

Title	高速炉における中性子輸送計算法の開発
Author(s)	山本, 敏久
Citation	大阪大学, 1996, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3113102
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

高速炉における中性子輸送計算法の開発

1996年

山本 敏久

要 旨

高速炉においては中性子束の角度依存性が強く、この効果を厳密に扱った輸送方程式に基づいて炉心設計計算を行なう必要がある。また、炉心設計精度を高めるには、炉心形状を正確に模擬できる3次元体系が取り扱えることが不可欠である。こういった背景から、国内外の研究機関によって3次元輸送計算法の手法開発が進められてきたが、そのいずれもが膨大な計算時間を要し、大型高速炉への適用を考えた際に実用として供せられるものは存在しなかった。

本研究では、実用的な計算時間で、しかも十分な精度で3次元輸送計算を行う計算法を開発することを目標としている。この課題を実現するべく、1次元や2次元の S_n 法に対する収束加速法として既に定評のある拡散合成法を3次元に適用した。さらに、3次元体系固有の問題点である数値解法の不安定性を解決し、計算時間の短縮を達成するために、(1)拡散合成差分式の改良、(2)拡散合成方程式への正負項分離法の適用、(3)拡散合成方程式の最適SOR加速法の適用、を行なった。この結果、解法の安定性と計算時間の短縮の両面で大幅な改善効果が得られた。拡散合成法に関する研究は従来より数多く行なわれているが、拡散合成法を3次元輸送問題に応用する場合に発生する具体的な問題に着目し、3次元輸送計算の実用化に先鞭を付けた研究は本研究が初めてである。計算法の改良の結果、 S_4 計算の所要時間は、拡散計算の約4倍程度となり、現行のワークステーションの能力から判断しても、十分に実用的な計算時間を実現することができた。

本手法に基づく数値解の妥当性を検討するため、3次元輸送ベンチマークによる精度評価を行ない、XYZ体系を対象とするすべての問題について、計算結果が基準計算値であるモンテカルロ法の結果と一致することを確認した。また、高速原型炉「もんじゅ」の性能試験予備解析では、本研究の計算法が基準計算手法として取り入れられ、1994年4月5日に達成された最小臨界体系の集合体数(168体)は、本手法に基づく予測値(169体)とわずか1体の誤差で一致した。このように、最小臨界量を精度良く予測できた実績は世界的にも前例がなく、本研究で開発した計算法が実用炉の炉心設計に適用可能であるだけでなく、適用することによって炉心設計の精度向上に貢献することが証明された。

Development of Neutron Transport Calculation Method in Fast Breeder Reactors

Abstract

In fast breeder reactors, the angular dependence of neutron flux is large, thus transport equation should be solved to provide sufficient accuracy in reactor design calculations. Considering the heterogeneous configuration of a fast reactor, it is desirable to use three-dimensional codes, which can directly treat the configuration without any compromise in modeling. Consequently, domestic and foreign organizations have been developing the calculation methods to solve the three-dimensional transport equation. Despite the fact, up to now, none of them has been successful in making the methods applicable to the actual use in large fast reactor design from the viewpoint of calculation cost.

The purpose of this study is to develop a practical method to solve the three-dimensional transport problems in practical calculation time with sufficient precision for design use. To resolve the problems associated with calculation cost, the diffusion synthetic acceleration (DSA), which has been proved effective in one- or two-dimensional transport, was applied to XYZ geometry. In addition to that, several improvements in numerical solution strategy were newly introduced: (1) modification in the discrete form of the DSA equation, (2) application of the plus and minus separation method to the solution process of the DSA, and (3) application of the optimized successive over-relaxation(SOR) to DSA. Through numerical experiments, these improvements were proved considerably effective in solving the problems which are inherent in three-dimensional calculations; instability in solution process and increase in calculation time. Many

researches have been performed on the subject of DSA, however, none of them ever concerned the real applicability of the method to large scale problems which may encounter in practical use. Thus this study is the first of this kind. As the result of the improvements, the average CPU time for solving S4 problems was reduced to as low as about 4 times of diffusion calculation; sufficiently practical judging from the ability of the recently-developed engineering work-stations.

The developed method was verified through the three-dimensional benchmark problems, and it was proved that all the results for XYZ models agreed well with the reference Monte Carlo calculations. In the pre-analysis of the prototype fast breeder reactor Monju start up tests, this method was selected as the standard method to analyze the transport effect in the minimum criticality experiment. The final estimation of fuel assemblies to achieve the minimum criticality was 168 based on the method, which is very close to 169, the actual number observed in the experiment on April 5, 1994. It should be noted that any minimum criticality in a core of Monju size has never been predicted with such an accuracy. Through this example, it may be concluded that the developed method is not only applicable to large scale commercial reactors but also plays an important role in improving the accuracy of the core design calculations.

目 次

第1章 序 論	1
1. 1 高速炉における3次元輸送計算の意義	1
1.1.1 高速炉で中性子輸送効果が大きい理由	1
1.1.2 高速炉における中性子輸送効果	2
1.1.3 中性子輸送効果評価法の使い分け	4
1.1.4 炉心設計上の意義	5
1. 2 世界における3次元輸送コードの開発の現状	6
1. 3 3次元輸送ベンチマーク問題	13
1. 4 本研究の目的と位置づけ	19
第2章 S _n 法に基づく3次元輸送方程式の反復解法	25
2. 1 3次元S _n 反復計算	27
2.1.1 3次元S _n 差分式	27
2.1.2 S _n スイープの手順	31
2.1.3 検証計算	35
2. 2 3次元拡散合成差分式の導出	37
2.2.1 拡散合成法の原理	37
2.2.2 拡散合成方程式の差分化の問題点	42
2.2.3 3次元拡散合成差分式	45
2.2.4 検証計算	50
2. 3 拡散合成法の解法アルゴリズムの最適化	54
2.3.1 拡散合成方程式の特徴	54
2.3.2 拡散合成方程式の解法アルゴリズム	56
2.3.3 正負項分離法	58
2.3.4 最適SOR加速法の自動化	59
2.3.5 β_{int} の決定	64
2.3.6 検証計算	66

2. 4	TRITACコードの解法アルゴリズム	71
第3章	TRITACコードの精度評価と高速炉炉心設計への適用	75
3. 1	3次元輸送効果の精度評価	76
3. 2	3次元輸送計算ベンチマークによる精度評価	77
3. 3	従来法による3次元輸送効果評価法の精度評価	79
3.3.1	従来法による3次元輸送効果評価法	79
3.3.2	テスト計算体系	82
3.3.3	計算条件	84
3.3.4	計算結果	84
3. 4	3次元輸送計算コードの高速炉炉心設計への適用例	92
3.4.1	従来設計手法の妥当性評価	92
3.4.2	設計予測精度の向上の実例	94
第4章	集合体内局所輸送効果の評価	107
4. 1	2重非均質効果を考慮した中性子ストリーミング効果の評価	108
4. 2	高速臨界集合体ブランケット格子計算法の検討	114
第5章	結論	123
付録	ベンチマーク問題の解析結果による各種手法の精度比較	125
謝 辞		131
本学位論文に関連する著者の論文リスト		133

第1章 序論

エネルギー資源の乏しい我が国にとって、ウラン資源を最大限有効に利用できる高速炉が、将来の主力エネルギー源として理想的であることは広く認識されている。これまで、我が国では1977年に実験炉「常陽」が、昨年1994年には原型炉「もんじゅ」がそれぞれ初臨界を達成し、今世紀終わりには高速実証炉が建設される予定であり、多少の時間的な遅れはあるものの、我が国の高速増殖炉開発は順調に進められている。高速炉は燃料であるプルトニウムの核的性質を最大限に有効利用するため、中性子を減速させず高速中性子で核連鎖反応を持続させることにより、他の炉型には見られない優れた中性子経済を実現している。高速炉では、中性子の減速を抑さえるために燃料ピンの配列ピッチは狭められ、最もコンパクトな三角形配列が採用されている。また、冷却材としては、中性子の減速効果が比較的になく、ラッピングワイアで設けられた燃料ピン間の狭いすきまで効率良く熱を輸送することができるナトリウムが採用されている。さらに炉心は、細径の燃料ピンを束ねた六角形状を持つ燃料集合体が多数配列した形を取っている。

こうした高速炉の炉心形状の特徴は、炉内中性子の挙動にも影響を与え、高速炉において中性子輸送効果が大きいことが最も特徴的な現象のひとつとして数えられる原因をなしている。

1.1 高速炉における3次元輸送計算の意義

1.1.1 高速炉で中性子輸送効果が大きい理由

高速炉で中性子輸送効果が大きい理由としては、以下の3つが挙げられる。

- 1) 炉心からの中性子漏洩量が多い
- 2) 中性子の平均自由行程が長い
- 3) 中性子ストリーミング効果が発生する

まず、1)であるが、高速炉の炉心から漏洩する中性子は、発生する全中性子の約2-3割に達する。炉心周辺にブランケットが存在する場合を想定すると、高速中性子は炉心

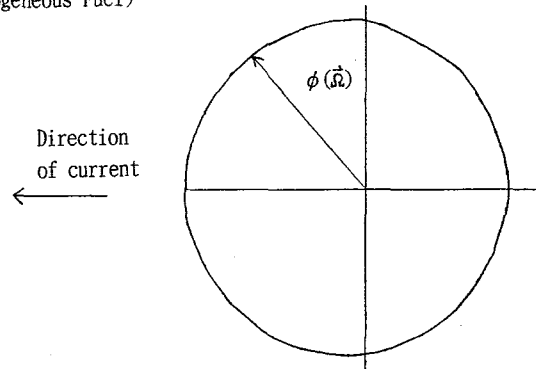
部の核分裂で発生し、中性子漏洩の形でブランケット領域に供給されるため、炉心との境界で輸送効果が顕著になる。次に2)は、高速炉において中性子を減速させず、高速中性子のままで核分裂反応をさせるという原理から、必然的に中性子エネルギーの平均値が数百keVと高くなるが、このエネルギー領域の中性子が持つ平均自由行程は大まかに言って集合体の大きさとほぼ同じ程度である。よって、隣接する集合体同士で核的な干渉効果が発生しやすく、これを正確に求めるためには、全炉心を一括して中性子輸送方程式に基づいた評価を行う必要がある。このことは、高速炉では空間的に大掛かりな計算が要求されることを意味している。また、ほとんど減速が完了した中性子を対象とする軽水炉の場合とは異なり、高速炉では取り扱うべき中性子エネルギーの範囲が広く、かなり多くのエネルギー群数を扱う必要がある。よって、高速炉では空間のみならず、エネルギー群数の面からも計算が大型化する要因を持っている。3)は高速炉に特有な現象であるが、高速炉で冷却材に採用しているナトリウムは比較的に中性子に対する反応断面積が小さく、硬い中性子スペクトルを確保することに役立っているが、炉内にナトリウムのみから構成される領域が存在すると、その領域に沿って中性子ストリーミングが発生する。ストリーミングする中性子はストリーミングパス方向に偏在しており、等方近似からのずれが大きいいため、輸送計算を用いた評価が不可欠である。

1.1.2 高速炉における中性子輸送効果

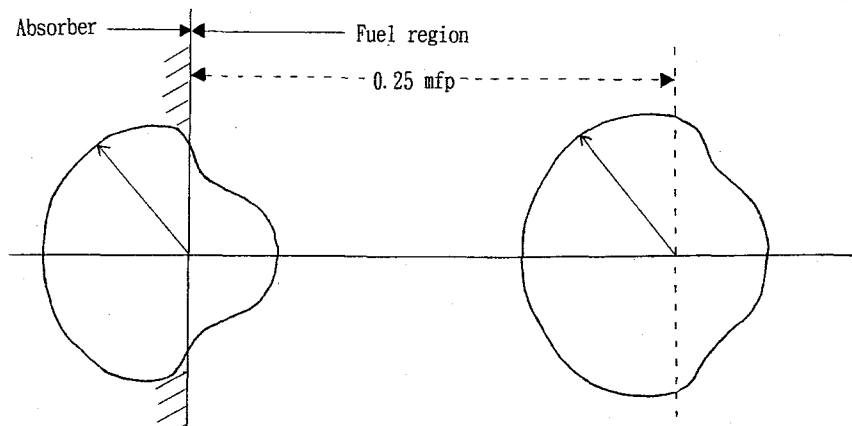
高速炉における中性子輸送効果を説明するために、図1.1に高速炉体系で観察される典型的な中性子束角度分布の比較を示す。吸収体がなく、均質な燃料のみが配列した場合の中性子束の角度分布は、近似的に等方分布と余弦分布の和で近似することが可能であり、中性子流の方向にひしゃげた楕円状のなめらかな分布を示す(図a)。一方、吸収体との境界面では、以下のような理由により非等方分布が現われる。まず、入射中性子束(図1.1の左側部分)については、その飛行方向と入射面のなす角度を θ とすると、吸収体を通過する距離は $1/\cos\theta$ に比例するため、 θ が90度に近くなる程、中性子束分布の減衰が大きくなる。この傾向は吸収体の吸収断面積の大きさに比例するはずであるが、この傾向は図bと図cでも確認することができる。また、吸収体から出る中性子束(図1.1の右側部分)は、吸収体を通過する間に θ が90度に近いものが選択的に減衰する結果、前方にバイアスされた釣り鐘状の分布を示す。この分布は、燃料領域を通過す

る過程で等方分布を持つ中性子源によって薄められ、やがてかき消されるが、境界面から十分に近い領域（平均自由行程の1/4）では非等方成分がまだ残っているのがわかる。以上の議論を多群計算に拡張して、吸収断面積を散乱除去断面積に置き換えてもそのまま成立する。すなわち、吸収体だけでなく減速物質によっても同様の効果をもたらされる。このように中性子角度分布の異方性が強く、中性子輸送方程式を用いて核特性を計算する必要がある場合、中性子の角度依存性をもたらす核特性への影響のことを特に中性子輸送効果と呼ぶ。

(a) No absorber (Homogeneous Fuel)



(b) Weak absorber
($c = 0.8$)



(c) Strong absorber
($c = 0.5$)

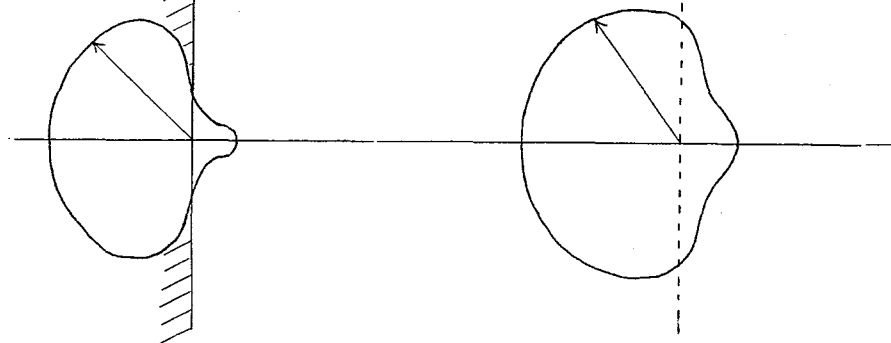


図1.1 吸収体と燃料の境界における典型的な中性子束角度分布

実際の高速炉において観測される中性子輸送効果は、吸収体である制御棒周辺で顕著な効果が見られるが、冷却材であるナトリウムの形状や密度変化によっても比較的の小規模の輸送効果が発生する。ナトリウムは高速炉の炉心構成物質の中では中性子透過率が大きい、ある特定の方向に沿ってナトリウムの細長い領域が存在すると、その方向に平行した飛行方向を持つ中性子のみが減衰されずに透過する、いわゆる中性子ストリーミング効果が発生する。現在、一般的な高速炉炉心は、すべて制御棒位置にナトリウムチャンネルが多数配置された構造を持っており、軸方向の中性子ストリーミングが起りやすい。また、集合体間のナトリウム領域においても同様の影響が予想できる。

以上は、ナトリウム領域を選択的に透過する中性子による中性子輸送効果の例であるが、ナトリウム領域が一部あるは全部ポイド状態になった場合には、ポイド部の中性子透過率が無限大になることから、中性子ストリーミング効果はさらに顕著になる。このような状況は、主に遮蔽解析で回転プラグ間の空隙を漏れ出してくる中性子強度の評価を行う場合等によく遭遇する。

1.1.3 中性子輸送効果評価法の使い分け

中性子輸送効果を評価するためには、中性子の角度方向依存性を考慮した輸送計算が不可欠となるが、実際の評価では着目する問題の性格に応じて、微分型輸送方程式と積分型輸送方程式の使い分けが行われている。すなわち、

- ・集合体内のミクロな構造に伴う輸送効果 → 積分型輸送方程式
- ・集合体ピッチ程度のマクロな構造に伴う輸送効果 → 微分型輸送方程式

なお、例外的にモンテカルロ法は、両者を同時に扱うことができる。

上記の内、前者については、中性子の平均自由行程が集合体ピッチと同程度であること、ピン構造が均質体系に非常に近い構造を持っていることの2つの理由により、通常の高速度炉設計において問題になることは稀である。ただし、実機と異なりプレート構造を持つ臨界集合体においては輸送効果が大きく、衝突確率法を用いたセル計算コードがよく使用されている⁽¹⁾。しかし、一般的に実機の集合体の形状は単純な円筒モデルやプレートモデルで近似が可能であり、3次元形状を厳密に扱った計算を行う必要性はあまりない。本研究においても、この分野における手法の開発が一部含まれており、第4章で述べる予定である。

一方、後者については、炉心形状が複雑でモデル化が難しく、3次元輸送計算コードの登場が早くから望まれていた。この要請に従い、3次元輸送計算コードの開発も早期から開始されてきたが、主に計算機の能力から来る制約のため、設計で用いられることは稀であった。そこで、3次元輸送計算の代用として、着目する評価量毎にうまく3次元形状を取り入れた2次元モデルが工夫され、設計に使用されてきた。しかし、その妥当性を確認するためには3次元輸送計算による解析値が不可欠であり、3次元輸送計算コードの実用化が進むまでの間、未解決の問題のひとつとして放置されてきた。このため、設計に使用する輸送効果には過大な安全係数を用いる等、設計マージンの形で計算値の不確かさを処理せざるを得なかった。この従来法の精度に関わる問題については、第3章で再び取り上げる。

1.1.4 炉心設計上の意義

最後に、高速炉炉心設計上の課題として最近取りざたされることが多い、ナトリウムボイド反応度に限定して、3次元輸送計算法の開発が持つ炉心設計上の意義について具体的に示す。

ナトリウムボイド反応度は、正の反応度効果を持つ非漏洩項（主に減速項）と負の反応度効果を持つ漏洩項の和として表わされるが、この内で中性子輸送効果に関連が深いのは漏洩項である。高速炉では、ボイド前でも主にナトリウムを透過する中性子のストリーミングが存在するが、ボイド化によりこの傾向はますます顕著になり、炉心からの中性子漏洩が増大する。この時に発生する輸送効果は、ボイド形状や位置によって異なると考えられる。とくに広領域のボイド反応度については、ボイド周辺的环境を正確に扱った3次元モデルを用いた解析が最も望ましい。

現行の高速炉の安全設計においては、冷却材の沸騰を許さない設計となっており、ナトリウムボイド反応度は設計対象にはなっていない。すなわち、異常な過渡事象により炉心出口温度が上昇しても、冷却材の沸騰が開始する前に原子炉保護系が働き、制御棒の挿入により炉停止が確保されるという前提になっている。しかし、近年、高速炉のATWS事象に対して安全性をより強化し、制御棒の挿入や能動的な安全施設の補助なしに炉心を準停止状態に導くことができる、いわゆる受動的安全性を備えた高速炉の炉心設計が検討されてきている^{(2)・(3)}。この安全性強化の動きはすでに電力実証炉の設

計に取り入れられており、これを実現するための受動的安全設備としてGEM (Gas Expansion module)⁽⁴⁾やETEM (Enhanced Thermal Expansion module)⁽⁵⁾の開発が進められている。これらの受動的安全性の原理の多くは、出口温度の上昇や、一次系冷却ポンプの吐出圧低下によって引き起こされるナトリウム密度（またはナトリウム液位）変化を利用するものであるが、最終的にこれらの装置が働くことによってどれ位の反応度効果が期待できるかを評価するためには、ナトリウムボイド反応度を正確に予測できることが大前提である。

設計上の課題として、GEM装荷炉心の場合を一例として取り上げる。現在、GEMは中性子漏洩による反応度を確保する目的で、炉心の周方向に島状に配置される予定であるが、GEMはZ方向にナトリウム液位の変動が起こるため、GEMの並び（XY体系）とGEMの液位変化（Z方向）を同時に模擬するモデルは2次元では作成不可能である。こういった背景から、現在、GEMの設計成立性の評価の一環として3次元輸送計算が使用されており⁽⁶⁾、将来GEMの設計が進み、その設計精度および安全性信頼度が問題になるにつれ、この分野における3次元輸送計算の必要性はますます高まってくるものと予想される。

以上のように、3次元輸送計算法の開発は炉心設計の観点から見た時代の必要性に合致したものであり、3次元輸送計算コードの実用化により、経済性、安全性の両面に優れた高速炉炉心設計の実現に大きく近づくことが可能である。

1.2 世界における3次元輸送コードの開発の現状

3次元輸送コードの開発は、古くは1960年代に遡り、主にモンテカルロ法に基づく輸送コードが多数開発された。その後、計算機の発達に伴い計算機容量が大きく取れるようになると、決定論的手法としてSn法を初めとする反復計算による収束解を求める方法が定着し、主に設計の分野ではSn法が盛んに使われるようになった。しかし、3次元体系を直接解くだけの環境が整うまでは、さらに数十年単位の計算機ハードウェアの発達を待たねばならず、現在に到っても設計手法には2次元輸送計算が主に使用されている。Sn法以外の方法についても、原理そのものは古くから考案されており、一部の研究者の手によってコードの開発が地道に続けられてきたが、Sn法ほど実用に供せられていない。Sn法に基づく代表的なコードとしては、Lathlopらの手によるTWO TRAN-I I⁽⁷⁾

があり、炉心設計用の2次元輸送計算コードとして我が国で広く用いられている。一方、Sn法の欠点を埋め合わせる形で近年、特に脚光を浴びているのがモンテカルロ法であり、特に並列計算機の発達や、安価で計算時間のコストをほとんど気にする必要のないワークステーションの発達を追い風として、研究者の中で使用者が激増している。ただし、設計に供せられるだけの精度（統計精度）が得られるかどうかについては議論が分かれ、Sn法に替わって設計標準コードの座を占めるには、まだ数十年の月日が必要であろうというのが識者の平均的な意見であろう。以下、モンテカルロ法と決定論的手法の中で代表的な手法のいくつかについて、原理と長所短所、これまでの開発経緯、今後の課題について分析を試みる。合わせて、それぞれの将来性に対する私見を述べる。

(1)モンテカルロ法

モンテカルロ法は、核データの取り扱いにより二つに分類される。一つは群定数を用いるもの、他方は連続エネルギー定数を用いるものである。モンテカルロ法では、中性子エネルギーも乱数によって発生するため、基本的に両者の差は乱数発生の場合分けとスコアリングの違いだけであり、計算時間と得られる統計精度にはあまり大きな差は見られない。後者には、着目する粒子と触媒との衝突過程を厳密に統計論的に扱うことが可能であり、決定論的な方法及ばぬ特長として大いに着目すべき点である。前者の代表的なコードには、MORSE⁽⁸⁾、KENO⁽⁹⁾等があり、後者に属するものとしてはVIM⁽¹⁰⁾、MCNP⁽¹¹⁾、TRIPOLI⁽¹²⁾、MONK⁽¹³⁾等がある。これらのコードは1970年代前半までにはほぼ出揃い、その後バージョンアップを繰り返しながら今日に到っている。最近の動きとして注目し値いする業績としては、原研が従来のヒストリー駆動型のアルゴリズムに替えて、事象駆動型のアルゴリズムを採用し、VIMをベースにベクトル計算機用に開発したGMVP⁽¹⁴⁾およびMVP⁽¹⁵⁾の発表が挙げられる。これにより、モンテカルロ法の計算時間は約1/10に低減し、実用化に大きく近づいたと言える。実際に両コードの公開後、数か月で利用者数は爆発的に増加し、今や研究者が使用するコードとして最も代表的なもののひとつに数えられるようになった。なお、オリジナルのVIMも、最近のバージョンアップに際してベクトル化バージョンを完成し、MVP等と同程度の計算時間の短縮に成功している⁽¹⁶⁾。

モンテカルロ法が持つ利点としては、以下のような利点が挙げられる。

- ・事象毎にアルゴリズムが独立しており、アルゴリズムの改良が楽である。
- ・計算群数が増加しても全体のメモリ増加は比較的少ない（散乱マトリクスを持つ必要がないため）
- ・複雑な3次元形状を正確に扱うことが可能である。
- ・着目する場所の物理量がメッシュ平均でなく、点の値として直接求められる。

逆に短所あるいは問題点としては、

- ・計算時間に対する計算精度（統計精度）が概して低く、実用的な計算時間で設計精度を満足する結果が得られない。特に出力分布のように着目する領域が小さくなると、到達する中性子の数が減少し、分散が増加する。
- ・分散による精度判定の妥当性について議論が分かれる。
- ・ヒストリーを大きくした場合に、乱数自身の信頼性が問題となる。

モンテカルロ法は、計算時間の問題を除けば、最も信頼性の高い解を得られる方法であるというのが共通の認識であると言ってよいであろう。計算機ハードウェアの進歩は実に日進月歩であり、将来、現在のさらに10倍程度の計算能力の上昇があれば、設計での要求精度と同程度の精度の反応度計算（制御棒反応度、ボイド反応度等）が設計ベースで可能となるであろう。ただし、モンテカルロ法の特徴が十分に生かされるはずのピン単位の最大線出力の評価にはさらに1-2桁の能力向上が必要であろう。実験炉の特殊集合体のように、限定された空間のみの評価であれば、現在の計算機能力でも十分に実用可能であり、実際に実験解析への適用例が報告されている。恐らくモンテカルロ法を設計手法として採用することの最大の障壁は計算時間ではなく、その必要性の有無であろう。一般に高速炉は非均質性が小さく、もともとモンテカルロ法の出番が少ない体系であると言えるが、集合体間の輸送効果に限定して議論する限り、既存の輸送計算コード（特にSn法）で設計上問題とされる点は十分に解決できており、それは後述するベンチマーク結果でも明らかである。Sn法の解析精度については第3章で詳細に述べる。さらに、モンテカルロコードを設計コードとして使用するためには、燃焼計算が可能であることが大前提であるが、モンテカルロ法の長所を生かした燃焼計算を行うためには、計算体系を詳細な領域で（例えばピン単位で）分割し、そのすべての点の数密度を保存し続ける必要がある。このためには、膨大な計算容量が必要となるが、中

中性子の平均自由行程が長い高速炉において、こういった計算に意義があるか疑問が残るところである。よって、モンテカルロ法は将来的には、よりその能力が発揮しやすい軽水炉体系で実用に供せられる可能性の方が高いと言えるだろう。

(2) S_n法

S_n法の原理および解法は本論文の中核をなすテーマのひとつであり、第2章で詳細に述べるため、ここではS_n法に基づく計算コードの一般的な特性と、S_n法に基づく輸送計算コードで本研究に先行するコードを紹介するに留める。

S_n法は、中性子飛行方向を有限のセグメントに分割して近似を行うため、基本的に中性子束の角度分布の形を選ばず、計算精度が非常に安定しているのが特徴である。一方、セグメントの数が十分に大きくない場合には、特定の方向に中性子のストリーミングパスが発生し、中性子束分布に不自然なうねりを生じる、いわゆるレイ効果が発生することがS_n法の欠点であると一般に言われている。しかし、高速炉炉心のように散乱比が極めて1に近い体系では、ストリーミングパスを抜けた中性子はすぐさま散乱を受けるため、実際にレイ効果が観測されることはほとんどない。これまで、S_n法のレイ効果を示した計算例は、ことごとく完全吸収体を透過する中性子や、真空境界に隣接する領域の中性子を対象とした特殊なケースであり、いずれも実機体系とはかけ離れた体系である。

S_n法に基づく2次元コードは、1970年前半に現在設計に使用されているものが開発され、代表的なものとしてTWO TRAN⁽⁷⁾、DOT⁽¹⁷⁾、TWODANT⁽¹⁸⁾が挙げられる。いずれも、計算機能はほとんど同じであるが、我が国の炉心設計ではTWO TRANを炉心計算用コードとして、DOTを遮蔽計算用コードとして使い分けているのが現状である。一方、3次元コードとしては、上に述べた各々の2次元コードの作者が3次元化を図った結果として、THRETRAN⁽¹⁹⁾、DORT⁽²⁰⁾、THREEDANT⁽²¹⁾の各コードが次々に開発された。DORTは、広島・長崎の原爆被爆量の再評価の一環として、スカイシャインを通じて建物の窓から透過する中性子線およびガンマ線の強度を3次元的に評価する目的で開発され、検証実験のための模擬建物の建設まで行われた。上記の3つのうちDORTのみが公開コードであり、国内でも使用経験があるが、これまでの使用経験者の意見から判断する限り、3次元輸送コードの宿命である計算時間の問題に阻まれて、実用にはほとんど役に立たないというのが

現状のようである。

一般に S_n 法は、後述する P_n 法等と比較して空間メッシュ効果が小さいのが特徴とされるが、高速炉実機の六角体系では空間メッシュの影響を大きく受けて、収束解が得られない場合もあることが報告されている。この問題を回避するためには、六角形をさらに三角形に分割し、空間メッシュ効果が気にならない程度のメッシュ幅まで分割して計算を行えばよいが、求めるべき計算点の数が急激に増加し、実用的な方法ではない。概して、実機集合体の大きさでは後述するノード法が有望な手法とされている。

(3) P_n 展開法

この手法は、中性子束の角度依存性を Legendre の球面調和関数列で展開するもので、 $n = 1$ の時、拡散近似と一致する。この展開法の最も大きな問題点は真空境界条件の扱いである。例えば 1 次元平板体系で $x = 0$ を境界面とし、 $x < 0$ で真空を仮定すると、 $x = 0$ 境界面上の中性子束角度分布は、 $x < 0$ の部分からの流入がないため、 $x > 0$ 方向にのみ成分を持つ半球状の分布になる。この分布を球面調和関数列で展開すると、次数を無限に取らない限り、展開後の中性子束の $x < 0$ 方向の成分はゼロを挟んで波打ち、負の中性子束の存在を消すことができない。このため、 P_n 展開法を用いるコードでは境界条件に何らかの近似を施して処理することが行われており、近似式の違いによって得られる結果が異なるという問題点が生じる。また、原則的に中性子飛行方向を選ばない S_n 法とは異なり、ある一定方向に直進するストリーミングパスを扱うことが難しく、ストリーミングパスと座標軸の作る角度によって解析精度に差が生じる。こういった問題点の存在は、 P_n 法が古くから代表的な手法のひとつに数えられてきたにも関わらず、実用的な輸送計算法としてこれまで着目されなかった理由のひとつとして挙げられるであろう。3次元体系を解析する公開コードとして MARK コード⁽²²⁾がある。

(4) 輸送ノード法

元来、ノード法の広義は、通常のメッシュと比較的してより大きな空間を占めるノード内の物理量を多次元関数等の曲線近似で表わし、空間の計算点を節約して計算時間の短縮を図るものすべてを指す。輸送ノード法では、ノード内分布の近似の他に、ノード間の中性子流の非等方性に対する近似等が加えられるため、同じ輸送ノード法によるコードでも各々手法が異なり、一律に扱うことはできない。ANLの開発した D I F -

3D⁽²³⁾ (正確には、本来拡散計算コードシステムであったものに輸送ノード法の計算機能を追加したもの)は、輸送ノード法の初期を代表するコードであるが、このコードの目指すところは、「拡散計算の2倍程度の計算時間で、輸送効果の約8割を抑さえ」という純粋に実用的な用途であり、厳密な数値解を求めることは目的としていなかった。しかし、3次元輸送計算が高嶺の花であった当時において、極めて短時間の計算時間で3次元輸送効果の近似値が求められることは画期的なことであった。その後、手法が改善されるにつれ、輸送ノード法はより厳密な解を求めるべく複雑化する道を辿っている。将来的には、輸送ノード法は計算時間の節約の手段としてよりも、六角体系などの特殊な計算体系で厳密な解を得る手段として主に利用されることになるであろう。ワークステーションの発達で計算コストの概念があまり意味を持たなくなった背景もこれに関連している。

ノード法コード全般に言えることであるが、ノード法は空間分布を曲線で近似しているため、単純なSn法の場合と異なり、空間メッシュ効果の理論的な外挿が容易ではない。このため、ノード法コードの結果は空間メッシュ効果を施さず、そのまま使用されることになる。炉心設計では、厳密な解を多種多様な炉心構成に対して求める必要があり、補正という手段が用いられないノード法コードに課せられる精度は厳しいものにならざるを得ない。むしろ、輸送ノード法の特徴を生かした用途としては、比較的近似的な解で間に合う炉心管理コードがよりふさわしいであろう。現行の炉心管理コードはすべて拡散計算ベースであるため、ブランケットのPuビルドアップ量等が正確に扱われていなかった。輸送ノード法の適用により、この問題は大幅に改善できることが期待できる。

(5) Variational transport method

この手法は、Vladimirov⁽²⁴⁾らによって最初に中性子輸送計算の分野に取り入れられたもので、中性子の飛行方向で中性子束を2つの項に分割し、その和と差をそれぞれ even-と odd-parity component として独立に求める方法である。このようにして導き出された even-parity equation は自己随伴性 (self-adjoint) を持つため、反復マトリクスが対称となり、数値計算としては比較的容易に解が求められる。例えば Ritzの方法⁽²⁵⁾では、マトリクスが対称であることを生かして、輸送計算の厳密解と近似解の差を摂動として扱い、最終的に厳密解を近似解の線形結合の形で表わす。このような

近似解としては通常、P n法が使用される。この手法が比較的最近になって注目を浴びたこともあり、この手法に基づく公開の3次元輸送コードはまだ存在しない。コード開発では Carrico らのグループが先行しており、既にXYZ体系、三角メッシュおよび六角メッシュ体系が扱えるコードが完成している⁽²⁶⁾。また、CEAでも精力的に開発が進められている。

この手法の利点は、解くべき方程式が線形方程式に限られるため、比較的短時間に計算が可能であり、線形方程式に対して提案されている種々の数値解析手法、特に収束加速法がそのまま適用できることである。また、要求精度に応じて摂動の次数を変化することが可能であり、計算結果を見ながら必要精度に達した時点で計算を打ち切れる等、実用上の利点も大きい。また、P n法を近似解として用いた場合には、ベクトル計算手法として拡散計算コードですでに確立されているチェッカーボード型反復法がそのまま使える可能性が多く、高いベクトル化効率が期待できる。よって、Variational transport method は将来的に有望な手法であると言ってよいであろう。

(6)その他の方法

その他の手法に基づく少数派のコードがいくつか存在するが、公開されておらず公式の場で使用されることはほとんどないのが実情である。ここでは、その中でも代表的なものに限定して述べる。

原研で開発された直接積分法は、中性子束の減衰が急激な場合でもS n法の空間メッシュ効果を小さく抑さえられるように、着目する中性子の飛行方向のセグメントについて、積分型輸送方程式を用いてセル内での中性子減衰率を求め、セル間の中性子流をS n方式でつなぐ方法である。PCAベンチマークへの適用でも良好な結果を示し⁽²⁷⁾、中性子減衰率の大きい遮蔽計算に適した方法として開発当初は注目を集めたが、あまり一般的には使用されていない。3次元輸送コードとしてはPALLAS - XYZ⁽²⁸⁾がある。

同じく原研で開発された二重有限要素法による輸送方程式の解法は、計算体系を三角柱および四角柱の組み合わせで記述し、計算形状の自由度を大きくしようとする試みであるが、境界条件の扱いが難しい等の問題があり、結果的には良好な成果が得られなかったようである。拡散方程式をはじめとする線形型の方程式に対しては、有限要素法は広く用いられており、特に機械設計の分野では最も代表的な手法としての地位を確保

しているが、中性子輸送計算への適用には種々の問題があり、実現が難しいようである。現在、この手法の開発に対する活動はほとんどない。

1.3 3次元輸送ベンチマーク問題

世界的に3次元輸送計算コードの開発活動が活発になるにつれ、3次元輸送計算を対象とした国際ベンチマーク問題の必要性が指摘されるようになった。NEACRPの3次元輸送ベンチマークは1988年に大阪大学によって提案されたものであり、世界で初めての本格的な国際ベンチマーク問題である。NEAの呼びかけによって世界中の3次元輸送コードの開発者や使用者がこれに参加した⁽²⁹⁾。このベンチマーク問題の主な目的は、現在開発されている3次元輸送計算コードの計算手法の妥当性を評価することと、将来に3次元輸送計算コードの精度評価が行えるだけの精度の良いベンチマーク問題を確立することである。

ベンチマーク問題は全部で4種類からなり、軽水炉と高速炉体系を両方網羅した内容となっている。このベンチマーク問題に参加した参加者は合計22名(20機関)に上る。ベンチマーク結果が揃った時点で、1990年10月22~23日にワーキンググループが開催され、各自が持ち寄った解析結果の整合性のチェックや、基準とすべきリファレンス解析値をどう選定するか、といった問題が話し合われた。また、輸送計算コードの空間メッシュ効果や拡散合成加速法の精度に関する報告もあり、解析値の信頼性に関する議論も活発に討論された。

この3次元輸送ベンチマーク問題は本手法の精度評価を行う上で、特に本論文で重要な位置づけを占めるものであり、第3章では本手法をもとに開発されたTRITACコードによるベンチマーク問題の解析結果の詳細について報告する。これに先だって、ベンチマーク問題の概略について少し詳細に述べておくことにする。

ベンチマーク問題は以下の4種類からなる。各々の問題ごとに解析条件を記す。

(1)問題1 (小型軽水炉体系)

この問題は、京都大学が所有するKUCA (Kyoto University Critical Assembly) を模擬した体系であり、図1.2に示すように一辺が25.0cmの立方体の形状を持つ。基準メッシュ幅は各軸方向に1cmである。中性子のエネルギー群数は2群であり、巨

視的断面積の形で厳密に指定されている。この問題は、制御棒の挿入状態により、さらに以下の2つのケースに分かれる。

ケース1：制御棒位置はボイド

ケース2：制御棒は全挿入状態

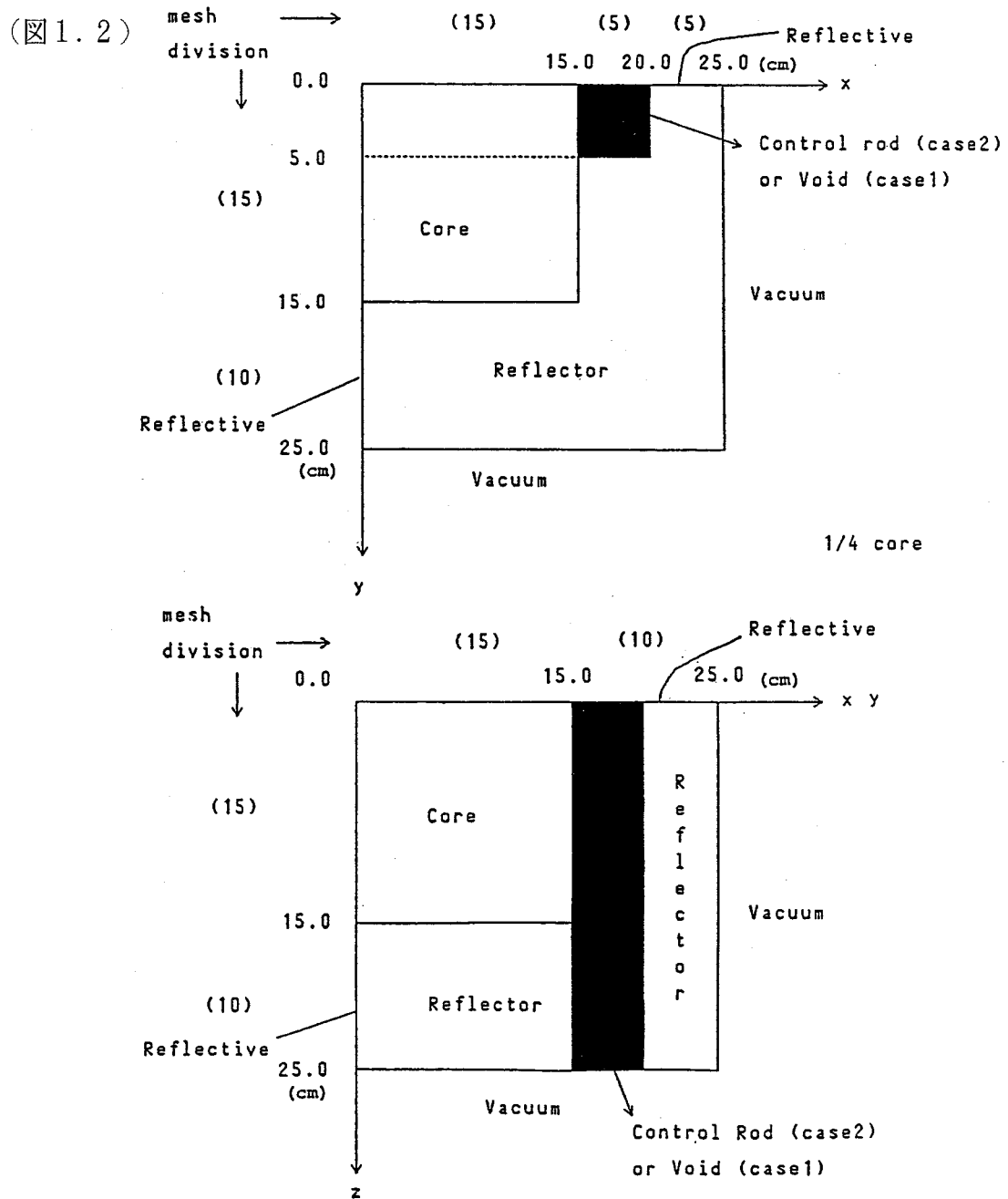


図1.2 NEA 3次元輸送ベンチマーク問題 (問題1) の炉心配置 (文献(29)より)

