$ を任意に定める．ただし $y\in\Lambda$ である．$y=1$ とする．

ステップ 2　初期値設定

事前分布 (2.28-a)-(2.28-c)，(2.29) のパラメータベクトル（行列）$\boldsymbol{\nu}_i (i = 1, \cdots, I)$，$\boldsymbol{\zeta}_i$，$\boldsymbol{\Sigma}_i (i = 1, \cdots, I-1)$ の値を任意に設定する．潜在変数の初期値 $\boldsymbol{s}^{(0)} = (\boldsymbol{s}^{1,(0)}, \cdots, \boldsymbol{s}^{K,(0)})$ を設定する．ただし，$\boldsymbol{s}^{k,(0)} = (s_1^{k,(0)}, \cdots, s_{t'_k}^{k,(0)})$ であり，$1 \le s_1^{k,(0)} \le \cdots \le s_{t'_k}^{k,(0)} \le \bar{r}_{t'_k+1}^k$ を満足する．ただし，$\bar{r}_{T^k+1}^k = I$ とする．さらに，パラメータ推定量の初期値 $\boldsymbol{\alpha}^{(0)}$，$\boldsymbol{\beta}^{(0)}$ を任意に設定する．これらの初期値の影響は，MCMC 法によるシミュレーション回数が蓄積されるにつれ，次第に薄れていく．MCMC のサンプル標本回数 n を $n = 1$ とする．さらに，MCMC のバーンインとするサンプル標本回数 $\underline{n}$，アルゴリズムの終了回数 $\bar{n}$ をそれぞれ設定する．

ステップ 3　パラメータ $\boldsymbol{\alpha}^n$ の標本抽出

ステップ 3 では，潜在変数 $\boldsymbol{s}^{(n-1)}$ を与件とし，健全度変換確率のパラメータ $\boldsymbol{\alpha}^{(n)} = (\boldsymbol{\alpha}_1^{(n)}, \cdots, \boldsymbol{\alpha}_{I-1}^{(n)})$　に関するパラメータの標本を獲得する．ただし，$\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)}$ は，$m \in \omega(i)$ を満たす全ての $\alpha_i^{m(n)}$ を要素とする未知パラメータベクトルである．ステップ 3 で用いるギブスサンプラーは式 (2.32) で表される完備化条件付き事後確率密度関数 $\rho(\boldsymbol{\alpha}^{(n)} | \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}^{(n-1)})$ で与えられる．潜在的な新基準健全度 $\boldsymbol{s}^{(n-1)}$ と観測データ $\bar{\boldsymbol{\xi}}$ を与件としたとき，完備化された $\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)}$ に関するギブスサンプラーを，

$$
\begin{aligned}
\tilde{\rho}(\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)} | \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}^{(n-1)}) &\propto \left\{ \prod_{k=1}^{K} \prod_{t=1}^{t'_k} \alpha_{s_t^{k,(n-1)}}^{\bar{r}_t^k(n)} \right\} \left\{ \prod_{m \in \omega(i)} (\alpha_i^{m(n)})^{\nu_i^m - 1} \right\} \\
&= \prod_{m \in \omega(i)} (\alpha_i^{m(n)})^{\nu_i^m + N_i^{m,(n-1)} - 1}
\end{aligned} \tag{2.34}
$$

と表すことができる．記号「~」は，個々のパラメータを実際にサンプリングする際のギブスサンプラーを意味する．ただし，$N_i^{m,(n-1)}$ は，期間 $[\tau_0^k, \tau_{t'_k}^k]$ における旧基準健全度の観測値 $\bar{r}_t^k$ と潜在変数 $\boldsymbol{s}^{(n-1)}$ を与件としたとき，

$$
N_i^{m,(n-1)} = \sharp \left[\{ \bar{r}_t^k = m \} \cap \{ s_t^{k,(n-1)} = i \} \right] \tag{2.35}
$$

$$
(t \le t'_k)
$$

と定義される．ただし，$\sharp[\ ]$ は，括弧 [ ] 内に含まれる定義式が成立するような観測サンプル数を表す．式 (2.34) は，パラメータ $\nu_i^m + N_i^{m,(n-1)} - 1$ を有するディリクレ分布に他ならない．更新されたディリクレ分布 (2.34) を用いて，ギブスサンプリングにより，条件付き健全度変換確率のパラメータ標本 $\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)}$ を標本抽出する．全ての i $(i = 1, \cdots, I)$ に対してパラメータ標本 $\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)}$ を求める．

ステップ 4　潜在変数の更新

全条件付き事後確率 (2.23) に基づいて，新しい潜在変数 $\boldsymbol{s}^{(n)}$ をランダムサンプリングする．いま，潜在変数ベクトル $\boldsymbol{s}_{-t}^{k,(n-1)} = (s_1^{k,(n)}, \cdots, s_{t-1}^{k,(n)}, s_{t+1}^{k,(n-1)}, \cdots, s_{t'_k}^{k,(n-1)})$ を定義する．この

とき，$s_t^{k,n}$ $(s_t^{k,(n)} \in \{s_{t-1}^{k,(n)}, \cdots, s_{t+1}^{k,(n-1)}\})$ の全条件付き事後確率は，

$$\mathrm{Prob}[s_t^k = i|\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}_{-t}^{k,(n-1)}] = \begin{cases} \dfrac{\omega_{i,t}^{k,(n-1)} f_i(\bar{r}_t^k|\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)})}{\sum_{j=s_{t-1}^{k,(n)}}^{s_{t+1}^{k,(n-1)}} \omega_{jt}^{k,(n-1)} f_j(\bar{r}_i^t|\boldsymbol{\alpha}_j^{(n)})} & (1 \le t < t'_k) \\ \dfrac{\omega_{i,t}^{k,(n-1)} f_i(\bar{r}_t^k|\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)})}{\sum_{j=s_{t-1}^{k,(n)}}^{\bar{r}_{t+1}^k} \omega_{jt}^{k,(n-1)} f_j(\bar{r}_i^t|\boldsymbol{\alpha}_j^{(n)})} & (t = t'_k) \end{cases} \tag{2.36}$$

と表される．ただし，

$$\omega_{j,t}^{k,(n-1)} = \begin{cases} \pi_{1j}(\bar{z}_1^k)\pi_{js_2^{k,(n-1)}}(\bar{z}_2^k) & t = 1 \\ \pi_{s_{t-1}^{k,(n)}j}(\bar{z}_{t-1}^k)\pi_{js_{t+1}^{k,(n-1)}}(\bar{z}_t^k) & 2 \le t < t'_k \\ \pi_{s_{t'_k-1}^{k,(n)}j}(\bar{z}_{t'-1}^k)\pi_{j\bar{r}_{t'_k+1}^k}(\bar{z}_{t'}^k) & t = t'_k \end{cases} \tag{2.37}$$

である．全ての k $(k = 1, \cdots, K)$ に対して，$t = 1$ より逐次，潜在変数 $s_t^{k,(n)}$ $(t = 1, \cdots, t'_k)$ を求める．

ステップ 5　パラメータ $\boldsymbol{\beta}^{(n)}$ の標本抽出

ステップ 5 では新基準健全度で定義されるマルコフ劣化ハザードモデルのパラメータ標本を抽出する．**ステップ 5** のアルゴリズムを説明するために，未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$ から要素 β_{em} $(e = 1, \cdots, I-1; m = 1, \cdots, D)$ を除いた未知パラメータベクトルを $\boldsymbol{\beta}_{-em}$ と表す．このとき式より，$\boldsymbol{\beta}_{-em}$ を既知としたときの β_{em} の条件付き事後確率密度関数 $\tilde{\rho}(\beta_{em}|\boldsymbol{\beta}_{-em}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s})$ は，

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}(\beta_{em}|\boldsymbol{\beta}_{-em}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}) \propto & \prod_{i=1}^{e}\prod_{j=e}^{I}\prod_{k=1}^{K}\prod_{t=1}^{T^k}\Big\{\prod_{l=i}^{j-1}(\theta_l^k)^{\delta_{ij}^{tk}-\delta_{ie}^{tk}} \\ & \sum_{h=i}^{j}\prod_{l=i,\neq h}^{h-1}\frac{1}{\theta_l^k - \theta_h^k}\exp(-\theta_h^k \bar{z}_t^k)\Big\}^{\delta_{ij}^{tk}} \\ & \prod_{i=1}^{I-1}\exp\Big\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_i - \boldsymbol{\zeta}_i)\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}(\boldsymbol{\beta}_i - \boldsymbol{\zeta}_i)'\Big\} \\ \propto & \prod_{i=1}^{e}\prod_{j=e}^{I}\prod_{k=1}^{K}\prod_{t=1}^{T^k}\Big[\prod_{l=i}^{j-1}\{\exp(\beta_{em}\bar{x}_m^k)\}^{\delta_{ij}^{tk}-\delta_{ie}^{tk}} \\ & \sum_{h=i}^{j}\prod_{l=i,\neq h}^{h-1}\frac{1}{\theta_l^k - \theta_h^k}\exp(-\theta_h^k \bar{z}_t^k)\Big]^{\delta_{ij}^{tk}} \\ & \exp\Big\{-\frac{\sigma_e^{mm}}{2}(\beta_{em} - \hat{\zeta}_e^m)^2\Big\} \end{aligned} \tag{2.38-a}$$

$$\hat{\zeta}_e^m = \zeta_e^m + \sum_{h=1,\neq m}^{D}(\beta_{eh} - \zeta_e^h)\sigma_{hm}^e \tag{2.38-b}$$

と表すことができる．ただし，δ_{ie}^{tk}，δ_{ij}^{tk} は

$$\delta_{ie}^{tk} = \begin{cases} 1 & s_{t-1}^k = i = e \text{ のとき} \\ 0 & \text{それ以外のとき} \end{cases} \tag{2.39}$$

$$\delta_{ij}^{tk} = \begin{cases} 1 & s_{t-1}^k = i,\ s_t^k = j \text{ のとき} \\ 0 & \text{それ以外のとき} \end{cases} \tag{2.40}$$

となるダミー変数である．ζ_e^m は事前期待値ベクトル $\boldsymbol{\zeta}_e$ の第 m 要素であり，σ_e^{hm} は事前分散共分散行列 $\{\boldsymbol{\Sigma}_e^{-1}$ の第 (h,m) 要素である．また，$\sum_{h=1,\neq m}^{D}$ は 1 から D までの要素のうち m を除いた要素の総和を意味する．

このとき，$\boldsymbol{\beta}^{(n)} = (\beta_{11}^{(n)},\cdots,\beta_{I-1D}^{(n)})$ を以下の手順でランダムサンプリングする．

・**ステップ 5-1**　$\tilde{\rho}(\beta_{11}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}_{-11}^{(n-1)},\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s}^{(n-1)})$ から $\beta_{11}^{(n)}$ を乱数発生する．

・**ステップ 5-2**　$\tilde{\rho}(\beta_{12}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}_{-12}^{(n-1)},\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s}^{(n-1)})$ から $\beta_{12}^{(n)}$ を乱数発生する．

⋮

・**ステップ 5-(I-1)D**　$\tilde{\rho}(\beta_{I-1D}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}_{-(I-1D)}^{(n-1)},\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s}^{(n-1)})$ から $\beta_{I-1D}^{(n)}$ を乱数発生する．

なお，上記の方法を用いてギブスサンプリングを行うためには $(I-1)\times D$ 個の条件付き事後確率密度関数 $\tilde{\rho}(\beta_{em}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}_{-em}^{(n-1)},\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s}^{(n-1)})$ を求めることが必要となる．

ステップ 6　サンプリングの終了判定

以上で求めたパラメータ推定量の更新値 $\boldsymbol{\alpha}^{(n)}$，$\boldsymbol{\beta}^{(n)}$，潜在変数の更新値 $\boldsymbol{s}^{(n)}$ を記録する．$n<\overline{n}$ の場合，$n=n+1$ として，**ステップ 3** へ戻る．そうでない場合，アルゴリズムを終了する．なお，以上のアルゴリズムの初期段階においては，パラメータの初期値設定の影響が残存している．このため，シミュレーション回数 n が十分大きな値になるまでは，パラメータ標本の発生過程が定常過程に到達していないと考え，発生したパラメータ標本を除去することが望ましい．ここで，パラメータ標本として採用するシミュレーション回数 n の最小値を $\underline{n}$ と表す．すなわち，ギブスサンプリングで求めたサンプル $\boldsymbol{\alpha}^{(n)}$，$\boldsymbol{\beta}^{(n)}$ $(n=\underline{n}+1,\underline{n}+2,\cdots,\overline{n})$ を，事後確率密度関数 $\rho(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}})$ からの標本と見なすこととする．したがって，これらの標本を用いて，パラメータベクトル $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ の事後分布に関する各種の統計量を計算することも可能となる．なお，ギブスサンプリングの定常性に関しては，Geweke 検定統計量 [36] を用いて判断する．

ステップ 7　アルゴリズムの終了判定

パラメータの標本を未知パラメータ標本ベクトル $\boldsymbol{\alpha}^{(y)} = (\boldsymbol{\alpha}^{(\underline{n}+1)},\cdots,\boldsymbol{\alpha}^{(\overline{n})})$，$\boldsymbol{\beta}^{(y)} = (\boldsymbol{\beta}^{(\underline{n}+1)},\cdots,\boldsymbol{\beta}^{(\overline{n})})$ として記録する．$y<Y$ の場合，$y=y+1$ として，**ステップ 2** へ戻る．そうでない場合，アルゴリズムを終了する．

ステップ 8　**BIC** によるモデル比較

次式により $BIC^{(y)}$ $(y=1,\cdots,Y)$ を算出する．

$$BIC^{(y)} = -2\ln\tilde{\mathscr{L}}^{(y)} + p^{(y)}\ln n \tag{2.41}$$

尤度 $\tilde{\mathscr{L}}^{(y)}$ は，記録した未知パラメータ標本ベクトル $\boldsymbol{\alpha}^{(y)}$，$\boldsymbol{\beta}^{(y)}$ から算出した期待値を用いて算出する．$p^{(y)}$ は，マクロ対応モデルを y としたときの，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータの総数である．ただし，**2.5.5** で述べたように，尤度 $\tilde{\mathscr{L}}^{(y)}$ 算出の際には，潜在変数 s_t^k を確定値として定義する必要がある．そこで本研究では，潜在変数の確定値を以下のように定義する [32, 33]．

$$\boldsymbol{s}^{k,(y)} = \arg\max_{\boldsymbol{s}^k} \tilde{\mathscr{L}}^{(y)} \tag{2.42}$$

ただし，$\boldsymbol{s}^{k,(y)} = (s_1^{k,(y)},\cdots,s_{t'_k}^{k,(y)})$ である．$BIC^{(y)}(y\in\Lambda)$ を最小にするときのマクロ対応モデル y を内包した隠れマルコフ劣化ハザードモデルを，本研究での最適モデルとして採用する．

2.5.7　事後分布に関する統計量

MCMC 法によって得られた標本に基づいて，パラメータベクトル $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ に関する統計的性質を分析することができる．MCMC 法を用いた場合，パラメータの事後確率密度関数 $\rho(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}\,|\,\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s})$ を解析的な関数として表現することはできない．得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推定することとなる．いま，ギブスサンプリングから得られた標本を $(\boldsymbol{\alpha}^{(n)},\boldsymbol{\beta}^{(n)})$ $(n=1,\cdots,\bar{n})$ と表す．このうち，最初の $\underline{n}$ 個の標本は収束過程からの標本と考え，標本集合から除去する．その上で，パラメータ標本添え字集合を $\mathscr{M}=\{\underline{n}+1,\cdots,\bar{n}\}$ と定義する．このとき，パラメータベクトル $\boldsymbol{\alpha}$ および $\boldsymbol{\beta}$ のそれぞれの同時確率分布関数 $G(\boldsymbol{\alpha})$，$G(\boldsymbol{\beta})$ は，

$$G(\boldsymbol{\alpha}) = \frac{\sharp\{\boldsymbol{\alpha}^{(n)} \le \boldsymbol{\alpha}, n\in\mathscr{M}\}}{\overline{n}-\underline{n}} \tag{2.43}$$

$$G(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\sharp\{\boldsymbol{\beta}^{(n)} \le \boldsymbol{\beta}, n\in\mathscr{M}\}}{\overline{n}-\underline{n}} \tag{2.44}$$

と表すことができる．ただし，$\sharp\{\,\}$ は，括弧 $\{\,\}$ 内の論理式が成立する未知パラメータサンプルの総数である．ギブスサンプリングで得られたパラメータ標本を用いて，様々な統計量を算出することができる．例えば，パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ に着目すると，パラメータ $\boldsymbol{\beta}_i$ の事後分布の期待値ベクトル $\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i(\boldsymbol{\beta}_i)$，分散・共分散行列 $\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i(\boldsymbol{\beta}_i)$ はそれぞれ

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i(\boldsymbol{\beta}_i) &= \{\tilde{\zeta}(\beta_{i,1}),\cdots,\tilde{\zeta}(\beta_{i,D})\}' \\ &= \left\{\sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\beta_{i,1}^{(n)}}{\overline{n}-\underline{n}},\cdots,\sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\beta_{i,D}^{(n)}}{\overline{n}-\underline{n}}\right\}'\end{aligned} \tag{2.45}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i(\boldsymbol{\beta}_i) = \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}^2(\beta_{i,1}) & \cdots & \tilde{\sigma}(\beta_{i,1}\beta_{i,D}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}(\beta_{i,D}\beta_{i,1}) & \cdots & \tilde{\sigma}^2(\beta_{i,D}) \end{bmatrix} \tag{2.46}$$

と表される．ただし，

$$\tilde{\sigma}^2(\beta_{i,d}) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\{\beta_{i,d}^{(n)} - \tilde{\zeta}(\beta_{i,d})\}^2}{\overline{n} - \underline{n}} \tag{2.47-a}$$

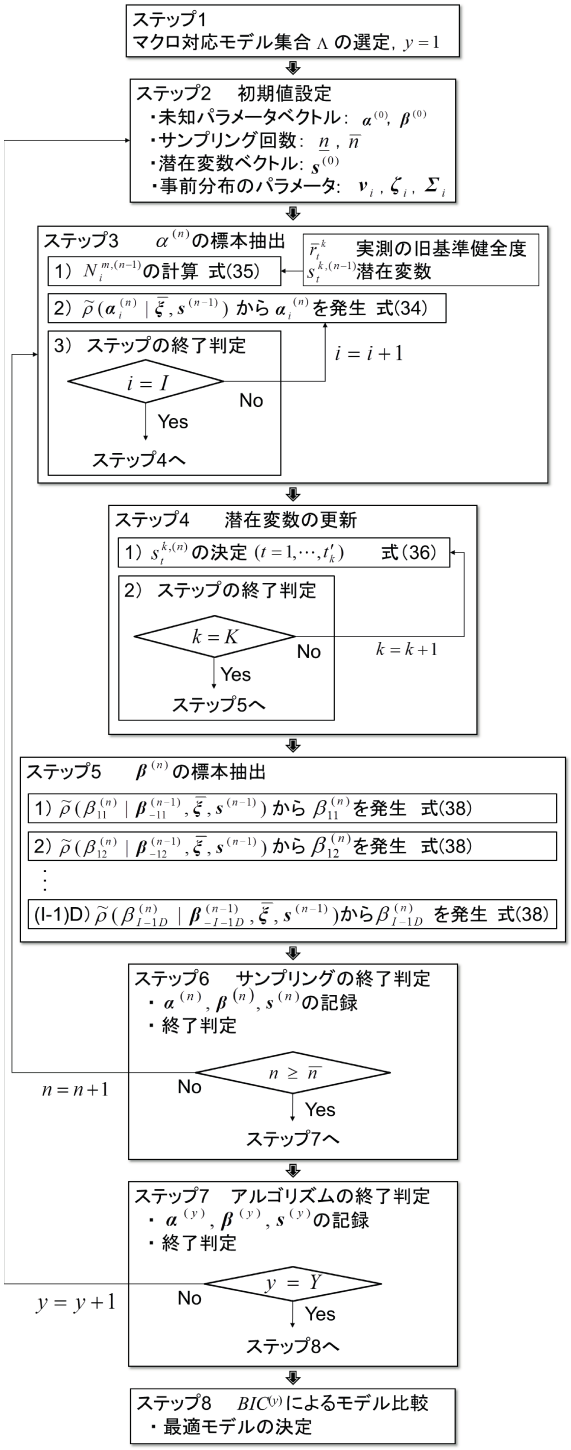
$$\tilde{\sigma}(\beta_{i,d_1}\beta_{i,d_2}) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\{\beta_{i,d_1}^{(n)} - \tilde{\zeta}(\beta_{i,d_1})\}\{\beta_{i,d_2}^{(n)} - \tilde{\zeta}(\beta_{i,d_2})\}}{\overline{n} - \underline{n}} \tag{2.47-b}$$

である．また，ギブスサンプリングによる標本を用いて，パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ の信用域を定義できる．例えば，パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ の $100(1-2\varepsilon)\%$ 信用域は，標本順序統計量 $(\underline{\beta}_{i,d}^{\varepsilon}, \overline{\beta}_{i,d}^{\varepsilon})$ $(i = 1, \cdots, I-1; d = 1, \cdots, D)$

$$\underline{\beta}_{i,d}^{\varepsilon} = \arg\max_{\beta_{i,d}^{(n*)}} \left[\frac{\sharp\{\beta_{i,d}^{(n)} \leq \beta_{i,d}^{(n*)}, n \in \mathscr{M}\}}{\overline{n} - \underline{n}} \leq \varepsilon \right] \tag{2.48}$$

$$\overline{\beta}_{i,d}^{\varepsilon} = \arg\min_{\beta_{i,d}^{(n**)}} \left[\frac{\sharp\{\beta_{i,d}^{(n)} \geq \beta_{i,d}^{(n**)}, n \in \mathscr{M}\}}{\overline{n} - \underline{n}} \leq \varepsilon \right] \tag{2.49}$$

を用いて $\underline{\beta}_{i,d}^{\varepsilon} < \beta_{i,d} < \overline{\beta}_{i,d}^{\varepsilon}$ と定義できる．


ステップ1
マクロ対応モデル集合 Λ の選定, $y=1$
ステップ2　初期値設定
・未知パラメータベクトル: $\boldsymbol{\alpha}^{(0)}$, $\boldsymbol{\beta}^{(0)}$
・サンプリング回数: $\underline{n}$, $\overline{n}$
・潜在変数ベクトル: $\boldsymbol{s}^{(0)}$
・事前分布のパラメータ: $\boldsymbol{v}_i$, $\boldsymbol{\zeta}_i$, $\boldsymbol{\Sigma}_i$
ステップ3　$\alpha^{(n)}$の標本抽出
1) $N_i^{m,(n-1)}$の計算 式(35)
$\bar{r}_i^k$ 実測の旧基準健全度
$s_t^{k,(n-1)}$ 潜在変数
2) $\tilde{\rho}(\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)} \mid \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}^{(n-1)})$ から $\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)}$を発生 式(34)
3) ステップの終了判定
$i=I$
No
$i=i+1$
Yes
ステップ4へ
ステップ4　潜在変数の更新
1) $s_t^{k,(n)}$の決定 $(t=1,\cdots,t'_k)$　式(36)
2) ステップの終了判定
$k=K$
No
$k=k+1$
Yes
ステップ5へ
ステップ5　$\boldsymbol{\beta}^{(n)}$の標本抽出
1) $\tilde{\rho}(\beta_{11}^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}_{-11}^{(n-1)}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}^{(n-1)})$ から $\beta_{11}^{(n)}$を発生 式(38)
2) $\tilde{\rho}(\beta_{12}^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}_{-12}^{(n-1)}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}^{(n-1)})$ から $\beta_{12}^{(n)}$を発生 式(38)
⋮
(I-1)D) $\tilde{\rho}(\beta_{I-1D}^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}_{-I-1D}^{(n-1)}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}^{(n-1)})$から$\beta_{I-1D}^{(n)}$ を発生 式(38)
ステップ6　サンプリングの終了判定
・$\boldsymbol{\alpha}^{(n)}$, $\boldsymbol{\beta}^{(n)}$, $\boldsymbol{s}^{(n)}$の記録
・終了判定
$n=n+1$
No
$n \geq \overline{n}$
Yes
ステップ7へ
ステップ7　アルゴリズムの終了判定
・$\boldsymbol{\alpha}^{(y)}$, $\boldsymbol{\beta}^{(y)}$, $\boldsymbol{s}^{(y)}$の記録
・終了判定
$y=y+1$
No
$y=Y$
Yes
ステップ8へ
ステップ8　$BIC^{(y)}$によるモデル比較
・最適モデルの決定

図–2.4　推定フロー

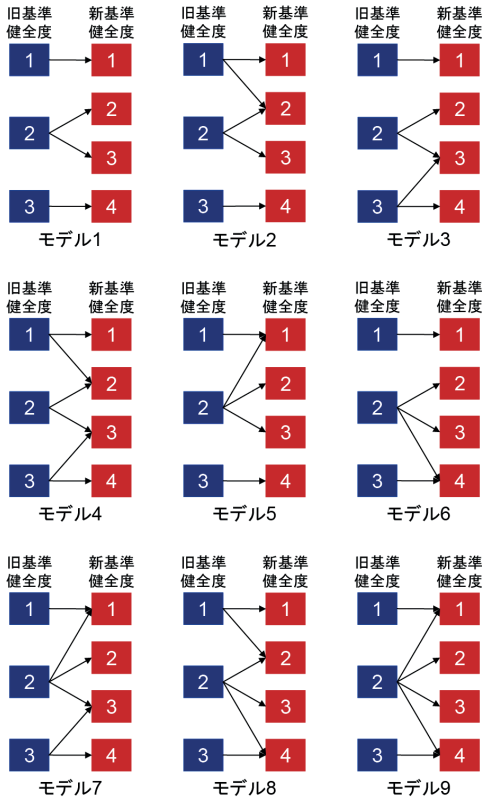
2.6　適用事例

2.6.1　データベースの概要

本研究で提案した隠れマルコフ劣化ハザードモデルを，NEXCO 西日本が所管する高速道路のトンネル内に設置された灯具に対する点検データベースに適用した．灯具の材質として鋼製とステンレス製（以下，SUS 製）の 2 種類が存在する．鋼製灯具と SUS 製灯具の劣化進展機構や劣化速度は，物理的にも大きく異なることが経験的に知られている．また，1997 年から現在に至るまで，鋼製灯具から SUS 製灯具への設備更新が各トンネルにおいて進められている．したがって，本研究では，SUS 製灯具の点検データのみを用いることとする．分析対象としたトンネル照明の構造検査データ（NEXCO 西日本ではトンネル照明に関しては検査という用語を用いているが，本研究では，論文中の記述やこれまでの既往研究との整合性を図るために，以下では点検という用語を使用する）は，過去に実施された点検の結果のうち，電子データとして獲得できた 2005 年から 2012 年までに実施された一斉点検に基づくものである．ただし，この点検データベースでは 2009 年 4 月に判定基準が変更されており，変更時点を境に異なる判定基準を用いた点検データが混在している．灯具の劣化は**図–2.1**，**図–2.2** に示すように，旧基準では OK，B，A，AA の 4 段階，新基準では OK，C，B，A，AA の 5 段階の健全度で評価される．また，**2.2.2** で述べた通り本研究では，旧基準，新基準ともに健全度 A，AA を 1 つの健全度に統合し，さらに各健全度を同図に示す通り序数に置き換えて表示することとする．

本適用事例においては，旧基準健全度 2 が新基準健全度 2，3 に細分化されるという，対応関係のみが既知であるために，マクロ対応モデルはこの部分的情報を満たす 9 パターンが想定される．よってマクロ対応モデル集合 Λ の要素数は $Y = 9$ となる．**図–2.5** にマクロ対応モデルの候補を示す．**図–2.1** 同様，同図では，青色が旧基準健全度，赤色が新基準健全度を表し，矢印のパターンがマクロ対応モデルを表している．BIC を用いたモデル比較により，これらのマクロ対応モデルの中から最適マクロ対応モデルを決定する．

対象としたデータベースには，14,301 個の灯具に対する，合計 30,489 回の点検データが含まれている．そこから健全度ペアサンプルを作成する際，2 時点間において健全度が回復しているサンプル（以下，健全度回復サンプル）は除外する．しかし，旧基準データと新基準データの組によるサンプルの中には，与件とするマクロ対応モデルによって，健全度回復サンプルか否かの判断が異なる場合が存在する．例えば，旧基準健全度 2 から新基準健全度 1 へ推移するサンプルを考える．マクロ対応モデル 1 においては，旧基準健全度 2 は新基準健全度 2，もしくは 3 に変換される．このとき当該サンプルは，変換された新基準健全度 2，あるいは 3 から新基準健全度 1 への推移となり，いずれの場合も健全度回復サンプルとなる．しかし，マクロ対応モデル 5 においては，旧基準健全度 2 は新基準健全度 1，2 もしくは 3 に変換され，その後それぞれの健全度から新基準健全度 1 への推移と



図–2.5　マクロ対応モデルの候補

なる．この場合には，健全度回復サンプルとならない可能性（新基準健全度 1 から 1）も有することになる．モデル比較を行うためには，全てのマクロ対応モデルにおいて，同一のデータベースを用いてモデルの推定を行い，BIC を算出する必要がある．そのため本研究では，想定しうるマクロ対応モデル全てにおいて，健全度回復サンプルとなり得ないサンプルのみを推定に用いる．以上から，合計 18,753 個のサンプルを作成し推定を行った．

2.6.2　最適マクロ対応モデルの決定

マクロ対応モデル 1～9 について，マクロ対応モデル y を与件とし，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推定を行った．なお，ミクロ対応モデルの未知パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ は，ベイズ推定により全て同時に推定されるが，ここでははじめに，$\boldsymbol{\alpha}$ について説明し，**2.6.3** で隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推定結果について説明する．全てのマクロ対応モデルについて算出した BIC を**表–2.3** に昇順に示した．BIC 比較の結果，マクロ対応モデル 8 を BIC を最小とする最適マクロ対応モデルとして採用した．また，同モデルを最適マクロ対応モデルとした場合のミクロ対応モデルの推定結果を**表–2.4** に示す．同表から，旧基準健全度 1 と判定された灯具のうち，41%が新基準健全度 1 に，59%が新基準健全度 2 に対応していることが読み取れる．また，旧基

表–2.3　マクロ対応モデルと BIC

順位	モデル番号	BIC
1	8	30,241
2	2	30,259
3	9	31,684
4	4	34,037
5	6	37,121
6	5	37,122
7	1	37,150
8	7	37,534
9	3	37,554

表–2.4　パラメータの推定結果（ミクロ対応モデル）

		新基準健全度			
		1(OK)	2(C)	3(B)	4(A, AA)
旧基準健全度	1(OK)	0.41 (0.39, 0.43) −0.01	0.59 (0.57, 0.61) 0.01	–	–
	2(B)	–	0.55 (0.53, 0.57) −0.03	0.45 (0.43, 0.47) 0.03	1.56×10^{-4} $(4.58 \times 10^{-8}, 6.96 \times 10^{-4})$ 0.08
	3(A, AA)	–	–	–	1

注) 各健全度ごとに，第 1 行はパラメータの期待値，第 2 行はパラメータ推定値の 90% 信用域の下限値と上限値，第 3 行は Geweke 検定統計量を表している．ただし，対応関係が確定的に与えられる要素は，サンプリングを行わないことから，90% 信用域，Geweke 検定統計量を算出していない．

準健全度 2 は 55%が新基準健全度 2 に，45%が新基準健全度 3 に，1.56×10^{-4}% が新基準健全度 4 に対応する．ここで，旧基準健全度 2 と新基準健全度 4 の関係に対応する健全度変換確率が極端に小さいことと，**表–2.3** に示した BIC もモデル 2 がモデル 8 の次に小さい値を取っていることから，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係は，実質的にはモデル 2 と等価であると考えられる．ただし，その際，旧基準健全度 2 に対する健全度解釈の誤差が，厳密には存在することに留意する必要がある．**2.6.3** においては，モデル 8 を最適マクロ対応モデルとして，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推定結果を説明する．

推定結果から旧基準健全度 2 と判定された灯具のうち，55%が新基準健全度 2，すなわち初期段階の劣化状態に該当することが示された．NEXCO 西日本の管理基準においては，旧基準健全度 3，新基準健全度 4（健全度 A）を灯具の補修・更新計画の作成時期の目安と定めている．そのため，旧基準健全度 2 に該当する灯具のうち，初期段階の劣化状態の灯具以外，すなわち比較的劣化の進展した状態の灯具については，予備的に補修・更新計画の検討を行う必要がある．旧基準においては，比較的劣化の進展した状態を，初期段階の

表–2.5　パラメータの推定結果（隠れマルコフ劣化ハザードモデル）

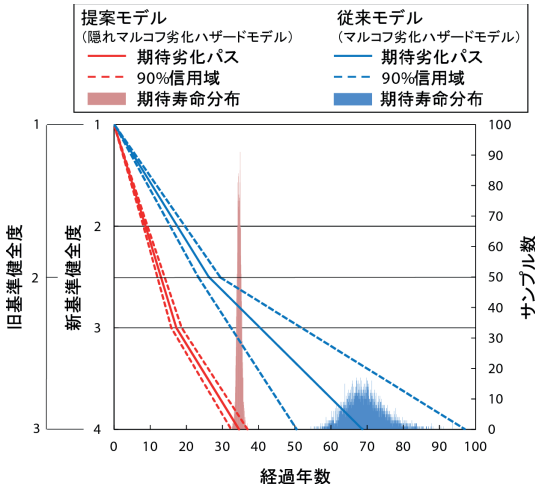
新基準健全度 i	定数項 $\hat{\beta}_{i,1}$	入口からの距離 $\hat{\beta}_{i,2}$	勾配の絶対値 $\hat{\beta}_{i,3}$	健全度間期待寿命 ET^i[年]
1	−1.93 (−1.97, −1.89) 0.01	−1.16 (−1.29, −1.04) −0.03	–	8.7
2	−2.23 (−2.29, −2.17) 0.02	–	0.21 (0.11, 0.30) −0.05	8.7
3	−2.85 (−2.90, −2.81) 0.08	–	–	17.2

注) 各健全度ごとに，第 1 行はパラメータの期待値，第 2 行はパラメータ推定値の 90% 信用域の下限値と上限値，第 3 行は Geweke 検定統計量を表している．また，ET^i[年] は新基準健全度 i の健全度間期待寿命を表す．

劣化状態と同一に旧基準健全度 2 として獲得していた．一方，新基準においては初期段階の劣化状態を新基準健全度 2 として，また比較的劣化の進展した状態を新基準健全度 3 として別々に獲得している．マクロ対応モデルはそれらの対応関係を定量的に表現している．旧基準では旧基準健全度 2 と判定された灯具全てに対して，予備的な補修・更新計画を検討するか否かの判断が必要であったが，新基準においてはそのような灯具のうち，55%を計画検討の対象から除き，よりきめ細かな灯具の維持補修マネジメントを実施することが可能となる．このように，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係をマクロ対応モデルによって表現することで，獲得された点検データを統合的に用いるだけでなく，新基準を導入した際の有効性を定量的に事後評価することが可能となる．

2.6.3　隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推定結果

2.6.1 で述べたデータベースを用いて，判定基準の変更を考慮した隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推定した．特性変数に関しては，1）凍結防止剤散布回数，2）大型車交通量，3）交通量等級，4）トンネル入口から灯具設置場所までの距離（以下，入口からの距離），5）勾配の絶対値を候補として取り上げた．1）凍結防止剤散布回数，2）大型車交通量のような定量的な変数に関しては，最大値が 1 となるように基準化した．すなわち，これらの特性変数は $[0,1]$ の値を取り得る．各マクロ対応モデルにおいて，特性変数の組み合わせの中から，まず，符号条件および Geweke 検定を満足する変数の組を選定し，BIC が最小となる変数の組を最適モデルとする．これによりマクロ対応モデルごとに最適な特性変数の組み合わせが存在することになる．今回の適用事例の最適マクロ対応モデルでは，上記の手順を経て，4）入口からの距離と 5）勾配の絶対値が特性変数として採用された．なお，本適用事例で採用された 2 種類の特性変数を要素とする特性変数ベクトル $\bar{\boldsymbol{x}}_t^k$ は，点



図–2.6　期待劣化パスと信用域

検データの獲得時点によらず一定である．

以上のように推定した隠れマルコフ劣化ハザードモデルのパラメータの推定結果を**表–2.5**に示す．同表より，入口付近に設置された灯具の方が劣化の進展が速いこと，勾配の絶対値が大きいトンネルに設置された灯具の方が劣化の進展が速いことがわかる．さらに，同表には，健全度 i $(i = 1, \cdots, 3)$ にはじめて到達した時点から，劣化が進展して次の健全度に進むまでの期待期間長を表す健全度間期待寿命 [1] と呼び，

$$ET^i = \frac{1}{\theta_i} = \frac{1}{\exp(\boldsymbol{x}\hat{\boldsymbol{\beta}}')} = \frac{1}{\exp(\hat{\beta}_{i,1} + x_2\hat{\beta}_{i,2} + x_3\hat{\beta}_{i,3})} \tag{2.50}$$

と定義する．ここに，θ_i は健全度 i のハザード関数であり，記号「^」は推定値であることを意味する．同表では，入口からの距離，勾配の絶対値を対象とする全ての灯具の平均値に設定してハザード関数を算出し，健全度間期待寿命 ET^i を求めている．なお，MCMC 法を実施する際に，マルコフ連鎖が定常状態に到達するためのサンプル数として $\underline{n} = 10{,}000$ と設定した．本研究では $\bar{n} = 20{,}000$ と設定し，$\underline{n} = 10{,}000$ 個の標本を事後分布に収束する過程からの標本として除外し，残りの 10,000 個のパラメータ標本を用いて分析を行うこととした．**表–2.5** に示す通り，Geweke 検定統計量はいずれも 1.96 を下回っており，有意水準 5% でパラメータのランダムサンプリングが定常状態に収束したことを意味する収束仮説を棄却できないことがわかる．

表–2.5 のパラメータ推定結果を用いて，期待劣化パスを算出した．その結果を**図–2.6** に示す．同図には，入口からの距離，勾配の絶対値を，分析対象とした全ての灯具の平均値に設定したときのハザード関数を用いて算出した期待劣化パスを赤実線で示している．同図から管理限界である新基準健全度 4 に達するまでの期待寿命は約 35 年と読み取れる．ま

表–2.6　パラメータの推定結果（マルコフ劣化ハザードモデル）

旧基準健全度 m	定数項 $\hat{\beta}_{m,1}$	勾配の絶対値 $\hat{\beta}_{m,2}$	健全度間期待寿命 ET^m[年]
1	−3.65 (−3.71, −3.59) −0.01	0.86 (0.77, 0.96) 0.03	26.4
2	−4.53 (−4.83, −4.23) 0.01	1.79 (1.39,2.20) −0.01	42.4

注) 各健全度ごとに，第 1 行はパラメータの期待値，第 2 行はパラメータ推定値の 90% 信用域の下限値と上限値，第 3 行は Geweke 検定統計量を表している．ET^m[年] は旧基準健全度 m の健全度間期待寿命を表す．

表–2.7　データ種別とサンプル数

	事前健全度	事後健全度	該当サンプル数
ケース 1	旧基準	旧基準	6,163
ケース 2	新基準	新基準	6,894
ケース 3	旧基準	新基準	5,696
合計			18,753

た，**表–2.6** には，変更時点以前の点検で得られた旧基準データのみを用いた，マルコフ劣化ハザードモデルによるパラメータの推定結果を示している．この結果から得られた従来モデルによる期待劣化パスを**図–2.6** に併記し，青実線により示している．ただし，ここでは勾配の絶対値を特性変数として採用し，勾配の絶対値を分析対象とした全ての灯具の平均値に設定した期待劣化パスを算出している．一方，変更時点以降の点検で得られた新基準データに関しては，獲得期間およびサンプルの蓄積が不十分であったために，新基準データのみを用いた推定を行うことはできなかった．そのために，旧基準データのみを用いた劣化予測結果を従来モデルによる劣化予測結果と考えることとする．同図から従来モデルによる期待寿命は約 69 年となり，提案モデルと比較して期待寿命を過大評価していることがわかる．この点に関しては**表–2.9** で後述するように，新基準健全度で獲得された事前・事後点検データに劣化が進展したサンプルがごく少数しか含まれていなかったことが原因である．さらに，本研究で用いたベイズ推定の特徴として，パラメータの推定結果が分布（信用域）として得られる．よって，期待寿命も分布として得られることから，この分布を比較することにより，期待寿命の信頼性を評価することができる．同図には，従来モデルと提案モデルそれぞれについて，期待劣化パスの 90%信用域を点線で示し，期待寿命分布も併記している．期待劣化パスの 90%信用域上下限の差が，従来モデルでは約 47 年であったのに対し，提案モデルでは約 5 年となり信用域が縮小されていることが確認できる．さらに，期待寿命分布においても，従来モデルと比較すると，提案モデルの期待寿命分布は

表–2.8　サンプル分布（ケース 1）

		事後健全度		
		1(OK)	2(C)	3(B)
事前健全度	1(OK)	3,748	2,260	130
	2(B)		22	1
	3(A,AA)			2

表–2.9　サンプル分布（ケース 2）

		事後健全度			
		1(OK)	2(C)	3(B)	4(A,AA)
事前健全度	1(OK)	3,699	0	0	0
	2(C)		947	0	0
	3(B)			1,659	16
	4(A,AA)				573

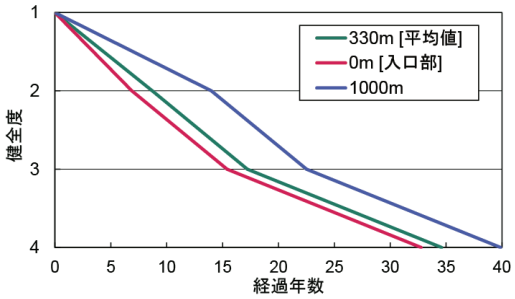
分散が小さく，期待寿命の信頼性が向上していることが読み取れる．

2.6.1 で述べたデータベースには，変更時点以前の点検で得られた旧基準健全度，以降の点検で得られた新基準健全度の 2 種類の健全度が存在する．よって，データベース中のサンプルには，隣接する 2 時点の点検で得られる健全度（以下，事前健全度，事後健全度）のそれぞれの分類によって，**表–2.7** に示す 3 つのケースが存在する．同表では，それぞれのケースに該当するサンプル数の内訳を整理している．前述した期待寿命の信頼性向上の理由として，判定基準変更前後の全ての点検データを用いることにより，推定に使用するサンプル数が旧基準データのみの 6,163 個から 18,753 個へと，著しく増加したことが考えられる．また，**表–2.8** から**表–2.10** に各ケースにおける，健全度の推移パターンと該当サンプル数を整理し表記している．同表から読み取れる通り，**表–2.8**，**表–2.9** にはサンプルの分布に大きな偏りが見られる．しかし，本研究で提案する方法論を用いることで，**表–2.8**，**表–2.9** に示したサンプルを統合的に扱うことが可能となり，さらに**表–2.10** に示すケース 3 のサンプルも使用可能となり，サンプルの偏りを緩和することが可能となる．本研究では，ケース 3 に劣化の進展しているサンプルが多く含まれ，ケース 3 のサンプルを推定に用いることのできない従来モデルでは，上述のように寿命を過大評価したと考えることができる．一方で，提案モデルにおいては，これらの 3 種類のケースのサンプル全てを用いた結果，期待寿命の信頼性が向上したと考えられる．以上から，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの提案により，従来は推定が困難，あるいは信頼性を担保できなかったデータに対しても，獲得された全てのデータを用いて，統一的な方法論により劣化予測結果を得ることができた．

さらに，本モデルにおいては，特性変数による期待寿命の変動を評価することが可能である．そこで本適用事例において採用した特性変数である，入口からの距離，勾配の絶対

表–2.10　サンプル分布（ケース 3）

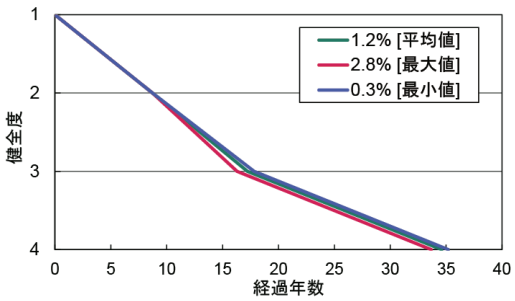
		事後健全度			
		1(OK)	2(C)	3(B)	4(A,AA)
事前健全度	1(OK)	512	947	1,952	652
	2(B)		0	1,102	397
	3(A,AA)			0	134



図–2.7　期待劣化パス（入口からの距離の影響）

値が灯具の期待寿命に及ぼす影響を分析するために，**図–2.7** に入口からの距離が，330m（平均値），0m（入口部），1,000m に設置された灯具それぞれの期待劣化パスを示す．その際，勾配の絶対値は平均値に設定する．また，**図–2.8** には勾配の絶対値が，1.2%（平均値），0.3%（最小値），2.8%（最大値）のトンネルに設置された灯具それぞれの期待劣化パスを示す．その際，入口からの距離は平均値に設定する．同図から，トンネル入口からの距離が小さい程，劣化の進展が速くなり，トンネル入口部に設置されている灯具と，入口からの距離が 1,000m 前後の灯具では期待寿命に約 7 年の差異が存在することが理解できる．また，**図–2.8** から，勾配が大きいトンネルに設置されている灯具ほど，劣化の進展が速く，勾配の絶対値が最大，最小のトンネルに設置されている灯具間では，期待寿命に約 2 年の差異が存在することが理解できる．

上記の影響因子に関する考察として，入口からの距離に関しては，通常トンネルの外部のみで散布される凍結防止剤が車両の走行によりトンネル内に持ち込まれ，舞い上げられることが原因であると考えられる．また，勾配に関しては，下り勾配の場合，速度増加による凍結防止剤の舞い上がりが助長され，上り勾配の場合，アクセルの踏み込みによる排気ガスの増加が硫黄酸化物，窒素酸化物を含む煤煙を増加させ，灯具の劣化を速めていることが考えられる．なお，本適用事例においては大型交通量，凍結防止剤散布回数は有意な説明力を持たなかった．現場管理者の感覚としては両因子ともに，灯具の劣化の進展に影響を与えると考えられているが，対象となったトンネルは単一の路線内に隣接して位置しており，両者の値に大きな変動がなかったことから有意な説明力を持たない結果となっ



図–2.8　期待劣化パス（勾配の影響）

た．一般的には重要な劣化要因であっても，対象エリアにおいてその変動が小さいときには，その影響が有意でないと判断される場合も存在する．

2.7 おわりに

本研究では，施設の管理期間内に判定基準が変更された事例を対象として，判定基準変更を考慮した隠れマルコフ劣化ハザードモデルを開発した．その際，新旧健全度変換モデルを定義し，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を定量化した．また，旧基準点検データと新基準点検データを同時に用いて，新基準健全度で定義されるマルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推定する方法論を提案した．さらに，旧基準，あるいは新基準の点検データのみを用いると期待寿命を過大に評価してしまう事例として，高速道路トンネル内灯具の点検データを対象とした実証分析を行い，提案する隠れマルコフ劣化ハザードモデルの有用性を実証した．維持・補修マネジメントの目的は最適な補修や更新のタイミングを決定することである．したがって，健全度ランクの設定は，基本的には劣化段階に応じた補修工法のバリエーションに依存する．例えば，補修工法が 1 種類しか存在しない場合に，10 段階の健全度ランクを設定しても実務的には意味がない．従前の健全度ランクもこのような観点から決定されたものであると考えれば，判定基準の変更は頻繁に起こり得ることではない．しかしながら，それでも新しい補修工法が開発されたり，予防的補修が積極的に実施されたりすることで，判定基準の変更が必要になるケースが想定される．本研究の成果を用いることで，そのようなときにこれまでに蓄積してきた点検データを除外することなく，管理者の意思決定を支援することが可能となる．

しかし，本研究で提案した隠れマルコフ劣化ハザードモデルに関して，今後に残された研究課題がいくつか存在する．第 1 に，適用事例の拡大があげられる．本研究の実証分析で獲得された知見は，対象とした灯具でのみ適用可能である．また，灯具以外に，RC 床版や舗装などで判定基準が変更された事例が存在する．さらに，今後，判定基準の変更を検討している管理者も数多いと考えられる．開発した隠れマルコフ劣化ハザードモデルを様々な対象に適用し，個別ケースに対応可能となるように方法論を修正していくとともに，方法論に関して普遍的な知見を蓄積していくことが重要である．第 2 に，複数回判定基準が変更された事例に対応する必要がある．本研究では，過去に 1 度，判定基準が変更された事例を対象としたが，点検データの蓄積が進んでいる RC 床版などでは，過去に複数回判定基準が変更された事例が存在する．このような事例に対応するためにはモデルの拡張が必要となる．第 3 に，マクロ対応モデルの絞り込み方法の開発があげられる．本適用事例においては旧基準健全度と新基準健全度の対応関係に関する事前情報が得られたため，マクロ対応モデルの候補数を絞り込むことができた．しかし，事前情報が得られない場合（例えば，目視による健全度判定から，センサー等を用いた健全度判定に変更するような場合），想定されうるマクロ対応モデル全てに関してモデル比較を行う必要があるが，評価段階数が多くなれば想定されるマクロ対応モデルは膨大な数になる．事前情報を用いる以外にもマクロ対応モデルを絞り込む方法が必要であると考えられる．第 4 に，マクロ対応モデルの選定を内包した隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推定アルゴリズムの開発があげ

られる．本研究では，マクロ対応モデルを既知として，隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推定した．そのため，最適マクロ対応モデルの選定とそれに対応した隠れマルコフ劣化ハザードモデルの特性変数ベクトルの選定において人的な作業が必要となっていた．この推定プロセスに，例えば，SSVS（Stochastic Search Variable Selection）モデル [37] などの確率的な変数選択法を組み込むことにより，提案モデル推定の自動化が可能となる．

参考文献

1) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82，2005.