(2)問題 2 (小型高速炉体系)

この問題は、実験炉クラスの高速度炉を模擬したものであるが、計算形状は六角ではなく、XYZ体系である。計算体系を図1.3に示す。基準メッシュは各軸方向に5cmと指定されている。中性子のエネルギー群数は4群であり、やはり巨視的断面積の形で厳密に指定されている。制御棒の挿入状態により、以下の2つのケースがある。

ケース1：制御棒引抜状態（制御棒位置にはナトリウムが充満）

ケース2：制御棒半挿入状態

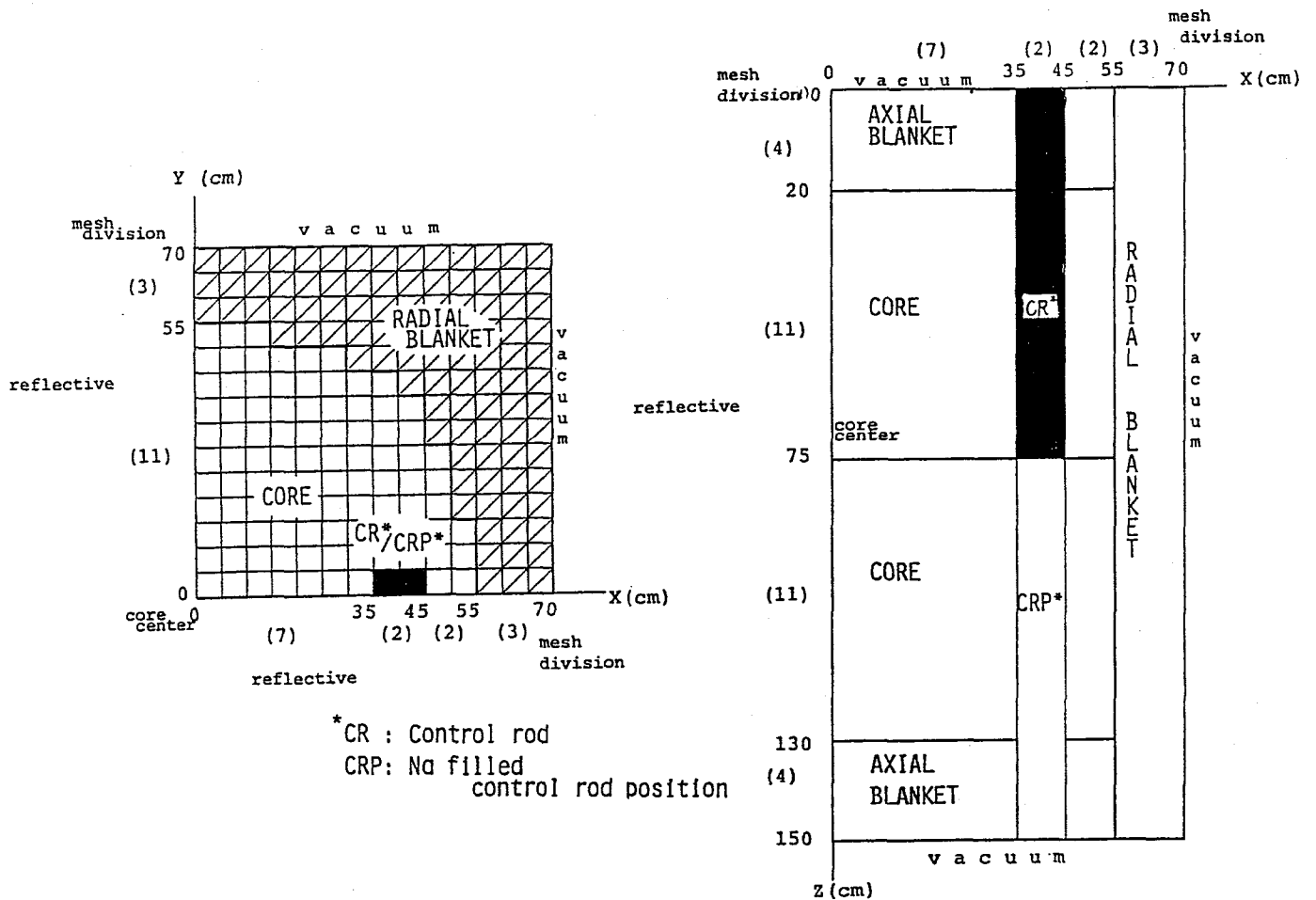


図1.3 NEA 3次元輸送ベンチマーク問題（問題2）の炉心配置（文献(29)より）

(3)問題 3 (大型高速炉体系)

この問題は、実証炉クラスの軸方向非均質炉心を模擬したものであり、やはりXYZ体系である。計算体系を図1.4に示す。炉心中心付近に内部ブランケットを持ち、さらにそれを貫通する制御棒チャンネルが存在しており、中性子の輸送効果さらに複雑になっている。基準メッシュは各軸方向に5 cm、中性子のエネルギー群数は4群である。制御棒の挿入状態により、以下の3つのケースがある。

ケース1：制御棒全挿入状態

ケース2：制御棒引抜状態（制御棒位置にはナトリウムが充満）

ケース3：制御棒位置なし（周辺の燃料部と同様の組成）

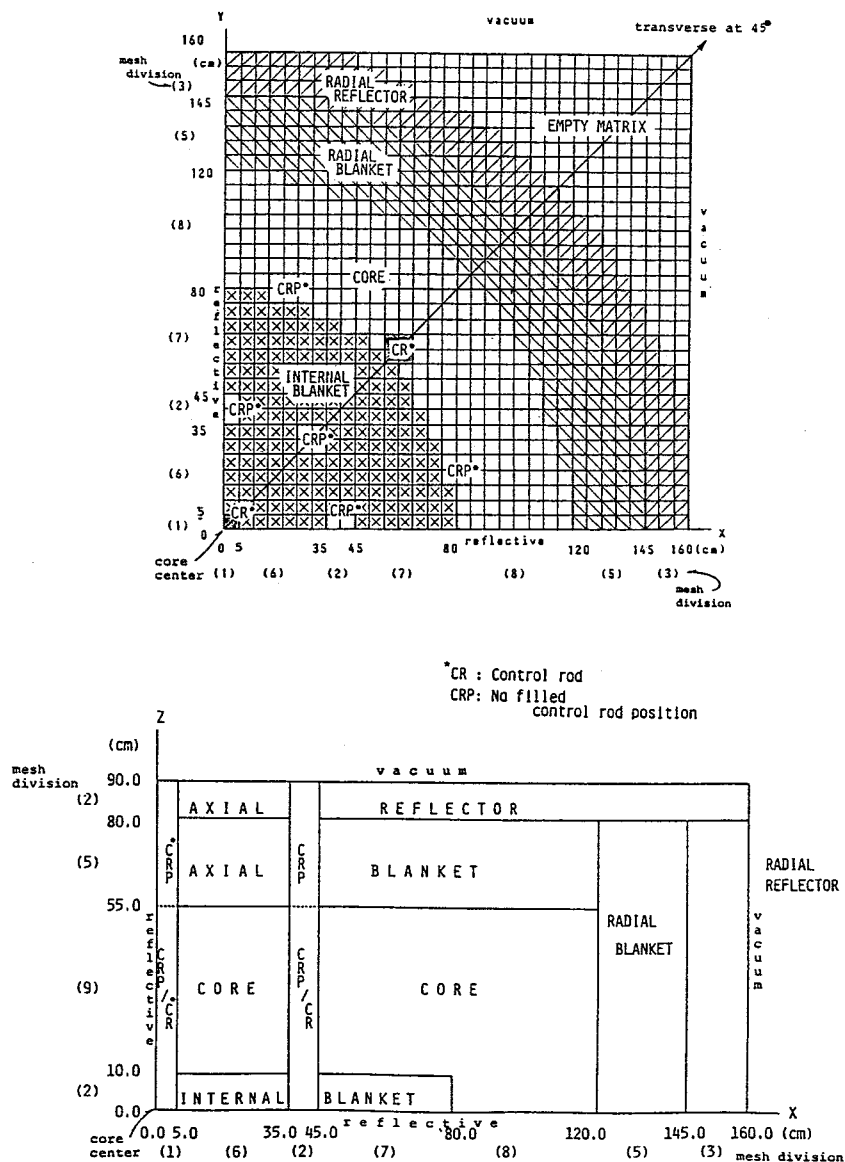


図1.4 NEA 3次元輸送ベンチマーク問題（問題3）の炉心配置（文献(29)より）

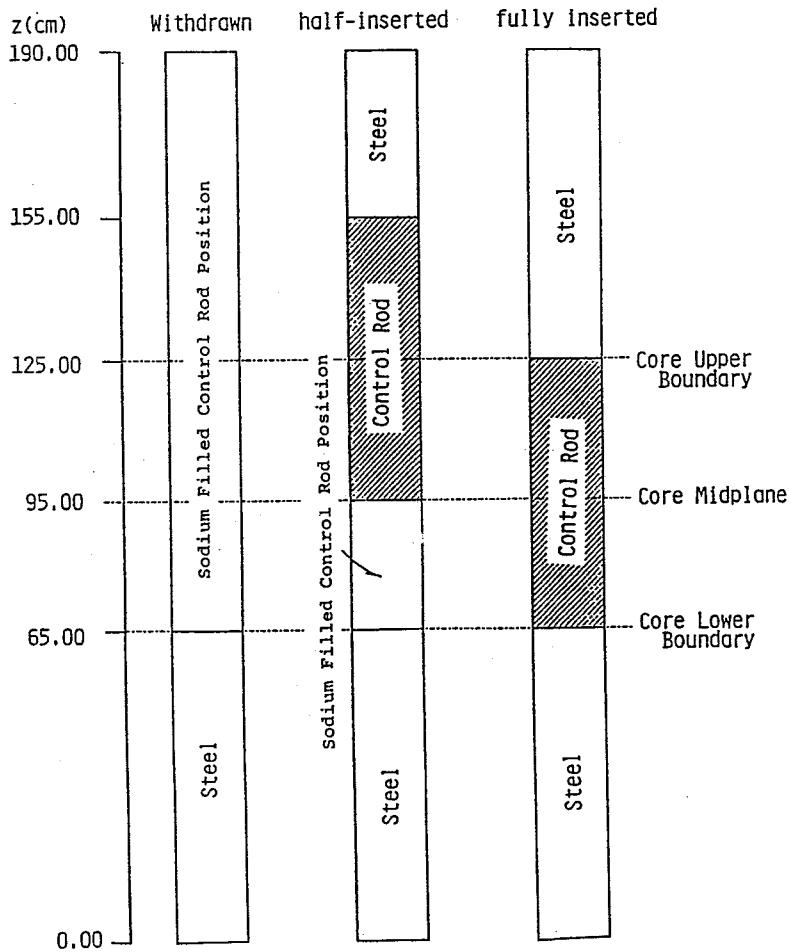
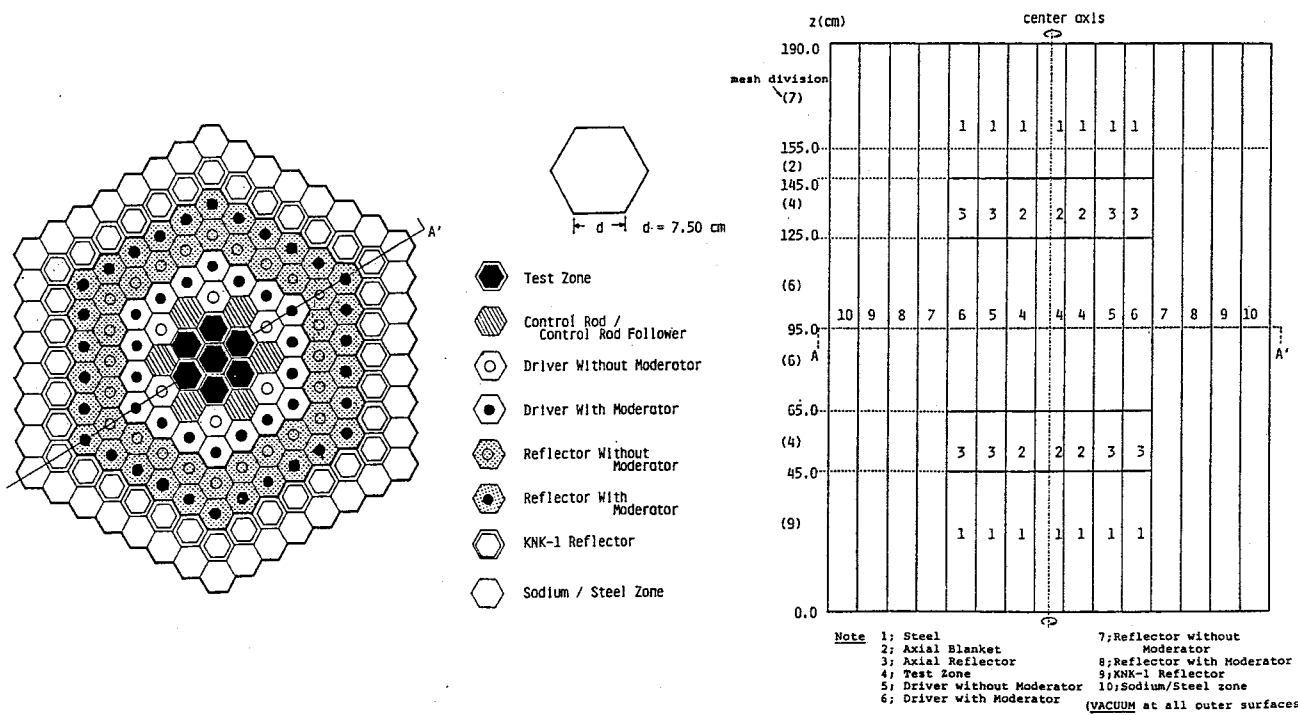


図1.5 NEA 3次元輸送ベンチマーク問題 (問題4) の炉心配置 (文献(29)より)

(4)問題4 (六角形状を持つ小型高速炉体系)

この問題は、ドイツK f Kの所有するKNK-I Iを模擬した炉心であり、六角体系を対象としたの唯一のベンチマーク問題である。計算体系を図1.5に示す。この体系は全体が小型である割に集合体が大型であり、メッシュ効果が非常に強く出る体系になっている。また、炉中性子減速材付きの燃料集合体が散在しており、非均質性が非常に強いことも特徴として挙げられる。中性子のエネルギー群数は4群である。制御棒の挿入状態により、以下の3つのケースがある。

ケース1：制御棒引抜状態（制御棒位置にはナトリウムが充満）

ケース2：制御棒半挿入状態

ケース3：制御棒全挿入状態

この他、各計算問題の収束条件として以下の条件が指定された。

- ・中性子束分布の相対変化 5×10^{-4} 以下
- ・固有値の相対変化 5×10^{-5} 以下

3次元輸送計算ベンチマーク問題の解析結果については、文献(29)に詳細に述べられており、輸送計算手法間の比較も行われている（付録参照）。ここでは、そのうち主要な結論のみを示す。

- a) XYZ体系においては、決定論的手法の中でSn法が最も有利である。すなわち、角度メッシュおよび空間メッシュ効果が比較的小さく、しかも両者はお互いに打ち消し合う方向であるため、実用的なメッシュ幅でも十分な精度の解を求めることができる。また、制御棒の挿入状態によってもこの傾向は変わらず、制御棒の挿入状態が運転時期によって異なる実機体系においても、常に高精度の解析が保証される点は大きな長所である。
- b) Pn法は空間メッシュ効果が特に大きく、かなりメッシュを詳細に取らないと十分な精度が得られない。また、制御棒の挿入状態によってメッシュ効果の差があり、実機体系の解析には不向きである。

- c) 高速炉炉心の六角体系では、S n法、P n法共に空間メッシュ効果が顕著となり、実用的な精度を得るためには、三角メッシュ相当のメッシュ幅が必要である。ノード法の適用によって、メッシュ効果を低減できる可能性があり、HEXNOD⁽³⁰⁾等の輸送ノードコードが有望な方法として開発されつつある。

なお、c)の問題については、このベンチマークを機に、特に六角体系を対象とした修正粗メッシュS nコードHEXTR⁽³¹⁾およびS nノード法コードNSHEX⁽³²⁾が大阪大学で開発され、現在はHEXNODよりも高精度の解析が可能であることを記しておく。

1.4 本研究の目的と位置づけ

前節までで紹介した各種の輸送計算法は、理論的には完成されており、2次元体系においては炉心設計への実用化も完了している。特にS n法については、早くから炉心設計への適用が行われ、さらに拡散合成法^{(33), (34), (35)}の出現により計算時間の短縮が一気に進められた。一方、3次元体系を対象としたS nコードは数多く存在するものの、拡散合成法を応用した完成度の高いコードは意外にも存在しない。これは、3次元体系に特有な問題点である、数値解法の不安定性の増加、反復回数あたりのエラー減衰率の急激な減少等と密接にからんでいると思われる。一例をあげると、拡散合成法は後述するように、多量の拡散型方程式を反復計算によって解く必要があるが、1次元体系ではよく知られているように、反復回数1回で拡散型方程式の収束解が直ちに求められる。2次元体系では、反復回数は複数回になるが、全体から見れば拡散合成法の解を求めるのに必要な計算時間の増大分はわずかである。しかし、3次元体系では反復回数は膨大となり、全体の計算時間の90%を拡散合成法の反復計算によって消費される状況となり、1次元や2次元体系とは事情が全く異なってくる。

このような3次元体系に固有な問題点を解決することは、3次元輸送計算を実用に耐えるレベルにまで押し上げるためには避けて通れない課題であるにも関わらず、本格的にこの問題点に取り組んだ研究はこれまで皆無であった。既に述べたように、高速炉の計算対象は空間的にもエネルギー的にも大型化する傾向を持つため、こういった問題点の存在はますます実用化へのハードルを高くしている。本研究の目的は、3次元輸送計算に拡散合

成法を適用する際の数値解法上の問題点を分析し、その問題点を解決する計算法を確立することによって、3次元輸送計算コードの実用化を達成することである。また、実際に高速炉炉心解析に本手法を適用し、炉心設計への適用性および設計精度への影響の大きさについて評価を行なう。具体的には、

- a) 拡散合成法を3次元体系に適用する場合の問題点を分析し、拡散合成法を安定かつ効率的に利用するための数値解法を検討し、数値解の安定性向上、計算時間の短縮を図る。
- b) 国際ベンチマーク問題により、開発した計算法の精度評価を行なう。
- c) 従来法である2次元輸送コードによる輸送効果評価法の精度確認を行なう。
- d) 高速臨界集合体や高速原型炉「もんじゅ」に本手法を適用し、炉心設計への適用性および設計精度への影響の大きさについて評価を行なう。

以下に本論文の構成を示す。

第2章では、まず S_n 法に基づく3次元輸送方程式の反復計算法および、拡散合成法を用いた加速法の原理と1次元体系を対象とした既存研究の紹介を行なう。次に、拡散合成法の数値解を安定に保つための計算手法として、本研究で新たに導入した数値計算法について述べる。最後に、本手法をもとにして大阪大学で開発した3次元輸送計算コードTRITACの概要について述べる。

第3章では、TRITACを3次元輸送国際ベンチマーク問題に適用した成果をもとにTRITACの解析精度を分析した結果を示す。結論として、本手法の解析値の信頼性を裏付ける評価結果が得られた。次に、従来法である2次元輸送計算による輸送効果法の精度評価を行なう。最後に、本手法を高速臨界集合体や高速原型炉「もんじゅ」に適用し、炉心解析精度の向上が確認された例を紹介する。

第4章では、高速炉に固有な現象である中性子ストリーミング効果を初めとする集合体内の局所輸送効果の評価法について述べる。TRITACは、集合体間の輸送効果のみを

対象にするコードであり、集合体内の局所輸送効果は積分型輸送方程式に基づく格子計算を通じて、間接的に計算に取り入れる必要がある。よって、TRI T A Cの機能を補完する意味を込めて、高速炉実機の2重非均質効果の解析手法と臨界集合体のブランクセット格子計算法について検討した結果を示す。

第5章では本研究で得られた成果のまとめを示す。

第1章の参考文献

- (1) 石川 真、他：日本原子力学会誌, Vol.36[1], p.1031 (1994).
- (2) Neuhold, R. J., et al.: Nucl. Technol., 89, 83 (1989).
- (3) Royl, P. H., et al.: *ibid.*, 97, 198 (1992).
- (4) 石田 政義、他：日本原子力学会誌, Vol.37[4], p.327 (1995).
- (5) 笠井 重夫、他：日本原子力学会「1993年秋の大会」予稿集 D61、神戸商船大学、10月9-11日(1993).
- (6) 横山 次男：私信 (1995).
- (7) Lathlop, K., et al.: LA-4848-MS (1973).
- (8) Straker, E. A., et al.: ORNL-4585 (1970).
- (9) Petrie, L., et al.: ORNL-4938 (1975).
- (10) Blomquist, R. N., et al.: ORNL/RSIC-44 (1980).
- (11) LASL Group X-6: LA-7396-M, Revised (1979).
- (12) Gonnord, G., et al.: ORNL/RSIC-44, 313 (1980).
- (13) Jaarsma, J. R., et al.: EUR-5016e, C. C. R. JRC Ispra (1973).
- (14) Mori, T., et al.: J. Nucl. sci. Technol., 29[12], 1224 (1992).
- (15) Mori, T., et al.: *ibid.*, 29[4], 183. (1992).
- (16) Blomquist, R. N.: Proc. Int. Conf. on Math. & Com., Reactor Physics and Environmental Analyses, Vol.2, p.1135, April 30-May 4, Portland (1995).
- (17) Rhoades, W. A., et al.: ORNL-5851 (1982).
- (18) O'Dell, R. D., et al.: LA-9184-M, Revised (1989).
- (19) Lathlop, K. : LA-6333-MS (1976).
- (20) Rhoades, W. A., et al.: ORNL-6268 (1987).
- (21) Alcouffe, R. E.: Trans. Am. Nucl. Soc., 68, 205 (1993).
- (22) Fletcher J. K. : Nucl. Sci. Technol., 84, 33 (1983).
- (23) Lawrence, R. D.: Proc. Topl. Mtg. on Reactor Physics and Shielding, p.814, September 17-19, Chicago (1984).
- (24) Lewis, E. E., et al.: "Computational Methods of Neutron Transport", Chapter 6, John Wiley & Sons, Inc., New York (1984).

- (25) Courant, R., et al.: "Methods for Mathematical Physics", Vol. 1, Interscience, New York (1962).
- (26) Carrico, C. B., et al.: Nucl. Sci. Eng., 111, 168 (1992).
- (27) McElroy, W. N., et al.: NUREG/CR-1861, Hanford Engineering Development Lab. (1981).
- (28) Sasamoto N., et al.: Nucl. Sci. Eng., 80, 554 (1982).
- (29) Takeda T., et al.: NEACRP-1-330 (1991).
- (30) Wagner, M. R.: Nucl. Sci. Eng., 103, 377 (1989).
- (31) Yamasaki, M., et al.: J. Nucl. Sci. Technol., 29[12], 1143 (1992).
- (32) Ikeda, H., et al.: *ibid.*, 31[6], 497 (1994).
- (33) Kopp, H. J.: Nucl. Sci. Eng., 17, 65 (1963).
- (34) Alcouffe, R. E.: *ibid.*, 64, 377 (1977).
- (35) Larsen, E. W.: *ibid.*, 82, 47 (1982).

第2章 Sn法に基づく3次元輸送方程式の反復解法^{(1), (2), (3)}

本章では、3次元輸送問題をSn法に基づき、高精度かつ短時間で解くための反復解法について述べる。Sn法による3次元輸送計算の解法は、第1章でも述べた通り歴史が古く、国内で開発したものに限定すれば、三菱重工業がXYZ座標計算用の遮蔽コードとして開発したENSEMBLEコード⁽⁴⁾が最初である。しかし、これらの初期に開発されたコードは、いずれも従来の2次元Snコードをそのまま3次元に拡張したものであり、計算時間や解の安定性の両面で実用コードには程遠いものであった^{(1), (5)}。しかし、Snスイープの方法はこの時点で確立されており、本研究でもそれを踏襲している。

一方、Sn法に対する加速法としては、拡散合成加速法^{(6), (7), (8)}が主に米国で盛んに研究され、差分式の改良によって安定性が改善されたのを契機に、まず1次元および2次元Snコードに適用が図られ、計算時間の短縮と解の安定性確保にきわめて有効であることが確認された。拡散合成法の原理については、後で詳細に述べる予定であるが、収束の遅いSnスイープのオペレータを、収束の早い拡散計算のオペレータの反復解で加速するという構成を取っている。すなわち、Snスイープ1回あたり複数の拡散合成方程式の反復計算が何回か行なわれることになる。この方式が加速法として成立するためには、拡散計算の収束に要する計算時間がSnスイープよりも十分に小さいことが前提になっている。1次元体系では、拡散合成方程式の反復回数は1回で終了し、十分にこの条件を満たす。しかし3次元体系においては、反復回数は膨大となり、問題が大型化するにつれて収束解を得ることが困難になる。この結果、3次元Snコードに拡散合成法を取り入れる試みはあまり行なわれていない。なお、3次元Snコードに拡散合成法を取り入れたのは、著者らの研究グループが初めてである⁽²⁾。

本研究では、3次元体系で拡散合成法を適用する場合の解の収束性の悪化や、計算時間の増大の原因を調査し、(1)拡散合成差分式の改良、(2)拡散合成方程式への正負項分離法の適用、(3)拡散合成方程式への最適SOR (successive over-relaxation) 加速法の適用、を行なうことにより、解法の安定性と計算時間の短縮の両面で大幅な改善効果が得られ、3次元体系においても拡散合成法により常時安定に加速が行なえるようになった。本章では、改善部分を拡散計算法の解法アルゴリズムの最適化として一括して述べる。

実用上の問題として、加速法は使用者の経験に頼らない、自動化されたものであることがより望ましいが、3次元体系を対象とした加速法は不安定性が高く、安定性を確保する

ために使用者に依存するパラメータを必要とし、さらにそのパラメータの値が加速性能に大きく影響する場合が多い。その例として、 S_n 法の加速法として最も一般的に用いられている粗メッシュ再釣合法⁽⁹⁾を取り上げると、中性子バランスを取る領域（粗メッシュ領域）の取り方により数値解の安定性や加速性能は大幅に異なり、3次元体系ではさらに加速を行なうタイミングによっても異なる。しかも、最適な加速効率を得るような条件の組み合わせは理論的には求まらず、専ら使用者の経験に頼っているのが現状である。本手法では、この問題にも着目し、コードが自動的に加速に必要なパラメータを選択し、使用者によらず常時最適な加速が行なえるアルゴリズムとなるよう配慮した。

2.1節では、3次元 S_n 差分式の導出と、それを解くための S_n スイープの手順を示す。

2.2節では、まず、拡散合成法の原理と、1次元体系への適用例を中心に既存研究の概要を紹介する。次に、3次元拡散合成方程式の差分形を導出し、その問題点および解決策について述べる。

2.3節では、拡散合成法を効率よく解くために新たに開発された解法アルゴリズムを説明する。正負項分離法と最適SOR加速法の自動化の原理について述べるとともに、実計算で確認されたその効果の一例を示す。

2.4節では、本手法をもとに開発したTRITACコードの解法アルゴリズムの概略について述べる。

2.1 3次元S n反復計算⁽¹⁾

本節では、3次元XYZ体系におけるS n反復計算の差分式と反復計算の具体的な手順を示す。また、2次元XY体系で検証計算を行った結果を示す。

2.1.1 3次元S n差分式

3次元XYZ体系におけるS n方程式は

$$\mu_m \frac{\partial \psi_m}{\partial X} + \eta_m \frac{\partial \psi_m}{\partial Y} + \xi_m \frac{\partial \psi_m}{\partial Z} + \Sigma_t \psi_m = S_m \quad (2.1)$$

と書き表わされる。

ここで、 μ_m 、 η_m 、 ξ_m は中性子飛行方向 Ω_m の各々X、Y、Z軸に対する方向余弦であり、 ψ_m は角度依存中性子束 $\phi(X, Y, Z, \Omega_m)$ の大きさである。 S_m は散乱および核分裂による中性子源項である。添字mは中性子飛行方向を表わすものであるが、XYZ体系のS n方程式では各飛行方向ごとに独立して扱うことができるため、代表的な飛行方向のみに着目することとし、以降、添字mを省略して表記する。

(2.1)式を差分式にするために、体系を以下のようなメッシュに分割する。

$$\begin{aligned} X_{i-\frac{1}{2}} < X_i < X_{i+\frac{1}{2}} & \quad i = 1, 2, \dots, IT \\ Y_{j-\frac{1}{2}} < Y_j < Y_{j+\frac{1}{2}} & \quad j = 1, 2, \dots, JT \\ Z_{k-\frac{1}{2}} < Z_k < Z_{k+\frac{1}{2}} & \quad k = 1, 2, \dots, KT \end{aligned} \quad (2.2)$$

ここで、 $i \pm 1/2$ 、 $j \pm 1/2$ 、 $k \pm 1/2$ は各メッシュ表面の中心点の座標を表わし、 i 、 j 、 k はメッシュの中心点の座標を表わす(図2.1)。

(2.1)式の差分形は

$$\frac{\mu(\psi_{i+\frac{1}{2}} - \psi_{i-\frac{1}{2}})}{\Delta X} + \frac{\eta(\psi_{j+\frac{1}{2}} - \psi_{j-\frac{1}{2}})}{\Delta Y} + \frac{\xi(\psi_{k+\frac{1}{2}} - \psi_{k-\frac{1}{2}})}{\Delta Z} + \Sigma_t \psi = S \quad (2.3)$$

となる。ただし、 ΔX 、 ΔY 、 ΔZ は各々X、Y、Z方向のメッシュ幅で、

$$\begin{aligned}
\Delta X &= X_{i+\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}} \\
\Delta Y &= Y_{j+\frac{1}{2}} - Y_{j-\frac{1}{2}} \\
\Delta Z &= Z_{k+\frac{1}{2}} - Z_{k-\frac{1}{2}}
\end{aligned}
\tag{2.4}$$

である。

(2.3)式を計算するために、 $\phi_{i\pm 1/2}$ 、 $\phi_{j\pm 1/2}$ 、 $\phi_{k\pm 1/2}$ と ϕ の関係式として、次式のダイヤモンド差分近似を導入する。

$$\begin{aligned}
2 \cdot \psi &= \psi_{i+\frac{1}{2}} + \psi_{i-\frac{1}{2}} \\
&= \psi_{j+\frac{1}{2}} + \psi_{j-\frac{1}{2}} \\
&= \psi_{k+\frac{1}{2}} + \psi_{k-\frac{1}{2}}
\end{aligned}
\tag{2.5}$$

今、 $\Omega_{\square} > 0$ の方向に飛行する中性子に着目すると、(2.5)式を用いて(2.3)式より $\phi_{i+1/2}$ 、 $\phi_{j+1/2}$ 、 $\phi_{k+1/2}$ を消去することによって、メッシュ中心の中性子束を与える次式が得られる。

$$\psi = \frac{2 \cdot \left| \frac{\mu}{\Delta X} \right| \cdot \psi_{i-\frac{1}{2}} + 2 \cdot \left| \frac{\eta}{\Delta Y} \right| \cdot \psi_{j-\frac{1}{2}} + 2 \cdot \left| \frac{\xi}{\Delta Z} \right| \cdot \psi_{k-\frac{1}{2}} + S}{2 \cdot \left| \frac{\mu}{\Delta X} \right| + 2 \cdot \left| \frac{\eta}{\Delta Y} \right| + 2 \cdot \left| \frac{\xi}{\Delta Z} \right| + \Sigma_t}
\tag{2.6}$$

(2.6)式は、中性子源 S と境界中性子束 $\phi_{i-1/2}$ 、 $\phi_{j-1/2}$ 、 $\phi_{k-1/2}$ を入力として、 ϕ を計算する式である。更に、(2.5)式の関係より、 $\phi_{i+1/2}$ 、 $\phi_{j+1/2}$ 、 $\phi_{k+1/2}$ は

$$\begin{aligned}
\psi_{i+\frac{1}{2}} &= 2 \cdot \psi - \psi_{i-\frac{1}{2}} \\
\psi_{j+\frac{1}{2}} &= 2 \cdot \psi - \psi_{j-\frac{1}{2}} \\
\psi_{k+\frac{1}{2}} &= 2 \cdot \psi - \psi_{k-\frac{1}{2}}
\end{aligned}
\tag{2.7}$$

として求められる。

一方、 $\mu < 0$ 、 $\eta > 0$ 、 $\xi > 0$ の方向に飛行する中性子に対しては、(2.6)式の $\phi_{i-1/2}$ を $\phi_{i+1/2}$ に置き換えるだけでそのまま使用することができる。他の方向についても同様である。

(2.7)式は中性子バランスから導出された(2.6)式と異なり、単なる外挿式であるため、計算した結果、スイープ進行方向の境界中性子束が負になる可能性

がある。この場合、(2.6)式は物理的な意味を失い、解の発散を招く。そこで、このような事態が生じた場合には negative flux fix-up と呼ばれる操作を行う。例として、 $\phi_{i+1/2}$ が負になった場合について手順を説明する。

(2.7)式の結果として $\phi_{i+1/2}$ が負になった場合は、 $\phi_{i+1/2}$ をゼロとおいて(2.3)式を再度変形して得られた次式を(2.6)式の代わりに使用する。

$$\psi = \frac{\left| \frac{\mu}{\Delta X} \right| \cdot \psi_{i-1/2} + 2 \cdot \left| \frac{\eta}{\Delta Y} \right| \cdot \psi_{j-1/2} + 2 \cdot \left| \frac{\xi}{\Delta Z} \right| \cdot \psi_{k-1/2} + S}{2 \cdot \left| \frac{\eta}{\Delta Y} \right| + 2 \cdot \left| \frac{\xi}{\Delta Z} \right| + \Sigma_t} \quad (2.8)$$

この式によりメッシュ中心の中性子束 ϕ を計算した後、(2.7)式を用いて $\phi_{j+1/2}$ 、 $\phi_{k+1/2}$ を計算する。ただし $\phi_{i+1/2}$ はゼロのままである。負の中性子束は、メッシュ幅が大きく、かつ中性子飛行方向の方向余弦 (μ 、 η 、 ξ) がゼロに近い場合に起こりやすい。参考のため、文献(19)よりダイヤモンド差分近似で負の中性子束が生じないためのメッシュ幅の上限を表2.1に示す。Sn近似の次数 n が大きくなるほど方向余弦がゼロに近い角度依存中性子が増加し、負の中性子束が計算されやすくなるため、メッシュ幅を小さくとる必要があることがわかる。

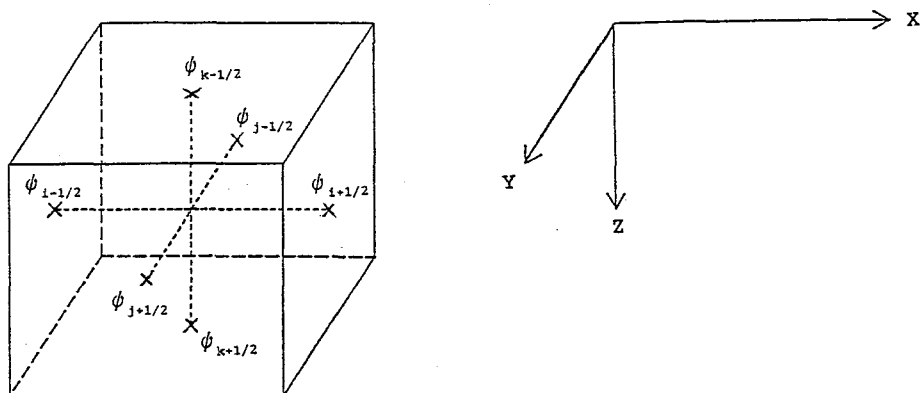


図2.1 メッシュ境界中性子束の位置の記述方法

表 2.1 Legendre の S_n 分点を用いた場合にダイヤモンド差分式の解を常に正に保つために必要なメッシュ幅の上限値

N	mesh width (in m.f.p)
2	1.15470
4	0.67996
8	0.36686
12	0.25046

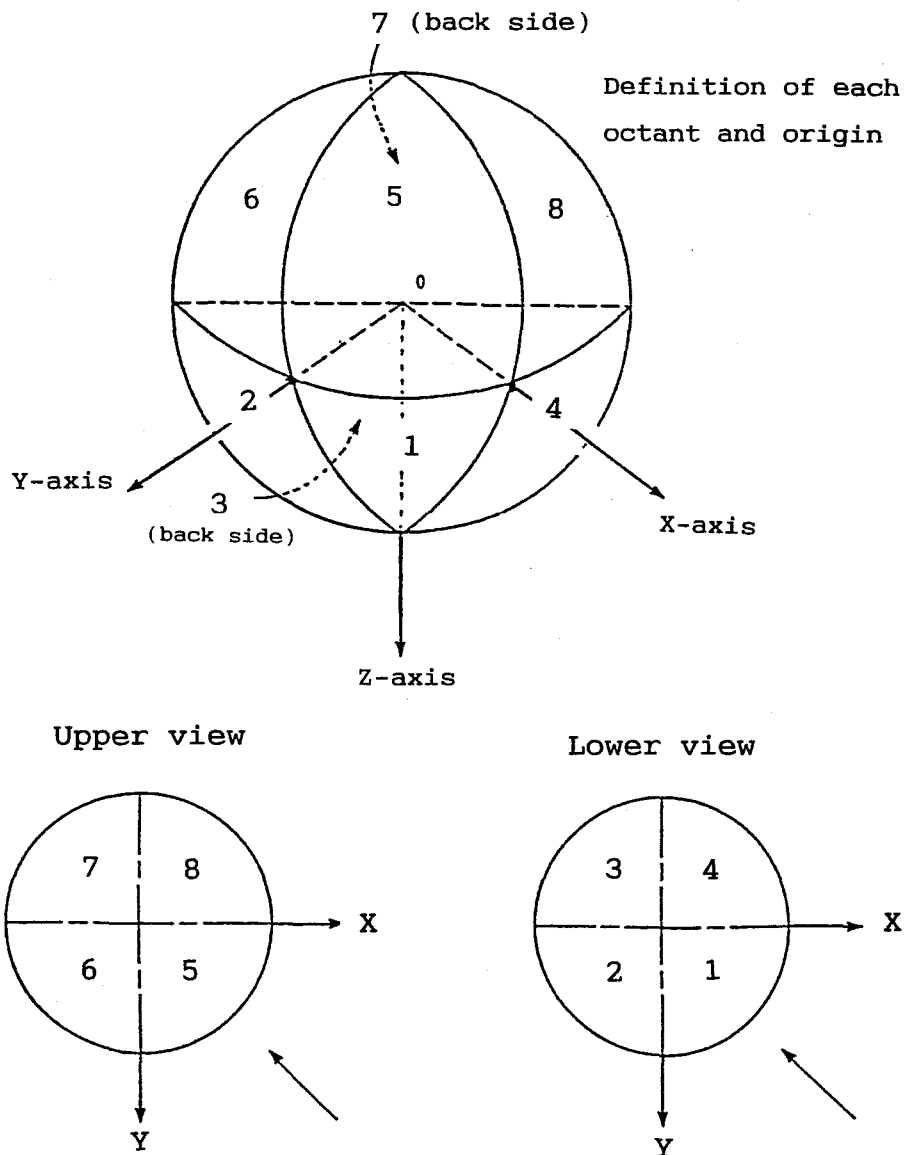


図 2.2 象限番号と中性子角度分布の飛行方向の関係

表2.2 中性子角度分布の象限とスイープ方向および順番の関係

Mesh sweep	Angular direction (octant number)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
X	+	-	-	+	+	-	-	+
Y	+	+	-	-	+	+	-	-
Z	+	+	+	+	-	-	-	-
order of angular sweep	8	7	5	6	4	3	1	2

2.1.2 S_nスイープの手順

3次元XYZ体系では、図2.2に示す8象限の方向すべてがスイープの対象となり、着目する中性子の飛行方向が属する象限に応じて、スイープの方向を変える必要がある。この方向はX、Y、Z各々について+または-の組み合わせで表わされる。ただし、+はメッシュ番号の小さい方から大きい方向へのスイープであり、-はその逆方向のスイープを示している。8つの各象限とスイープの方向の関係を表2.2に示す。

各象限の中性子束は互いに独立であり、原則的にどの方向からスイープを開始しても結果は同じであるが、境界条件によって象限間の満たすべき条件が規定されるため、境界条件をうまく取り入れながら全空間のスイープを行う必要がある。以下、図2.3に従ってスイープの手順を説明する。なお、説明を簡便にするため、体系の6つの境界面の名称を図2.4のように定義した。また、角度依存中性子 (angular flux) を単なる中性子束と略記する。