2) 貝戸清之，保田敬一，小林潔司，大和田慶：平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.83-96，2005.

3) 小林潔司，江口利幸，大井明，青木一也，貝戸清之，松村泰典：舗装構造の最適補修更新モデル，土木学会論文集 E1，Vol.68，No.2，pp.54-68，2012.

4) 小林潔司，熊田一彦，佐藤正和，岩崎洋一郎，青木一也：サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル，土木学会論文集 F，Vol.63，No.1，pp.1-15，2007.

5) Cambridge Systematics, Inc.: *Pontis release 4.4 Technical Manual*, 2005.

6) Cambridge Systematics, Inc.: *Pontis release 4.4 User's Manual*, 2005.

7) 杉崎光一，貝戸清之，小林潔司：目視検査周期の不均一性を考慮した統計的劣化予測手法の構築，構造工学論文集，土木学会，Vol.52A，pp.781-790，2006.

8) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

9) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.

10) 貝戸清之，熊田一彦，林秀和，小林潔司：階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化，土木学会論文集 F，Vol.63，No.3，pp.386-402，2007.

11) 林秀和，貝戸清之，熊田一彦，小林潔司：競合的劣化ハザードモデル：舗装ひび割れ過程への適用，土木学会論文集 D，Vol.65，No.2，pp.143-162，2009.

12) 小濱健吾，岡田貢一，貝戸清之，小林潔司：劣化ハザード率評価とベンチマーキング，土木学会論文集 A，Vol.64，No.4，pp.857-874，2008.

13) 和合肇：ベイズ計量経済分析，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005.

14) 津田尚胤，貝戸清之，山本浩司，小林潔司：ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法，土木学会論文集，No.798/VI-68，pp.125-136，2006.

15) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推計，土木学会論文集 A，Vol.63，No.2，pp.336-355，2007.

16) 貝戸清之，小林潔司，青木一也，松岡弘大：混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計，土木学会論文集 D3，Vol.68，No.4，pp.255-271，2012.

17) 西日本高速道路株式会社：道路付属物点検 (施設) の手引き，2009.

18) 西日本高速道路株式会社：道路構造物点検要領，2006.

19) 小林潔司，貝戸清之，林秀和：測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル，土木学会論文集 D，Vol.64，No.3，pp.493-512，2008.

20) Nam, L. T.，貝戸清之，小林潔司，起塚亮輔：ポアソン隠れマルコフ劣化モデルによる舗装劣化過程のモデル化，土木学会論文集 F4，Vol.68，No.2，pp.62-79，2012.

21) 小林潔司，貝戸清之，江口利幸，大井明，起塚亮輔：舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル，土木学会論文集 D3，Vol.67，No.4，pp.422-440，2011.

22) Diebolt, J. and Robert, C. P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, Vol.56, pp.363-375, 1994.

23) Titterington, D. M., Smith, A. F. M. and Makov, U. E.: *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*, John Wiley & Sons, 1985.

24) Robert, C. P.: Mixtures of Distributions: Inference and Estimation, in: Gillks, W. R., Richardson, S. and Spiegelhalter, D. J. (eds.): *Markov Chain Monte Carlo in Practice*, Chapman & Hall, 1996.

25) Robert, C. P., Rydén, T. and Titterington, D. M.: Bayesian inference in hidden Markov models through the reversible jump Markov chain Monte Carlo method, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, Vol.62, pp.57-75, 2000.

26) Dempster, A. P., Laird, N. M. and Rubin, D. B.: Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, Vol.39, pp.1-38, 1977.

27) Celeux, G., Hurn, M. and Robert, C. P.: Computational and inferential difficulties with mixture posterior distributions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.95, pp.957-970, 2000.

28) Ibrahim, J. G., Ming-Hui, C. and Sinha, D.: *Bayesian Survival Analysis*, Springer Series in Statics, 2001.

29) Geman, S. and Geman, D.: Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images, *Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.6, pp.721-741, 1984.

30) Gelfand, A. E. and Smith, A. F. M.: Sampling-based approaches to calculating marginal densities, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.85, pp.398-409, 1990.

31) Schwarz, G.: Estimating the dimension of a model, *The Annals of Statistics*, Vol.6, No.2, pp.461-464, 1978.

32) Fraley, C. and Raftery, A. E.: How many clusters? Which clustering method? Answers via model-based cluster analysis, *The Computer Journal*, Vol.41, Issue 8, pp.578-588, 1998.

33) Forbes, F. and Peyrard, N.: Hidden Markov random field model selection criteria based on mean field-like approximations, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.25, No.9, pp.1089-1101, 2003.

34) 石原庸博，大森裕浩 : 非対称性のある多変量確率的ボラティリティ変動モデルのベイズ分析 : 東証業種別株価指数への応用，日本統計学会誌，第 41 巻，第 1 号，pp.123-153，2011.

35) Kitagawa, G.: Information criteria for the predictive evaluation of Bayesian models, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, Vol.26, Issue 9, pp.2223-2246, 1997.

36) Geweke, J.: Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, in Bernardo, J. M., Berger, J. M., Dawid, A. P. and Smith, A. F. M. (eds.) :*Bayesian Statistics 4*, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.

37) Chipman, H.: Bayesian variable selection with related predictors, *Canadian Journal of Statistics*, Vol.24, Issue 1, pp.17-36, 1996.

第3章　連続量を用いた劣化ハザードモデル

3.1　はじめに

近年，統計的劣化予測モデルの発展により，現場で膨大に蓄積された点検・調査データをもとに，社会基盤施設の劣化過程を構造特性や環境条件に応じて評価することが可能となってきた．なかでも，社会基盤施設の劣化状態が離散的なレーティング指標で表現されるような場合には，マルコフ連鎖モデルを用いて劣化過程を記述することが可能である．特に，点検・調査結果を用いてマルコフ推移確率を推定することを目的としたマルコフ劣化ハザードモデル [1] の開発により，統計的劣化予測モデルは飛躍的に発展し，実務への適用事例も数多く蓄積されるようになった．

一方，社会基盤施設の劣化管理指標の中には，連続変数を用いて観測されるものも少なくない．例えば，本研究の適用事例で取り上げる道路舗装に関しては，路面の損傷状態（ひび割れ，わだち掘れ，平たん性など）や舗装耐荷力等の情報を得ることができるが，これらの指標は連続量として観測される．しかし，これまでの統計的劣化予測では，連続量として観測された劣化管理指標をレーティングカテゴリを用いて離散化し，マルコフ劣化ハザードモデルを適用する方法が採用される場合が多かった．この場合，連続量を離散化する段階において多くの情報量が損失されるという問題が発生する．また，レーティングカテゴリの設定に任意性が存在するため，レーティングカテゴリの設定が劣化曲線の推定結果に影響を及ぼすこととなる．

本研究では，劣化管理指標が連続量として表現されるような連続型劣化ハザードモデルとその推定方法を提案する．ここで，連続型劣化ハザードモデルは，施設の供用開始や直近の補修・更新時点からの経過時間に対して，劣化管理指標値の時間的変化を記述するモデルを意味する．施設の劣化過程に関する力学的モデルが開発されている場合，調査結果情報を用いて力学的モデルに含まれるパラメータを推定することとなる．一般的な劣化過程（対象とする全施設における代表的な劣化過程）を実験などにより理論的に求め，その劣化過程からの差異を求めることが考えられる．しかしながら，現時点において，力学的モデルにより，劣化過程に関する理論的曲線が解析的に導出されている事例はそれほど多くないのが実情である．例えば，本研究の適用事例である舗装の耐荷力に関しても理論的研究の蓄積が乏しく，耐荷力の低下過程に関する理論的曲線は提案されていない．このような場合においても，一般的な劣化過程を表すベースラインモデルを，観測データに基づいて近似的に構成していくような方法論を採用することにより，連続的なパフォーマンス曲線を推計することが可能となる．

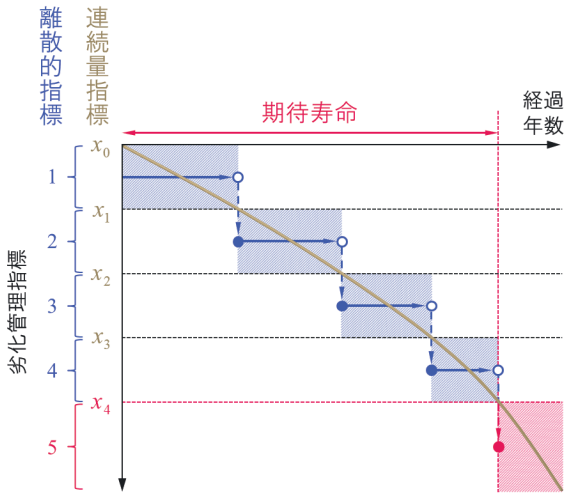
以上の問題意識のもとで，本研究では，1）任意の関数を近似することを目的として開発されたフレキシブル曲線により，社会基盤施設の劣化過程（舗装耐荷力の低下過程）を表現するパフォーマンス曲線を近似的に表現し，2）近似されたパフォーマンス曲線をベースラインモデルとして，特性変数に応じて比例的に劣化過程の変動を表現する劣化ハザードモデルを提案する．さらに，適用事例として高速道路の舗装耐荷力を取り上げ，高速道路総合技術研究所（以下，NEXCO 総研）が構築したデータベースに基づいて，東日本高速道路，中日本高速道路，西日本高速道路（以下，NEXCO）が管理する高速道路の舗装耐荷力のパフォーマンスカーブを劣化ハザードモデルを用いて表現する．その際，舗装構造の特性や道路の使用環境など，舗装耐荷力の低下に影響を及ぼすと考えられる劣化因子を特性変数として取り上げ，舗装耐荷力の低下に影響を及ぼす要因について分析を試みる．以下，**3.2** で本研究の基本的な考え方を述べる．**3.3** では劣化ハザードモデルを定式化し，**3.4** でモデルのベイズ推定方法について詳述する．**3.5** において，全国の高速道路を対象とした FWD 調査データを用いた適用事例を通じて提案する劣化ハザードモデルの有用性を議論する．

3.2　本研究の基本的な考え方

3.2.1　既往研究の概要

目視点検の結果に基づいて社会基盤施設の劣化過程を予測する統計的劣化予測モデルに関しては，多くの研究が蓄積されている[2)−5)]．統計的劣化予測モデルを推定するためには，一定量のデータの蓄積が必要である．例えば，津田等[1)]はマルコフ劣化ハザードモデルを安定的に推定するためには，2,000 個程度の点検データが必要となるとしている．統計的劣化予測モデルは，劣化過程のベンチマークとなる力学的モデルを内蔵しておらず，劣化過程を安定的に表現するために，大量のデータが必要となる．これに対して，力学的劣化モデルは，劣化過程を直接モデル化しているため,（モデル化が正しい限り）より少ないデータを用いて劣化予測を行うことが可能となる．しかし，現実の劣化過程には多様な要因が介在するため，単一の力学的モデルを用いて劣化過程を表現するには限界がある．このため，限られたデータを用いて力学的モデルを統計的に推定しようとするハイブリッド型劣化予測モデル[6,7)]も提案されている．

本研究では，加速劣化ハザードモデルを一般化した劣化ハザードモデルを用いてハイブリッド型劣化予測モデルを提案する．加速劣化ハザードモデルは，社会基盤施設による劣化速度の異質性を表現するが，施設ごとに定義された劣化予測モデルが交差しないことを仮定する．このような観点から，田中等[7)]は水道浄化沈殿池のコンクリート壁の中性化の進展過程を加速劣化ハザードモデルを用いて表現している．その際，ベースラインモデルとして，加速度方程式（ベースライン劣化速度式）$x = t^{1/\alpha}$ を採用している．ここに，x は中性化深さであり，経過時間 t の関数として表現される．α は加速度パラメータである．ベースライン劣化速度式 $x = t^{1/\alpha}$ を用いることにより，コンクリート壁の劣化状態がある管理水準に到達するまでの経過時間の対数値を劣化・損傷の共変量と誤差項の線形結合として表現でき，加速劣化ハザードモデルを定式化できる[8)]．従来より，ルート t 則に基づく中性化速度式が提案されているが，それは加速度方程式のパラメータを $\alpha = 2$ に設定した場合に他ならない．さらに，田中等は加速劣化ハザードモデルを推定し，中性化過程が必ずしもルート t 則に従わないことを示している．本研究で用いる劣化ハザードモデルにおいても，ベースラインモデルを特定化し，定数やハザード形状パラメータを推定する．本研究では，コンクリート壁の中性化に限らず一般的な社会基盤施設に対して汎用的に利用できる劣化ハザードモデルを開発する．その際，施設の劣化過程がベースライン劣化速度式 $x = t^{1/\alpha}$ に従うとは限らない．そこで，本研究では，ベースライン劣化速度式 $x = t^{1/\alpha}$ に代わり，パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$ を持つベースラインモデル $f(t, \boldsymbol{\beta})$ を用いた劣化ハザードモデルを定式化する．なお，本研究で提案する方法論は，経過時間を特性変数に含む非線形回帰モデルを定式化し，その際，誤差項をパラメトリックに指定しハザードモデルの枠組みで種々のリスクマネジメント指標を定式化しているとも捉えられる．本稿では，劣化ハザー



図–3.1　離散的指標と連続量指標

ドモデルを用いて個々の施設の劣化過程のみならずリスクマネジメント指標も提案している点に着目するため，提案する方法論に対して，非線形回帰モデルではなく劣化ハザードモデルという名称を統一的に使用することとする．

本研究で提案する劣化ハザードモデルは，劣化管理指標が連続量を用いて表現されるような幅広い範囲のハイブリッド型劣化予測モデルに適用可能である．しかし，力学的理論に基づいてベースラインモデルを設定できる場合は限られている．本研究において実証分析の対象とする高速道路舗装の耐荷力の低下過程に関しても，ベースラインモデルを表現するための理論的曲線は提案されていない．そのため，本研究では，ベースラインモデルを近似的に複数種類のフレキシブル曲線により表現し，AIC（赤池情報量基準）や BIC（ベイズ情報量基準）などの情報量基準を用いて統計的に最適なベースラインモデルを選択するというアプローチを採用する．このようなフレキシブル曲線を用いた劣化ハザードモデルを開発することにより，先験的な力学的モデルが存在しない場合においても，連続変数で表現される劣化管理指標を用いた劣化予測モデルを作成することが可能となる．

3.2.2　連続量劣化管理指標と劣化予測モデル

離散的変数によって定義された劣化管理指標を用いて劣化過程を表現する劣化予測モデルとしてマルコフ劣化ハザードモデル [1] が提案されている．マルコフ劣化ハザードモデルは汎用性が高く，数多くの社会基盤施設の劣化過程のモデル化に採用されてきた．連続量として観測されるような劣化事象に関しても，劣化管理指標をいくつかの離散的カテゴリに分割し，劣化過程をカテゴリ間の推移確率を用いて表現するという方法が採用されてきた．本研究で対象とする舗装耐荷力に関しても，マルコフ劣化ハザードモデルの適用研究が蓄

積されている．その際，**図–3.1** に青色で示すように，連続量として観測されるような舗装構造の劣化指標に対して，それらを離散的な健全度指標に変換して記述された舗装耐荷力の低下過程をパフォーマンスカーブとして推定していた [9]．一方，本研究では，**図–3.1** に金色で示すように，連続量として観測されるような舗装構造の劣化指標をパフォーマンスと考え，その時間的推移を直接的に劣化ハザードモデルを用いて表現することを目的とする．本研究では，連続量指標を劣化管理指標として用いたパフォーマンスカーブを劣化ハザードモデルを用いて表現する方法論を提案する．さらに，推定したパフォーマンスカーブを用いて，アセットマネジメントのために必要となる劣化リスクを評価するためのマネジメント指標を提案することとする．また，舗装構造の管理限界に関するリスク管理指標を連続量指標を用いて設定することが可能となり，リスク管理水準の細分化を通じて，舗装リスクマネジメントの高精度化，相対的劣化評価の高度化に対しても，本研究で提案する劣化ハザードモデルは有用な知見をもたらすと考える．

3.3 連続量を用いた劣化ハザードモデル

3.3.1 劣化進行プロセス

いま，対象とする施設 i $(i=1,\cdots,I)$ の劣化管理指標を x_i，直近の建設（更新）時点からの経過時間を t_i と表す．劣化が進行するほど，劣化指標値は大きな値をとると考える．劣化の進展により指標値が小さくなるような劣化事象の場合，指標値の逆数 x_i^{-1} をモデルの非特性変数として採用すればいい．劣化プロセスの進行過程を

$$x_i = \exp(-B_i) f(t_i, \boldsymbol{\beta}) \tag{3.1-a}$$

$$B_i = \boldsymbol{z}_i \boldsymbol{\theta}' + \sigma w_i \tag{3.1-b}$$

$$(i = 1, \cdots, I)$$

と定式化する．ここで，B_i は施設 i の劣化特性の異質性を反映する指標であり，式 (3.1-b) に示すように特性変数項 $\boldsymbol{z}_i\boldsymbol{\theta}'$ と誤差項 σw_i の和で表せる．式 (3.1-b) において，$\boldsymbol{z}_i = (z_i^1, \cdots, z_i^M)$ は施設 i の劣化に影響を及ぼす特性変数ベクトル，$\boldsymbol{\theta} = (\theta^1, \cdots, \theta^M)$ はパラメータベクトル，w_i は施設 i に固有な劣化要因を表す確率誤差項，σ は偏差パラメータを表す．なお，特性変数ベクトルの候補として，本研究の適用事例で対象とする高速道路舗装では，表層種別，舗装各層の厚さ，地盤条件，交通量などが考えられる．また，$f(t_i, \boldsymbol{\beta})$ はベースラインの劣化過程を表す劣化モデル（以下，ベースラインモデル）であり，t_i に関して単調増加関数である．また，$\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \cdots, \beta_N)$ はベースラインモデルを特徴づける未知パラメータベクトルである．$\exp(-B_i) = 1$ が成立する場合，劣化曲線はベースラインモデルに一致する．力学的モデルにより理論的曲線を導出できる場合には，理論的曲線をベースラインモデルとして用いることができる．理論モデルが存在しない場合，例えばフレキシブル関数を用いてベースラインモデルを近似的に表現することが必要となる．

式 (3.1-a) の両辺の対数をとれば，

$$\begin{aligned} y_i &= \ln f(t_i, \boldsymbol{\beta}) \\ &= \ln x_i + \boldsymbol{z}_i \boldsymbol{\theta}' + \sigma w_i \ (i = 1, \cdots, I) \end{aligned} \tag{3.2}$$

を得る．ただし，$y_i = \ln f(t_i, \boldsymbol{\beta})$ は非線形化された寿命インデックスである．確率変動項 w_i が確率密度関数

$$g_w(w_i) = \exp\{-w_i - \exp(-w_i)\} \tag{3.3}$$

で表現される標準ガンベル分布に従うと仮定する．ただし，$E(w_i) = \gamma$ であり，γ $(= 0.57722\cdots)$ はオイラー定数である．式 (3.2) を

$$w_i = \frac{y_i - \ln x_i - \boldsymbol{z}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \ (i = 1, \cdots, I) \tag{3.4}$$

と書き直し，確率密度関数 (3.3) の変数変換を行う．その結果，劣化特性 $\boldsymbol{z}_i$ を有する施設 i の劣化管理指標値が x_i に到達するまでの寿命インデックス y_i の条件付き分布を表す確率密度関数は，

$$
\begin{aligned}
h_y(y_i|x_i,\boldsymbol{z}_i) &= \frac{1}{\sigma} g_w\left(\frac{y_i - \ln x_i - \boldsymbol{z}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) \\
&= \frac{1}{\sigma}\exp\left\{-\exp\left(-\frac{y_i - \ln x_i - \boldsymbol{z}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) - \frac{y_i - \ln x_i - \boldsymbol{z}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right\}
\end{aligned} \tag{3.5}
$$

と表すことができる．寿命インデックス $y_i = \ln f(t_i,\boldsymbol{\beta})$ には未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ が含まれている．寿命インデックスの 1 階微分を $f_d(t_i,\boldsymbol{\beta}) = df(t_i,\boldsymbol{\beta})/dt_i$ と表記すれば，

$$
dy_i = \frac{f_d(t_i,\boldsymbol{\beta})}{f(t_i,\boldsymbol{\beta})} dt_i \tag{3.6}
$$

が成立する．したがって，管理水準 x_i に到達するまでの実寿命 t_i の条件付き分布を表す確率密度関数は，

$$
\tau(t_i|x_i,\boldsymbol{z}_i) = \frac{f_d(t_i)}{\sigma f(t_i)}\exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(t_i) - \ln x_i - \boldsymbol{z}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) - \frac{\ln f(t_i) - \ln x_i - \boldsymbol{z}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right\} \tag{3.7}
$$

と表される．確率密度関数 (3.3) より，生存関数は，

$$
\begin{aligned}
S_w(w_i) &= 1 - \int_{-\infty}^{w_i} g_w(w)dw \\
&= 1 - \exp\{-\exp(-w_i)\}
\end{aligned} \tag{3.8}
$$

と表現される．劣化特性 $\boldsymbol{z}_i$ を有する施設 i において，寿命インデックス y_i が経過した時点で，劣化管理指標値が x_i まで到達していない確率は，生存関数

$$
\begin{aligned}
S_y(y_i|x_i,\boldsymbol{z}_i) &= S_w\left(\frac{y_i - \ln x_i - \boldsymbol{z}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) \\
&= 1 - \exp\left\{-\exp\left(-\frac{y_i - \ln x_i - \boldsymbol{z}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)\right\}
\end{aligned} \tag{3.9}
$$

を用いて表現できる．さらに，実経過時間 t_i に関する生存関数は，次式で表される．

$$
\begin{aligned}
&S_t(t_i|x_i,\boldsymbol{z}_i) \\
&= 1 - \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(t_i) - \ln x_i - \boldsymbol{z}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)\right\}
\end{aligned} \tag{3.10}
$$

このように，本研究で提案する劣化ハザードモデルに対しても，生存関数 (3.10) を導出することができる．伝統的なハザードモデル [10)−13)] は，対象物の寿命が確率分布すると仮定しているのに対して，本研究で提案する劣化ハザードモデルでは，個々の施設の劣化速度の異質性が寿命分布の原因となっている．また，生存関数は，劣化管理指標が所与の管理水準 x_i に到達するまでの経過時間の分布を示したものである．当然のことながら，確率変動項 w_i の確率分布として，ガンベル関数以外の確率分布（例えば，対数正規分布，ロジ

スティック分布等）を採用することも可能である．ガンベル分布は，ハザード率が経過時間に対して一定，逓増，逓減となるような変化過程を表現できるという柔軟な構造を有している．以上の理由により，本研究では確率誤差変動としてガンベル分布を採用することとするが，対象とする社会基盤施設の劣化特性に応じて，複数の誤差項の分布の候補の中から統計的に最適な分布をモデル推定後に事後的に比較し選定することによって，劣化予測結果の実データに対する適合性を向上させることも可能となる．

3.3.2 ベースラインモデル

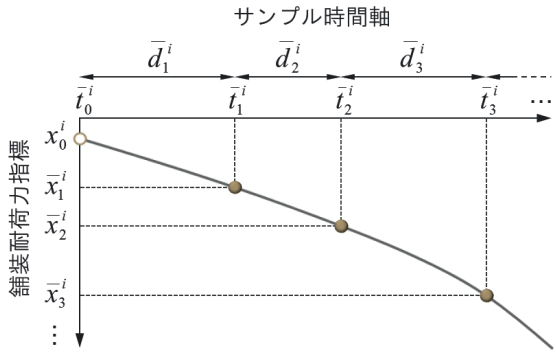
式 (3.1-a) において，$\exp(-B_i) = 1$ が成立する場合，$x_i = f(t_i, \boldsymbol{\beta})$ が成立する．このとき，ベースラインモデル $f(t_i, \boldsymbol{\beta})$ は，標準的な施設 i の更新・補修時点からの経過時間 t_i と劣化管理指標 x_i の関係を表すモデルとなる．このような劣化過程を力学的理論に基づいて解析的モデルとして導出することが可能であれば，ベースラインモデルとして力学的モデルを採用することができる．このとき，本研究で提案する劣化ハザードモデルを用いて，施設が置かれている環境による劣化速度の異質性を表現することができる．しかし，ベースラインモデルとして利用可能な既往モデルや経験的知見が存在しない場合，ベースラインモデルを近似的に表現できるようなフレキシブル関数を発見的に求めることが必要となる．このとき，1）その候補となるフレキシブル関数を複数種類設定し，2）フレキシブル関数を用いた劣化ハザードモデルのパラメータを推定し，3）個々のモデルの尤度関数に基づく統計的な情報量基準を比較することにより，最も望ましいフレキシブル関数の選択とパラメータの最尤推定値を求めるという手順を採用することが必要となる．ベースラインモデルとして多様なフレキシブル関数を利用することができるが，ベースラインモデルは時間の経過に伴い劣化管理指標値が増加する標準的劣化過程を表現することが必要となるため，ベースラインモデルの定義域 $[0, T]$ に対して

$$f(0, \boldsymbol{\beta}) = 1 \tag{3.11-a}$$

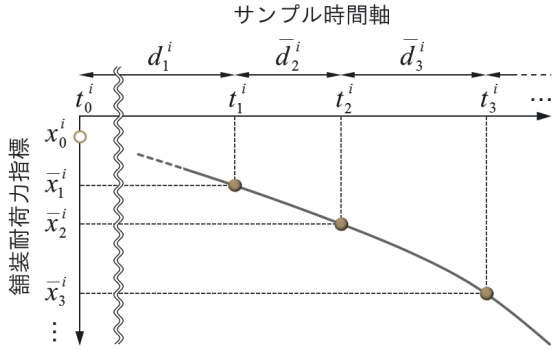
$$\frac{\partial f(t_i, \boldsymbol{\beta})}{\partial t_i} \geq 0 \tag{3.11-b}$$

が成立しなければならない．式 (3.11-a) は，標準的劣化過程を表現するための基準化条件であり，式 (3.11-b) は単調増加条件である．本研究の適用事例として，ベースラインモデルの候補として多項式モデル，べき乗関数モデル，指数関数モデル，ワイブル分布関数モデルという 4 種類の関数形を採用する．この場合，フレキシブル関数のパラメータ値 $\boldsymbol{\beta}$ は任意の値を採用できるのではなく，条件 (3.11-a)，(3.11-b) を満足しなければならないことはいうまでもない．いま，あるフレキシブル関数 $f(t_i, \boldsymbol{\beta})$ に対して，パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$ の許容集合 $\Omega_f(\boldsymbol{\beta})$ を次式のように定義する．

$$\Omega_f(\boldsymbol{\beta}) = \{\boldsymbol{\beta} \in \mathscr{B} | \forall t \in [0, T],\ \text{eqs.(3.11-a),(3.11-b)}\} \tag{3.12}$$



(a) パターン 1



(b) パターン 2

図–3.2　データ獲得パターン

ただし，$\mathscr{B}$ はパラメータ $\boldsymbol{\beta}$ の定義域である．本研究ではこのようなパラメータの定義域を考慮したパラメータの推計方法を提案する．

3.3.3　尤度関数の定式化

いま，施設 i $(i = 1, \cdots, I)$ ごとに時間軸上の異なる時点で劣化管理指標を実測している場合を考える．各施設で観測された劣化管理指標の時系列データを用いて，連続量を用いた劣化ハザードモデルを推定する．施設 i に対して，$t_0^i = 0$ を初期時点（供用開始時点あるいは更新時点）とするサンプル時間軸 $t_0^i, t_1^i, t_2^i, \cdots$ を定義する．サンプル時間軸上の点を時点と呼び，カレンダー時刻と区別する．時点 t_h^i $(h = 1, \cdots, H_i)$ は，施設 i の劣化管理指標に対する h 回目の観測時点である．劣化管理指標の観測時点間隔を $d_h^i = t_h^i - t_{h-1}^i$ と定義する．本研究では，劣化管理指標の観測状況に応じて，2 種類の尤度関数を定式化する．ただし，劣化管理指標 x_h^i $(h = 1, \cdots, H_i)$ は，その値が大きくなるほど劣化が進展していることを表す．**図–3.2** には，本研究で対象とする 2 種類のデータ獲得パターンを示している．記号「$^-$」は，実際に観測されモデル推定に利用可能なデータであることを意味する．同図の各点において観測される部分的な情報を用いて，灰色で示した劣化管理指標の時間的推移を

推定することを考える．**図–3.2(a)** では，施設 i において，供用開始時点，あるいは，直近の補修・更新時点が記録されている場合を想定し，1 回目の調査間隔 $\bar{d}_1^i$ は調査データとして既知である．しかし，現実には，供用開始時点（あるいは，過去の補修時点）に遡って劣化管理指標を観測しておらず，最近の実測データのみに基づいて，劣化ハザードモデルを推定せざるを得ない場合も少なくない．**図–3.2(b)** は，このような不完全データが獲得されるようなデータ観測スキームを表している．この図は，供用開始時点，あるいは，直近の補修・更新時点に関する情報が残されておらず，更新時点（あるいは補修時点）から最初の調査時点までの調査間隔 d_1^i が未知であるような状況を模式的に示している．

施設 i の劣化管理指標に関する調査サンプルの情報 $\bar{\Xi}_i$ $(i = 1, \cdots, I)$ を $\bar{\Xi}_i = (\bar{\boldsymbol{x}}_i, \bar{\boldsymbol{d}}_i, \bar{\boldsymbol{z}}_i)$ と表す．ただし，$\bar{\boldsymbol{z}}_i = (\bar{z}_i^1, \cdots, \bar{z}_i^M)$ は施設 i の劣化特性を表すベクトルであり，$\bar{z}_i^m$ $(m = 1, \cdots, M)$ は施設 i の m 番目の劣化特性を表している．また，$\bar{\boldsymbol{z}}_i$ は時間的に一定であると仮定する．さらに，調査間隔ベクトル $\bar{\boldsymbol{d}}_i$ は，パターン 1 の場合，$\bar{\boldsymbol{d}}_i = (\bar{d}_1^i, \cdots, \bar{d}_{H_i}^i)$ であり，パターン 2 では，$\bar{\boldsymbol{d}}_i = (\bar{d}_2^i, \cdots, \bar{d}_{H_i}^i)$ と表される．$\bar{\boldsymbol{x}}_i = (\bar{x}_1^i, \cdots, \bar{x}_{H_i}^i)$ である．一般性を損なうことなく，施設 $i = 1, \cdots, I'$ に関してはパターン 1 による調査サンプルが獲得できるが，残りの施設 $i = I' + 1, \cdots, I$ に関してはパターン 2 の調査サンプルが獲得されていると考える．

パターン 1

まず，データ獲得パターン 1 での尤度関数は，実寿命の条件付き確率密度関数 (3.7) により，

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L}_i(\bar{\Xi}_i, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}, \sigma) &= \prod_{h=1}^{H_i} \tau(\bar{t}_h^i | \bar{x}_h^i, \bar{\boldsymbol{z}}_i) \\
&= \prod_{h=1}^{H_i} \left[\frac{f_d(\bar{t}_h^i)}{\sigma f(\bar{t}_h^i)} \right. \\
&\quad \cdot \left. \exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\bar{t}_h^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right) - \frac{\ln f(\bar{t}_h^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right\} \right] \\
&\qquad (i = 1, \cdots, I')
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

と表現できる．ただし，$\bar{t}_h^i = \sum_{a=1}^h \bar{d}_a^i$ である．なお，式中では，$f(t, \boldsymbol{\beta})$ を $f(t)$ と簡略化して表記する．

パターン 2

続いて，データ獲得パターン 2 での尤度関数を定式化する．パターン 2 においては，1 回目の調査間隔 $d_1^i = t_1^i$ が観測されていないため，寿命 t_1^i を確率変数として取り扱う．寿命 t_1^i と実調査間隔 $(\bar{d}_2^i \cdots, \bar{d}_{H_i}^i)$ の同時生起確率は，寿命 t_1^i の生起確率 $\tau(t_1^i | \bar{x}_1^i, \bar{\boldsymbol{z}}_i)$ と劣化ハザードモデルによる寿命の生起確率 $\tau(t_1^i + \sum_{a=2}^h \bar{d}_a^i | \bar{x}_h^i, \bar{\boldsymbol{z}}_i)$ の混合確率モデルとして表現できる．

このとき，調査データ $\bar{\Xi}_i$ に関する尤度関数は，積分計算により，

$$
\begin{aligned}
&\mathscr{L}_i(\bar{\Xi}_i, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}, \sigma) \\
= &\int_0^\infty \tau(t_1^i | \bar{x}_1^i, \bar{\boldsymbol{z}}_i) \prod_{h=2}^{H_i} \tau\left(t_1^i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i \middle| \bar{x}_h^i, \bar{\boldsymbol{z}}_i\right) d t_1^i \\
= &\int_0^\infty \frac{f_d(t_1^i)}{\sigma f(t_1^i)} \\
&\cdot \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(t_1^i) - \ln \bar{x}_1^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) - \frac{\ln f(t_1^i) - \ln \bar{x}_1^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right\} \\
&\cdot \prod_{h=2}^{H_i} \left[\frac{f_d(t_1^i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i)}{\sigma f(t_1^i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i)} \right. \\
&\cdot \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(t_1^i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)\right. \\
&\qquad \left.\left. - \frac{\ln f(t_1^i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right\}\right] d t_1^i \\
&\qquad (i = I' + 1, \cdots, I)
\end{aligned}
\tag{3.14}
$$

と表現することができる．

ただし，本研究では，同一の施設に対する複数の調査データ間の誤差項に対して，誤差項の系列相関を考慮せず，独立に同一の確率分布 (3.3) に従うと仮定している．**3.5.1** で言及するように，本研究の適用事例では，FWD 調査が同一測定点において複数回実施されることは稀（それぞれの時系列データのサンプルサイズが小さい）であり，数多くの測定点におけるデータを同時に用いてモデルを推定するため誤差項の系列相関の影響は少ないが，他の種類の施設への適用にあたっては，誤差項の系列相関を明示的に考慮することが望ましい場合も存在する．

本研究では，マルコフ連鎖モンテカルロ（Markov Chain Monte Carlo，以下 MCMC）法の反復計算により，本研究で提案する連続量を用いた劣化ハザードモデルの未知パラメータの事後分布に従う乱数を発生させ，統計量を算出することによりモデル推定を行う．その際，尤度関数 (3.14) 内の積分計算に起因した計算負荷が問題となる．本研究では，尤度関数の完備化操作により，その計算負荷を軽減したような劣化ハザードモデルのベイズ推定法を提案する．

3.3.4 リスクマネジメント指標

劣化管理指標の低下過程に劣化カテゴリ間の異質性が存在し，カテゴリごとの劣化特性が異なる．本研究で提案する劣化ハザードモデルでは，劣化管理指標の寿命が確率分布する．個々の劣化カテゴリに対して，初期時点からある一定の時間 T_i が経過した時点での劣化管理指標の確率分布も知ることができる．このように，劣化管理指標の低下に関するリスク管理指標を「劣化リスク管理指標」と呼ぶ．一方，劣化ハザードモデルを用いた場合，

任意の経過時間に対して，劣化管理指標が管理水準 x_i まで到達していない確率を生存関数 (3.10) を用いて表現できる．生存関数は劣化管理指標が所与の管理水準まで到達する経過時間分布を表している．生存関数 (3.10) を用いて，劣化管理指標が所与の水準に到達するまでの経過時間の確率分布も定式化することができる．このように，経過時間に関するリスク管理指標を「余寿命指標」と呼ぶ．本研究では，劣化管理指標の低下特性を表すリスク指標として，1）劣化リスク管理指標，2）余寿命指標を設定する．

劣化リスク管理指標

初期時点から一定の時間 T_i が経過した現時点を考える．未知パラメータ $(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\theta},\sigma)$ を所与としたとき，式 (3.2) より，劣化管理指標 x_i は

$$x_i = \exp(-\bar{\boldsymbol{z}}_i\hat{\boldsymbol{\theta}}' - \hat{\sigma}\, w_i) f(T_i, \hat{\boldsymbol{\beta}}) \tag{3.15}$$

と表される．ただし，記号「 ˆ 」は推定値を意味する．ここで，確率誤差項 w_i が式 (3.3) の確率密度関数 $g_w(w_i)$ に従うことを考慮すれば，変数変換

$$w_i = \frac{\ln f(T_i, \hat{\boldsymbol{\beta}}) - \ln x_i - \bar{\boldsymbol{z}}_i\hat{\boldsymbol{\theta}}'}{\hat{\sigma}} \quad (i = 1, \cdots, n) \tag{3.16}$$

により，経過時間 T_i における対数劣化管理指標 $\iota_i = \ln x_i$ の条件付き分布を表す確率密度関数は，

$$f_\iota(\iota_i | T_i, \bar{\boldsymbol{z}}_i) = \frac{1}{\hat{\sigma}} f_w\left(\frac{\ln f(T_i, \hat{\boldsymbol{\beta}}) - \iota_i - \bar{\boldsymbol{z}}_i\hat{\boldsymbol{\theta}}'}{\hat{\sigma}}\right) \tag{3.17}$$

と表すことができる．さらに，変数変換 $x_i = \exp(\iota_i)$ より，経過時間 T_i における劣化管理指標 x_i の条件付き確率密度関数は，

$$\begin{aligned} f_{x_i}(x_i | T_i, \bar{\boldsymbol{z}}_i) &= \frac{1}{\hat{\sigma} x_i} f_w\left(\frac{\ln f(T_i, \hat{\boldsymbol{\beta}}) - \ln x_i - \bar{\boldsymbol{z}}_i\hat{\boldsymbol{\theta}}'}{\hat{\sigma}}\right) \\ &= \frac{\kappa x_i^{\kappa-1}}{\rho_i(T_i)} \exp\left(-\frac{x_i^\kappa}{\rho_i(T_i)}\right) \end{aligned} \tag{3.18}$$

と表すことができる．ただし，

$$\kappa = \frac{1}{\sigma} \tag{3.19-a}$$

$$\rho_i(T_i) = \left\{\exp\left(\frac{\bar{\boldsymbol{z}}_i\hat{\boldsymbol{\theta}}' - \ln f(T_i, \hat{\boldsymbol{\beta}})}{\hat{\sigma}}\right)\right\}^{-1} \tag{3.19-b}$$

である．すなわち，劣化管理指標 x_i はワイブル分布 $\mathscr{W}(\mu(T_i), \nu^2(T_i))$ に従うことになる．ただし，$\mu(T_i)$, $\nu^2(T_i)$ はワイブル分布の期待値，および分散であり，

$$\mu(T_i) = \rho(T_i)^{1/\kappa}\Gamma\left(\kappa^{-1} + 1\right) \tag{3.20-a}$$

$$\nu^2(T_i) = \rho(T_i)^{2/\kappa}\left\{\Gamma\left(\frac{2}{\kappa} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{\kappa} + 1\right)\right\} \tag{3.20-b}$$

と表せる．$\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である．さらに，劣化管理指標の確率分布を表す分布関数 $H(x_i|T_i,\bar{\boldsymbol{z}}_i)$ は

$$H(x_i|T_i,\bar{\boldsymbol{z}}_i) = 1-\exp\left\{-\frac{x_i^{\kappa}}{\rho(T_i)}\right\} \tag{3.21}$$

と表せる．このとき，リスク管理水準を $\varepsilon\times100\%$ とした VaR (Value at Risk) 指標 $x_{[\mathrm{VaR}],i}(\varepsilon)$ は，

$$H(x_{[\mathrm{VaR}],i}(\varepsilon)|T_i,\boldsymbol{z}_i) = 1-\varepsilon \tag{3.22}$$

を満足するような $x_{[\mathrm{VaR}],i}(\varepsilon)$ として定義できる．すなわち，$x_{[\mathrm{VaR}],i}(\varepsilon)$ は，経過時間 T_i において，それを満たさない（指標自体の数値が上回るような）劣化管理指標値が出現する超過確率が ε となるような臨界的な劣化管理指標値を表す．また，経過時間 T_i における期待劣化管理指標値 $E[x_i]$ は，式 (3.20-a) より

$$E[x_i] = \Gamma\left(\frac{1}{\kappa}+1\right)\exp\left(\frac{\ln f(T_i,\hat{\boldsymbol{\beta}})-\bar{\boldsymbol{z}}_i\hat{\boldsymbol{\theta}}'}{\kappa\hat{\sigma}}\right) \tag{3.23}$$

となる．さらに，上式において経過時間 T_i の値を変化させ，経過時間 T_i と期待劣化管理指標値 $E[x_i]$ の関係を表した曲線を本研究では「劣化パフォーマンスカーブ」と呼ぶ．

余寿命指標

劣化管理指標に対して管理水準 $\underline{X}$ を設定する．施設の新設から管理水準 $\underline{X}$ まで到達するまでの経過時間を寿命 η_i と呼ぶこととする．現時点において，施設 i の劣化管理指標の低下が管理水準にまで到達せず，寿命 η_i に対して $\eta_i > T_i$ が成立している場合を考える．劣化管理指標が管理水準 $\underline{X}$ まで到達していないという条件の下で，今後さらに τ 以上の期間にわたって当該施設を補修しないで供用できる条件付き確率（以下，余寿命分布と呼ぶ）$\tilde{F}_i(\tau|\underline{X},T_i)$ は，

$$\tilde{F}_i(\tau|\underline{X},T_i) = \Pr[\eta_i \geq T_i+\tau|\underline{X},\eta_i \geq T_i] \tag{3.24}$$

と定義できる．すなわち，確率 $\tilde{F}_i(\tau|\underline{X},T_i)$ は，経過時間 T_i の施設 i が管理水準 $\underline{X}$ に到達するまでの余寿命が τ 以上となる確率を表している．生存確率 $S_t(T_i|\underline{X},\bar{\boldsymbol{z}}_i)$ を用いれば，余寿命分布 $\tilde{F}(\tau|\underline{X},T_i)$ は，

$$\tilde{F}_i(\tau|\underline{X},T_i) = \frac{S_t(T_i+\tau|\underline{X},\bar{\boldsymbol{z}}_i)}{S_t(T_i|\underline{X},\bar{\boldsymbol{z}}_i)} \tag{3.25}$$

と表される．ただし，$S_t(T_i|\underline{X},\bar{\boldsymbol{z}}_i)$ は，本研究で提案する連続量を用いた劣化ハザードモデルの生存関数であり，式 (3.10) で表される．劣化管理指標が管理水準に到達した時点で施設 i の補修を実施する場合，余寿命分布は，補修タイミングの確率分布を表している．さ

らに，劣化管理指標の低下が管理水準以上に進展する超過確率を ζ に設定すれば，それと対応する補修タイミング τ^* は，

$$\tilde{F}_i(\tau^*) = 1 - \zeta \tag{3.26}$$

を満足するような τ^* として求まる．なお，期待余寿命 (Remaining Mean Distribution) は，部分積分により，

$$\begin{aligned} RMD(T_i) &= E[\eta_i - T_i | \eta_i \geq T_i] \\ &= \frac{\int_{T_i}^{\infty} (u - T_i) d\tilde{F}_i(u) du}{\tilde{F}_i(T_i)} \\ &= \frac{1}{\tilde{F}_i(T_i)} \int_{T_i}^{\infty} \tilde{F}_i(u) du \end{aligned} \tag{3.27}$$

と表される．初期時点における施設 i の劣化管理指標の期待寿命は，

$$RMD(0) = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\varepsilon}^{\infty} \tilde{F}_i(u) du \tag{3.28}$$

となる．

3.4 推定手法

3.4.1 尤度関数の非凸性とベイズ推定

本研究で提案する劣化ハザードモデルの尤度関数 (3.13)，あるいは次節で定式化する完備化尤度関数は，分散パラメータ σ に関して凸性が保証されない．最尤推定法によるモデルの尤度関数最大化問題を考えた場合，尤度関数の非凸性により，直接探索法とニュートン・ラフソン法を組み合わせた段階的な最尤推定法を用いる必要があった．一方，本研究では，MCMC 法により分散パラメータ σ を含む全ての未知パラメータを事後分布として同時推定する．このことにより，モデルの推定作業の効率化と，尤度関数の局所的な凸性を未知パラメータの多峰的な事後分布として明示的に評価することができる．さらに，本研究では劣化ハザードモデルにおいて，ベースラインモデル $f(t_i, \boldsymbol{\beta})$ をフレキシブル関数 $\tilde{f}(t_i, \boldsymbol{\beta})$ を用いて近似することを目的とする．この場合，フレキシブル関数がベースラインモデルとしての性質を満足するためにパラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$ の推定値が式 (3.12) に示すような定義域 $\Omega_f(\boldsymbol{\beta})$ の内部に含まれる必要がある．このような複雑な構造を持つ推定問題に対して，以下では，MCMC 法を用いたアプローチを試みる．

3.4.2 尤度関数の完備化操作

いま，施設 $i = I'+1, \cdots, I$ に対して獲得された調査サンプルがデータ獲得パターン 2 に該当し，更新・補修時点におけるデータが観測されていないと考える．この場合，1 回目の調査間隔 $d_1^i = t_1^i$ に関する実測値は観測不可能であるが，仮にその値が ξ_i である場合を考える．このとき，調査間隔 ξ_i の場合に，調査データ $\bar{\Xi}_i$ が観測される尤度関数は，

$$
\begin{aligned}
& \mathscr{L}_i(\bar{\Xi}_i, \xi_i, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}, \sigma) \\
= \; & \tau(\xi_i | \bar{x}_1^i, \bar{\boldsymbol{z}}_i) \prod_{h=2}^{H_i} \tau\left(\xi_i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i \middle| \bar{x}_h^i, \bar{\boldsymbol{z}}_i\right) \\
= \; & \frac{f_d(\xi_i)}{\sigma f(\xi_i)} \\
& \cdot \exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i) - \ln \bar{x}_1^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right) - \frac{\ln f(\xi_i) - \ln \bar{x}_1^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right\} \\
& \cdot \prod_{h=2}^{H_i} \left[\frac{f_d(\xi_i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i)}{\sigma f(\xi_i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i)} \right. \\
& \cdot \exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right) \right. \\
& \qquad \left. \left. - \frac{\ln f(\xi_i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right\} \right] \\
& \qquad (i = I'+1, \cdots, I)
\end{aligned}
\tag{3.29}
$$

と表現でき，パターン 1 の尤度関数 (3.13) に一致する．以上の操作を完備化という．完備化された尤度関数（以下，完備化尤度関数）(3.29) は，通常の尤度関数 (3.14) より大幅に簡略化されていることが理解できる．ただし，完備化尤度関数の中に含まれる潜在変数ベクトル $\boldsymbol{\xi} = (\xi_{I'+1}, \cdots, \xi_I)$ は，観測できない変数である．そこで完備化尤度関数を用いて，潜在変数の確率分布を推定することを考える．完備化尤度関数を用いて，潜在変数 ξ_i $(i = I'+1, \cdots, I)$ に関する全条件付き事後確率 $\Pr[\xi_i | \bar{\Xi}_i, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}, \sigma]$ は，

$$
\begin{aligned}
\Pr[\xi_i | \bar{\Xi}_i, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}, \sigma] \quad \propto \quad & \frac{f_d(\xi_i)}{f(\xi_i)} \\
& \cdot \exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i) - \ln \bar{x}_1^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right) - \frac{\ln f(\xi_i)}{\sigma} \right\} \\
& \cdot \prod_{h=2}^{H_i} \left[\frac{f_d(\xi_i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i)}{f(\xi_i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i)} \right. \\
& \left. \cdot \exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right) - \frac{\ln f(\xi_i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i)}{\sigma} \right\} \right]
\end{aligned}
\tag{3.30}
$$

と表現できる．全条件付き事後確率 (3.30) には，未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}, \sigma$ が含まれるため，潜在変数 ξ_i の全条件付き事後確率を先験的に求めることは不可能である．そこで，本研究では，全条件付き事後確率 (3.30) を用いて潜在変数 ξ_i を MCMC 法により，未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}, \sigma$ と同時に反復的にランダム発生させる．このような手続きにより，完備化尤度関数を用いて求めたパラメータのベイズ推定値が，尤度関数 (3.14) を用いて求めたパラメータの最尤推定値に収束することが証明されている [14]．

3.4.3 事前確率密度関数の設定

劣化ハザードモデルの未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}, \sigma$ のベイズ推定を考える．まず，それぞれの未知パラメータに対し，事前確率密度関数を設定する．$\boldsymbol{\beta}$ は，ベースラインモデルの未知パラメータであり，その要素数を N_1 とする．$\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \cdots, \beta_{n_1}, \cdots, \beta_{N_1})$ の要素それぞれに対し，別個に事前分布を設定する．本研究の適用事例で用いるベースラインモデルでは，想定するスプライン関数の形状により β_{n_1} の定義域が，1)$(-\infty, \infty)$，もしくは 2) $[0, \infty)$ という 2 つの場合が起こり得る．事前分布として，前者のパラメータに対しては正規分布を用い，$\beta_{n_1} \sim \mathcal{N}(a_{\beta_{n_1}}, b_{\beta_{n_1}})$ と，後者のパラメータに対してはガンマ分布を用い，$\beta_{n_1} \sim \mathcal{G}(a_{\beta_{n_1}}, b_{\beta_{n_1}})$ とする．ただし，$a_{\beta_{n_1}}$ は，正規分布の期待値，または，ガンマ分布の形状パラメータ，$b_{\beta_{n_1}}$ は，正規分布の分散，または，ガンマ分布の尺度パラメータを表す．$\boldsymbol{a}_\beta = (a_{\beta_1}, \cdots, a_{\beta_{N_1}})$，$\boldsymbol{b}_\beta = (b_{\beta_1}, \cdots, b_{\beta_{N_1}})$ とする．$\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \cdots, \theta_I)$ に対しては，I 次元正規分布を事前分布として用いる．ただし，事前確率密度関数を想定する場合，式 (3.12) に示すパラメータ $\boldsymbol{\beta}$ の許容集合 $\Omega_f(\boldsymbol{\beta})$ を考慮していないことを付記しておく．パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ が許容されるかどうかという判定は，ギブスサンプリングを実施する段階で考慮することとする．また，$\boldsymbol{\theta} \sim \mathcal{N}_I(\boldsymbol{a}_\theta, \boldsymbol{b}_\theta)$

であり，$\boldsymbol{a}_\theta$ は期待値ベクトル，$\boldsymbol{b}_\theta$ は分散共分散行列である．σ に関しては，$\sigma \sim \mathcal{G}(a_\sigma, b_\sigma)$ とし，形状パラメータ a_σ，尺度パラメータ b_σ のガンマ分布を事前分布とする．

3.4.4 事後確率密度関数の定式化

事後確率密度関数は，尤度関数と事前確率密度関数との積で表現できる．$\bar{\Xi} = (\bar{\Xi}_1, \cdots, \bar{\Xi}_I)$，$\boldsymbol{\xi} = (\xi_{I'+1}, \cdots, \xi_I)$ を所与としたときの，完備化事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}, \sigma | \bar{\Xi}, \boldsymbol{\xi})$ は，

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}, \sigma | \bar{\Xi}, \boldsymbol{\xi}) \quad \propto \quad & \prod_{i=1}^{I'} \prod_{h=1}^{H_i} \left[\frac{f_d(\bar{t}_h^i)}{\sigma f(\bar{t}_h^i)} \right. \\
& \left. \cdot \exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\bar{t}_h^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right) - \frac{\ln f(\bar{t}_h^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right\} \right] \\
& \cdot \prod_{i=I'+1}^{I} \left[\frac{f_d(\xi_i)}{\sigma f(\xi_i)} \right. \\
& \cdot \exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i) - \ln \bar{x}_1^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right) - \frac{\ln f(\xi_i) - \ln \bar{x}_1^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right\} \\
& \cdot \prod_{h=2}^{H_i} \left[\frac{f_d(\xi_i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i)}{\sigma f(\xi_i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i)} \right. \\
& \cdot \exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right) \right. \\
& \qquad \left. \left. - \frac{\ln f(\xi_i + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_a^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right\} \right] \Bigg] \\
& \cdot \prod_{n_1=1}^{N_1} \left[\left[\exp\left\{ -\frac{\left(\beta_{n_1} - a_{\beta_{n_1}}\right)^2}{2 b_{\beta_{n_1}}} \right\} \right]^{\psi_{n_1}} \cdot \left\{ \beta_{n_1}^{a_{\beta_{n_1}} - 1} \exp\left(-\frac{\beta_{n_1}}{b_{\beta_{n_1}}} \right) \right\}^{1 - \psi_{n_1}} \right] \\
& \cdot \exp\left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{a}_\theta) \boldsymbol{b}_\theta^{-1} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{a}_\theta)' \right\} \sigma^{a_\sigma - 1} \exp\left(-\frac{\sigma}{b_\sigma} \right) \qquad (3.31)
\end{aligned}
$$

と定式化できる．ただし，ψ_{n_1} は，使用するベースラインモデルの n_1 番目のパラメータの定義域が $(-\infty, \infty)$ のときには 1 を，$[0, \infty)$ のときには 0 をとるダミー変数である．

3.4.5 条件付き事後確率密度関数の定式化

MH（Metropolis Hastings）法により，劣化ハザードモデルの未知パラメータの同時事後確率密度関数 (3.31) と潜在変数の全条件付き事後確率 (3.30) から，単一のアルゴリズム内で未知パラメータと潜在変数を同時に反復的にサンプリングすることを考える．その際，モデルの全ての未知パラメータあるいは潜在変数を同時に更新するマルチムーブサンプラーでは，未知パラメータベクトルの次元数により，収束が遅くなることが懸念される．そこで，本研究では，未知パラメータベクトルの各要素に対し定義される条件付き事後確率密度関数を用いたギブスサンプラーによるシングルムーブサンプラーを用いることにより次元の呪いを解消する．さらに，ギブスサンプラーにおいて，同時事後確率密度関数で

はなく，条件付き事後確率密度関数から各未知パラメータ要素をサンプリングすることにより，計算負荷も軽減することが可能となる．ただし，未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ に関しては，すべてのパラメータ $\beta_1,\cdots,\beta_{N1}$ をサンプリングした段階で，許容集合 $\Omega_f(\boldsymbol{\beta})$ に含まれるかどうかを判定するプロセスを追加する．許容集合に含まれないことが判明した場合，当該のパラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$ を廃棄し，改めてパラメータサンプルを発生させることになる．以下では，個々の未知パラメータに対し，その条件付き事後確率密度関数を定式化する．

未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$ から要素 β_{n_1} を除いた部分ベクトルを $\boldsymbol{\beta}_{-n_1}$ とする．$\boldsymbol{\beta}_{-n_1},\boldsymbol{\theta},\sigma,\bar{\Xi},\boldsymbol{\xi}$ を所与としたときのベースラインモデルのパラメータ β_{n_1} $(n_1=1,\cdots,N_1)$ の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\beta_{n_1}|\boldsymbol{\beta}_{-n_1},\boldsymbol{\theta},\sigma,\bar{\Xi},\boldsymbol{\xi})$ は，

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\Pi}(\beta_{n_1}|\boldsymbol{\beta}_{-n_1},\boldsymbol{\theta},\sigma,\bar{\Xi},\boldsymbol{\xi}) \propto & \prod_{i=1}^{I'}\prod_{h=1}^{H_i}\left[\frac{f_d(\bar{t}_h^i)}{f(\bar{t}_h^i)}\right. \\
& \cdot\exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\bar{t}_h^i)-\ln\bar{x}_h^i-\bar{\boldsymbol{z}}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)-\frac{\ln f(\bar{t}_h^i)}{\sigma}\right\}\Bigg] \\
& \cdot\prod_{i=I'+1}^{I}\left[\frac{f_d(\xi_i)}{f(\xi_i)}\right. \\
& \cdot\exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i)-\ln\bar{x}_1^i-\bar{\boldsymbol{z}}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)-\frac{\ln f(\xi_i)}{\sigma}\right\} \\
& \cdot\prod_{h=2}^{H_i}\left[\frac{f_d(\xi_i+\sum_{a=2}^{h}\bar{d}_a^i)}{f(\xi_i+\sum_{a=2}^{h}\bar{d}_a^i)}\right. \\
& \cdot\exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i+\sum_{a=2}^{h}\bar{d}_a^i)-\ln\bar{x}_h^i-\bar{\boldsymbol{z}}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)\right. \\
& \qquad\left.\left.\left.-\frac{\ln f(\xi_i+\sum_{a=2}^{h}\bar{d}_a^i)}{\sigma}\right\}\right]\right] \\
& \cdot\prod_{n_1=1}^{N_1}\left[\left[\exp\left\{-\frac{\left(\beta_{n_1}-a_{\beta_{n_1}}\right)^2}{2b_{\beta_{n_1}}}\right\}\right]^{\psi_{n_1}}\left\{\beta_{n_1}^{a_{\beta_{n_1}}-1}\exp\left(-\frac{\beta_{n_1}}{b_{\beta_{n_1}}}\right)\right\}^{1-\psi_{n_1}}\right]
\end{aligned}
\tag{3.32}
$$

と表現できる．

未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ から要素 θ_i を除いた部分ベクトルを $\boldsymbol{\theta}_{-i}$ とする．$\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\theta}_{-i},\sigma,\bar{\Xi},\boldsymbol{\xi}$ を所与としたときのパラメータ θ_i $(i=1,\cdots,I)$ の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\theta_i|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\theta}_{-i},\sigma,\bar{\Xi},\boldsymbol{\xi})$ は，

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\Pi}(\theta_i|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\theta}_{-i},\sigma,\bar{\Xi},\boldsymbol{\xi}) \propto & \prod_{i=1}^{I'}\prod_{h=1}^{H_i}\left[\exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\bar{t}_h^i)-\ln\bar{x}_h^i-\bar{\boldsymbol{z}}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)+\frac{\bar{z}_i\theta_i}{\sigma}\right\}\right] \\
& \cdot\prod_{i=I'+1}^{I}\left[\exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i)-\ln\bar{x}_1^i-\bar{\boldsymbol{z}}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)+\frac{\bar{z}_i\theta_i}{\sigma}\right\}\right. \\
& \cdot\prod_{h=2}^{H_i}\left[\exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i+\sum_{a=2}^{h}\bar{d}_a^i)-\ln\bar{x}_h^i-\bar{\boldsymbol{z}}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)+\frac{\bar{z}_i\theta_i}{\sigma}\right\}\right]\Bigg] \\
& \cdot\exp\left\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{a}_\theta)\,\boldsymbol{b}_\theta^{-1}(\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{a}_\theta)'\right\}
\end{aligned}
\tag{3.33}
$$

と表現できる．

$\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\theta},\bar{\Xi},\boldsymbol{\xi}$ を所与としたときのパラメータ σ の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\sigma|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\theta},\bar{\Xi},\boldsymbol{\xi})$ は，

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\Pi}(\sigma|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\theta},\bar{\Xi},\boldsymbol{\xi}) \quad \propto \quad & \prod_{i=1}^{I'}\prod_{h=1}^{H_i}\left[\frac{1}{\sigma}\exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\bar{t}_h^i)-\ln\bar{x}_h^i-\bar{\boldsymbol{z}}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)\right.\right. \\
& \qquad\qquad \left.\left.-\frac{\ln f(\bar{t}_h^i)-\ln\bar{x}_h^i-\bar{\boldsymbol{z}}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right\}\right] \\
& \cdot\prod_{i=I'+1}^{I}\left[\frac{1}{\sigma}\exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i)-\ln\bar{x}_1^i-\bar{\boldsymbol{z}}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)\right.\right. \\
& \qquad\qquad \left.-\frac{\ln f(\xi_i)-\ln\bar{x}_1^i-\bar{\boldsymbol{z}}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right\} \\
& \cdot\prod_{h=2}^{H_i} \\
& \left[\exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i+\sum_{a=2}^{h}\bar{d}_a^i)-\ln\bar{x}_h^i-\bar{\boldsymbol{z}}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)\right.\right. \\
& \qquad\qquad \left.\left.-\frac{\ln f(\xi_i+\sum_{a=2}^{h}\bar{d}_a^i)-\ln\bar{x}_h^i-\bar{\boldsymbol{z}}_i\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right\}\frac{1}{\sigma}\right]\Bigg] \\
& \cdot\left\{\sigma^{a_\sigma-1}\exp\left(-\frac{\sigma}{b_\sigma}\right)\right\}
\end{aligned}
\tag{3.34}
$$

と表現できる．

また，潜在変数の全条件付き事後確率密度は式 (3.30) としてすでに与えられている．個々の条件付き事後確率密度関数 (3.30)，(3.32)〜(3.34) から未知パラメータおよび潜在変数のサンプリングを行う．劣化ハザードモデルでは，条件付き事後確率密度関数を用いた場合であっても，それらの分布を解析に求めることが不可能であるため，MH 法を用いて反復的に条件付き事後確率密度からのサンプリングを行うことにより，未知パラメータの事後分布と潜在変数分布を推定し，推定された分布に関する統計量を用いて劣化過程やその特性を記述する．

3.4.6 推定フロー

本研究で提案する劣化ハザードモデルのベイズ推定法の具体的な推定フローを以下と**図–5.3** で説明する．

ステップ 1　初期設定

事前分布のパラメータ $\boldsymbol{a}_\beta$，$\boldsymbol{b}_\beta$，$\boldsymbol{a}_\theta$，$\boldsymbol{b}_\theta$，a_σ，b_σ を設定する．未知パラメータの初期値 $\boldsymbol{\beta}^{(0)}$，$\boldsymbol{\theta}^{(0)}$，$\sigma^{(0)}$ を設定する．潜在変数についても初期値 $\boldsymbol{\xi}^{(0)}$ を設定する．これらの初期値の影響は，サンプリング回数 n が増加するにつれ薄くなる．MCMC 法のバーンイン回数 $\underline{n}$，アルゴリズムの終了回数 $\overline{n}$ を設定する．$n=1$ とする．

ステップ **2**　未知パラメータのサンプリング

未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}^{(n)}$，$\boldsymbol{\theta}^{(n)}$，$\sigma^{(n)}$ をサンプリングする．

ステップ **2-1**　$\boldsymbol{\beta}^{(n)}$ のサンプリング

- $\mathbf{\Pi}(\beta_1^{(n)}|\boldsymbol{\beta}_{-1}^{(n-1)},\boldsymbol{\theta}^{(n-1)},\sigma^{(n-1)},\bar{\Xi},\boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ から $\beta_1^{(n)}$ をランダムサンプリングする．

  ⋮

- $\mathbf{\Pi}(\beta_{N_1}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}_{-N_1}^{(n-1)},\boldsymbol{\theta}^{(n-1)},\sigma^{(n-1)},\bar{\Xi},\boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ から $\beta_{N_1}^{(n)}$ をランダムサンプリングする．

サンプリングしたパラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}^{(n)}$ が許容集合 $\Omega_f(\boldsymbol{\beta})$ に含まれるとき，ステップ **2-2** に進む．そうでない場合，サンプリングしたパラメータベクトルを廃棄し，改めてパラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}^{(n)}$ をランダムサンプリングする．

ステップ **2-2**　$\boldsymbol{\theta}^{(n)}$ のサンプリング

- $\mathbf{\Pi}(\theta_1^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)},\boldsymbol{\theta}_{-1}^{(n-1)},\sigma^{(n-1)},\bar{\Xi},\boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ から $\theta_1^{(n)}$ をランダムサンプリングする．

  ⋮

- $\mathbf{\Pi}(\theta_I^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)},\boldsymbol{\theta}_{-I}^{(n-1)},\sigma^{(n-1)},\bar{\Xi},\boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ から $\theta_I^{(n)}$ をランダムサンプリングする．

ステップ **2-3**　$\sigma^{(n)}$ のサンプリング

- $\mathbf{\Pi}(\theta_1^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)},\boldsymbol{\theta}_{-1}^{(n-1)},\sigma^{(n-1)},\bar{\Xi},\boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ から $\theta_1^{(n)}$ をランダムサンプリングする．

ステップ **3**　潜在変数のサンプリング

- $\Pr[\xi_{I'+1}^{(n)}|\bar{\Xi}_{I'+1},\boldsymbol{\beta}^{(n)},\boldsymbol{\theta}^{(n)},\sigma^{(n)}]$ から $\xi_{I'+1}^{(n)}$ をランダムサンプリングする．

  ⋮

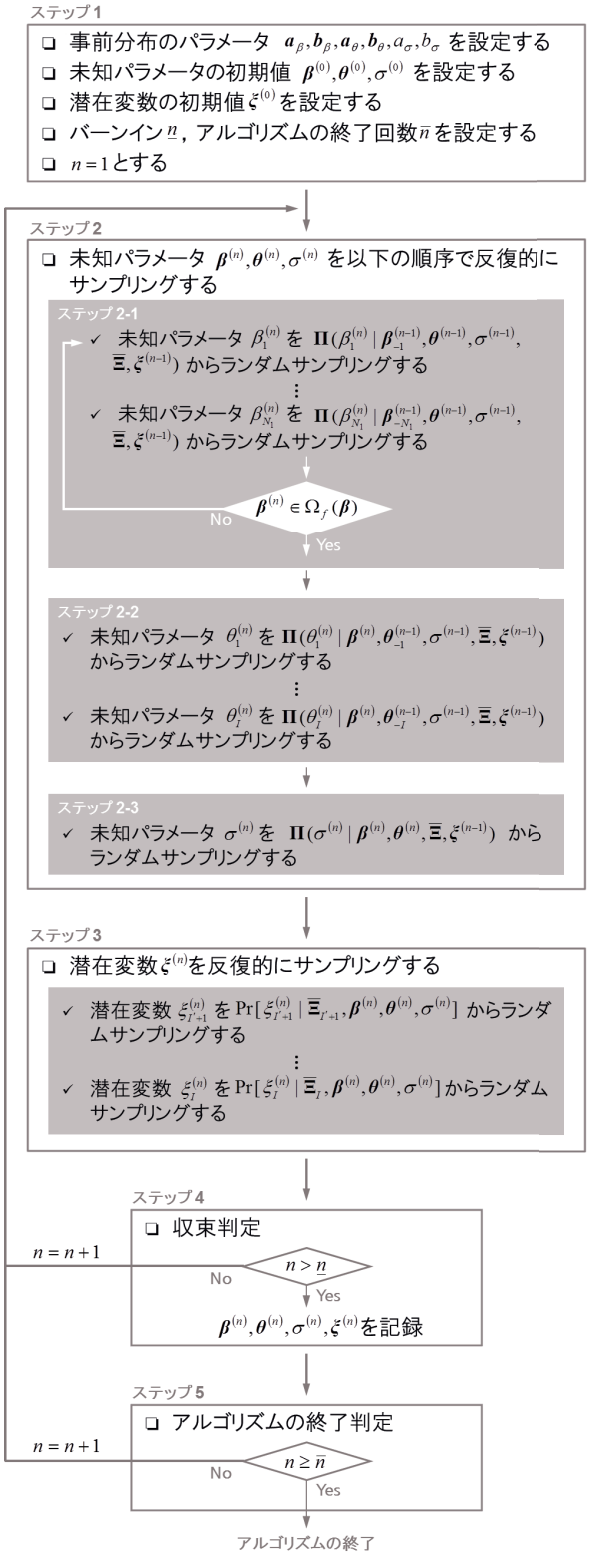
- $\Pr[\xi_I^{(n)}|\bar{\Xi}_I,\boldsymbol{\beta}^{(n)},\boldsymbol{\theta}^{(n)},\sigma^{(n)}]$ から $\xi_I^{(n)}$ をランダムサンプリングする．

ステップ **4**　収束判定

サンプリング回数 n が予め設定したバーンイン回数 $\underline{n}$ より大きい場合，$\boldsymbol{\beta}^{(n)}$，$\boldsymbol{\theta}^{(n)}$，$\sigma^{(n)}$，$\boldsymbol{\xi}^{(n)}$ を記録し，ステップ **5** へ進む．それ以外の場合，$n=n+1$ とし，ステップ **2** へ戻る．

ステップ **5**　アルゴリズムの終了判定

サンプリング回数 n が予め設定したアルゴリズム終了回数 $\overline{n}$ に到達した場合，アルゴリズムを終了する．それ以外の場合，それ以外の場合，$n=n+1$ とし，ステップ **2** へ戻る．


ステップ 1
❑ 事前分布のパラメータ $\boldsymbol{a}_\beta, \boldsymbol{b}_\beta, \boldsymbol{a}_\theta, \boldsymbol{b}_\theta, a_\sigma, b_\sigma$ を設定する
❑ 未知パラメータの初期値 $\boldsymbol{\beta}^{(0)}, \boldsymbol{\theta}^{(0)}, \sigma^{(0)}$ を設定する
❑ 潜在変数の初期値 $\boldsymbol{\xi}^{(0)}$ を設定する
❑ バーンイン $\underline{n}$, アルゴリズムの終了回数 $\bar{n}$ を設定する
❑ $n=1$ とする
ステップ 2
❑ 未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\theta}^{(n)}, \sigma^{(n)}$ を以下の順序で反復的にサンプリングする
ステップ 2-1
✓ 未知パラメータ $\beta_1^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(\beta_1^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}_{-1}^{(n-1)}, \boldsymbol{\theta}^{(n-1)}, \sigma^{(n-1)}, \overline{\boldsymbol{\Xi}}, \boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ からランダムサンプリングする
⋮
✓ 未知パラメータ $\beta_{N_1}^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(\beta_{N_1}^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}_{-N_1}^{(n-1)}, \boldsymbol{\theta}^{(n-1)}, \sigma^{(n-1)}, \overline{\boldsymbol{\Xi}}, \boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ からランダムサンプリングする
$\boldsymbol{\beta}^{(n)} \in \Omega_{\bar{J}}(\boldsymbol{\beta})$
No
Yes
ステップ 2-2
✓ 未知パラメータ $\theta_1^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(\theta_1^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\theta}_{-1}^{(n-1)}, \sigma^{(n-1)}, \overline{\boldsymbol{\Xi}}, \boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ からランダムサンプリングする
⋮
✓ 未知パラメータ $\theta_I^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(\theta_I^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\theta}_{-I}^{(n-1)}, \sigma^{(n-1)}, \overline{\boldsymbol{\Xi}}, \boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ からランダムサンプリングする
ステップ 2-3
✓ 未知パラメータ $\sigma^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(\sigma^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\theta}^{(n)}, \overline{\boldsymbol{\Xi}}, \boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ からランダムサンプリングする
ステップ 3
❑ 潜在変数 $\boldsymbol{\xi}^{(n)}$ を反復的にサンプリングする
✓ 潜在変数 $\xi_{I'+1}^{(n)}$ を $\Pr[\xi_{I'+1}^{(n)} \mid \overline{\boldsymbol{\Xi}}_{I'+1}, \boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\theta}^{(n)}, \sigma^{(n)}]$ からランダムサンプリングする
⋮
✓ 潜在変数 $\xi_I^{(n)}$ を $\Pr[\xi_I^{(n)} \mid \overline{\boldsymbol{\Xi}}_I, \boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\theta}^{(n)}, \sigma^{(n)}]$ からランダムサンプリングする
ステップ 4
❑ 収束判定
$n = n+1$
$n > \underline{n}$
No
Yes
$\boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\theta}^{(n)}, \sigma^{(n)}, \boldsymbol{\xi}^{(n)}$ を記録
ステップ 5
❑ アルゴリズムの終了判定
$n = n+1$
$n \geq \bar{n}$
No
Yes
アルゴリズムの終了

図–3.3　推定フロー

表–3.1　調査データ概要

劣化特性カテゴリ		地点数	データ数	平均	平均
i	地域特性 × 路盤種別 ×As 層厚			調査間隔 [日]	D_i 値
1	一般 × 粒状 ×220mm 未満	697	1,850	334.1	907.7
2	一般 × 粒状 ×220-260mm	292	787	367.1	224.9
3	一般 × 粒状 ×260mm 以上	695	1,763	374.4	539.5
4	一般 × セメ安 ×220mm 未満	190	555	386.7	548.8
5	一般 × セメ安 ×220-260mm	105	239	350.6	133.0
6	一般 × セメ安 ×260mm 以上	424	1,124	431.2	401.9
7	積寒 × 粒状 ×220mm 未満	376	1,018	501.3	882.9
8	積寒 × 粒状 ×220-260mm	116	348	429.0	274.3
9	積寒 × 粒状 ×260mm 以上	206	506	540.6	499.8
10	積寒 × セメ安 ×220mm 未満	334	809	481.4	911.8
11	積寒 × セメ安 ×220-260mm	428	1,181	410.7	251.0
12	積寒 × セメ安 ×260mm 以上	142	455	565.2	448.2
計		4,005	10,635	417.1	571.7

3.5　適用事例

3.5.1　適用事例の概要

本研究では，連続量を用いた劣化ハザードモデルの適用事例として高速道路の舗装耐荷力の低下過程を取り上げる．その際，NEXCO が管理する全国の高速道路の道路区間を舗装構成を加味した上で無作為に抽出し，Falling Weight Deflectometer によるたわみ量調査（以下，FWD 調査）を通して獲得した舗装たわみ量に関するデータベースを用いる．対象となった路線は全 48 路線である．FWD 調査は最も古い道路区間で 2006 年 4 月，最も新しい道路区間では 2014 年 3 月と，約 8 年にわたって実施されている．また，最も古い路線は，供用開始から 50 年近くが経過している．データベースには，1）支社，事務所などの管理者情報，2）路線名，車線区分，キロポストなどの位置情報，3）交通量などの路線情報，4）供用開始年月日，舗装補修年月日，表層や路盤に用いている混合物の種類，アスファルト混合物層（以下，As 層）の厚さなどの舗装に関する情報，そして 5）FWD 調査を実施した日時，調査によって得られる舗装の耐荷力を示すたわみ量などの FWD 調査に関する情報が高速道路舗装上の地点ごとに記載されている．これらのデータベースを，さらに車線区分が走行車線（走行車線，第一走行車線，第二走行車線）であり，かつ，測定位置が OWP（外側車輪位置），IWP（内側車輪位置）であるものに限定してデータを選別した．NEXCO では，獲得されたたわみ量に基づき，舗装耐荷力を As 層の損傷として評

価するための損傷指標 D_i を

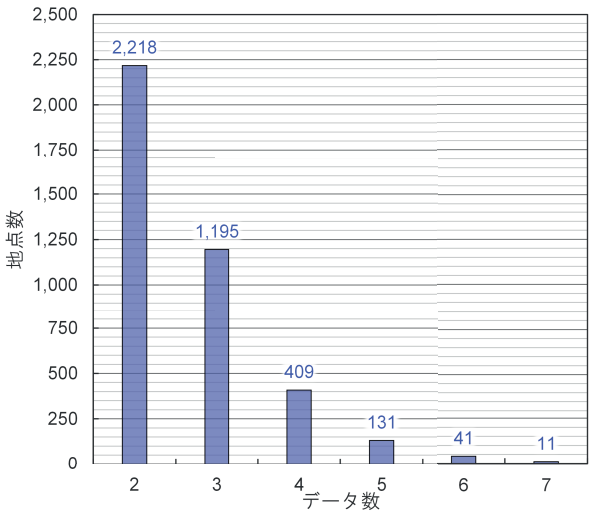
$$D_i = \frac{D_0 - D_{90}}{h} \tag{3.35}$$

と定義している [17, 18]．ここに，D_0 は重錘の載荷点直下のたわみ量 (mm)，D_{90} は載荷点から 90cm 離れた地点のたわみ量 (mm)，h は As 層の設計厚 (mm) である．本適用事例においても，損傷指標 D_i を耐荷力指標として採用する．ただし，以下では表記の都合上，損傷指標 D_i に 10^6 を乗じた値を D_i 値と表記する．

一般に，FWD 調査が実施される測定点は，定期的に路線全体で実施される路面性状調査とは異なり，目視点検により得られる路面の損傷状況を考慮した上で，管理者の経験に基づいて選定される．したがって，FWD 調査が同一測定点において複数回実施されることは稀であり，通常，FWD 調査による健全度情報は 1 時点のみしか得られないことが少なくない．補修によって舗装の耐荷力が回復することから，直近の補修時点を最も健全な状態として各時点間の健全度推移情報を作成し，推定に用いるデータベースを構成することも可能ではある．しかし，例えば切削オーバーレイなどの表層・基層部のみに対して行われる補修では，舗装が最も健全な状態に回復するわけではない．一方で，供用開始時点を最も健全な状態とすることも可能ではあるが，高速道路の供用開始時点は，古い道路で 1963 年であり，1）FWD 調査が実施される前に舗装が補修されている場合や，2）舗装の補修の記録が抜け落ちている場合があり，供用開始時点と FWD 調査実施時点の間の健全度推移情報が正確でない場合も少なくない．そのため，本研究では後述するように，全ての道路区間の耐荷力低下に関する初期時点を未知として劣化ハザードモデルを推定した．

3.5.2　モデル推定の方針

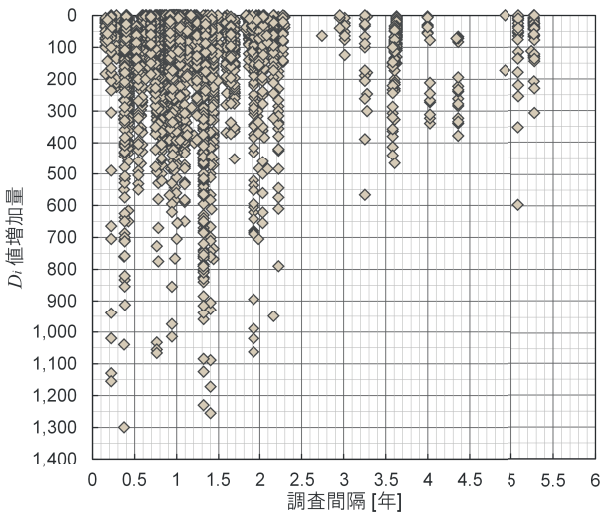
連続量を用いた劣化ハザードモデルを，実際の高速道路において 2006 年から 2014 年の間に獲得された FWD 調査データに適用する．**表–3.1** に当該調査データの諸元を示す．なお，表層種別は排水性舗装（NEXCO における，高機能舗装 I 型）のみを対象とする．対象とした道路区間は，一般地域と積雪寒冷地域（図表中では「一般」と「積寒」）に大別される．2 種類の地域内それぞれに，粒状路盤とセメント安定処理路盤（図表中では「粒状」と「セメ安」）という 2 種類の路盤を有する舗装区間が存在する．さらに，対象とする道路区間内では，As 層の設計層厚（220mm 未満，220mm 以上 260mm 未満（以下，220-260mm），260mm 以上）も地点により異なる．このとき，特性変数間に交互作用 [9] が存在する可能性がある．そこで本研究では，これら 3 種類の舗装特性の組み合わせに応じて，合計 12 種類の劣化特性カテゴリを定義する．当然のことながら，各特性変数に対して特性変数 z_i を設定することも考えられる．これらの特性変数の設定に関しては，推定精度，特性変数の数，汎用性などを考慮して設定することが望ましい．**表–3.1** には，このように定義した劣化特性カテゴリごとの地点数，調査データ数（FWD 調査実施回数），平



図–3.4　地点ごとのデータ数分布

均調査間隔，平均 D_i 値を掲載している．当該調査データでは 4,005 個の全ての地点において，供用開始年月日，あるいは，耐荷力の回復を伴う補修・更新の直近の実施年月日を獲得できなかった．そのため，$I' = 0$ とし，全ての地点において潜在変数 ξ_i を定義している．ただし，全ての地点において，全ての調査時点の間には，補修・更新が実施されていないことを確認している．また，平均調査間隔は，観測された $\bar{d}_1^i, \bar{d}_2^i, \cdots$ の平均値である．全ての地点において，本適用事例では，複数回 FWD 調査が実施されている．ある地点に対して何度調査が実施されたか（何個のデータが獲得されているのか）を示す地点ごとのデータ数分布を**図–3.4** に示すので併せて参照されたい．本研究においては計画的に FWD 調査を実施したために，基本的に同一地点において 2～3 回のデータが得られている．また，FWD 調査の実施間隔と D_i 値の変化量の関係を**図–3.5** に示す．同図に示す D_i 値の時間的な変化過程を劣化ハザードモデルにより表現する．

表–3.2 には，従来の 5 段階の離散的健全度を用いた方法における D_i 値と健全度の対応関係を路盤種別と As 層厚に応じて示している．同一の D_i 値が観測された場合でも，D_i 値の定義 (3.35) に As 層の設計層厚が含まれているため，上記 12 種類の劣化特性カテゴリに応じて耐荷力に対する評価は異なる．**表–3.2** において，健全度 5 の上限値となる D_i 値は，それぞれの劣化特性カテゴリにおいて観測される可能性のある最大の D_i 値であると考える．また，健全度 4 の上限値（=健全度 5 の下限値）となる D_i 値をひとまず個々の劣化特性カテゴリにおけるアスファルト層全層（表層，基層，加熱アスファルト安定処理上層路盤）の損傷（「全層破壊」）と考える．なお，同表は一般地域，積雪寒冷地域の双方に対して適用できる．**3.2** で述べたように，多くの既往研究では，**表–3.2** を用いた耐荷力の離散化プロセスにおいて，連続量として観測された耐荷力に関する情報の欠落が生じる．本研



図–3.5　調査間隔と D_i 値増加量

表–3.2　耐荷力による健全度ランク

表層種別		排水性舗装（高機能舗装 I 型）					
路盤種別		粒状路盤			セメント安定処理路盤		
As 層厚		220mm 未満	220-260mm	260mm 以上	220mm 未満	220-260mm	260mm 以上
健全度	1	$0 \leq D_i \leq 375$	$0 \leq D_i \leq 200$	$0 \leq D_i \leq 125$	$0 \leq D_i \leq 300$	$0 \leq D_i \leq 200$	$0 \leq D_i \leq 100$
	2	$375 < D_i \leq 750$	$200 < D_i \leq 400$	$125 < D_i \leq 250$	$300 < D_i \leq 600$	$200 < D_i \leq 400$	$200 < D_i \leq 300$
	3	$750 < D_i \leq 1{,}125$	$400 < D_i \leq 600$	$250 < D_i \leq 375$	$600 < D_i \leq 900$	$400 < D_i \leq 600$	$200 < D_i \leq 300$
	4	$1{,}125 < D_i \leq 1{,}500$	$600 < D_i \leq 800$	$375 < D_i \leq 500$	$900 < D_i \leq 1{,}200$	$600 < D_i \leq 800$	$300 < D_i \leq 400$
	5	$1{,}500 < D_i \leq 3{,}000$	$800 < D_i \leq 1{,}600$	$500 < D_i \leq 1{,}000$	$1{,}200 < D_i \leq 2{,}400$	$800 < D_i \leq 1{,}600$	$400 < D_i \leq 800$

究で提案する劣化ハザードモデルは連続量として観測された劣化指標を直接用いて劣化予測を行うため，上記の情報の欠落が生じることはない．さらに，従来の離散的健全度を用いて劣化予測を行う方法では，**表–3.2** のような健全度の判定基準が変更される度に，改めて劣化予測を行う必要があった．一方で，本研究で推定される連続量を用いた劣化過程は，事後的に離散的な健全度に分割することが可能である．そのため，例えば，健全度判定基準を変更した場合の劣化過程の変動を容易に定量化することができ，維持管理高度化・詳細化に向けたリスク管理水準の変更や多様化を積極的に支援することができると考える．

なお，本研究で提案する劣化ハザードモデルでは，耐荷力の低下過程を供用開始からの経過時間の関数として表現している．一方で，主に舗装工学の分野では，耐荷力の低下過程を含め舗装の劣化過程を交通量や軸数の関数で表現する考え方も存在する [19]．当然のことながら，単位時間あたりの交通量などが観測された場合は，本研究で提案する劣化ハザードモデルを交通量に応じた耐荷力の低下モデルへと変換することができる．本研究の適用事例においても，対象とする道路区間に応じて交通量が異なり，交通量を特性変数として

表–3.3　ベースラインモデルの候補と AIC

モデル	$f(t,\boldsymbol{\beta})$	AIC
多項式	$\beta_1 t^2+\beta_2 t+\beta_3$	59,753
べき乗関数	$\beta_1 t^{\beta_2}+\beta_3$	50,870
指数関数	$\beta_1 {\beta_2}^t+\beta_3$	46,077
ワイブル分布関数	$C\left[1-\exp\{-(t/\beta_1)^{\beta_2}\}\right]+\beta_3$	78,648

採用した劣化ハザードモデルを推定したが，交通量の増加に伴い耐荷力の低下速度も増加するという結果が得られなかった．その理由として，現行のアスファルト舗装の設計手法である T_A 法では考慮されていない表層種別や地域特性が耐荷力の低下過程に大きな影響を及ぼし，交通量や大型車交通量が耐荷力の低下過程やその差異に有意な影響を与えていない可能性が考えられる [20]．そのため，後述の推定結果において交通量の影響には言及しないが，今後の課題として，アスファルト舗装の設計手法や交通量が舗装の耐荷力の低下過程に与える影響を継続的に議論する必要がある．

3.5.3　ベースラインモデルの特定化

本研究で提案する劣化ハザードモデルの特徴は，ベースラインモデルとして力学的モデルを許容する点にある．一方で，本適用事例のようにデータ数が極めて少なくない場合には，ベースラインモデルについても統計的に推定することも可能である．本適用事例においては，任意の経過時間における D_i 値の逓増，急増過程を柔軟に表現するため，時間の経過に対し単調増加する関数の中から，パラメータに応じて上に凸，下に凸となるような関数を考慮し，**表–3.3** に示す 4 種類の関数（多項式モデル，べき乗関数モデル，指数関数モデル，ワイブル分布関数モデル）をベースラインモデルの候補とした．ただし，これらの候補以外にもベースラインモデルの候補となり得る関数は無数に存在し，フレキシブル関数をベースラインモデルとして代替的に利用する場合には，より多くの候補の中から最適なベースラインモデルを決定していくことが望ましい．なお，ワイブル分布関数の C は，舗装耐荷力指標に応じた基準化定数である．本研究では舗装耐荷力指標に関して D_i 値を用いており，調査データ内の最大値は 2,895 であったため，$C=3{,}000$ と事前に設定してモデル推定を行った．また，**表–3.3** には，個々のモデルに対する AIC[21] も示している．同表より，指数関数モデルをベースラインモデルとしたモデルにおいて，AIC の値が相対的に最も小さい値を取ったことから，指数関数モデルを 4 種類の候補の中で最も望ましいベースラインモデル（以下，本研究での最適ベースラインモデル）と決定した．

表–3.4　未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$，σ の推定結果

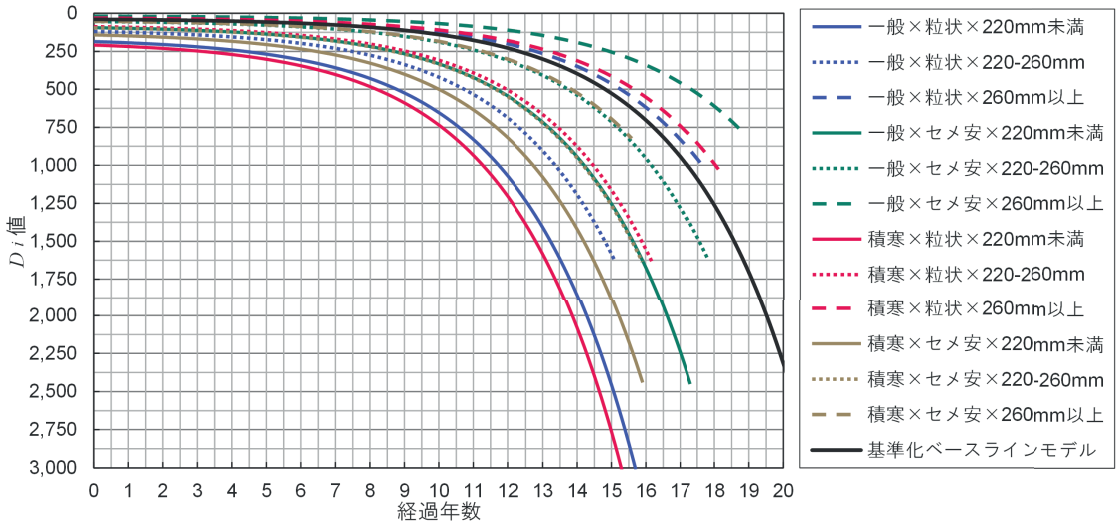
パラメータ	事後分布統計量		
	期待値	上限 5% 下限 5%	Geweke 検定統計量
β_1	2.807	2.780 2.833	0.484
β_2	1.360	1.358 1.363	0.147
β_3	19.990	19.553 20.389	−0.598
σ	0.140	0.137 0.142	0.731

表–3.5　未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ の推定結果

劣化特性カテゴリ		事後分布統計量			
i	特性	期待値	下限 5%	上限 5%	Geweke 検定統計量
1	一般 × 粒状 ×220mm 未満	−2.155	−2.165	−2.144	−0.393
2	一般 × 粒状 ×220-260mm	−1.716	−1.723	−1.707	−0.212
3	一般 × 粒状 ×260mm 以上	−0.495	−0.506	−0.483	−0.350
4	一般 × セメ安 ×220mm 未満	−1.483	−1.499	−1.468	−0.217
5	一般 × セメ安 ×220-260mm	−0.918	−0.930	−0.904	−0.464
6	一般 × セメ安 ×260mm 以上	0.113	0.092	0.136	−0.025
7	積寒 × 粒状 ×220mm 未満	−2.278	−2.286	−2.268	−0.467
8	積寒 × 粒状 ×220-260mm	−1.413	−1.427	−1.395	0.429
9	積寒 × 粒状 ×260mm 以上	−0.373	−0.393	−0.358	−0.522
10	積寒 × セメ安 ×220mm 未満	−1.889	−1.900	−1.878	−0.235
11	積寒 × セメ安 ×220-260mm	−1.490	−1.507	−1.472	−0.611
12	積寒 × セメ安 ×260mm 以上	−0.897	−0.908	−0.886	−0.145

3.5.4　推定結果

以下では，本研究での最適ベースラインモデルである指数関数モデルを有する劣化ハザードモデルの推定結果に関して説明する．本研究では，モデル内のパラメータをベイズ推定により全て同時に推定するが，本稿では，以下で個々のパラメータの推定結果について順次説明する．



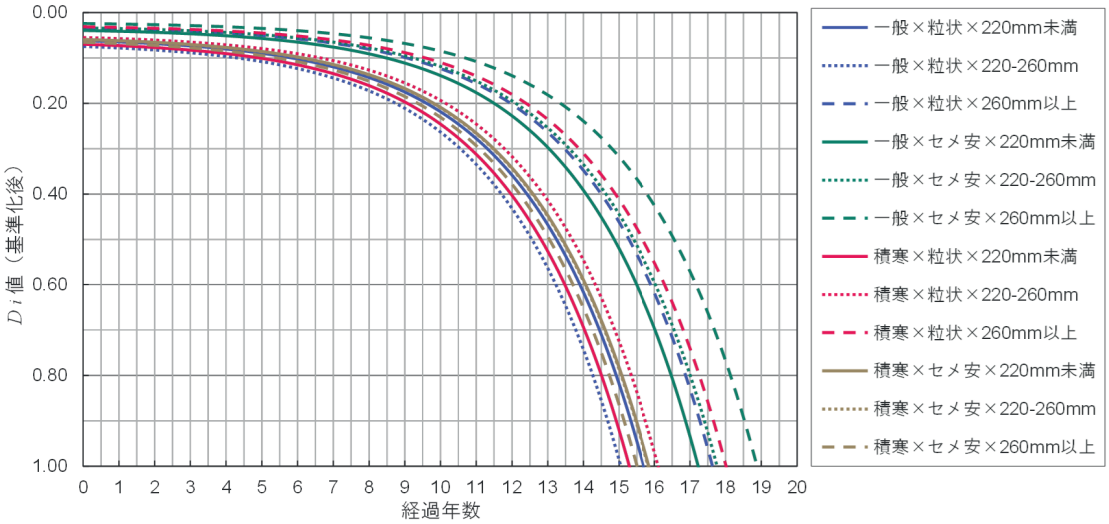
図–3.6　舗装耐荷力パフォーマンスカーブ

ベースラインモデル

表–3.4 には，MCMC 法で $\boldsymbol{\beta}_{n_1} = (\beta_{n_1}^{(\underline{n}+1)}, \cdots, \beta_{n_1}^{(\overline{n})})$ $(n_1 = 1, \cdots, N_1)$，$\boldsymbol{\sigma} = (\sigma^{(\underline{n}+1)}, \cdots, \sigma^{(\overline{n})})$ としてサンプリングされたベースラインモデルの未知パラメータの事後分布に関する統計量を示す．同表に示すように，90%ベイズ信用域，Geweke 検定統計量 [22] を用いることにより，推定された未知パラメータの信頼性と事後分布への収束性を議論することができる．本研究では，Geweke 検定統計量の絶対値が 1.96 を下回った場合，有意水準 5%で，MCMC 法によるサンプルが事後分布に収束しているという帰無仮説を棄却できないと判断した．以下では，事後分布の期待値をそれぞれの未知パラメータの推定値として劣化ハザードモデルによる劣化予測結果を説明する．