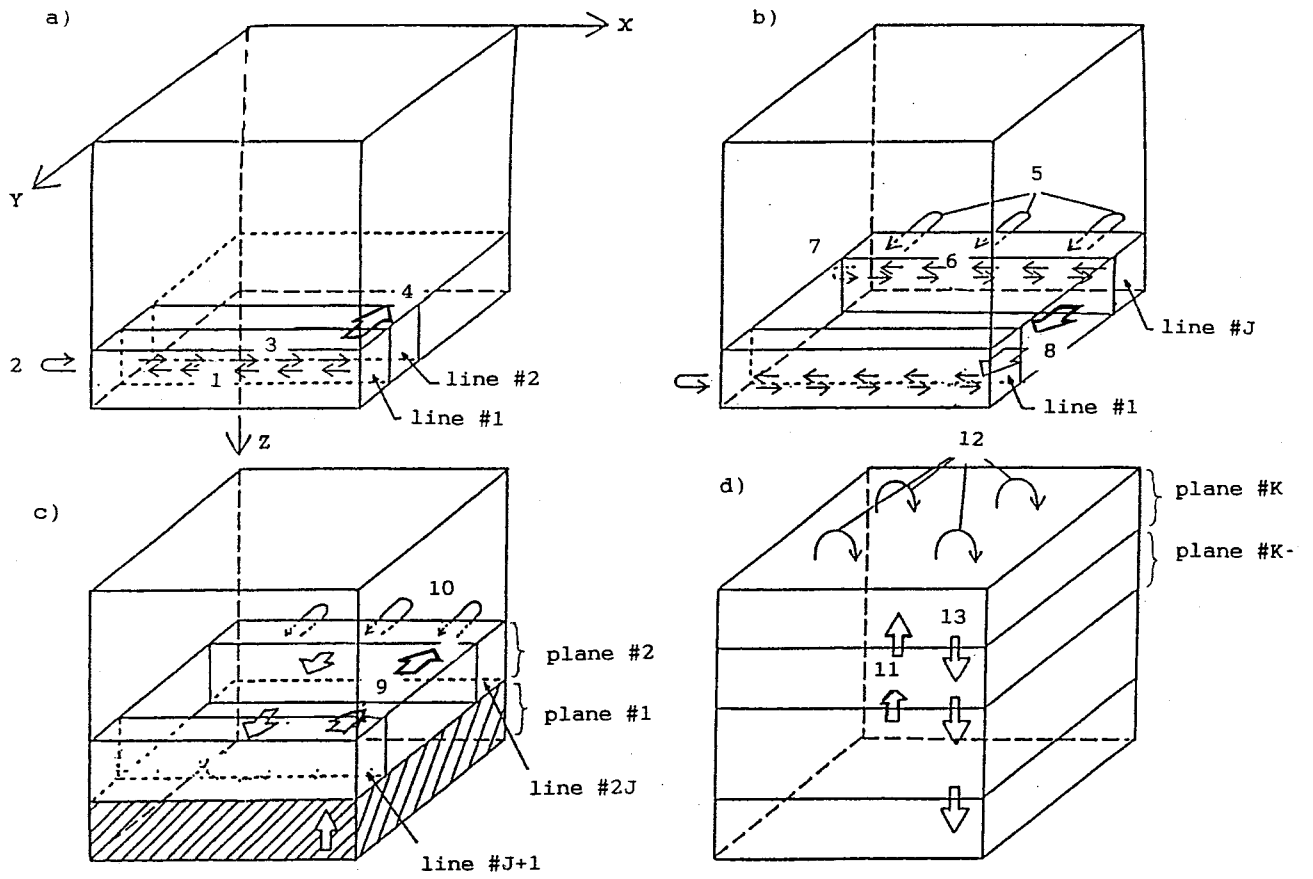


図2.3 TRITACコードにおける内側反復計算の S_n スイープ手順

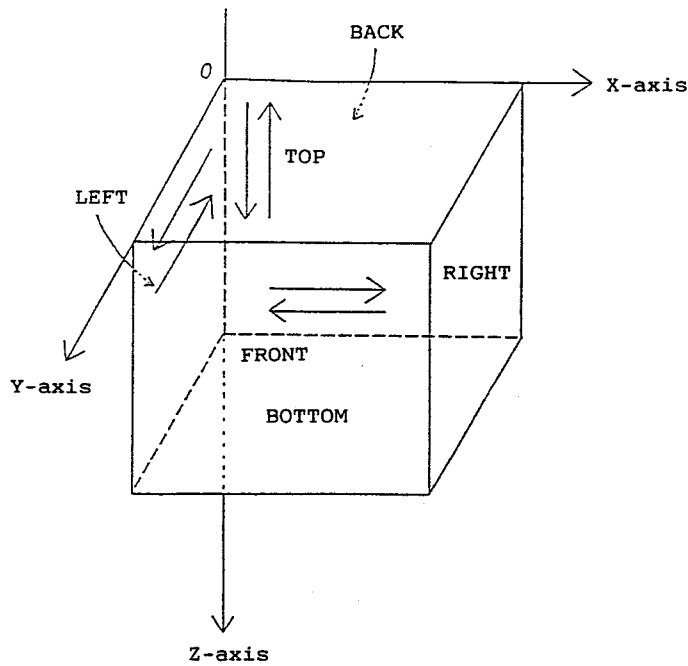


図2.4 XYZ体系における境界面の記述方法

< 図a)の説明 >

操作1：ライン# 1の右端から左端のメッシュまで、各メッシュ毎に第7象限の方向の中性子束（第7象限に含まれるすべての飛行方向を考える）について、（-、-、-）方向のスweepを行う。

操作2：左側境界上の中性子束に対して境界条件に従い、次のいずれかの操作を行う。

反射境界条件：反対方向（第8象限）の入射中性子束の値を漏出中性子束と同じにセットする。

真空境界条件：入射中性子束をゼロとおく。

操作3：同じライン# 1を今度は左から右にスweepする。この時、（+、-、-）方向に第8象限がスweepされる。

操作4：次のライン# 2について操作1-3の処理を繰り返す。ライン# 3からライン# Jについても同様の処理を行う。

< 図b)の説明 >

操作5：XY面に接するライン# Jのスweepを完了した後、操作2と同様に背面境界上の第6象限の入射中性子束をセットする。

操作6：ライン# Jを（-、+、+）方向に第6象限の中性子束について右から左へスweepを行う。

操作7：操作2と同様に左側境界上の入射中性子束のセットを行った後、（+、+、+）方向に第5象限の中性子束について左から右へスweepを行う。

操作8：操作6-7をライン# 1まで繰り返す。

< 図c)の説明 >

操作9：操作1-8で平面# 1（斜線の部分）のスweepは完了し、次の平面# 2に移る。その後、ライン# J+1からライン# 2Jに向かって操作1-4を繰り返し、第7象限と第8象限のスweepを行う。

操作10：背面境界上の中性子束のセットを行った後、操作5-8を繰り返し

ライン# 2 J からライン# J + 1 までスイープを行う。

< 図d)の説明 >

操作 1 1 : 操作 9 - 1 0 を繰り返し、最上面 (平面 # K) までスイープを行う。

操作 1 2 : 上面境界上の中性子束のセットを行う。

操作 1 3 : 操作 1 - 1 0 の処理を平面 # K から平面 # 1 まで行う。この時にスイープされる象限は、Z 方向のスイープの方向が変わり、第 1、2、3、4 象限である。

各象限に含まれる中性子束の数 MMX は、 S_n オーダーの n に対して以下のよう
に与えられる。

$$MMX = n(n+2) / 8 \quad (2.9)$$

上記のスイープ操作は、各メッシュ毎に MMX 個の中性子束に対してまとめて行われる。

以上の一連の操作により、体系に含まれるすべての中性子束が重複なしに 1 回ずつスイープされるが、反射境界条件の一部が厳密には成立しないという問題が残る。例えば、左面と右面が共に反射境界である場合について操作 1 - 3 を行うと、操作 2 により左側境界上の中性子束については厳密に反射条件を満たすが、右面境界の中性子束は操作 1 - 3 によりスイープが一往復する間に中性子束が変動し、その変動分だけ入射中性子束と漏洩中性子束の間にずれが生じる。このずれの大きさは中性子束の収束精度に依存し、通常の場合には実質的な問題は生じないが、セル計算で中性子束の詳細分布を厳密に求めたい場合等には十分な注意が必要である。この問題点を緩和する方策として、

- (1) 内側反復 1 回毎にスイープの方向を逆転させる
- (2) 内側反復 1 回あたりの S_n スイープ数を十分に大きくとる

等の工夫が考えられる。このような現象は、右面、全面、下面の 3 面に反射境界

条件を課した場合にのみ発生する。

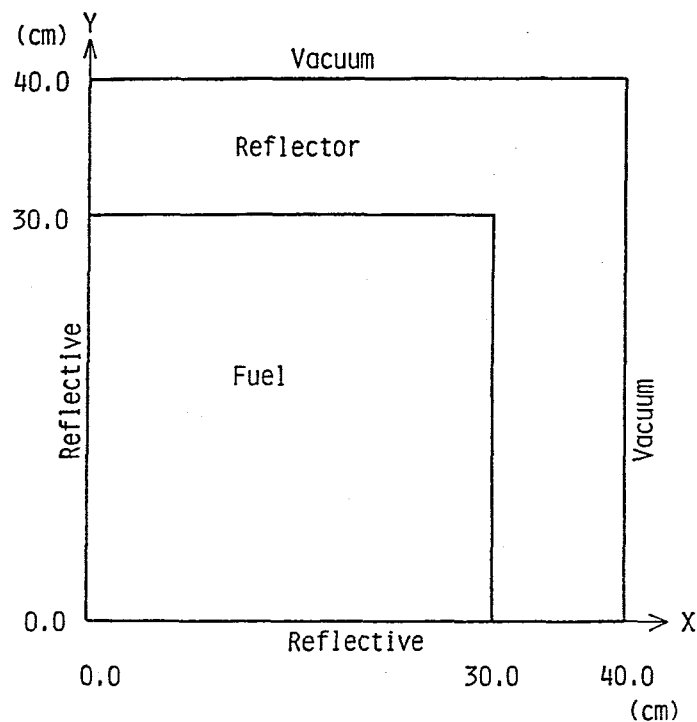


図2.5 2次元テスト計算体系

2.1.3 検証計算

前節で採用した3次元 S_n 反復計算法の妥当性を確認するため、2次元XY体系で検証計算を行い、既存の2次元 S_n コードTWO TRAN-IIとの比較を行った。計算体系は図2.5に示すように燃料領域と反射体領域からなる2次元体系であり、燃料領域に隣接する境界は反射境界、反射体の外側は真空境界がそれぞれ与えられている。TRITACで2次元体系を解く場合にはZ軸方向のメッシュ数を1とし、上面および下面を共に反射境界条件とした。表2.3に各領域のマクロ定数を示す。 S_n 次数は4、収束条件は固有値、中性子束分布ともに 10^{-5} とした。また、外側反復あたりの内側反復は1回とし、Z方向の両境界面に反射境界条件を与えた影響が現われやすい条件を設定した。

表2.4に検証計算の結果を示す。固有値、全中性子吸収量、中性子漏洩量ともに収束精度範囲で一致した。一方、中性子束分布のずれは最大で0.1%であった。

TRITACコードの結果では、予想通り下面から微量な漏洩が発生したが、中性子バランスに対して収束精度程度の影響に留まり、実用上の影響がないことが確認できた。

表2.3 2次元計算で使用した巨視的断面積 (cm⁻¹)

	Group	σ_a	$\nu\sigma_f$	σ_T	σ_S^{1-g}	σ_S^{2-g}	σ_S^{3-g}
Fuel	1	2.7235 -3†	4.1285 -3	3.6461 -1	3.2871 -1	0.	0.
	2	1.8326 -2	7.4629 -3	7.3337 -1	3.3154 -2	6.5887 -1	4.2674 -5
	3	4.0349 -2	5.4463 -2	1.1083	1.3508 -5	5.6055 -2	1.0679
Reflector	1	1.0032 -4	0.	3.6986 -1	3.1258 -1	0.	0.
	2	2.4469 -4	0.	8.7371 -1	5.7159 -2	7.7817 -1	4.4844 -6
	3	6.8065 -3	0.	1.4940	2.3630 -5	9.5295 -2	1.4872

† Read as 2.7235×10^{-3}

表2.4 2次元体系による3次元輸送計算コードTRITACの検証計算結果

	Eigenvalue	Total absorption†	Leakage		
			X	Y	Z
3-D (TRITAC)	1.06457	0.9572	2.060 -2††	2.059 -2	-6.080 -6
2-D (TWOTRAN-II)	1.06456	0.9572	2.060 -2	2.060 -2	—

† Total fission source is normalized to unity.

†† Read as 2.060×10^{-2} , Convergence criteria: $\epsilon_x = 10^{-5}$, $\epsilon_\phi = 10^{-5}$

2.2 3次元拡散合成差分式の導出^{(1),(2)}

本節では、拡散合成法を用いたS n反復計算の加速の原理を示す。また、拡散合成加速式の差分化において、安定な加速が得られるための必要条件を明らかにすると共に、3次元XYZ体系において、その条件を満たす具体的な差分式の導出を行う。

2.2.1 拡散合成法の原理

S n法で使用される差分式においては、中性子ソース項の大半を自群散乱項が占めており、収束の速度（収束率）はこの部分が支配している。一例として、中性子束が等方と見なすことができる場合のS n反復の収束率は、散乱比cに一致する。反復回数をnと置くと、メッシュ中心の角度依存中性子束は以下の式で与えられる。

$$\psi^{(n)} = \frac{2 \cdot \left| \frac{\mu}{\Delta X} \right| \cdot \psi_{i-\frac{1}{2}}^{(n-1)} + 2 \cdot \left| \frac{\eta}{\Delta Y} \right| \cdot \psi_{j-\frac{1}{2}}^{(n-1)} + 2 \cdot \left| \frac{\xi}{\Delta Z} \right| \cdot \psi_{k-\frac{1}{2}}^{(n-1)} + \Sigma_s \phi^{(n-1)} + Q}{2 \cdot \left| \frac{\mu}{\Delta X} \right| + 2 \cdot \left| \frac{\eta}{\Delta Y} \right| + 2 \cdot \left| \frac{\xi}{\Delta Z} \right| + \Sigma_t} \quad (2.10)$$

ここで、体系が同一の媒質で構成され、かつ十分に大きい場合には、着目するメッシュの角度依存中性子束の収束率は隣接するメッシュとほぼ同じと見なすことができる。更に、角度依存中性子束はほぼ等方であるとする、

$$\phi^{(n-1)} = 1/4\pi \int d\Omega \psi^{(n-1)} = \phi^{(n-1)} \quad (2.11)$$

の関係から、(2.10)式は次のように書き換えられる。但し、 ε は収束値からの誤差を表わす。

$$\varepsilon^{(n)} = \frac{2 \cdot \left| \frac{\mu}{\Delta X} \right| \cdot \varepsilon_{i-\frac{1}{2}}^{(n-1)} + 2 \cdot \left| \frac{\eta}{\Delta Y} \right| \cdot \varepsilon_{j-\frac{1}{2}}^{(n-1)} + 2 \cdot \left| \frac{\xi}{\Delta Z} \right| \cdot \varepsilon_{k-\frac{1}{2}}^{(n-1)} + \Sigma_s \varepsilon^{(n-1)}}{2 \cdot \left| \frac{\mu}{\Delta X} \right| + 2 \cdot \left| \frac{\eta}{\Delta Y} \right| + 2 \cdot \left| \frac{\xi}{\Delta Z} \right| + \Sigma_t} \quad (2.12)$$

さらに、各メッシュ点の角度依存中性子束が一様な収束率rで収束する、

$$r \varepsilon^{(0)} = \frac{2 \cdot \left| \frac{\mu}{\Delta X} \right| \varepsilon^{(0)}_{i-1/2} + 2 \cdot \left| \frac{\eta}{\Delta Y} \right| \varepsilon^{(0)}_{j-1/2} + 2 \cdot \left| \frac{\xi}{\Delta Z} \right| \varepsilon^{(0)}_{k-1/2} + \Sigma_s \varepsilon^{(0)}}{2 \cdot \left| \frac{\mu}{\Delta X} \right| + 2 \cdot \left| \frac{\eta}{\Delta Y} \right| + 2 \cdot \left| \frac{\xi}{\Delta Z} \right| + \Sigma_t} \quad (2.13)$$

$\varepsilon^{(0)}$ は初期値の持つ誤差であり、任意の量であるため $\varepsilon^{(0)} = \varepsilon_{i-1/2}^{(0)}$
 $= \varepsilon_{j-1/2}^{(0)} = \varepsilon_{k-1/2}^{(0)}$ とおくと、

$$r = \Sigma_s / \Sigma_t = c \quad (2.14)$$

即ち、S n 反復の収束率は散乱比 c に一致する。以上の結果は Fourier-analysis を用いて求めた 1 次元スラブ体系の S n 方程式の収束半径と一致する⁽¹⁰⁾。即ち、1 次元スラブ体系における S n 反復は反復回数を l とおくと、

$$\mu \frac{\partial \psi^{l+1/2}}{\partial x} + \psi^{l+1/2} = c \phi_0^l + S \quad (2.15a)$$

$$\phi_0^{l+1} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \psi^{l+1/2} d\mu \equiv \phi_0^{l+1/2} \quad (2.15b)$$

ここで、 Ψ と Φ を以下のように定義する。

$$\Psi^{l+1/2} = \psi^{l+1/2} - \psi^{l-1/2} \quad (2.16a)$$

$$\Phi_0^{l+1} = \phi_0^{l+1} - \phi_0^l \quad (2.16b)$$

これらの変数を用いて、(2.15)式は以下のように書き換えられる。

$$\mu \frac{\partial \Psi^{l+1/2}}{\partial x} + \Psi^{l+1/2} = c \Phi_0^l \quad (2.17a)$$

$$\Phi_0^{l+1} = \Phi_0^{l+1/2} \quad (2.17b)$$

さらに、無限媒質を仮定して Φ_0 を以下のようにおく。

$$\Phi_0^l(x) = \exp(j\lambda x) \quad (j = \sqrt{-1}, -\infty < \lambda < \infty) \quad (2.18a)$$

$$\Psi^{l+1/2}(x, \mu) = f(\mu) \exp(j\lambda x) \quad (2.18b)$$

(2.18)式を(2.17)式に代入して整理すると下式を得る。

$$f(\mu) = \frac{c}{1 + j\lambda\mu} \quad (2.19a)$$

$$\Phi_0^{l+1} = \omega \exp(j\lambda x) \quad (2.19b)$$

ただし、 ω は以下で定義される量である。

$$\omega = \frac{c}{2} \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{1 + \lambda^2 \mu^2} \quad (2.20)$$

よって、 $\exp(j\lambda x)$ はS n反復の固有関数であり、その固有値は ω である。収束半径 spr はこのうち最大の固有値に相当し、

$$\text{spr} \equiv \sup_{\lambda} |\omega| = c$$

すなわち収束半径が散乱比 c に一致することが導かれた。一般的な高速炉体系の場合、 c は 0.999 程度と極めて1に近く、S n反復の収束は非常に遅い。

一方、拡散方程式は自群散乱項が消去される（全断面積の代わりに除去断面積を使用）ので、収束率は境界中性子流の変動で支配され、経験的に見てS n反復よりも収束は早い。特に1次元体系においては、拡散方程式は1回のスイープのみで解を得ることができる。

そこで、S n反復の収束を遅くしている自群散乱項のみを、拡散計算を用いた近似解を用いることにより、全体の収束速度を改善しようとするのが拡散合成加速法である。拡散計算では、自群散乱項の内、等方成分しか扱うことができないので、自群散乱項の非等方成分が占める割合が大きい中性子透過計算等にはあまり効果が期待できない。一方、高速炉炉心計算のように散乱比が1に近く、散乱の非等方性がほとんど無視できる場合には、極めて有効な加速法である。

拡散合成法の原理を以下に示す。S n反復の計算手順は以下の式で表わされる。

$$\underline{\Omega} \cdot \nabla \tilde{\varphi}^{\ell} + \Sigma_t \tilde{\varphi}^{\ell} = \Sigma_s \phi^{\ell} + Q \quad (2.21a)$$

$$\phi^{\ell+1} = \tilde{\phi}^{\ell} \equiv \int d\Omega \tilde{\varphi}^{\ell} \quad (2.21b)$$

但し、 l は反復回数でエネルギー群、空間位置、および中性子の飛行方向の添字は省略されている。(2.21b)式は、(2.21a)式を解いて得た ϕ^l から次回($l+1$ 回)の反復計算に使用する ϕ^{l+1} を求めることを示している。(2.21a)式の P_0 モーメントをとると以下の式を得る。

$$\nabla \cdot \underline{\tilde{J}}^l + \Sigma_t \tilde{\phi}^l = \Sigma_s \phi^l + Q \quad (2.22)$$

ここで \underline{J} は中性子流を表わし、以下のように定義される。

$$\underline{\tilde{J}}^l \equiv \int d\Omega \underline{\tilde{\phi}}^l \quad (2.23)$$

一方、(2.21a)式の P_1 モーメントをとると下式を得る。

$$\frac{1}{3} \nabla \tilde{\phi}^l + \underline{\tilde{r}}^l + \Sigma_t \underline{\tilde{J}}^l = 0 \quad (2.24)$$

ここで r^l は拡散近似で無視される、中性子角度分布で P_2 以上の高次の非等方性項であり、拡散合成法においては加速の対象にはならない。(2.22)および(2.24)式の \underline{J}^l を

$$\underline{\tilde{J}}^l = -D \nabla \tilde{\phi}^l + \underline{\tilde{R}}^l \quad \left(\underline{\tilde{R}}^l \equiv -\frac{\underline{\tilde{r}}^l}{\Sigma_t} \right) \quad (2.25a)$$

$$D = 1/3 \Sigma_{tr} \quad (2.25b)$$

とおくことにより、両式と等価な以下の式が導き出される。

$$-\nabla \cdot D \nabla \tilde{\phi}^l + \Sigma_R \tilde{\phi}^l = Q - \nabla \cdot \underline{\tilde{R}}^l - \Sigma_s (\tilde{\phi}^l - \phi^l) \quad (2.26)$$

(2.26)式は(2.21)式を解いて得た ϕ から計算した新しい ϕ が満たすべき条件を示している。ここで反復回数を無限にとると $\tilde{\phi}^l = \phi^l$ であり、

$$-\nabla \cdot D \nabla \phi^* + \Sigma_R \phi^* = Q - \nabla \cdot \underline{\tilde{R}}^l \quad (2.27)$$

この時、(2.26)式左辺の第3項は消去される。ここで、収束時の中性子バランス式を満たす解を ϕ^* と表わすと、 ϕ^* は R が未収束である限り収束値と完全には一致しないが、

もしRが反復であまり変化しない量であれば、反復回数が比較的少ない段階で ϕ^* は収束値のよい近似値と見なすことができる。そこで、次回($\ell+1$ 回)の反復計算において、(2.22)式の ϕ^ℓ の代わりに ϕ^* を用いればより早く収束値に近づくことが期待できる。

以上が拡散合成法の原理であるが、この計算手順では新たに(2.26)式の解を求める必要があり、これに伴う計算時間や計算機容量の増大を覚悟しなければならない。しかし、たいいていの場合、拡散合成法の加速効率は非常に良好であり、新たに必要な計算手順の分を考慮しても十分に見合った結果を得ることができる。

拡散合成法を用いた場合に得られる収束の早さ(収束半径)については、1次元体系に限り理論的な研究が進められてきた^{(11), (12)}。収束半径は散乱比のみ関数であり、以下の式で与えられることが知られている⁽¹²⁾。

$$\begin{aligned} \text{spr} &= \sup_{\lambda} \left[\frac{c\lambda^2}{\lambda^2 + 3(1-c)} \right] \left| \int_{-1}^1 \frac{P_2(\mu)}{1 + \lambda^2\mu^2} d\mu \right| & (2.28) \\ &\leq \sup_{\lambda} c \left| \int_{-1}^1 \frac{P_2(\mu)}{1 + \lambda^2\mu^2} d\mu \right| \\ &< 0.23 c . \end{aligned}$$

但し、 $P_2(\mu)$ は2次の Legendre 関数である。(2.28)式は、拡散合成法によって収束半径が最大でも 0.23 以下になることを示しており、反復回数的大幅な削減が可能である。与えられた収束条件 δ を満たすのに必要な反復回数Nは、収束半径rを用いて

$$N = -\log \delta / \log r \quad (2.29)$$

と書き表される。収束条件を満たすのに必要な反復回数の比較を表2.5に示す。拡散合成法を用いたSn反復回数は散乱比cによらずほとんど一定であり、拡散合成法を使用することによって得られる反復回数低減の効果は、散乱比が1に近い程大きいことがわかる。

表2.5 拡散合成方程式によるS_n反復回数の低減(差分化前、理論値)

criterion	no acceleration				DSA in continuous form			
	c=0.5	0.9	0.99	0.999	0.5	0.9	0.99	0.999
10 ⁻¹	4	22	230	2302	1	2	2	2
10 ⁻²	7	44	459	4603	3	3	4	4
10 ⁻³	10	66	688	6905	4	5	5	5
10 ⁻⁴	14	88	917	9206	5	6	7	7
10 ⁻⁵	17	110	1146	11507	6	8	8	8

2.2.2 拡散合成方程式の差分化の問題点

拡散合成法によるS_n計算の加速において安定な加速結果を得るには、差分式のレベルで各計算メッシュセルの中性子バランス式を満たすようS_n方程式と拡散合成方程式の差分化を行わなければならない。この問題は Alcouffe によって最初に指摘され⁽¹³⁾、Reed はこのような整合性を考慮しないで差分化した場合の収束半径がメッシュ幅hの関数として下式で与えられることを示した⁽¹⁴⁾。

$$\text{spr} \geq \frac{c}{\frac{4}{3h^2} + 1 - c} \quad (2.30)$$

上式において、 $r = 1$ となるメッシュ幅 h^* は以下の式で与えられ、メッシュ幅が h^* 以上の場合は拡散合成法の収束半径は1以上となって解は発散する。

$$h^* = 2/[3(2c-1)]^{1/2} \quad (2.31)$$

この式を用いて評価したメッシュ幅 h^* の値を表2.6に、メッシュ幅を1/2、および1 mfpとした場合に必要な反復回数を表2.7に示す。メッシュ幅を1 mfp以下とすることによって、差分式の不整合の問題はほとんど現われないことが分かる。特に、メッシュ

幅を $1/2\text{mfp}$ とした場合には、差分化前の必要反復数とほとんど差がなく、散乱比依存性もほとんど見られない。一方、メッシュ幅を 1mfp とした場合には散乱比が1に近づくにつれて必要反復回数が増加するが、反復数は実用の範囲に収まっている。さらにメッシュ幅を広げ、上限値 h^* に近付けた場合の結果を表2.8に示す。散乱比が0.99以上のケースでは解の発散が見られたが、それ以外のケースでは問題を生じなかった。特に、拡散合成法を用いたケースでは散乱比が1に近づいても、加速なしで見られたような反復数の指数関数的な上昇は無く、たとえ差分式の整合性を考慮しなくても十分に有効である可能性が高い。特に高速炉体系の中性子の平均的な mean free path は 10cm 程度であり、メッシュ幅をこれ以下に抑ええるという条件はそれほど厳しい条件ではない。このため、最近になって開発された六角体系用の3次元輸送コードの中には、メッシュ点の移動を考慮しない略式の拡散合成法を適用するケースが見られる⁽¹⁵⁾。

こういった事情にも関わらず、計算条件に汎用性を持たせる為に、TRITACでは差分式の整合性を厳密に扱った差分式を採用した。この結果として、拡散合成方程式は端メッシュの差分式の形になり、拡散合成方程式の解は求めるべきセル中心ではなく、セルの頂点に現われる。これをセル中心に移動する手段として、理論的に確立された手法はないが、TRITACでは簡便法として内挿式(nine-point-smoothing)が用いられている。このような近似式の使用は、厳密にはいくらかの精度の悪化をもたらす可能性があるが、現在までの使用経験から問題を生じたケースは報告されていない。

表2.6 差分化した拡散合成方程式で常時安定な加速を得るために必要なメッシュ幅の上限

	scattering ratio						
	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	1.0
Minimum mesh width (in mfp)	-----	2.582	1.826	1.491	1.291	1.217	1.155

表2.7 輸送計算との整合性を考慮しない差分式による拡散合成法の S_n 反復回数とメッシュ幅の関係
 (1) 1mfp および 1/2mfp の比較

given criterion	mesh width = 1/2 mfp				1mfp			
	0.5	0.9	0.99	0.999	0.5	0.9	0.99	0.999
10^{-1}	1	2	2	2	2	5	8	8
10^{-2}	2	3	3	3	4	10	16	16
10^{-3}	3	4	5	5	6	15	23	24
10^{-4}	4	5	6	6	7	20	31	32
10^{-5}	5	7	7	7	9	25	38	40

表2.8 輸送計算との整合性を考慮しない差分式による拡散合成法の S_n 反復回数とメッシュ幅の関係
 (2) メッシュ上限値付近の比較

given criterion	mesh width = 0.95 h^*				1.0 h^*			
	0.9	0.95	0.99	0.999	0.9	0.95	0.99	0.999
10^{-1}	2	12	23	23	3	22	a	a
10^{-2}	5	23	45	45	5	44	a	a
10^{-3}	7	35	68	68	8	66	a	a
10^{-4}	9	47	91	90	10	88	a	a
10^{-5}	12	59	114	113	12	110	a	a

a: not converged in 1000 iterations

2.2.3 3次元拡散合成差分式

3次元XYZ体系のSn方程式は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_m}{h_i} (\tilde{\psi}_{mi+\frac{1}{2}jk}^{\ell} - \tilde{\psi}_{mi-\frac{1}{2}jk}^{\ell}) + \frac{\eta_m}{h_j} (\tilde{\psi}_{mij+\frac{1}{2}k}^{\ell} - \tilde{\psi}_{mij-\frac{1}{2}k}^{\ell}) \\ & + \frac{\xi_m}{h_k} (\tilde{\psi}_{mijk+\frac{1}{2}}^{\ell} - \tilde{\psi}_{mijk-\frac{1}{2}}^{\ell}) + \sigma_{tijk} \tilde{\psi}_{mijk}^{\ell} = J_{sijk} \phi_{oijk}^{\ell-1} + Q_{ijk} \quad (2.32) \end{aligned}$$

ただし、mは中性子の飛行する方向、ijkは3次元体系のメッシュ空間を表わすインデックスである。この他、定数および変数は、特に断らないかぎり第2.1節で定めた記述法に従うものとする。 ϕ_m の角度n次の角度モーメント ϕ_n は以下の式で与えられる。

$$\phi_n^k = \sum_m Y_{n,m}^k \psi_m W_m \quad (2.33)$$

ただし、 $Y_{n,m}$ は方向mに対する球面調和関数、 W_m は荷重であり、以下のように規格化されているものとする。

$$\sum_m W_m = 1 \quad (2.34)$$

ここで、(2.32)式に対し以下に示す演算子を作用させ、4つのモーメントを求める。

a) ゼロ次モーメント (演算子 $\sum_m W_m$)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h_i} (\phi_{1i+\frac{1}{2}jk}^{\ell} - \phi_{1i-\frac{1}{2}jk}^{\ell}) + \frac{1}{h_j} (\phi_{1ij+\frac{1}{2}k}^{\ell} + \phi_{1ij-\frac{1}{2}k}^{\ell}) + \frac{1}{h_k} (\phi_{1ijk+\frac{1}{2}}^{\ell} - \phi_{1ijk-\frac{1}{2}}^{\ell}) \\ & + \sigma_{tijk} \phi_{oijk}^{\ell} = \sigma_{sijk} \phi_{oijk}^{\ell-1} + Q_{ijk} \quad (2.35a) \end{aligned}$$

b) 1次 (x方向) モーメント (演算子 $\sum_m \mu_m W_m$)

$$\frac{1}{3h_i} (\tilde{\phi}_{oi+\frac{1}{2}jk}^{\sim l} - \tilde{\phi}_{oi-\frac{1}{2}jk}^{\sim l}) + \tilde{R}_{xijk}^{\sim l} + \sigma_{Tijk} \tilde{\phi}_{1ijk}^{\sim l} = 0 \quad (2.35b)$$

c) 1次 (y方向) モーメント (演算子 $\sum_m \eta_m W_m$)

$$\frac{1}{3h_j} (\tilde{\phi}_{oij+\frac{1}{2}k}^{\sim l} - \tilde{\phi}_{oij-\frac{1}{2}k}^{\sim l}) + \tilde{R}_{yijk}^{\sim l} + \sigma_{Tijk} \tilde{\phi}_{1ijk}^{\sim l} = 0 \quad (2.35c)$$

d) 1次 (z方向) モーメント (演算子 $\sum_m \xi_m W_m$)

$$\frac{1}{3h_k} (\tilde{\phi}_{oijk+\frac{1}{2}}^{\sim l} - \tilde{\phi}_{oijk-\frac{1}{2}}^{\sim l}) + \tilde{R}_{zijk}^{\sim l} + \sigma_{Tijk} \tilde{\phi}_{1ijk}^{-1} = 0 \quad (2.35d)$$

ここで、1次モーメントの各項に現われる項 R_{ijk} は2次以上の高次のモーメントの成分であり、以下のように定義される。

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{xijk}^{\sim l} &= \frac{2}{3h_i} (\tilde{\phi}_{2i+\frac{1}{2}jk}^{\sim l} - \tilde{\phi}_{2i-\frac{1}{2}jk}^{\sim l}) + \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \frac{1}{h_j} (\tilde{\phi}_{2ij+\frac{1}{2}k}^{\sim l} - \tilde{\phi}_{2ij-\frac{1}{2}k}^{\sim l}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{h_k} (\tilde{\phi}_{2ijk+\frac{1}{2}}^{\sim l} - \tilde{\phi}_{2ijk-\frac{1}{2}}^{\sim l}) \right\} \end{aligned} \quad (2.36a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{yijk}^{\sim l} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \frac{1}{h_i} (\tilde{\phi}_{2i+\frac{1}{2}jk}^{\sim l} - \tilde{\phi}_{2i-\frac{1}{2}jk}^{\sim l}) + \frac{1}{h_j} (\tilde{\phi}_{2ij+\frac{1}{2}k}^{\sim l} - \tilde{\phi}_{2ij-\frac{1}{2}k}^{\sim l}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{h_k} (\tilde{\phi}_{2ijk+\frac{1}{2}}^{\sim l} - \tilde{\phi}_{2ijk-\frac{1}{2}}^{\sim l}) \right\} - \frac{1}{3h_j} (\tilde{\phi}_{2ij+\frac{1}{2}k}^{\sim l} - \tilde{\phi}_{2ij-\frac{1}{2}k}^{\sim l}) \end{aligned} \quad (2.36b)$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{zijk}^{\sim l} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \frac{1}{h_i} (\tilde{\phi}_{2i+\frac{1}{2}jk}^{\sim l} - \tilde{\phi}_{2i-\frac{1}{2}jk}^{\sim l}) + \frac{1}{h_j} (\tilde{\phi}_{2ij+\frac{1}{2}k}^{\sim l} - \tilde{\phi}_{2ij-\frac{1}{2}k}^{\sim l}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{h_k} (\tilde{\phi}_{2ijk+\frac{1}{2}}^{\sim l} - \tilde{\phi}_{2ijk-\frac{1}{2}}^{\sim l}) \right\} - \frac{1}{3h_k} (\tilde{\phi}_{2ijk+\frac{1}{2}}^{\sim l} - \tilde{\phi}_{2ijk-\frac{1}{2}}^{\sim l}) \end{aligned} \quad (2.36c)$$

反復回数を無限にすると、中性子束は真値に収束するが、準収束状態として(2.35a)式の右辺にある ϕ_0 が収束した場合を仮定する。即ち、

$$\tilde{\phi}_n^k \rightarrow \phi_n^{k\ell} \quad (n=0, 1 \quad |k| \leq n) \quad (2.37a)$$

$$\phi_n^{k\ell-1} \rightarrow \phi_n^{k\ell} \quad (2.37b)$$

この状態は、高次モーメント R_{ijk} が未収束であるので、 ϕ_0 は未だ真値に収束してはいないが、ゼロ次モーメントの中性子バランスを考慮した式になっているため、より収束値に近い ϕ_0 を与えることが期待できる。この状態において、(2.35)式は以下のよう書き換えられる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{h_i} (\phi_{1i+\frac{1}{2}jk}^{o\ell} - \phi_{1i-\frac{1}{2}jk}^{o\ell}) + \frac{1}{h_j} (\phi_{1ij+\frac{1}{2}k}^{1\ell} - \phi_{1ij-\frac{1}{2}k}^{1\ell}) \\ + \frac{1}{h_k} (\phi_{1ijk+\frac{1}{2}}^{-1\ell} - \phi_{1ijk-\frac{1}{2}}^{-1\ell}) + \sigma_{Rijk} \phi_{oijk}^{o\ell} = Q_{ijk} \end{aligned} \quad (2.38a)$$

$$\frac{1}{3h_i} (\phi_{oi+\frac{1}{2}jk}^{o\ell} - \phi_{oi-\frac{1}{2}jk}^{o\ell}) + \tilde{R}_{Xijk}^{\ell} + \sigma_{Tijk} \phi_{1ijk}^{o\ell} = 0 \quad (2.38b)$$

$$\frac{1}{3h_j} (\phi_{oij+\frac{1}{2}k}^{o\ell} - \phi_{oij-\frac{1}{2}k}^{o\ell}) + \tilde{R}_{Yijk}^{\ell} + \sigma_{Tijk} \phi_{1ijk}^{1\ell} = 0 \quad (2.38c)$$

$$\frac{1}{3h_k} (\phi_{oijk+\frac{1}{2}}^{o\ell} - \phi_{oijk-\frac{1}{2}}^{o\ell}) + \tilde{R}_{Zijk}^{\ell} + \sigma_{Tijk} \phi_{1ijk}^{-1\ell} = 0 \quad (2.38d)$$

ただし、 σ_{Rijk} は以下で定義される量である。

$$\sigma_{Rijk} = \sigma_{Tijk} - \sigma_{Sijk} \quad (2.38e)$$

(2.35)式から(2.38)式を引くと以下の差分式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{1}{h_i} (f_{1i+\frac{1}{2}jk}^{o\ell} - f_{1i-\frac{1}{2}jk}^{o\ell}) + \frac{1}{h_j} (f_{1ij+\frac{1}{2}k}^{1\ell} - f_{1ij-\frac{1}{2}k}^{1\ell}) + \frac{1}{h_k} (f_{1ijk+\frac{1}{2}}^{-1\ell} - f_{1ijk-\frac{1}{2}}^{-1\ell}) \\ + \sigma_{Rijk} f_{oijk}^{o\ell} = \sigma_{Sijk} (\tilde{\phi}_{oijk}^0 - \phi_{oijk}^{o\ell-1}) \end{aligned} \quad (2.39a)$$

$$f_{1ijk}^{o\ell} = -\frac{D_{ijk}}{h_i} (f_{oi+\frac{1}{2}jk}^{o\ell} - f_{oi-\frac{1}{2}jk}^{o\ell}) \quad (2.39b)$$

$$f_{1ijk}^{1\ell} = -\frac{D_{ijk}}{h_j} (f_{oij+\frac{1}{2}k}^{o\ell} - f_{oij-\frac{1}{2}k}^{o\ell}) \quad (2.39c)$$

$$f_{1ijk}^{-1\ell} = -\frac{D_{ijk}}{h_k} (f_{oijk+\frac{1}{2}}^{o\ell} - f_{oijk-\frac{1}{2}}^{o\ell}) \quad (2.39d)$$

$$D_{ijk} = 1/(3\sigma_{Tijk}) \quad (2.39e)$$

$$f_n^{k\ell} \equiv \phi_n^{k\ell} - \tilde{\phi}_n^k \quad (n = 0, 1 \quad |k| \leq n) \quad (2.39f)$$

(2.39)式は、中性子束の未収束値 ϕ_n に対して n 次モーメントのバランス式を満たすために加えるべき補正量が f_n に相当し、それが(2.39a~d)の拡散型方程式を解くことによって求められることを示している。しかし、(2.39)式の1次モーメントがメッシュ中心とメッシュ端の両方が現われおり、このままの形では解くことができない。そこで、ダイヤモンド差分式の1次モーメントを取って得られる以下の関係式を使い、メッシュ中心の項を消去する。

$$f_{1ijk}^{o\ell} = \frac{1}{2} (f_{1i+\frac{1}{2}jk}^{o\ell} + f_{1i-\frac{1}{2}jk}^{o\ell}) \quad (2.40a)$$

$$f_{1ijk}^{1\ell} = \frac{1}{2} (f_{1ij+\frac{1}{2}k}^{1\ell} + f_{1ij-\frac{1}{2}k}^{1\ell}) \quad (2.40b)$$

$$f_{1ijk}^{-1\ell} = \frac{1}{2} (f_{1ijk+\frac{1}{2}}^{-1\ell} + f_{1ijk-\frac{1}{2}}^{-1\ell}) \quad (2.40c)$$

さらにメッシュ頂点 $(i+1/2, j+1/2, k+1/2)$ に隣接する8つのメッシュについて中性子バランス式を作ると、次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \{ h_j h_k (f_{1i+1jk}^{o\ell} - f_{1ijk}^{o\ell}) + h_i h_k (f_{1ij+1k}^{1\ell} - f_{1ijk}^{1\ell}) + h_i h_j (f_{1ijk+1}^{-1\ell} - f_{1ijk}^{-1\ell}) \\ & + h_{j+1} h_k (f_{1i+1j+1k}^{o\ell} - f_{1ij+1k}^{o\ell}) + h_{i+1} h_k (f_{1i+1j+1k}^{1\ell} - f_{1i+1jk}^{1\ell}) \\ & + h_{i+1} h_j (f_{1i+1jk+1}^{-1\ell} - f_{1i+1jk}^{-1\ell}) + h_j h_{k+1} (f_{1i+1jk+1}^{o\ell} - f_{1ijk+1}^{o\ell}) \\ & + h_i h_{k+1} (f_{1ij+1k+1}^{1\ell} - f_{1ijk+1}^{1\ell}) + h_i h_{j+1} (f_{1ij+1k+1}^{-1\ell} - f_{1ij+1k}^{-1\ell}) \\ & + h_{j+1} h_{k+1} (f_{1i+1j+1k+1}^{o\ell} - f_{1i+1j+1k}^{o\ell}) + h_{i+1} h_{k+1} (f_{1i+1j+1k+1}^{1\ell} - f_{1i+1j+1k}^{1\ell}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + h_{i+1} h_{j+1} (f_{1i+1j+1k+1}^{-1\ell} - f_{1i+1j+1k}^{-1\ell}) \\
& + \frac{1}{8} \sum_{i'=i}^{i+1} \sum_{j'=j}^{j+1} \sum_{k'=k}^{k+1} \sigma_{Ri'j'k'} V_{i'j'k'} f_{oi'j'k'}^{o\ell} = g_{i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{\ell} \quad (2.41a)
\end{aligned}$$

$$g_{i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{\ell} = \frac{1}{8} \sum_{i'=i}^{i+1} \sum_{j'=j}^{j+1} \sum_{k'=k}^{k+1} \sigma_{si'j'k'} V_{i'j'k'} (\tilde{\phi}_{i'j'k'}^{\ell} - \phi_{i'j'k'}^{\ell-1}) \quad (2.41b)$$

さらに(2.39b~d)式から1次モーメントを消去し、式を整理すると、以下に示すメッシュ端の拡散差分式を得る。

$$\begin{aligned}
& - \frac{\bar{D}_{X_{i+1j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}}}{h_{i+1}} (f_{oi+\frac{3}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{o\ell} - f_{oi+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{o\ell}) + \frac{\bar{D}_{X_{ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}}}{h_i} \\
& (f_{oi+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{o\ell} - f_{oi-\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{o\ell}) - \frac{\bar{D}_{Y_{i+\frac{1}{2}j+1k+\frac{1}{2}}}}{h_{j+1}} (f_{oi+\frac{1}{2}j+\frac{3}{2}k+\frac{1}{2}}^{o\ell} - f_{oi+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{o\ell}) \\
& + \frac{\bar{D}_{Y_{i+\frac{1}{2}jk+\frac{1}{2}}}}{h_j} (f_{oi+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{o\ell} - f_{oi+\frac{1}{2}j-\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{o\ell}) - \frac{\bar{D}_{Z_{i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+1}}}{h_{k+1}} \\
& (f_{oi+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{3}{2}}^{o\ell} - f_{oi+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{o\ell}) + \frac{\bar{D}_{Z_{i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k}}}{h_k} (f_{oi+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{o\ell} - f_{oi+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}}^{o\ell}) \\
& + \bar{\sigma}_{R_{i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}} f_{oi+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{o\ell} = g_{i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{\ell} \quad (2.42a)
\end{aligned}$$

ただし、 D や σ_R はメッシュ端の占める領域で平均化された拡散係数および除去断面積であり、下式で与えられる。

$$\bar{\sigma}_{R_{i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}} = \frac{1}{8} \sum_{i'=i}^{i+1} \sum_{j'=j}^{j+1} \sum_{k'=k}^{k+1} \sigma_{Ri'j'k'} V_{i'j'k'} \quad (2.42b)$$

$$4 \bar{D}_{X_{ij+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}} = h_j h_k D_{ijk} + h_{j+1} h_k D_{ij+1k} + h_j h_{k+1} D_{ijk+1} + h_{i+1} h_{k+1} D_{ij+1k+1} \quad (2.42c)$$

境界条件は、通常の端メッシュの拡散方程式と同様であり、例えば-X側の境界では

$$-f_1^{0l} \frac{1}{2}j + \frac{1}{2}k + \frac{1}{2} = \lambda f_0^{0l} \frac{1}{2}j + \frac{1}{2}k + \frac{1}{2} \quad (2.42d)$$

$$\lambda = \begin{cases} 0.0 & (\text{reflective}) \\ 0.4692 & (\text{vacuum}) \end{cases} \quad (2.42e)$$

である。

(2.42)式を解いて得られる補正量 f_0 はメッシュ端でのみ与えられ、そのままの形では S_n 反復式に使用できないので、以下の nine point smoothing による内挿式でメッシュ中心の値を求める。

$$\phi_{0ijk}^{0l} = \tilde{\phi}_{0ijk}^{0l} + \frac{1}{8} \sum_{i'=i}^{i+1} \sum_{j'=j}^{j+1} \sum_{k'=k}^{k+1} f_{0i'-1/2, j'-1/2, k'-1/2}^{0l} \quad (2.43)$$

f_0 を用いて、メッシュ中心の中性子束と同時に、境界の入射中性子分布についてもゼロ次モーメントが加速される。例えば +X 方向の境界では、

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_{M+i+\frac{1}{2}jk}^{\ell+1} = \psi_{M+i+\frac{1}{2}jk}^{\ell} = \tilde{\psi}_{M+i+\frac{1}{2}jk}^{\ell} + \frac{1}{4} (f_{0i+\frac{1}{2}j-\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}}^{0l} + f_{0i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}}^{0l} \\ + f_{0i+\frac{1}{2}j-\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{0l} + f_{0i+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}}^{0l}) \end{aligned} \quad (2.44)$$

ただし、境界条件が真空境界の場合は、常に入射中性子はゼロであるので(2.44)式は使用しない。

2.2.4 検証計算

拡散合成法の有効性を検証するために、3次元XYZ体系においてテスト計算を実施し、計算時間の比較を行った。なお、比較対象としてはTWO TRAN-I Iコード等、多くの S_n コードで使用されている標準的な加速法である粗メッシュ再釣合法を基準とした。なお、粗メッシュ再釣合法はTRITACの初期のバージョンで標準加速法として用いられていたものである。粗メッシュ再釣合法の大きな欠点としては、加速因子の解が必ずしも存在するという保証がないことと、仮に加速因子が求められても反復計算のアルゴリズムが不安定になりやすく、加速因子適用のタイミングが微妙である点が挙

げられる。また、こういった傾向は3次元体系で大きい計算体系を扱う場合に特に顕著になる。本節で示すテスト計算でも粗メッシュ再釣合法の不安定性が現われ、加速因子の適用を内側反復3回ごとに調整することによって辛うじて収束解を得た。一方、拡散合成法ではすべてのケースで収束し、粗メッシュ再釣合法のような安定化のための工夫を必要としなかった。このような解の安定性の問題は定量的な評価が難しいため、例えば計算速度の比較からは読み取れないが、実用上の使いやすさという観点では大きな差であり、大いに着目すべき点である。

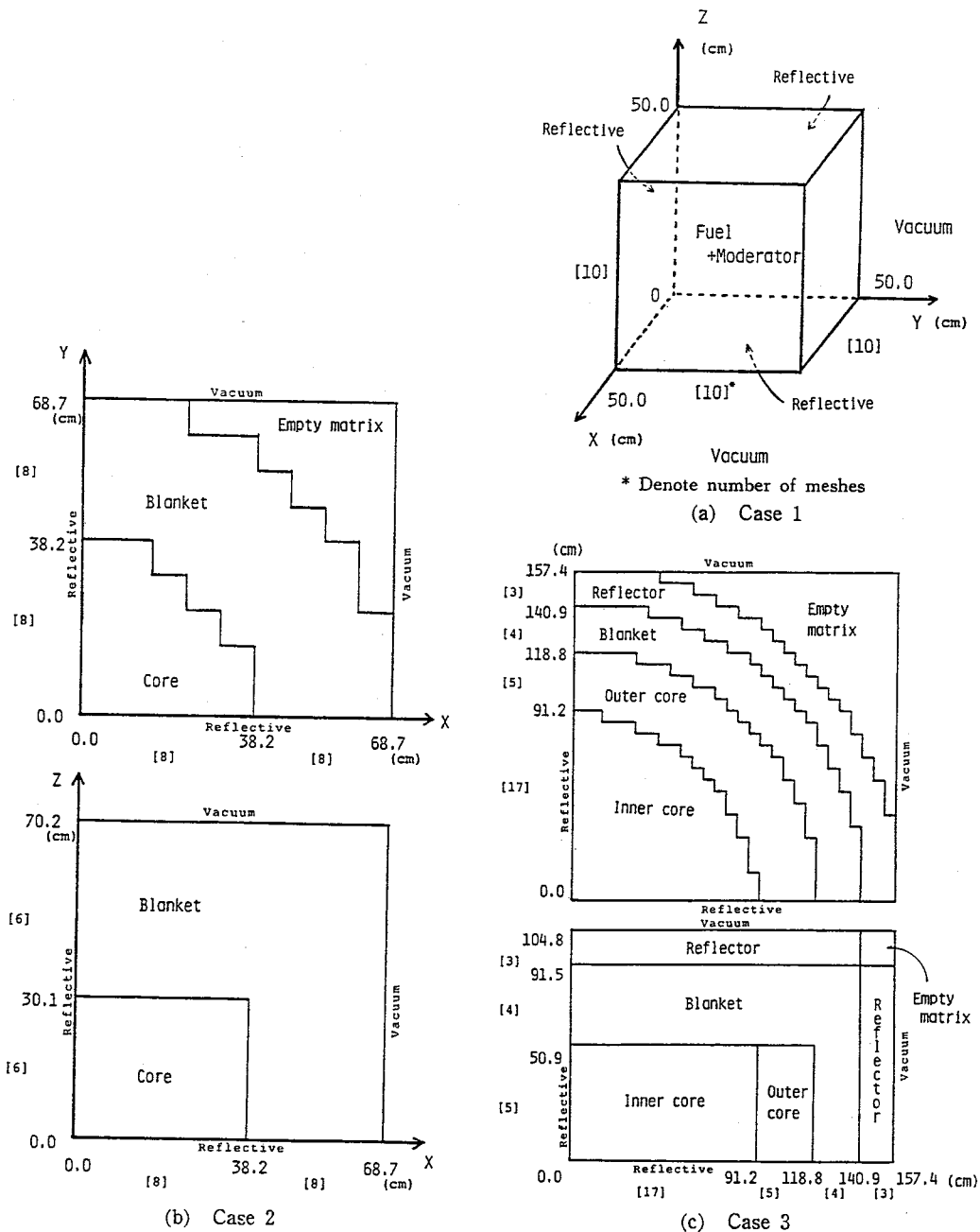


図 2.6 3次元テスト計算体系

図2.6にテスト計算体系を示す。ケース1は軽水炉体系を模擬した均質体系であり、群数は3群である。ケース2および3は高速炉体系を模擬した非均質体系であり、それぞれ実験炉および実証炉クラスの大きさに相当する。計算群数はそれぞれ4群および7群である。全ケースS4計算としたが、ケース2のみSn次数の影響を見るためにS8でも計算を行った。

表2.9にテスト計算結果を示す。拡散合成法で得られた固有値の収束値は全ケースについて粗メッシュ再釣合法の結果とよく一致した。また、反復回数は粗メッシュ再釣合法を基準としてケース1および2でファクター2、ケース3でファクター2.5の低減化が見られた。計算時間に対する低減化効果はさらに大きく、ファクター3~4.4の効果を得られた。このように、反復回数よりも計算時間の低減効果が大きい理由は、粗メッシュ再釣合法では加速因子を求める前段階として各メッシュごとに中性子漏洩量を計算する必要があり、その計算分拡散合成法よりも余計に計算時間を要するためである。この傾向はSn次数が大きくなるほど顕著であり、ケース2のS4とS8の結果では反復回数が同じであるにも関わらず、計算時間の比はS4の3.1からS8の4.2とSn次数が増えるに従い、さらに大きくなっている。

表2.9 加速法として拡散合成法と再釣合法を用いた場合の3次元輸送計算結果の比較

Case	Diffusion synthetic acceleration	Rebalance acceleration	Remarks
1. Outer [†]	22	49	LWR 3-group calculation
CPU time ^{††} (min)	1.2	5.3	S ₄
Eigenvalue	1.03532	1.03533	10×10×10 meshes ε _k ^{†††} = ε _φ = 10 ⁻⁵
2. Outer	10	19	FBR 4-group calculation
CPU time (min)	2.0	6.1	S ₄
Eigenvalue	1.08645	1.08640	16×16×12 meshes ε _k = ε _φ = 10 ⁻⁴
Outer	10	19	FBR 4-group calculation
CPU time (min)	3.8	16.1	S ₈
Eigenvalue	1.08644	1.08640	16×16×12 meshes ε _k = ε _φ = 10 ⁻⁴
3. Outer	17	43	FBR 7-group calculation
CPU time (min)	17.8	56.3	S ₄
Eigenvalue	0.99123	0.99140	29×29×12 meshes ε _k = ε _φ = 5×10 ⁻⁴

[†] Denotes a required number of outer iterations.

^{††} ACOS1000.

^{†††} Denotes a convergence criterion.

図2.7にケース1について固有値の収束状況の比較を示す。拡散合成法では始めの数回の反復計算で急速に固有値が収束値に近づき、拡散合成法が特に固有値問題の加速に有効であることがわかる。なお、粗メッシュ再釣合法のプロット間隔が拡散合成法よりも長いのは、中性子漏洩量の計算に要する時間のためである。

以上により、3次元体系における拡散合成法の優位性が確認された。しかし、テスト体系は小規模な体系であったため、1次元体系および2次元体系の解法アルゴリズムをそのまま適用しても問題は生じなかったに過ぎない。次に、より大型の問題を解く場合を想定し、拡散合成法の解法アルゴリズムを改良した結果を報告する。

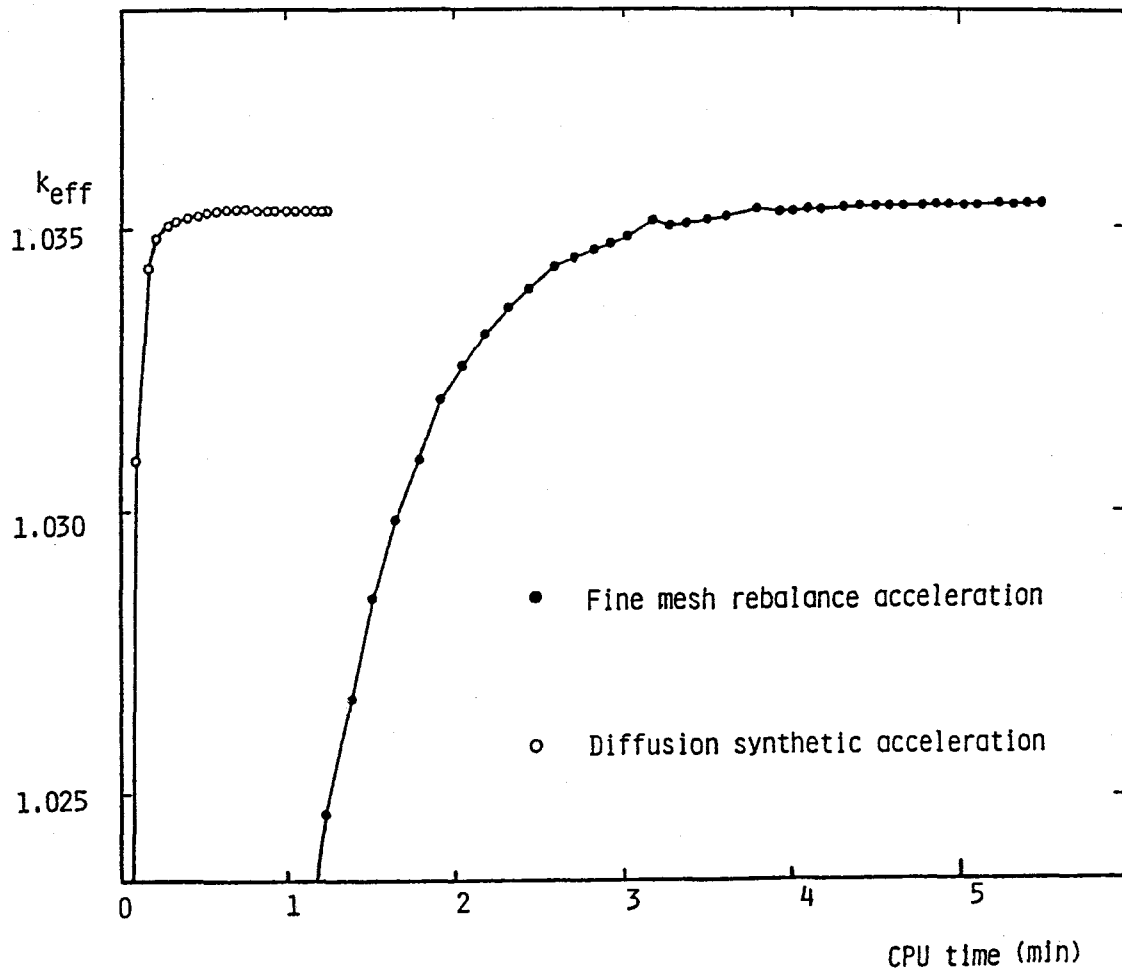


図2.7 加速法として拡散合成法と再釣合法を用いた場合の固有値の収束状況の比較

2.3 拡散合成法の解法アルゴリズムの最適化⁽³⁾

すでに述べたように、拡散合成法においては、 S_n 反復 1 回毎に拡散型の方程式を 1 つ解かねばならないので、3 次元体系で標準的な高速炉の問題で解くべき拡散方程式の数は延べ 100 回程度にも達する。よって、拡散合成方程式の解をいかに早く求めるかが計算時間を短縮するための最重要課題である。実際に、本節で述べる改良を行う前では、全体の計算時間の約 90% が拡散型方程式の計算に費やされていることがわかっている。また、計算体系にナトリウムタンクのような散乱比が極めて 1 に近い領域を含む場合や、炉心の広領域にボイドが存在する場合には、拡散合成法の収束精度が急激に悪化し、収束値まわりで小規模な解の振動現象が見られることが報告されてきた。しかもこれらの問題は高速炉の炉心設計において遭遇することの多い一般的な問題であるため、3 次元輸送計算の実用化には避けて通れない問題である。

本節では、拡散合成法の特徴を踏まえて、拡散合成法で数値解法が不安定になる原因を追究し、その安定性確保の条件を明らかにする。また、拡散合成方程式を安定かつ短時間で効率よく解くことが可能な計算アルゴリズムを検討する。

2.3.1 拡散合成方程式の特徴

拡散合成方程式が一般の拡散方程式と異なる点は以下に示す 3 点であり、拡散合成法に最適な解法アルゴリズムを考える上で重要である。以下、各項目について考察を加える。

(1) 拡散方程式のソース項に正と負が混合する

ソース項に正と負が混合した状態で反復計算をすると、一時的にエラーが拡大される現象が出るのが経験的にわかっている（この数学的な根拠については後節で述べる）。このため、拡散方程式が完全に収束したかどうかを反復計算ごとに確認する必要がある。しかし、この作業は反復計算と同等の演算処理を必要とするため、計算アルゴリズムとして望ましくない。一般の拡散コードのなかには D I F - 3 D のように、解の収束状況から収束半径を求め、そこから理論的に求めた必要反復回数を使用するのみで収束判定を行わないようなアルゴリズムをとり、計算時間の節約を図っているものがある。しかし、この方式はソース項が正の場合にのみ有効であり、拡散合成法の場合にそのまま応

用することは不可能である。

(2) 加速の安定性を確保するための最低限の収束条件の設定

拡散合成法は加速法の手段であり、拡散合成方程式の解を厳密に求めることが目的ではない。よって、加速の安定性が確保されるための最低限の収束条件を満たしておればよい。また、経験的に得られた知見によると、拡散合成方程式を完全に収束させて加速を行うと、過大修正となって解が振動する傾向が見られる。また、逆に相対誤差を10%程度にしても加速の効率はほとんど変わらない。拡散合成方程式の収束条件を1桁厳しくするごとに必要反復数は2倍となるが、拡散合成方程式の解の絶対値は急速に一定値に飽和するので加速効率はほとんど変わらない。よって、拡散合成法の収束条件は実用的に有効な加速が得られる範囲で緩く設定することが望ましい。

また、加速法の観点からは過大修正で解が振動する状況は望ましくなく、むしろ過小修正となるほうが安定性の観点からは有利である。過大修正の場合が特に問題になるのは、過大修正によって符号が逆転し、加速の方向が逆転する場合であり、TRITACで解の振動が見られるケースでは必ずこの現象が確認されている。この問題を解決するためには、反復計算を打ち切った時点で常に収束解と同等の符号を持ち、絶対値がより小さい解が得られるような計算アルゴリズムを確立する必要がある。

(3) 拡散合成加速法に適した加速法の適用

拡散型方程式で使用できる加速法はSOR (successive over-relaxation) 法、チェビシェフ加速法、CG (conjugate gradient) 法等、有効な方法が多数確立されている⁽¹⁶⁾が、計算対象の持つ最大固有値を正確に知ることが共通の課題になっている。しかし、実際にこれらの方法を適用してみると、収束途中の情報のみから最大固有値を正確に求めることは極めて困難であり、いずれの方法もその有効性を最大限に生かしきることができないのが実情である。

一方、拡散合成法はソース項のみが異なる同一のオペレータを繰り返し解く構造を持ち、初回の計算で観測された解の収束状況を外部ファイルに保存しておき、収束解との誤差の減衰率を反復回数ごとにトレースすることによって最大固有値を正確に求めることが可能である。

以上の特徴を踏まえた計算アルゴリズムの構築について次節以下で述べる。

2.3.2 拡散合成方程式の解法アルゴリズム

拡散合成方程式の解法アルゴリズムを具体的に数式を用いて記述する。記述を簡単にするために、演算子を用いてアルゴリズムを表現する。また、拡散合成方程式のソース項は、本来は δS と書くべき性格のものであるが、表現上紛らわしいので δ を省略し単に S と書く。

$$\phi_L = \phi_{L-1} + \delta\phi_L^{(N)} \quad (2.45a)$$

$$\delta\phi_L^{(N)} = \mathbf{D}^N S_{L-(1/2)} \quad (2.45b)$$

$$S_{L-(1/2)} = \sigma_s(\phi_{L-(1/2)} - \phi_{L-1}) \quad (2.45c)$$

$$\phi_{L-(1/2)} = \mathbf{T} S_{L-1} \quad (2.45d)$$

ただし、 L は内側反復の反復回数を示すインデックス、マトリクス \mathbf{D} および \mathbf{T} はそれぞれ拡散および S_n スweep を 1 回行う操作を示す。(2.45b)式に添字 N が現われるのは、演算子 \mathbf{D} が N 回繰り返され、十分に収束した解 $\delta\phi_L$ を求めることを示す。一方、演算子 \mathbf{T} は 1 回のみ操作され繰り返しが無いので同様な添字が付けられていない。

実際の操作では演算子 \mathbf{D} と \mathbf{T} の空間メッシュの取り方が異なるため、本来は異なるインデックスを付けて表わすべきであるが、簡単のために省略する。同様に、メッシュ点移動のための nine point smoothing の過程も省略する。

前節で述べた通り、(2.45b)式において N を極力小さく抑さえ、しかも収束解の良い近似解を得ることが目的である。これまでの経験から、(2.45b)に要求される実用的な収束精度は相対誤差で 10% 程度である。ここで、(2.45b)式を以下のように変形し、

$$\delta\phi_L^{(N)} = \gamma \delta\phi_L^{(\infty)} \quad (2.46a)$$

$$0 \leq \gamma \leq 1 \quad (2.46b)$$

収束精度 10% でしかも絶対値が過小評価となる条件は次式で表わされる。

$$0.9 \leq \gamma \leq 1 \quad (2.47)$$

上式で、 $\gamma = 0$ とおけば拡散合成加速法を行わない場合に対応し、 $\gamma = 1$ とおけば拡散合成加速法を 100% 活用した場合に対応する。よって、拡散合成法が収束するという条件のもとで、(2.47)式を満たすように $\delta\phi_L$ を求めれば、常に安定した加速を行うこ

とができる。一方、 $\gamma > 1$ では加速が過大修正の形になり、解の発散または振動を招く。

(2.47)式を満たす計算アルゴリズムは、ソース項が正の場合については比較的簡単に構築することが可能である。即ち、反復計算の初期値をゼロと置くことで(2.47)式は満足する。以下にこれを証明する。

拡散合成方程式の収束半径を r とおくと、

$$\delta\phi^{(n)} = \phi^{(n)} - \phi^{(n-1)} = (1-r)(\phi^{(\infty)} - \phi^{(n-1)}) \quad (2.48)$$

ただし、 $\phi^{(n)}$ と $\phi^{(\infty)}$ はそれぞれ ϕ に対する反復 n 回目の予想値および収束値を示す。もし、 $r < 1$ で $\phi^{(0)} = 0$ と仮定すると、(2.48)式は常に正となり、以下の式が成立する。

$$\phi^{(0)} = 0 < \phi^{(n-1)} < \phi^{(n)} < \phi^{(\infty)} \quad (2.49)$$

よって、

$$0 \leq \gamma = \phi^{(N)} / \phi^{(\infty)} \leq 1 \quad (2.50)$$

以上で、反復計算の初期値をゼロと置くことで、常に(2.47)式が満足することが示された。一方、正負混合の場合には、正と負の収束半径をそれぞれ r^{\oplus} および r^{\ominus} とおいて同様に展開すると、

$$\begin{aligned} \delta\phi^{(n)} &= \phi^{(n)} - \phi^{(n-1)} \\ &= (1-r^{\oplus})(\phi^{\oplus(\infty)} - \phi^{\oplus(n-1)}) - (1-r^{\ominus})(\phi^{\ominus(\infty)} - \phi^{\ominus(n-1)}) \end{aligned} \quad (2.51a)$$

ただし、

$$\phi^{(n)} = \phi^{\oplus(n)} - \phi^{\ominus(n)} \quad (2.51b)$$

$$\phi^{\oplus(n)} \geq 0, \quad \phi^{\ominus(n)} \geq 0 \quad (2.51c)$$

この場合、(2.51a)式が無条件に正になるのは、 $r^{\oplus} = r^{\ominus} = r$ が成り立つ場合に限られる。この時、(2.51a)式は(2.48)式と一致する。

$$(2.51a) \text{ 式} = (1-r)(\phi^{\oplus(\infty)} - \phi^{\oplus(n-1)} - \phi^{\ominus(\infty)} + \phi^{\ominus(n-1)})$$

$$=(1-r)(\phi^{(\infty)} - \phi^{(n-1)}) = \quad (2.48) \text{式} \quad (2.52)$$

それ以外の一般的なケースでは、(2.51a)式は反復計算の途中で一時的にゼロになる可能性があり、 $\phi^{(n)}$ は留点もしくは最大/最小値のピーク点を作る。ゆえに、反復計算の過程で解が収束解から逸脱して一時的に大きな誤差を持つ恐れがある。

反復回数 n が十分に大きい状態では、正負項ともに拡散オペレータの最大固有値で決まる共通の減衰率を持ち、 $r^{\oplus} = r^{\ominus}$ が成立するはずであるが、 n が比較的に小さい場合には正負のソース分布が刺激する高次モードの強度に応じて一時的に r にずれが生じ、解の逸脱を招く。よって、(2.51a)式は正負項の干渉によって解の不安定性が生じるメカニズムを示すものと解釈できる。

2.3.3 正負項分離法

前節で、ソース項に正負の項が混在する場合、解の不安定性が生じることを示した。そこで、これを改善する方策として正負混合のソースを正と負の項に分離し、それぞれを反復計算により収束解を求める方法（正負項分離法）を適用する。

$$\delta\phi^{\oplus(N)} = D^N S^{\oplus}, \quad (2.53a)$$

$$\delta\phi^{\ominus(N)} = D^N S^{\ominus}, \quad (2.53b)$$

$$\delta\phi^{(N)} = \delta\phi^{\oplus(N)} - \delta\phi^{\ominus(N)} \quad (2.53c)$$

ただし、

$$S^{\oplus} = \begin{cases} S & (S \geq 0) \\ 0 & (S < 0) \end{cases} \quad (2.53d)$$

$$S^{\ominus} = \begin{cases} 0 & (S \geq 0) \\ -S & (S < 0) \end{cases} \quad (2.53e)$$

上記のように正と負の項を別々に求めても、正しい解が得られることは、拡散方程式の線形性から自明である。一見すると、(2.45b)式ひとつの代用として(2.53a~b)式の

2つの式を解くことは、計算時間の増大が免れないように見えるが、実際には正負項分離を行うことで解の安定性が増し、収束に必要な反復回数が半減するため、結果的には計算時間の増加分はほとんど無視できる。図2.8に正負項分離を用いた場合と用いない場合の解の収束状況の比較を示す。正負項分離を用いないケースでは、正項と負項の収束半径の干渉によって反復回数 $n = 12$ 付近に大きなピーク値が生じている。仮にこの時点で反復計算を打ち切ったとすれば、解の相対誤差の絶対値は5400%と大きく、しかも符号が逆であるため、適正な加速は得られない。さらに反復回数を増大すると、正負項ともに基本モードの減衰率に落ち着くため順調に収束するが、相対誤差10%条件を満たすためには57回の反復が必要である。一方、正負項分離を用いたケースでは常に解は収束解に向かって単調増加し、常に加速の安定性が保証される条件を満たしていることがわかる。さらに、10%条件を満たす反復回数は正項が19回、負項が27回であり、両方を加えても46回に留まり、正負項分離を行わない場合よりもむしろ反復回数は減少した。

正負項分離を用いることによるもうひとつの利点として、解の収束状況が単純で理論的に推測ができるため、反復計算の度に収束判定を行う必要がなく、計算時間の短縮がさらに可能であることは前節ですでに述べた。この分を考慮すると、正負項分離の適用により計算時間はほぼ半減することになる。

2.3.4 最適SOR加速法の自動化

第2.3.1節では拡散合成方程式に対する加速法について、どのような加速法を適用するにせよ、計算対象の持つ最大固有値を正確に知ることが重要であることを指摘した。一方、加速法の種類としては、拡散型方程式に有効な方法が数種類あるが、最大固有値が与えられたとした条件でその有効性を比較してみるとどれも大差がなく、結局、最も単純でコーディングの負担が少ないSOR法が最も実用的な方法である。SOR法はあらゆる形状の計算体系に適用でき、計算時間や計算容量の増大もほとんどないという利点を持つ。SOR法よりも有効な加速法として近年研究が進められているCG法について言えば、CG法で十分な加速効率を得るためには pre-conditioning と呼ばれる一連の操作が不可欠であり、こうした前処理を行っても最適化されたSOR法を上回る加速効率を得られる保証はない⁽¹⁷⁾。また、加速パラメータを計算するために必要なデータ

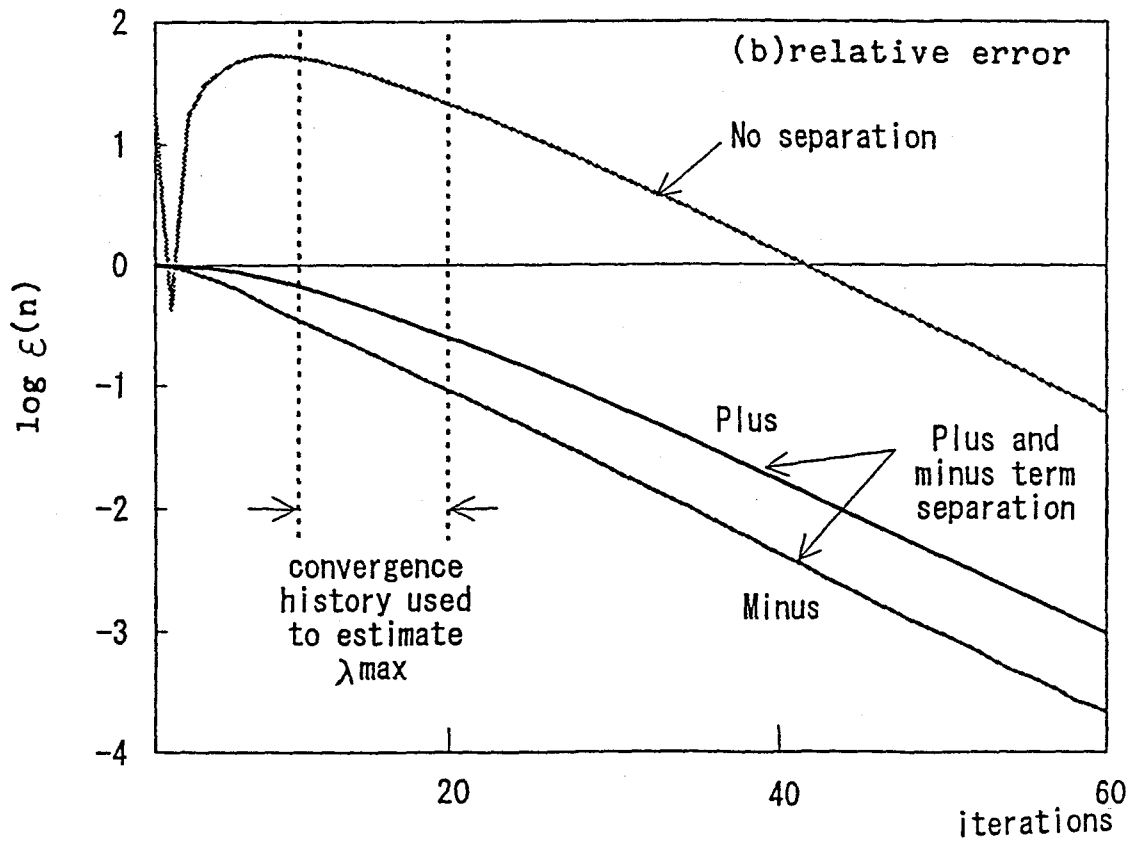
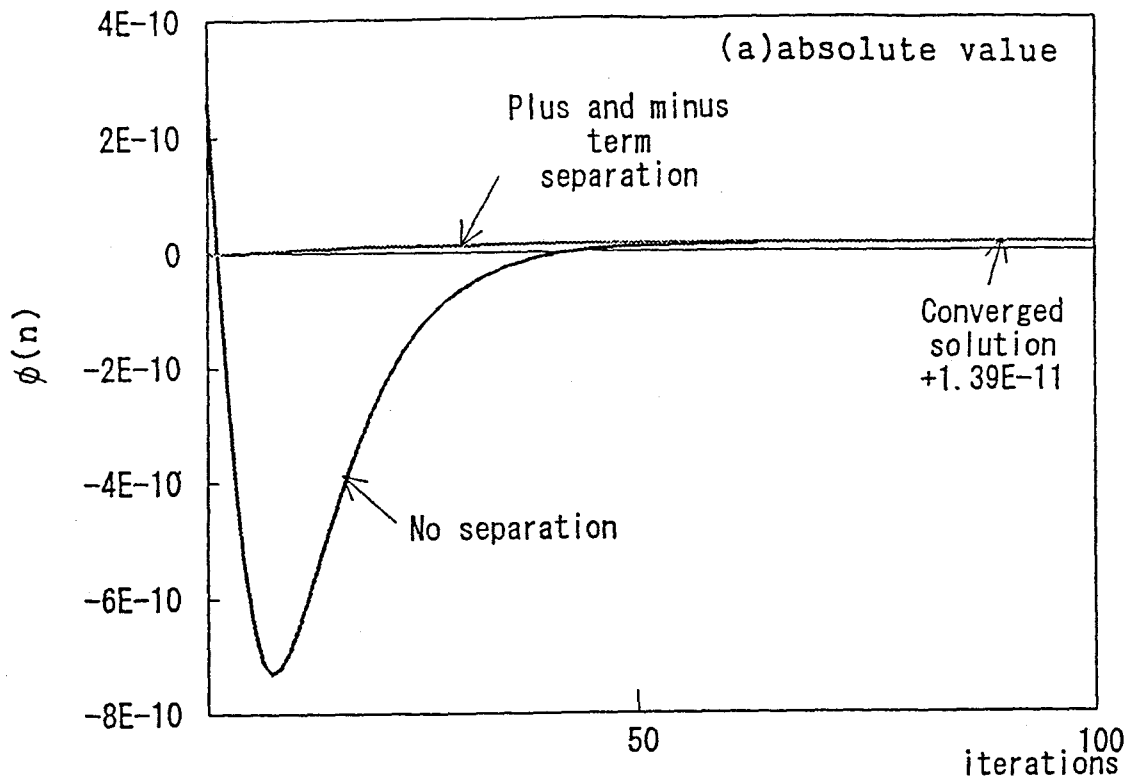


図 2.8 正負項分離による拡散合成方程式の解の収束性改善

数もSOR法よりもはるかに多く、コーディングも極めて複雑である。

SOR法に関してこれまで行われてきた性能評価は、加速パラメータを0.1程度の幅で最適なパラメータを求めるとい程度の検討に留まり、その結果SOR法はこれまで不当に過小評価されてきた感があるが、SOR法の真価を発揮させるためには0.01程度の幅のサーベイが必要であり、最大固有値もそれに見合うだけの精度で求める必要がある。そこで、拡散合成法の計算アルゴリズムをうまく利用しながら、最大固有値を精度よく求める手法を考察してみる。

最大固有値 λ_{\max} が与えられた時の最適パラメータ β_{opt} は以下の式で与えられる⁽¹⁶⁾。

$$\beta_{\text{opt}} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \lambda_{\max}^2}} \quad (2.55)$$

λ_{\max} は通常、Gauss Seidel 反復で観測される解の誤差減衰率 r から与えられる。 M_{GS} をGauss Seidel 反復マトリクス⁽¹⁶⁾とすると、

$$r_{\max} = \lambda_{\max}^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\|\varepsilon^{(n)}\|}{\|\varepsilon^{(n-1)}\|} \quad (2.56a)$$

$$\varepsilon^{(n)} = \phi^{(\infty)} - \phi^{(n)}, \quad (2.56b)$$

$$\phi^{(n)} = M_{\text{GS}} \phi^{(n-1)}, \quad (2.56c)$$

ただし、 $\|\varepsilon^{(n)}\|$ は誤差ベクトルのノルムであり、位置 i の誤差から以下の式で計算される量である。

$$\|\varepsilon^{(n)}\| = \text{Max}_i |\varepsilon^{(n)}_i| \quad (2.57)$$

通常の拡散計算コードのように、1回だけ解を求める場合には(2.56)式の収束解 $\phi^{(\infty)}$ が未知であるため、代わりに反復計算初期の中性子変化を利用して下式で λ_{\max} を評価することが通常行われている。

$$r_{\max} = \lambda_{\max}^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\|\phi^{(n)} - \phi^{(n-1)}\|}{\|\phi^{(n-1)} - \phi^{(n-2)}\|} \approx \frac{\|\phi^{(N)} - \phi^{(N-1)}\|}{\|\phi^{(N-1)} - \phi^{(N-2)}\|}, \quad (N \gg 1). \quad (2.58)$$

この方法の欠点は、 λ_{\max} が1に極めて近い場合、分母分子共に桁落ちが発生し、信

頼できる計算結果が得られにくいことである。倍精度変数を利用して桁落ちを防ぐ方法もあるが、計算機容量が倍増することになり、3次元体系では明らかに不利である。また、経験上(2.58)式の計算値は反復回数ごとのバラツキが大きく、バラツキの統計誤差を考慮してフィッティングにより λ_{\max} を求めると、統計誤差が大きすぎて役に立たないことが多い。

拡散合成法では解を求める回数が数百回に及ぶので、ある程度の計算時間をかけて初めの収束解を求め、その収束履歴から(2.56)式を使って精度の高い λ_{\max} を求めることが可能である。しかしこの場合でさえ、収束が困難な体系の場合は、収束解を求めるために必要な計算時間は膨大なものになる。Gauss Seidel 反復で収束条件 δ を満たすために必要な反復回数 N_{GS} は、

$$\varepsilon^{(N)} = \varepsilon^{(0)} r^N = r^N \leq \delta \quad (2.59a)$$

$$N_{GS} \approx \log \delta / \log r \quad (2.59b)$$

例えば $\delta = 10^{-3}$ とすると、 $r = 0.99$ および 0.999 の場合に N_{GS} は687および6904回となり、TRITACが通常要する全計算時間に相当する反復回数が必要となる。この問題点を解決するために、Gauss Seidel 反復の収束履歴を用いずに、任意の加速パラメータを使用したSOR法の収束履歴から λ_{\max} を求める方法を適用した。この手法は Hageman が最初に考案したものである⁽¹⁶⁾。

$$\lambda_{\max} = \frac{\beta_{\text{int}} - 1 + r_{\text{int}}}{\beta_{\text{int}} \sqrt{r_{\text{int}}}} \quad (2.60a)$$

$$r_{\text{int}} = r_{\text{int}}(\beta_{\text{int}}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \|\varepsilon^{(n)}\| / \|\varepsilon^{(n-1)}\| \quad (2.60b)$$

$$\varepsilon^{(n)} = \phi^{(\infty)} - \phi^{*(n)} \quad (2.60c)$$

$$\phi^{*(n)} = \phi^{*(n-1)} + \beta_{\text{int}}(\phi^{(n)} - \phi^{*(n-1)}) \quad (2.60d)$$

$$\phi^{(n)} = M_{GS} \phi^{*(n-1)} \quad (2.60e)$$

ただし、 β_{int} は $1 < \beta_{\text{int}} < 2$ を満たす任意の加速パラメータである。特に $\beta_{\text{int}} = \beta_{\text{opt}}$ の時、(2.60b)式は最適パラメータを用いた場合の収束率 r_{opt} と一致する⁽¹⁶⁾。

$$r_{\text{opt}} = r_{\text{int}}(\beta_{\text{opt}}) = \beta_{\text{opt}} - 1 \quad (2.61)$$

(2.56)式の代わりに(2.60)式を利用することにより、 λ_{\max} を評価するために必要な反復回数は大幅に減少する。SOR法によって得られる収束率 r^* は以下の式で与えら

れる⁽¹⁶⁾。

$$r^* = \left[\frac{1}{2} \{ \beta_{int} \lambda_{max} + \sqrt{\beta_{int}^2 \lambda_{max}^2 - 4(\beta_{int} - 1)} \} \right]^2 \quad (2.62a)$$

$$N^* \approx \log \delta / \log r^* \quad (2.62b)$$

$\beta_{int} > 1$ の条件では、

$$\begin{aligned} r^* - r &= r^* - \lambda_{max}^2 \\ &= \left[\frac{1}{2} \{ \beta_{int} \lambda_{max} + \sqrt{\beta_{int}^2 \lambda_{max}^2 - 4(\beta_{int} - 1)} \} + \lambda_{max} \right] \\ &\quad \cdot \left[\frac{1}{2} \{ \beta_{int} \lambda_{max} + \sqrt{\beta_{int}^2 \lambda_{max}^2 - 4(\beta_{int} - 1)} \} - \lambda_{max} \right] \end{aligned} \quad (2.63)$$

さらに、以下の関係式を用いると、

$$(\beta_{int} - 2) \lambda_{max} < 0, \quad (1 < \beta_{int} < 2) \quad (2.64a)$$

$$\begin{aligned} &(\beta_{int} - 2)^2 \lambda_{max}^2 - \{ \beta_{int}^2 \lambda_{max}^2 - 4(\beta_{int} - 1) \} \\ &= 4(\lambda_{max}^2 - 1)(1 - \beta_{int}) > 0 \end{aligned} \quad (2.64b)$$