図–3.6 には，未知パラメータの推定値 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$，$\hat{\sigma}$ を用いて，本研究での最適ベースラインモデルにおける舗装耐荷力指標の劣化パフォーマンスカーブを黒線で示した．同パフォーマンスカーブは，全ての区間の平均的な劣化過程を示している．ただし，本研究では，確率変動項 w_i の期待値を γ $(= 0.57722\cdots)$ としたため，同図ではベースラインモデル $f(t, \hat{\boldsymbol{\beta}})$ を γ $(= 0.57722\cdots)$ で基準化した基準化ベースラインモデル $f(t, \hat{\boldsymbol{\beta}})/\gamma$ を用いたパフォーマンスカーブを示している．

ベースラインモデルや以下で説明する個々の劣化特性カテゴリの D_i 値の劣化パフォーマンスカーブの形状は，**図–3.6** に示すように，初期時点からある程度の期間はパフォーマンスの低下が緩やかであり，その後，急速に D_i 値が増加するような上に凸の形状を示している．このことより，初期時点から 10～15 年間は耐荷力の急激な低下は見られないが，一方で，初期時点から 10～15 年が経過したのちに，一旦耐荷力が低下し始めると，その後は加速度的に耐荷力が低下していく様子が推定結果から確認できる．このことは，**図–3.5**



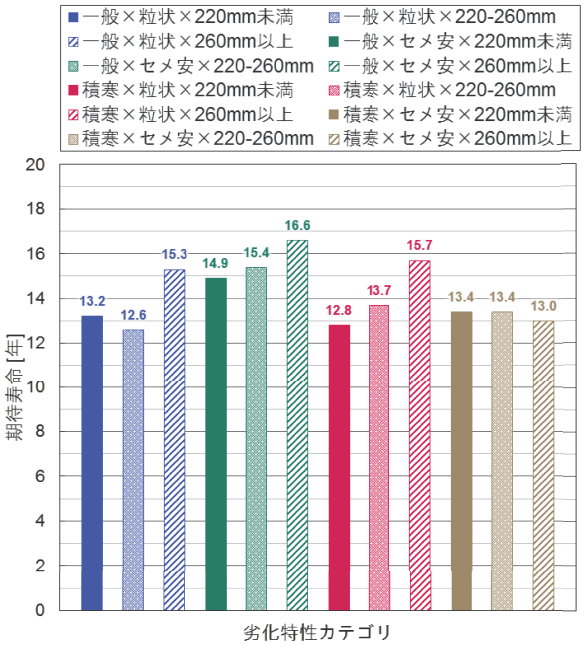
図–3.7　舗装耐荷力の基準化パフォーマンスカーブ

を用いて事後的に考察することもできる．同図において，調査間隔は 3 年以上と比較的長いが D_i 増加量が 600 以下と小さいグループ，調査間隔は 2.5 年以下と比較的短いが D_i 増加量が 700 以上と大きいグループが確認でき，前者は初期時点からの経過年数が短い舗装区間，後者は耐荷力が急激に低下する初期時点から 10 年以上経過した舗装区間であると考えられる．既に述べたように，本研究の適用事例では，舗装構成ごとに獲得サンプル数を十分に確保するという条件のもと目視点検結果に関係なく無作為に FWD 調査実施箇所を選定したため，調査データ内に選択性バイアスは存在しない．一方で，一般的な FWD 調査実施スキームに着目した場合，耐荷力が低下していない区間に比べ，耐荷力の低下した区間の調査データが頻繁に測定されるという自己選択性バイアスが存在する可能性も考えられる．このような場合には，選択性バイアスを考慮したデータ整理手法や劣化予測モデルを用いる必要がある．

劣化特性カテゴリ間の異質性

本研究で提案する劣化ハザードモデルを用いることにより，連続量による舗装耐荷力の低下指標を直接的に用いて，個々の劣化特性カテゴリで耐荷力の低下過程を定量化することが可能となる．**表–3.5** には，$\boldsymbol{\theta}_i = (\theta_i^{(\underline{n}+1)}, \cdots, \theta_i^{(\overline{n})})$ による未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ の事後分布の統計量を示した．なお，$\boldsymbol{\theta}$ に関して，本適用事例では劣化特性カテゴリに応じて，

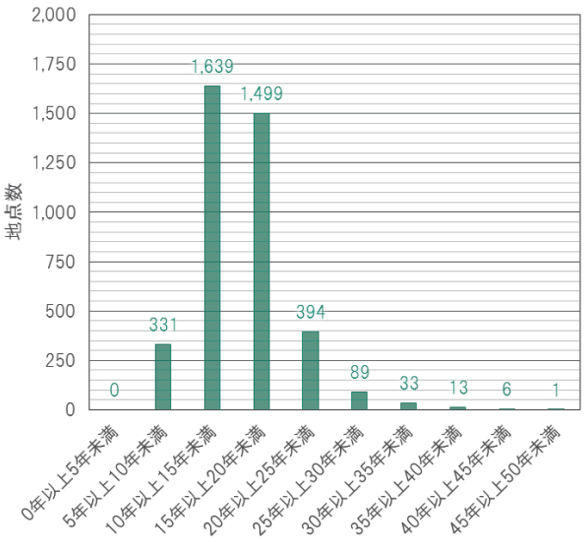
$$z_i^c = \begin{cases} 1 & \text{地点 } i \text{ の劣化特性カテゴリが } c \text{ のとき} \\ 0 & \text{それ以外のとき} \end{cases} \qquad (c = 1, \cdots, 12) \tag{3.36}$$



図–3.8　劣化特性カテゴリごとの期待寿命

と特性変数を設定した．以下では，事後分布の期待値を推定値 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ として用いる．式 (3.23) と $\hat{\boldsymbol{\theta}}$，$\hat{\boldsymbol{\beta}}$，$\hat{\sigma}$ を用いることにより，個々の劣化特性カテゴリごとに劣化パフォーマンスカーブを求めることができる．**図–3.6** には，これらの劣化パフォーマンスカーブも併せて示している．同図より，例えば，初期時点から 15 年経過した時点において，D_i 値の期待値は約 250 から約 2,750 と個々の劣化特性カテゴリに応じて多様に変化している様子を，連続量を用いた劣化ハザードモデルを用いて表現できていることが確認できる．なお，個々の劣化パフォーマンスカーブの終点は，**表–3.2** におけるそれぞれの劣化特性カテゴリにおいて観測される可能性のある最大の D_i 値であり，調査データ内においても全てのカテゴリにおいてそれらの値以上の FWD 指標は観測されていなかった．さらに，**図–3.7** には劣化特性カテゴリにおいて観測される可能性のある最大の D_i 値が 1.0 となるように基準化した D_i 値を用いた劣化パフォーマンスカーブである．基準化 D_i 値は D_i 値と比べて直感的な理解をしにくいものの，各カテゴリ間のパフォーマンスカーブや耐荷力の低下速度の差異をより容易に相対比較することができる．

また，**図–3.8** には，個々の劣化特性カテゴリに関して，リスク管理水準を**表–3.2** の健全度 4 の上限値とした場合の期待寿命を示した．**図–3.8** から,「一般 × 粒状 ×220-260mm」,「積寒 × 粒状 ×220mm 未満」において，12.6 年，12.8 年と他の劣化特性カテゴリと比較して期待寿命が短くなることが見て取れる．一方,「一般 × セメ安 ×260mm 以上」や「積寒 × 粒状 ×260mm 以上」では，16.6 年，15.7 年と期待寿命が長くなっている.「一般 × 粒状 ×220-260mm」において期待寿命が短い傾向にあることと,「一般 × セメ安 ×260mm 以



図–3.9　経過年数の分布

上」,「積寒 × 粒状 ×260mm 以上」において期待寿命が長い傾向にあることは，既往研究[9] においても同様の知見が獲得されている．これらの期待寿命の差異は，実際の劣化過程の差異に起因し発生する場合とリスク管理水準の設定値の差異に起因し発生する場合が考えられる．NEXCO において，排水性舗装（高機能 I 型）の表層が採用されてから日が浅いこともあり，今後，劣化特性カテゴリごとの劣化特性の差異とリスク管理水準の設定方法を継続的に議論していくことが重要である．このような議論に対して，本研究で提案する方法論は有用な知見を提供することができると考える．

本適用事例の推定結果を使用する上で，推定された耐荷力低下過程が観測された FWD 調査データに対して外挿されるような経過年数あるいは D_i 値においては，その信頼性が低下する可能性がある．**図–3.9** には，対象とした 4,005 地点それぞれにおいて初期時点から最後の観測時点（H_i 回目）までの経過年数 $\bar{\xi}_i + \sum_{a=2}^{H_i} \bar{d}_a^i$ の分布を示している．ただし，初期時点から第 1 回目の調査までの経過年数 $\bar{\xi}_i$ は，MCMC 法においてサンプリングされた潜在変数を用いて $\bar{\xi}_i = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \xi_i^{(n)} / (\overline{n} - \underline{n})$ とした．**図–3.6** では経過年数が 20 年までの耐荷力の低下過程を記述したが，**図–3.9** より，経過年数が 20 年以上のサンプルも含みモデルを推定できており，経過時間に関して推定された耐荷力低下過程が外挿されていないことが確認できる．さらに，**表–3.6** には劣化特性カテゴリごとの観測 D_i 値の最大値を示した．各劣化特性カテゴリにおいて，最大 D_i 値が**図–3.6** における耐荷力低下過程の終点付近となっているのが確認できるが，例えば，カテゴリ「一般 × セメ安 ×260mm 以上」においては，耐荷力低下過程の終点を $D_i = 800$ としているが最大 D_i 値が 416.7 であり，最大 D_i 値以上の耐荷力低下過程に関しては，その信頼性が十分でない場合があることに留意せねばならない．

表–3.6　劣化特性カテゴリごとの観測 D_i 値の最大値

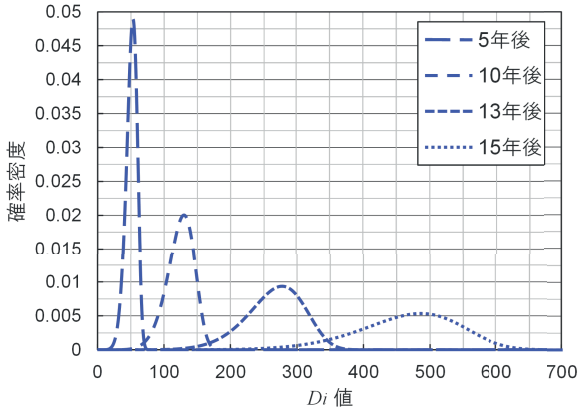
劣化特性カテゴリ		最大 D_i 値
i	特性	
1	一般 × 粒状 ×220mm 未満	2,895.0
2	一般 × 粒状 ×220-260mm	1,600.0
3	一般 × 粒状 ×260mm 以上	965.4
4	一般 × セメ安 ×220mm 未満	2,300.0
5	一般 × セメ安 ×220-260mm	1,576.9
6	一般 × セメ安 ×260mm 以上	416.7
7	積寒 × 粒状 ×220mm 未満	2,722.2
8	積寒 × 粒状 ×220-260mm	1,504.0
9	積寒 × 粒状 ×260mm 以上	833.3
10	積寒 × セメ安 ×220mm 未満	2,394.4
11	積寒 × セメ安 ×220-260mm	1,554.5
12	積寒 × セメ安 ×260mm 以上	763.0

3.5.5　リスクマネジメント指標の算定結果

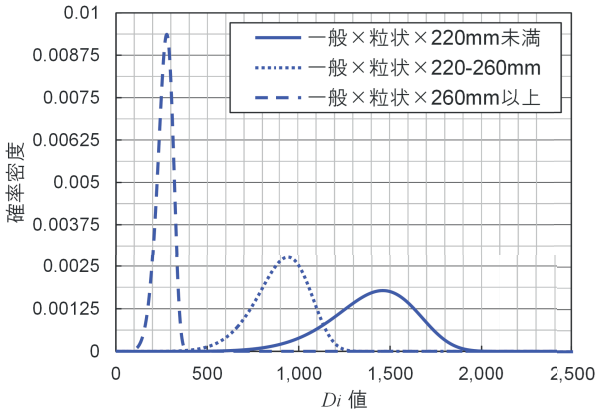
劣化リスク管理指標

本研究で提案する劣化ハザードモデルのパラメータの推定値と式 (3.18) により，任意の時点に生起する舗装耐荷力指標の確率密度を求めることができる．**図–3.10** には，劣化特性カテゴリ「一般 × 粒状 ×260mm 以上」を対象として，初期時点からの劣化リスク指標分布の時間的推移を，5 年後，10 年後，13 年後，15 年後を例に示している．当然のことながら，初期時点からの時間の経過とともに劣化リスク指標分布は D_i 値が増加するような方向に推移する．本研究で提案する劣化ハザードモデルの推定結果を用いることにより，任意の将来時点における耐荷力の低下過程（D_i 値の増加過程）を確率分布として**図–3.10** のように定量化することができる．また，**図–3.11** には，3 種類の劣化特性カテゴリ（「一般 × 粒状 ×220mm 未満」,「一般 × 粒状 ×220-260mm」,「一般 × 粒状 ×260mm 以上」）を例に，供用開始時点から 13 年後の劣化リスク指標分布を示している．劣化リスク指標分布に関しても，前節で示した劣化パフォーマンスカーブと同様に劣化特性カテゴリ間の差異を評価することができ，同図からも，初期時点から同一の時間が経過した場合,「一般 × 粒状 ×220mm 未満」で最も D_i 値の増加量が多く，次いで,「一般 × 粒状 ×220-260mm」,「一般 × 粒状 ×260mm 以上」と増加量が少なくなる傾向が見て取れる．

さらに，**図–3.12** には，式 (3.22) によって求まる VaR 指標 $x_{[\mathrm{VaR}],i}(0.05)$ の時間的推移を劣化特性カテゴリ単位で示した．同図と**図–3.6** を比較すると，劣化パフォーマンスカーブよりリスク管理水準 5%での D_i 値を示すカーブの方が，全ての劣化特性カテゴリにおいて

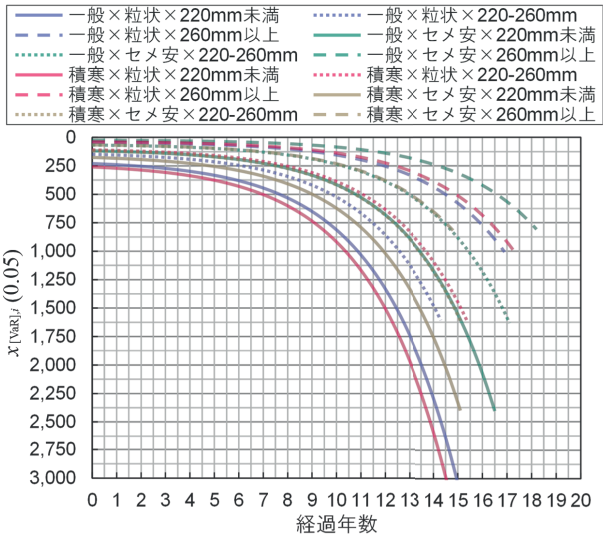


図–3.10　劣化リスク指標分布の時間的推移



図–3.11　カテゴリ間の劣化リスク指標分布の差異

1～2 年早く D_i 値が低下していることがわかる．このように，本研究で提案する方法論により，すでに述べた劣化パフォーマンスカーブ（各劣化特性カテゴリでの劣化リスク指標の期待値）のみならず，舗装耐荷力指標分布を考慮した臨界的な劣化管理指標を求めることができる．実際に耐荷力の低下リスクを詳細に考慮して舗装の調査・補修業務を行うためには，VaR 指標 $x_{[\mathrm{VaR}],i}(0.05)$ を用いて意思決定を行うことが重要となる．これらの劣化リスク指標に関して，例えば，劣化パフォーマンスカーブはライフサイクル費用評価などネットワークレベル（複数の路線や支社単位）での分析に対して，VaR 指標はプロジェクトレベル（個々の出張所や事務所単位）における調査・補修・更新の意思決定に対して有用な知見を提供できると考えられる．



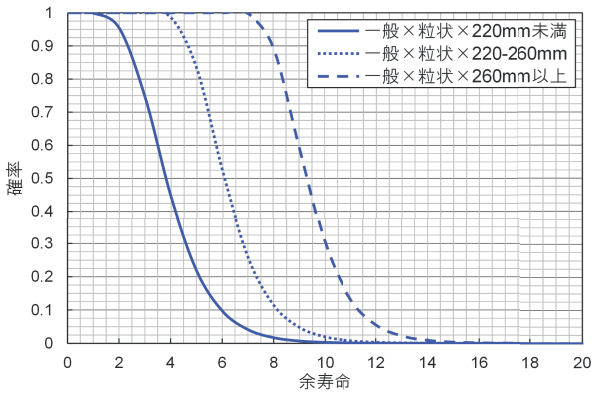
図–3.12　リスク管理水準 5%での舗装耐荷力指標

余寿命指標

社会基盤施設のアセットマネジメントを実施するにあたり，個々の施設の残存価値を定量化することも重要となる．**図-3.13** には，式 (3.25) により算出した，管理水準を $\underline{X} = 1{,}000$ とした場合の供用開始時点から 10 年が経過した時点で当該地点が管理水準 $\underline{X} = 1{,}000$ に達していないという条件付きの余寿命分布 $\tilde{F}(\tau|1{,}000,\ 10[年])$ を，3 種類の劣化特性カテゴリ（「一般 × 粒状 ×220mm 未満」,「一般 × 粒状 ×220-260mm」,「一般 × 粒状 ×260mm 以上」）を例として示した．同図から，例えば,「一般 × 粒状 ×220mm 未満」において，当該時点から 5 年以内にリスク管理水準 $\underline{X} = 1{,}000$ に到達する確率は約 80%である，といったことが読み取れる．当然のことながら，**表–3.2** において観測され得る最大の D_i値 が最も大きい「一般 × 粒状 ×260mm 以上」において，管理水準 $\underline{X} = 1{,}000$ という条件のもとでは余寿命が最も長くなっている．**図-3.13** においては，劣化特性カテゴリ間の相対評価のために管理水準 $\underline{X}$ を一律に設定した例を示したが，任意の管理水準と経過年数のもとで余寿命分布を定量化することが可能である．このように，現時点や任意の将来時点での余寿命分布を用いることにより，各施設の残存価値を定量化し，将来の維持管理計画を立案していくことが望ましい．

3.5.6　今後の展望

現行のアセットマネジメントは多段階のレーティングカテゴリにより離散化された健全度情報が中心となって構成されている．これは社会基盤施設に対する目視点検との整合性を図る（目視点検データを実務に活用する）ことを目的としている．目視点検は実務で根



図–3.13　余寿命分布

幹となる点検手法であるが，社会基盤施設の外観評価，序数評価に過ぎないことも事実である．ただし，多くの目視点検マニュアルにおいては，目視点検の判定結果（健全度情報）と補修・更新アクションが連動しているために，維持管理計画の立案やライフサイクル費用評価を行う上では目視点検に基づくアセットマネジメントは実務との整合性が高い．一方で，社会基盤施設を維持管理していく上での実務的要請として，パフォーマンス評価に対する要望が依然として強い．このときには，目視点検データとは異なり，モニタリング情報やセンサー情報のような連続量が主たる情報となる．しかし，従来ではこれらの連続量もあえて離散化して，健全度情報に変換してきた．舗装分野では路面性状調査車がすでに実用化されてはいるものの，連続量である調査データを直接的に分析に活用するような方法論は存在しない．本研究で提案した劣化ハザードモデルは，この課題を解決するものであり，**図-3.6** は対象道路区間における実際のパフォーマンスカーブを提示している．これにより発展的には，目視点検データに基づくアセットマネジメントから，モニタリングデータに基づくアセットマネジメントへの移行に言及することも可能である．しかし，その移行にはハードウェアの制約も伴うことから，当面はモニタリングが目視点検を補完する役割を担うような緩やかなものとなる．統計的劣化予測分野においては，健全度情報であるひび割れ率と，連続量である舗装耐荷力の相互作用を考慮した複合的劣化予測モデルの開発と，それに基づく FWD 調査区間の選定のためのスクリーニング手法の構築，舗装更新モデルの開発があげられる．また，舗装耐荷力のパフォーマンスカーブに対する舗装工学の観点からの考察も重要な研究課題である．さらに，パフォーマンスを根拠にしたレーティングカテゴリの設定や劣化管理限界の設定にパフォーマンスカーブを活用することも考えられる．

3.6 おわりに

本研究では，調査データを用いて劣化予測を行うための連続量を用いた劣化ハザードモデルとそのベイズ推定法を開発した．同モデルの利点として，1）連続量として観測される劣化指標を直接用いて劣化過程を記述できる点，2）ベースラインモデルに対して力学的劣化過程モデルを用いることにより力学的手法と統計的手法のハイブリッド型劣化予測モデルとして劣化過程を予測する枠組みを採用している点，があげられる．モデル推定手法に関しても，尤度関数の完備化操作と潜在変数を用いた MCMC 法を開発することにより，供用開始時点が観測されていないような施設の調査データも用いたモデル推定を可能とした．また，推定された劣化ハザードモデルを用いて複数のリスクマネジメント指標を定義した．これらのリスクマネジメント指標を用いることにより，詳細な劣化リスク評価と施設の余寿命評価が可能となる．さらに，実在の高速道路で獲得された舗装耐荷力データを用いて，提案した方法論の有用性を議論した．

一方で，本研究に関して今後に残された課題がいくつかある．第 1 に，力学的劣化過程モデルの蓄積と継続的改善があげられる．本稿の適用事例では，連続量を用いた劣化ハザードモデルのベースラインモデルも調査データを用いて統計的に推定した．本研究で提案した方法論は，力学的手法と統計学的手法のハイブリッド型モデルとして利用可能であることを特徴とする．力学的に劣化過程が定義されているような社会基盤施設に対して，更なる適用事例を蓄積することが望ましい．第 2 に，舗装耐荷力に対しても更なる適用事例を蓄積する必要がある．本研究の適用事例で推定された劣化過程とリスクマネジメント指標は，当該道路区間でのみ利用可能である．都市高速道路や国道などの一般道に対しても本研究で提案した方法論を適用し，舗装耐荷力の低下過程に関する普遍的知見を獲得していくことが望ましい．第 3 に，本研究で得られた知見をインフラ会計のための情報に変換する必要がある．本研究で提案する劣化ハザードモデルによるリスクマネジメント指標に関して，例えば余寿命指標は個々の施設の将来時点での残存価値とみなすことができる．これらの結果を用いて，インフラ会計において有用となる情報を整備していく必要がある．第 4 に，**5.3.3** で述べたように，FWD 測定点ごとの測定データ数が増加した場合，個々の測定点における測定データを時系列データとして考え，誤差項間の系列相関を考慮する必要がある場合もある．その際には，1）推定されたベースラインモデルと実際の劣化過程の間にランダムな推定残差ではなく劣化過程の時間的推移の形状に起因したシステム的な推定残差が生じているかをダービン・ワトソン検定 [23, 24] などの仮説検定で判断し，2）システム的な推定残差が生じている場合には，時系列データにおける誤差間に自己回帰モデルなどを適用することが望ましい．

参考文献

1) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82，2005.

2) Shin, H. C. and Madanat, S.: Development of a stochastic model of pavement distress initiation, *Journal of Infrastructure Planning & Management*, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.

3) 青木一也，山本浩司，小林潔司：劣化予測のためのハザードモデルの推計，土木学会論文集，No.791/VI-67，pp.111-124，2005.

4) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集 A，Vol.63，No.2，pp.336-355，2007.

5) 青木一也，山本浩司，津田尚胤，小林潔司：多段階ワイブル劣化ハザードモデル，土木学会論文集，No.798/VI-68，pp.125-136，2005.

6) 下村泰造，小濱健吾，貝戸清之，小林潔司：空港舗装アセットマネジメントのためのハイブリッド型地盤沈下モデル，土木学会論文集 F，Vol.64，No.4，pp.463-482，2008.

7) 田中尚，藤森裕二，貝戸清之，小林潔司，安野貴人：加速劣化ハザードモデル：コンクリート中性化予測への適用，土木学会論文集 D，Vol.66，No.3，pp.329-341，2010.

8) Chen, Y. Q. and Wang, M. C.: Analysis of accelerated hazards models, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.95, No.450, pp.608-618, 2000.

9) 大井明，宮崎文平，小濱健吾，貝戸清之，小林潔司，山口清人：定期的な FWD 調査データを用いた高速道路舗装の劣化予測，土木学会論文集 E1，Vol.70，No.2，pp.11-25，2014.

10) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

11) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.

12) Lee, E. T. and Wang, J. W.: *Statistical Methods for Survival Data Analysis*, John Wiley & Sons, 2003.

13) Cox, D. R. and Oakes, D.: *Analysis of Survival Data*, Chapman & Hall/CRC, 1998.

14) Diebolt, J. and Robert, C. P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, Vol.56, pp.363-375, 1994.

15) 小林潔司，貝戸清之，林秀和：測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル，土木学会論文集 D，Vol.64，No.3，pp.493-512，2008.

16) Nam, L. T.，貝戸清之，小林潔司，起塚亮輔：ポアソン隠れマルコフ劣化モデルによる舗装劣化過程のモデル化，土木学会論文集 F4，Vol.68，No.2，pp.62-79，2012.

17) 神谷恵三，田中敏弘，風戸崇之：高速道路舗装の補修設計手法に関する一考察，舗装工学論文集，土木学会，Vol.12，pp.1-7，2007.

18) 神谷恵三，風戸崇之：高速道路舗装の損傷評価に関する研究，舗装工学論文集，土木学会，Vol.13，pp.171-178，2008.

19) American Association of State Highway and Transportation Officials: *AASHTO Guide for Design of Pavement Structures*, 1993.

20) 佐藤正和，貝戸清之，小林潔司，小濱健吾，宮崎文平：T_A 法と舗装劣化寿命誤差，土木学会論文集 E1，Vol.71，No.1，pp.1-18，2015.

21) Akaike, H.: Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, *Proceedings of the 2nd International Symposium on Information Theory*, pp.267-281, 1973.

22) Geweke, J.: Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to calculating posterior moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, 1992.

23) Durbin, J. and Watson, G. S.: Testing for serial correlation in least squares regression, I, *Biometrika*, Vol.37, No.3/4, pp.409-428, 1950.

24) Durbin, J. and Watson, G. S.: Testing for serial correlation in least squares regression, II, *Biometrika*, Vol.38, No.1/2, pp.159-178, 1951.

第4章　多元的劣化過程モデル

4.1　はじめに

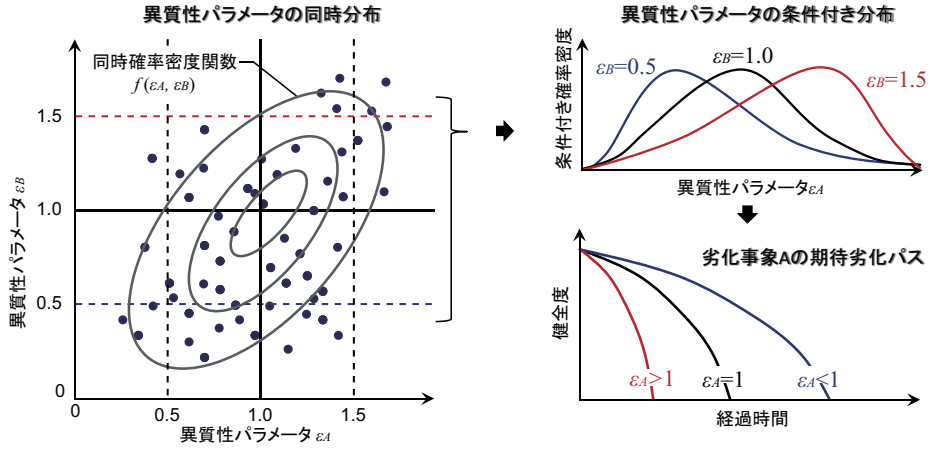
社会基盤施設に対して，多様な点検が日常的に実施され，各点検における膨大な点検データが蓄積されている．アセットマネジメントにおいては，これらの点検データを用いた統計的劣化予測に関する研究が蓄積された．なかでも，マルコフ劣化ハザードモデル[2]の開発により，離散的健全度評価がなされた社会基盤施設の劣化予測精度が飛躍的に向上した．さらに，混合マルコフ劣化ハザードモデル[3]の開発により，施設単位や部材単位，あるいは管理者側が実際の管理体制に応じて設定した評価単位（以下，構造物カテゴリー）ごとの劣化特性（異質性）の計量化が可能となった．また，階層ベイズ推定をもとにした混合マルコフ劣化ハザードモデルを推定するための方法論[9]が提案され，経験的知見を事前分布として推定に組み込む手法が確立された．しかし，これらの方法論は単一の健全度指標を対象とした劣化予測にとどまっている．

社会基盤施設の健全度は，複数種類の評価指標を用いて記述される場合が多い．さらに，これらの個別評価指標は，それぞれ別の種類の点検業務により評価される．例えば，本研究の適用事例としてとりあげるジョイント部材の場合，路上点検では，ジョイントと後打ち材の段差，ゴムのはく離・き裂，フィンガーの段差，異常音などが詳細に点検される．一方，路下点検は橋脚天端からジョイントの状態を視認する定期的な目視点検であるが，ジョイントそのものを視認できることは稀であり，異常音，漏水などに関する情報を獲得することができる．これら個別の目視点検は，それを実施するための費用や点検業務の複雑性に起因して，点検頻度や点検時点を統一することが困難である．しかしながら，社会基盤施設の健全度は，これら複数の評価指標を用いて総合的に評価することが必要である．

本研究では，個別の点検業務で獲得される断片的な評価情報に基づいて，複数の評価指標を用いて記述される劣化過程全体をモデル化する方法論を提案する．個々の評価指標で記述される構造物の劣化状態の間には相関関係が存在する．このような相関構造を利用することにより，断片的な個別評価結果を用いて，複数指標で記述される社会基盤施設の劣化過程全体を推定することが可能となる．具体的には，個別的な評価指標を用いた劣化過程を異質性を考慮した混合マルコフ劣化ハザードモデルにより表現するとともに，異質性パラメータの同時分布関数を表すコピュラを用いて複数指標間の相関構造を記述する．本研究で提案する方法論を用いることにより，1）複数の劣化事象に関する劣化過程のベンチマーキングと劣化速度の相対評価，2）複数の劣化事象の時間的進展を同時に考慮した多元的劣化過程モデルを開発する．さらに，これらの結果を用いることにより，社会基盤施設

の多元的劣化予測や複数の劣化事象の特性を考慮した維持補修戦略の検討のために有用な情報を作成するための方法論を提案する．

以上の問題意識のもとに，本研究では個別評価指標に関する断片的な目視点検情報に基づいて，複数評価指標を用いて記述される劣化過程全体をモデル化する方法論を提案する．個別評価指標の劣化過程を混合マルコフ劣化ハザードモデル，複数評価指標の劣化速度間の相関構造をコピュラを用いて表現する．以下，**4.2** で本研究の基本的な考え方を述べる．**4.3** で多元的劣化予測モデルを提案し，**4.4** でデータ構造の発生モデルを定式化し，**4.5** で MCMC を用いた多元的劣化過程モデルの推定手法について詳述する．最後に，**4.6** で高速道路ジョイント部材を対象にした適用事例を通じて本研究の有用性を議論する．



図–4.1　異質性パラメータの同時分布と劣化過程のベンチマーキング

4.2　本研究の基本的な考え方

4.2.1　既往研究の概要

構造物の主な劣化予測手法として，力学的手法と統計的手法がある．これらの 2 種類の手法の特性や相違点は参考文献 [1] に詳しい．本研究では，構造物に対する点検結果が離散的な健全度として評価され，さらにその健全度データが蓄積されている場合を対象に，1）多様な構造物の多様な損傷を対象とした汎用的な方法論の開発，2）複数の構造物で構成された路線や管理事務所単位での補修計画の立案を目的として統計的劣化予測手法を用いることとする．

代表的な統計的劣化予測モデルとしてマルコフ連鎖モデルがある．構造物の劣化状態が離散的な健全度として評価される場合，マルコフ連鎖モデルを用いて劣化過程をモデル化することができる．マルコフ劣化ハザードモデル（多段階指数ハザードモデル）[2] の開発により，観測期間長が異なる点検データを用いてマルコフ推移確率を非集計的に推定することが可能になった．さらに，ハザード率に内包される特性変数では表現しきれない要因（不可観測要因）の影響を確率変数で表現したような混合マルコフ劣化ハザードモデル [3] が提案されている．混合マルコフ劣化ハザードモデルでは，劣化速度を表す混合ハザード率が異質性パラメータと健全度別標準ハザード率を用いて，

$$\text{混合ハザード率} = \text{異質性パラメータ} \times \text{健全度別標準ハザード率} \tag{4.1}$$

と表現される．混合マルコフ劣化ハザードモデルの開発により，任意の評価単位における劣化予測が可能となった．例えば，小濱等 [3] は橋梁の点検データを用いて，RC 床版単位で期待寿命を求めている．さらに，混合マルコフ劣化ハザードモデルの混合ハザード率を用いて，各評価単位での期待寿命を相対評価し，重点監視部材を抽出する方法論 [3] や補修前

後での異質性パラメータを比較することにより補修効果を定量化する手法[4]が開発されている．また，統計的劣化予測モデルの推定法として，ベイズ推定法が提案されている．ハザードモデルをベイズ推定する場合，一般的に，未知パラメータの事前分布と事後分布の間の共役性は成立しないため，事後確率密度関数を解析的に求めることができない．近年の MCMC 法[5,6]の発展により，事後分布からのサンプリングが可能となり，ハザードモデルのベイズ推定が可能となった．津田等[8]は劣化状態が故障の有無という 2 値状態で表されるような構造物や機器を対象としたワイブル劣化ハザードモデルを，貝戸・小林[7]は前述のマルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推定する手法を提案している．さらに，混合マルコフ劣化ハザードモデルに関して，貝戸等[9]はそのベイズ推定法を階層ベイズ推定法として定式化し，異質性の過分散問題の緩和方策を提示した．

上記の統計的劣化予測モデルは，いずれも社会基盤施設の劣化状態を単一の離散的健全度指標で評価することを想定している．しかし，構造物は多様な要因により劣化が進行する．劣化要因が異なれば，劣化の進展メカニズムも異なるために，単一の健全度指標のみでは劣化過程の異質性を十分に表現できないという限界がある．むしろ，構造物の劣化状態を複数の健全度指標を用いて評価する方が望ましい場合が少なくない．このような構造物の多元的劣化過程のモデル化に関しては，ほとんど研究が蓄積していないのが実情である．多元的劣化過程のモデル化に関しては，競合マルコフハザードモデル[10]に関する研究事例がある．このモデルは，例えば縦ひび割れ，横ひび割れというように，極めて相関性の高い劣化事象の競合関係をモデル化することを目的とするものであり，任意の劣化事象による多元的劣化過程をモデル化できるような柔軟性をもっていない．これに対して，本研究では個別劣化事象の進行過程を異質性パラメータを導入した混合マルコフ劣化ハザードモデルを用いて表現するとともに，劣化事象間の相関構造を異質性パラメータの同時確率分布で表現する．このような単一評価指標の 1 次元的異質性分布と相関構造を持つ異質性の同時分布をコピュラを用いて表現することにより，構造物の多元的劣化過程全体を多次元の混合マルコフ劣化ハザードモデルシステムで表現することが可能となる．筆者らが知る限り，コピュラを用いた多元的劣化予測モデルは他に研究事例が見当たらない．

4.2.2 構造物劣化速度の多元的評価

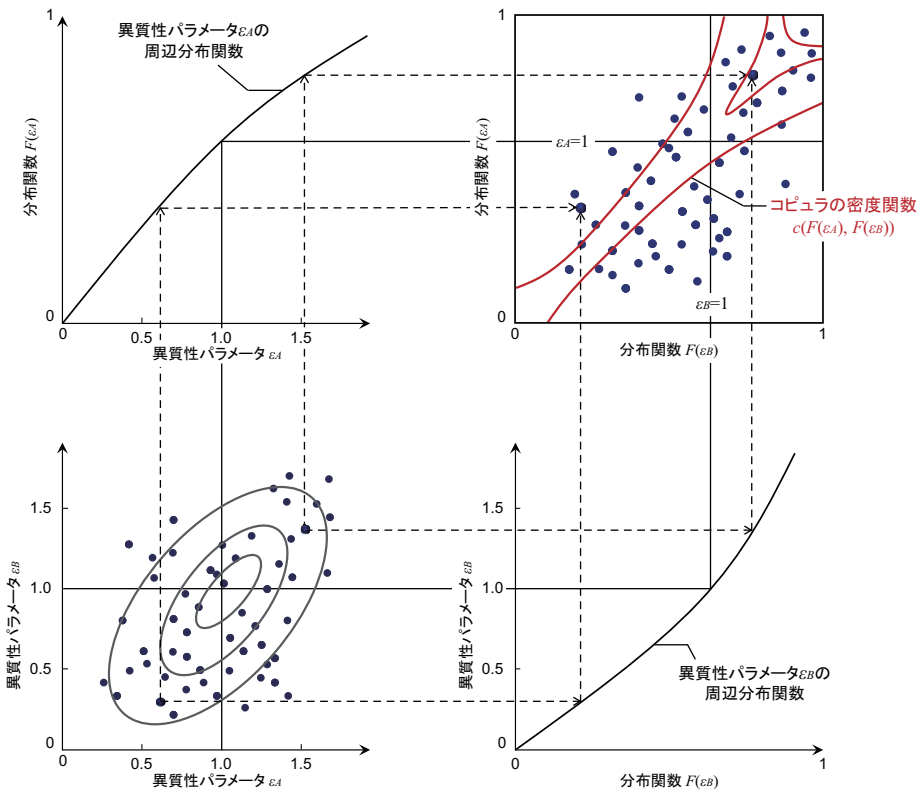
従来より，単一の健全度指標に基づいて構造物の劣化過程を表現する研究が蓄積されている．例えば，舗装の劣化過程に関しては，1) ひび割れ，わだち掘れ，平坦性という個別劣化事象を MCI 指標という単一の評価指標に総合化するとともに，1 元化された総合化指標の時間的変化をモデル化する方法，2) ひび割れ，わだち掘れ，平坦性という個別劣化事象のみに着目し，それぞれの劣化事象の経年的変化をモデル化する方法が採用されてきた．しかしながら，社会基盤施設の劣化過程には，多様な劣化要因が介在するために，1) 構造物によっては，ある単一の劣化事象が卓越する場合や，2) 複数の劣化事象が互いに相互作

用を及ぼしながら劣化が進展する場合などがありうる．現実に観測される点検データには，このような複数の場合が混在する．このため，1 つの健全度として総合化されたデータを用いた場合，その健全度がどの劣化事象の状況を表しているのかという情報は獲得できない．また，単一の劣化事象を用いた劣化過程モデルでは，社会基盤施設ごとによる劣化事象の異質性や，劣化事象間の相関性を表現できないという限界が存在する．

本研究で提案する多元的劣化過程モデルは，構造物の劣化状態を複数の健全度指標で表現する．その際，単一の劣化事象に関しても，構造物カテゴリーにより劣化メカニズムが多様に異なることに着目し，劣化速度の異質性を明示的に考慮した混合マルコフ劣化ハザードモデルを用いて，着目している劣化事象の進行過程を表現する．混合マルコフ劣化ハザードモデルでは，ベースラインモデルを用いて劣化過程のベンチマーキングモデルを表現し，構造物カテゴリーの異質性を，異質性パラメータ ε を用いた比例ハザードモデルで表現することになる．異質性パラメータ ε が確率密度関数 $f(\varepsilon)$ に従って分布する場合，異質性パラメータを用いて，ベンチマーキングケースに対して，個々の構造物カテゴリーの劣化速度を相対的に評価することが可能となる．すなわち，$\varepsilon = 1$ の場合がベンチマーキングケースに該当すると考える．このとき，$\varepsilon > 1$ のサンプルはベンチマーキングケースより相対的に劣化が早い構造物カテゴリーとして，$\varepsilon < 1$ の場合は劣化が遅いカテゴリーとして相対評価することが可能となる．

異質性パラメータ値は構造物カテゴリーごとの劣化特性の異質性だけでなく，複数の劣化事象の相互作用による劣化速度の異質性も表すことになる．したがって，社会基盤施設の劣化状態を複数の健全度指標で評価する場合，それぞれの劣化事象に関する劣化速度の異質性を表す異質性パラメータが互いに相関構造を持つ可能性が存在する．**図–4.1** は，複数の社会基盤施設の劣化状態を 2 種類の劣化事象 A，B を用いて評価する場合を想定している．図に示すように，各社会基盤施設の劣化速度の異質性を ε_A，ε_B という 2 種類の異質性パラメータで表現している．それぞれの構造物カテゴリーの劣化特性は，2 次元空間上におけるポジショニングにより表現される．**図–4.1** の左図の縦軸，横軸にはそれぞれの劣化事象の異質性パラメータの値を表している．異質性パラメータの組 $(\varepsilon_A, \varepsilon_B)$ は，2 次元空間において同時確率密度関数 $f(\varepsilon_A, \varepsilon_B)$ に従って分布していると考えることができる．**図–4.1** の左図の各点は構造物カテゴリーごとの異質性パラメータの値を 2 次元空間上にプロットした結果である．同時確率密度関数 $f(\varepsilon_A, \varepsilon_B)$ を用いて，例えば，異質性パラメータ ε_B が既知である場合に，ε_A が生起する条件付き確率密度を求めることができる．**図–4.1** のように，異質性パラメータ間に正の相関関係があるとき，劣化事象 B の異質性パラメータ ε_B が大きくなればなるほど，劣化事象 A の期待寿命も短くなるという，劣化事象の相互作用による複合的な劣化過程を同時確率密度関数 $f(\varepsilon_A, \varepsilon_B)$ を用いて表現することができる．

図–4.1 に示すような異質性パラメータの空間的分布状態に関する情報を用いることにより，構造物の劣化特性を多元的に評価することが可能となる．同図のような同時分布の場



図–4.2　異質性パラメータの同時分布とコピュラ

合，例えば構造物の劣化特性を 4 つのグループに分類することができる．第 1 象限は，2 つの劣化事象がともにベンチマーキングケース ($\varepsilon_A = 1, \varepsilon_B = 1$) より，劣化速度が相対的に早い場合を意味している．第 2 象限，第 4 象限は，それぞれ劣化事象 A, B の進行が卓越している場合を意味している．さらに，第 3 象限は，ベンチマーキングケースより劣化の進展が遅い構造物カテゴリー群を表していると評価することができる．2 種類の異質性パラメータを**図–4.1** のように空間的分布として表現することにより，多元的な劣化事象を考慮して個々の構造物の劣化特性を俯瞰的に整理することができる．

4.2.3　コピュラによる相関構造のモデル化

本研究では，多変量の周辺分布間の依存構造を表現するためにコピュラ [11] を用いる．コピュラは，複数の確率変数の周辺分布関数とそれらの同時分布関数を接合する関数であり，接合分布関数とも呼ばれる．コピュラは金融工学の分野での研究事例が豊富であり，例えば，戸坂・吉羽 [12] は，5 種類のコピュラを例に，パラメータ推定法，乱数発生法，裾依存性などの議論を行い，貸出ポートフォリオの信用リスクと株式ポートフォリオの株価変動リスクを実証分析において算出している．土木計画学の分野においては，例えば桑野等 [13] が，自動車の保有時間と年間走行距離の相互依存性をコピュラにより表現し，自動車保有・

利用行動の同時決定モデルの開発を行い，中国地方のアンケート調査データを用いた実証分析によりその有用性を示している．しかし，社会基盤施設の劣化予測モデルにコピュラを適用した事例は筆者らの知る限り存在しない．

多次元確率分布を直接推定する方法は，すでに数多く存在しており，そのためのソフトウェアも利用可能である．コピュラも観測結果に基づいて多次元確率分布を推定する方法であるが，多変量周辺分布の確率構造を維持しながら，同時分布関数を推定できる点に特徴がある．**図–4.2** は，コピュラ，異質性パラメータの周辺分布，**図–4.1** で示した異質性パラメータの同時分布の 3 者の関係を模式的に示している．異質性パラメータの同時分布は，周辺分布とコピュラに分解される．**図–4.2** では，周辺分布関数に従い分布する異質性パラメータの値を用いて，それぞれの劣化事象の劣化速度に関する相対評価を行うことができる．さらに，個別の劣化事象に関する劣化速度の相対評価結果を用いて，2 次元空間上における相対評価を行うことが可能になる．このようにコピュラは周辺分布関数と同時分布関数を接合することを目的としており，個別指標による相対評価と多次元空間上の相対評価の整合性を確保しながら，異質性パラメータの相関構造を同時確率分布関数として推定することが可能になるという利点がある．さらに，**4.4** で議論するように，社会基盤施設劣化事象に関するデータは，それぞれ異なる目視点検方法により獲得できる場合が多い．さらに，目視点検方法により，点検頻度や点検時点が異なることも多い．このため，2 つの劣化事象に関するデータを同時に獲得することが困難な場合が少なくない．本研究では，個々の劣化事象に関する劣化過程を混合マルコフ劣化ハザードモデルを用いて表現するとともに，個別劣化事象ごとに定義される異質性パラメータの確率分布をコピュラを用いて接合することにより多元的な劣化過程全体を表現する．このような方法を採用することにより，多元的劣化過程の部分的観測可能性を克服することが可能となる．筆者らの知る限り，このような相対評価の多元的整合性，多元的劣化事象の部分的観測可能性の問題に対して，多元的劣化過程全体をモデル化した研究事例は見当たらない．

4.3 多元的劣化過程モデル

4.3.1 モデル化の前提条件

カレンダー時刻 s_0 を初期時点 $t=0$ とする離散的時間軸 $t=0,1,2,\cdots$ を考え，離散的時間軸上の点を時点と呼び，カレンダー時刻と区別する．単位時間幅を 1 に基準化する．多元的な劣化事象 d $(d=1,\cdots,D)$ のそれぞれに対して I_d 個の健全度 (以下，個別健全度と呼ぶ) i_d $(i_d=1,\cdots,I_d)$ が定義される．i_d の値が大きくなるほど，劣化が進展していることを表す．時点 t における劣化事象 d の個別健全度を状態変数 $h_d(t)=i_d$ $(i_d=1,\cdots,I_d;t=0,1,\cdots)$ を用いて表現する．劣化事象 d に関する劣化過程がマルコフ連鎖に従うと仮定し，離散時間軸上における個別健全度間の推移確率をマルコフ推移確率を用いて表現する．劣化事象 d の劣化過程を表す推移確率は，時点 t における個別健全度 $h_d(t)=i_d$ を与件とし，次の時点 $t+1$ における個別健全度 $h_d(t+1)=j_d(j_d\geq i_d)$ が生起する条件付確率

$$\mathrm{Prob}[h_d(t+1)=j_d|h_d(t)=i_d]=\pi^d_{i_d,j_d} \tag{4.2}$$

を用いて定義される．マルコフ推移確率（式 (4.2)）は所与の 2 つの時点 t，$t+1$ の間において生じる健全度間の推移確率を示したものであり，対象とする点検間隔が異なれば推移確率の値は異なる．補修がない限り常に劣化が進行するので，$\pi^d_{i_d,j_d}=0$ $(i_d>j_d)$ が成立する．推移確率の定義より $\sum_{j_d=i_d}^{I_d}\pi^d_{i_d,j_d}=1$ が成立する．すなわち，マルコフ推移確率に関して，

$$\left.\begin{array}{l}\pi^d_{i_d,j_d}\geq 0\ (i_d,j_d=1,\cdots,I_d)\\ \pi^d_{i_d,j_d}=0\ (i_d>j_d\text{の時})\\ \sum_{j_d=i_d}^{I_d}\pi^d_{i_d,j_d}=1\end{array}\right\} \tag{4.3}$$

が成立する．健全度 I_d は，補修がない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり，$\pi^d_{I_dI_d}=1$ が成立する．なお，マルコフ連鎖モデルでは，健全度が i_d-1 から i_d に推移した時点にかかわらず，時点 t から時点 $t+1$ の間に推移する確率は時点 t における健全度のみに依存するというマルコフ性を満足する [14]．

4.3.2 混合マルコフ劣化ハザードモデル

いま，構造物カテゴリーごとに，劣化速度が異なると考える．構造物カテゴリー k $(k=1,\cdots,K)$ の構造物 l^k $(l^k=1,\cdots,L^k)$ で発生する劣化事象 d $(d=1,\cdots,D)$ の個別健全度 i_d $(i_d=1,\cdots,I_d-1)$ のハザード率を，個別ハザード率

$$\lambda^{l^k,d}_{i_d}=\tilde{\lambda}^{l^k,d}_{i_d}\varepsilon^k_d \tag{4.4}$$
$$(i_d=1,\cdots,I_d-1;l^k=1,\cdots,L^k;k=1,\cdots,K;d=1,\cdots,D)$$

を用いて表す．ここに，$\tilde{\lambda}_{i_d}^{l^k,d}$ は，構造物カテゴリー k の構造物 l^k が有する劣化事象 d の個別健全度 i_d の平均的なハザード率（以下，標準ハザード率）である．異質性パラメータ ε_d^k は，構造物カテゴリー k $(k=1,\cdots,K)$ における劣化事象 d の標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_{i_d}^{l^k,d}$ からの乖離の程度を表す確率変数であり，$\varepsilon_d^k \geq 0$ が成立すると仮定する．異質性パラメータ ε_d^k の値が大きくなるほど，当該構造物カテゴリー k に含まれる全ての構造物の劣化事象 d の劣化速度が，標準ハザード率に対して大きいことを表す．式 (4.4) において，全ての健全度のハザード率に，同一の確率変数 ε_d^k が含まれる．このことは，ある健全度において劣化速度が大きい場合，他の健全度の劣化速度も相対的に大きくなることを意味する．

構造物カテゴリー k $(k=1,\cdots,K)$ の劣化事象 d に関する異質性パラメータ ε_d^k の値を $\bar{\varepsilon}_d^k$ に固定する．構造物カテゴリー k のある任意の構造物に関して劣化事象 d の健全度 i_d の寿命が y 以上となる確率 $\tilde{G}_{i_d}^d(y|\bar{\varepsilon}_d^k)$ を，指数ハザード率（式 (4.4)）を用いて

$$\tilde{G}_{i_d}^d(y|\bar{\varepsilon}_d^k) = \exp(-\tilde{\lambda}_{i_d}^{l^k,d}\bar{\varepsilon}_d^k y) \tag{4.5}$$

と表わす．劣化事象 d に関して，構造物カテゴリー k のある構造物の第 1 回目の点検時刻 $\tau_{\alpha,d}^k$ で健全度が i_d と判定され，次の点検時刻 $\tau_{\beta,d}^k = \tau_{\alpha,d}^k + z_d^k$ においても健全度が i_d と判定される確率 $\pi_{i_d i_d}^d(z_d^k|\bar{\varepsilon}_d^k)$ は，

$$\pi_{i_d i_d}^d(z_d^k|\bar{\varepsilon}_d^k) = \exp(-\tilde{\lambda}_{i_d}^{l^k,d}\bar{\varepsilon}_d^k z_d^k) \tag{4.6}$$

となる．また，点検時刻 $\tau_{\alpha,d}^k$ と $\tau_{\beta,d}^k = \tau_{\alpha,d}^k + z_d^k$ の間で健全度が i_d から j_d $(> i_d)$ に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{i_d j_d}^d(z_d^k|\bar{\varepsilon}_d^k)$ は，式 (4.4) より，

$$\begin{aligned}
\pi_{i_d j_d}^d(z_d^k|\bar{\varepsilon}_d^k) &= \sum_{c=i_d}^{j_d} \prod_{m=i_d,\neq c}^{j_d-1} \frac{\tilde{\lambda}_m^{l^k,d}}{\tilde{\lambda}_m^{l^k,d} - \tilde{\lambda}_c^{l^k,d}} \exp(-\tilde{\lambda}_c^{l^k,d}\bar{\varepsilon}_d^k z_d^k) \\
&= \sum_{c=i_d}^{j_d} \psi_{i_d j_d}^{c,d}(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k,d}) \exp(-\tilde{\lambda}_c^{l^k,d}\bar{\varepsilon}_d^k z_d^k) \\
&\quad (i_d = 1,\cdots,I_d-1; j_d = i_d+1,\cdots,I_d; k=1,\cdots,K)
\end{aligned} \tag{4.7}$$

と表すことができる [2]．ただし，$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k,d} = (\tilde{\lambda}_1^{l^k,d},\cdots,\tilde{\lambda}_{I_d-1}^{l^k,d})$ である．また，$\psi_{i_d j_d}^{c,d}(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k,d})$ は

$$\psi_{i_d j_d}^{c,d}(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k,d}) = \prod_{m=i_d,\neq c}^{j_d-1} \frac{\tilde{\lambda}_m^{l^k,d}}{\tilde{\lambda}_m^{l^k,d} - \tilde{\lambda}_c^{l^k,d}} \tag{4.8}$$

となり，標準ハザード率のみの関数で表される．ただし，表記上の規則として，

$$\begin{cases} \prod_{m=i_d}^{j_d-1} \frac{\lambda_m^{l^k,d}}{\lambda_m^{l^k,d} - \lambda_c^{l^k,d}} = 1 & (i_d = c \text{ の時}) \\ \prod_{m=j_d}^{l-1} \frac{\lambda_m^{l^k,d}}{\lambda_{m+1}^{l^k,d} - \lambda_c^{l^k,d}} = 1 & (m = j_d \text{の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える．さらに，表記の便宜上，

$$\prod_{m=i_d,\neq c}^{j_d-1} \frac{\lambda_m^{l^k,d}}{\lambda_m^{l^k,d} - \lambda_c^{l^k,d}} = \prod_{m=s}^{c-1} \frac{\lambda_m^{l^k,d}}{\lambda_m^{l^k,d} - \lambda_c^{l^k,d}} \prod_{m=c}^{j_d-1} \frac{\lambda_m^{l^k,d}}{\lambda_{m+1}^{l^k,d} - \lambda_c^{l^k,d}}$$

表–4.1　代表的なアルキメディアン・コピュラ

コピュラ	生成関数 $\zeta(u_d)$	分布関数 $C(u_1,\cdots,u_D)$	確率密度関数 $c(u_1,\cdots,u_D)=\dfrac{\partial^D C(u_1,\cdots,u_D)}{\partial u_1\cdots\partial u_D}$
ガンベル $a\in(1,\infty)$	$(-\ln u_d)^a$	$\exp[-\{\sum_{d=1}^D(-\ln u_d)^a\}^{\frac{1}{a}}]$	一般形が存在しないため 分布関数を随時偏微分
クレイトン $a\in(0,\infty)$	$\frac{1}{a}(u_d^{-a}-1)$	$(\sum_{d=1}^D u_d^{-a}-D+1)^{-\frac{1}{a}}$	$\{\prod_{d=1}^{D-1}(1+da)\}(\prod_{d=1}^D u_d^{-a-1})$ $(\sum_{d=1}^D u_d^{-a}-D+1)^{-\frac{1}{a}-D}$
フランク $a\in(0,\infty)$	$\ln\{\exp(-au_d)-1\}$ $-\ln\{\exp(-a)-1\}$	$-\frac{1}{a}\ln\left[1+\frac{\prod_{d=1}^D\{\exp(-au_d)-1\}}{\{\exp(-a)-1\}^{D-1}}\right]$	一般形が存在しないため 分布関数を随時偏微分

と簡略化する．また，$\pi^d_{i_d I_d}(z^k_d|\bar{\varepsilon}^k_d)$ に関しては，

$$\pi^d_{i_d I_d}(z^k_d|\bar{\varepsilon}^k_d)=1-\sum_{j_d=i_d}^{I_d-1}\pi^d_{i_d j_d}(z^k_d|\bar{\varepsilon}^k_d) \tag{4.9}$$

と表すことができる．

期間 $[\tau^k_{\alpha,d},\tau^k_{\beta,d})$ における構造物 l^k の劣化事象 d の劣化過程を個別ハザード率 $\lambda^{l^k,d}_{i_d}=\tilde{\lambda}^{l^k,d}_{i_d}\varepsilon^k_d$ $(i_d=1,\cdots,I_d-1)$ を用いて表現する．健全度 I_d はマルコフ連鎖の吸収状態であり，$\pi^d_{I_d I_d}=1$ が成立するためにハザード率 $\tilde{\lambda}^{l^k,d}_{I_d}$ は必然的に $\tilde{\lambda}^{l^k,d}_{I_d}=0$ となる．構造物の劣化過程を特徴づける標準ハザード率 $\tilde{\lambda}^{l^k,d}_{i_d}$ $(i_d=1,\cdots,I_d-1;k=1,\cdots,K)$ は構造物の特性ベクトル $\boldsymbol{x}^{l^k}_d=(x^{l^k}_{d,1},\cdots,x^{l^k}_{d,M})$ に依存すると考え，標準ハザード率 $\tilde{\lambda}^{l^k,d}_{i_d}$ を

$$\tilde{\lambda}^{l^k,d}_{i_d}=\exp(\boldsymbol{x}^{l^k}_d\boldsymbol{\beta}^{d\,\prime}_{i_d}) \tag{4.10}$$

と表す．ただし，$\boldsymbol{\beta}^d_{i_d}=(\beta^d_{i_d,1},\cdots,\beta^d_{i_d,M})$ は未知パラメータ $\beta^d_{i_d,m}$ $(m=1,\cdots,M)$ による行ベクトル，記号「$\prime$」は転置操作を表す．また，$x^{l^k}_{d,1}=1$ より，$\beta^d_{i_d,1}$ は定数項を表す．

4.3.3　多元的劣化事象の相関構造

D 種類の劣化事象の異質性パラメータ ε^k_d の同時確率分布をコピュラ C を用いて表す．コピュラの詳細は参考文献 [12, 11] に譲るが，読者の便宜を図るためにコピュラの概要を説明する．周辺分布関数 $F_1,\cdots,F_D$ を持つ D 個の確率変数 $\varepsilon_1,\cdots,\varepsilon_D$ の連続な同時分布関数を $F(\varepsilon_1,\cdots,\varepsilon_D)$ とすると，スクラーの定理 [15] より，

$$F(\varepsilon_1,\cdots,\varepsilon_D)=C(F_1(\varepsilon_1),\cdots,F_D(\varepsilon_D)) \tag{4.11}$$

を満たすコピュラ C が一意に存在する．スクラーの定理から，コピュラ C に周辺分布 $F_1,\cdots,F_D$ を適用することによって生成される $C(F_1(\varepsilon_1),\cdots,F_D(\varepsilon_D))$ は，周辺分布を区間 $[0,1]$ とする同時分布関数である．また，

- 任意の $u_d=F_d(\varepsilon_d)\in[0,1]$ $(d=1,\cdots,D)$ について，$C(u_1,\cdots,u_{d-1},0,u_{d+1},\cdots,u_D)=0$

- 任意の $u_d = F_d(\varepsilon_d) \in [0,1]$ $(d = 1,\cdots,D)$ について，$C(1,\cdots,1,u_d,1,\cdots,1) = u_d$
- $u_d^1 \le u_d^2$ を満たす全ての $(u_1^1,\cdots,u_D^1)$，$(u_1^2,\cdots,u_D^2) \in [0,1]^D$ に対して，

$$\sum_{i_1=1}^{2}\cdots\sum_{i_D=1}^{2}(-1)^{\sum_{s=1}^{D} i_s} C(u_1^{i_1},\cdots,u_D^{i_D}) \ge 0$$

の 3 つの性質を全て満たすような関数 C がコピュラとして定義される [11]．このとき，個々の劣化事象の異質性パラメータベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}_d = (\varepsilon_d^1,\cdots,\varepsilon_d^K)$ の同時確率密度関数 $f(\boldsymbol{\varepsilon})$ は，コピュラの分布関数 $C(F_1(\varepsilon_1),\cdots,F_D(\varepsilon_D))$ あるいは確率密度関数 $c(F_1(\varepsilon_1),\cdots,F_D(\varepsilon_D))$ を用いて，

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\varepsilon}) &= \frac{\partial^D C(F_1(\varepsilon_1),\cdots,F_D(\varepsilon_D))}{\partial F_1(\varepsilon_1)\cdots\partial F_D(\varepsilon_D)}\prod_{d=1}^{D} f_d(\varepsilon_d) \\ &= c(F_1(\varepsilon_1),\cdots,F_D(\varepsilon_D))\prod_{d=1}^{D} f_d(\varepsilon_d) \end{aligned} \tag{4.12}$$

と表現できる．なお，$\boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{\varepsilon}_1,\cdots,\boldsymbol{\varepsilon}_D)$ であり，同時確率密度関数（式 (4.12)）は，構造物カテゴリーの違いに起因した異質性パラメータ $(\varepsilon_1^k,\cdots,\varepsilon_D^k)$ $(k = 1,\cdots,K)$ の同時分布における同時確率密度を示している．ここに，f_d は周辺分布関数 F_d の確率密度関数であり，ガンマ分布

$$f_d(\varepsilon_d) = \frac{(\phi_d)^{\phi_d}}{\Gamma(\phi_d)}(\varepsilon_d)^{\phi_d - 1}\exp(-\phi_d\varepsilon_d) \tag{4.13}$$

を仮定する．なお，ガンマ分布（式 (4.13)）は形状パラメータが ϕ_d，尺度パラメータが $1/\phi_d$ であり，平均 1，分散 $1/\phi_d$ をとる．このことにより，個別ハザード率の期待値が標準ハザード率と一致する．

周辺分布に関する情報を用いて同時確率分布を表現するために様々なコピュラが提案されている．本研究では，金融工学の分野での使用実績が十分にあり，乱数発生方法が知られているなど実務的にも扱いやすい，1 パラメータ・アルキメディアン・コピュラ [12] を用いる．周辺分布関数をそれぞれ $F_1(x_1) = u_1,\cdots,F_d(x_d) = u_d,\cdots,F_D(x_D) = u_D$ とする D 変量間の 1 パラメータ・アルキメディアン・コピュラの分布関数 $C(u_1,\cdots,u_D)$ は，生成関数 $\zeta(u_d)$ を用いて，

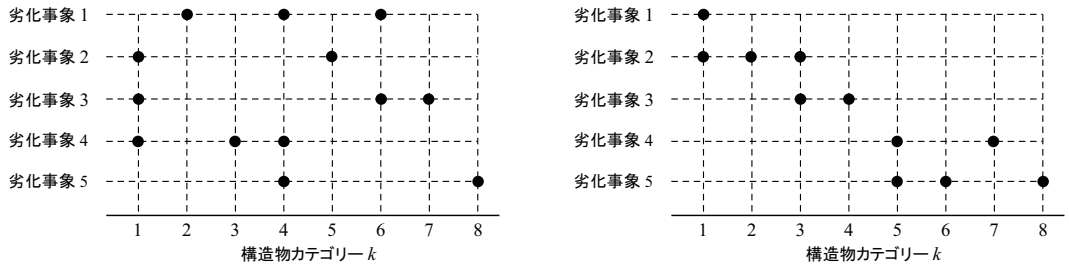
$$C(u_1,\cdots,u_D) = \zeta^{-1}\left(\sum_{d=1}^{D}\zeta(u_d)\right) \tag{4.14}$$

と表現できる．アルキメディアン・コピュラにおいて，

$$C(1,\cdots,1,u_{d_1},1,\cdots,1,u_{d_2},1,\cdots,1) = C(u_{d_1},u_{d_2}) \tag{4.15}$$

が成り立つ [11]．本研究の適用事例においては，アルキメディアン・コピュラとしてガンベル・コピュラ [16]，クレイトン・コピュラ [17]，フランク・コピュラ [18] の 3 種類のコピュラをとりあげる．**表–4.1** にガンベル・コピュラ，クレイトン・コピュラ，フランク・コピュラの生成関数，分布関数，確率密度関数を示している．ただし，ガンベル・コピュラ，フラン

ク・コピュラの多変量確率密度関数は一般的な形で表現することが困難であり，変量数に応じて，随時，分布関数を偏微分することにより求める．また，ガンベル・コピュラのパラメータは $a \in (1,\infty)$，クレイトン・コピュラ，フランク・コピュラのパラメータは $a \in (0,\infty)$ を満たす．コピュラの選定方法として，Romano[19] は経験コピュラ [20] との相違が最小となるコピュラを選定する方法を提案している．一方，Breymann 等 [21] は，パラメータ数の異なるコピュラ間での選定を考慮し，AIC（赤池情報量基準）[22] をコピュラ選定基準としている．本研究では，コピュラを内包した混合マルコフ劣化ハザードモデル間でのモデル比較を行うため，後者の AIC をコピュラ選定基準として採用した．



(a) 獲得パターン 1　　(b) 獲得パターン 2

図–4.3　ある構造物カテゴリー k のデータ獲得例

4.4　複数タイプの点検と部分観測可能性

4.4.1　劣化事象の部分観測可能性

構造物の劣化状態が D 種類の個別健全度指標を用いて評価されると考える．しかし，これらの個別健全度指標に関するデータが同一の点検業務で獲得できるとは限らない．また，構造物カテゴリーによっては，全ての劣化事象に関する点検データを獲得できない場合もありうる．本研究の適用事例の対象とするジョイント部材に着目すると，路上点検と路下点検という 2 種類の方法で劣化事象に関するデータを獲得できる．路上点検は車両の通行止めを伴う詳細な目視点検であり，点検項目は，ジョイントと後打ち材の段差，ゴムのはく離・亀裂，フィンガーの段差，異常音などである．一方，路下点検は橋脚天端からジョイントの状態を視認する定期的な目視点検である．点検項目は，異常音，漏水などであるが，一部の点検項目が路上点検と重複している．路上点検は道路のリフレッシュ工事などの一斉通行止め期間や簡易規制による通行止めを利用して実施される．一方，路下点検は通行止めの必要がなく管理対象とするジョイント部材に対して網羅的に点検データを獲得することができる．このため，路上点検と路下点検の実施頻度は異なり，両者の実施タイミングを同期化することは不可能に近い．さらに，それぞれの点検業務で観測される劣化事象が異なっており，全ての劣化事象に関する情報を同一の時点で獲得することは極めて困難である．このような多元的劣化事象の部分的観測可能性に起因して，ジョイント毎の多元的な劣化事象を 1 つの健全度として集約的に評価することは不可能である．しかし，各劣化事象の健全度評価の結果の間に相関関係が存在する．そこで，本研究では，異なる目視点検により得られる断片的な情報を用いて，多元的劣化過程全体を推定するような方法論を提案することとする．これにより，路上点検と路下点検データに存在する相関関係を明示的に扱うことが可能になれば，路下点検の結果に基づき，通行止めが必要となる路上点検箇所を絞り込むことができる．

4.4.2　データ構造

構造物の劣化状態を D 種類の健全度指標を用いて評価する．構造物は K 個のカテゴリーに分類され，各構造物カテゴリー $k(k=1,\cdots,K)$ には L^k 個の構造物が含まれる．各構造物カテゴリーに含まれる構造物は，異質性パラメータ ε_d^k を共有する．**図–4.3** に示すように，構造物カテゴリーにより，観測可能な劣化事象のタイプが異なる場合を考える．同図中の黒丸は，当該カテゴリーで当該劣化事象の点検が 2 回以上実施され，マルコフ劣化ハザードモデル推定のための健全度ペアサンプルが作成可能であることを意味する．コピュラの未知パラメータ推定に際し，構造物カテゴリーにおけるデータの同時観測可能性が重要となる．**図–4.3** に示すように，8 個の構造物カテゴリー $k=1,\cdots,8$ と 5 個の劣化事象 $d=1,\cdots,5$ を考える．例えば，**図–4.3(a)** では，構造物カテゴリー 1 で劣化事象 2，3，4 の，構造物カテゴリー 4 で劣化事象 1，4，5 の健全度ペアサンプルがそれぞれ観測されている．このとき，構造物カテゴリー 1 と 4 でそれぞれ部分的な劣化事象に対し観測された点検データを用いることにより，劣化事象 4 を介して劣化事象 $1,\cdots,5$ までの全ての劣化事象同士の相関構造をコピュラを用いて推定できる．この場合，劣化事象は連結可能性条件を満足していると呼ぶ．一方，**図–4.3(b)** では，劣化事象グループ 1（劣化事象 1,2,3）と劣化事象グループ 2（劣化事象 4,5）が同時に観測されたような構造物カテゴリーが存在しない．コピュラは異質性パラメータの同時生起分布を表現するものであり，コピュラの推定バイアスを抑止するためには観測データが連結可能性条件を満足することが望ましい．

本研究では，各構造物カテゴリーに対して劣化事象間の相関関係をコピュラにより表現する．その際，**図–4.3(a)** のように全ての劣化事象が連結可能であることを仮定する．いま，構造物カテゴリー単位に観測される劣化事象グループ $\omega^k(k=1,2,\cdots,K)$ を設定する．例えば，**図–4.3(a)** では，構造物カテゴリー 1 では劣化事象 2,3,4 が観測でき，劣化事象グループは $\omega^1=\{2,3,4\}$ と表される．構造物カテゴリー 2 では，劣化事象 1 のみが観測されるため，劣化事象グループは $\omega^2=\{1\}$ と表現できる．ここで，任意の劣化事象 d,d' $(d,d'=1,\cdots,D)$ に関して，ダミー変数 $\iota_{d,d'}$ を

$$\iota_{d,d'}=\begin{cases}1 & d,d'\in\omega^k\text{となる } k \text{ が存在する}\\ 0 & \text{そうでないとき}\end{cases} \tag{4.16}$$

と定義する．ダミー変数 $\iota_{d,d'}$ を (d,d') 要素とする $D\times D$ 行列 $\boldsymbol{H}$ に対して

$$\times_D\boldsymbol{H}=\mathbf{1} \tag{4.17}$$

が成立すると考える．ただし，記号 $\times_D$ はブール演算により行列 $\boldsymbol{H}$ を D 回乗ずる演算を表す．$\mathbf{1}$ は全ての要素を 1 とする $D\times D$ 次元の行列である．条件（式 (4.17)）を構造物カテゴリー内での連結可能性条件と呼ぶ．

4.4.3　部分観測結果と同時確率密度関数

本研究では，各構造物カテゴリーに対して劣化事象間の相関関係をコピュラにより表現する．さらに，**図–3(a)** に示したように劣化事象は互いに連結可能であるが，各構造物カテゴリーでは必ずしも全ての劣化事象に関する点検データが獲得されていないような場合を想定する．構造物カテゴリー k に対して観測可能な劣化事象の集合 ω^k に基づいて，構造物カテゴリーと各劣化事象の関係を表すダミー変数 ν_d^k を

$$\nu_d^k = \begin{cases} 1 & d \in \omega^k \\ 0 & d \notin \omega^k \end{cases} \tag{4.18}$$

と定義する．さらに，構造物カテゴリー k で観測可能な劣化事象に対応する異質性パラメータベクトルを $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k = \{F_1(\varepsilon_1^k)^{\nu_1^k}, \cdots, F_D(\varepsilon_D^k)^{\nu_D^k}\}$ と表す．$\nu_d^k = 0$ の場合，$F_d(\varepsilon_d^k)^{\nu_d^k} = 1$ となる．このとき，部分異質性パラメータベクトル $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k$ の周辺分布間の相関関係を表現するコピュラの分布関数 $\tilde{C}(\hat{\boldsymbol{F}}^k(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k))$ を

$$\tilde{C}(\hat{\boldsymbol{F}}^k(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k)) = C(F_1(\varepsilon_1^k)^{\nu_1^k}, \cdots, F_D(\varepsilon_D^k)^{\nu_D^k}) \tag{4.19}$$

と定義する．1 パラメータ・アルキメディアン・コピュラの性質（式 (4.15)）より，式 (4.19) は劣化事象集合 ω^k 内の劣化事象のみに着目した異質性パラメータに関するコピュラの部分分布関数を表している．ここで，式 (4.19) において，構造物カテゴリー k において観測可能な劣化事象の集合 ω^k に属する R^k 個の劣化事象をそれぞれ $\hat{d}_{r^k}^k$ $(r^k = 1, \cdots, R^k)$ と表記する．この時，カテゴリー k に対するコピュラの確率密度関数 $\tilde{c}(\hat{\boldsymbol{F}}^k(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k))$ は，

$$\tilde{c}(\hat{\boldsymbol{F}}^k(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k)) = \frac{\partial^{R^k} \tilde{C}(\hat{\boldsymbol{F}}^k(\boldsymbol{\varepsilon}^k))}{\partial \hat{F}_{\hat{d}_1^k}(\varepsilon_{\hat{d}_1}^k) \cdots \partial \hat{F}_{\hat{d}_{R^k}^k}(\varepsilon_{\hat{d}_{R^k}^k})} \tag{4.20}$$

と表現することができる．構造物カテゴリー k の異質性パラメータベクトル $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k$ の同時確率密度関数 $\hat{f}^k(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k)$ は，コピュラの確率密度関数 $\tilde{c}(\hat{\boldsymbol{F}}^k(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k))$，周辺確率密度関数 $f_d(\varepsilon_d^k)$，ダミー変数 ν_d^k を用いて，

$$\hat{f}^k(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k) = \tilde{c}(\hat{\boldsymbol{F}}^k(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k)) \cdot \prod_{d=1}^{D} \{f_d(\varepsilon_d^k)\}^{\nu_d^k} \tag{4.21}$$

と表現できる．同時確率密度関数（式 (4.21)）を用いることにより，ある構造物カテゴリー k において，ある劣化事象 d' に関する観測データが存在しない場合でも，残りの劣化事象 d に関する点検データが獲得されている場合には，その点検データを用いて異質性パラメータの周辺分布の推定に用いることが可能となる．

4.4.4　尤度関数

いま，構造物カテゴリー k の構造物 l^k $(l^k = 1, \cdots, L^k)$ に対して，それぞれの劣化事象に関する複数の目視点検結果が得られていると考える．構造物カテゴリー k の劣化事象 d に関する

離散時間軸上の隣接する目視点検時点を $(\tau^k_{\alpha,d}, \tau^k_{\beta,d})$ と表す．ただし，$\tau^k_{\alpha,d}$ は先行する目視点検時点であり，$\tau^k_{\beta,d}$ は後続の目視時点を表す．$\bar{z}^k_d$ は隣接する 2 つの時点の期間長である．2 つの時点で観測された構造物の健全度を $\bar{h}^{l^k}_d(\tau^k_{\alpha,d})$，$\bar{h}^{l^k}_d(\tau^k_{\beta,d})$ と表す．記号「 ¯ 」は，実測値を意味する．点検時点における健全度に基づいて，ダミー変数 $\bar{\delta}^{l^k,d}_{i_d j_d}$ $(i_d = 1, \cdots, I_d - 1, j_d = i_d, \cdots, I_d$; $k = 1, \cdots, K; l^k = 1, \cdots, L^k)$ を

$$\bar{\delta}^{l^k,d}_{i_d j_d} = \begin{cases} 1 & \bar{h}^{l^k}_d(\tau^k_{\alpha,d}) = i_d, \bar{h}^{l^k}_d(\tau^k_{\beta,d}) = j_d \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \tag{4.22}$$

と定義する．さらに，ダミー変数ベクトルを $\bar{\boldsymbol{\delta}}^{l^k}_d = (\bar{\delta}^{l^k,d}_{11}, \cdots, \bar{\delta}^{l^k,d}_{I_d-1,I_d})$，構造物 l^k に関わる劣化事象 d の劣化速度に影響を及ぼす特性ベクトルを $\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}_d = (\bar{x}^{l^k}_{d,1}, \cdots, \bar{x}^{l^k}_{d,M})$ と表す．また，第 1 番目の説明変数は定数項に該当する変数であり，恒等的に $x^{l^k}_{d,1} = 1$ である．構造物カテゴリー k に属する構造物 l^k の点検データ d の点検サンプルが有する情報を $\boldsymbol{\xi}^{l^k}_d = (\bar{\boldsymbol{\delta}}^{l^k}_d, \bar{z}^k_d, \bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}_d)$，目視点検データ全体を Ξ と表す．

いま，目視点検データ $\boldsymbol{\xi}^{l^k} = \{\boldsymbol{\xi}^{l^k}_d : d \in \omega^k\}$ を与件とする．この時，目視点検データが観察できる尤度は，マルコフ推移確率と異質性パラメータの同時確率密度関数を用いて，

$$\mathscr{L}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\xi}^{l^k}) = \tilde{c}(\hat{\boldsymbol{F}}^k(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k)) \prod_{d=1}^{D} \left\{ \pi^k_d(\boldsymbol{\xi}^{l^k}|\boldsymbol{\beta}^d, \varepsilon^k_d) f_d(\varepsilon^k_d) \right\}^{\nu^k_d} \tag{4.23}$$

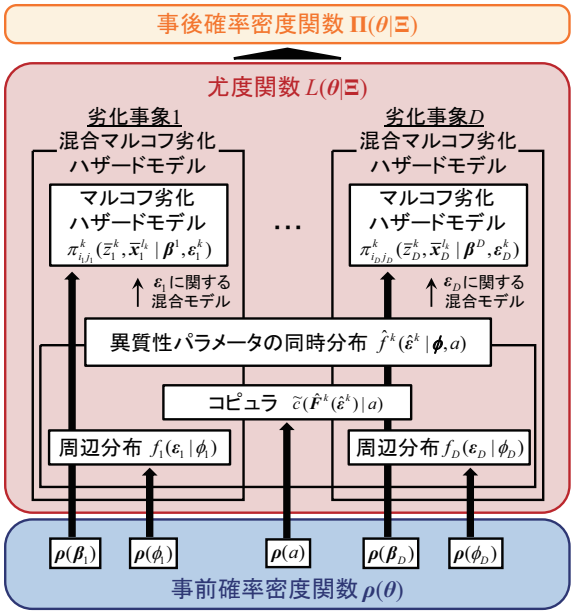
と表現できる．ただし，$\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\phi}, a)$ はパラメータベクトルを表し，$\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}^1, \cdots, \boldsymbol{\beta}^D)$，$\boldsymbol{\beta}^d = (\boldsymbol{\beta}^d_1, \cdots, \boldsymbol{\beta}^d_{I_d-1})$ である．ここに，

$$\begin{aligned} \pi^k_d(\boldsymbol{\xi}^{l^k}|\boldsymbol{\beta}^d, \varepsilon^k_d) &= \prod_{i_d=1}^{I_d-1} \prod_{j_d=i_d}^{I_d} \left\{ \pi^k_{i_d j_d}(\bar{z}_d{}^k, \bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}_d|\boldsymbol{\beta}^d, \varepsilon^k_d) \right\}^{\bar{\delta}^{l^k,d}_{i_d j_d}} \\ &= \prod_{i_d=1}^{I_d-1} \prod_{j_d=i_d}^{I_d} \left\{ \sum_{m=i_d}^{j_d} \psi^m_{i_d j_d}(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k,d}) \exp(-\tilde{\lambda}^{l^k,d}_m \varepsilon^k_d \bar{z}_d{}^{l^k}) \right\}^{\bar{\delta}^{l^k,d}_{i_d j_d}} \end{aligned} \tag{4.24}$$

である．ただし，$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k,d} = (\tilde{\lambda}^{l^k,d}_1, \cdots, \tilde{\lambda}^{l^k,d}_{I_d-1})$ は標準ハザード率を要素とするベクトルである．この時，観測値データ集合 Ξ が観測される尤度 $\mathscr{L}(\boldsymbol{\theta}|\Xi)$ は，

$$\mathscr{L}(\boldsymbol{\theta}|\Xi) = \prod_{k=1}^{K} \prod_{l^k=1}^{L^k} \left[\tilde{c}(\hat{\boldsymbol{F}}^k(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k)) \prod_{d=1}^{D} \left\{ \pi^k_d(\boldsymbol{\xi}^{l^k}|\boldsymbol{\beta}^d, \varepsilon^k_d) f_d(\varepsilon^k_d) \right\}^{\nu^k_d} \right] \tag{4.25}$$

と表現できる．



図–4.4　多元的劣化過程モデルの階層ベイズ推定

4.5　推定手法

4.5.1　コピュラと階層ベイズモデル

本研究では，D 種類の劣化事象それぞれに対して混合マルコフ劣化ハザードモデルを定式化するとともに，コピュラを用いて劣化速度間の相関性を表現したような多元的劣化モデルを定式化した．その際，構造物カテゴリー k の劣化事象 d に関する異質性パラメータ ε^k_d は同時分布（式 (4.12)）から抽出された標本であると考える．異質性パラメータの周辺分布をガンマ分布（式 (4.13)）を用いて定式化する．異質性パラメータの周辺分布のパラメータ ϕ_d も未知パラメータである．パラメータ ϕ_d をハイパーパラメータとして異質性パラメータの分布関数に組み込み，ϕ_d に関しても事前分布を設定する．このように，事前分布を階層化したようなモデルは階層ベイズモデルと総称され，主にマーケティング分析などの分野で研究が進められている [23]．さらに，本研究では，コピュラのパラメータ a の推定も階層ベイズ推定モデルに組み込まれることになる．**図–4.4** に，多元的劣化過程モデルの推定フローを示している．ベイズ推定理論では，**4.5.2** で述べるように，未知パラメータの事前確率密度関数と尤度関数の積が未知パラメータの事後確率密度関数に比例するという性質を利用する．多元的劣化過程モデルにおいて，異質性パラメータの同時分布は，コピュラと周辺分布により表され，さらに，コピュラのパラメータと周辺分布のパラメータに関してもそれぞれ事前確率密度関数が設定されている．このように，多元的劣化過程モデルは複数の階層構造を持った複雑なモデル構造を有しており，最尤推定法を用いて多元的劣化過程モデルを推定することは困難である．本研究では，ベイズ推定法を用いて多元

的劣化過程モデルに含まれる全ての未知パラメータを同時に推定する方法を提案する．

4.5.2 事前確率密度関数の設定

一般的なベイズ推定手法では，パラメータの事前分布と，観測情報に基づいて定義される尤度関数を用いて，パラメータの事後分布を推定する．いま，尤度関数を $\mathscr{L}(\boldsymbol{\theta}|\Xi)$ と表す．ここで，パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ が確率変数で，事前確率密度関数 $\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta})$ に従うと仮定する．目視点検データ Ξ が与件であるときに，未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ の同時事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta}|\Xi)$ はベイズの定理より，

$$\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta}|\Xi) = \frac{\mathscr{L}(\boldsymbol{\theta}|\Xi)\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta})}{\int_{\Theta}\mathscr{L}(\boldsymbol{\theta}|\Xi)\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}} \tag{4.26}$$

と表すことができる．ただし，Θ はパラメータ空間である．このとき，式 (4.26) の分母は基準化定数であることから，同時事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta}|\Xi)$ は

$$\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta}|\Xi) \propto \mathscr{L}(\boldsymbol{\theta}|\Xi)\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta}) \tag{4.27}$$

と表される．事前確率密度関数 $\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta})$ を，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta}) &= \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\phi},a)\\ &= \prod_{d=1}^{D}\prod_{i_d=1}^{I_d-1}\boldsymbol{\rho}_{\beta}(\boldsymbol{\beta}_{i_d}^{d})\prod_{d=1}^{D}\boldsymbol{\rho}_{\phi}(\phi_d)\boldsymbol{\rho}_{a}(a)\end{aligned} \tag{4.28}$$

と展開する．式 (4.28) のように，多元的劣化過程モデルの事前確率密度関数は，マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータ $\boldsymbol{\beta}_{i_d}^{d}$ の事前確率密度関数 $\boldsymbol{\rho}_{\beta}(\boldsymbol{\beta}_{i_d}^{d})$，異質性パラメータの分散を規定するパラメータ ϕ_d の事前確率密度関数 $\boldsymbol{\rho}_{\phi}(\phi_d)$，コピュラの未知パラメータ a の事前確率密度関数 $\boldsymbol{\rho}_{a}(a)$ で構成される．

まず，事前確率密度関数 $\boldsymbol{\rho}_{\beta}(\boldsymbol{\beta}_{i_d}^{d})$ として多次元正規分布 $\boldsymbol{\beta}_{i_d}^{d} \sim \mathscr{N}_M(\boldsymbol{\mu}_{i_d}^{d},\boldsymbol{\Sigma}_{i_d}^{d})$ を用いる．ただし，$\mathscr{N}_M(\boldsymbol{\mu}_{i_d}^{d},\boldsymbol{\Sigma}_{i_d}^{d})$ は期待値ベクトルを $\boldsymbol{\mu}_{i_d}^{d}$，分散共分散行列を $\boldsymbol{\Sigma}_{i_d}^{d}$ とした M 次元正規分布である．異質性パラメータの周辺分布として設定したガンマ分布のハイパーパラメータ ϕ_d の事前確率密度関数 $\boldsymbol{\rho}_{\phi}(\phi_d)$ としてガンマ分布 $\mathscr{G}(\alpha_d^0,\gamma_d^0)$ を用いる．次に，コピュラの未知パラメータ a の事前確率密度関数を設定する．**表–4.1** に示したように，コピュラの種類によりパラメータ a の定義域が異なるため，コピュラ毎に具体的な事前分布を設定する必要がある．本研究では，$a \in (0,\infty)$ の制約があるクレイトン・コピュラ，フランク・コピュラについて，a の事前分布としてガンマ分布 $\mathscr{G}(\alpha_c^0,\gamma_c^0)$ を設定する．$a \in (1,\infty)$ の制約があるガンベル・コピュラに関しては $u = a-1$ と変数変換し，$u \sim \mathscr{G}(\alpha_c^0,\gamma_c^0)$ とする．ただし，これらの事前確率密度関数が推定結果に与える影響は，点検データの増加に伴い薄れていく．階層ベイズモデルに対しては代表的な MCMC 法であるギブスサンプリング法やメトロポリス・ヘイスティング法（以下，MH 法）を組み合わせて事後分布を算出する階層ベイズ推定が提案されている [5)]．

4.5.3 同時事後確率密度関数の定式化

ひとまず，パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\phi}, a)$ を与件とする．このとき，全目視点検データ Ξ の同時生起確率密度関数（尤度関数）は，マルコフ推移確率（式 (4.6), (4.7), (4.9)）と連結可能性条件を考慮した異質性パラメータの同時分布（式 (4.21)）を用いて式 (4.23) のように定式化できる．また，パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の事前確率密度関数は式 (4.28) で表現される．ベイズの定理（式 (4.27)）より，尤度関数（式 (4.23)）と事前確率密度関数（式 (4.28)）を用いて同時事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta}|\Xi)$ を定式化する．

本研究で取り扱う 3 種類のコピュラでは，パラメータの定義域が異なるため，コピュラの種類毎に具体的な事後確率密度関数を定式化する．まず，パラメータに $a \in (0, \infty)$ の制約があるクレイトン・コピュラ，フランク・コピュラを用いたときの同時事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta}|\Xi)$ は，

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta}|\Xi) \quad &\propto \quad \mathscr{L}(\boldsymbol{\theta}|\Xi) \prod_{d=1}^{D} \prod_{i_d=1}^{I_d-1} \boldsymbol{\rho}_{\beta}(\boldsymbol{\beta}_{i_d}^{d}) \prod_{d=1}^{D} \boldsymbol{\rho}_{\phi}(\phi_d) \boldsymbol{\rho}_{a}(a) \\
&\propto \quad \prod_{k=1}^{K} \prod_{l^k=1}^{L^k} \left[\tilde{c}(\hat{\boldsymbol{F}}^k(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k)) \prod_{d=1}^{D} \left\{ \pi_d^k(\boldsymbol{\xi}^{l^k}|\boldsymbol{\beta}^d, \varepsilon_d^k) f_d(\varepsilon_d^k) \right\}^{\nu_d^k} \right] \\
&\quad \cdot \prod_{d=1}^{D} \prod_{i_d=1}^{I_d-1} \exp\left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta}_{i_d}^{d} - \boldsymbol{\mu}_{i_d}^{d}) (\boldsymbol{\Sigma}_{i_d}^{d})^{-1} (\boldsymbol{\beta}_{i_d}^{d} - \boldsymbol{\mu}_{i_d}^{d})' \right\} \\
&\quad \cdot \prod_{d=1}^{D} \frac{(\phi_d)^{\alpha_d^0 - 1}}{(\gamma_d^0)^{\alpha_d^0} \Gamma(\alpha_d^0)} \exp\left(-\frac{\phi_d}{\gamma_d^0} \right) \\
&\quad \cdot \frac{a^{\alpha_c^0 - 1}}{(\gamma_c^0)^{\alpha_c^0} \Gamma(\alpha_c^0)} \exp\left(-\frac{a}{\gamma_c^0} \right)
\end{aligned}
\tag{4.29}
$$

と定式化することができる．パラメータに $a \in (1, \infty)$ の制約があるガンベル・コピュラを用いたときの同時事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta}|\Xi)$ は，式 (4.29) において $\boldsymbol{\rho}_a(a)$ を

$$
\boldsymbol{\rho}_a(a) = \frac{(a-1)^{\alpha_c^0 - 1}}{(\gamma_c^0)^{\alpha_c^0} \Gamma(\alpha_c^0)} \exp\left(-\frac{a-1}{\gamma_c^0} \right) \tag{4.30}
$$

と置換すればいい．

4.5.4 同時事後確率密度関数の推定

多元的劣化過程モデルの各パラメータの条件付き事後確率密度関数を利用して同時事後確率密度関数を導出する．未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$ から $\boldsymbol{\beta}_{e_2}^{e_1}$ $(e_1 = 1, \cdots, D; e_2 = 1, \cdots, I_{e_1} - 1)$ を除いた未知パラメータベクトルを $\boldsymbol{\beta}^{-e_1, e_2}$ と表すこととする．同様に異質性パラメータベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}$ から $\varepsilon_{e_1}^{e_3}$ $(e_1 = 1, \cdots, D; e_3 = 1, \cdots, K)$ を除いたベクトルを $\boldsymbol{\varepsilon}^{-e_1, e_3}$ と，ベクトル $\boldsymbol{\phi}$ から ϕ_{e_1} $(e_1 = 1, \cdots, D)$ を除いたベクトルを $\boldsymbol{\phi}^{-e_1}$ と表す．また，式 (4.29) より，$\boldsymbol{\beta}^{-e_1, e_2}$，$\boldsymbol{\phi}$，$\boldsymbol{\varepsilon}$，$a$ を既知とした時の $\boldsymbol{\beta}_{e_2}^{e_1}$ の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\beta}_{e_2}^{e_1}|\boldsymbol{\beta}^{-e_1, e_2}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\phi}, a, \Xi)$ は，

$$
\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\beta}_{e_2}^{e_1}|\boldsymbol{\beta}^{-e_1, e_2}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\phi}, a, \Xi)
$$

$$\propto \prod_{i_{e_1}=1}^{e_2}\prod_{j_{e_1}=e_2}^{I_{e_1}}\prod_{k=1}^{K}\prod_{l^k=1}^{L^k}\left\{\tilde{\lambda}_{e_2}^{l^k,e_1(\bar{\delta}_{i_{e_1}j_{e_1}}^{l^k,e_1}-\bar{\delta}_{i_{e_1}e_2}^{l^k,e_1})}\sum_{m=i_{e_1}}^{j_{e_1}}\prod_{q=i_{e_1},\neq m}^{m-1}\frac{1}{\tilde{\lambda}_q^{l^k,e_1}-\tilde{\lambda}_m^{l^k,e_1}}\exp(-\tilde{\lambda}_m^{l^k,e_1}\varepsilon_{e_1}^k\bar{z}_{e_1}^k)\right\}^{\bar{\delta}_{i_{e_1}j_{e_1}}^{l^k,e_1}}$$
$$\cdot\exp\left\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_{e_2}^{e_1}-\boldsymbol{\mu}_{e_2}^{e_1})(\boldsymbol{\Sigma}_{e_2}^{e_1})^{-1}(\boldsymbol{\beta}_{e_2}^{e_1}-\boldsymbol{\mu}_{e_2}^{e_1})'\right\} \tag{4.31}$$

と表せる．ただし，$\bar{\delta}_{i_{e_1}e_2}^{l^k,e_1}$ は，点検データ e_1 の点検サンプル l^k の事前健全度 $\bar{h}(\tau_A^{l^k})=i_{e_1}$ とサンプリングする際の事前健全度 e_2 が一致した場合に 1 を，そうでない場合に 0 をとるダミー変数である．また，$\boldsymbol{\beta}$，$\boldsymbol{\phi}$，$\boldsymbol{\varepsilon}^{-e_1,e_3}$，$a$ を既知とした時の $\varepsilon_{e_1}^{e_3}$ の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\varepsilon_{e_1}^{e_3}|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\varepsilon}^{-e_1,e_3},\boldsymbol{\phi},a,\Xi)$ は，

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\Pi}(\varepsilon_{e_1}^{e_3}|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\varepsilon}^{-e_1,e_3},\boldsymbol{\phi},a,\Xi)\\ \propto\ &\prod_{l_{e_3}=1}^{L_{e_3}}\left[\tilde{c}(\hat{\boldsymbol{F}}^{e_3}(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{e_3}))\left\{\pi_{e_1}^{e_3}(\boldsymbol{\xi}^{l_{e_3}}|\varepsilon_{e_1}^{e_3})f_{e_1}(\varepsilon_{e_1}^{e_3})\right\}^{\nu_{e_1}^{e_3}}\right]\prod_{k=1,\neq e_3}^{K}\left[\left\{\tilde{c}(\hat{\boldsymbol{F}}^k(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k))\right\}^{\nu_{e_1}^{e_3}}\right]^{L^k}\end{aligned} \tag{4.32}$$

と表すことができる．また，$\boldsymbol{\beta}$，$\boldsymbol{\varepsilon}$，$\boldsymbol{\phi}^{-e_1}$，a を既知とした時の ϕ_{e_1} の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\phi_{e_1}|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\phi}^{-e_1},a,\Xi)$ は，

$$\boldsymbol{\Pi}(\phi_{e_1}|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\phi}^{-e_1},a,\Xi)\propto\prod_{k=1}^{K}\left[\tilde{c}(\hat{\boldsymbol{F}}^k(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^k))\left\{f_{e_1}(\varepsilon_{e_1}^k)\right\}^{\nu_{e_1}^k}\right]^{L^k}(\phi_{e_1})^{\alpha_{e_1}^0-1}\exp\left(-\frac{\phi_{e_1}}{\gamma_{e_1}^0}\right) \tag{4.33}$$

と表すことができる．さらに，コピュラのパラメータ a に関しても，$\boldsymbol{\beta}$，$\boldsymbol{\varepsilon}$，$\boldsymbol{\phi}$ を既知としたときの a の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(a|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\phi},\Xi)$ を定式化する．まず，クレイトン・コピュラ，ガンベル・コピュラ（$a\in(0,\infty)$）を用いたとき，

$$\boldsymbol{\Pi}(a|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\phi},\Xi)\propto\prod_{k=1}^{K}\left\{\tilde{c}(\hat{\boldsymbol{F}}^k(\boldsymbol{\varepsilon}^k))\right\}^{L^k}a^{\alpha_c^0-1}\exp\left(-\frac{a}{\gamma_c^0}\right) \tag{4.34}$$

と表すことができる．また，フランク・コピュラ（$a\in(1,\infty)$）を用いたとき，

$$\boldsymbol{\Pi}(a|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\phi},\Xi)\propto\prod_{k=1}^{K}\left\{\tilde{c}(\hat{\boldsymbol{F}}^k(\boldsymbol{\varepsilon}^k))\right\}^{L^k}(a-1)^{\alpha_c^0-1}\exp\left(-\frac{a-1}{\gamma_c^0}\right) \tag{4.35}$$