(2.62a)式の第2項は負であることがわかる。よって、

$$r^* < r \quad (2.65a)$$

$$N^* < N_{GS} \quad (2.65b)$$

先ほどの例で、 $\delta = 10^{-3}$ の条件で必要な反復回数は $r = 0.99$ および 0.999 の場合に N^* はそれぞれ 224 および 2297 回となり、反復回数がかなり削減できる。

この手法を適用する場合の実用上の問題として、 β_{int} は β_{opt} よりも小さく、かつできるだけ β_{opt} に近い値であることが望ましい。特に、 β_{int} が β_{opt} よりも大きい場合には、(2.60b)式で求めた r_{int} が反復回数ごとにばらつき、信頼度の高い λ_{max} を得ることが難しくなる。適切な β_{int} を与える手法については次節で述べる。

この手法を用いることにより、 $\delta = 10^{-3}$ の条件で必要な反復回数は $r = 0.99$ の場合で 80 回にまで低減することができた(実測値)。これは拡散合成法で必要な全計算量の約 20%であり、十分に実用的な範囲に収まっている。

(2.60b)式に基づいて λ_{max} を計算する際には、反復回数 $n = 10$ から 20 回目までの収束履歴を使用し、最小 2 乗フィッティングによって λ_{max} の最確値と統計誤差を求め

る。図2.8 bに示すように、特に正負項分離を用いた場合のフィッティング精度は極めて良好である。

2.3.5 β_{int} の決定

既に前節で言及したように、 β_{int} は β_{opt} に十分に近く、かつ β_{opt} よりも小さくなるように選ばなくてはならない。よって、 β_{int} を決定するにはあらかじめ β_{opt} の概算値を知っておく必要があり、与えられた計算体系の最大固有値 λ_{max} を求める問題と不可分である。

まず、最大固有値と同一の収束半径で誤差が減衰するメッシュ点を定義し、それが粗メッシュ領域 R に属するものと仮定する。このメッシュ点における拡散方程式のスイープは以下のように表される。

$$\phi_i^{(n)} = \left\{ \sum_{m=1}^6 D_m^* \phi_m^{(n-1)} + S \right\} / \left\{ \sum_{m=1}^6 D_m^* + \sigma_t(1-c) \right\} \quad (2.66)$$

或いは、誤差 ε を用いて、

$$\varepsilon_i^{(n)} = \sum_{m=1}^6 D_m^* \varepsilon_m^{(n-1)} / \left\{ \sum_{m=1}^6 D_m^* + \sigma_t(1-c) \right\} \quad (2.67a)$$

$$\varepsilon_i^{(n)} \equiv \phi_i^{(n)} - \lim_{n \rightarrow \infty} \phi_i^{(n)} \quad (2.67b)$$

$$D^* = D/h^2 \quad (2.67c)$$

ただし、 S 、 D 、 h 、 σ_t 、 c はそれぞれ中性子源、拡散係数、メッシュ幅、全マクロ断面積、散乱比を表す。 $\phi^{(n)}$ は反復回数 n 回目の評価値であり、隣接する6個の中性子束 ϕ_m ($m = 1 \dots 6$) から計算される量である。もし、 R が無限均質媒質で、かつ等メッシュ間隔であれば、 R に帰属するすべてのメッシュ点は同じ収束半径を持ち、この時の収束半径は、

$$\lambda_{inf} = \frac{\varepsilon_i^{(n)}}{\varepsilon_i^{(n-1)}} = \frac{\varepsilon_m^{(n)}}{\varepsilon_m^{(n-1)}} = \sum_{m=1}^6 D_m^* / \left\{ \sum_{m=1}^6 D_m^* + \sigma_t(1-c) \right\} \quad (2.68)$$

上式において、(1) 拡散係数が大、(2) メッシュ幅が小、(3) 散乱比が1に近い、の諸条件が単独または複数揃うと D^* が大きくなり、 λ_{inf} は1に近づく。通常の高速度炉の場合について (2.68) 式を用いて計算すると、 λ_{inf} は 0.999 ないし 0.9999 程度の値となり、原理的にはほとんど収束しないはずであるが、実際に観測される λ_{max} はこれより

も小さい。これは、計算体系の境界条件に真空境界が含まれる場合には、境界条件によって解が束縛される効果加わるからである。よって、(2.68)式は注目する計算体系の最大固有値の上限値と解釈することができる。次に、真空境界に隣接するメッシュ点について、(2.66)、(2.68)式に相当する式を導き出すと、

$$\phi_i^{(n)} = \left\{ \sum_{m=N_b+1}^6 D_m^* \phi_m^{(n-1)} + S \right\} / \left\{ \sum_{m=1}^{N_b} A_m^* + \sum_{m=N_b+1}^6 D_m^* + \sigma_t(1-c) \right\}, \quad (2.69a)$$

$$\lambda_b = \sum_{m=N_b+1}^6 D_m^* / \left\{ \sum_{m=1}^{N_b} A_m^* + \sum_{m=N_b+1}^6 D_m^* + \sigma_t(1-c) \right\} \quad (2.69b)$$

$$A^* = \Lambda/h \quad (2.69c)$$

ただし、 N_b は着目するメッシュ点に直接、隣接する反射境界の数であり、XYZ体系では、 $0 < N_b < 6$ である。 Λ は境界条件を定めるパラメータであり、真空境界では0.5の値をとる。メッシュ幅が等間隔で、さらにR内ではDが一定であるとすると、

$$\lambda_b = \frac{(6-N_b)D^*}{N_b A^* + (6-N_b)D^* + \sigma_t(1-c)} = \left\{ 1 + \frac{N_b}{6-N_b} \cdot \frac{A^*}{D^*} + \frac{6}{6-N_b} \left(\frac{1}{\lambda_{inf}} - 1 \right) \right\}^{-1} \quad (2.70)$$

上式において、仮に λ_{inf} が1であっても、少なくともひとつの真空境界に接する場合には、 λ_b が1よりも小さくなり、収束可能になることに着目すべきである。(2.70)式は境界条件の効果のみを取り入れたものであり、領域Rの平均的な固有値 λ_R は、上記の極端な2ケースの中間の値を取るはずである。

$$\lambda_b < \lambda_{max} \approx \lambda_R < \lambda_{inf} \quad (2.71)$$

λ_R と λ_b 、 λ_{inf} を関係づける式については、境界から人工的に与えた摂動が空間メッシュをどのように伝搬するかを観測すれば、ある程度の定量的な評価が可能と予測されるが、繰り返し計算を要するような煩雑な手法は、本節で追究する目的にそぐわない。そこで、より実用的な簡便法として以下の式を使用する。

$$\lambda_R = \sum_{i=1}^{N_R} \lambda_i / N_R \quad (2.72a)$$

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \lambda_b \quad (\text{真空境界と隣接する場合}) \\ &= \lambda_{inf} \quad (\text{しない場合}) \end{aligned} \quad (2.72b)$$

ただし、 N_R は領域Rに含まれるメッシュの数である。この時、 β_{int} は、

$$\beta_{\text{int}} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \lambda_R^2}} \quad (2.73)$$

経験から、(2.73)式で求めた β_{int} は、 β_{opt} よりも0.2-0.3程度小さい値をとることがわかっており、 β_{int} が満たすべき条件を満足している。

2.3.6 検証計算

上記の手法を、3次元輸送計算コードTRITACに組み込み、高速炉体系でテスト計算を実施した。計算時間は、動燃大洗工学センターの所有するFACOM M1000での所要時間で比較した。収束条件は、相対誤差で中性子束分布に対して 10^{-4} 、固有値に対して 10^{-5} とした。最初の問題は、700MWe級の均質2領域炉心ZPPR-9⁽¹⁸⁾である。計算体系は、X、Y、Z軸のいずれにも対象であり、対象面を反射境界として扱い、1/8象限についてのみ計算を行なった。2番目の問題は、高速原型炉「もんじゅ」である。TRITACでは、高速炉実機の六角形状を扱うことができないため、六角形を2つの台形に分割し、各々を等体積を持つ長方形に置き換えることにより、XYZ体系モデルを作成した。「もんじゅ」には、いずれの軸にも対象性がないため、全体系を計算した。

(1) 正負項分離の効果

図2.9には、ZPPR-9の18群計算（ボイド体系、ボイドなし体系の2ケース）の収束に要した S_n 反復回数の比較を示す。正負項分離を用いないケースでは、13群以下に不安定性が生じ、 S_n 反復回数が増大する傾向が見られるが、正負項分離を適用することにより、この問題が完全に解決し、 S_n 反復回数を40%以上減少させることができた。図2.10には、内側反復の拡散合成方程式の反復回数を比較する。図2.9から判断する限りにおいて、少なくとも12群以上の高エネルギー中性子束においては、解の安定性が確保されているように見えるが、実際にはこれらの群においても、拡散合成方程式の反復回数に特異な増大傾向が見られる。また、この傾向は高速群において顕著である。正負項分離の適用によって、拡散合成方程式の反復回数は65%以上低減し、必要な反復回数もエネルギー群に依らずほぼ一定になった。さらに、ボイド体系よりもボイドなし

体系で、 S_n と拡散合成方程式の双方で収束が悪化する傾向があったが、正負項分離の適用により、両者の差は完全に解消した。

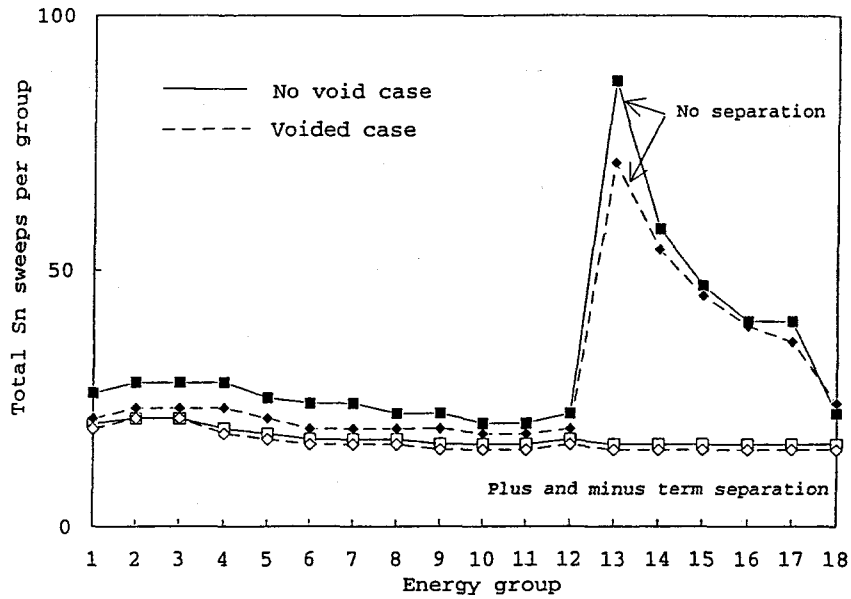


図2.9 ZPPR-9非ボイド体系およびボイド体系における18群計算に要した S_n 反復回数のエネルギー群依存性

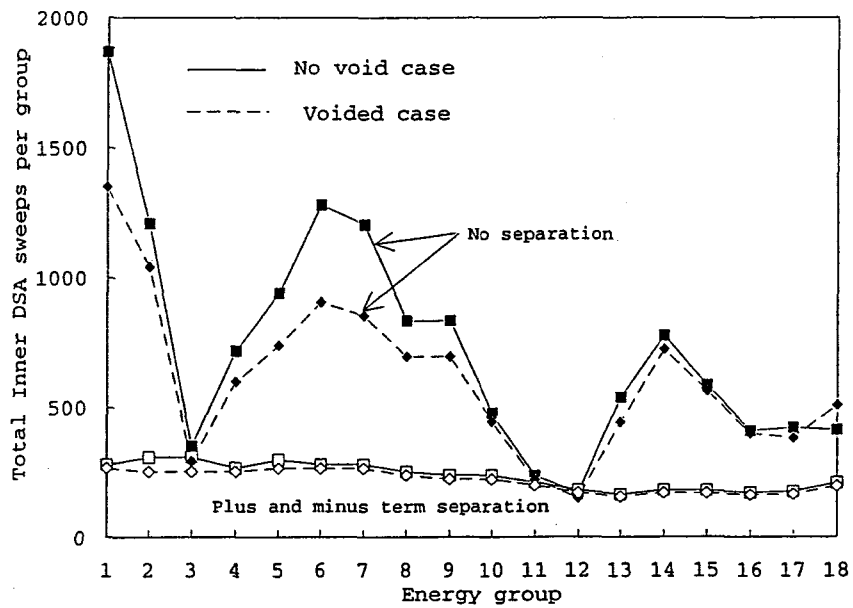


図2.10 ZPPR-9非ボイド体系およびボイド体系における18群計算に要した拡散合成法反復回数のエネルギー群依存性

(2)最適SOR加速の自動化の効果

表2.10に、ZPPR-9の7群計算におけるSOR加速の最適化の結果を示す。 λ_{max} 評価値の標準偏差はすべての群で0.1%以下となり、最適パラメータ β_{opt} が ± 0.02 以内で求まっていることがわかる。拡散合成方程式の収束条件として採用した誤差10%以内を満たすための必要反復回数は、最適化前の約1/3程度に低減し、最適化の効果が極めて大きいことがわかる。さらに、本手法で得られた β_{opt} が真の最適値であることを確認するために、実際に β_{opt} を用いて反復計算を行ない、得られた収束半径を評価した(図2.11)。観測された収束半径は、正、負項共に(2.61)式で与えられる理論値とほぼ一致し、 β_{opt} が真値であることが確認できた。

表2.10 ZPPR-9炉心の7群計算におけるSOR法の最適化

Energy group	β_{opt} Eq. (2.73)	sweeps to achieve $\epsilon < 0.1$	Estimated λ_{max} Eq. (2.60a)	β_{opt} Eq. (2.55)	sweeps to achieve $\epsilon < 0.1$
1	1.487	19	0.9904 ± 0.0013*	1.758 ± 0.014	7
2	1.497	19	0.9920 ± 0.0014	1.776 ± 0.016	7
3	1.507	19	0.9930 ± 0.0012	1.789 ± 0.015	7
4	1.505	19	0.9905 ± 0.0011	1.758 ± 0.011	8
5	1.496	17	0.9833 ± 0.0006	1.692 ± 0.005	6
6	1.497	18	0.9837 ± 0.0006	1.695 ± 0.004	6
7	1.500	18	0.9838 ± 0.0005	1.696 ± 0.004	6

* standard deviation

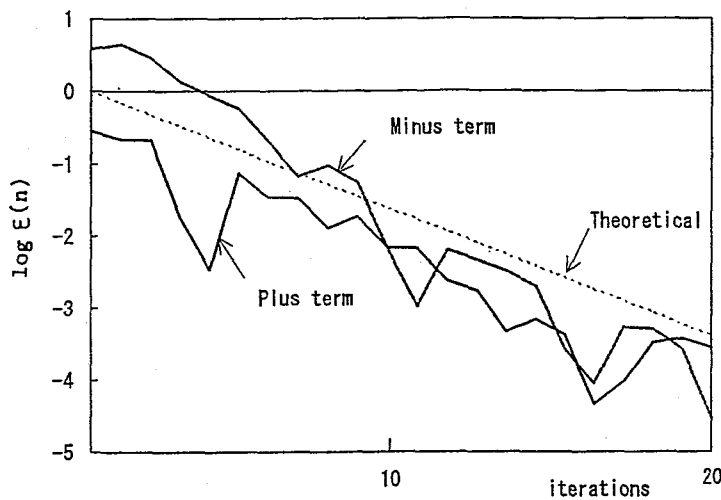


図2.11 SOR最適化によって得られた解の収束率と理論値の比較

表 2. 1 1 典型的な高速炉炉心体系の 3 次元輸送計算に必要な計算時間と計算機容量の比較

	ZPPR-9 7Group 29×29×20			ZPPR-9 18Group 29×29×20		ZPPR-9 18Group Voided 29×29×20		Monju 6Group 62×60×22	
	No	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	No	Yes
Vector Processor									
S _n order	4	4	16	4	16	4	16	4	4
Total sweeps S _n	98	117	98	333	306	314	264	60	60
Inner DSA	1588	1744	1574	4522	4244	4268	3914	825	825
Outer DSA	910	840	910	2160	2160	1980	1980	420	420
CPU time ** (VP effect) ‡	585.6s (-----)	195.9s (3.0)	692.5s	541.8s	2202.4s	512.5s	1936.0s	1696.7s (-----)	487.4s (3.5)
× diffusion †	4.2	7.1	25.1	6.9	28.1	6.5	24.7	3.7	5.2
Required memory (kB)	2108	2412	2722	3192	3616	3192	3616	7968	8272

* vector length was set to 2600.

** on FACOM M1000, initial diffusion calculation time included.

† CPU time using initial diffusion calculation time as a unit.

‡ CPU time reduction factor due to vectorization.

SOR加速のパラメータは、これまで計算者の経験に頼って最適値が選択されてきたが、本手法を用いることにより、常に最適なSOR加速が、しかも完全自動で行なうことが可能となった。

(3)全体としての性能改善

以上の2項目で述べた改良は、それぞれ単独の効果が期待できるばかりでなく、両者を組み合わせることによってさらに相乗効果が期待できる。すなわち、正負項分離の適用によって収束安定性が確保されれば、 λ_{max} 評価値が精度よく求まり、最適パラメータ β_{opt} の精度が向上する効果が期待できる。そこで、計算システム全体としての性能改善を別途評価することにした。表2.11にテスト計算の結果を示す。計算時間の目安として、拡散計算を1とした計算時間比を併記した。なお、この時の拡散計算の所要時間は、TRITACが中性子束の初期値を求める際に行なう拡散計算のものである。ベクトルプロセッサを使用しない状態では、S4計算は拡散時間の約4倍程度になった。現在、2次元輸送コードとして使用されているTWO TRANコードと拡散計算コードCITATIONとの計算時間比が40-50倍程度であることを考慮すると、TRITACの計算時間はこれよりも1桁低い。必要計算機容量も昨今の計算機のハー

ドウェアの常識から見ても十分に小さく、小型の問題であればワークステーションで処理できる範囲である。計算時間から判断する限り、これまで使用されてきた拡散計算に代わって、高速炉炉心設計標準コードとして使用できる段階にまで達したと言えよう。

TRITACはベクトル化を意識してコーディングされたコードではないが、ベクトルプロセッサを使用することで、計算時間は1/3程度に短縮された。S16計算はS4計算の4倍程度かかり、計算機容量の増加は小さかった。

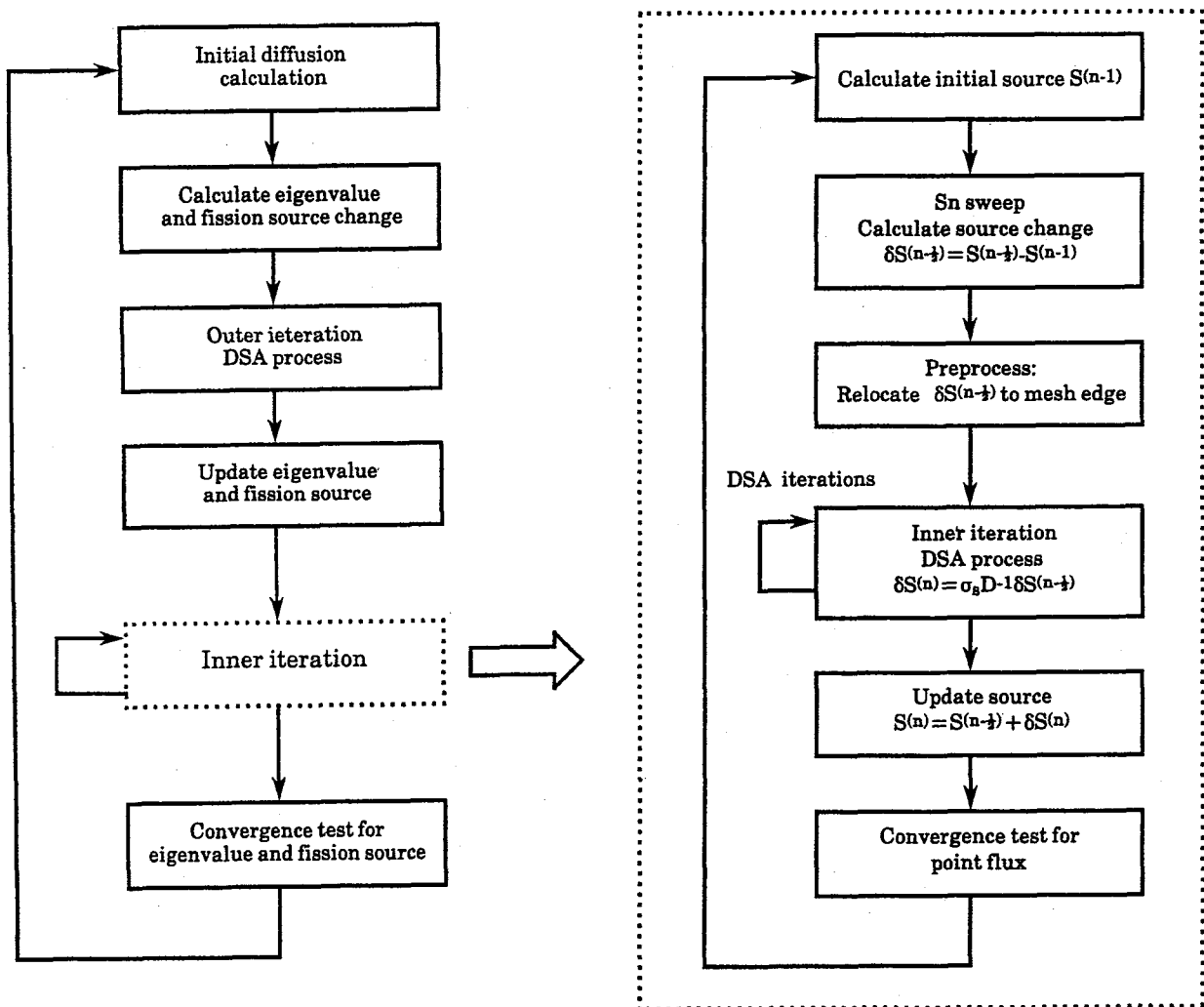


図2.12 TRITACコードの解法アルゴリズム

2.4 TRITACコードの解法アルゴリズム⁽³⁾

本節では、TRITACコードの解法アルゴリズムの概略を述べる。拡散合成法は S_n 法に対する加速法として有効な方法であるが、既に述べた拡散合成法の解法は多重ループ構造を取っており、計算プログラムへのコーディングが複雑になる傾向がある。本節ではTRITACの全体の解法アルゴリズムの概略を示す。

一般の S_n コードと同様に、TRITACは内側反復と外側反復と呼ばれる二重の反復計算を順次繰り返して解を求める。内側反復は与えられた中性子源分布に対する中性子束の収束解を求めることを目的としており、外側反復は核分裂および自群散乱を除く散乱項の最新値を計算し、中性子源分布を更新することを目的にしている。従って、各々の収束判定条件としては、内側反復では中性子束分布、外側反復では固有値と中性子源分布について、すべてのメッシュ点の中で最大の相対変化割合が与えられた収束条件を満たすまで反復計算が行われる。

図2.12にTRITACの計算アルゴリズムを示す。以下、内側反復について具体的な反復計算の手順を示す。まず、与えられた中性子源分布 $S^{(n-1)}$ について S_n スイープが全空間の角度依存中性子束に対して1回行われる。この時、第2.1節に示した方法に従って、中性子の飛行方向に応じて一定の規則に従ってスイープを行う。

加速法を適用しない場合には、この操作で求められた中性子束 $\phi^{(n)}$ を用いて新たな中性子源分布 $S^{(n)}$ を計算し、反復計算を繰り返すだけでよいが、TRITACではここで拡散合成法による中性子源の加速が行われる。まず、先ほどの S_n スイープで求められた中性子源分布を $S^{(n-1/2)}$ と記述し、図2.12のダイアグラムに従って以下にその手順を記述する。

(1)中性子源分布変化の計算

S_n スイープによって生じた中性子源分布変化量を求め、 $\delta S^{(n-1/2)}$ とする。

(2)中性子源分布変化のメッシュ点移動

拡散合成法のメッシュ点に適用できるように、 $\delta S^{(n-1/2)}$ の数値を端メッシュのメッシュ点に再分割する。

(3)拡散合成方程式の反復計算

中性子源分布変化 $\delta S^{(n-1/2)}$ を外部中性子源として、拡散合成方程式の反復計算を行う。実際には、既に第2.3節で述べたように、解の安定性を得るために中性子源

分布を正と負の項に分割して解くため、一連の反復計算は2回行われる。

(4)中性子源分布の加速

上記で求めた拡散合成方程式の収束解 $\delta \phi$ は中性子束分布に対する補正量の形で求められる。これを用いて、中性子源分布の補正量 $\delta S^{(n)}$ および補正後の中性子源分布 $S^{(n)}$ が求められる。

TRITACでは、内側反復の他に外側反復でも拡散合成法を用いており、本コードの大きな特徴のひとつになっている。外側反復の拡散合成法では、原則的に内側反復の場合と同様の手順で行われるが、多群の拡散合成方程式を解き、固有値と中性子源分布の両方を加速するようにしている。

第2章の参考文献

- (1) 山本、坂東、竹田：JAERI-M85-017, 原子力におけるソフトウェア開発研究会報告書、p.103 (1985).
- (2) Bando, M., et al.: J. Nucl. Sci. Technol., 22[10], 842 (1985).
- (3) Yamamoto, T.: J. Nucl. Sci. Technol, 32[8], 804 (1995).
- (4) Nishimura, T., et al.: J. Nucl. Sci. Technol., 17[7], 539 (1980).
- (5) 山本 敏久、他：日本原子力学会「昭和59年年会」予稿集 D 6 1、近畿大学、3月29-31日(1984)。
- (6) Kopp, H. J.: Nucl. Sci. Eng., 17, 65 (1963).
- (7) McCoy, D. R., et al.: *ibid.*, 82, 64 (1982).
- (8) Morel, J. E.: *ibid.*, 82, 34 (1982).
- (9) Lathlop, K.: LA-6333-MS (1976).
- (10) Larsen, E. W.: Nucl. Sci. Eng., 82, 47 (1982).
- (11) Miller, W. F. Jr.: *ibid.*, 65, 226 (1978).
- (12) Gelbard, E. M., et al.: *ibid.*, 37, 288 (1969).
- (13) Alcouffe, R. E., et al.: *ibid.*, 64, 344 (1977).
- (14) Reed, W. H.: *ibid.*, 45, 245 (1971).
- (15) 池田 一三、他：日本原子力学会「1994秋の大会」予稿集 G 5 7、北海道大学、9月28-30日(1994)。
- (16) Hageman, L. A., et al.: "Applied Iterative Methods", Chapter 2, Academic Press, Inc., New York (1981).
- (17) Ohsaki, I., et al.: J. Com. Appl. Math., 24, 277 (1988).
- (18) Olsen, D. N., et al.: Trans. Am. Nucl. Soc., 30, 703 (1978).
- (19) Lewis, E. E., et al.: "Computational Methods of Neutron Transport", Chapter 6, John Wiley & Sons, Inc., New York (1984).

第3章 TRITACコードの精度評価と高速炉炉心設計への適用^{(1)・(2)}

本研究成果をもとに開発したTRITACコードが実際に炉心設計に供せられるためには、設計で対象とするあらゆる炉心構成に対して正確な解を与えることを実証する必要がある。この目的のために、第1章で述べた3次元輸送ベンチマーク問題による精度評価を行なった。

TRITACコードを実際の炉心設計に適用し、3次元輸送効果を厳密に取り入れることによって得られる炉心設計上の効果を評価した。まず、これまで従来法として使用されてきた2次元輸送計算の組み合わせによる評価法の精度評価を行ない、現在の設計手法の妥当性を評価するとともに、将来TRITACを設計コードとして使用した場合に得られると予想される設計精度向上の効果の大きさを評価した。また、大型高速臨界実験であるJUPITER解析^{(3)・(5)}や「もんじゅ」性能試験解析^{(6)・(7)}にTRITACを使用し、実際に設計精度向上が得られた実例をいくつか紹介する。

3.1節では、3次元輸送効果を評価する場合に重要となる角度メッシュ誤差と空間メッシュ誤差について、本手法における補正方法の考え方を述べる。

3.2節では、3次元輸送ベンチマーク問題に対するTRITACの解析値を分析し、解の妥当性を評価する。

3.3節では、従来法による輸送効果評価法の精度評価を行なう。

3.4節では、TRITACを高速炉炉心設計へ適用した場合に、炉心設計の精度向上を通じて得られる効果を分析評価する。また、実際に精度向上が得られた実例を臨界集合体解析と高速原型炉「もんじゅ」性能試験予備解析から紹介する。

3.1 3次元輸送効果の精度評価

まず、S n法の持つ誤差要因に着目し、その補正方法について述べる。S n法は中性子飛行方向を有限のセグメントに置き換えるため、S n次数nに対応した角度メッシュ誤差を生じる。また、この誤差は角度依存中性子の非均質性に比例するため、計算体系の性格によって傾向が異なる。角度メッシュ誤差とnの関係式として、経験的に以下の関係が成立する⁽⁸⁾。

$$\delta k = A/n^2 \quad (3.1)$$

ただし、 δk は固有値に対する誤差であり、Aは比例係数である。

一般的な高速炉体系においては、角度メッシュ誤差は極めて小さく、S 8計算(n=8)でほとんど誤差は無視できることがわかっている⁽⁹⁾。一般に、S n次数nを増加してもほとんど計算機容量は変わらず、計算時間が概略n²倍になる程度(拡散合成法を使用した場合は経験的にn倍:S 16まで)であるので、比較的計算が容易であることと、計算体系の空間メッシュが同一であるため、角度メッシュ誤差については精密に評価することが可能である。

一方、空間メッシュ幅の有限性が持つ誤差はより複雑であり、今だ正確な評価方法は確立されていない。暫定的には拡散計算で成立する以下の関係式⁽¹⁰⁾が代用され、実用的には十分な精度で空間メッシュ誤差を評価することが可能である。

$$\delta k = B/N_x^2 + C/N_y^2 + D/N_z^2 \quad (3.2)$$

ただし、 N_x 、 N_y 、 N_z は空間メッシュのx、y、z軸方向の分割数である。

(3.2)式は、各方向の空間メッシュ誤差がお互いに独立していることを示す式であるが、バックリング近似で変数分離が可能な拡散方程式の場合とはかく、同様な変数分離が不可能な輸送方程式で成立する保証はない。ただし、一般の高速炉のようにある程度拡散近似を持ち込んでも大きな誤差を生じないような場合には、次善の策として(3.2)式は十分実用的に信頼できる式として使用することができる。また、3次元体系でx、y、z軸方向に一斉にメッシュ数を2倍にすると、メッシュ点は一挙に8倍となり、計算機容量の限

界から計算を断念せざるを得ない事態に陥りやすい。逆にメッシュ数を x 、 y 、 z 方向共に $1/2$ にする方法も考えられるが、(3.2)式そのものが摂動的な考えから導出されており、メッシュ幅が大きい場合の近似度に疑問が生じる。よって、程度の差こそあれ、3次元輸送計算のメッシュ誤差の評価には、(3.2)式のようにメッシュ誤差を方向別に独立して評価するという近似を持ち込まざるを得ないのが実情である。

このように、角度メッシュの場合とは異なり、空間メッシュの絶対的評価は一般的に困難であるが、本評価では(3.2)式が成立するものと仮定してメッシュ効果を補正した。

3.2 3次元輸送計算ベンチマークによる精度評価⁽²⁾

すでに第1章で述べたが、NEACRPの3次元輸送ベンチマークは、計算条件として計算体系・領域毎に使用するマクロ定数の値が厳密に設定されており、輸送コードの性格の違いのみが浮き彫りにされる点で、計算コードの検証という目的では他の追従を許さぬ有力なベンチマーク問題である。同じSn法に基づく計算コードによる解析結果も多数報告されており、精度を優先する意味から一切の加速を適用せず、時間をかけて収束解を求めたと思われる結果も含まれている。こういった結果とTRITACの解析結果を比較することにより、拡散合成法を使用することによって解析精度が影響を受けるどうかを判定することができる。

3次元輸送計算国際ベンチマーク問題の詳細については既に第1章で述べたので、本節ではTRITACの解析値のみに着目する。比較の対象としては、モンテカルロ法により得られたリファレンス解析値とSn法による解析値の平均および分散（または上限・下限）である。前者との比較により、メッシュ誤差を含めた総合的な解析精度が、後者との比較を通じて、拡散合成加速法の収束解の信頼性がそれぞれ検証される。

表3.1～3.3に問題1～3のTRITAC解析値とベンチマーク参加者の解析値の平均および標準偏差を比較した結果を示す。問題1では、S4計算でSnコードの解析値の平均よりも高めの結果となったが、標準偏差の範囲内であり、有意な差かどうかは断定できない。S8の結果では平均値により近い値が得られた。問題2では、制御棒挿入体系であるケース2でやや低い結果になっているが、やはり標準偏差で説明できる範囲である。制御棒がないケース1の一致度は良好であった。問題3の制御棒挿入体系であるケース1では平均値と最も大きい差が見られ、TRITACの結果は $0.0004dk/k$ 程度高めに

なった。しかし、TRITACの結果はモンテカルロに結果により近づく方向である。それ以外のケースについては、平均値とほぼ一致した結果が得られた。

全ケースを通じて、特に制御棒挿入体系で平均値よりも高めの固有値を与える傾向が一貫して見られるが、比較的ベンチマーク結果の標準偏差が大きく、この傾向が有意なものであるかどうかを判断することはできなかった。言い換えれば、ベンチマーク問題の精度の許す範囲でTRITACの結果が妥当であることが証明された。なお、TRITACで観測された傾向はいずれもモンテカルロとSn法との差を埋める方向であり、むしろこの傾向はTRITACコードの精度を裏付ける証拠のひとつと解釈することも可能であろう。

表3.1 NEA 3次元輸送ベンチマークのTRITACの固有値計算結果(問題1)

	Case 1	Case 2
Exact		
Monte-Carlo	0.9778 ± 0.0006	0.9624 ± 0.0006
S4 average	0.9766 ± 0.0002	0.9622 ± 0.0002
S4 TRITAC	0.97669	0.96232
S8 average	0.9772 ± 0.0001	0.9623 ± 0.0001
S8 TRITAC	0.97713	0.96229

表3.2 NEA 3次元輸送ベンチマークのTRITACの固有値計算結果(問題2)

	Case 1	Case 2
Exact		
Monte-Carlo	0.9732 ± 0.0002	0.9594 ± 0.0002
S4 average	0.9735 ± 0.0001	0.9594 ± 0.0001
S4 TRITAC	0.97344	0.95927
S8 average	0.9734 ± 0.0002	0.9593 ± 0.0002
S8 TRITAC	0.97345	0.95922

表 3.3 NEA 3次元輸送ベンチマークのTRITACの固有値計算結果（問題3）

	Case 1	Case 2	Case 3
Exact			
Monte-Carlo	0.9709±0.0002	1.0005±0.0002	1.0214±0.0002
S4 average	0.9710±0.0005	1.0012±0.0003	1.0218±0.0003
S4 TRITAC	0.97135	1.00121	1.02183
S8 average	0.9704±0.0004	1.0006±0.0004	1.0213±0.0005
S8 TRITAC	0.97076	1.00071	1.02135

3.3 従来法による3次元輸送効果評価法の精度評価⁽¹⁾

前節の評価により、TRITACで計算された3次元輸送効果が妥当な結果であることが証明された。本節では、様々な炉心構成を持つ高速炉炉心を対象として、TRITACコードと従来法である2次元輸送コードによる解析結果を比較し、従来法の精度を評価する。

3.3.1 従来法による3次元輸送効果評価法

既存の2次元輸送コードのひとつTWO TRAN-IIコードでは、RZ体系とXY体系の取り扱いが可能であり、XY体系の計算には通常、RZ拡散計算で求めた軸方向バックリングを疑似吸収の形で全断面積に取り入れ、軸方向の中性子漏洩を拡散近似の範囲で補正した計算を行っている。しかし、この計算法ではz方向の輸送効果が考慮されないため、別途補正を施す必要がある。この補正を2次元輸送コードで求める方法としては、RZ体系とR体系（1次元問題）の輸送効果の比較からZ方向の輸送効果のみを評価する方法が可能である。

$$f(Z) = f(RZ) / f(R) \quad (3.3)$$

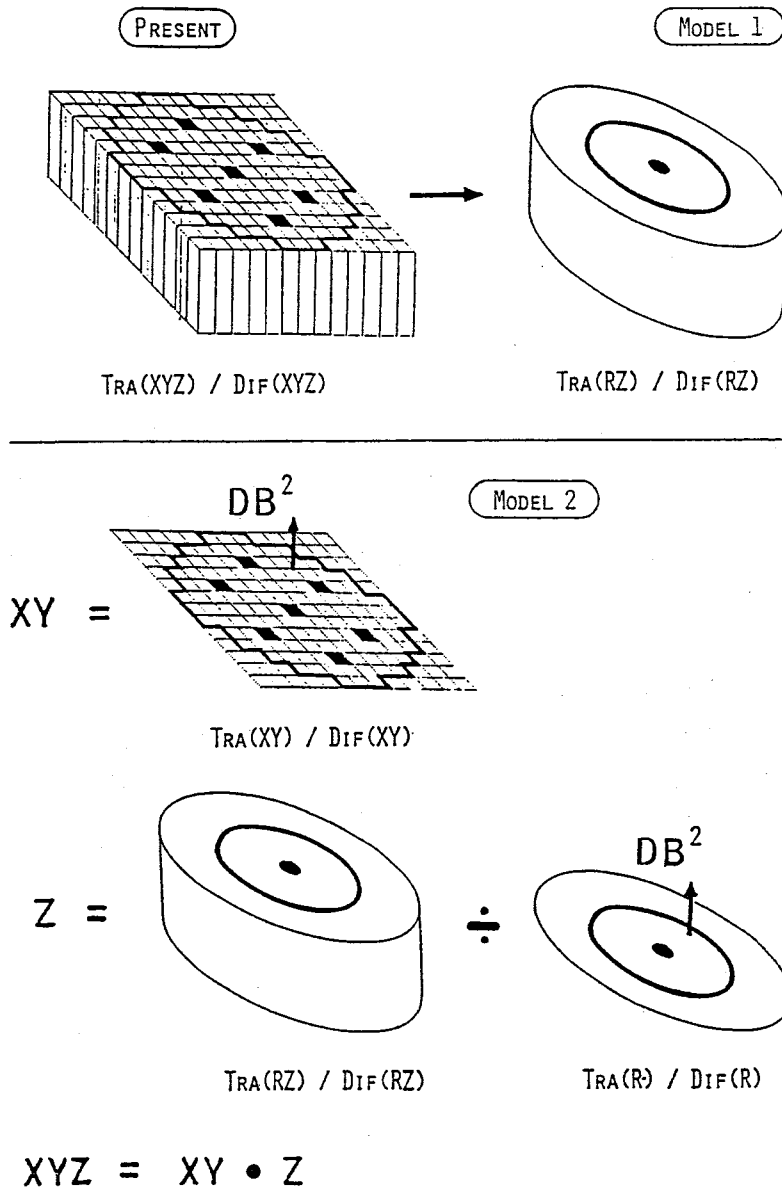


図 3.1 3次元輸送効果の評価に用いた2次元評価モデル

ただし、 f は輸送効果に対する補正係数を表わし、輸送計算による評価値 T と拡散計算による評価値 D の比から以下のように定義される量である。

$$f(RZ) = T(RZ) / D(RZ) \tag{3.4}$$

この補正係数を用いて、3次元効果を厳密に扱った従来法による3次元輸送効果は以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 f(XYZ) &= f(XY) \cdot f(Z) \\
 &= f(XY) \cdot f(RZ) / f(R) \tag{3.5}
 \end{aligned}$$

従来法を用いた高速炉炉心設計においては、制御棒反応度や出力分布のようにR Z体系へのモデル化が難しく、XY体系での解析が不可欠な場合にこのような式が用いられるが、一般的にZ方向の輸送補正は無視されることが多い。しかし、本検討ではできるかぎり正確に形状の効果を取り入れるために(3.5)式でZ方向の輸送補正を考慮した評価を行った。

一方、従来法で多用されるもう一つの近似方法として、R Z体系で求めた輸送効果をそのまま3次元輸送効果と見なす方法があり、主に臨界性、ナトリウムボイド反応度等、体系の形状があまり影響しない物理量に対する輸送効果の評価に使用されている。