と表すことができる．

条件付き事後確率密度関数（式 (4.31)-(4.35)）を用いた具体的な推定手順を**図–4.5** に示している．推定手順は以下のステップで構成される．

ステップ 1　先験的情報を用いて事前分布のパラメータ値 $\boldsymbol{\mu}_{i_d}(d=1,\cdots,D;i_d=1,\cdots,I_d)$，$\boldsymbol{\Sigma}_{i_d}(d=1,\cdots,D;i_d=1,\cdots,I_d)$，$\alpha_d^0(d=1,\cdots,D)$，$\gamma_d^0(d=1,\cdots,D)$，$\alpha_c^0$，$\gamma_c^0$ を設定する．また，未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}=(\boldsymbol{\beta},\phi,a)$ の初期値 $\boldsymbol{\theta}^{(0)}=(\boldsymbol{\beta}^{(0)},\phi^{(0)},a^{(0)})$，異質性パラメータの初期値 $\boldsymbol{\varepsilon}^{(0)}$ を設定する．初期値の影響はサンプリング数の増加とともに薄れていく．$n=1$ に設定する．サンプリング回数 $\underline{n}$，$\overline{n}$ を設定する．$e_1=1$，$e_2=1$，$e_3=1$ に設定する．

ステップ 2　未知パラメータ値 $\boldsymbol{\theta}^{(n)}$ $(n=1,\cdots,\overline{n})$，異質性パラメータ値 $\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}$ を以下の手順でサンプリングする．

ステップ 2-1　未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}_{e_2}^{e_1,(n)}$ $(e_2=1,\cdots,I_{e_1}-1)$ を条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\beta}_{e_2}^{e_1,(n)}|\boldsymbol{\beta}^{-e_1,e_2,(n-1)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)},\boldsymbol{\phi}^{(n-1)},\ a^{(n-1)},\Xi^{(n-1)})$ からランダムサンプリングする．

ステップ 2-2　異質性パラメータ $\varepsilon_{e_1}^{e_3,(n)}$ $(e_3=1,\cdots,K)$ を $\boldsymbol{\Pi}(\varepsilon_{e_1}^{e_3,(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)},\boldsymbol{\varepsilon}^{-e_1,-e_3,(n-1)},\boldsymbol{\phi}^{(n-1)},a^{(n-1)},\Xi)$ からランダムサンプリングする．

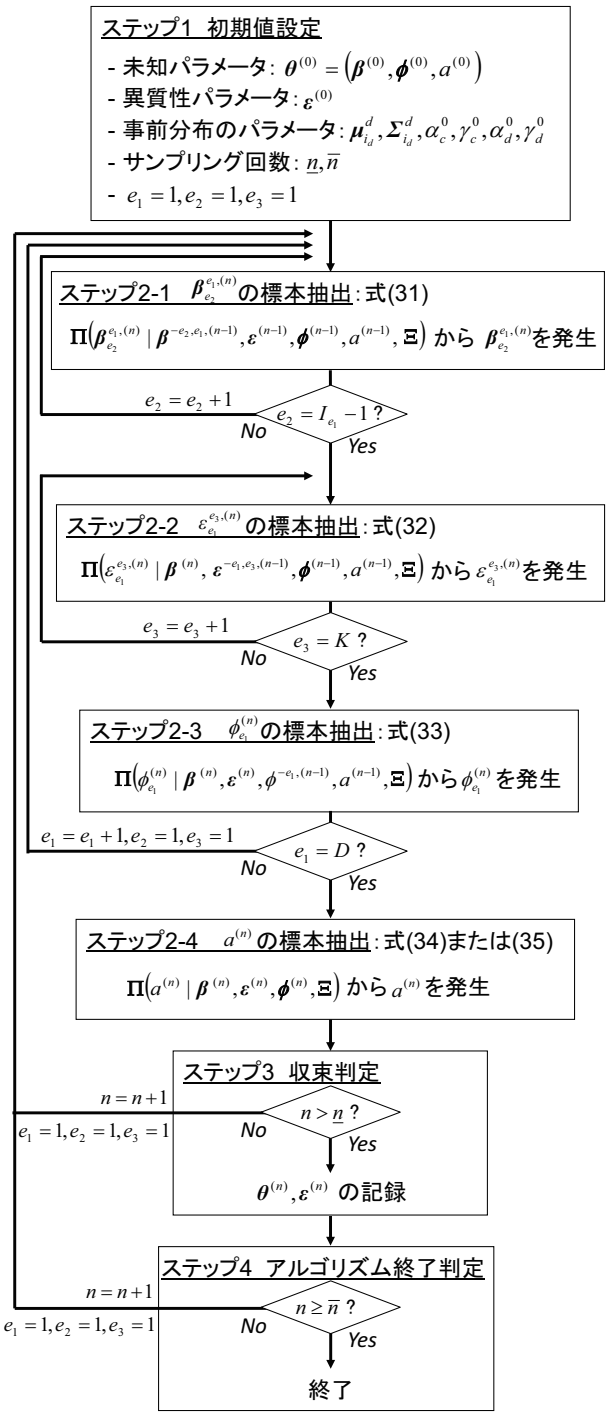
ステップ 2-3　未知パラメータ $\phi_{e_1}^{(n)}$ $(e_1=1,\cdots,D)$ を $\boldsymbol{\Pi}(\phi_{e_1}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)},\boldsymbol{\phi}^{-e_1,(n-1)},a^{(n-1)},\Xi)$ からランダムサンプリングする．$e_1=D$ の場合，**ステップ 2-4** へ進む．そうでない場合，$e_1=e_1+1$ とし，**ステップ 2-1** に戻る．

ステップ 2-4　コピュラの未知パラメータ $a^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(a^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)},\boldsymbol{\phi}^{(n)},\Xi)$ からランダムサンプリングする．

ステップ 3　十分大きな $\underline{n}$ に対して $n>\underline{n}$ ならば $\boldsymbol{\theta}^{(n)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}$ を記録する．

ステップ 4　$n=\overline{n}$ ならば計算を終了する．$n<\overline{n}$ ならば $n=n+1$ とし**ステップ 2-1-1** へ戻る．

十分大きな $\underline{n}$ に対して，このようなマルコフ連鎖が定常状態に達していると考えれば，ギブスサンプリングによる $\boldsymbol{\theta}^{(n)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}$ $(n=\underline{n}+1,\underline{n}+2,\cdots,\overline{n})$ のサンプリングは，式 (4.29) に示した同時事後確率密度関数 $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\theta}|\Xi)$ からのサンプリングと等しくなる．したがって，ギブスサンプリングによって得られるこれらの標本 $\boldsymbol{\theta}^{(n)}$ を用いて，パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}=(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\phi},a)$ の同時事後確率密度関数に関する統計量を計算することも可能となる．ただし，**ステップ 2** で利用する条件付き事後確率密度関数（式 (4.31)-(4.35)）からは直接にランダムサンプリングすることができないため，MH 法を用いて条件付き事後確率密度関数からのサンプリングを行う．



図–4.5 推定アルゴリズム

表–4.2　健全度判定基準 [24)]

健全度	損傷状態
1	下記以外の状態
2	損傷の状態を観察する必要がある場合
3	機能低下があり，対策の必要がある場合
4	機能低下が著しく，道路構造物の 安全性から緊急に対策の必要がある場合

表–4.3　各点検の点検項目 [24)]

点検種別	点検項目
路上点検	ゴム（段差，摩耗，剥離，き裂，浮き，陥没，盛上り），鋼（フィンガー段差・遊間，欠損，浮き，陥没），突合せ（段差，シール材の摩耗・剥離・脱落），切削目地（段差・隙間・陥没・盛上り・欠損・浮き），取付部（充填物の脱落，ボルト欠損），共通項目（ジョイントと後打ち材の段差・隙間，後打ち材と舗装の段差・隙間，後打ち材の陥没・盛上り・欠損・浮き・表面剥離）
路下点検	本体及びライナープレート・端部補強部材の損傷，ボルトの欠損及びゆるみ，錆及び腐食，床版遊間，異常音，排水樋のつまり及び損傷，漏水，止水工の損傷，排水管のつまり及び損傷

4.6　適用事例

4.6.1　適用データの概要

多元的劣化過程モデルを実在する高速道路のジョイント部材に対する点検データに適用する．ジョイント部材に対する点検は路上点検と路下点検に分類できる．本適用事例では，路上点検で劣化事象 1 が，路下点検で劣化事象 2 が観測されるとする．路上点検，路下点検ともに，**表–4.2** に示した判定基準により 4 段階の健全度判定がなされているが，路上点検と路下点検では損傷に対する判定項目が異なる．各点検の点検項目を**表–4.3** に示す．路上点検，路下点検ともに，**表–4.3** の項目に着目して点検が実施されるが，1 つのジョイントに対する 1 回の点検業務では，**表–4.2** に示した判定基準に基づき総合化された，路上と路下それぞれ 1 つの健全度のみが最終的に点検データベースに記録される．路上点検と路下点検で観測される損傷項目は，異常音など一部の重複を除き異なる．そのため，路上点検と路下点検で一部の項目の重複を許容しつつも，基本的には異なる劣化事象を観測しているとみなすことができる．具体的には，路上点検では，ジョイント本体，あるいはジョイントと後打ちコンクリートの隙間など走行快適性，安全性に影響を与える劣化事象が観測される．一方，路下点検では，漏水，排水樋の損傷など，橋梁下部構造の劣化の進展に影響を与えるような劣化事象が観測される．

表–4.4　適用データ諸元

			路上点検データ					路下点検データ			
ジョイント総数			366					2,368			
点検実施年			1994-2006 年					1982-2007 年			
総サンプル数			394					6,370			
平均点検間隔			1.90 年					3.10 年			
サンプル詳細			事後健全度					事後健全度			
			1	2	3	4		1	2	3	4
	事前健全度	1	111	62	57	48	1	764	236	1,478	359
		2	-	22	7	2	2	-	128	209	45
		3	-	-	63	6	3	-	-	2,016	506
		4	-	-	-	16	4	-	-	-	629

路上点検と路下点検における多元的な劣化進行事例として，例えば，路上点検で観測されるゴムのはく離・き裂の発生に起因し路下点検における漏水が発生する場合などがある．このように，両点検結果同士の一部に相関関係が存在する可能性が考えられる．しかし，これらの詳細な情報をジョイントごとに 1 つの値として集約された，路上点検と路下点検それぞれの健全度から獲得することは困難であるために，対象点検データ群には各点検データ間の相関性が高い場合と低い場合が混在している．そこで，本研究ではこれらの相関性の不確実性をコピュラを用いて表現する．また，路上点検は道路のリフレッシュ工事などの一斉通行止め期間や簡易規制による通行止めを利用して実施されるために，対象とするジョイント部材全体に亘り点検データを獲得することは難しい．一方，路下点検は通行止めの必要がなく管理対象とするジョイント部材に対して網羅的に点検データを獲得することができる．このように，一部の点検データ（劣化事象）において，部分的にのみ点検結果が観測されている場合においても，本研究で提案する多元的劣化過程モデルを用いると，連結可能性条件（式 (4.17)）を満足する場合には，多元的劣化過程全体を推定することができる．本適用事例では，構造物カテゴリーを最も細分化して個々のジョイントと設定する．**表–4.4** に，路上点検，路下点検で得られた各データの諸元を示す．333 個のジョイントで路上点検データ，路下点検データの双方が獲得され，連結可能性条件が満たされた．また，路上点検データのみが獲得された 33 個のジョイント，路下点検データのみが獲得された 2,035 個のジョイントに対する各点検データも，マルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータ，異質性パラメータの周辺分布のパラメータの推定に用いることができる．また，獲得サンプル数より，路上点検と比べ，路下点検の方がジョイント部材全体に対して頻繁に行われていることがわかる．ただし，今回の適用事例では，路線単位でのリニューアル工事に向けた一斉点検などの路上点検が重点的に行われた路線のジョイントが路上点検のサンプルとして採用された（2 時点での点検データが獲得された）ため，**表–4.4** での平均

表–4.5　未知パラメータ推定結果

		路上点検：劣化事象 1		路下点検：劣化事象 2	
事後分布 統計量	健全度	定数項 $\beta^1_{i,1}$	ジョイント種別 $\beta^1_{i,2}$	定数項 $\beta^2_{i,1}$	ジョイント種別 $\beta^2_{i,2}$
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	1	0.930 (0.640, 1.268) 0.093	−1.361 (−1.749, −1.048) −0.393	0.535 (0.433, 0.648) 0.009	−1.002 (−1.127, −0.886) −0.038
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	2	−0.428 (−0.617, −0.221) −0.023	-	0.712 (0.604, 0.842) 0.060	-
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	3	−1.258 (−1.603, −1.010) 0.060	−0.465 (−0.901, −0.054) 0.003	−2.230 (−2.330, −2.126) 0.083	−0.302 (−0.436, −0.167) −0.109
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	分散 パラメータ ϕ_d	5.334 (4.736, 5.986) 0.081		3.058 (2.909, 3.210) −0.067	
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	コピュラ パラメータ a	1.612 (1.020, 2.203) −0.012			
AIC		13,067			

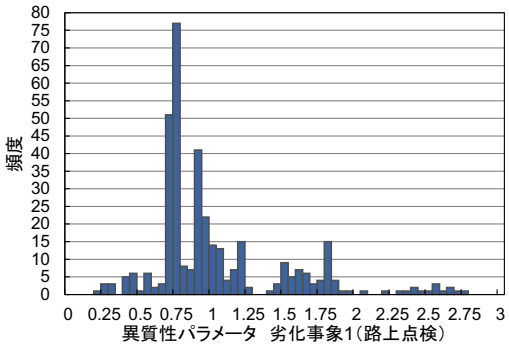
点検間隔は路上点検の方が短い．しかし，一般的には，獲得サンプル数が示すように，路上点検データの方が路下点検データと比べサンプル数が少ない．

4.6.2　パラメータ推定結果

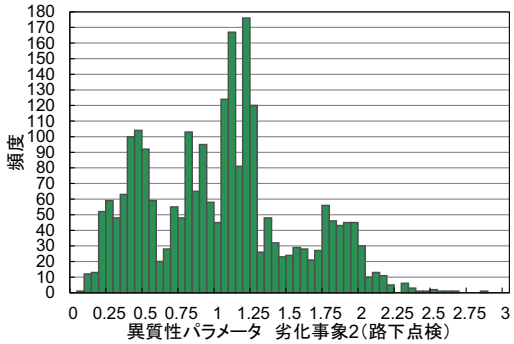
4.6.1 で述べた点検データに多元的劣化過程モデルを適用した．**表–4.5** には，多元的劣化過程モデルの未知パラメータの推定結果，ベイズ推定の 90%信用域，Geweke 検定統計量 [25] を示した．1）ジョイント種別，2）上下区分，3）車線番号，4）床版種別，5）表層舗装種別，6）舗装面積，7）曲線半径，8）勾配，9）下り勾配，10）上り勾配，11）橋長，12）幅員，13）設計荷重，14）小型車交通量，15）大型車交通量，を劣化過程に影響を及ぼす説明変数の候補とした．AIC を比較し，符号条件を考慮した後，1）ジョイント種別（ゴム製ジョイントの場合に 0，鋼製ジョイントの場合に 1 を取るダミー変数として）を路上点検，路下点検の両方の劣化過程において説明変数として採用した．なお，AIC は推定されたモデルの尤度関数 $\hat{L}$ とモデルの未知パラメータの数 k を用いて，

$$AIC = -2\ln\hat{L} + 2k \tag{4.36}$$

と表現できる．各コピュラを含むモデル全体の AIC は，ガンベル・コピュラのとき 13,070，クレイトン・コピュラのとき 13,079，フランク・コピュラのとき 13,067 となり，フランク・コピュラが AIC 最小を達成する最適コピュラとして選定された．さらに，多元的劣化過程モデルでは，**表–4.5** の未知パラメータに加え，路上点検，路下点検それぞれの異質性パラメータも同時に推定される．**図–4.6**，**図–4.7** に推定された各点検の異質性パラメータ



図–4.6　異質性パラメータ分布（路上点検データ）



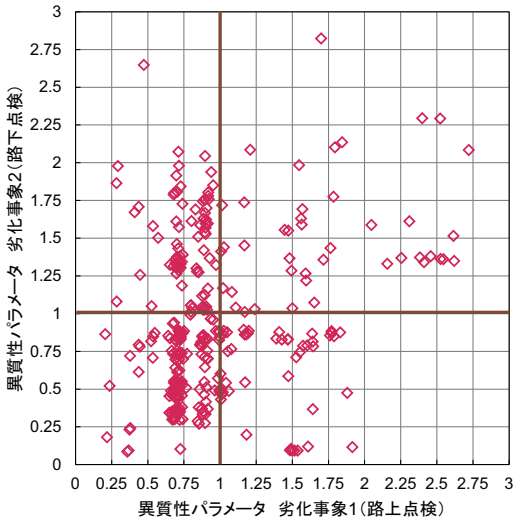
図–4.7　異質性パラメータ分布（路下点検データ）

の分布を示した．異質性パラメータの期待値は路上点検データで 1.003，路下点検データで 1.001 である．**表–4.5** のマルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータと**図–4.6**，**図–4.7** の異質性パラメータの推定結果を用いて，それぞれのジョイントにおいて，劣化事象 1，2 の期待寿命を求めることができる [3)]．

4.6.3　コピュラと異質性パラメータ同時分布

多元的劣化過程モデルでは，異質性パラメータの同時分布をコピュラと異質性パラメータの周辺分布を用いて表現する．推定されたフランク・コピュラの未知パラメータは a =1.612 である．**図–4.8** には，推定された異質性パラメータの散布図を示した．なお，異質性パラメータの相関係数は 0.259 である．同図は各劣化事象の劣化速度をジョイント単位で多元的に示している．本適用事例の場合，同図の 2 次元的なポジショニングが，**4.6.5** で述べるように補修・更新計画の立案へと影響を与える．

推定されたコピュラと異質性パラメータの周辺分布を用いて，異質性パラメータの同時分布を求めることができる．本適用事例でのパラメータ推定値 $\hat{a} = 1.612$，$\hat{\phi}_1 = 5.334$，$\hat{\phi}_2 = 3.058$ を用いて異質性パラメータの同時分布の確率密度関数 $f(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ をフランク・コ



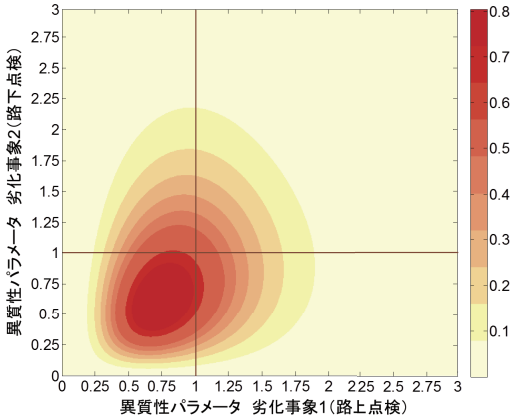
図–4.8　推定された異質性パラメータ

ピュラを用いて具体的に書き表すと，

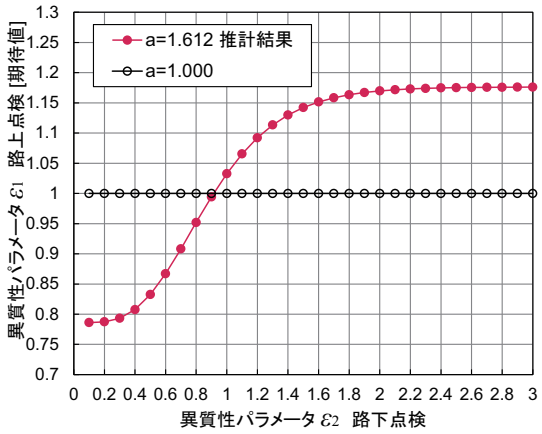
$$
\begin{aligned}
f(\varepsilon_1,\varepsilon_2) \quad = \quad & -a\Big\{\exp(-a)-1\Big\} \\
& \cdot\exp\Big\{-a\frac{\gamma(\hat{\phi}_1,\hat{\phi}_1\varepsilon_1)}{\Gamma(\hat{\phi}_1)}\Big\}\exp\Big\{-a\frac{\gamma(\hat{\phi}_2,\hat{\phi}_2\varepsilon_2)}{\Gamma(\hat{\phi}_2)}\Big\} \\
& \cdot\Big[\Big\{\exp(-a)-1\Big\}+\Big[\exp\Big\{-a\frac{\gamma(\hat{\phi}_1,\hat{\phi}_1\varepsilon_1)}{\Gamma(\hat{\phi}_1)}\Big\}-1\Big]\Big[\exp\Big\{-a\frac{\gamma(\hat{\phi}_2,\hat{\phi}_2\varepsilon_2)}{\Gamma(\hat{\phi}_2)}\Big\}\Big]\Big]^{-2} \\
& \cdot\frac{\hat{\phi}_1^{\hat{\phi}_1}}{\Gamma(\hat{\phi}_1)}\varepsilon^{\hat{\phi}_1-1}\exp(-\hat{\phi}_1\varepsilon_1)\cdot\frac{\hat{\phi}_2^{\hat{\phi}_2}}{\Gamma(\hat{\phi}_2)}\varepsilon^{\hat{\phi}_2-1}\exp(-\hat{\phi}_2\varepsilon_2) \qquad (4.37)
\end{aligned}
$$

となる．ただし，$\gamma(\cdot)$ は不完全ガンマ関数，$\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である．このように，フランク・コピュラの密度関数と周辺確率密度関数を用いて，異質性パラメータの同時確率密度関数を表現できる．この同時確率密度関数を用いて**図–4.8** に示した異質性パラメータ同士の関係を定量的に表現することができる．**図–4.9** に異質性パラメータの同時確率密度関数を示した．同図から，路上点検あるいは路下点検の一方の異質性パラメータが大きい場合，他方の異質性パラメータも大きくなる確率が高い傾向にあることが見て取れる．このことは，特性変数であるジョイント種別の影響を取り除いた後の劣化速度を相対的に比較したとき，片方の点検（劣化事象）での劣化の進展が速いと，もう一方の劣化事象においても劣化の進展が速いという多元的な劣化の進展過程を表現している．

なお，本研究の適用事例では，ガンベル・コピュラ，クレイトン・コピュラ，フランク・コピュラの中からフランク・コピュラが AIC を最小とするコピュラとして推定結果に採用された．フランク・コピュラはガンベル・コピュラ，クレイトン・コピュラと比べ確率変数間の裾依存性が小さい [12]．このことは，異質性パラメータが大きいあるいは小さい，すなわち，劣化速度が相対的に大きいあるいは小さいジョイントで特に劣化過程間の相関性が



図–4.9　異質性パラメータの同時確率密度関数



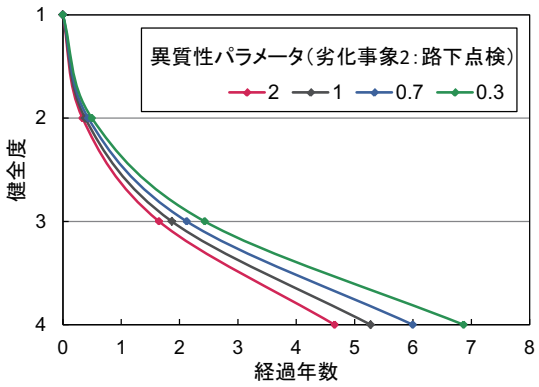
図–4.10　ε_2 の変動に応じた ε_1 の変動

強くなるのではなく，劣化速度の大小に関わらず，劣化速度に相関性が存在することを意味する．なお，本研究では上記の 3 種類のコピュラを対象に推定結果として用いるコピュラを選定したが，特に，3 種類以上の劣化事象を考慮する際には，**4.7** で述べるように 3 種類以外の多様なコピュラを候補としてモデルを推定し，AIC をさらに小さくするようなモデルを決定していくことが望ましい．

4.6.4　多元的劣化過程

図–4.10 には，路下点検の異質性パラメータ ε_2 を与件とした場合の路上点検の異質性パラメータ ε_1 の条件付き確率

$$f(\varepsilon_1|\varepsilon_2) = \frac{f(\varepsilon_1,\varepsilon_2)}{f_2(\varepsilon_2)} = c(\varepsilon_1,\varepsilon_2)f_1(\varepsilon_1) \tag{4.38}$$



図–4.11　路下点検結果の差異による路上劣化過程の変動

の期待値を，劣化事象 2 である路下点検の異質性パラメータ ε_2 の値に応じて示している．同図の赤色プロットは，コピュラのパラメータ推定結果 $a = 1.612$ を用いて路上点検の異質性パラメータ ε_1 の期待値を算出した結果である．ε_2 の増加に伴い，ε_1 の値も増加しており，路上・路下点検におけるそれぞれの劣化速度間に正の相関関係が確認できる．この結果を用いることにより，路下点検結果のみを用いて，路下点検の異質性パラメータ，路上点検の異質性パラメータの両方を予測することが可能となる．このように，異質性パラメータの同時分布を用いて，複数の劣化事象の多元的な劣化過程を部分的な観測情報から求めることができる．なお，**図–4.10** の黒色プロットは，フランク・コピュラのパラメータを $a = 1.000$ とした場合，すなわち，路上・路下点検データを 2 種類の混合マルコフ劣化ハザードモデルで別個に推定した場合を想定している．このとき，路下点検の異質性パラメータの値に関わらず，路上点検データの異質性パラメータの期待値は一定値（1.000）を取っており，劣化事象同士の複合的劣化過程を確認することはできない．

図–4.11 には，路下点検データのみが獲得されている場合を想定し，**図–4.10** の結果を用いて算出した，路下点検データの異質性パラメータの変動に応じた路上点検（劣化事象 1）の期待劣化パスを示している．なお，説明変数として，ゴム製ジョイントを採用した場合の期待劣化パスを示している．同図のように，路下点検（劣化事象 2）の劣化速度の増加に伴い，路上点検（劣化事象 1）の劣化速度も増加していく様子を定量的に評価することが可能となる．

4.6.5　実務的示唆

本研究では，混合マルコフ劣化ハザードモデルの異質性パラメータ間の相関性をコピュラを用いて定量化した．社会基盤施設の劣化速度を多元的に評価することにより，以下のような考察を行うことができる．

再び**図–4.8** に着目する．同図において，路上点検，路下点検ともに異質性パラメータが

1.0 以上となる第 1 象限に位置するジョイントは，路上点検で観測される劣化事象と路下点検で観測される劣化事象の双方で劣化の進展が速い．ジョイント部材の場合，このグループに対しては，ジョイント上面のゴムの取替えのみならず，ジョイント下面の排水樋をはじめとした排水機構を含めた大規模な補修・更新の必要性を考慮に入れ，重点的な管理を行わなければならない．次に，路上点検の異質性パラメータが 1.0 以上，路下点検の異質性パラメータが 1.0 以下となるような，第 4 象限に位置するジョイント部材に対しては，上面のゴムの取替えや後打ち材の更新，後打ち材と舗装部の段差・隙間の場合を想定した舗装の一部打ち替えなどを想定する必要がある．また，路上点検の異質性パラメータが 1.0 以下，路下点検の異質性パラメータが 1.0 以上となるような，第 2 象限に位置するジョイント部材に対しては，路上点検で観測される劣化事象の劣化が進展した場合には，ジョイント上面と下面を同時に取り替えるような大規模補修を実施する必要があり，重点的な路上点検を行うとともに，第 1 象限に位置するジョイント部材群の次に大規模補修・更新の必要性が高いことを勘案した補修計画を立てなければならない．

さらに，多元的劣化過程モデルでは，**図–4.9** に示した異質性パラメータの同時分布を求めた．あるジョイントが**図–4.9** の各象限に位置する同時確率は，第 1 象限が 0.363，第 2 象限が 0.201，第 3 象限が 0.216，第 4 象限が 0.220 であり，これらは管理対象とするジョイント部材の全数に対する，各象限に位置するジョイントの数の割合を意味している．このように，各象限に位置するジョイント数を求めることにより，予算計画や大規模補修計画に有益な情報を提供できると考えられる．加えて，例えば，路下点検でのみ点検結果が獲得されている場合においては，路下点検データの異質性パラメータという断片的な情報を用いて，当該ジョイントが，第 1 象限か第 2 象限，あるいは，第 3 象限か第 4 象限のいずれに位置するのかを定量的に評価することができる．このように，部分的な観測情報から多元的な劣化過程を確率的に表現可能な点も本研究の特徴である．

4.7 おわりに

本研究では，複数の異なる劣化事象を観測した複数の点検データを用いて，多元的劣化過程を予測するための方法論を提案した．具体的には，個々の劣化事象の劣化過程を混合マルコフ劣化ハザードモデルで表すとともに，各劣化事象内の異質性間に介在する相関性をコピュラを用いて表現し，多元的劣化過程モデルとして定式化した．また，提案モデルを階層ベイズモデルと捉え，同時事後確率密度関数を定式化するとともに MCMC 法を用いた推定手法を提案した．最後に，高速道路ジョイント部材の点検データを用いて本研究の有用性を実証的に示した．多元的な劣化過程をモデル化することにより，単一の劣化事象内での劣化速度の相対比較のみならず，複数の劣化事象での劣化速度を考慮した多元的なグルーピングが可能となる．その結果，部材の重点的な監視のみならず，各部材の劣化事象に合わせた補修計画を立てることが可能となる．さらに，本研究で提案した多元的劣化過程モデルでは，連結可能性条件を満足する場合には，一部の部材での部分的な観測を許容し，多元的劣化過程全体を推定することができる．そのために，本研究で推定された結果を用いることにより，部分的な観測情報から，多元的な劣化過程を予測することが可能となる．

一方，今後に残された課題がいくつか存在する．第 1 に，本研究の適用事例では，高速道路ジョイント部材を対象とした 1 事例を示すに留まったが，今後，適用事例の拡大，考察を通して，方法論の逐次改善を行うことが重要となる．第 2 に，コピュラに関して，本研究では，1 つのパラメータを持つアルキメディアン・コピュラを用いたが，劣化事象の数の増加に伴い，例えば，2 つ以上のパラメータを持つアルキメディアン・コピュラや各劣化事象間に異なる種類のコピュラを定義した vine コピュラ [26] を推定する手法などを用いて，劣化事象間の相関関係をより詳細に表現する方法を開発せねばならない．その際，劣化事象の数が増えても本研究で提案する多元的劣化過程モデルを直接的に適用できるが，サンプル数によってはモデル推定における計算負荷とモデルの未知パラメータの収束性が問題となる場合がある．これらの問題を解消するためには，準モンテカルロ法の適用や未知パラメータを段階的に推定していく方法を開発する必要がある．第 3 に，本研究では，ある構造物カテゴリーのある劣化事象の個別ハザード率において，全ての健全度で共通の値を取る異質性パラメータを設定したが，異質性パラメータを健全度ごとに設定する方法が考えられる．このとき，異質性パラメータが細分化され，推定精度の低下，計算負荷の増大が懸念される．そのため，階層ベイズ推定法の効率化，高速化を目指し，コピュラの設定方法についても議論を重ねることが重要となる．これらの課題を解決していき，複数の種類の多元的劣化過程モデルの候補の中から，例えば統計的な情報量基準などを用いて，実現象に対する適合性の高いモデルを逐次選定していくことが望ましい．

参考文献

1) 貝戸清之，青木一也，小林潔司：実践的アセットマネジメントと第 2 世代研究への展望，土木技術者実践論文集，Vol.1，pp.67-82，2010.

2) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82，2005.

3) 小濱健吾，岡田貢一，貝戸清之，小林潔司：劣化ハザード率評価とベンチマーキング，土木学会論文集 A，Vol.64，No.4，pp.857-874，2008.

4) 水谷大二郎，貝戸清之，小林潔司：階層ベイズ法による補修効果の事後評価，土木学会論文集 F4，Vol.69，No.2，pp.204-211，2013.

5) 伊庭幸人：計算統計学のフロンティア　計算統計 II　マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺，岩波書店，2005.

6) 和合肇：ベイズ計量経済分析，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005.

7) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集 A，Vol.63，No.2，pp.336-355，2007.

8) 津田尚胤，貝戸清之，山本浩司，小林潔司：ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法，土木学会論文集 F，Vol.62，No.3，pp.473-491，2006.

9) 貝戸清之，小林潔司，青木一也，松岡弘大：混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計，土木学会論文集 D3，Vol.68，No.4，pp.255-271，2012.

10) 林秀和，貝戸清之，熊田一彦，小林潔司：競合的劣化ハザードモデル：舗装ひび割れ過程への適用，土木学会論文集 D，Vol.65，No.2，pp.143-162，2009.

11) Nelsen, R. B.: *An Introduction to Copulas*, Springer, 1999.

12) 戸坂凡展，吉羽要直：コピュラの金融実務での具体的な活用方法の解説，日本銀行金融研究所，金融研究，pp.115-162，2005.

13) 桑野将司，藤原章正，塚井誠人，張峻屹，岩本真由子：コピュラを用いた自動車保有期間と走行距離の同時決定モデルの開発，土木学会論文集 D，Vol.66，No.1，pp.54-63，2010.

14) 森村英典，高橋幸雄：マルコフ解析，日科技連，1979.

15) Sklar, A.: Random variables, joint distribution functions, and copulas, *Kybernetika*, Vol.9, No.6, pp.449-460, 1973.

16) Gumbel, E. J.: Bivariate exponential distributions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.55, No.292, pp.698-707, 1960.

17) Clayton, D. G.: A model for association in bivariate life tables and its application in epidemiological studies of familial tendency in chronic disease incidence, *Biometrika*, Vol.65, No.1, pp.141-151, 1978.

18) Frank, M. J.: On the simultaneous associativity of $F(x,y)$ and $x+y-F(x,y)$, *Aequationes Mathematicae*, Vol.19, pp.194-226, 1979.

19) Romano, C.: Calibrating and simulating copula functions: an application to the Italian stock market, *Centro Interdipartimentale sul Diritto e l'Economia dei Mercati*, Vol.12, 2002.

20) Deheuvels, P.: Non parametric tests of independence, *Statistique non Paramétrique Asymptotique Lecture Notes in Mathematics*, Vol.821, pp.95-107, 1980.

21) Breymann, W., Dias, A. and Embrechts, P.: Dependence structures for multivariate high-frequency data in finance, *Quantitative Finance*, Vol.3, No.1, pp.1-14, 2003.

22) 小西貞則，北川源四郎：予測と発見の科学　情報量基準，朝倉書店，2006.

23) 阿部誠，近藤文代：マーケティングの科学–POS データの解析–，朝倉書店，2005.

24) 阪神高速道路株式会社：道路構造物の点検要領，共通編，土木構造物編，2005.

25) Geweke, J.: Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments, in Bernardo, J. M., Berger, J. M., Dawid, A. P. and Smith, A. F. M. (eds.), *Bayesian Statistics 4*, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.

26) Bedford, T. and Cooke, R. M.: Vines–a new graphical model for dependent random variables, *Annals of Statistics*, Vol.30, No.4, pp.1031-1068, 2002.

第5章　2次元混合ワイブル劣化ハザードモデル

5.1　はじめに

道路交通サービスを支援する道路付帯機器システム（以下，機器システム）は，多様かつ膨大な数の機器群により構成されている．機器システム導入時点から時間が経過するに従って，各機器の劣化が進展し，機器の故障率が増加する．故障した，あるいは劣化の進展した機器に対しては，適宜更新が実施される．このとき更新施策として，1）時間軸上のある時点でシステム内の全ての機器を故障の有無にかかわらず更新する一括更新施策，2）定期的に実施される点検の実施時点に故障している機器のみを更新する逐次更新施策が考えられる．また，一般的な社会基盤施設と比べ，機器システムの保守を実行するためには，部品調達等の在庫問題や，陳腐化した機器システムに対する保守技術者の確保等が必要となる．このような機器の陳腐化に伴うリスク[1)]は，システム導入からの時間経過に伴って増大する．機器システムのアセットマネジメントを実施するためには，機器システムの導入時点において各機器の故障過程を定量化し，一括更新施策および逐次更新施策それぞれにおける期待故障数等を把握することによって，機器の保守業務に関する緻密な計画を策定していくことが重要となる．

機器の故障過程は，ハザードモデル[2,3)]に代表される生存時間解析に基づいて記述される．故障解析において用いられるワイブル劣化ハザードモデル[4)]では，劣化過程は劣化速度と劣化加速度で制御される（**5.2** と **5.3** で述べるように，ワイブル劣化ハザード関数は尺度パラメータと形状パラメータで表現され，ハザード関数自体が劣化速度を示す．本研究では，**5.2.3** で示すような異質性の2次元配置に着目するといった目的のもと分析を進めるために，施設の劣化速度の特性がハザード関数の尺度パラメータで，劣化加速度の特性が形状パラメータで代表されるという考えのもと，劣化速度，劣化加速度という用語を使用する）．不可観測な要因が機器の劣化過程に及ぼす影響が無視できない場合も少なくない．劣化速度に影響を及ぼす観測不可能な要因をガンマ分布に従う確率変数（異質性パラメータ）として表現したランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルが提案されている[5)]．ただし，ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルは，劣化速度に介在する異質性を異質性パラメータとして定義して，故障の発生確率（ハザード率）に乗ずることによって個々の機器の劣化過程を表現した比例ハザードモデルであり，同モデルにおいてワイブル劣化ハザードモデルの劣化加速度に介在する異質性は考慮されていない．ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルを用いることにより，例えば，機器タイプ（あるいは機器タイプを使用・環境条件でさらに細分化した機器グループ）ごとに劣化過程を識別することが可能となっ

たが，現実の機器の劣化過程を考えた場合，機器タイプごとに損傷項目が異なることから，劣化加速度も劣化速度と同様に，多様に変化すると考えられる．さらに，上述の 2 種類の更新施策（一括更新施策，逐次更新施策）のいずれを採用するかを考えた場合，**5.2.3** で詳述するように，機器タイプごとの劣化加速度が極めて重要な因子となり，劣化速度のみならず，劣化加速度に対しても異質性を考慮する必要がある．

以上の問題意識のもとに，本研究では機器システムを構成する機器の故障率の時間的変化を，劣化速度，劣化加速度に関する 2 種類の異質性を考慮した 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルで表現する．その際に，2 種類の異質性パラメータの周辺分布をガンマ分布として表現するとともに，異質性の相関構造をアルキメディアン・コピュラを用いて表現し，2 種類の異質性の同時分布を定義する．以下，**5.2** で本研究の基本的な考え方を説明する．**5.3** では機器システムの故障過程をモデル化し，**5.4** で 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルの推定手法について述べる．**5.5** では高速道路の道路付帯機器システムを対象とした適用事例を示す．

5.2　本研究の基本的な考え方

5.2.1　従来の研究概要

本研究では，道路付帯機器の故障過程をワイブル劣化ハザードモデルで表現するとともに，膨大な種類の機器で構成される道路交通サービスの支援機器の故障特性の異質性をシステム的に分析する方法論を提案する．機器の統計的故障解析に関しては，ハザードモデル[2,3]を用いた研究事例が蓄積されている．また，アセットマネジメントの分野においても，マルコフ劣化ハザードモデルをはじめとして，多様な劣化ハザードモデルが提案されている[6)−10)]．道路付帯機器の故障過程を分析する場合，機器の故障事象は，故障の有無という2値情報で表現されるために，伝統的なハザードモデルの適用が可能である．すでに，貝戸等は，交通管制システムが膨大な種類の機器類で構成されていることに着目し，多品種・少数の機器群の故障過程をモデル化するために，ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル[5]を提案している．ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルでは，ベンチマークとなる標準的な故障ハザード関数を異質性パラメータ[11),12)]が1となる場合のベースライン関数を用いて表現するとともに，個々の機器の故障ハザード関数の異質性を比例的パラメータを用いて表現することを目的としている．本研究では，ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルに劣化加速度の異質性を加えて考慮した2次元混合ワイブル劣化ハザードモデルを開発する．

2次元混合ワイブル劣化ハザードモデルでは，劣化速度と劣化加速度の関係をコピュラ[13,14]を用いて表現する．貝戸等[15]は，高速道路橋伸縮継手装置の劣化予測において，異なる劣化事象における複数種類の点検データに対し，コピュラを用いることによる点検データ欠損補完の可能性を示唆した．**4章**では，コピュラを用いた多元的劣化評価に着目するとともに，点検データ欠損の補完も実現している．一方，本研究では，単一の劣化事象を対象としており，複数の劣化事象を用いた多元的劣化評価やデータ欠損の補完には主眼を置いていない．**5.2.2**，**5.2.3**で述べるように，単一の劣化事象に着目し，当該劣化事象における劣化過程の劣化速度と劣化加速度の双方を用いた多元的劣化評価により，点検や更新の時期のみでなく，施設の更新施策の決定に直接資するような方法論を提案している点に本研究の新規性と有用性がある．

5.2.2　機器システムの故障過程

機器システムの故障は，機器の劣化とは関係なく故障が発生する偶発的故障と，劣化が原因となって発生する消耗系故障に大別される．偶発的故障の発生過程は指数劣化ハザードモデル，消耗系故障の発生過程はワイブル劣化ハザードモデルにより表現できる．消耗故障系機器では，直近の更新時点からの経過時間が長くなるほど，故障の発生確率（ハザード率）が大きくなる．本研究では，このような消耗故障系機器の寿命分布がワイブル分布に

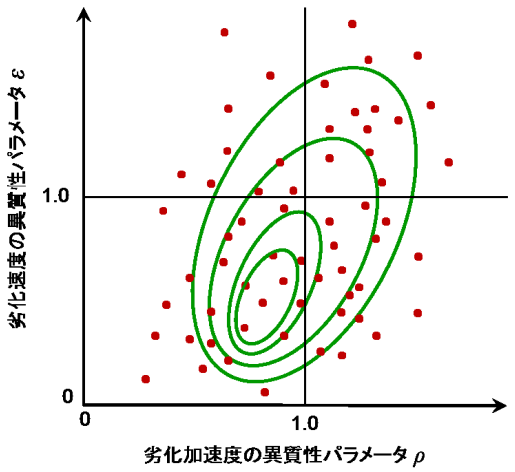
従うと仮定する．さらに，異なる機器のハザード率が，時間の関数として表現できると考える．このようなハザード率の時間的変化を表した関数をハザード関数と呼ぶ．一方，偶発故障系機器の寿命分布は指数分布に従うとする．高速道路の機器システムには，消耗故障系機器と偶発故障系機器が混在していると考えられる．指数劣化ハザードモデルは，ワイブル劣化ハザードモデルの加速度パラメータを 1.0 とした特殊形である．本研究で提案する 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルでは，加速度パラメータ（**5.3** 以降の $m\rho$）の定義域 $(0,\infty)$ に 1 を含み m，ρ を推定する．m は，機器群全体の劣化加速度を規定し，モデルの推定過程では，平均を 1 とする加速度の異質性パラメータ ρ に対する規格化定数の役割も兼ねる．一方，平均値を 1 とする ρ は，個々の機器タイプごとに規定され，機器タイプの劣化加速度の異質性を推定する．推定された $m\rho$ が 1 に近づけば，当該機器タイプでは偶発的故障が卓越し，$m\rho$ が大きくなるにつれ消耗故障が卓越する．このように，2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルを推定することにより，それぞれの機器タイプの故障特性を明示的に識別できる．

機器システムは数多くの機器で構成されるが，それぞれの個別タイプの機器数はそれほど多くない．ワイブル劣化ハザード率の異質性を混合確率モデルで表現しない場合，同一の故障特性を有する機器タイプごとに異なるワイブル劣化ハザードモデルを推定することが必要となる．しかし，各機器システムを構成する機器の数が少ない場合，ワイブル劣化ハザードモデルを推定することが困難となる．以上のことを考慮すると，機器間の劣化速度の異質性をハザード率に乗ずる確率分布として，また劣化加速度の異質性を加速度パラメータに乗ずる確率分布として，それぞれ表現可能な 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルは，多品種・少数の機器構成を有する機器システムの故障過程を表現するために優れた性質を有しているといえる．

5.2.3　異質性の 2 次元配置の定量化と更新施策

本研究で提案する 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルでは，劣化速度の異質性と劣化加速度の異質性を 2 次元的に表現する．機器システムに限らず，社会基盤施設の劣化過程には施設の種類や設置箇所の違いに起因した異質性が存在することが少なくない．これまでにランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル [5] や混合マルコフ劣化ハザードモデル [9] のような，ハザード率に対する比例的な異質性を表現した劣化予測モデルが開発されている．しかし，機器システムでは，その供用経過時間が劣化加速度としてハザード率に大きく影響するため，劣化加速度の異質性を考慮した上でシステム全体の点検・更新施策を検討することが望ましい．

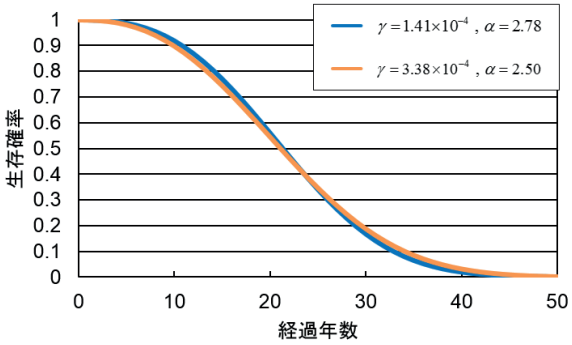
消耗故障系機器では，供用開始からある程度時間が経過した時点で，複数の機器が一斉に故障し始める．同時に供用が開始された複数の消耗故障系機器に対して，逐次更新施策を行った場合，供用開始直後では，更新対象の機器が極めて少なく，ある程度時間が経過



図–5.1　2 次元異質性パラメータと同時分布

した後はリスク管理水準を満足しない，あるいは，逐次更新で相当数の機器を更新するという不経済が生じてしまう．そのため，このような消耗故障系機器に対しては，ある時間が経過した時点で一括更新を行う施策がリスク管理水準を満足しつつ，ライフサイクル費用を最小とする最適施策であると考えられる．一方で，偶発故障系機器に対しては，同様の議論を通じて，逐次更新施策が最適施策となると考えられる（当然のことながら，このような議論を行う際には，**5.5.4** で言及するようなライフサイクル費用評価やリスク分析を通じた定量的評価をすることが望ましいが，本研究ではこれらに関しては今後の課題とする）．**5.2.2** で述べたように，ある機器タイプにおいて，偶発故障，消耗故障のいずれが卓越するかは，劣化加速度の異質性として表現でき，劣化加速度の異質性を推定することにより，機器タイプに対して，一括更新施策と逐次更新施策のいずれを採用すべきかという問題を解決することができる．このように，機器の更新施策の決定を目的として，劣化加速度の異質性を定量的に評価した事例は，筆者らが知る限り過去には存在しない．

2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルでは，劣化速度と劣化加速度の 2 種類の異質性を点検・更新施策の評価単位ごとに推定する．劣化速度の異質性は点検間隔や更新間隔に，また上述のように，劣化加速度の異質性は更新施策に主に影響する．**図–5.1** には，2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルを用いて導出できる 2 次元異質性プロットを模式的に示している．個々のプロットは，それぞれの評価単位を表し，横軸は劣化加速度の異質性パラメータ，縦軸は劣化速度の異質性パラメータを表す．同図を用いることにより，劣化速度が大きく，重点監視を行うべき機器タイプや設置箇所を抽出できる．このような問題意識のもとに，本研究では，劣化速度の異質性と劣化加速度の異質性の同時分布を異質性パラメータの周辺分布とコピュラ [13, 14] を用いて定義する．コピュラは，複数の確率変数の周辺分布関数とそれらの同時分布関数を接合する関数であり，接合分布関数とも呼ばれる．コピュラを推定することにより，平均値を 1 とする個々の異質性分布の確率構造を保持し



図–5.2　パラメータと生存関数の関係

ながら同時分布を推定することができる．これにより，2 種類の異質性間の相関関係も定量的に評価できる．**図–5.1** に併せて示した 2 種類の異質性の同時分布を推定することにより，異質性の 2 次元プロットを定量化することができる．2 種類の異質性プロットの定量化により，システムを構成する機器群のうち，どの程度の個数の機器に対していずれの更新戦略を適用するかに関する方針を検討することができる．**5.1** で述べたように，高速道路付帯機器システムにおいては，技術的陳腐化が起因し，その保守業務に必要な資源数を予め把握しておくことが極めて重要となる．本研究で提案する方法論は，更新施策の最適化のみならず，管理者が保有する機器システム全体に対して，将来必要となる保全のための資源数をシステムの導入時に把握することを可能とし，システム導入の計画段階においても非常に有用となる．

5.2.4　推定値ペアの選択問題

本節では，コピュラを用いて 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルを推定する計量経済学的な意義について考察する．機器の使用時間が s のとき，故障する確率密度を表すワイブル劣化ハザード関数は，尺度パラメータ γ と形状パラメータ α を用いて，

$$\lambda(s,\gamma,\alpha) = \gamma\alpha s^{\alpha-1} \tag{5.1}$$

と表現できる．パラメータペア (γ,α) を所与とすると故障確率の推移過程は一意に定まる．ここで，$(\gamma_a,\alpha_a) = (1.41\times10^{-4}, 2.78)$，$(\gamma_b,\alpha_b) = (3.38\times10^{-4}, 2.50)$ という 2 種類のパラメータペアをとりあげる．**図–5.2** は，それぞれのパラメータペアに対してワイブル劣化ハザードモデルを用いて求めた生存関数を示している．同図に示すように，2 つのパラメータペアは明らかに異なる値をとるものの，生存関数の形状が極めて類似している．このことは，ワイブル劣化ハザードモデルを最尤推定するための尤度関数の凸性が保証されておらず，最尤推定問題に多くの局所最適解が存在することに起因している．しかも，複数の局所解に対する尤度関数値に大きな差異が存在せず，パラメータの最尤推定値を一意的に求める

ことが困難になる可能性が存在する．この問題は，ワイブル劣化ハザードモデルにおける本質的な問題であるが，劣化加速度に対しても異質性を考慮した 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルにおいては，特にこの問題が顕著となる．2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルの場合，尺度パラメータ γ と形状パラメータ α を推定するにとどまらず，機器グループごとにこれら 2 つのパラメータに対して定義された異質性パラメータ値を推定することが必要となる．この場合，個別機器グループごとに異質性パラメータを推定するという方法では,「多くの局所最適な異質性パラメータの推定値ペア中でどのペアを選択すべきか」という推定値ペア選択の問題が発生する．

本研究では，このような異質性パラメータ推定値の選択における不安定性の問題を，コピュラを用いた 2 種類の異質性パラメータの同時分布をパラメトリックに設定することにより解消する．すなわち，尺度パラメータ γ と形状パラメータ α の間に存在する相関構造を明示的に考慮して，コピュラ全体の推定精度を最大にするように個別機器グループごとの異質性パラメータ値とワイブル劣化ハザードモデルを同時推定することにより，パラメータの推定値ペアの選択における不安定性の問題を克服することができる．

5.3　2次元混合ワイブル劣化ハザードモデル

5.3.1　ワイブル劣化ハザードモデル

カレンダー時刻 s_0 を初期時点 $t=0$ とする離散的時間軸を考える．時間軸上の点を時点と呼び，カレンダー時刻と区別する．初期時点 $t=0$ に機器が更新され，それが故障するまでの期間（以下，寿命と呼ぶ）に着目する．記述が煩雑となるのを防ぐため，機器のタイプに関する添え字を本節に限り省略する．さらに，機器は連続して使用されており，道路管制センターによる遠方監視，日常的な道路巡回や高速道路利用者の通報などにより，機器の故障の有無は常時観測されていると考える．機器の寿命を確率変数 ζ で表し，ζ は確率密度関数 $f(\zeta)$，分布関数 $F(\zeta)$ に従って分布すると考える．ただし，寿命 ζ の定義域は $[0,\infty)$ であり，$f(0)=0$，$F(0)=0$ が必ず成立する．いま，直近の更新時点から任意の使用期間 $s\in[0,\infty)$ に対して，機器が故障しないで生存する確率（以下，生存確率と呼ぶ）$\tilde{F}(s)$ は，全事象確率 1 から使用期間 s の間に機器が故障する累積故障確率 $F(s)$ を差し引いた値

$$\tilde{F}(s)=1-F(s) \tag{5.2}$$

となる．機器が使用時間 s にわたり生存し，かつ期間 $[s,s+\Delta s]$ 中にはじめて故障する確率は

$$\lambda(s)\Delta s=\frac{f(s)\Delta s}{\tilde{F}(s)} \tag{5.3}$$

と表せる．機器が使用期間 s にわたり生存し，かつその瞬間に故障する確率密度 $\lambda(s)$ を「劣化ハザード関数」と呼ぶ．式 (5.2) の両辺を s に関して微分することにより，

$$\frac{d\tilde{F}(s)}{ds}=-f(s) \tag{5.4}$$

を得る．このとき，式 (5.3) は

$$\lambda(s)=\frac{f(s)}{\tilde{F}(s)}=\frac{d}{ds}\left(-\log\tilde{F}(s)\right) \tag{5.5}$$

と変形できる．ここで，$\tilde{F}(0)=1-F(0)=1$ を考慮し，式 (5.5) を積分すれば

$$\int_0^s \lambda(u)du=-\log\tilde{F}(s) \tag{5.6}$$

を得る．したがって，劣化ハザード関数 $\lambda(u)$ を用いれば，使用期間 s まで機器が生存する確率 $\tilde{F}(s)$ は

$$\tilde{F}(s)=\exp\left[-\int_0^s \lambda(u)du\right] \tag{5.7}$$

と表される．このように，劣化ハザード関数 $\lambda(u)$ の関数形を決定すれば，機器の生存確率 $\tilde{F}(s)$ を導出することができる．さらに，$\tilde{F}(s)=1-F(s)$ より，機器の累積故障確率 $F(s)$ を求めることができる．ここで，劣化ハザード関数としてワイブル劣化ハザード関数

$$\lambda(s)=\gamma m s^{m-1} \tag{5.8}$$

を考える．ただし，γ は到着密度を表すパラメータ，m は時間を通じたハザード率の増加傾向を表す加速度パラメータである．ワイブル劣化ハザード関数を用いた場合，機器寿命の確率密度関数 $f(s)$，および機器の生存確率 $\tilde{F}(s)$ は，それぞれ

$$f(s) = \gamma m s^{m-1} \exp(-\gamma s^m) \tag{5.9-a}$$

$$\tilde{F}(s) = \exp(-\gamma s^m) \tag{5.9-b}$$

と表される．

5.3.2　2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデル

タイプ i $(i = 1, \cdots, I)$ の機器 l_i $(l_i = 1, \cdots, L_i)$ に着目する．機器が更新されてから経過した使用時間を s と表す．タイプ i の機器の故障事象のハザード率の時間的変化は，機器タイプ毎に異なると考え，2 次元混合ワイブル劣化ハザード関数

$$\lambda_i(s) = \gamma m \varepsilon_i \rho_i s^{m\rho_i - 1} \tag{5.10}$$

に従うと考える．ε_i はタイプ i の劣化速度の異質性を表すパラメータ，ρ_i は劣化加速度の異質性を表すパラメータである．これらの異質性パラメータは，同一タイプの機器に対して共通の値をとるように設定する．このとき，タイプ i の機器の寿命分布を表す確率密度関数 $f_i(s)$，および生存確率 $\tilde{F}_i(s)$ は，それぞれ

$$f_i(s) = \gamma m \varepsilon_i \rho_i s^{m\rho_i - 1} \exp\left(-\gamma \varepsilon_i s^{m\rho_i}\right) \tag{5.11-a}$$

$$\tilde{F}_i(s) = \exp\left(-\gamma \varepsilon_i s^{m\rho_i}\right) \tag{5.11-b}$$

と表される．

ここで，異質性パラメータ ε_i, ρ_i がそれぞれ別個のガンマ分布に従うと仮定する．一般に，ガンマ分布 $R(\alpha, \beta)$ の確率密度関数 $r(\varepsilon_i : \alpha, \beta)$ は

$$r(\varepsilon_i : \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \varepsilon_i^{\alpha - 1} \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{\beta}\right) \tag{5.12}$$

と定義できる．$r(\varepsilon_i : \alpha, \beta)$ は ε_i を変数とする関数であり，パラメータ α，β に応じて変化する．そのことを明示するために記号「:」を用いている．ガンマ分布 $R(\alpha, \beta)$ の平均は $\mu = \alpha\beta$，分散は $\sigma^2 = \alpha\beta^2$ である．また，$\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である．異質性パラメータの平均値を 1 に基準化するために，平均値 1，分散 $1/\phi$ のガンマ分布の確率密度関数 $g(\varepsilon_i : \phi)$

$$g(\varepsilon_i : \phi) = \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} \varepsilon_i^{\phi - 1} \exp(-\phi \varepsilon_i) \tag{5.13}$$

に異質性パラメータ ε_i が従うと考える．同様に，劣化の進行加速度に関する異質性パラメータ ρ_i に関しても，ガンマ分布の確率密度関数 $h(\rho_i : \psi)$

$$h(\rho_i : \psi) = \frac{\psi^\psi}{\Gamma(\psi)} \rho_i^{\psi - 1} \exp(-\psi \rho_i) \tag{5.14}$$

表–5.1　代表的なアルキメディアン・コピュラ

コピュラ	生成関数 $\zeta(x)$ $(x=u,v)$	分布関数 $C(u,v)$	確率密度関数 $c(u,v)=\dfrac{\partial^2 C(u,v)}{\partial u \partial v}$
ガンベル $a\in(1,\infty)$	$(-\ln x)^a$	$\exp[-\{\sum_{x=u,v}(-\ln x)^a\}^{\frac{1}{a}}]$	$\exp[-\{\sum_{x=u,v}(-\ln x)^a\}^{\frac{1}{a}}]\frac{\prod_{x=u,v}\ln x^{-a-1}}{uv}$ $\{\sum_{x=u,v}(-\ln x)^a\}^{\frac{1}{a}-2}[\sum_{x=u,v}(-\ln x)^a\}^{\frac{1}{a}}+a-1]$
クレイトン $a\in(0,\infty)$	$\frac{1}{a}(x^{-a}-1)$	$(\sum_{x=u,v}x^{-a}-1)^{-\frac{1}{a}}$	$(1+a)(\prod_{x=u,v}x^{-a-1})$ $(\sum_{x=u,v}x^{-a}-1)^{-\frac{1}{a}-2}$
フランク $a\in(0,\infty)$	$\ln\{\exp(-ax)-1\}$ $-\ln\{\exp(-a)-1\}$	$-\frac{1}{a}\ln\left[1+\frac{\prod_{x=u,v}\{\exp(-ax)-1\}}{\{\exp(-a)-1\}}\right]$	$\frac{-a\prod_{x=u,v}\exp(-ax)(\exp(-a)-1)}{\{(\exp(-a)-1)+\prod_{x=u,v}\exp(-ax)-1\}}$

注）ただし，任意の関数 $f(\cdot)$ に関して，$\sum_{x=u,v}f(x)=f(u)+f(v)$，$\prod_{x=u,v}f(x)=f(u)f(v)$ が成立する．

に従うと仮定する．本研究では，ガンマ分布 (5.13)，(5.14) のパラメータ ϕ，ψ も機器の点検データを用いて推定する．具体的には，ϕ，ψ をハイパーパラメータとする階層ベイズモデルを構築する．このことにより，異質性パラメータの推定精度を向上させることが可能となる．

5.3.3　2 次元異質性の相関構造

異質性パラメータ ε_i，ρ_i の同時確率分布をコピュラ C を用いて表す．コピュラの詳細は参考文献 [13)−16)] に譲るが，読者の便宜を図るためにコピュラの概要を説明する．周辺分布関数 G，H を持つ確率変数 ε_i，ρ_i の連続な同時分布関数を $F(\varepsilon_i,\rho_i)$ とすると，スクラーの定理 [16)] より，

$$F(\varepsilon_i,\rho_i)=C(G(\varepsilon_i),H(\rho_i)) \tag{5.15}$$

を満たすコピュラ C が一意に存在する．スクラーの定理から，コピュラ C に周辺分布 G，H を適用することにより生成される $C(G(\varepsilon_i),H(\rho_i))$ は，周辺分布を区間 $[0,1]$ とする同時分布関数である．また，

- 任意の $u=G(\varepsilon_i)\in[0,1]$ について $C(u,0)=0$
- 任意の $u=G(\varepsilon_i)\in[0,1]$ について $C(u,1)=u$
- 任意の $v=H(\rho_i)\in[0,1]$ について $C(0,v)=0$
- 任意の $v=H(\rho_i)\in[0,1]$ について $C(1,v)=v$
- $u_1\le u_2$, $v_1\le v_2$ を満たすすべての (u_1,v_1)，$(u_2,v_2)\in[0,1]^2$ に対して，

$$\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}(-1)^{i+j}C(u_i,v_j)\ge 0$$

の 3 つの性質を全て満たすような関数 C がコピュラとして定義される [14]．同時確率密度関数 $f(\varepsilon_i, \rho_i)$ は，コピュラの分布関数 $C(G(\varepsilon_i), H(\rho_i))$ あるいは確率密度関数 $c(G(\varepsilon_i), H(\rho_i))$ を用いて，

$$\begin{aligned} f(\varepsilon_i, \rho_i) &= \frac{\partial^2 C(G(\varepsilon_i), H(\rho_i))}{\partial G(\varepsilon_i) \partial H(\rho_i)} g(\varepsilon_i) h(\rho_i) \\ &= c(G(\varepsilon_i), H(\rho_i)) g(\varepsilon_i) h(\rho_i) \end{aligned} \tag{5.16}$$

と表現できる．周辺確率密度関数 $g(\varepsilon_i)$，$h(\rho_i)$ はそれぞれガンマ分布の確率密度関数 (5.13), (5.14) で表現される．周辺分布に関する情報を用いて同時確率分布を表現するために様々なコピュラが提案されている．本研究では，乱数発生方法が知られているなど実務的にも扱いやすい，1 パラメータ・アルキメディアン・コピュラ [13] を用いる．周辺分布関数をそれぞれ $G(\varepsilon_i) = u$，$H(\rho_i) = v$ とする 2 変量間の 1 パラメータ・アルキメディアン・コピュラの分布関数 $C(u, v)$ は，生成関数 $\zeta(x)$ $(x = u, v)$ を用いて，

$$C(u, v) = \zeta^{-1}(\zeta(u) + \zeta(v)) \tag{5.17}$$

と表現できる．本研究の適用事例においては，アルキメディアン・コピュラとしてガンベル・コピュラ [17]，クレイトン・コピュラ [18]，フランク・コピュラ [19] の 3 種類のコピュラをとりあげる．**表–1** にガンベル・コピュラ，クレイトン・コピュラ，フランク・コピュラの生成関数，分布関数，確率密度関数を示している．また，ガンベル・コピュラのパラメータは $a \in (1, \infty)$，クレイトン・コピュラ，フランク・コピュラのパラメータは $a \in (0, \infty)$ を満たす．Romano[20] は経験コピュラ [21] との相違が最小となるコピュラを選定する方法を提案している．一方，Breymann 等 [22] は，パラメータ数の異なるコピュラ間での選定を考慮し，AIC（赤池情報量基準）[23] をコピュラ選定基準としている．本研究では，コピュラを内包したワイブル劣化ハザードモデル間でのモデル比較を行うため，後者の AIC をコピュラ選定基準として採用する．

このように，コピュラを用いることにより，各異質性パラメータはそれぞれのガンマ分布に従い，平均値が 1 となるというベンチマーキングモデルの特性を維持しつつ，異質性パラメータの同時分布を表現することができる．本研究では，コピュラのパラメータ a，周辺分布のパラメータ ϕ，ψ を推定することにより，2 種類の異質性パラメータの同時分布を推定する．

5.4 推定手法

5.4.1 尤度関数の定式化

いま，タイプ i の機器 l_i $(l_i = 1, \cdots, L_i)$ に対して，それぞれの故障事象に関するデータ $\bar{s}_{i,l_i}$，$\bar{\delta}_{i,l_i}$ が得られていると考える．$\bar{s}_{i,l_i}$ は機器が更新されてからの使用時間，$\bar{\delta}_{i,l_i}$ は故障の有無を表すダミー変数であり，

$$\bar{\delta}_{i,l_i} = \begin{cases} 1 & \text{故障しているとき} \\ 0 & \text{故障していないとき} \end{cases} \tag{5.18}$$

と定義する．記号「$\bar{}$」は観測値であることを表す．ここで，機器 l_i の劣化速度が交通量などの可観測な特性変数に応じて変化すると考える．機器 l_i の z $(z = 1, \cdots, Z)$ 番目の特性変数を $\bar{x}_{i,l_i,z}$ とする．2 次元混合ワイブル劣化ハザード関数 (5.10) の γ を

$$\gamma_{i,l_i} = \exp(\bar{\boldsymbol{x}}_{i,l_i}\boldsymbol{\beta}') \tag{5.19}$$

とする．$\bar{\boldsymbol{x}}_{i,l_i} = (\bar{x}_{i,l_i,1}, \cdots, \bar{x}_{i,l_i,Z})$ は特性変数ベクトルである．$\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \cdots, \beta_Z)$ は未知パラメータベクトルである．記号「$'$」は転置操作を表す．式 (11) に $\gamma = \gamma_{i,l_i}$ を代入して定義される機器 l_i の 2 次元混合ワイブル劣化ハザード関数の確率密度関数を $f_{i,l_i}(s)$，生存確率を $\tilde{F}_{i,l_i}(s)$ と表す．さらに，機器 l_i に関する観測値を $\bar{\boldsymbol{\xi}}_{i,l_i} = (\bar{s}_{i,l_i}, \bar{\delta}_{i,l_i}, \bar{\boldsymbol{x}}_{i,l_i})$ とする．さらに，観測値データベクトルを $\bar{\boldsymbol{\xi}}_i = (\bar{\boldsymbol{\xi}}_{i,1}, \cdots, \bar{\boldsymbol{\xi}}_{i,L_i})$ と表す．また，観測値データ全体を $\bar{\Xi}$ と表す．

いま，機器 l_i に関する観測値 $\bar{\boldsymbol{\xi}}_{i,l_i}$ を与件とする．$\bar{\boldsymbol{\xi}}_{i,l_i}$ が生起する尤度は，劣化ハザードモデル，異質性パラメータの周辺確率密度関数，コピュラを用いて，

$$\begin{aligned}
\ell_{i,l_i}(\bar{\boldsymbol{\xi}}_{i,l_i} : \boldsymbol{\beta}, m, \varepsilon_i, \rho_i, a, \phi, \psi) &= \{f_{i,l_i}(\bar{s}_{i,l_i} : \boldsymbol{\beta}, m, \varepsilon_i, \rho_i)\}^{\bar{\delta}_{i,l_i}} \\
&\quad \cdot \{\tilde{F}_{i,l_i}(\bar{s}_{i,l_i} : \boldsymbol{\beta}, m, \varepsilon_i, \rho_i)\}^{1-\bar{\delta}_{i,l_i}} \\
&\quad \cdot c(G(\varepsilon_i), H(\rho_i) : a) g(\varepsilon_i : \phi) h(\rho_i : \psi) \\
&= \{\exp(\bar{\boldsymbol{x}}_{i,l_i}\boldsymbol{\beta}') m \varepsilon_i \rho_i \bar{s}_{i,l_i}^{m\rho_i - 1}\}^{\bar{\delta}_{i,l_i}} \\
&\quad \cdot \exp\{-\exp(\bar{\boldsymbol{x}}_{i,l_i}\boldsymbol{\beta}')\varepsilon_i \bar{s}_{i,l_i}^{m\rho_i}\} \\
&\quad \cdot c(G(\varepsilon_i), H(\rho_i) : a) g(\varepsilon_i : \phi) h(\rho_i : \psi)
\end{aligned} \tag{5.20}$$

と表現できる．このとき，全ての観測値データ集合 $\bar{\Xi}$ が観測される尤度 $\mathscr{L}(\bar{\Xi} : \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho})$ は，

$$\mathscr{L}(\bar{\Xi} : \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho}) = \prod_{i=1}^{I} \prod_{l_i=1}^{L_i} \ell_{i,l_i}(\bar{\boldsymbol{\xi}}_{i,l_i} : \boldsymbol{\beta}, m, \varepsilon_i, \rho_i, a, \phi, \psi) \tag{5.21}$$

と表現できる．ただし，$\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}, m, a, \phi, \psi)$ はパラメータベクトルを表し，$\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_I)$，$\boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \cdots, \rho_I)$ は異質性パラメータベクトルである．

5.4.2　事前確率密度関数の設定

一般的なベイズ推定手法では，パラメータの事前分布と，観測情報に基づいて定義される尤度関数を用いて，パラメータの事後分布を推定する．いま，尤度関数を $\mathscr{L}(\bar{\Xi}:\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\rho})$ と表す．ここで，パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ が確率変数で，同時事前確率密度関数 $\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{\theta})$ に従うと仮定する．目視点検データ $\bar{\Xi}$ と異質性パラメータ $\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\rho}$ が与件であるときに，未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ の同時事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta}|\bar{\Xi},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\rho})$ はベイズの定理より，

$$\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta}|\bar{\Xi},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\rho}) \propto \mathscr{L}(\bar{\Xi}:\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\rho})\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{\theta}) \tag{5.22}$$

と表される．未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}=(\boldsymbol{\beta},m,a,\phi,\psi)$ の各要素は独立であると考え，同時事前確率密度関数 $\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{\theta})$ を，

$$\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\chi}_{\beta}(\boldsymbol{\beta})\boldsymbol{\chi}_{m}(m)\boldsymbol{\chi}_{\phi}(\phi)\boldsymbol{\chi}_{\psi}(\psi)\boldsymbol{\chi}_{a}(a) \tag{5.23}$$

と展開する．異質性パラメータは潜在変数として取り扱うため同時事前確率密度関数 $\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{\theta})$ に異質性パラメータベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}=(\varepsilon_1,\cdots,\varepsilon_I)$，$\boldsymbol{\rho}=(\rho_1,\cdots,\rho_I)$ は含まれない．式 (5.23) のように，2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルの事前確率密度関数は，ワイブル劣化ハザードモデルのパラメータ $\boldsymbol{\beta}$ の事前確率密度関数 $\boldsymbol{\chi}_{\beta}(\boldsymbol{\beta})$，異質性パラメータの分散を規定するパラメータ ϕ，ψ の事前確率密度関数 $\boldsymbol{\chi}_{\phi}(\phi)$，$\boldsymbol{\chi}_{\psi}(\psi)$，コピュラの未知パラメータ a の事前確率密度関数 $\boldsymbol{\chi}_{a}(a)$ で構成される．

事前確率密度関数 $\boldsymbol{\chi}_{\beta}(\boldsymbol{\beta})$ として多次元正規分布 $\boldsymbol{\beta}\sim\mathscr{N}_Z(\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\Sigma})$ を用いる．ただし，$\mathscr{N}_Z(\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\Sigma})$ は期待値ベクトルを $\boldsymbol{\mu}$，分散共分散行列を $\boldsymbol{\Sigma}$ とした Z 次元正規分布である．また，加速度パラメータ m，分散パラメータ ϕ，ψ，コピュラのパラメータ a の事前確率密度関数として，ガンマ分布を $m\sim\mathscr{G}(p_m^0,q_m^0)$，$\phi\sim\mathscr{G}(p_\phi^0,q_\phi^0)$，$\psi\sim\mathscr{G}(p_\psi^0,q_\psi^0)$，$a\sim\mathscr{G}(p_a^0,q_a^0)$ と設定する．ここに，p_m^0，p_ϕ^0，p_ψ^0，p_a^0 はガンマ分布の形状パラメータ，q_m^0，q_ϕ^0，q_ψ^0，q_a^0 は尺度パラメータである．ただし，$a\in(1,\infty)$ の制約があるガンベル・コピュラに関しては $u=a-1$ と変数変換し，$u\sim\mathscr{G}(p_a^0,q_a^0)$ とする．事前確率密度関数が推定結果に与える影響は，点検データの増加に伴い薄れていく．階層ベイズモデルに対しては代表的な MCMC 法であるギブスサンプリング法やメトロポリス・ヘイスティング法（以下，MH 法）を組み合わせて事後分布を算出する階層ベイズ推定が提案されている．

5.4.3　同時事後確率密度関数の定式化

尤度関数（5.21）と事前確率密度関数（5.23）を用いて，ベイズの定理（5.22）より，同時事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta}|\bar{\Xi},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\rho})$ を定式化することができる．本研究で提案する 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルの同時事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta}|\bar{\Xi},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\rho})$ は具体的に以下のように

表すことができる．

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta}|\bar{\Xi},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\rho}) \quad \propto \quad & \prod_{i=1}^{I}\prod_{l_i=1}^{L_i}\Big[\{\exp(\bar{\boldsymbol{x}}_{i,l_i}\boldsymbol{\beta}')m\varepsilon_i\rho_i\bar{s}_{i,l_i}^{m\rho_i-1}\}^{\bar{\delta}_{i,l_i}} \\
& \cdot\exp\{-\exp(\bar{\boldsymbol{x}}_{i,l_i}\boldsymbol{\beta}')\varepsilon_i\bar{s}_{i,l_i}^{m\rho_i}\} \\
& \cdot\frac{\phi^{\phi}}{\Gamma(\phi)}\varepsilon_i^{\phi-1}\exp(-\phi\varepsilon_i)\frac{\psi^{\psi}}{\Gamma(\psi)}\rho_i^{\psi-1}\exp(-\psi\rho_i) \\
& \cdot c(G(\varepsilon_i),H(\rho_i):a)\Big] \\
& \cdot\exp\Big\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\mu})\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\mu})'\Big\} \\
& \cdot\frac{1}{(q_m^0)^{p_m^0}\Gamma(p_m^0)}m^{p_m^0-1}\exp\left(-\frac{m}{q_m^0}\right) \\
& \cdot\frac{1}{(q_\phi^0)^{p_\phi^0}\Gamma(p_\phi^0)}\phi^{p_\phi^0-1}\exp\left(-\frac{\phi}{q_\phi^0}\right) \\
& \cdot\frac{1}{(q_\psi^0)^{p_\psi^0}\Gamma(p_\psi^0)}\psi^{p_\psi^0-1}\exp\left(-\frac{\psi}{q_\psi^0}\right) \\
& \cdot\frac{1}{(q_a^0)^{p_a^0}\Gamma(p_a^0)}\tilde{a}^{p_a^0-1}\exp\left(-\frac{\tilde{a}}{q_a^0}\right)
\end{aligned}
\tag{5.24}
$$

である．ただし，

$$
G(\varepsilon_i)=\frac{\tilde{\gamma}(\phi,\phi\varepsilon_i)}{\Gamma(\phi)} \tag{5.25-a}
$$

$$
H(\rho_i)=\frac{\tilde{\gamma}(\psi,\psi\rho_i)}{\Gamma(\psi)} \tag{5.25-b}
$$

$$
c(G(\varepsilon_i),H(\rho_i):a)=\begin{cases}
\exp[-\{(-\ln G(\varepsilon_i))^a+(-\ln H(\rho_i))^a\}^{\frac{1}{a}}] \\
\cdot\{(\ln G(\varepsilon_i))(\ln H(\rho_i))\}^{a-1}/\{G(\varepsilon_i)H(\rho_i)\} \\
\cdot\{(-\ln G(\varepsilon_i))^a+(-\ln H(\rho_i))^a\}^{\frac{1}{a}-2} \\
\cdot\{(-\ln G(\varepsilon_i))^a+(-\ln H(\rho_i))^a\}^{\frac{1}{a}+a-1} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\text{（ガンベル・コピュラ）} \\
(1+a)\{(G(\varepsilon_i)H(\rho_i))^{-a-1}\} \\
\cdot(G(\varepsilon_i)^{-a-1}+H(\rho_i)^{-a-1}-1)^{-1/a-2} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\text{（クレイトン・コピュラ）} \\
-a\exp(-aG(\varepsilon_i))\exp(-aH(\rho_i)) \\
\cdot\{\exp(-a)\}/[\{\exp(-a)\} \\
+\{\exp(-aG(\varepsilon_i))-1\}\{\exp(-aH(\rho_i))-1\}]^2 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\text{（フランク・コピュラ）}
\end{cases}
\tag{5.25-c}
$$

が成り立つ．なお，$\tilde{\gamma}(\cdot,\cdot)$ は不完全ガンマ関数である．また，ガンベル・コピュラのとき $\tilde{a}=a-1$，クレイトン・コピュラとフランク・コピュラのとき $\tilde{a}=a$ である．なお，$G(\varepsilon_i:\phi)$，$H(\rho_i:\psi)$ は，異質性パラメータの周辺分布関数であり，$G(\varepsilon_i)$，$H(\rho_i)$ と簡略化して表記している．

5.4.4 同時事後確率密度関数の推定

2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルを推定するためには，複数の未知パラメータと異質性パラメータを推定する必要がある．本研究では，これら全てのパラメータをギブスサンプリングにより同時推定する．各パラメータの条件付き事後確率密度関数を定義する．いま，未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$ の要素 β_{e_1} $(e_1 = 1, \cdots, Z)$ を除く部分ベクトルを $\boldsymbol{\beta}_{-e_1}$ と表す．このとき，同時事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta}|\bar{\Xi}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho})$ を用いて，$\boldsymbol{\beta}_{-e_1}$，$m$，$\phi$，$\psi$，$a$，$\boldsymbol{\varepsilon}$，$\boldsymbol{\rho}$，$\bar{\Xi}$ を既知としたときの β_{e_1} の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\beta_{e_1}|\boldsymbol{\beta}_{-e_1}, m, \phi, \psi, a, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho}, \bar{\Xi})$ は，

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{\Pi}(\beta_{e_1}|\boldsymbol{\beta}_{-e_1}, m, \phi, \psi, a, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho}, \bar{\Xi}) \\
\propto \quad & \exp\left[\sum_{i=1}^{I}\sum_{l_i=1}^{L_i}\left\{\bar{\delta}_{i,l_i}\bar{x}_{i,l_i,e_1}\beta_{e_1} - \exp(\bar{\boldsymbol{x}}_{i,l_i}\boldsymbol{\beta}')\varepsilon_i\bar{s}_{i,l_i}^{m\rho_i}\right\} - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\mu})\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\mu})'\right]
\end{aligned}
\tag{5.26}
$$

と表現できる．$\boldsymbol{\beta}$，ϕ，ψ，a，$\boldsymbol{\varepsilon}$，$\boldsymbol{\rho}$，$\bar{\Xi}$ を既知としたときの m の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(m|\boldsymbol{\beta}, \phi, \psi, a, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho}, \bar{\Xi})$ は，

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\Pi}(m|\boldsymbol{\beta}, \phi, \psi, a, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho}, \bar{\Xi}) \quad \propto \quad & \prod_{i=1}^{I}\prod_{l_i=1}^{L_i}\left[(m\bar{s}_{i,l_i}^{m\rho_i-1})^{\bar{\delta}_{i,l_i}}\exp\left\{-\exp(\bar{\boldsymbol{x}}_{i,l_i}\boldsymbol{\beta}')\varepsilon_i\bar{s}_{i,l_i}^{m\rho_i}\right\}\right] \\
& \cdot m^{p_m^0-1}\exp\left(-\frac{m}{q_m^0}\right)
\end{aligned}
\tag{5.27}
$$

と表現できる．$\boldsymbol{\beta}$，m，ψ，a，$\boldsymbol{\varepsilon}$，$\boldsymbol{\rho}$，$\bar{\Xi}$ を既知としたときの ϕ の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\phi|\boldsymbol{\beta}, m, \psi, a, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho}, \bar{\Xi})$ は，

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\Pi}(\phi|\boldsymbol{\beta}, m, \psi, a, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho}, \bar{\Xi}) \quad \propto \quad & \prod_{i=1}^{I}\left\{\frac{\phi^{\phi}}{\Gamma(\phi)}\varepsilon_i^{\phi-1}\exp(-\phi\varepsilon_i)c(G(\varepsilon_i), H(\rho_i):a)L_i\right\} \\
& \cdot \phi^{p_\phi^0-1}\exp\left(-\frac{\phi}{q_\phi^0}\right)
\end{aligned}
\tag{5.28}
$$

と表現できる．$\boldsymbol{\beta}$，m，ϕ，a，$\boldsymbol{\varepsilon}$，$\boldsymbol{\rho}$，$\bar{\Xi}$ を既知としたときの ψ の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\psi|\boldsymbol{\beta}, m, \phi, a, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho}, \bar{\Xi})$ は，

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\Pi}(\psi|\boldsymbol{\beta}, m, \phi, a, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho}, \bar{\Xi}) \quad \propto \quad & \prod_{i=1}^{I}\left\{\frac{\psi^{\psi}}{\Gamma(\psi)}\rho_i^{\psi-1}\exp(-\psi\rho_i)c(G(\varepsilon_i), H(\rho_i):a)L_i\right\} \\
& \cdot \psi^{p_\psi^0-1}\exp\left(-\frac{\psi}{q_\psi^0}\right)
\end{aligned}
\tag{5.29}
$$

と表現できる．$\boldsymbol{\beta}$，m，ϕ，ψ，$\boldsymbol{\varepsilon}$，$\boldsymbol{\rho}$，$\bar{\Xi}$ を既知としたときの a の条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(a|\boldsymbol{\beta}, m, \phi, \psi, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho}, \bar{\Xi})$ は，

$$
\boldsymbol{\Pi}(a|\boldsymbol{\beta}, m, \phi, \psi, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho}, \bar{\Xi}) \propto \prod_{i=1}^{I}\left\{c(G(\varepsilon_i), H(\rho_i):a)L_i\right\}\tilde{a}^{p_a^0-1}\exp\left(-\frac{\tilde{a}}{q_a^0}\right) \tag{5.30}
$$

と表現できる．さらに，異質性パラメータベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}$ の要素 ε_{e_2} $(e_2 = 1, \cdots, I)$ を除く部分ベクトルを $\boldsymbol{\varepsilon}_{-e_2}$，異質性パラメータベクトル $\boldsymbol{\rho}$ の要素 ρ_{e_3} $(e_3 = 1, \cdots, I)$ を除く部分ベクトル

を $\boldsymbol{\rho}_{-e_3}$ と表す．このとき，$\boldsymbol{\beta}$，m，ϕ，ψ，a，$\boldsymbol{\varepsilon}_{-e_2}$，$\boldsymbol{\rho}$，$\bar{\Xi}$ を既知としたときの ε_{e_2} の条件付き確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\varepsilon_{e_2}|\boldsymbol{\beta},m,\phi,\psi,a,\boldsymbol{\varepsilon}_{-e_2},\boldsymbol{\rho},\bar{\Xi})$ は，尤度関数 $\mathscr{L}(\bar{\Xi}:\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\rho})$ を用いて，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Pi}(\varepsilon_{e_2}|\boldsymbol{\beta},m,\phi,\psi,a,\boldsymbol{\varepsilon}_{-e_2},\boldsymbol{\rho},\bar{\Xi}) \quad \propto \quad & \prod_{l_{e_2}=1}^{L_{e_2}}\left[\varepsilon_{e_2}^{\bar{\delta}_{e_2,l_{e_2}}}\exp\left\{-\exp(\bar{\boldsymbol{x}}_{e_2,l_{e_2}}\boldsymbol{\beta}')\varepsilon_{e_2}\bar{s}_{e_2,l_{e_2}}^{m\rho_{e_2}}\right\}\right] \\ & \cdot L_{e_2}c(G(\varepsilon_{e_2}),H(\rho_{e_2}):a) \qquad (5.31)\end{aligned}$$

と表現できる．$\boldsymbol{\beta}$，m，ϕ，ψ，a，$\boldsymbol{\varepsilon}$，$\boldsymbol{\rho}_{-e_3}$，$\bar{\Xi}$ を既知としたときの ρ_{e_3} の条件付き確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\rho_{e_3}|\boldsymbol{\beta},m,\phi,\psi,a,\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\rho}_{-e_3},\bar{\Xi})$ は，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Pi}(\rho_{e_3}|\boldsymbol{\beta},m,\phi,\psi,a,\boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\rho}_{-e_3},\bar{\Xi}) \quad \propto \quad & \prod_{l_{e_3}=1}^{L_{e_3}}\left[\left\{\rho_{e_3}\bar{s}_{e_3,l_{e_3}}^{m\rho_{e_3}-1}\right\}^{\bar{\delta}_{e_3,l_{e_3}}}\exp\left\{-\exp(\bar{\boldsymbol{x}}_{e_3,l_{e_3}}\boldsymbol{\beta}')\varepsilon_{e_3}\bar{s}_{e_3,l_{e_3}}^{m\rho_{e_3}}\right\}\right] \\ & \cdot L_{e_3}c(G(\varepsilon_{e_3}),H(\rho_{e_3}):a) \qquad (5.32)\end{aligned}$$

と表現できる．これらの条件付き確率密度関数を用いた具体的なモデル推定手順を**図–5.3** と以下に示す．

ステップ 1　事前分布のパラメータ値 $\boldsymbol{\mu}$，$\boldsymbol{\Sigma}$，p_m^0，q_m^0，p_ϕ^0，q_ϕ^0，p_ψ^0，q_ψ^0，p_a^0，q_a^0 を設定する．また，未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の初期値 $\boldsymbol{\theta}^{(0)}=(\boldsymbol{\beta}^{(0)},m^{(0)},\phi^{(0)},\psi^{(0)},a^{(0)})$，異質性パラメータの初期値 $\boldsymbol{\varepsilon}^{(0)}$，$\boldsymbol{\rho}^{(0)}$ を設定する．初期値の影響はサンプリング数の増加とともに薄れていく．サンプリング回数を $n=1$ に設定する．バーンイン回数 $\underline{n}$，アルゴリズムの終了回数 $\overline{n}$ を設定する．$e_1=1$，$e_2=1$，$e_3=1$ と設定する．

ステップ 2　未知パラメータ値 $\boldsymbol{\theta}^{(n)}$ $(n=1,\cdots,\overline{n})$，異質性パラメータ値 $\boldsymbol{\rho}^{(n)}$，$\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}$ を以下の手順でサンプリングする．

ステップ 2-1　未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}^{(n)}$ の各要素 $\beta_{e_1}^{(n)}$ $(e_1=1,\cdots,Z)$ を条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\beta_{e_1}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}_{-e_1}^{(n-1)},m^{(n-1)},\phi^{(n-1)},\psi^{(n-1)},a^{(n-1)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)},\boldsymbol{\rho}^{(n-1)},\bar{\Xi})$ からランダムサンプリングする．

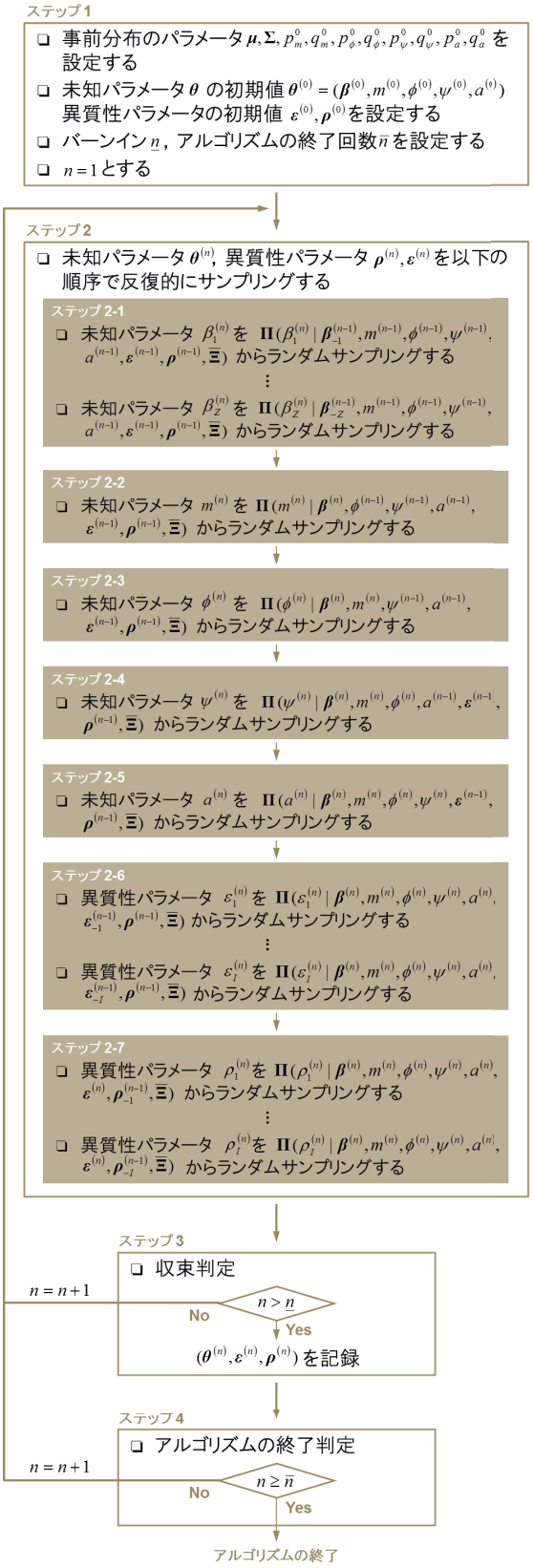
ステップ 2-2　未知パラメータ $m^{(n)}$ を条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(m^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)},\phi^{(n-1)},\psi^{(n-1)},a^{(n-1)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)},\boldsymbol{\rho}^{(n-1)},\bar{\Xi})$ からランダムサンプリングする．

ステップ 2-3　未知パラメータ $\phi^{(n)}$ を条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\phi^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)},m^{(n)},\psi^{(n-1)},a^{(n-1)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)},\boldsymbol{\rho}^{(n-1)},\bar{\Xi})$ からランダムサンプリングする．

ステップ 2-4　未知パラメータ $\psi^{(n)}$ を条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\psi^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)},m^{(n)},\phi^{(n)},a^{(n-1)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)},\boldsymbol{\rho}^{(n-1)},\bar{\Xi})$ からランダムサンプリングする．

ステップ 2-5　未知パラメータ $a^{(n)}$ を条件付き事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(a^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)},m^{(n)},\phi^{(n)},\psi^{(n)},\boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)},\boldsymbol{\rho}^{(n-1)},\bar{\Xi})$ からランダムサンプリングする．

ステップ 2-6　異質性パラメータ $\varepsilon_{e_2}^{(n)}$ $(e_2=1,\cdots,I)$ を条件付き確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\varepsilon_{e_2}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)},m^{(n)},\phi^{(n)},\psi^{(n)},a^{(n)},\boldsymbol{\varepsilon}_{-e_2}^{(n-1)},\boldsymbol{\rho}^{(n-1)},\bar{\Xi})$ からランダムサンプリングする．


ステップ 1
❑ 事前分布のパラメータ $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}, p_m^0, q_m^0, p_\phi^0, q_\phi^0, p_\psi^0, q_\psi^0, p_a^0, q_a^0$ を設定する
❑ 未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の初期値 $\boldsymbol{\theta}^{(0)} = (\boldsymbol{\beta}^{(0)}, m^{(0)}, \boldsymbol{\phi}^{(0)}, \boldsymbol{\psi}^{(0)}, a^{(0)})$ 異質性パラメータの初期値 $\boldsymbol{\varepsilon}^{(0)}, \boldsymbol{\rho}^{(0)}$ を設定する
❑ バーンイン $\underline{n}$, アルゴリズムの終了回数 $\bar{n}$ を設定する
❑ $n = 1$ とする
ステップ 2
❑ 未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}^{(n)}$, 異質性パラメータ $\boldsymbol{\rho}^{(n)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}$ を以下の順序で反復的にサンプリングする
ステップ 2-1
❑ 未知パラメータ $\beta_1^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(\beta_1^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}_{-1}^{(n-1)}, m^{(n-1)}, \boldsymbol{\phi}^{(n-1)}, \boldsymbol{\psi}^{(n-1)}, a^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)}, \boldsymbol{\rho}^{(n-1)}, \boldsymbol{\Xi})$ からランダムサンプリングする
⋮
❑ 未知パラメータ $\beta_Z^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(\beta_Z^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}_{-Z}^{(n-1)}, m^{(n-1)}, \boldsymbol{\phi}^{(n-1)}, \boldsymbol{\psi}^{(n-1)}, a^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)}, \boldsymbol{\rho}^{(n-1)}, \boldsymbol{\Xi})$ からランダムサンプリングする
ステップ 2-2
❑ 未知パラメータ $m^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(m^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\phi}^{(n-1)}, \boldsymbol{\psi}^{(n-1)}, a^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)}, \boldsymbol{\rho}^{(n-1)}, \boldsymbol{\Xi})$ からランダムサンプリングする
ステップ 2-3
❑ 未知パラメータ $\boldsymbol{\phi}^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\phi}^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}^{(n)}, m^{(n)}, \boldsymbol{\psi}^{(n-1)}, a^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)}, \boldsymbol{\rho}^{(n-1)}, \boldsymbol{\Xi})$ からランダムサンプリングする
ステップ 2-4
❑ 未知パラメータ $\boldsymbol{\psi}^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\psi}^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}^{(n)}, m^{(n)}, \boldsymbol{\phi}^{(n)}, a^{(n-1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)}, \boldsymbol{\rho}^{(n-1)}, \boldsymbol{\Xi})$ からランダムサンプリングする
ステップ 2-5
❑ 未知パラメータ $a^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(a^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}^{(n)}, m^{(n)}, \boldsymbol{\phi}^{(n)}, \boldsymbol{\psi}^{(n)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n-1)}, \boldsymbol{\rho}^{(n-1)}, \boldsymbol{\Xi})$ からランダムサンプリングする
ステップ 2-6
❑ 異質性パラメータ $\varepsilon_1^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(\varepsilon_1^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}^{(n)}, m^{(n)}, \boldsymbol{\phi}^{(n)}, \boldsymbol{\psi}^{(n)}, a^{(n)}, \boldsymbol{\varepsilon}_{-1}^{(n-1)}, \boldsymbol{\rho}^{(n-1)}, \boldsymbol{\Xi})$ からランダムサンプリングする
⋮
❑ 異質性パラメータ $\varepsilon_I^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(\varepsilon_I^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}^{(n)}, m^{(n)}, \boldsymbol{\phi}^{(n)}, \boldsymbol{\psi}^{(n)}, a^{(n)}, \boldsymbol{\varepsilon}_{-I}^{(n-1)}, \boldsymbol{\rho}^{(n-1)}, \boldsymbol{\Xi})$ からランダムサンプリングする
ステップ 2-7
❑ 異質性パラメータ $\rho_1^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(\rho_1^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}^{(n)}, m^{(n)}, \boldsymbol{\phi}^{(n)}, \boldsymbol{\psi}^{(n)}, a^{(n)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}, \boldsymbol{\rho}_{-1}^{(n-1)}, \boldsymbol{\Xi})$ からランダムサンプリングする
⋮
❑ 異質性パラメータ $\rho_I^{(n)}$ を $\boldsymbol{\Pi}(\rho_I^{(n)} \mid \boldsymbol{\beta}^{(n)}, m^{(n)}, \boldsymbol{\phi}^{(n)}, \boldsymbol{\psi}^{(n)}, a^{(n)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}, \boldsymbol{\rho}_{-I}^{(n-1)}, \boldsymbol{\Xi})$ からランダムサンプリングする
ステップ 3
❑ 収束判定
$n = n + 1$
$n > \underline{n}$
No
Yes
$(\boldsymbol{\theta}^{(n)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}, \boldsymbol{\rho}^{(n)})$ を記録
ステップ 4
❑ アルゴリズムの終了判定
$n = n + 1$
$n \geq \bar{n}$
No
Yes
アルゴリズムの終了