以下、R Z体系のみのモデルをモデル1、Z方向を考慮したより詳細なモデルをモデル2と呼ぶことにする(図3.1参照)。

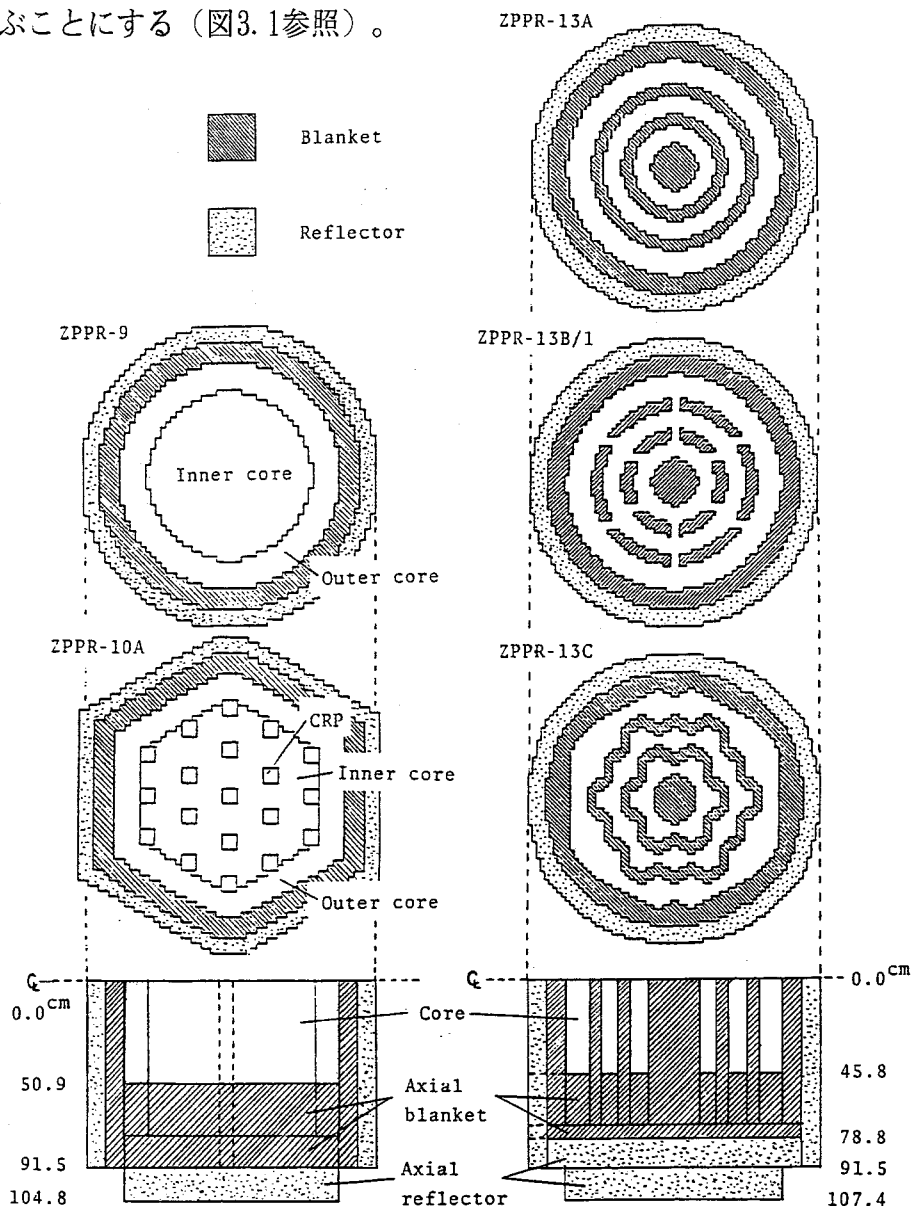


図3.2 ZPPR-9、10、13炉心の炉心構成図

3.3.2 テスト計算体系

計算体系は、日米共同炉物理ベンチマーク実験 J U P I T E R で編成された高速炉模擬炉心、Z P P R - 9、1 0 A、1 3 B / 1、1 3 C とした⁽¹¹⁾、⁽¹²⁾。図3.2に各炉心の X Y および R Z 断面図を示す。各炉心の特徴を以下に示す。

a) Z P P R - 9

制御棒チャンネルのない clean physical benchmark 体系であり、炉心の境界はできるだけ円筒形になるように構成されている。よって、R Z モデルに最も近い炉心であり、モデル1の検証に適した炉心である。

b) Z P P R - 1 0 A

制御棒チャンネルを19本持った六角形状の炉心であり engineering benchmark 体系である。特に制御棒チャンネルの存在により、Z方向に強い輸送効果が発生し、前のZ P P R - 9との比較により制御棒チャンネルの効果が単独に評価できる。

c) Z P P R - 1 3 A

Z P P R - 1 3 シリーズは、3層の内部ブランケットを持つ径方向非均質炉心の模擬炉心であり、1 3 Aはその clean physical benchmark 体系である。Z P P R - 9と同様にR Z体系で解析が可能であり、モデル1の検証用炉心である。

d) Z P P R - 1 3 B / 1

内部ブランケットの存在により生ずる中性子のデカップリング現象⁽¹³⁾を緩和するために、内部ブランケットに切れ込みをいれ、炉心領域間の中性子のカップリングを改善した体系である。この体系で、切れ込み付近に制御棒を設置し、制御棒配置を最適化に関する実験が行われた。この一連の実験を正確に模擬するためには3次元体系による解析が不可欠である。

e) Z P P R - 1 3 C

実験当時、建設が進められていたC R B R Pの炉型のオプションの中で、最も高増殖性が得られる炉心概念として構成された炉心である。内部ブランケットと炉心の境界面を増やすため、内部ブランケットの境界を蛇行させたのが特徴で、最も中性子のデカップリングが顕著な体系になっている。この体系をR Z体系にモデル化すると、1 3 Aと似た炉心構成になってしまうため、モデル化の違いによる輸送効

果の差を定量的に見ることができる。

上記の内、13B/1では制御棒価値の輸送効果を評価した。制御棒挿入位置を図3.3に示す。なお、図中で「Aドロー」¹と記されている点は、後に中性子束スペクトルを比較する時に使用する基準点である。その他の主要な炉心パラメータを表3.4に示す。

表3.4 ZPPR-9、10A、13A、13B、13C炉心の主要炉心仕様

	ZPPR-9	ZPPR-10A	ZPPR-13A	ZPPR-13B	ZPPR-13C
Core volume (l)	4,592	4,589 [†]	5,725 ^{††}	5,725 ^{††}	5,882 ^{††}
Fissile Pu (kg)	1,955	2,071	2,460	2,392	2,470
Core height (m)	1.018	1.018	0.916	0.916	0.916
Core radius (m)	1.20	1.20 [†]	1.41 ^{††}	1.41 ^{††}	1.43 ^{††}

[†] Excluding CRPs

^{††} Fuel plus internal blanket zones

表3.5 7群エネルギー構造

Group	Energy range (eV)
1	1.00 E7~3.6788 E6
2	3.6788 E6~1.3534 E6
3	1.3534 E6~8.6517 E4
4	8.6517 E4~9.1188 E3
5	9.1188 E3~9.6112 E2
6	9.6112 E2~1.0130 E2
7	1.0130 E2~1. E-5

表3.6 3次元および2次元モデルのメッシュ分点数

	3-D XYZ	2-D					
		XY		RZ		R	
		Coarse	Fine	Coarse	Fine	Coarse	Fine
ZPPR-9	29×29×22	29×29	58×58	34×22	68×44	34	68
ZPPR-10A	30×31×22	30×31	60×62	37×22	74×44	37	74
ZPPR-13A	34×34×22	34×34	68×68	37×22	74×44	37	74
ZPPR-13B/1	34×34×22	34×34	68×68	37×22	74×44	37	74
ZPPR-13C	35×34×22	35×34	70×68	38×22	76×44	38	76

3.3.3 計算条件

2次元輸送計算はすべてTWO TRAN-I Iを使用した。また、輸送効果を出す際に必要な拡散計算による評価値はC I T A T I O Nを使用した。中性子のエネルギー群構造は表3.5に示す7群とし、J E N D L - 2⁽¹⁴⁾に基づいてそれぞれの炉心の核定数を作成した。空間メッシュの幅は輸送・拡散計算で共通に設定し、標準の幅を約5 cmとした。これは、XY体系で単位ドロワーの一辺の長さに相当する。

以上の計算条件で得られた「粗メッシュ」計算値に対し、空間メッシュ誤差を補正するためにメッシュ幅を各方向ごとに半分(2.5 cm)にした「詳細メッシュ」計算を行った。表3.6に「粗メッシュ」および「詳細メッシュ」計算のメッシュ点の数を示す。輸送計算については、角度メッシュ誤差の補正として、標準計算のS4計算に加えS8計算を行い、S8の結果を真値と見なして補正値を求めた。一般的な傾向として、角度メッシュ誤差と空間メッシュ誤差の絶対値は等しく、符号が逆であるためにお互いに打ち消し合う性質を持つことが経験的に知られている⁽¹⁾。よって、詳細メッシュのS8計算は角度メッシュ、空間メッシュ共に誤差が十分に小さく、さらにそれらの誤差がお互いに打ち消し合うため、これ以上の補正を加えなくても十分に真値と見なせると仮定した。一方、拡散計算においては、輸送計算のような誤差の打ち消し合いがなく、詳細メッシュ計算でも残留誤差が無視できないことから、文献(10)の方式に従って無限小メッシュ幅の値に外挿した。第3.1節ですでに述べたように、3次元計算では補正係数を求めるための計算、特に空間メッシュ補正の計算が著しく困難であるため、2次元モデル(モデル2)の補正値で代用した。

3.3.4 計算結果

(1)臨界性

表3.7にZ P P R - 1 3 B / 1の臨界性解析で2次元モデルに対して得られた角度メッシュおよび空間メッシュ誤差に対する補正係数を示す。なお、表でR Zと記載されているのがモデル1、X Y・R Z / Rと記載されているのがモデル2の評価値である。拡散計算に対する空間メッシュ効果は大きく、補正係数の1からのずれは制御棒のない体系(基準体系および3つのCRP体系)では0.2~0.3%、制御棒のある体系

表3.7 ZPPR-13B/1の臨界性解析に対する角度メッシュおよび空間メッシュ補正值
(2次元モデル)

Assemblies	Correction for transport calculation				Correction for diffusion calculation	
	Mesh ^{†1}		S_N order ^{†2}		Mesh ^{†3}	
	RZ	XY·RZ/R	RZ	XY·RZ/R	RZ	XY·RZ/R
Subcritical reference	1.0011	1.0010	0.9989	0.9993	0.9977	0.9976
Ring 1 CRP	1.0010	1.0009	0.9988	0.9992	0.9975	0.9976
Ring 1 CR	1.0019	1.0013	0.9985	0.9993	0.9954	0.9949
Ring 2 CRP	1.0011	1.0011	0.9989	0.9993	0.9975	0.9974
Ring 2 CR	1.0021	1.0017	0.9987	0.9992	0.9951	0.9935
Ring 3 CRP	1.0011	1.0010	0.9988	0.9992	0.9975	0.9974
Ring 3 CR	1.0020	1.0015	0.9984	0.9992	0.9956	0.9944

†1 Ratio of fine (2.5 cm) to coarse (5 cm) meshes calculations

†2 Ratio of S_3 to S_4 calculations

†3 Ratio of results which extrapolated to infinitesimal mesh sizes to those of coarse (5 cm) meshes calculations

表3.8 角度メッシュおよび空間メッシュ補正後の固有値計算値

Assemblies	3-D		2-D			
	Transport	Diffusion	Transport		Diffusion	
			RZ	XY·RZ/R	RZ	XY·RZ/R
ZPPR-9	1.00324	1.00060	1.00459	—	1.00218	—
10A	0.99355	0.98868	0.99472	0.99401	0.98983	0.98881
13A	0.99429	0.98631	0.99482	0.99444	0.98641	0.98645
13B/1	1.00765	1.00109	1.00522	1.00766	0.99832	1.00107
13C	1.00670	0.99936	0.99801	—	0.98997	—
13B/1						
Subcritical reference	1.00797	1.00106	1.00170	1.00666	0.99479	0.99966
Ring 1 CRP	0.99416	0.98676	0.98850	0.99300	0.98095	0.98543
Ring 1 CR	0.96830	0.95985	0.94888	0.96638	0.94010	0.95804
Ring 2 CRP	0.99202	0.98464	0.98753	0.99092	0.98020	0.98333
Ring 2 CR	0.95362	0.94483	0.93236	0.95143	0.92357	0.94275
Ring 3 CRP	0.99422	0.98748	0.98966	0.99376	0.98205	0.98615
Ring 3 CR	0.96372	0.95679	0.94041	0.96382	0.93109	0.95534

(3つのCR体系)では0.5%となった。一方、輸送計算に対する効果は制御棒のあるなしに関わらず0.1~0.2%と小さかった。また、角度メッシュ効果は0.1%と同様に小さく、空間メッシュ効果と打ち消し合う方向であることが確認された。

輸送計算に対する最終的な補正係数(空間メッシュ効果×角度メッシュ効果)は、制御棒のない体系で1.000、制御棒のある体系で1.001となり、ほとんど1になった。この結果から、制御棒のないZPPR-9、10A、13A、13Cの各体系については、輸送計算に対する補正係数は求めず、標準計算で得られた結果をそのまま

真値とみなした。

表3.7で2つのモデルの補正係数を比較すると、制御棒のある2つの体系（Ring 2 および 3 のCR体系）で拡散計算の空間メッシュ補正に0.1%の差が見られることを除けば、両者はよく一致している。

表3.8にメッシュ補正後の臨界性の解析値を示す。モデル2はすべてのケースで概ね3次元計算の結果とよい一致を見たが、モデル1では特に制御棒のある体系で大きな誤差が見られた。表3.8の結果を元に、輸送補正を計算した結果を表3.9に示す。ZPPR-10Aの輸送補正はZPPR-9よりも大きく、約2倍近い値になっている。これは、ZPPR-10Aに装荷されている19本のCRPにより、軸方向の輸送効果が増加したためである。同様の現象は、6本のCRPを持つZPPR-13B/1のCRP体系でも見られる。すなわち、Ring 1 CRP体系の輸送補正は subcritical reference 体系よりも0.06%大きい。径方向非均質炉心であるZPPR-13A、13B/1、13Cでは、輸送補正がさらに大きくなった。これは、炉心内に配置された内部ブランケットと炉心の境界で中性子漏洩が顕著になったためと推測できる。また、制御棒が挿入されると、さらに輸送補正は大きくなった。その増加割合は制御棒1本あたり0.03%であった。この数値を用いてZPPR-10Aの19本の制御棒が全数挿入された場合の輸送補正を外挿すると、0.4%にも達する。この大きさは炉心設計上のインパクトという観点からは極めて重要である。

制御棒のない体系でのモデル1および2の結果は、3次元計算の値とよく一致した。しかし制御棒がある体系では、モデル1は輸送効果を0.04~0.03%過大評価した。一方、モデル2の3次元計算との一致度は良好であった。

表 3.9 臨界性に対する輸送補正值の3次元および2次元モデル評価値の比較

Assemblies	3-D	2-D	
		RZ	XY·RZ/R
ZPPR-9	1.0026	1.0024	—
10A	1.0049	1.0049	1.0053
13A	1.0081	1.0085	1.0081
13B/1	1.0066	1.0069	1.0066
13C	1.0074	1.0081	—
13B/1 Subcritical references	1.0069	1.0070	1.0070
Ring 1 CRP	1.0075	1.0077	1.0077
Ring 1 CR	1.0088	1.0093	1.0087
Ring 2 CRP	1.0075	1.0075	1.0077
Ring 2 CR	1.0093	1.0095	1.0092
Ring 3 CRP	1.0075	1.0078	1.0077
Ring 3 CR	1.0087	1.0100	1.0089

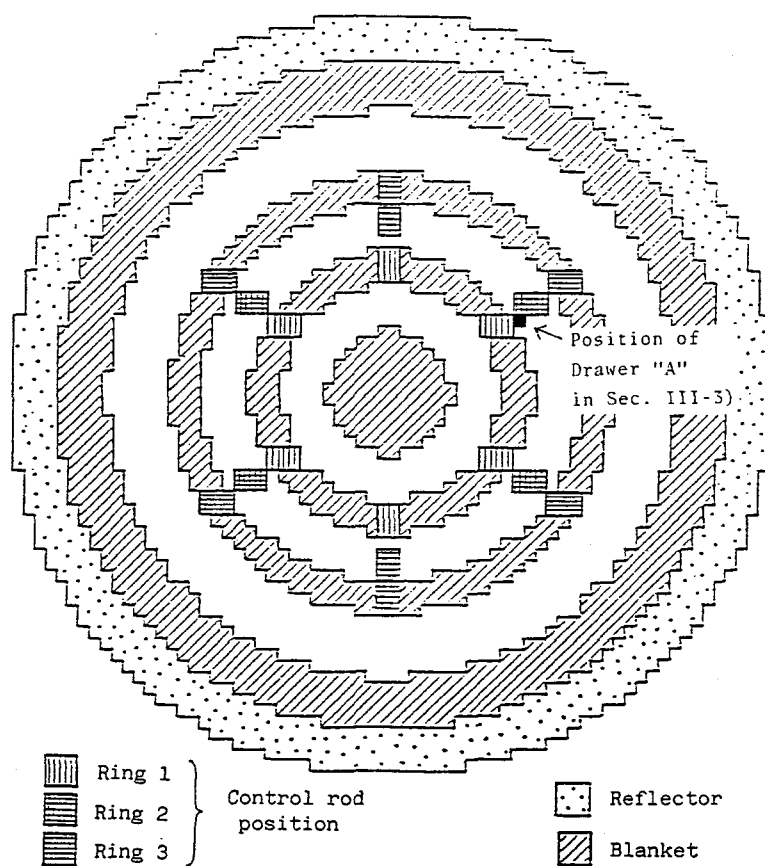


図 3.3 ZPPR-13B/1 炉心の制御棒配置

(2)制御棒反応度

制御棒反応度は図3.3に示す制御棒位置にCRとCRPをそれぞれ配置して臨界性を計算し、subcritical reference 体系の臨界性との差をとることにより、CRおよびCRPと燃料との置換反応度の形で計算した。

表3.10にCRおよびCRP反応度の解析値を示す。モデル1では輸送計算でも拡散計算でも制御棒反応度を30～50%過大評価した。これは、制御棒領域を円環領域にモデル化したことにより、制御棒と燃料領域の境界線が薄く長く引き伸ばされ、制御棒内での中性子束の落ち込み(depression)が過小評価されたためである。一方、境界線の形が保存されるモデル2では、全ケースで3次元計算の結果と1%以内で一致した。表3.10の結果を元に輸送補正を計算した結果を表3.11に示す。CRP置換反応度では、2つの2次元モデルはいずれも輸送効果を過小評価し、モデル1は2.0%、モデル2は1.2%3次元計算よりも小さい結果となった。一方、CR置換反応度に対しては、モデル1が0.9%、モデル2が0.3%の過小評価となった。結論として、モデル2を用いることにより、CRPおよびCR置換反応度の輸送効果を精度よく解析できることがわかった。

表3.10 ZPPR-13B/1のCRおよびCRP反応度解析値(メッシュ補正後)

CR or CRP pattern	3-D		2-D			
	Transport	Diffusion	Transport		Diffusion	
			RZ	XY·RZ/R	RZ	XY·RZ/R
Ring 1 CRP	1.391	1.455	1.533	1.367	1.419	1.445
Ring 1 CR	4.143	4.361	5.556	4.139	5.848	4.343
Ring 2 CRP	1.604	1.673	1.433	1.573	1.497	1.658
Ring 2 CR	5.772	6.059	7.424	5.767	7.752	6.039
Ring 3 CRP	1.313	1.380	1.215	1.286	1.304	1.370
Ring 3 CR	4.496	4.710	6.506	4.439	6.878	4.662

表3.11 ZPPR-13B/1のCRおよびCRP反応度に対する輸送補正值

CR or CRP pattern	3-D XYZ	2-D	
		RZ	XY·RZ/R
Ring 1 CRP	0.956	0.940	0.947
Ring 1 CR	0.950	0.950	0.953
Ring 2 CRP	0.959	0.957	0.953
Ring 2 CR	0.953	0.958	0.955
Ring 3 CRP	0.951	0.931	0.939
Ring 3 CR	0.955	0.946	0.952

表3.12 ZPPR-13B/1の中性子束スペクトルに対する角度メッシュおよび空間メッシュ補正值

Group	Correction for transport calculation				Correction for diffusion calculation	
	Mesh ^{†1}		S_N order ^{†2}		Mesh ^{†3}	
	RZ	XY·RZ/R	RZ	XY·RZ/R	RZ	XY·RZ/R
1	1.002	1.004	0.988	1.020	0.992	1.011
2	1.001	1.002	0.990	1.012	0.991	1.009
3	1.003	1.001	0.997	1.000	0.996	1.000
4	1.001	1.003	1.000	0.998	1.003	0.996
5	0.999	1.003	1.000	1.000	1.006	0.990
6	0.997	1.009	0.999	0.998	1.009	0.965
7	1.018	1.046	0.996	0.996	1.007	0.884

^{†1} Ratio of fine (2.5 cm) to coarse (5 cm) meshes calculations

^{†2} Ratio of S_3 to S_4 calculations

^{†3} Ratio of results which extrapolated to infinitesimal mesh sizes to those of coarse (5 cm) meshes calculations

表3.13 ZPPR-13B/1の中性子束スペクトルの輸送計算値と拡散計算値の比較

Group	Transport			Diffusion		
	3-D	2-D		3-D	2-D	
	XYZ	RZ	XY·RZ/R	XYZ	RZ	XY·RZ/R
1	2.012E-2	2.084E-2	2.019E-2	1.954E-2	2.032E-2	1.972E-2
2	9.615E-2	9.768E-2	9.626E-2	9.415E-2	9.490E-2	9.426E-2
3	6.391E-1	6.368E-1	6.289E-1	6.284E-1	6.280E-1	6.304E-1
4	3.609E-1	3.632E-1	3.611E-1	3.606E-1	3.615E-1	3.577E-1
5	9.972E-2	9.674E-2	9.978E-2	1.003E-1	9.659E-2	9.882E-2
6	2.018E-2	1.805E-2	2.034E-2	2.034E-2	1.804E-2	2.010E-2
7	2.646E-4	2.122E-4	2.785E-4	2.523E-4	2.121E-4	2.737E-4

(3)中性子スペクトル

中性子スペクトルに対する輸送補正の手順としては、図3.3に「ドロワーA」と記された場所での中性子束を輸送計算と拡散計算で求め、各々に空間メッシュおよび角度メッシュ補正を施した後、規格化することにより輸送計算と拡散計算による中性子スペクトルを得る。このように一度規格化した量のさらに比を取って輸送補正とすることは物理的な根拠に欠けるので、中性子スペクトル自身を比較して評価するものとする。表3.12に中性子スペクトルに対するメッシュ補正值を示す。特に低エネルギー群で輸送計算、拡散計算ともに空間メッシュ補正值がモデル間で異なっていることがわかる。輸送

計算では、高エネルギー群で角度メッシュ補正値が大きくなり、臨界性解析の場合と同様に空間メッシュ効果を打ち消し合う傾向が見られる。

表3.12の補正値を考慮した中性子スペクトルの比較を表3.13に示す。高エネルギー群において、モデル1では4%の過大評価が見られる。これは、「ドロワーA」に近接するCRPがモデル1では薄く円環状に引き伸ばされた結果、CRPのナトリウムによる中性子減速効果が過小評価されたためである。一方、モデル2は最低エネルギー群（7群）を除いて、輸送計算、拡散計算ともに3次元計算の結果と2%以内で一致した。

(4)出力分布

ZPPR-13Aおよび13B/1のy軸方向の出力分布に対する輸送補正を図3.4に示す。なお、これらの結果は空間メッシュおよび角度メッシュ補正を考慮したものである。

モデル1を用いた結果では、特にZPPR-13Aの中心ブランケット領域で最大5%、13B/1の制御棒周辺領域で2~3%の誤差が見られる。しかし、全体としてはモデル1の評価精度は概ね良好であった。ZPPR-13B/1のように内部ブランケットの切り込みやy軸上に制御棒を持つ非均質性の強い体系にも関わらず、モデル1で輸送効果が精度よく評価できたことは注目に値する。さらにモデル2を用いた結果では3次元計算結果とすべての計算点でほぼ完全に一致した。

以上の結果を総合に評価すると以下のような結論が得られる。

- 1) 従来法による解析モデルの内、体系の3次元効果をできるだけ詳細に取り扱ったモデル2は概ね、簡易なモデル1よりも3次元計算値との一致度が良好であった。
- 2) 空間メッシュ幅を5cm、角度メッシュをS4とした時、3次元輸送計算に対するメッシュ補正はほぼ完全に打ち消し合い、そのままメッシュ補正後の値と見なすことができる。このことは、実用的な計算条件で得られた3次元輸送計算値の精度が極めて良好であることを意味しており、3次元輸送計算コードの実用性を裏付けるものである。

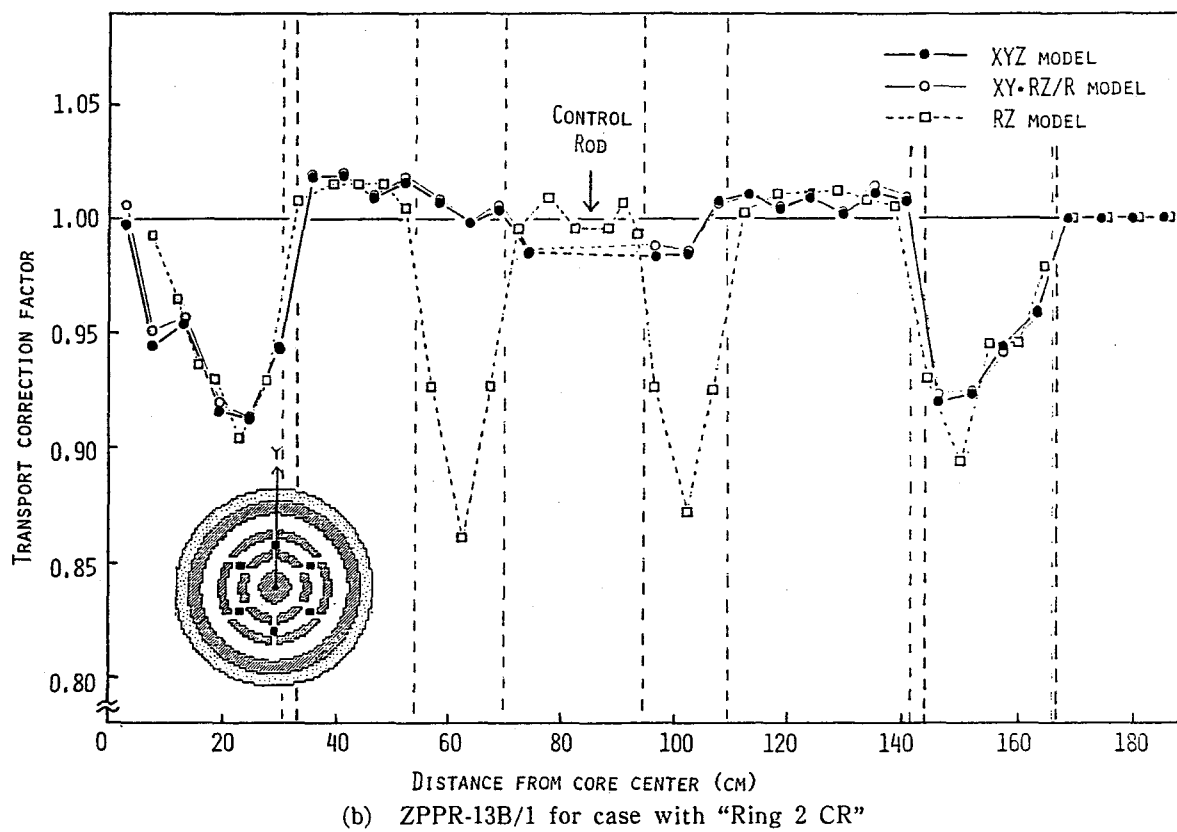
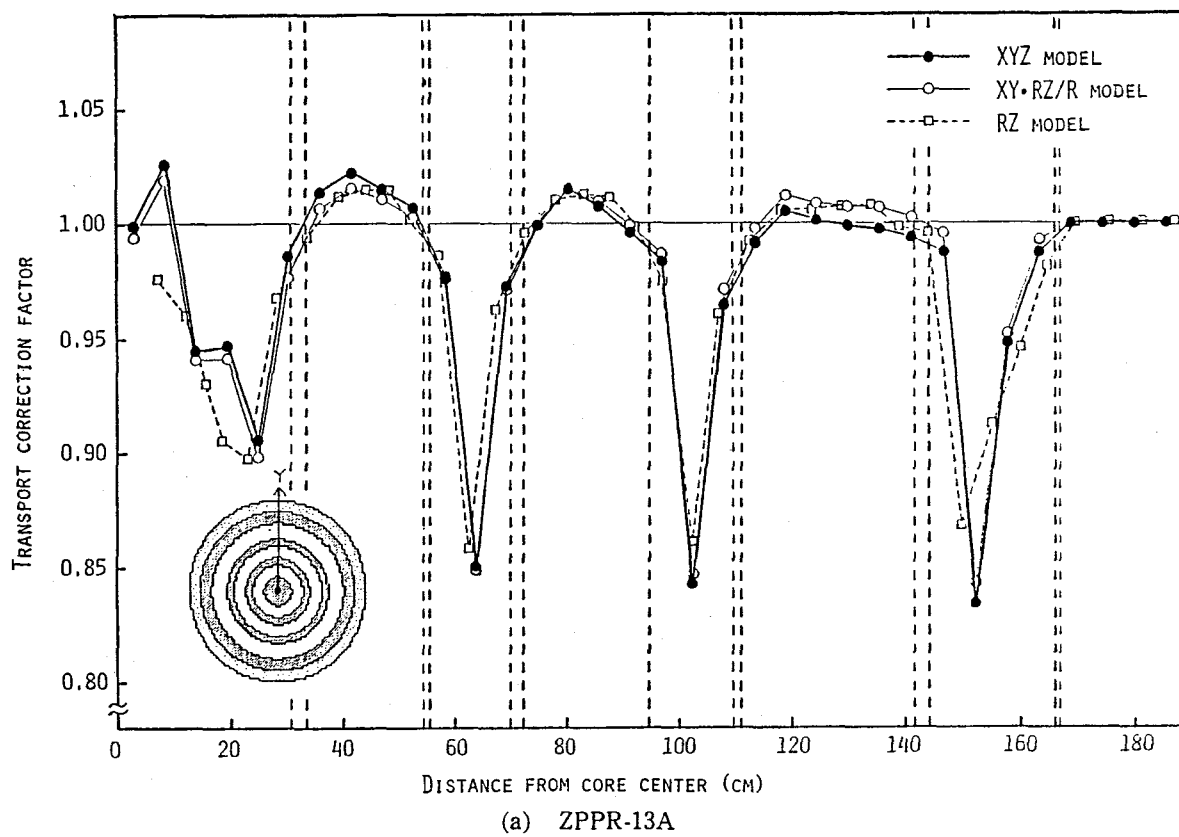


図3.4 ZPPR-13Aと13B炉心の径方向出力分布に対する輸送補正係数の比較

3.4 3次元輸送計算コードの高速炉炉心設計への適用例⁽²⁾

本節では、将来、高速炉の炉心設計でTRITAC相当の3次元輸送計算コードが使用できる場合を想定し、現行の近似法による輸送効果評価法に代わり、直接3次元輸送効果を計算することで期待できる炉心設計精度向上の効果を定性的に評価する。また、TRITACの適用により実際に解析精度向上の成果が得られたいくつかの例を示す。

3.4.1 従来設計手法の妥当性評価

ここでは、3.2節で得られた結果をもとに、「もんじゅ」や実証炉設計手法の基準手法として用いられている従来の炉心設計手法の妥当性を評価する。従来法では、主に2次元モデルによる近似が用いられているが、これまで3次元輸送効果を直接評価する手段が確立されていなかったため、その近似モデルの精度確認はまだ行なわれないうまになっている。よって、本研究の手法による3次元輸送効果の直接解析値をもとに、従来設計手法の妥当性を評価することは、現行の炉心設計精度の信頼性を確認するという観点で重要である。ここでは、評価項目として余剰反応度と制御棒反応度の2点に限定する。出力分布については、実機体系が六角形状であり、3.2節で取り扱った臨界集合体の結果をそのまま適用することができないため、評価項目から除いた。

(1) 余剰反応度

従来手法では、余剰反応度として制御棒チャンネルを有する炉心体系の臨界性をもとに、温度係数および出力係数の予測誤差を考慮して炉心の運転に必要な余剰反応度を算出する。この時に使用される輸送補正は、通常RZモデルが使用される。この背景には、制御棒チャンネルの輸送効果が選択的に軸方向に現われると予想され、かつ制御棒チャンネルにおける局所的な中性子束の歪みは制御棒の場合に比べて小さく、RZモデルでも大きな誤差を生じないであろうとの期待がある。表3.9の結果の内、制御棒挿入体系（ZPPR-13B/1 CR Ring 1~3）を除いた計9体系について、従来法のずれの平均値と標準偏差は以下の通りになった。

$$\text{従来法の輸送効果予測誤差} = 0.020 \pm 0.026\% dk/k$$

さらに統計誤差として 3σ を見込むと、従来法の誤差は最大で約 $0.1\%dk/k$ となり、これは全輸送効果の $10\sim 20\%$ に相当する。この誤差の大きさは、臨界近接で用いられる燃料集合体の置換反応度の予測には精度が粗すぎるが、余剰反応度の予測には十分である。典型的な 100 万 kWe 級高速炉の余剰反応度は約 $3\%dk/k$ であり、従来法の輸送補正の誤差はこの 1% にも満たない。さらに、温度係数や出力係数の誤差（各々 10% 、 20% 程度の誤差を持つものと想定される）を考慮すると、実用上十分に許容できる誤差範囲であると言える。

(2)制御棒反応度

従来手法では、制御棒反応度として制御棒チャンネルと制御棒の置換反応度の形で制御棒反応度を評価し、 XY 体系で輸送補正を行なっている。 XY モデルでは制御棒チャンネルによる軸方向の輸送効果を見捨てることになるが、全体の反応度への寄与は制御棒の吸収増加が大きいため、次善の策として用いているものである。3.2節で述べたモデル2のような詳細な方法は、設計手法としてまだ用いられていない。そこで、 XY モデルのみを用いた場合の制御棒反応度を拡散計算と輸送計算で算出し、輸送効果を評価した。制御棒反応度を表3.14に、輸送効果を表3.15に示す。 XY モデルを用いた輸送効果は制御棒パターンに関わらず 0.951 になった。3次元輸送計算値からのずれは最大 $\pm 0.5\%$ となった。通常、制御棒反応度に対する輸送効果は制御棒の径方向位置に依存するので、ここでは安全係数を見込んで 1% とする。現状の制御棒反応度の予測精度は制御棒構造にも依存するが、 5% ないし 10% 程度と見積られており（原型炉級高速炉の場合）、現行の設計要求精度で判断する限りでは、輸送補正の誤差は全体の誤差の大きさに比べて許容できる範囲にあると言える。ただし、制御棒反応度値は炉心の稼働率と密接に関係するため、将来的には3次元輸送計算による評価値を採用し、炉心設計の合理化を進めることが望ましい。

以上の検討により、現在「もんじゅ」や高速実証炉の炉心設計で使用されている設計手法に基づく輸送効果評価値が、現行の炉心設計精度において実用上十分な精度を持つことが確認できた。

表3.14 XYモデルとXYZモデルによるZPPR-13B/1の制御棒反応度評価値

Rod patterns	XY model		XYZ model	
	Transport	Diffusion	Transport	Diffusion
Ring 1	2.744	2.885	2.752	2.906
Ring 2	4.152	4.368	4.168	4.386
Ring 3	3.168	3.331	3.183	3.330

表3.15 ZPPR-13B/1の制御棒反応度に対する輸送補正值のXYモデルとXYZモデル評価値の比較

Rod patterns	XY model	XYZ model
Ring 1	0.951	0.947
Ring 2	0.951	0.950
Ring 3	0.951	0.956

3.4.2 設計予測精度の向上の実例

次に、3次元輸送計算により炉心特性の解析精度自身が向上したと思われる成果の実例を示す。前節の検討が現行の炉心設計の要求精度を前提とした評価であるのに対し、本節は、将来の炉心設計では解析精度をどこまで上げられるかに着目した評価になっている。実例の3件は臨界集合体の実験解析に関するもので、内2件は実験値との比較によって精度の向上が確認された例である。残る1件は実機体系である「もんじゅ」性能試験での解析経験を記したものである。

(1) 軸非均質炉心の臨界性予測

ここではJUPITERの臨界性解析結果⁽¹⁵⁾をもとに定量的な評価を試みる。なお、解析値についてはJUPITER解析で基本定数として用いているJENDL-2の核データの改訂作業が行われたため、基準計算値のみ最終版のJFS3J2を用いた解析値に差し替えた。

ZPPR-17炉心⁽¹⁶⁾はJUPITERフェイズIII実験の一環として行われた

一連の650MWe級軸方向非均質炉心であり、炉心中心部に内部ブランケットを持つ特徴的な炉心配置を持っている。ZPPR-17炉心は制御棒配置によりさらに3種類に分類される。17Aは円筒形状を持つ clean benchmark 体系、17Bは25本の制御棒チャンネルを持つ体系、17Cは13本が半挿入された体系であり、17Bおよび17Cはそれぞれ運転末期および運転初期の制御棒状態を模擬している。図3.5に各炉心構成を、表3.16に主要炉心パラメータの比較を示す。

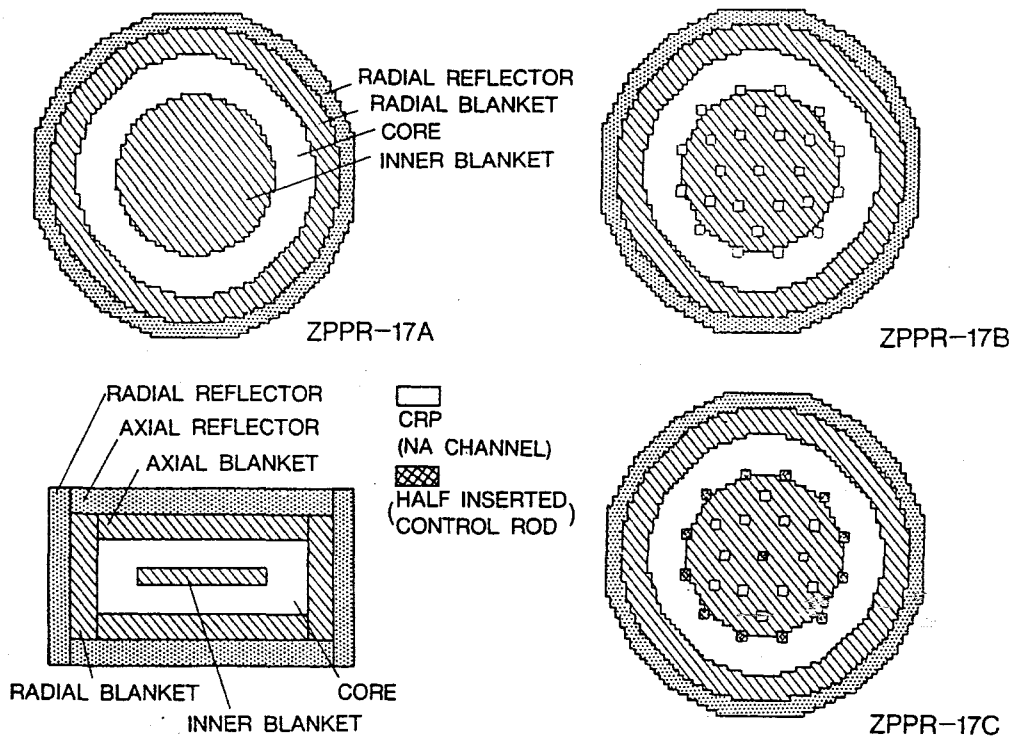


図3.5 ZPPR-17炉心の炉心構成図

表3.16 ZPPR-17炉心群の基本的な炉心仕様

	17A	17B	17C
Core Radius (cm)	131.5	131.5	131.5
Core Height (cm)	101.8	101.8	101.8
Core Volume (l)	4791	4574	4574
Fissile Pu			
Inventory (kg)	2273	2248	2450
Enrichment (%)	14.9	15.2	15.7
IB Volume (l)	737	644	644
Control R. Positions	0	25	12
Control Rods	0	0	13

表3.17 ZPPR-17炉心群の臨界性に対する実験値と解析値の比較

	17A	17B	17C
Calculated			
Base calculation	0.9932	0.9919	0.9949
Corrections			
mesh	-0.0022	-0.0023	-0.0060
Multi-drawer	+0.0017	+0.0017	+0.0017
Diffusion (corrected)	0.9927	0.9913	0.9906
Transport correction	+0.0064	+0.0078	+0.0094
Transport	0.9991	0.9991	1.0000
Measured			
	1.0005	1.0006	1.0004
C/E			
Diffusion	0.9922	0.9907	0.9902
Transport	0.9986	0.9985	0.9996

表3.17に各炉心に対する臨界性解析値と測定値の比較を示す。補正計算として考慮されている項目は、拡散計算に対するメッシュ補正、輸送効果、マルチドロワー効果の3種類であるが、マルチドロワー効果は異種ドロワーが近接することにより生じる臨界集合体解析に特有な現象であり、実機体系では問題にならない。輸送効果はいずれの体系においても最大の補正量を占めており、実機体系の解析で非常に重要であることがわかる。また、制御棒配置により輸送効果は0.6~0.9% dk/kの間でばらつき、輸送補正の計算において制御棒の挿入状態を忠実に模擬する必要があることがわかる。

最終的なC/E値は、輸送効果を補正したことにより炉心間のばらつきが小さくなり、輸送補正前(C_D)の0.2% dk/kから補正後(C_T)の0.1% dk/kに半減した。特に、17Aと17BのC/E値は、拡散計算の段階で0.14% dk/kの不整合が見られたが、輸送補正後は0.01% dk/kとなり、完全に整合性が取れた結果になった。制御棒挿入体系である17Cのみ、輸送補正後も他の体系よりも臨界性が0.1% dk/k程度低いが、制御棒およびそれに隣接する領域の定数作成法に改善の余地があり、3次元輸送ベンチマークで、制御棒反応度が正確に計算できたことから見ても、輸送効果ではなく制御棒に関連する定数の問題が現われた結果と思われる。

表3.18 ZPPR-17Bの制御棒反応度に対する輸送効果のTRITAC評価値

Rod Patterns	Control rod worth (\$)		Transport effect*
	Diffusion	TRITAC	
Center	0.900	0.888	0.987
Ring 1	5.454	5.307	0.973
Ring 2	8.022	7.741	0.965
Ring 3	22.87	21.81	0.954

* TRITAC / Diffusion

(2)制御棒反応度解析

ZPPR-17Bでは、25本の制御棒チャンネルを炉中心からの位置に従って、内側からそれぞれ制御棒リング1（制御棒本数6本）、リング2（6本）、リング3（内部ブランケット境界の12本）と制御棒群を定義し、各々について制御棒反応度が測定された。制御棒反応度に対する従来の輸送補正法では、XY体系に軸方向バックリングを用いて評価を行っていることは既に前節で述べたが、ZPPR-17B体系をはじめとして軸非均質炉心には炉中心面を横切った形で内部ブランケットが存在し、軸方向バックリングの手法が使用できない。よって、軸非均質炉心の制御棒反応度に対する輸送補正值としては、唯一、中心制御棒に対する補正值をRZ体系で求めるしか妥当な評価法がない。中心以外の制御棒に対しては、次善の策として中心制御棒の補正值を代用することが考えられる。しかし、この近似が正確に成り立つかどうかは、3次元輸送計算による確証が不可欠である。表3.18にTRITACを用いて求めた、制御棒反応度に対する3次元輸送効果の値を示す。従来法（RZ体系計算）が中心制御棒に対して正確な輸送効果を与えるものとし、この評価値をすべての制御棒パターンに適用するものと仮定すると、補正值は一律0.987となるが、最外層の制御棒リング3では3%以上制御棒反応度を過大評価することになり、安全評価上では危険側の傾向である。制御棒反応度が最終的な原子炉運転コストに及ぼす影響を定量的に評価することは困難であるが、ひとつの目安として原型炉「もんじゅ」の設計の場合、制御棒が運転中の中性子照射により失う反応度減少分を、粗調整棒および微調整棒に対しそれぞれ5%および10%として設計している。3次元輸送計算を設計に取り入れることにより3%の設計マージン低減に成功すれば、その分を制御棒寿命の長期化に役立てることが可能であり、

結果として運転コスト削減に貢献できる可能性は高い。

(3)高速原型炉「もんじゅ」初臨界予測

高速原型炉「もんじゅ」の初臨界は、1994年の4月5日に達成された。初臨界は炉心の最小臨界量を確認するための実験であり、これに続く全装荷炉心の性能試験に先立って炉心の安全性を確認することを目的にしている。炉心の臨界操作は原則として燃料集合体本数で調節するが、燃料集合体の取り替え操作のためには、その都度制御棒を全数デラッチした後、2重回転プラグの回転操作、燃料交換器の設置・運転といった一連の操作を行なわねばならない。臨界操作を迅速にかつ安全に行なうためには、最小臨界量の予想値を精度よく求めることが要求される。

最小臨界量の予測で特に問題になるのは、炉心内に通常燃料集合体とともにダミー燃料集合体が共存する点である。ダミー燃料集合体の冷却材体積割合は通常の燃料集合体よりも多く、中性子のストリーミング効果を増長する効果を持つ。また、ダミー燃料集合体は炉心と径ブランケットに挟まれた形で装荷されるため、2次元モデルが使用できず、3次元輸送計算による評価が不可欠である。表3.19に最小炉心と全装荷炉心の臨界性に対する輸送効果の評価値を示す。なお、制御棒はすべて炉心上部まで引き抜かれた状態で評価した。炉周辺に30体ダミー燃料集合体を装荷することにより、輸送効果は0.05% dk/k増加した。この反応度は燃料体1体分の置換反応度に相当する。この結果をもとに計算した最小臨界量は169体となった。実際の臨界操作によって達成された最小炉心の装荷数は168体となり、予測値と1体差で一致した。原型炉クラスでこのように高精度で最小臨界量が予測できた例は世界でも前例がない。これも、3次元輸送計算コードの能力が如何なく発揮された典型的な例である。

表3.19 高速原型炉「もんじゅ」の最小臨界炉心と全装荷炉心の臨界性に対する輸送効果

Configuration	fuels	dummy f.	transport effect(dk/k)
Full loaded core	198	0	0.0069
Minimum crit. core	168	30	0.0074 (+0.0005)*

* difference from full loaded core

(4) J U P I T E R - I 炉心ボイド反応度解析

J U P I T E R - I 実験では、3.2節でも一部述べたが、制御棒配置や炉心規模の異なる4種類の炉心（Z P P R - 9、10A、10B、10D）について、ナトリウムボイド反応度実験が行われた。従来より指摘されてきたことであるが、ナトリウムボイド反応度の解析精度は悪く、その原因の多くが輸送計算で用いる体系モデルの近似度の悪さによるものと考えられてきた。その有力な根拠は、計算値と解析値のずれがボイド位置（炉心中心か、炉周辺か）およびボイド形状により異なっていることであり、特にボイド位置によりボイド反応度の漏洩項が大きく変化することから、漏洩項がうまく求められていないと仮定することでこの現象を説明することができる。

しかし、ボイド反応度は解析に使用する特定の核データ（U-238非弾性散乱等）に対する感度が大きいことが知られており、このずれが輸送計算を含めた計算手法によるものか、それとも核データから来るものかを分離して判断することは難しい。そこで、選択的に輸送効果に対する感度を持つと推定される漏洩項と、それ以外の非漏洩項を2成分フィッティングにより分離し、統計誤差を含めた評価を行うことにした。以下にその原理を示す。

非漏洩項、漏洩項の解析値をNL、Lと置き、n個の実験値Eおよび解析値Cが得られているものとする。計算誤差C-Eを最小にするようなフィッティング係数a、bは以下の式で求められる。

$$(NL)_i + (L)_i = C_i \quad (3.6a)$$

$$\begin{aligned} a \cdot \text{Sum} (NL)_i + b \cdot \text{Sum} (L)_i + R_i \\ = \text{Sum} (C_i - E_i) \end{aligned} \quad (3.6b)$$

なお、R_iは残差である。仮に理想的な解析手法を用いたとしても、核データの不確かさにより係数a、bはゼロにならないが、解析手法が十分に正確であり、炉心構成やボイドパターンの差に十分に追従でき、いずれのケースについても同等な精度で解析結果が得られたとすると、残差はゼロになる。この時、すべての炉心構成、ボイドパターンについて完全に整合性の取れた解析値が得られたことになる。よって、残差は解析手法の妥当性を判断するパラメータと見なすことができる。

評価対象としては、以下に示す17ケースのボイド実験とした。ケース数は通番とし、軸方向の領域の長さやボイド領域の径方向の大きさをドロワー数で表したものを示す。ボイド領域の形状はいずれも炉心中心を軸とする円筒領域である。

・ Z P P R - 9

ケース1	炉心中心面±8インチ	ボイドドロワー数	9
ケース2	同 上	ボイドドロワー数	37
ケース3	同 上	ボイドドロワー数	97
ケース4	炉心中心面±16インチ	同 上	
ケース5	炉心中心面±20インチ	同 上	
ケース6	炉心中心面±27インチ	同 上	

・ Z P P R - 1 0 A

ケース7	炉心中心面±8インチ	ボイドドロワー数	28
ケース8	同 上	ボイドドロワー数	88
ケース9	同 上	ボイドドロワー数	172
ケース10	炉心中心面±16インチ	同 上	
ケース11	炉心中心面±20インチ	同 上	

・ Z P P R - 1 0 B

ケース12~16 (-10Aと同様)

・ Z P P R - 1 0 D

ケース17	炉心中心面±8インチ	ボイドドロワー数	172
-------	------------	----------	-----

いずれも、炉心内に存在する制御棒チャンネルを除けば、円筒体系で近似しやすい体系になっていることに着目したい。解析手法としては、基準計算として18群拡散計算による解析を行ない、各種の補正をこれに加えて最終解析値とした。補正の項目は群縮約補正、メッシュ補正、非対称セル補正、輸送補正の4つである。輸送補正としては、ここでは3次元輸送計算の効果を見るのが目的であるので、従来

法である R Z 2 次元計算を計算ケースとして追加し、両者を比較した。非対称セル補正はセル構造の非対称性に起因する臨界集合体固有の補正項目であり、実機では問題にならない項目である。

表3.20 Z P P R ボイド反応度解析における補正計算によるフィッティング係数

	Non-leakage term		Leakage term	
	a	error(2 σ)	b	error(2 σ)
Base calc.	0.20	± 0.06	0.16	± 0.12
Corrections				
Group	-0.01*	-(0.01)**	-0.03	(0.00)
Mesh	0.00	-(0.01)	-0.03	-(0.02)
Assymmetry	0.00	-(0.01)	0.05	-(0.01)
XYZ trans.	+0.02	-(0.02)	-0.03	-(0.03)
(RZ trans.)	-0.02	(0.00)	-0.14	-(0.01)
After corr.				
XYZ trans.	0.21	± 0.02	0.18	± 0.05
(RZ trans.)	0.17	± 0.05	0.07	± 0.11

* Change in fitting parameters

** Negative value signifies decrease in error

フィッティング結果を表3.20に示す。まず、基準計算値に対する2成分フィッティングを行なった。係数は非漏洩項で20%、漏洩項で16%になった。特に漏洩項の統計誤差は大きく、2 σ レベルで12%にも達している。これは、拡散計算による漏洩項の評価値の誤差が大きく、ボイドパターン間の整合性がとれていないことを示している。この後、各種の補正係数を順次加えてからフィッティングを繰り返し、係数の平均値と標準偏差の変化を観察した。表3.20には、括弧付きで基準計算からの変化分として表されている。各補正項の中で、誤差の低減効果が特に大きいのは3次元輸送計算を用いた輸送補正であり、非漏洩項で2%、漏洩項では3%の誤差低減が見られた。一方、R Z 体系による輸送補正では、誤差の低減はほとんど見られなかった。さらに、係数の絶対値も3次元輸送計算の補正值から大幅にずれ、漏洩項では11%も補正值を過小評価している。輸送補正以外の項目では、従来からボイド反応度の群縮約効果が大きいことが知られており、実際に漏洩項の係数の平均値に3%の変化が見られたが、誤差の低減効果はなく、ボイド実験間の

不整合性を改善する結果は得られなかった。最終的にすべての補正値を加えた解析値（表3.20では補正後と記されている）に対するフィッティング係数は、3次元輸送補正を用いた場合には基準計算とほぼ同じ平均値になったが、誤差は半分以下に削減された。一方、RZ体系で求めた輸送補正を用いた場合は、特に漏洩項で係数の平均値が減少し、ゼロに近づいた。なお、誤差の低減効果はほとんど見られなかった。

次に、フィッティング後の残差に着目する。各ケースの残差は、そのケースの解析値の全体の傾向からのずれを表すものであり、ボイドパターンと誤差の相関を分析する上で有益な情報を得ることができる。基準計算の残差をR、補正計算を加えた場合の残差をR' と表すと、補正計算による残差低減の効果（ ΔR^2 ）は以下の式で定義される。

$$(\Delta R^2)_i = R_i^2 - R'_i{}^2 \quad (3.7)$$

なお、 (ΔR^2) が正の場合は補正計算によって残差が減少し、負の場合には残差がかえって増加することを示す。図3.6に各炉心ごとの (ΔR^2) の傾向を示す。輸送効果については、ZPPR-10Aのケース11でRZ体系補正値の残差が突出して増加している。このケースはボイド領域が軸ブランケットと制御棒チャンネルの両方に接した体系であり、輸送効果が大きい体系ではあるが、原則的にRZモデルに乗りやすい体系と言える。それにも関わらず残差が増加する理由は今だ不明である。3次元輸送計算を用いた輸送補正ではこのような問題が見られないことから、実験値の誤差ではないことは明らかであり、輸送効果をRZ体系で評価したことを原因とするずれである。ZPPR-10B（ケース12～16）は制御棒挿入体系であり、元来RZモデルに乗りにくい体系であるが、実際にケース14と15でわずかに残差が増加する傾向が現われている。一方、3次元輸送計算による輸送補正では、10Bのすべてのケースについて誤差の低減効果が確認された。

残差の絶対値を基準計算、補正後についてそれぞれ図3.7に示す。3次元輸送補正を用いた補正後のケースでは、全ケースについてほぼ均等に残差が減少しているのに対し、RZ体系の輸送補正を用いたケースでは10Aのケース11、および制御棒挿入体系である10Bの全ケース（ケース12～16）で残差が解決されていな

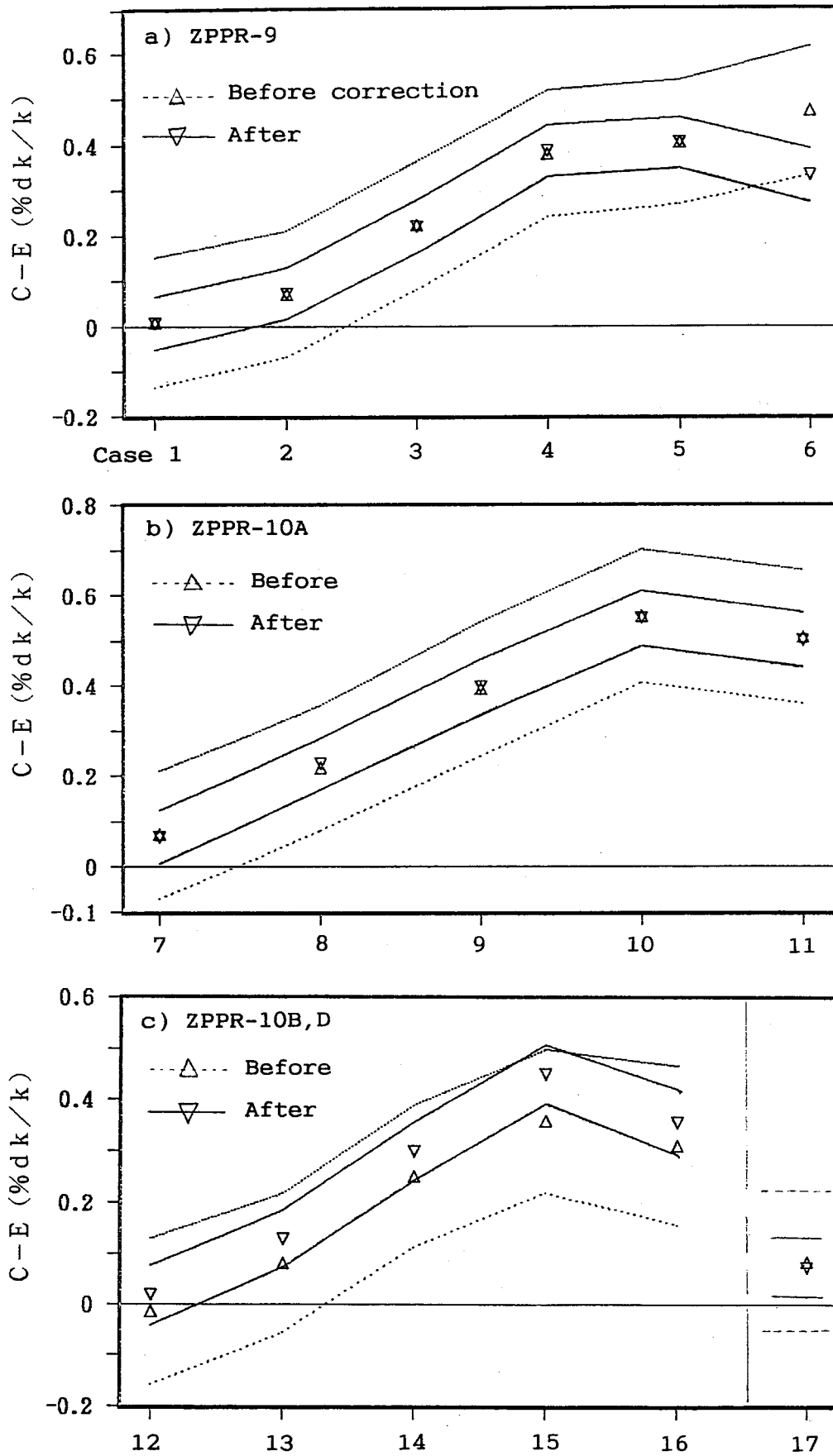


図3.6 補正計算によるボイド反応度のフィッティング残差の低減（横軸はボイドパターンの番号）

いことがわかる。

図3.8に最終的なC-Eの予測精度を示す。補正後の解析値は、3次元輸送補正を加えたものである。ブランケット領域のボイドであるZPPR-9のケース6、制御棒体系の10Bについて選択的にC-Eの絶対値が変化しているが、それ以外のケースでは補正によってC-E値はほとんど変化しなかった。しかし、フィッティング誤差は補正計算を施すことで半減し、解析結果と実験値の整合性という観点では飛躍的に向上が見られる。

以上の結果をもとに、JUPITER-I炉心のボイド反応度に対するC/E値の最確値および誤差を表3.21に示す。最終的なC/E値は非漏洩項に対し1.26（基準計算値から1%上昇）、漏洩項に対し1.21（同、2%上昇）となった。補正計算を加えることにより、C/E予測誤差（ 2σ レベル）は基準計算の1/2ないし1/3に低減し、非漏洩項に対し3%、漏洩項に対し7%となった。3次元輸送計算により、ボイド反応度解析の精度改善に非常に有効であることが実証された。ボイド反応度解析の精度、特に漏洩項の精度が改善されたことは、高速実証炉に設置が検討されているGEMの設計精度の改善に直接結び付くため、炉心安全上のインパクトは大変に大きい。また、現行の高速炉に対するCDA（core damage accident）解析においては、ボイド反応度の解析精度の悪さを見込んで50%高めの評価値を使用しているが、3次元輸送コードの解析結果を取り入れることによって、保守的に過ぎる現行の安全解析手法を是正し、合理的な安全設計を実現することが可能である。

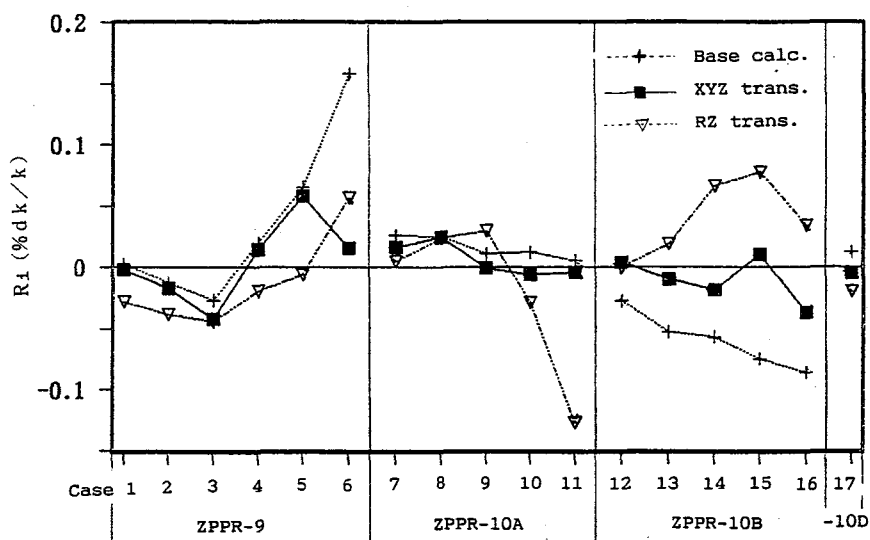


図3.7 補正計算後のボイド反応度のフィッティング残差（横軸はボイドパターンの番号）

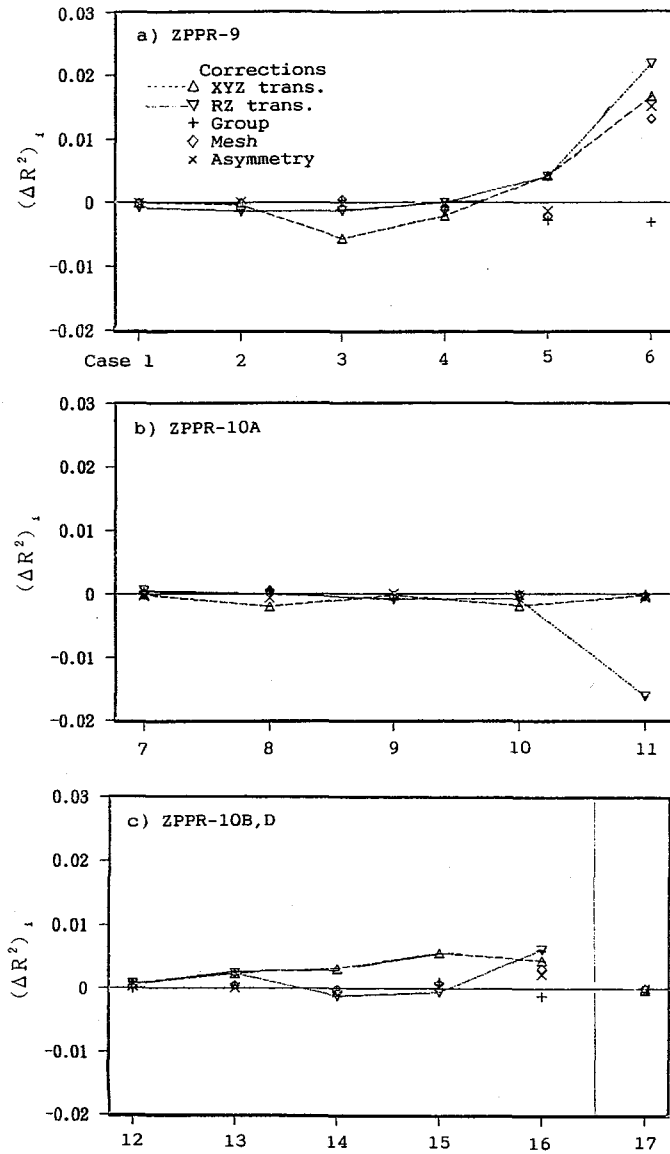


図3.8 補正計算後のボイド反応度のC-E値の平均値と不確かさ幅
(横軸はボイドパターンの番号)

表3.21 ZPPRボイド反応度解析のC/E平均値と不確かさ幅

	Non-leakage term		Leakage term	
	C/E	error(2σ)	C/E	error(2σ)
Base calc.	1.25	±0.09	1.19	±0.17
After corr.				
XYZ trans.	1.26	±0.03	1.21	±0.07
(RZ trans.)	1.21	±0.06	1.09	±0.13

第3章の参考文献

- (1) Yamamoto, T., et al.: J. Nucl. Sci. Technol., 23[10], 849 (1986).
- (2) Yamamoto, T., et al.: Proc. Int. Conf. Math. and Com., Reactor Physics and Environmental Calculations, p.470, Portland (1995).
- (3) Shirakata, K., et al.: Proc. Top. Mtg. on Reactor Physics and Shielding, p.580, September 17-19, Chicago (1984).
- (4) Yamamoto, M., et al.: ibid., p.773, Chicago (1984).
- (5) Shirakata, K., et al.: Proc. Int. Conf. on Nuclear Data for Sci. and technol., p.53, May 30-june 3, Mito (1988).
- (6) 鈴木 威男、他：日本原子力学会誌、Vol.36[5], p.391 (1994).
- (7) 高橋 忠男、他： ibid., Vol.37[1], p.3 (1995).
- (8) 山本 敏久、他：日本原子力学会「1991春の年会」予稿集 A20、近畿大学、9月28-30日(1991)。
- (9) Lawrence, R. D.: Proc. ANS Top. Mtg. on Reactor Physics and Shielding, p.814, September 17-19, Chicago (1984).
- (10) Kato, Y., et al.: Nucl. Sci. Eng., 61, 127 (1976).
- (11) Collins, P. J., et al.: Trans. Am. Nucl. Soc., 34, 751 (1978).
- (12) McFarlane, H. F., et al.: Nucl. Sci. Eng., 87, 204 (1984).
- (13) Hashimoto, K., et al.: J. Nucl. Sci. Technol., 28[11], 1019 (1991).
- (14) Kikuchi, Y., et al.: ibid., 22[8], 593 (1985).
- (15) Shirakata, K., et al.: Proc. Int. Reactor Physics Conf., Vol. II, p.297, Jackson Hole (1988).
- (16) Brumbach, S. B., et al.: Nucl. Sci. Eng., 103, 219 (1989).

第4章 集合体内局所輸送効果の評価^{(1), (2), (3)}

前章までは、集合体の配置に伴うマクロな輸送効果を扱ってきた。これに対し本節では、集合体内のミクロな配置により生ずる輸送効果の評価法について述べる。すでに第1章で述べたように、臨界集合体と実機体系ではその集合体の構造の相違から、着目すべき輸送効果が異なり、各々解析対象に合わせた評価方法および評価モデルを用意する必要がある。

実機体系では燃料ピンバンドルを収納・保護するために設けられた厚さ数ミリのステンレス製ラッパー管の存在により、隣接するラッパー管との間に幅数ミリの板状のナトリウム領域が存在し、これをストリーミングパスとする中性子によって局所的な輸送効果が発生する。この効果は、燃料ピン構造の非均質性と対比して第2の非均質性と呼ばれ、両者を総称して通常「2重非均質性」と呼び習わしている。よって、実機体系におけるミクロな輸送効果の評価においては、2重非均質性を考慮した評価モデルの作成が重要な課題である。

臨界集合体体系では、模擬物質のプレートの並びによって大きな非均質効果が発生するため、基準計算ベースで積分型輸送方程式による格子計算が用いられてきた。この格子計算は、集合体内のプレート配置を模擬した無限平板体系モデルが使用されるが、格子からの中性子漏洩の効果を臨界バックリングの形で取り入れることにより、より実機体系の中性子バランスを再現した格子計算を行なうことができ、炉心部の格子に対する標準的な手法として取り入れられている。一方、ブランケット部の格子では高速群で中性子が炉心から流入する形になり、負のバックリングを取るが、この結果として疑似吸収を取り入れた後の全断面積が負になるという問題が生じることがあり、炉心部の計算法をそのまま応用することができない。また、中性子束の角度分布がほぼ等方な炉心部と異なり、ブランケットでは中性子の漏れ出す方向性が強く、格子内の中性子束分布および中性子スペクトルの変化は急激である。以上のように、ブランケット部の格子については、まだ解決すべき問題が残されている。

本章では、以上で述べた実機体系と臨界集合体における2つの課題を解決する方策のひとつとして検討した計算手法について述べる。

4.1節では、実機体系の2重非均質効果の解析手法と、高速原型炉「もんじゅ」の体系に手法を適用した結果を示す。

4.2節では、臨界集合体のブランケット格子計算法について検討した結果を示す。

4.1 2重非均質効果を考慮した中性子ストリーミング効果の評価^{(1),(2)}

原型炉「もんじゅ」の集合体配置の模式図を図4.1に示す。「もんじゅ」の集合体は169本の燃料ピンから成り、その周りを厚さ3mmのラッパー管が取り囲んでいる。隣接する集合体との間にできる隙間は、温度条件により異なるが、数mm程度の大きさを持ち、ナトリウムによって占められている。また、ラッパー管に接する燃料ピンとラッパー管の間にも3角状の隙間があり、局所的にラッパー管周辺でナトリウムの占める体積割合が大きくなっている。ラッパー管に隣接しない燃料ピンは、すべて共通の六角形状を持つピンセルで記述することができるが、図4.1に示すようにのピンセルの最外層を占めるナトリウム領域で中性子ストリーミング効果が発生する。この2重構造を持つ計算体系を直接モデル化することは、2次元格子計算コードを用いれば可能であるが、膨大な計算時間を要するため、実際には設計手法としてあまり用いられていない。よって、本検討では図4.2に示す4つのモデル（モデルA～D）の組み合わせから、第1、第2の非均質効果を独立に評価し、得られた結果を組み合わせることで全体の効果を求めることにした。まず、各モデルの特徴およびその役割を説明する。

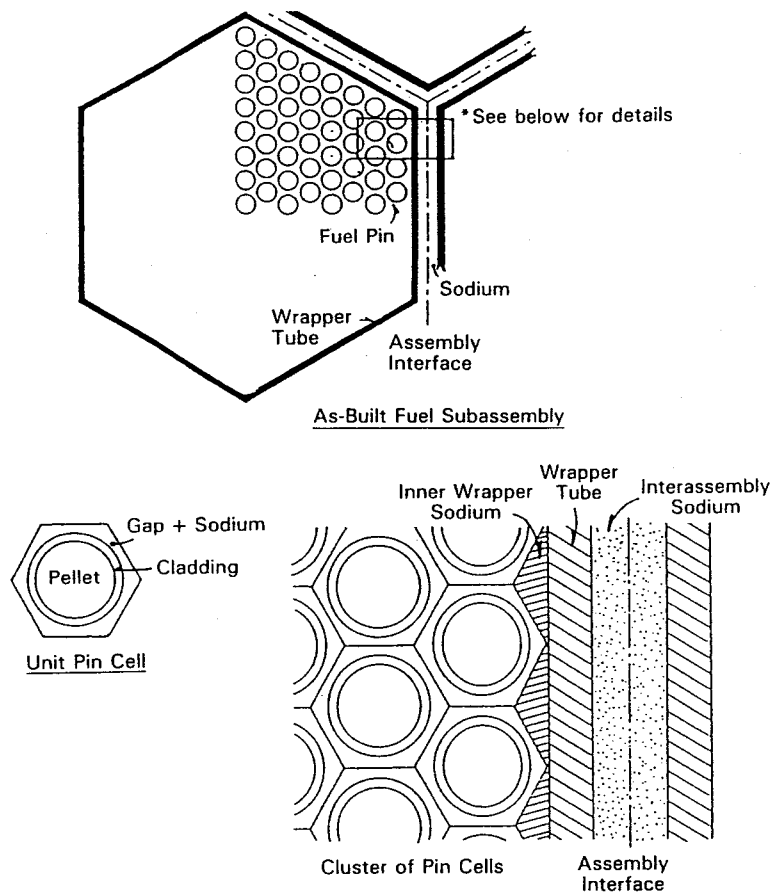


図4.1 高速炉の燃料集合体構造

a)モデルA

ピンセルのナトリウム領域を円筒で近似したものであり、ピンセル単位の非均質効果（第1の非均質効果）のみを扱ったモデルである。

b)モデルB

ピンセル領域は均質と見なし、ラッパー管内外のナトリウム領域の体積割合を保存した円筒モデルであり、ラッパー管の周辺で発生する非均質性（第2の非均質性）のみを扱ったモデルである。

c)モデルC

モデルBのラッパー管内外に存在するナトリウム領域を均質にし、中性子ストリーミングパスを意図的に除去したモデルである。このモデルとモデルBの差を取ることで、第2の非均質性の内、中性子ストリーミング効果のみを独立して求めることができる。

d)モデルD

ピンセルとラッパー管からなる2次元格子モデルであるが、計算に使用したコードの機能上の制限から、ラッパー管部分は均質になっている。格子形状に六角と円筒形の差があるものの、モデルCとの差を取ることで、モデルAと同様にピンセル単位の非均質効果（第1の非均質効果）のみを評価することができる。ただし、ピンの2次元配置を考慮した分、モデルAよりも現実に近いモデルになっている。

各モデルを用いた中性子ストリーミング効果は、以下のように計算される。

$$S(Fx/Wy) = 1/k_{eff}(\text{Benoist}) - 1/k_{eff}(1/3\Sigma_{tr}) \quad (4.1)$$

ただし、 Fx/Wy はモデルの性質を表す記号であり、燃料ピンセル領域（F）とラッパー管周辺領域（W）が均質（ $x, y = \text{hom}$ ）か、または非均質（ $x, y = \text{het}$ ）に扱われているかを示す。また、 k_{eff} は固有値であり、括弧内はそれぞれ Benoist の定義に基づく異方性を考慮した拡散係数を用いた場合、通常の等方拡散係数（ $1/3\Sigma_{tr}$ ）を用いた場合を示している。

この記述法を用いて、同様に最終的な中性子ストリーミング効果は、以下の式によって評価される。

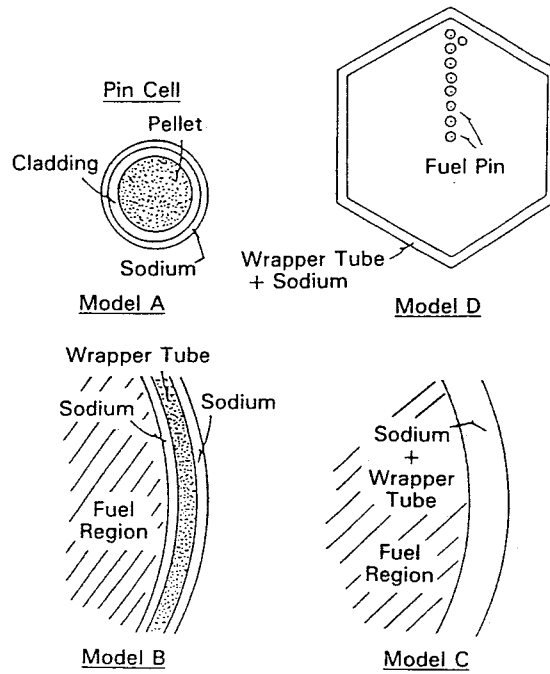


図4.2 中性子ストリーミング効果の評価に使用したセルモデル

$$\begin{aligned}
 S(F_{het}/W_{het}) &= [S(F_{het}/W_{het}) - S(F_{hom}/W_{het})] \\
 &+ [S(F_{hom}/W_{het}) - S(F_{hom}/W_{hom})] \\
 &+ S(F_{hom}/W_{hom})
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

ただし、(4.2)式右辺の各項の物理的な意味は以下の通りである。

- 第1項：燃料ピンセルの非均質効果（第1の非均質効果）
- 第2項：ラッパー管周辺の非均質効果（第2の非均質効果）
- 第3項：均質燃料セル領域と均質ラッパー管領域の2領域間で発生する非均質効果（残留非均質効果と呼ぶ）

また、モデルA～Dと(4.2)式の対応は以下の通りである。

- モデルA： $S(F_{het}/W_{hom}) - S(F_{hom}/W_{hom})$
- モデルB： $S(F_{hom}/W_{het})$
- モデルC： $S(F_{hom}/W_{hom})$

モデルD : S (Fhet / Whom)

または、

第1項 : 第1の非均質効果 = S (モデルD) - S (モデルC)、またはS (モデルA)

第2項 : 第2の非均質効果 = S (モデルB) - S (モデルC)

第3項 : 残留非均質効果 = S (モデルC)

格子計算では、JENDL-2に基づくJFS3J2ライブラリー⁽⁴⁾の70群定数を使用し、SLAROMコード⁽⁵⁾の1次元オプション(モデルA~C)および2次元オプション(モデルD)により計算を行なった。さらに、得られた70群格子平均断面積を用いてRZ体系で原型炉の臨界計算を行ない、(4.1)式により中性子ストリーミング効果を評価した。表4.1に評価結果を示す。この結果をもとに求めた(4.2)式右辺の各項の大きさは、以下の通りになる。

第1項 : 第1の非均質効果 = -0.08 または -0.09% dk / k

第2項 : 第2の非均質効果 = -0.04% dk / k

第3項 : 残留非均質効果 = -0.05% dk / k

まず、直感的にはほとんど均質として扱えそうなモデルCにおいても、格子の非均質性が中性子ストリーミング効果に及ぼす影響は大きく、無視できないことは注目に値する。今回の検討には含まれていないが、同様の効果は制御棒保護管の内部(B4Cピン領域)と外部(制御棒案内管とナトリウム領域)でも発生すると考えられ、制御棒の格子計算モデルを作成する場合には同様の注意が必要である。

第1の非均質効果については、モデルBとCの組み合わせから求めた評価値とモデルA単独の評価値はよく一致し、燃料ピンセルの非均質効果を評価する場合には、ピンセルの2次元的な配置はあまり気にする必要がないことがわかる。

第2の非均質効果は第1の非均質効果の半分程度と小さかった。原型炉ではラッパー管の占める体積割合が比較的に大きいので、より大型の集合体を持つ実証炉や実用炉においては、第2の非均質効果の占める割合はさらに減少することが予想される。図4.3にモデ

ルB（ラッパー管非均質モデル）とモデルC（同、均質モデル）の2.61～3.35 keVの中性子束分布を比較する。このエネルギー領域にはナトリウムの共鳴吸収が存在するため、ナトリウム領域で中性子束の落ち込みが見られるはずであるが、モデルBではよくこの傾向が現われている。一方、モデルCでは特に最外層のナトリウム領域で中性子束が高めの方向にずれ、ストリーミング効果の過小評価（固有値の過大評価）につながっている。

表4.1 各セルモデルを用いて得られた中性子ストリーミング効果

Diffusion Coefficients Used	Model			
	A	B	C	D
$\frac{1}{3}\Sigma_{lr}$	1.02803	1.03117	1.03112	1.02967
Benoist	1.02711	1.03021	1.03054	1.02832
Streaming effect (% $\Delta k/kk'$)	-0.09	-0.09	-0.05	-0.13

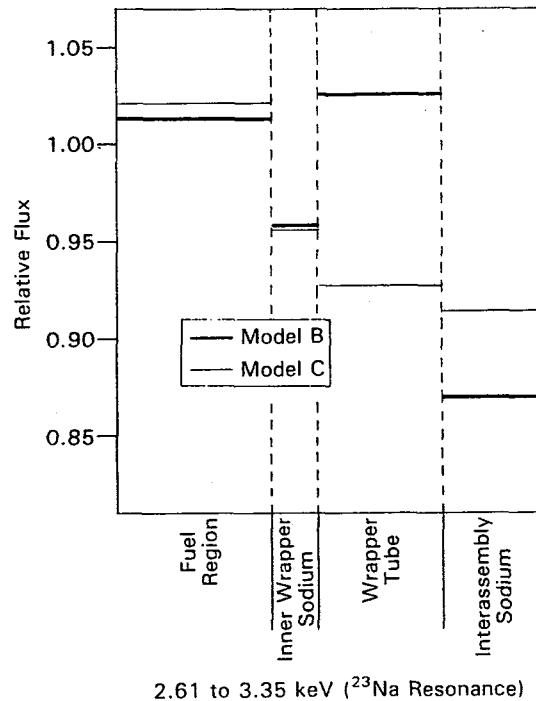


図4.3 セルモデルCとBのセル内中性子束分布の比較

以上の結果をもとに、(4.2)式で求めた最終的な中性子ストリーミング効果は、合計 $-0.17\% dk/k$ となった。中性子ストリーミング効果を考慮しない2重非均質効果の解析例はすでにいくつか報告されており、原型炉体系で $0.5\% dk/k$ である⁽⁶⁾。⁽⁷⁾。今回の解析結果から中性子ストリーミング効果を考慮すると最終的な2重非均質効果は約 $+0.3\% dk/k$ となり、高速炉の非均質性解析では中性子ストリーミング効果を正確に求めることが重要であることがわかる。

本解析で得られたピン体系における中性子ストリーミング効果評価値の妥当性を検証するために、CADENZA実験で行なわれたピンプレート非均質実験⁽⁸⁾の解析結果との比較を行なう。表4.2にCADENZA実験の16群RZ拡散計算による臨界性の解析結果を示す。プレート体系、ピン体系共に、ストリーミング効果を拡散係数に取り入れたBenoistの拡散係数を使用することにより、固有値が低めの方向に修正されることがわかる。また、ピン体系でのストリーミング効果は反応度で $-0.23\% dk/k$ となり、「もんじゅ」よりもやや大きな結果となった。表4.3に輸送補正およびメッシュ補正後のXYZ解析値のC/E値を示す。プレート体系とピン体系の非均質効果は、プレート体系を2次元モデルで詳細に扱うことによりC/E値の差が改善し、両者の解析結果の妥当性を示唆する結果である。CADENZA実験で使用された模擬ピンは「もんじゅ」よりも太径であり、ラッパー管も模擬されておらず、この結果のみから「もんじゅ」の2重非均質効果の妥当性を直接評価することはできない。しかし、1重の非均質構造を持つピンセルのストリーミング効果については、1次元セルモデルを用いて十分な精度で解析できることが実験解析によって裏付けられ、1次元セルモデルの組み合わせで2重非均質効果を評価する本手法の妥当性が間接的に示されたと言える。

表4.2 CADENZA炉心における非均質効果および中性子ストリーミングのRZ拡散評価値

Core	Cell Model	k_{eff}			$\delta(1/k)$ (%)		
		Homogeneous Calculation	Heterogeneous Calculation		Heterogeneous Effect Without Streaming	Streaming Effect	Total Heterogeneous Effect
			$D = \frac{1}{3}\Sigma tr$	Benoist D			
Plate	A	0.9910	1.0039	1.0018	1.29	-0.20	1.09
	B		1.0051	1.0039	1.41	-0.12	1.29
	C		1.0050	1.0029	1.40	-0.20	1.20
	Two-dimensional		1.0069	1.0047	1.59	-0.22	1.37
Pin	One-dimensional	1.0059	1.0042	1.0019	0.36	-0.23	0.13

表4.3 CADENZA炉心の臨界性に対するC/E値のセルモデル依存性

Core	Cell Model	k_{eff} by Three-Dimensional X-Y-Z Diffusion Calculation	Corrected k_{eff}	C/E
Plate	A	1.00339	1.00288	1.0009
	B	1.00544	1.00493	1.0029
	C	1.00448	1.00397	1.0020
	Two-dimensional	1.00623	1.00572	1.0037
Pin	One-dimensional	1.00700	1.00610	1.0057

4.2 高速臨界集合体ブランケット格子計算法の検討⁽³⁾

高速炉のブラケット領域は自ら発生する中性子数が少なく、炉心からの漏洩中性子がその中性子源の大部分を占めるのが特徴である。また、中性子の飛行方向は炉心から遠ざかる方向に偏り、中性子束分布や中性子スペクトルの変化も炉心部よりも大きい。臨界集合体においてはプレート状の模擬物質が使用されるため、格子内の中性子分布変化が格子平均実効定数に及ぼす影響は、格子内のプレートパターンによってはさらに拡大される傾向を持つ。図4.4に径方向非均質炉心ZPPR-13AにおけるPu-239核分裂反応率の解析例を示す。実験値と解析値の一致度を示すC/E値の傾向は、炉心とブランケット領域では明らかに異なり、ブランケット領域に対する解析手法にさらなる改善の余地があることがこの図から読み取れる。