図–5.3　推定フロー

ステップ 2-7　異質性パラメータ $\rho_{e_3}^{(n)}$ $(e_3 = 1, \cdots, I)$ を条件付き確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\rho_{e_3}^{(n)} | \boldsymbol{\beta}^{(n)}, m^{(n)}, \phi^{(n)}, \psi^{(n)}, a^{(n)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}, \boldsymbol{\rho}_{-e_3}^{(n-1)}, \bar{\Xi})$ からランダムサンプリングする．

ステップ 3　十分大きな $\underline{n}$ に対して $n > \underline{n}$ ならば $(\boldsymbol{\theta}^{(n)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}, \boldsymbol{\rho}^{(n)})$ を記録する．

ステップ 4　$n = \overline{n}$ ならば計算を終了する．$n < \overline{n}$ ならば $n = n + 1$ とし**ステップ 2-1** へ戻る．

十分大きな $\underline{n}$ に対して，このようなマルコフ連鎖が定常状態に達していると考えれば，ギブスサンプリングによる $(\boldsymbol{\theta}^{(n)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}, \boldsymbol{\rho}^{(n)})$ $(n = \underline{n}+1, \underline{n}+2, \cdots, \overline{n})$ のサンプリングは，同時事後確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta} | \bar{\Xi}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho})$ からのサンプリングと等しくなる．したがって，ギブスサンプリングによって得られるこれらの標本 $\boldsymbol{\theta}^{(n)}$ を用いて，パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ の同時事後確率密度関数に関する統計量を計算することも可能となる．さらに，異質性パラメータに関しても，条件付き確率密度関数 $\boldsymbol{\Pi}(\varepsilon_{e_2} | \boldsymbol{\beta}, m, \phi, \psi, a, \boldsymbol{\varepsilon}_{-e_2}, \boldsymbol{\rho}, \bar{\Xi})$，$\boldsymbol{\Pi}(\rho_{e_3} | \boldsymbol{\beta}, m, \phi, \psi, a, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\rho}_{-e_3}, \bar{\Xi})$ からサンプリングした標本を用いて，異質性パラメータに関する統計量を算出することができる．ただし，**ステップ 2** で利用する条件付き確率密度関数からは直接的にランダムサンプリングすることができないため，MH 法を用いて条件付き事後確率密度関数からのサンプリングを行う．

表–5.2　データ概要

機器システム	本線照明	TN 照明	TN 坑外照明
サンプル数	36,024	70,633	7,813
供用開始年	1967～2000 年	1993～2011 年	1968～2000 年
平均点検間隔	19.87	9.64	14.46
システムグループ数	15	14	9

5.5　適用事例

5.5.1　適用データの概要

本研究で提案した方法論の有効性を検討するために，中日本高速道路株式会社管轄の 3 種類の機器システムの点検データを用いて，2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルによる分析を行う．本研究では，1）本線照明，2）トンネル照明（以下，TN 照明），3）トンネル坑外照明（以下，TN 坑外照明）の，3 種類の機器システムに関する点検データを獲得している．それぞれの機器システムのデータ概要を**表–5.2** に示す．また，これらの点検データは，当該機器システムの状態が，故障の有無の 2 値状態で表現されているが，照明施設に関しては，ランプの不点の有無ではなく，灯具本体の故障の有無に関するデータが獲得されている．本研究では，2004 年から 2014 年にかけて実施された点検データの結果に基づいてサンプルを作成し，2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルのパラメータを推定している．**5.2.3** で詳述したように，機器システムの更新施策は，一括更新あるいは逐次更新に大別される．今後，本研究の方法論で評価可能となる 2 次元異質性によって，機器システム全体の保全計画立案を行うことも可能となる．そこで，異質性パラメータを設定するためのグルーピングに関しても，実務上一括更新が可能なグループを形成する必要がある．本研究においては，1）道路付帯システムを施設の種類でグルーピングし，2）それぞれのシステムグループを路線 A から路線 S までの 19 路線ごとにグルーピングすることにより，システムグループを形成した．このようなグルーピングの方法によって，本研究では 38 グループを形成することができた．**表–5.3** には，それぞれのシステムグループの機器システム，路線，サンプル数を示す．

5.5.2　パラメータ推定結果

中日本高速道路株式会社が保有する機器システムに関する点検データを用いて，コピュラを導入した 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルのパラメータを推定した．本研究では，機器システムの劣化過程のモデル化を対象としており，それぞれの機器システムの異質性は離散的なタイプ分類で表現できる．2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルでは，特

表–5.3　システムグループの詳細

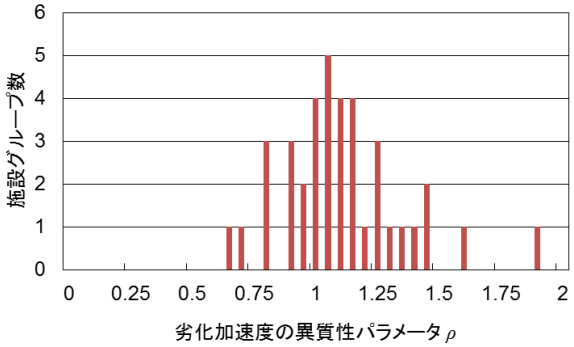
システムグループ	機器システム	路線	サンプル数	システムグループ	機器システム	路線	サンプル数
1	本線照明	A	813	20	TN 照明	H	2,608
2	本線照明	B	1,630	21	TN 照明	I	13,735
3	本線照明	C	260	22	TN 照明	J	597
4	本線照明	D	487	23	TN 照明	K	18,709
5	本線照明	E	177	24	TN 照明	L	363
6	本線照明	F	134	25	TN 照明	N	9,250
7	本線照明	G	7,385	26	TN 照明	O	777
8	本線照明	H	228	27	TN 照明	P	2,647
9	本線照明	I	1,428	28	TN 照明	Q	2,900
10	本線照明	J	118	29	TN 照明	R	3,585
11	本線照明	K	15,444	30	TN 坑外照明	A	16
12	本線照明	L	2,006	31	TN 坑外照明	G	2,607
13	本線照明	M	453	32	TN 坑外照明	H	6
14	本線照明	N	2,928	33	TN 坑外照明	I	1,107
15	本線照明	O	2,533	34	TN 坑外照明	J	154
16	TN 照明	A	112	35	TN 坑外照明	K	836
17	TN 照明	C	506	36	TN 坑外照明	N	1,977
18	TN 照明	F	131	37	TN 坑外照明	O	463
19	TN 照明	G	14,713	38	TN 坑外照明	S	647

性変数ベクトル $\boldsymbol{x}_{l_i}$ を考慮することによっても，機器間の劣化過程の差異を表現できる．本適用事例では，複数種類の機器システムを対象としているが，それら全てで共通して観測される特性変数が獲得不可能であったため，以下では，異質性パラメータのみを用いて機器システム間の劣化過程の差異を表現することとする．したがって，本研究において推定したパラメータは，ハザード率の定数項パラメータ β，加速度パラメータ α，38 個のシステムグループそれぞれの劣化速度の異質性パラメータ ε_i，劣化加速度の異質性パラメータ ρ_i，劣化速度の異質性パラメータが従うガンマ分布の分散パラメータ ϕ，劣化加速度の異質性パラメータが従うガンマ分布の分散パラメータ ψ，コピュラパラメータ a となる．ベイズ推定によって得られたパラメータの推定値，ベイズ推定の 90% 信用域，Geweke 検定統計量を**表–5.4** に示す．さらに，**表–5.4** の未知パラメータに加え，2 次元異質性のパラメータに関しても，同時推定している．同時推定された異質性パラメータの分布を**図–5.4**，**図–5.5** に示す．劣化加速度の異質性パラメータは平均 1，分散 $1/\phi$ のガンマ分布に，劣化速度の異質性パラメータは平均 1，分散 $1/\psi$ のガンマ分布に従うと仮定している．劣化加速度の異質性パラメータの期待値は 1.079，劣化速度の異質性パラメータの期待値は 1.111 となっている．また，本研究では，**表–5.1** に示した 3 種類のコピュラを用いて，2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルの未知パラメータの推定を行っている．各コピュラを含む

表–5.4　パラメータの推定結果

定数項 β	加速度パラメータ m	ε_i の分散パラメータ ϕ	ρ_i の分散パラメータ ψ	コピュラパラメータ a
−13.5	4.00	1.50	6.20	3.73
(−13.6,−13.2)	(3.92,4.06)	(1.47,1.52)	(6.15,6.25)	(3.42,4.08)
0.80	−0.88	−0.042	0.069	0.028

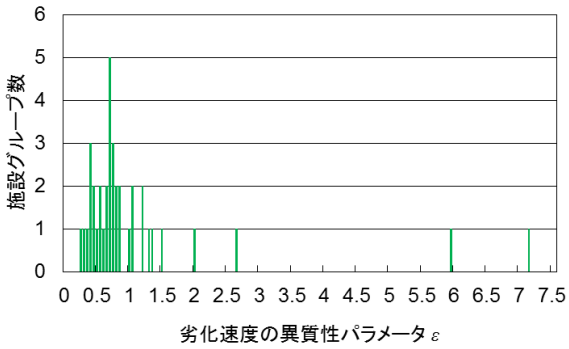
注）第 1 行はパラメータサンプルの期待値，第 2 行はパラメータ推定値の 90% 信用域の下限値と上限値，第 3 行は Geweke 検定統計量を表している．



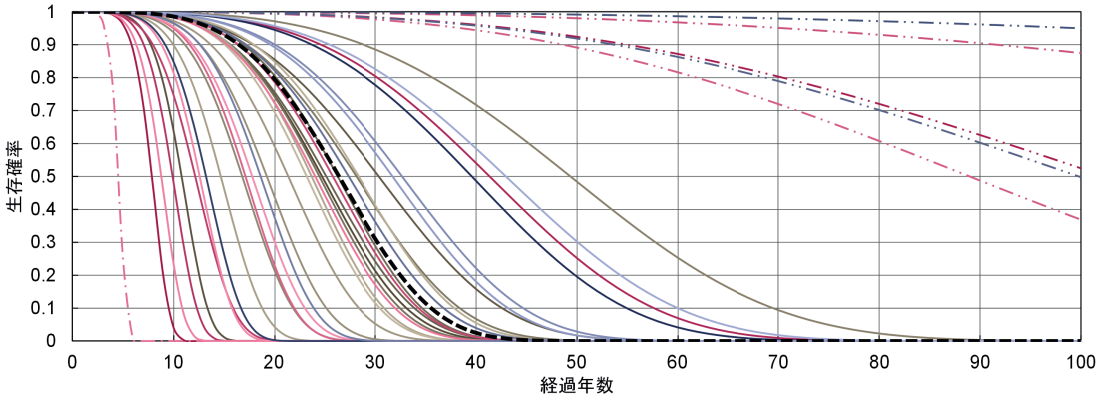
図–5.4　劣化加速度の異質性パラメータ分布

モデル全体の AIC は，ガンベル・コピュラのとき 278,400，クレイトン・コピュラのとき 278,130，フランク・コピュラのとき 276,440 となり，AIC がもっとも小さいフランク・コピュラを採択した．なお，MCMC 法におけるサンプリング回数を $\overline{n} = 15{,}000$，バーンイン回数を $\underline{n} = 5{,}000$ とした．

以上の推定されたパラメータを用いて全 38 グループの生存関数を求めた．これらの生存関数を一括して**図–5.6** に示す．2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルを用いることにより，38 グループそれぞれの機器システムの劣化過程を表現することができる．同図では，本線照明の生存関数を茶色，TN 照明の生存関数を赤色，TN 坑外照明の生存関数を青色で示している．また，同図の黒色破線は，機器システム全体の平均的な劣化過程を表すベンチマーキングケースとなっている．生存確率が 50% に達するまでに要する経過年数は，最も短いグループ（システムグループ 22，図中赤色一点鎖線）で 4.56 年であった．また，生存確率が 50%に到達するまでに 50 年以上かかるグループは，TN 照明や TN 坑外照明などの 5 グループ（図中二点鎖線）であった．これらのシステムグループに関しては，新設から 5 年程度しか経過していない路線の機器システムであり，故障データの蓄積が十分にできていないものであった．今後，十分にデータを蓄積していくことによって，より精緻な分析を行うことができると考えられる．このように，機器システムに関しては，施設



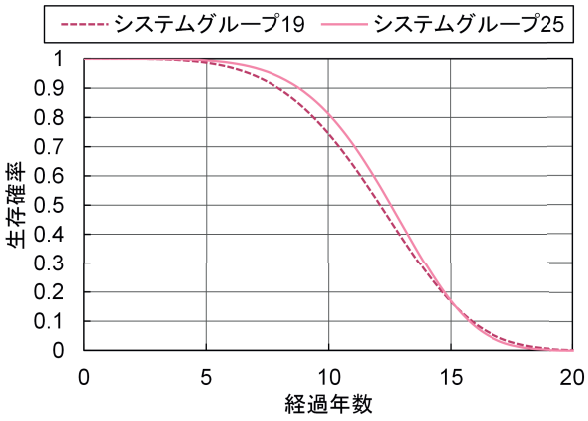
図–5.5　劣化速度の異質性パラメータ分布



図–5.6　各機器システムグループの劣化過程

種別や施設の置かれている環境条件により，その劣化過程は多様化し，グループ間に大きな差異が存在することがわかる．

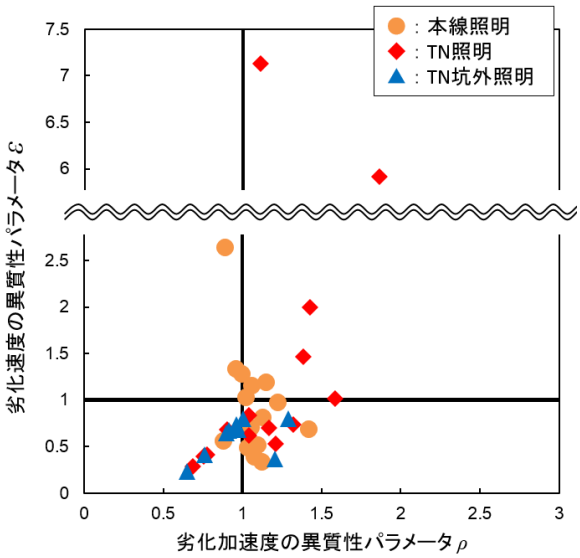
ワイブル劣化ハザードモデルの劣化過程の異質性を考慮可能としたランダム比例ワイブル劣化ハザードモデルでは，システムグループ間の劣化過程の差異を比例的にしか表現できなかったため，生存関数が交錯するような劣化過程を表現することは不可能であった．一方，**図–5.7** には，**図–5.6** に示した生存関数のうち，システムグループ 19 とシステムグループ 25 のみを示している．供用開始から約 15 年間はシステムグループ 25 の機器システムの生存確率の方が高い値をとるが，約 15 年を境に生存関数が交錯し，その後の両システムの生存確率が逆転している．このように，2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルを用いることにより，比例的ではない，より複雑な劣化過程の差異を表現することが可能となっていることが確認できる．



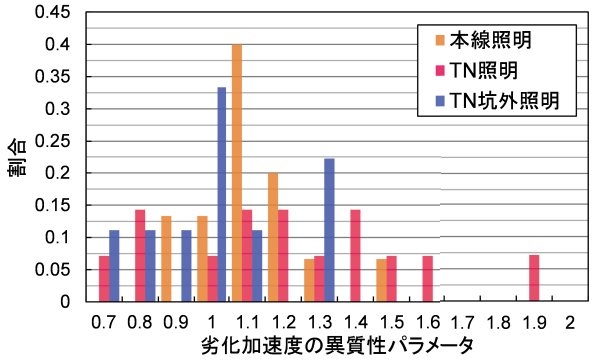
図–5.7　比例的でない劣化過程の例

5.5.3　コピュラと 2 次元異質性の同時分布

本研究では，2 次元異質性パラメータの推定のために，コピュラを導入することにより，2 次元異質性パラメータの同時分布をコピュラと 2 次元異質性パラメータの周辺分布によって表現することができる．まず，**図–5.8** には，2 次元異質性パラメータの散布図を示している．横軸を劣化加速度の異質性パラメータ ρ，縦軸を劣化速度の異質性パラメータ ε としている．第 1 象限（$\rho_i \geq 1$，$\varepsilon_i \geq 1$）に位置するシステムグループの中では，TN 照明のシステムグループが劣化速度，劣化加速度の異質性パラメータの双方が特に大きい値を示す傾向にある．これらのシステムグループに関しては，短い間隔で点検を行い，故障の発生が発見され次第，一括更新を実施するといった重点的な管理体制を敷く必要があると考えられる．一方，第 3 象限（$\rho_i < 1$，$\varepsilon_i < 1$）には，TN 坑外照明のシステムグループが多い．このシステムグループ群に関しては，定期点検などの際に故障が確認された施設に対して，逐次更新を行っていく必要があると考えられる．なお，各象限に位置するシステムグループの劣化特性とそれに対する維持管理施策に関しては，**5.5.4** で詳述するので併せて参照されたい．また，これらの結果に対して劣化加速度の異質性に着目して，システムグループの故障が偶発的故障か消耗系故障であるかを論ずることができる．すなわち，劣化加速度の異質性パラメータが 1.0 周辺で分布している場合には偶発的故障，それ以外の場合には消耗系故障として考えることが可能である（仮説検定を実施することにより統計的に厳密な議論が可能である）．**図–5.9** には，個々のシステムグループの劣化加速度の異質性パラメータに関して，3 種類のシステムごとにその分布を示した．なお，縦軸の割合は，3 種類のシステム個々のシステムグループ数で規格化した値である．同図において，TN 照明では，劣化加速度の大きいグループから小さいグループまで幅広く分布している．偶発的故障か，消耗系故障かを実務的に検討する場合には，特に異質性パラメータの大きいシステムグループに留意が必要である．このことに関して，同図中で異質性パラメータの大



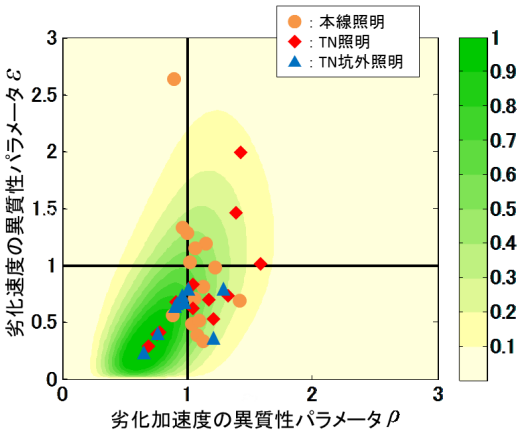
図–5.8　2 次元異質性パラメータ



図–5.9　システムグループごとの劣化加速度の異質性分布

きいトンネルの一部では，トンネル内という閉鎖的な空間において，重交通による煤煙や凍結防止剤の飛散が日々一定量蓄積されることにより，劣化が加速されるために消耗系故障と位置づけられるものと考えられる．一方で，これらの影響が少ないトンネルでは，初期不良や個々の機器そのものの寿命など複数種類の要因による偶発的故障が発生する．本線照明や TN 坑外照明においても同様の考え方により偶発的故障が顕著となっている．

さらに，以下では 2 種類の異質性パラメータ間の相関構造とその同時分布に着目する．コピュラパラメータ a は $a = 3.73$ と正の値をとっている．すなわち，2 次元異質性パラメータは正の相関構造を有していることがわかる．劣化加速度の異質性パラメータの最大値 1.86 をとるシステムグループ 22 は，劣化速度の異質性パラメータに関しても 2 番目に大きい $\varepsilon_{22} = 5.92$ をとっている．すなわち，このシステムグループ 22 の劣化過程は，機器システ

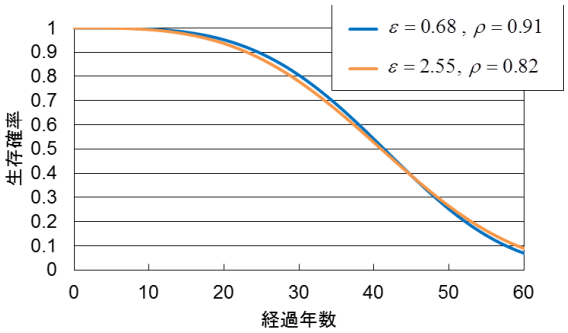


図–5.10　2 次元異質性パラメータの同時確率密度関数

ム全体の平均的な劣化過程よりも，劣化加速度と劣化速度の両面から，相対的に速くなる傾向にあることがわかる．実際に，**図–5.6** においても，システムグループ 22 に該当する生存関数は，最も劣化の進展が速い一点鎖線で示した劣化過程となっている．

5.5.2 で示したように，コピュラの推定パラメータと 2 次元異質性の周辺分布を用いて 2 次元異質性パラメータの同時分布を導出する．先述したように，本適用事例では，フランク・コピュラが選定されている．したがって，以下では，フランク・コピュラの確率密度関数と 2 次元異質性の周辺分布関数を用いて，2 次元異質性の同時確率密度関数を表現することとする．**図–5.10** に 2 次元異質性パラメータの同時確率密度関数を示す．同図から，劣化加速度の異質性パラメータ ρ が $\rho = 0.5$ 程度の小さい値となる場合，劣化速度の異質性パラメータ ε は限りなく小さい値となる傾向にあることがわかる．一方，劣化加速度の異質性パラメータ ρ が大きくなるに従い，劣化速度の異質性パラメータ ε に関しても大きい値をとる確率が高くなることが見て取れる．システムグループが第 1 象限に生起する同時確率は 0.267，第 2 象限は 0.151，第 3 象限は 0.443，第 4 象限は 0.139 であり，第 1 象限と第 3 象限の同時生起確率が大きいことからも，正の相関が顕著に表れていることがわかる．**図–5.10** で示された同時分布の形状から，劣化加速度の異質性パラメータ ρ の小さな変動に対しても，劣化速度の異質性パラメータ ε の変動が大きくなることが確認できる．これは，本適用対象となる機器システムの保全計画を立案していく際には，システムグループごとの劣化加速度の異質性を考慮しなければならないことを示唆している．

また，コピュラを用いることにより，**5.2.4** で述べたようなパラメータの推定値ペアの選択問題を解消している．例えば，2 次元異質性パラメータの推定値が $(\rho, \varepsilon) = (0.91, 0.68)$ となったシステムグループ ι に着目する．**図–5.11** には，システムグループ ι の生存関数と，2 次元異質性パラメータの組み合わせが $(\rho, \varepsilon) = (0.82, 2.55)$ のときの生存関数を示している．**図–5.11** に示すように，これらのパラメータの組み合わせから算出される生存関数は互い



図–5.11　2 次元異質性パラメータの選択問題

に極めて類似している．しかし，コピュラと 2 次元異質性の周辺分布から導出される同時確率は，$(\rho,\varepsilon) = (0.91, 0.68)$ のとき 7.11×10^{-3}，$(\rho,\varepsilon) = (0.82, 2.55)$ のとき 2.75×10^{-4} である．すなわち，2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルの尤度関数にコピュラが含まれることにより，**図–5.11** のような 2 次元異質性パラメータの組み合わせに対しても，適切に選択することが可能となる．

5.5.4　実務的示唆

2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルの開発により，劣化過程の差異を構成する劣化加速度の異質性と劣化速度の異質性という 2 種類の異質性を考慮した劣化モデルの推定が可能となる．さらに，コピュラを用いて 2 次元異質性の相関構造を明らかにすることにより，以下に示すような実務的示唆を得ることができる．

すでに述べたように，機器システムの保守を実行するためには，機器システムの劣化を予測することにより，部品の調達や保守を実施する技術者等を維持しなければならない．特に，機器システムに関しては，運用期間中にもかかわらず，同種の機器が製造中止となり，入手が困難になることも少なくないため，交換機器を備蓄することが必要である．あるいは，機器システムの予防保全を実施するために，機器の更新間隔を合理的に決定することが必要となる．本研究で提案した方法論を用いて，2 次元異質性を定量化したことにより，**図–5.8** に示すように異質性パラメータの散布図を作成することができる．同図より，機器システム全体の平均的な劣化過程をベンチマーキングケースとして，3 つのシステムグループ群に大別できることが理解できる．すなわち，1）第 1 象限に属するシステムグループは，相対的に劣化加速度も劣化速度も速く，長寿命化を重点的に検討することが必要である．2）第 4 象限に属するシステムグループは，劣化加速度が相対的に大きく，劣化の発生時期に応じて一括更新を行う施策を検討する必要がある．3）第 2 象限や第 3 象限に位置するシステムグループに関しては，劣化加速度は相対的に小さくなるため，定期的に点検

を行い，故障機器に関して逐次更新していくことが重要であると考えられる．なお，具体的に一括更新，逐次更新が望ましいかを検討するためには，システムを構成する機器の調達費用だけでなく，取り替え工事を実施するための固定費用や交通規制により発生する社会的費用を考慮することが必要である．これらの固定費用や社会的費用は管理対象となる道路区間によって多様に異なるため，路線ごとに最適な取り替え戦略を分析することが必要となる．本研究で推定した 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルを用いることにより，最適取り替え戦略を具体的に求めるための方法論を提案することができるが，本研究の域を超えており今後の課題としたい．

さらに，コピュラを用いることにより，**図–5.10** に示すように，2 次元異質性パラメータの同時分布と各機器システムグループとの対応関係を分析することができる．各システムグループ群に属する機器システムの割合を把握することにより，交換機器の備蓄を適切に行う管理体制を構築するための有益な知見を獲得することができる．たとえば，ある路線に対して新たな機器システムの導入を検討する際，当該路線周辺の路線に設置されている同種のシステムの 2 次元異質性と，その相関構造から読み取れる劣化傾向を予測することにより，保全計画の立案をあらかじめ行うことも可能である．また，**図–5.8** において劣化速度の異質性パラメータが 7.13，5.91 と推定された 2 路線の機器システムは，同種のシステムグループ（TN 照明）に属する他の機器システムと比較して，明らかに照明ランプの劣化速度が大きい結果になっている．本システムの劣化速度の異質性に関する個別検討の結果，その原因は当該トンネル固有の環境要因に起因することが判明した．この事例でもわかるように，異質性パラメータを用いた相対評価により，個別に重点的に検討すべき対象システム群を選別することも可能である．

5.6　おわりに

本研究では，機器システム間の劣化過程の差異を，2 種類の異質性パラメータを用いて表現し，劣化予測を行う方法論を構築した．具体的には，個々の機器システムグループが有する劣化過程の差異を，劣化加速度の異質性および劣化速度の異質性という 2 次元異質性を導入したような 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルを提案した．また，2 次元異質性の相関構造を明らかにするために，コピュラを用いた推定方法を提案している．2 次元異質性の周辺分布とコピュラを用いた同時分布を表現することにより，個々の機器システムグループの劣化特性の差異を 2 次元空間上で相対評価することが可能になった．また，**5.2.4** に詳述したように，2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルのパラメータ推定において発生するパラメータの推定値ペア選択における任意性を克服することが可能となる．

今後，検討する必要があるいくつかの課題について以下に述べる．第 1 に，本研究の適用対象としては，高速道路上の機器システム以外にも多様な社会基盤施設が考えられる．これらの適用事例を通じて，2 次元異質性の相関関係に関する知見を蓄積し，方法論の改善を図ることが重要である．第 2 に，2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルと異質性パラメータの推定結果を用いて，機器システムの取り替え・更新戦略を分析するための方法論を開発することが必要となる．実際の機器システムのアセットマネジメントを実施するためには，ライフサイクル費用やリスク管理水準を勘案した総合的な評価によって取り替え・更新施策を決定する必要がある．第 3 に，社会基盤施設の劣化状態は本研究でとりあげたような 2 値変数でなく，複数のレーティング（もしくは，健全度）で記述される場合が少なくない．このような場合に対応した時間依存型劣化予測モデルとして，多段階ワイブル劣化ハザードモデル [8] がすでに提案されている．よって，多段階ワイブル劣化ハザードモデルを，本研究で提案した 2 次元異質性を考慮できるモデルへと発展させていくことが必要である．

参考文献

1) 山本浩司，貝戸清之，青木一也，小林潔司，菱田憲輔：技術的陳腐化を考慮した大規模情報システムの最適更新戦略，土木学会論文集 F，Vol.65，No.2，pp.264-283，2009.

2) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.

3) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.

4) 青木一也，山本浩司，小林潔司：劣化予測のためのハザードモデルの推計，土木学会論文集，No.791/VI-67，pp.111-124，2005.

5) 貝戸清之，山本浩司，小濱健吾，岡田貢一，小林潔司：ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル，交通管制システムへの適用，土木学会論文集 F，Vol.64，No.2，pp.115-129，2008.

6) Shin, H. C. and Madanat, S.: Development of a stochastic model of pavement distress initiation, *J. Infrastructure Plan. and Man.*, JSCE, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.

7) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82，2005.

8) 青木一也，山本浩司，津田尚胤，小林潔司：多段階ワイブル劣化ハザードモデル，土木学会論文集，No.798/VI-68，pp.125-136，2005.

9) 貝戸清之，小林潔司，青木一也，松岡弘大：混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計，土木学会論文集 D3，Vol.68，No.4，pp.255-271，2012.

10) 小濱健吾，岡田貢一，貝戸清之，小林潔司：劣化ハザード率評価とベンチマーキング，土木学会論文集 A，Vol.64，No.4，pp.857-874，2008.

11) Maher, M. J. and Summersgill, I.: A comparative methodology for the fitting predictive accident models, *Accident Analysis & Prevention*, Vol.28, pp.281-296, 1996.

12) Piegorsch, W. W.: Maximum likelihood estimation for the negative binomial dispersion parameter, *Biometrika*, Vol.46, pp.863-867, 1990.

13) 戸坂凡展，吉羽要直：コピュラの金融実務での具体的な活用方法の解説，日本銀行金融研究所，金融研究，pp.115-162，2005.

14) Nelsen, R. B.: *An Introduction to Copulas*, Springer, 1999.

15) 貝戸清之，坂井康人，塚本成昭，水谷大二郎，小林潔司：多階層混合マルコフ劣化ハザードモデル：ジョイント劣化評価への適用，土木学会論文集 F4，Vol.71，No.1，pp.1-18，2015.

16) Sklar, A.: Random variables, joint distribution functions, and copulas, *Kybernetika*, Vol.9, No.6, pp.449-460, 1973.

17) Gumbel, E. J.: Bivariate exponential distributions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.55, No.292, pp.698-707, 1960.

18) Clayton, D. G.: A model for association in bivariate life tables and its application in epidemiological studies of familial tendency in chronic disease incidence, *Biometrika*, Vol.65, No.1, pp.141-151, 1978.

19) Frank, M. J.: On the simultaneous associativity of $F(x, y)$ and $x + y - F(x, y)$, *Aequationes Mathematicae*, Vol.19, pp.194-226, 1979.

20) Romano, C.: Calibrating and simulating copula functions: an application to the Italian stock market, *Centro Interdipartimentale sul Diritto e l'Economia dei Mercati*, Vol.12, 2002.

21) Deheuvels, P.: Non parametric tests of independence, *Statistique non Paramétrique Asymptotique Lecture Notes in Mathematics*, Vol.821, pp.95-107, 1980.

22) Breymann, W., Dias, A. and Embrechts, P.: Dependence structures for multivariate high-frequency data in finance, *Quantitative Finance*, Vol.3, No.1, pp.1-14, 2003.

23) 小西貞則，北川源四郎：予測と発見の科学　情報量基準，朝倉書店，2006.

第6章　結論

本研究では，社会基盤施設のアセットマネジメントにおけるデータ欠損問題に対して，潜在変数と MCMC 法を用いた方法論により，多重代入法を用いたデータ欠損の補完が可能であることを示した．また，同方法論を用いて，複数の劣化指標を用いた多元的劣化評価のための多元的劣化過程モデルの推定が可能となることも示した．さらに，**第 2 章**から**第 5 章**の各章では，本研究で提案する潜在変数と MCMC 法による方法を用いてデータ欠損の補完を行うことにより，現実のアセットマネジメントにおける問題を解決するための統計的劣化予測モデルの定式化，推定時に利用可能であることを実証的に示した．以下では，その内容を整理する．

第 2 章では，供用期間中に離散的健全度の判定基準が変更され，判定基準変更前後のいずれの点検データにおいてもサンプル獲得バイアスが含まれている状況を対象に，判定基準変更前後の点検データを統合的に用いてサンプル獲得バイアスを補正しながら劣化予測を行うための隠れマルコフ劣化ハザードモデルを提案し，潜在変数と MCMC 法を用いた推定手法を提案した．また，高速道路トンネル照明灯具を対象とした適用事例を通じて，本研究で提案した隠れマルコフ劣化ハザードモデルを用いて個々の点検データのバイアスを補正し劣化過程を推定することができることを示した．

第 3 章では，統計的劣化予測手法に力学的劣化予測モデルの知見を組み込み点検データの量的不足を補正するような劣化ハザードモデルを提案した．同モデルにおいては，劣化過程を連続量指標として直接推定できる点も特徴となる．また，同モデルの推定時に問題となる初期時点からの経過年数の欠損に対して，潜在変数と MCMC 法を用いた推定手法を適用し，モデル推定を可能とした．さらに，非線形回帰モデルをハザードモデルの枠組みで議論することにより，劣化リスク管理指標，余寿命指標といった本研究の実用化を見据えたリスクマネジメント指標も提案した．また，高速道路舗装耐荷力を対象とした適用事例を通じて，本研究で提案した劣化ハザードモデルの有用性を示した．

第 4 章では，複数種類の劣化事象を同時に考慮し，互いの点検データ欠損を補完し合い多元的劣化過程を推定するための多元的劣化過程モデルを提案し，潜在変数と MCMC 法を用いてモデル推定を行った．さらに，推定された異質性パラメータの同時分布を定量化することにより，社会基盤施設の多元的劣化評価を通じた維持管理計画の立案が可能となることを示した．また，高速道路伸縮継手装置を対象とした適用事例を通じて，本研究で提案する多元的劣化過程モデルにより，点検時に通行規制を伴いサンプルが相対的に欠損している路上点検データの劣化過程を路下点検データの情報を用いて補完できることを示し，さらに，推定された多元的劣化過程モデルを用いた具体的な維持管理計画立案方法を

提案した．

第 5 章では，**第 4 章**の多元的劣化過程モデルに着想を得て，劣化速度，劣化加速度の双方の異質性パラメータの同時分布を考慮した混合確率モデルを 2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルとして提案し，潜在変数と MCMC 法を用いてモデル推定を行った．本章では，ワイブル劣化ハザード関数の特性に起因した，劣化速度と劣化加速度双方の異質性の推定値ペアの選択問題をコピュラを用いた定式化で解消可能となることも示した．また，高速道路照明機器を対象とした適用事例を通じて，2 次元混合ワイブル劣化ハザードモデルにおいても多元的劣化評価が可能である点，維持管理計画の立案が可能である点を確認した．

このように本研究で提案する潜在変数と MCMC を用いた方法論は，多様な状況でのデータ欠損の補完に有用となり，同方法論により，社会基盤施設の統計的劣化予測におけるデータ欠損補完手法の体系化が可能であると判断する．また，**第 2 章**から**第 5 章**では，データ欠損補完手法の提案のみならず，個々の章でのアセットマネジメントにおける問題を解決するような統計的劣化予測モデルを開発している点も本研究の主要な有用性となる．一般的に，社会基盤施設の点検時期を任意に決定することは，交通規制，予算制約などにより困難であり，さらに，補修などに起因したサンプル欠損が発生している場合も珍しくはない．これらの理由からも，本研究で提案する方法論は現実の社会基盤施設のアセットマネジメントに対して極めて有用となると考える．本研究で提案する各方法論に関して今後の課題を各章の最後に示したが，それぞれの方法論で共通する今後の課題としては，適用事例の拡大，多様な種類の社会基盤施設への適用，モデル推定の計算負荷の軽減，提案したモデルそれぞれの特徴に応じた維持管理施策最適化手法の開発があげられる．本研究で提案した潜在変数を用いた MCMC 法によるデータ欠損の補完手法，多元的劣化過程モデルの推定手法は，最小二乗法や最尤推定法と比較し計算負荷が大きい．膨大な計算負荷は統計的劣化予測モデルの実装において障害となり得る．例えば，準モンテカルロ法を用いた方法論により計算負荷を低減させる方法を開発することが必要となる．**第 4 章**，**第 5 章**で提案した多元的劣化評価では，維持管理計画の立案可能性を示したが，具体的な維持管理計画を立案したわけではない．今後，維持管理計画を明示的に示し，その適用可能性を継続的に議論していくことが必要となる．なお，本研究で提案した劣化予測モデルは，点検データが存在すれば数学的にはどのような社会基盤施設の劣化予測に対しても適用可能である．しかしながら，多様な施設のアセットマネジメントを取り扱う上で，個々の施設の劣化リスクに対する考え方は大きく異なる．このような工学的知見を加味しながら，多様な施設に対して本研究で提案した方法論を適用し，継続的に改善していくことが望ましい．

謝辞

本論文の作成にあたり，様々な方々からお力添えを賜りました．ここに記して感謝の意を表します．

大阪大学大学院工学研究科地球総合工学専攻社会基盤マネジメント領域　貝戸清之准教授には，指導教官，本論文の主査として，著者が 2011 年に学部 4 年で研究室に配属されたときより，格別なるご指導，ご高配を賜りました．本論文に対するご指導は勿論のこと，数多くの共同研究，研究発表の機会を惜しみなく与えて頂きました．貝戸准教授の妥協を許さない研究への姿勢は研究者としての理想像であり，ともに論文を執筆させて頂いた経験，その際に頂戴した厳しくも温かいご指導は，私の研究者としての基礎となるとともに今後の大きな糧となると確信しております．深く感謝の意を表するとともに，心からお礼申し上げます．

大阪大学大学院工学研究科地球総合工学専攻交通・地域計画学領域　土井健司教授，社会基盤設計学領域　鎌田敏郎教授には，本論文の副査をお引き受け下さり様々なご指導を賜るとともに，ゼミなどでも研究に対して数多くのご指摘を頂戴しました．深く感謝申し上げます．

京都大学経営管理大学院経営管理講座　小林潔司教授には，共同研究や論文執筆を通じて，貴重なご指導，ご鞭撻を賜りました．我が国のインフラアセットマネジメントの権威である小林教授の問題に対する着眼点，研究遂行力，知識量の多さにはいつも感銘を受けておりました．それらを肌で感じることができたことは，今後の私の研究者人生に大きな影響を与えることは間違いありません．心より感謝申し上げます．

京都大学大学院工学研究科都市社会学専攻　松島格也准教授には，本論文内容についてご指導を賜るとともに，学会などでお会いした際にもお心遣い頂きました．また，博士学位論文公聴会においても貴重なご意見を頂戴しました．誠に感謝申し上げます．

株式会社パスコ・京都大学経営管理大学院　青木一也客員准教授には，実務でのご経験を交え，インフラアセットマネジメントについて様々なお話しをお聞かせ頂くとともに，学会などで研究に対し数多くのご指摘を賜りました．深く感謝申し上げます．

大阪大学大学院工学研究科 NEXCO 西日本高速道路学共同研究講座　小濱健吾特任准教授には，研究に関して数え切れぬ程の議論をさせて頂き，多くの貴重なご指導を頂戴しました．博士号を持つ者としてどのような知見，物の考え方が必要かという点も小濱特任准教授から数多く学ばせて頂きました．深く感謝申し上げます．

研究の特性上，様々な実務者の方々のご支援がなければ，本研究は完成しませんでした．

大阪大学大学院工学研究科 NEXCO 西日本高速道路学共同研究講座との共同研究では，西日本高速道路エンジニアリング九州株式会社　吉田幸信氏（元　NEXCO 西日本高速道路学共同研究講座招へい教授），田中克則氏（元　NEXCO 西日本高速道路学共同研究講座招へい教授），西日本高速道路株式会社　平川恵士氏（元　NEXCO 西日本高速道路学共同研究講座招へい研究員），西日本高速道路株式会社　宮田弘和氏（元　NEXCO 西日本高速道路学共同研究講座招へい研究員），西日本高速道路株式会社・NEXCO 西日本高速道路学共同研究講座　櫻谷慶治招へい研究員に数多くの貴重なご意見を頂戴しました．特に，本論文の第 2 章では，平川恵士氏に高速道路トンネル照明灯具の点検データをご提供頂くとともに，結果に対する考察をはじめ，研究全体に対して終始適切なご助言を賜りました．心より感謝申し上げます．

本論文の第 3 章は，株式会社高速道路総合技術研究所との共同研究の成果の一部です．株式会社高速道路総合技術研究所　高橋茂樹氏，風戸崇之氏，江口利幸氏には，高速道路舗装点検データをご提供頂くとともに，共同研究を通じて実務でのご経験に基づく様々なご指導を賜りました．深く感謝申し上げます．

本論文の第 4 章では，阪神高速道路株式会社，阪神高速技術株式会社から高速道路ジョイント部材の点検データをご提供頂きました．その際，阪神高速道路株式会社　後昌樹氏，杉本佳代氏，阪神高速技術株式会社　塚本成昭氏、宇野津哲哉氏には，ジョイント部材の維持管理方法やデータの特性などに関する知見を賜りました．心より感謝申し上げます．

本論文の第 5 章は，中日本高速道路株式会社との共同研究「安全性向上に向けた道路付帯施設保全計画に関する研究」の成果の一部です．同共同研究において，中日本高速道路株式会社　山本浩司氏，伊藤佑治氏，小島崇行氏，溝渕達郎氏，株式会社高速道路総合技術研究所　赤坂俊幸氏，中日本ハイウェイ・エンジニアリング東京株式会社　横田昌弘氏には，高速道路照明機器の点検データをご提供頂くとともに，分析結果に対する考察，実務的な視点からのご意見を頂戴しました．深く感謝申し上げます．

本研究の一部は，日本学術振興会科学研究費助成事業「特別研究員奨励費（研究課題番号：14J00836）」により実施されました．また，同助成により，2015 年にはチューリッヒ工科大学（Eidgenössische Technische Hochschule (ETH) Zürich，Swiss Federal Institute of Technology in Zurich）の The Institute of Construction and Infrastructure Management（Institut für Bau- und Infrastrukturmanagement，IBI）に 2ヶ月間客員研究員として滞在した際に獲得したインフラアセットマネジメントに関する様々な知見も本研究には反映されています．ここに深く感謝の意を表します．ETH Zürich 滞在中には，IBI，ETH Zürich　Prof. Bryan T. Adey，GHD (Gutteridge Haskins and Davey) Pty. Ltd.　Nam Lethanh 氏（元　IBI，ETH Zürich）には，研究環境を整えて頂くとともに，多くの議論を通じて様々なご指導を賜りました．特に，Prof. Bryan T. Adey には，2016 年度から博士号取得後も継続して Research Associate として IBI，ETH Zürich に

採用して頂いております．心より感謝申し上げます．

また，2011 年度から 5 年半所属した研究室の諸兄のご協力無くしても，本研究の完成は有り得ませんでした．韓国建設技術研究院　韓大錫氏（元　大阪大学大学院工学研究科特任研究員）には，日頃より研究に関する様々な議論を通じて，多くのご指導を頂戴しました．心より感謝申し上げます．株式会社東京サーベイ・リサーチ　林秀和氏（元　大阪大学大学院工学研究科特任研究員）には，同じ研究プロジェクトに参画させて頂き，研究に関して数多くのご指導，ご意見を頂きました．また，ご自身の社会人としてのご経験に基づき，研究室の運営で悩んでいた私に様々なアドバイスをして頂きました．心より感謝申し上げます．公益財団法人鉄道総合技術研究所　松岡弘大氏（元　大阪大学大学院工学研究科博士後期課程）には，私が学部生の頃から，研究の進め方，問題意識の持ち方からプログラミングや打ち合わせ資料の作成方法といった基礎的な事柄まで，辛抱強くご教授頂きました．それらの経験があり，現在の私の研究スタイルが形成されていることは間違いありません．心より感謝申し上げます．西日本高速道路株式会社　福田泰樹氏（元　大阪大学大学院工学研究科博士前期課程）には，学部生として研究室に配属されたばかりの未熟な私に丁寧に確率モデルなどに関してご指導頂くとともに，研究の進め方や研究を行う上でのマナーに関しても，ご自身のご経験に基づき，様々なご指導を頂戴しました．深く感謝申し上げます．大阪大学大学院工学研究科博士後期課程　浜田成一氏には，ご自身の建設会社でのご経験を数多くお話し頂き，土木工学に携わる者として必要となる知見を学ばせて頂きました．また，浜田氏，玉石重機株式会社　杉原栄作氏とは，論文執筆も共にさせて頂き，それを通じて，建設契約や建設労働安全問題に関して，建設現場で現在問題となっている事柄を多数ご教示頂きました．深く感謝申し上げます．株式会社三菱総合研究所　宮崎文平氏（元　大阪大学大学院工学研究科博士前期課程）とは，研究室での唯一の同期として，博士前期課程卒業までの 3 年間の研究室生活で様々な苦楽を共にしました．当時，博士後期課程進学を予定しているというプレッシャーもあり，身勝手な言動も散見された私を我慢強く支えて下さいました．また，博士前期課程ご卒業後もインフラマネジメント関連の業務に従事され，仲間，時にはライバルとして常に刺激を与えて頂いております．深く感謝申し上げます．大阪大学大学院人間科学研究科博士前期課程　数実浩佑氏（元　大阪大学大学院工学研究科博士前期課程）には，現場でのデータ観測にご協力頂くとともに，数実氏が取り組んでおられた時系列分析の研究から数多くのことを学ばせて頂きました．分野は違えど，学術界を目指す人間として刺激も受けました．深く感謝申し上げます．伊藤忠商事株式会社　坂口創氏（元　大阪大学大学院工学研究科博士前期課程）には，初めて直接研究を指導する中で私の未熟な点にも我慢して頂きました．それを通じて，様々なことを学ばせて頂きました．坂口氏の細かい心配りには，先輩でありながらも学ぶ点が多々ありました．深く感謝申し上げます．株式会社日本総合研究所　早矢仕廉太郎氏（元　大阪大学大学院工学研究科博士前期課程）には，博士前期課程から研究室に入った早

矢仕氏の急速な成長に下からのプレッシャーを感じさせて頂きました．また，ご自身のご意見を声を大にして仰って頂き，ゼミや研究打ち合わせにおいて大きな刺激を頂戴しました．深く感謝申し上げます．株式会社富士通研究所　北浦直樹氏（元　大阪大学大学院工学研究科博士前期課程）には，現場でのデータ観測，国際会議，実務者向け講演などでお世話になりました．感謝申し上げます．また，阪神高速道路株式会社　山田洋太氏（元　大阪大学大学院工学研究科博士前期課程）には，研究に関して様々な議論をさせて頂くとともに，研究室の運営業務においてもサポートして頂きました．感謝申し上げます．大阪大学大学院工学研究科博士前期課程　笹井晃太郎氏，京都大学経営管理大学院修士課程　堀舜揮氏（元　大阪大学工学部）には，研究室を飛び出し，他の機関で積極的に勉強されていることに刺激を受けました．また，在学時には，研究室の運営業務などもお手伝い頂きました．感謝申し上げます．さらに，大阪大学大学院工学研究科博士後期課程　徐磊氏，大阪大学大学院工学研究科博士前期課程　音地拓氏，田中昌大氏，二宮陽平氏，大阪大学工学部　荒木駿氏，宇野裕亮氏，阪本凌一氏，王済之氏には，フレッシュな気持ちで研究や勉強に取り組む姿勢から初心を思い出させて頂きました．また，研究室の運営業務もこなして頂き，特に，私がチューリッヒに滞在しているときには，様々な連絡，事務手続きなどをお手伝い頂きました．感謝申し上げます．

博士後期課程で研究を続ける中で，学部，博士前期課程時代の多くの友人からも数多くの刺激を受けました．感謝申し上げます．実務分野，学術分野でそれぞれ成長し，再会できることを楽しみにしております．

最後に，博士後期課程進学に理解と多くの支援をして頂いた両親に感謝の意を表し，本論文の謝辞とさせて頂きます．

2016 年 7 月

水谷 大二郎