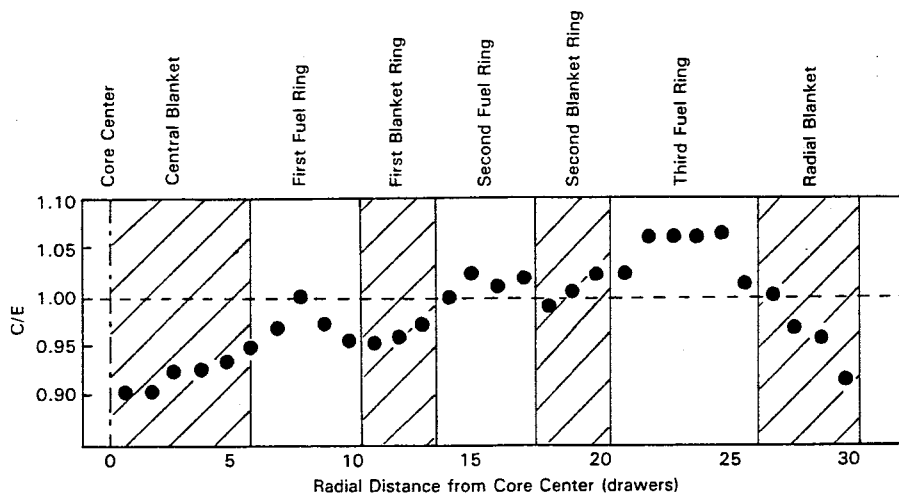


図4.4 ZPPR-13AのPu-239核分裂反応率C/E値の径方向分布

本検討での着眼点は、以下の2点である。

a) ブランケット格子の環境の忠実な模擬

ブランケット格子に流入する中性子流のスペクトルおよび流入点を忠実に模擬する。

b) 格子平均実効定数作成法の改善

平均実効定数を求めるために通常使用されている中性子束を重みとする平均化法に替えて、平均実効定数で格子内の全反応率が保存されるように繰り返し計算を行なう平均化法を適用する。

図4.5に今回検討した炉心とブランケットのセル構造、および計算モデルとして採用した1次元平板モデルを示す。この1次元モデルはZPPR-13AのX軸方向のプレートの並びを模擬したものである。まず、基準とするリファレンス計算としては、図4.5の21個の格子（炉心14、ブランケット6、反射体1）すべてのプレートの並びを扱った合計101領域からなる1次元モデルを作成し、6群の衝突確率計算によりプレートごとの中性子束、反応率を計算し、この結果をもとにブランケット領域の6つの格子各々について平均実効定数を求めた。一方、格子計算としては、各格子モデルごとに6群の格子計算を行ない、得られた平均実効定数をリファレンス結果と比較することで格子モデルの妥当性を評価した。

格子モデルとしては、ブランケット格子の環境の近似度の度合いに応じて、合計5種類のモデルを想定した。以下に各モデルの特徴と解析の狙いを述べる。

A. ゼロバックリングモデル（No Leakage）

本モデルは炉心との中性子干渉効果を見せず、ブランケットの無限格子を仮定するものである。ブランケット内で消費される中性子は、格子への外部中性子流がないためにブランケット内の核分裂中性子でまかなわれ、過度に中性子スペクトルが硬くなることと、ブランケット内の劣化UおよびU308プレートから選択的に中性子が供給されるという不自然さを持ちあわせている。

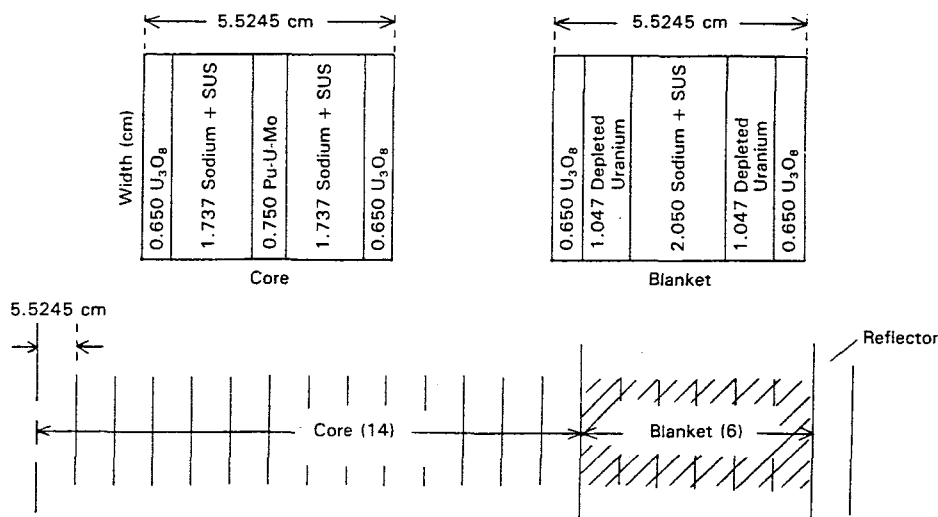


図4.5 テスト計算に使用したセル構造と炉心モデル

B. 臨界バックリングモデル (Critical Buckling)

本モデルでは、ブランケット内の中性子がブランケットの平均スペクトルで格子内に供給されるため、中性子スペクトルの硬化は起こらない。しかし、中性子の供給は格子全体に平均に行なわれるため、外部中性子流の位置依存性が考慮されない。

C. エネルギー依存バックリングモデル (Energy-Dependent Buckling)

本モデルでは、さらに中性子流の持つスペクトルを忠実に再現するため、エネルギー依存のバックリングを採用したものである。やはり、外部中性子流の位置依存性が考慮されない。

D. 外部中性子源 (平坦分布) (Energy-Dependent Source, Flat)

本モデルは、さらに外部中性子流をプレート毎に外部中性子源の形で与え、外部中性子流の位置スペクトル変化をプレート毎に取り入れたものである。これで中性子スペクトルに伴う近似は完全になくなり、外部中性子流の位置依存性のみの近似が残る。

E. 外部中性子源 (指数分布) (Energy-Dependent Source, Exponential)

格子内の中性子束分布は指数関数に近い分布を示すことから、外部中性子源の分布を指数関数によるフィッティングを経てから各プレートに配分したものである。外部中性子源のスペクトルと位置依存性を最大限に模擬したモデルである。

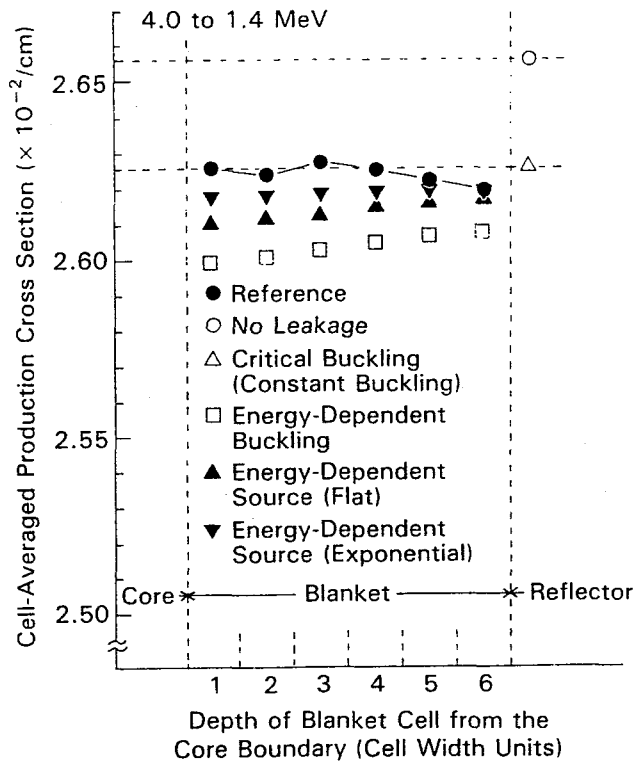


図4.6 ブランケットセルのセル内中性子束分布の比較

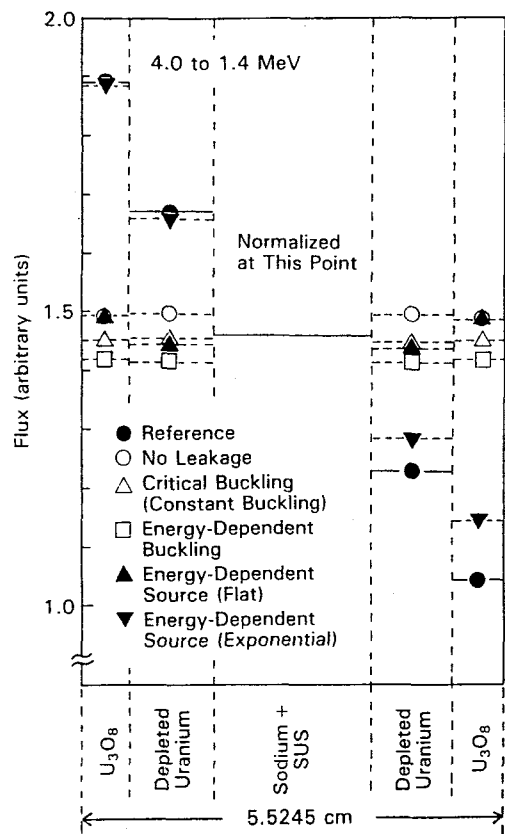


図4.7 ブランケットセルのセル平均中性子生成断面積の比較

図4.6に各格子モデルから得られた格子内中性子束分布(4.0~1.4 MeV)を比較する。外部中性子流の位置依存性を取り入れた2つのケース(黒丸と逆黒三角)については右下がりの格子内中性子束分布が再現できていることがわかる。ゼロバックリングモデルでは、劣化Uプレートから核分裂中性子が供給されることによる中性子束の盛り上がりを確認できる。臨界バックリング、エネルギー依存バックリングモデル、外部中性子源(平坦分布)の3つの格子モデルの差は小さく、格子内のスペクトルを保存するためには、炉心の場合と同様に臨界バックリング近似で十分であることがわかった。また、外部中性子源を指数分布で取り入れたモデルのみ、リファレンス計算に近い中性子束分布が得られた。

図4.7に格子計算で得られた中性子生成マクロ断面積(4.0~1.4 MeV)の比較を示す。エネルギー依存バックリングと2つの外部中性子源モデルは、リファレンス計算から求めた正確な中性子流スペクトルを6つの格子毎に入力したため、格子毎に結果が異なっている。

両者共、ブランケット層の外側に行くほど断面積が増加する傾向が見られ、リファレンス

計算の傾向とは明らかに異なっている。ちなみに、全体的にリファレンス計算と一致度が良好であったのは、臨界バックリングモデルであった。今回検討した格子モデルでは唯一、格子内中性子束分布の傾きを考慮した外部中性子源（指数分布）と、その他のモデルの差は非常に小さく、断面積の相対値で1%程度であった。よって、この結果から推測する限り、ブランクット格子内の中性子束分布の傾きを考慮しても効果は期待できないという結論が得られる。

次に格子平均実効定数作成法の改善について述べる。この手法は制御棒集合体の平均実効定数を求める方法として開発され、有意な効果が認められたものである⁽⁹⁾。以下にその原理を示す。

通常平均化法では、以下の式が用いられる。

$$\bar{\Sigma}_{i,x}^g = \frac{\int_{i^{\text{th}} \text{ cell}} d\mathbf{r}^3 \Sigma_x^g(\mathbf{r}) \Phi^g(\mathbf{r})}{\int_{i^{\text{th}} \text{ cell}} d\mathbf{r}^3 \Phi^g(\mathbf{r})} \quad (4.3)$$

この式で得られた $\bar{\Sigma}_{i,x}^g$ を用いて、格子内の平均反応率を再計算すると、

$$\bar{\Sigma}_{i,x}^g \int_{i^{\text{th}} \text{ cell}} d\mathbf{r}^3 \bar{\Phi}^g(\mathbf{r}) = \int_{i^{\text{th}} \text{ cell}} d\mathbf{r}^3 \Sigma_x^g(\mathbf{r}) \Phi^g(\mathbf{r}) / h_i^g \quad (4.4)$$

ただし、 h_i^g は均質化による中性子束変化によって生じた反応率のずれであり、以下のよう定義される量である。

$$h_i^g = \frac{\int_{i^{\text{th}} \text{ cell}} d\mathbf{r}^3 \bar{\Phi}^g(\mathbf{r})}{\int_{i^{\text{th}} \text{ cell}} d\mathbf{r}^3 \Phi^g(\mathbf{r})} \quad (4.5)$$

一方、この反応率のずれは、(4.3)式の代わりに以下の式で平均化を行なうことで解消する。

$$\bar{\Sigma}_{i,x}^{g(n)} = \frac{\int_{i^{\text{th}} \text{ cell}} d\mathbf{r}^3 \Sigma_x^g(\mathbf{r}) \Phi^g(\mathbf{r})}{\int_{i^{\text{th}} \text{ cell}} d\mathbf{r}^3 \bar{\Phi}^{g(n-1)}(\mathbf{r})} \quad (4.6)$$

ただし、 n は反復回数を示し、通常は3ないし5回程度で満足できる収束値が得られる。

(4.6)式を用いることにより、均質定数で格子内の反応率が完全に再現され、均質化に伴う誤差は皆無になる。この効果を通常方式の(4.3)式を用いた均質定数 $\bar{\Sigma}_{i,x}^g$ に対する補正係数 $1/h_i^g$ の形で表示したものを図4.8に示す。効果はブランクット深部の高速群に限定して現われ、その他の部分ではほとんど効果がない。さらにこの効果が反応率分布に及ぼす影響を見るために、前出のリファレンス計算（101領域格子計算）で得られたプレート毎の中性子束から(4.3)式および(4.6)式を用いてそれぞれ均質定数を求め、その均質定数から再現した核分裂反応率分布を比較した。なお、格子計算法の違いによる影響を見る

目的で、参考値としてゼロバックリングモデルと臨界バックリングモデルを各々(4.3)式で処理した計算も行なった。評価結果を図4.9に示す。通常方式である(4.3)式を用いた3ケースはすべて炉心部で P_{u-239} 、 $U-238$ 共に右下がりの誤差が現われ、ケース間でほぼ同様の傾向が見られた。また、 $U-238$ ではいずれのモデルも炉心ブランケット境界に特徴的な不連続点が現われた。しかし、ブランケット内の傾向は各モデルでまちまちであり、 $U-238$ ではいずれも反応率を1~2%過小評価する方向にずれが見られた。評価対象とした3つの格子モデルの内、最も格子周辺的环境を忠実に再現したものは黒い三角(図中にはスーパーセルと表示)であるが、結果的にはむしろ近似度のより大きい臨界バックリングの結果の方が全体の誤差は小さくなった。このように、格子計算の環境を正確に取り扱ったモデルでも、定数の平均化法に(4.6)式を用いない場合には最良の結果が得られないことがわかる。

実験解析で観測される P_{u-239} 反応率分布の傾向は、図4.4から判断して炉心とブランケット間のずれで約5%、内部ブランケットと径ブランケットの深部で最大10%程度である。また、炉心全体を通じて右上がりの解析誤差が観測され、ブランケット境界を除く炉心部の反応率のばらつきの大きさは約10%である。なお、この解析にあたっては炉心部、ブランケット部共に臨界バックリングモデルが使用された。これに対し、今回の格子計算法の改良で得られた解析値の改善効果は炉心部で最大0.5%、炉心部とブランケット部の傾向の違いで最大0.3%程度であり、いずれも解析誤差を低減する方向に補正されるものの、その大きさは実験解析で観測された解析誤差の1/20程度に過ぎない。よって、実験解析誤差を低減するためには、抜本的に別のアプローチが必要である。

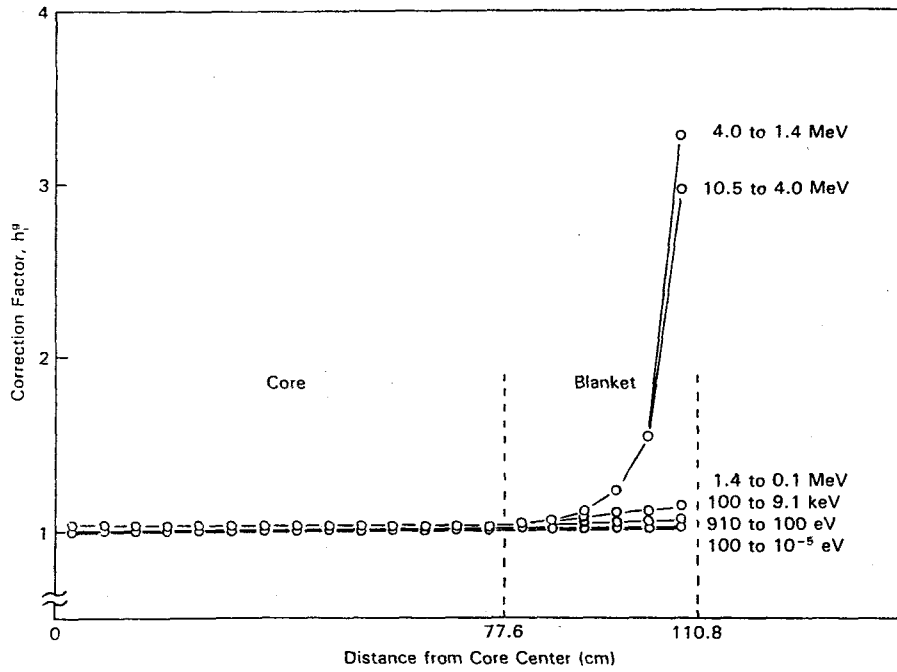


図4.8 反応率分布に対する補正係数 h_i の径方向分布

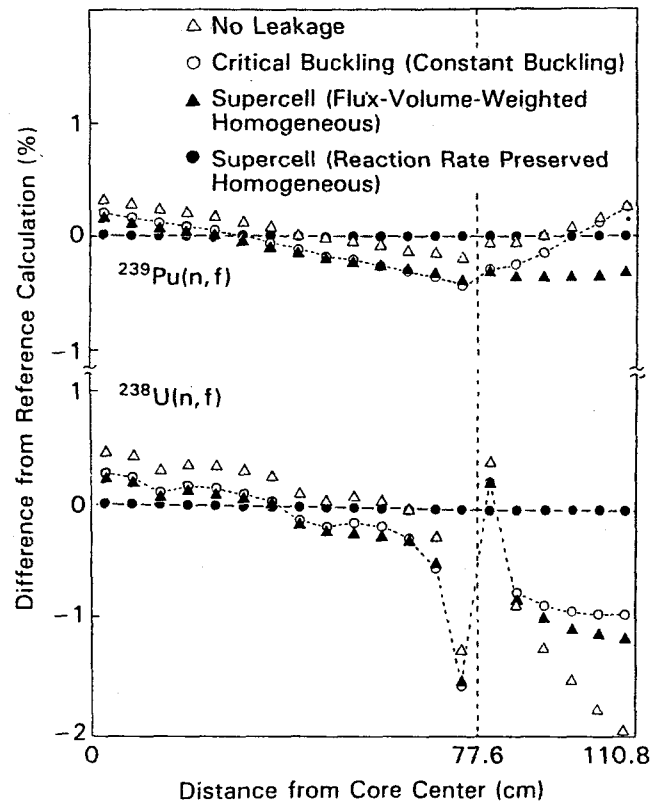


図4.9 各種セルモデルによる反応率分布のリファレンス計算値からのずれ

第4章の参考文献

- (1) Takeda, T., et al.: Nucl. Sci. Eng., 101, 179 (1989).
- (2) Takeda, T., et al.: ibid., 98, 128 (1988).
- (3) Shirakata, K., et al.: ibid., 98, 118 (1988).
- (4) Kikuchi, Y., et al.: J. Nucl. Sci. Technol., 22[8], 593 (1985).
- (5) Nakagawa, M., et al.: JAERI-M-5916 (1979).
- (6) Kamei, T., et al.: J. Nucl. Sci. Technol., 18, 74 (1981).
- (7) Nakagawa, M., et al.: Nucl. Sci. Eng., 83, 214 (1983).
- (8) Benoist, P. et al.: Proc. Int. Topl. Mtg. Reactor Physics, Mathematics and Computation, Paris (1987).
- (9) Takeda, T., et al.: Ann. Nucl. Energy, 9, 509 (1982).

第5章 結論

大型高速炉を対象として、実用的な計算時間で、実用に供せられるだけの精度で3次元中性子輸送計算の反復計算法を開発した。また、集合体内のミクロな輸送効果評価法の検討を行なった。以下、本研究で得られた主な成果を示す。

- (1) S_n法に対する加速法として、1次元および2次元体系で有効性が証明されている拡散合成法を3次元XYZ体系に適用した。拡散合成方程式の差分化にあたっては、常に安定解が得られるように配慮した3次元差分式を導出した。
- (2) 拡散合成法の解を安定にかつ効率よく求めるための計算アルゴリズムとして、正負項分離と最適SOR加速法を適用した。この結果、解法の安定性と計算時間の短縮の両面で大幅な改善効果が得られ、3次元体系においても拡散合成法が常時、安定に使用することが可能になった。
- (3) 本計算法を適用した結果、S₄計算の計算所要時間は拡散計算の約4倍となり、従来よりも1桁程度低い計算時間を達成した。現行のエンジニアリング・ワークステーションの性能から考えて、3次元輸送計算を実用化するという本研究の目的は十分に達成された。
- (4) 本計算法に基づく数値解の妥当性を検討するため、3次元輸送ベンチマークによる検証計算を実施した。この結果、XYZ体系を対象とするすべての問題で基準解析値であるモンテカルロ法の結果と統計誤差以内で一致した。本計算法を用いることにより、計算時間の短縮にも関わらず、収束解の解析精度は変わらないことが確認できた。
- (5) 本計算法を臨界集合体や実機炉心解析に適用した結果、ZPPR-17炉心の臨界性解析、原型炉「もんじゅ」の最小臨界量の予測、JUPITER-I炉心ボイド反応度解析で、各々C/E値の整合性の改善が見られた。

- (6) 集合体内のマイクロな輸送効果の評価法として、実機体系の2重非均質性を考慮したストリーミング効果の評価法と、高速臨界集合体のブランケット格子計算法の検討を行なった。前者の検討では、原型炉「もんじゅ」体系の臨界性に対するストリーミング効果が $-0.17\% dk/k$ と大きく、高速炉実機の解析においては、2重非均質性を取り入れたモデルを用いて中性子ストリーミング効果を正確に求める必要があることが明らかになった。

付録 ベンチマーク問題の解析結果による各種手法の精度比較

3次元輸送計算ベンチマーク問題の解析結果の概略を第1章文献(29)より抜粋し、第1章で述べた輸送計算の各種手法について、各々の精度の比較を試みる。ただし、variational transport method については、ベンチマーク問題が提示された当時は該当する計算コードがまだ開発されておらず、解析結果が含まれていない。また、ベンチマーク問題においては固有値および制御棒反応度の他に、領域平均の中性子束や中性子スペクトルが比較されているが、これらすべてを比較すると煩雑に過ぎるため、ここでは固有値および制御棒反応度のみの比較を行う。

ベンチマーク問題のリファレンス解析値としては、最も解析モデルの近似が少ないモンテカルロ法が採用されたが、一部の解析結果に、摂動モンテカルロ法を用いた結果やヒストリー数が著しく少なく信頼性に欠ける結果が含まれていたため、全体の傾向から大きく逸脱するものが数点見られた。会議での討論の結果、これらの例外的な解析値を排除し、Exact Monte-Carlo として表示するとともに、これをリファレンス解析にすることに決定した。ここではこの Exact Monte-Carlo の結果のみを扱い、単にモンテカルロと呼ぶことにする。

以下に、ベンチマーク問題ごとに解析結果の傾向を分析する。

(1)問題1 (小型軽水炉体系)

表A.1に固有値および制御棒値解析値の比較を示す。モンテカルロ法の標準偏差は固有値で $0.0005 \Delta k$ 、制御棒値で4%となった。

S n法の結果は参加者間でのばらつきが小さく、お互いに整合性の取れた結果になっているが、角度メッシュおよび空間メッシュ効果が比較的に大きい。すなわち、S 4計算とS 8計算の差は制御棒引抜体系で $0.0006 \Delta k$ 、制御棒挿入体系で $0.0002 \Delta k$ となった。通常、制御棒挿入体系でメッシュ効果が大きくなる傾向があり、この結果はそれと相反する方向であるが、この制御棒引抜体系には制御棒位置にボイド領域が含まれており、中性子の漏洩が複雑になった影響が加味された結果と推測できる。表2.1のS 8計算値はモンテカルロの結果と 2σ 以下で一致し、S n法の精度は良好であった。

一方、P n法では参加者間のばらつきがS n法の約3~4倍の大きさになった。メッシュ間隔を1cmと0.5cm(x, y, z方向共に)として結果を比較し、空間メッ

シュ補正を行った結果、P7計算でのケース1およびケース2の固有値は、それぞれ0.9772 および 0.9638 となった。空間メッシュ効果はケース1とケース2でそれぞれ0.0044 Δk および 0.0024 Δk となり、Sn法の8~10倍となった。これらの空間メッシュ効果を補正した後も、モンテカルロ法やSn法の解析値との差は依然大きく、特に制御棒挿入体系でその差が顕著である。

(2)問題2 (小型高速炉体系)

表A.2に解析値の比較を示す。モンテカルロ法の標準偏差は問題1よりも小さく、約半分程度になった。これは、軽水炉体系である問題1と比較して、熱群中性子に対するインポートランスが小さく、ヒストリー数の大部分を占める減速過程で熱群まで中性子を追跡する必要がないためである。

Sn法では、本体系が小体系である利点を生かして、5cm幅と2.5cm幅の計算が行われた。得られた空間メッシュ効果の大きさはケース1とケース2でそれぞれ

0.0001 Δk および 0.0002 Δk となり、問題1の場合よりも小さくなった。また、S4計算とS8計算の差も0.0001 Δk と小さかった。これは、本体系が高速炉体系であり、中性子束の角度分布の非等方性が小さいことが原因と考えられる。空間メッシュおよび角度メッシュ効果を補正した後の固有値は、モンテカルロ法と0.0003 Δk の差で一致した。

Pn法の空間メッシュ補正後の解析値は、P7計算ベースでモンテカルロ法と0.006 Δk もの違が見られた。これはSn法の場合の20倍の誤差に相当する。

アルゴン国立研究所の輸送ノード法コードDIF-3D（初期の手法で、計算時間は早い輸送効果を厳密に得られないもの）の結果は、モンテカルロ法と0.002 Δk のずれが見られた。これは、Sn計算で見られたメッシュ補正の値の約10倍のずれに相当し、計算時のメッシュの取り方等の解析条件の違いだけでは説明がつかず、手法そのもの問題点による誤差が現われていると解釈できる。

(3)問題3 (大型高速炉体系)

表A.3に結果を示す。モンテカルロ法の標準偏差は体系が大きくなったにも関わらず、問題2とほぼ同じ大きさになった。

Sn法の角度メッシュ効果はケース1~3について同じ大きさになった。すなわち、

S 4 計算と S 8 計算の差はいずれも $0.0006\Delta k$ となった。この傾向は、少ない S n 次数でも制御棒反応度が正確に計算できることを示しており、炉心設計上、非常に望ましいものである。S 8 計算の結果は、ケース 2 と 3 でモンテカルロ法と $0.0001\Delta k$ の差で一致した。ケース 1 については参加者間のばらつきがやや大きく、平均では S 8 計算よりも S 4 計算の方がよりモンテカルロ法に近い結果を示した。

P n 法は、問題 2 の場合と同様に、P 7 計算でもモンテカルロ法との結果の違いは大きかった。特に制御棒の挿入状況によりメッシュ効果が異なり、制御棒反応度に換算すると 10% もの誤差に相当する。逆に、空間メッシュを考慮した P 3 計算値の差は約 3% に留まり、P n 法では角度メッシュよりも空間メッシュの補正が重要であることがわかる。

アルゴンヌ国立研究所の輸送ノード法は、問題 2 と同様に固有値を過小評価する傾向が見られるが、制御棒値では S 8 計算とよく一致した。これは、制御棒の挿入状況に関わらず固有値に一定のバイアス（誤差）がかかっていることを示唆するものである。

(4)問題 4（六角形状を持つ小型高速炉体系）

表 A. 4 に結果を示す。モンテカルロ法の標準偏差は比較的小さく、問題 2 および 3 とほぼ同じ大きさになった。

S n 法は固有値、制御棒反応度共に、モンテカルロ法の解析値から大きくはずれ、最大で $0.013\Delta k$ の差が出た（ケース 3）。特に制御棒挿入体系では参加者間のばらつきが $0.011\Delta k$ にも達し、参加者の一部が使用した手法が制御棒体系で正しい解析値を与えていない可能性が高い。このような傾向は問題 1～3 の X Y Z 体系では全く見られなかった傾向であり、明らかに問題 4 の体系に固有な要因が現われている。その内でも有力な要因としては、六角体系で空間メッシュ効果の補正が難しいことが挙げられる。六角体系は、高速炉の炉心燃料集合体の物理的な大きさ（正確には集合体ピッチ）によって決まるため、計算精度を考慮したメッシュ幅をあらかじめ選択することができない。このように十分にメッシュ幅を小さくできない場合に、通常差分式をそのまま使用すると、中性子束計算値が一時的に負になる現象がしばしば観測されるが、このような現象を経て得られた解は正しい解に収束しない可能性がある。さらに、六角系体系では相似形の粗メッシュをとることができず、メッシュ補正の計算には三角メッシュが扱える別のコードが必要であるため、コードの個性を完全に排除した補正值が得られない。ち

なみに、S n法で三角体系（tri-Z 体系）を解くコードは存在するが、これを使用した参加者はいなかった。この問題点は、程度の差こそあれモンテカルロ以外のすべての手法にも同様にあてはまる。この結果から得られる結論として、通常の差分式を用いたS n法では六角体系の適用にはかなり無理があると断言してもよからう。

P n法はS n法とは逆に、P 7計算で問題1～3のXYZ体系よりもモンテカルロ法に近い結果が得られた。ただし、メッシュ補正として三角メッシュ計算（tri-Z 体系）を使用しているため、S n法で見ると空間メッシュ効果は免れたと解釈すべきであろう。メッシュ効果を補正しない、六角体系での計算結果も報告されているが、ケース1～3でそれぞれ0.002、0.008、0.016 Δk 高くなる方向にずれ、S n法のずれを上回る空間メッシュ効果が見られた。この結果から判断する限り、P n法にもS n法と同様にメッシュ効果の問題が存在することがわかる。

六角体系用の輸送ノードコードであるHEXNODを用いた解析値は、制御棒挿入体系を含めて、すべてモンテカルロ法と0.007 Δk 以内で一致した。輸送ノード法では、六角形の単位ノード内の中性子束分布を多次元関数で近似するため、メッシュの切り方が制約されている条件で空間メッシュ誤差を小さく抑えることが可能であるという特長を持つ。この輸送ノード法で良好な解析結果が得られたことは、他の手法で見られた解析値のずれの原因が空間メッシュ効果にあることを裏付ける証拠である。制御棒の挿入状態に関わらず、計算精度が良好であることは炉心設計上、望ましいことはすでに述べたが、六角体系では輸送ノード法の適用が有利であり、高速炉炉心設計の炉心管理コードとして最もふさわしいと言える。

Table A.1 Average k_{eff} and control rod worth of Model 1

method	case 1	case 2	CR-worth
Exact Monte-Carlo	0.9780	0.9624	1.66E-02
	± 0.0006	± 0.0006	$\pm 0.09E-02$
Monte-Carlo	0.9778	0.9624	1.64E-02
	± 0.0005	± 0.0005	$\pm 0.07E-02$
Pn	0.9766	0.9630	1.45E-02
	± 0.0006	± 0.0008	$\pm 0.22E-02$
S4	0.9766	0.9622	1.54E-02
	± 0.0002	± 0.0002	$\pm 0.01E-02$
S8	0.9772	0.9623	1.58E-02
	± 0.0001	± 0.0001	$\pm 0.00E-02$
CCRR	0.9759	0.9622	1.46E-02
DOT3.5	0.9836	0.9628	2.23E-02

Table A.2 Average k_{eff} and control rod worth of Model 2

method	case 1	case 2	CR-worth
Exact Monte-Carlo	0.9732	0.9594	1.47E-02
	± 0.0002	± 0.0002	$\pm 0.03E-02$
Monte-Carlo	0.9731	0.9589	1.48E-02
	± 0.0002	± 0.0002	$\pm 0.03E-02$
Pn	0.9794	0.9647	1.56E-02
S4	0.9735	0.9594	1.51E-02
	± 0.0001	± 0.0001	$\pm 0.01E-02$
S8	0.9734	0.9593	1.52E-02
	± 0.0002	± 0.0002	$\pm 0.01E-02$
DIF3D(NTT)	0.9714	0.9572	1.54E-02
CCRR	0.9742	0.9596	1.56E-02

Table A.3 Average k_{eff} and control rod worth of Model 3

method	case 1	case 2	case 3	CR-worth	CRP-worth
Exact Monte-Carlo					
	0.9709	1.0005	1.0214	3.05E-02	2.03E-02
	± 0.0002	± 0.0002	± 0.0002	$\pm 0.03E-02$	$\pm 0.00E-02$
Monte-Carlo	0.9708	1.0005	1.0214	3.06E-02	2.03E-02
	± 0.0002	± 0.0002	± 0.0002	$\pm 0.03E-02$	$\pm 0.00E-02$
Pn	0.9772	1.0040	1.0247	2.74E-02	2.01E-02
S4	0.9710	1.0012	1.0218	3.11E-02	2.02E-02
	± 0.0005	± 0.0003	± 0.0003	$\pm 0.04E-02$	$\pm 0.02E-02$
S8	0.9704	1.0006	1.0213	3.11E-02	2.03E-02
	± 0.0004	± 0.0004	± 0.0005	$\pm 0.03E-02$	$\pm 0.02E-02$
DIF3D(NTT)	0.9695	0.9996	1.0209	3.10E-02	2.10E-02
CCRR	0.9673	0.9968		3.06E-02	

Table A.4 Average k_{eff} and control rod worth of Model 4

method	case 1	case 2	case 3	CR-worth
Exact Monte-Carlo				
	1.0951	0.9833	0.8799	2.23E-01
	± 0.0004	± 0.0004	± 0.0003	$\pm 0.01E-01$
Monte-Carlo	1.0951	0.9833	0.8799	2.23E-01
	± 0.0004	± 0.0004	± 0.0003	0.01E-01
Pn	1.0942	0.9834	0.8819	2.20E-01
	± 0.0015	± 0.0055	± 0.0100	$\pm 0.12E-01$
S8	1.0887	0.9875	0.8927	2.02E-01
	± 0.0043	± 0.0061	± 0.0110	$\pm 0.10E-01$
HEXNOD(NT)	1.0889	0.9783	0.8748	2.25E-01
CMEZ	1.094	0.980	0.881	2.21E-01
	± 0.002	± 0.004	± 0.002	$\pm 0.30E-01$

謝 辞

本論文をまとめるにあたっては、大阪大学工学部原子力工学科 竹田敏一教授には本研究の取り組みとまとめ方について御指導を賜りました。また、同学科の高橋亮人教授と宮崎慶次教授には、御多忙にも関わらず、本論文の取りまとめの段階で懇切丁寧な御指導をいただきました。この他、同学科の皆様には多くの貴重な御助言をいただき、論文の内容の充実を図ることができました。各位に慎んで厚く御礼申し上げます。

本研究を共に進めてきた研究室の後輩でもある、(株)日立製作所の坂東勝氏、(株)東芝の斉藤善朗氏、三菱重工(株)の佐々木良明氏、京都大学原子炉試験所の宇根崎博信氏の各位には、具体的なコーディング作業や解析作業で大変にお世話になりました。また、動力炉・核燃料開発事業団の石川真室長代理、鈴木隆之氏の両氏には、本研究に関連してTRITACコードのJUPITER実験解析や「もんじゅ」の使用経験に関する情報提供を快く引き受けていただきました。ここに深謝いたします。

本研究をこれまで支持していただきました、動力炉・核燃料開発事業団の白方敬章主任研究員、金城勝哉室長、池上哲男室長、向坊隆一室長、また研究の取り組み姿勢について絶えず叱咤激励をいただきました高橋克郎部長の各位に深く感謝いたします。

最後に、自ら日常生活の環境を整えて本論文の執筆を助け、応援してくれた妻の多加子にひとこと感謝したいと思います。

本学位論文に関連する著者の論文リスト

(I) 主要論文

- (1) T. Yamamoto : 'Optimization Study on the Diffusion Synthetic Acceleration Algorithm in Three-Dimensional Discrete Ordinate Transport', J. Nucl. Sci. Technol., 32[8], 804 (1995).
- (2) T. Yamamoto, T. Takeda, Y. Sasaki and Y. Saito : 'Three-Dimensional Transport Correction in Fast Reactor Core Analysis', *ibid.*, 23[10], 849 (1986).
- (3) M. Bando, T. Yamamoto, Y. Saito and T. Takeda : 'Three-Dimensional Transport Calculation Method for Eigenvalue Problems Using Diffusion Synthetic Acceleration', *ibid.*, 22[10], 841 (1985).
- (4) T. Takeda, H. Unesaki, T. Yamamoto, K. Kinjo, T. Sanda : 'Evaluation of Neutron Streaming in Fast Breeder Reactor Fuel Subassembly by Double Heterogeneous Modeling', Nucl. Sci. Eng., 101, 179 (1989).
- (5) T. Takeda, H. Unesaki, T. Yamamoto, K. Shirakata : 'Two-Dimensional Cell Heterogeneity Effect in Analysis of Fast Critical Assemblies', *ibid.*, 98, 128 (1988).
- (6) K. Shirakata, T. Yamamoto, T. Takeda and H. Unesaki : 'An improved Cell Calculation Method for Liquid-Metal Fast Breeder Reactor Blanket Analysis', *ibid.*, 98, 118 (1988).

(I I) その他の関連論文および発表

- (1) T. Yamamoto and T. Takeda : 'Present Status of TRITAC Code Development and its Application to Fast Reactor Calculations', Proc. Int. Conf. Math. and Com., Reactor Physics and Environmental Analyses, April 30-May 4, Portland (1995).
- (2) T. Takeda, S. Aoki, T. Yamamoto and Y. Tanaka : 'Improvement of Three-Dimensional Transport Code and its Application to Core Analysis of Large LMFBRs', Proc. Int. Conf. on the Physics of Reactors: Operation, Design and Computation (PHYSOR90), April 23-27, Marseille (1990).
- (3) K. Shirakata, T. Yamamoto, A. Yoshimura and T. Takeda : 'Implications of JUPITER Experiment Analysis in Nuclear Data', Proc. Int. Conf. Nuclear Data for Science and Technology, p.53, May 50-June 3 (1988).
- (4) K. Shirakata, T. Yamamoto, T. Sanda, F. Nakashima, M. Kawashima, T. Hayase, M. Shirakawa and M. Saito : 'Analysis of Axial Heterogeneous LMR Core Critical Experiments', Proc. Int. Reactor Physics Conf., p. II-297, Sep. 18-22 (1988).
- (5) T. Takeda, K. Tsujimoto, H. Unesaki, T. Yamamoto and K. Shirakata : 'Two-Dimensional Cell Heterogeneity Effect in Analysis of Fast Critical Assemblies', Proc. Top. Mtg. on Reactor Physics, p.832, Sep. 17-19, Saratoga Springs (1986).
- (6) 山本 敏久、坂東 勝、竹田 敏一 : 「S n法による3次元輸送炉心計算コードTRITACの開発」、JAERI M 85-017、原子力におけるソフトウェア開発研究会報告書、p.103 (1985).

- (7) 山本 敏久：「3次元輸送計算コードTRITACの開発」、動燃技報、No. 61、p. 73 (1987).
- (8) 石川 真、山本 敏久、竹田 敏一：「高速炉炉心核特性解析システムの高度化」、日本原子力学会誌、p. 1031、Vol. 36、No. 11(1994).
- (9) 白方 敬章、山本 敏久：「高速炉の制御棒反応度評価法の改良」、動燃技報、No. 67、p. 76 (1988).
- (10) 白方 敬章、山本 敏久、中島 文明、他：「JUPITER-III実験解析」、PNC N2410 89-003 (1989).
- (11) 中島 文明、山本 敏久、白方 敬章：「もんじゅ制御棒価値計算精度評価」、PNC N2410 91-002 (1991).
- (12) 山本、斉藤、竹田：「3次元輸送計算コードの開発」、日本原子力学会、昭和59年年会、D 6 1、近畿大学 (1984).
- (13) 山本、坂東、竹田：「3次元輸送計算コードTRITACの評価」、日本原子力学会、昭和59年秋の分科会、B 5 8、原研・東海研究所 (1984).
- (14) 坂東、竹田、山本：「3次元輸送計算コードTRITACの評価(II)」、日本原子力学会、昭和60年年会、B 3、武蔵工業大学 (1985).
- (15) 山本、貝瀬、横山：「JUPITER-II実験解析(その2)、(III)制御棒干渉効果の解析」、日本原子力学会、昭和60年年会、B 3 6、武蔵工業大学 (1985).
- (16) 佐々木、竹田、山本：「JUPITER-II実験解析(その3)、(III)核特性に対する3次元輸送効果」、日本原子力学会、昭和60年秋の分科会、B 4 2、東北大学 (1985).
- (17) 白方、山本、竹田：「高速炉ブランケットセル計算法の改良」、日本原子力学会、昭和61年年会、B 4 8、京都大学 (1986).

- (18) 山本、佐々木、角田：「制御棒反応度計算モデルの検討」、日本原子力学会、昭和61年年会、B49、京都大学（1986）。
- (19) 山本、白方、竹田：「高速炉セル均質化法」、日本原子力学会、昭和61年秋の分科会、B47、九州大学（1986）。
- (20) 三田、山本、早瀬、斉藤：「JUPITER-III実験解析（その2）、(1)臨界性と制御棒価値」、日本原子力学会、昭和63年年会、F42、東京工業大学（1988）。
- (21) 山本、川島、早瀬、白川、斉藤：「JUPITER-III実験解析・軸非均質炉心の空間分布特性解析」、日本原子力学会、昭和63年秋の分科会、C36、神戸商船大学（1988）。
- (22) 山本、金城、佐藤：「3次元輸送計算コードTRITACの解析精度評価」、日本原子力学会、1991年年会、A20、近畿大学（1991）。