



Title	Asymptotic behavior toward a multiwave pattern for the scalar viscous conservation law
Author(s)	吉田, 夏海
Citation	大阪大学, 2013, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/60004">https://hdl.handle.net/11094/60004</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名	吉田夏海
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第25873号
学位授与年月日	平成25年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 情報科学研究科情報基礎数学専攻
学位論文名	Asymptotic behavior toward a multiwave pattern for the scalar viscous conservation law (単独粘性保存則の解のある多重波パターンへの漸近挙動)
論文審査委員	(主査) 教授 松村 昭孝 (副査) 教授 伊達 悦朗 教授 小田中 伸二

## 論文内容の要旨

本論文においては、単独粘性保存則の初期値問題に対する時間大域解の漸近挙動の考察を行った。この漸近挙動については、対応する非粘性保存則に対するRiemann問題の解が単一の波で構成される場合には、これまで多くの結果が知られている。しかしながら、Riemann問題の解が複数の波の組み合わせとなる場合、すなわち、粘性保存則の解が多重波パターンに漸近することが予想される場合についての結果は皆無であった。本論文ではRiemann問題の解が多重波パターンを持つ典型例として、移流項の関数(流束関数)が一部区間で線形でありその他では一様な凸性を持つ場合を考察した。この場合、適当な遠方条件の下には、Riemann解は希薄波と接触不連続波との組み合わせで与えられる。

第一章においては粘性項が線形の場合の考察を行った。即ち、前述のRiemann解に対応して、粘性保存則の解は希薄波と粘性接触波(線形熱方程式のある自己相似解で構成される)の組み合わせの波に時間と共に漸近することを証明した。また、この合成波への漸近性の結果は初期値境界値問題に対しても得られることを示した。証明は時間局所解の存在と $L^2$ -エネルギー法による先験的評価を組み合わせた標準的な手法によるが、一番重要な点は希薄波と粘性接触波との相互作用を表す項の精密かつ詳細な評価にある。このために、空間方向の領域を、希薄波が優勢な部分と粘性接触波が優勢な部分に時間に依存した形で詳細に評価する所がこれまでに無い独自の部分である。更に、以上に続く研究としてHashimoto-Kawashima-Ueda(2009)による、時間に関する重み付きエネルギー法を援用することによりその漸近挙動に対する詳細な減衰率評価も得た。

第二章においては、粘性項が非線形に退化した場合( $p$ -Laplacian型粘性項)の考察を行った。この非線形粘性の場合の解の漸近挙動については、流束関数が一様に凸な場合に単一の希薄波への漸近性のみがこれまで知られている(Matsumura-Nishihara (1994))。ここでも、第一章と同様に、流束関数が部分的に線形退化した場合を考察し、粘性保存則の解は希薄波と粘性接触波(この場合、多孔質媒質の方程式に対するある特殊解を用いて構成)の組み合わせの波に時間と共に漸近することを証明した。証明においては、線形粘性の場合に比してさらに精密な非線形波同士の相互作用を考慮する必要があり、取り分け高階のエネルギー評価が従来のエネルギー評価法では極めて困難であっ

た。この最大の困難を非線形波の特性を巧みに利用することにより克服した。更に、その漸近挙動に対する減衰率評価も得た。

#### 論文審査の結果の要旨

本論文は、一次元単独粘性保存則の初期値問題に対する時間大域解の漸近挙動について考察したものである。この漸近挙動に関しては、対応する非粘性保存則に対するリーマン問題の解が単一の波で構成される場合に、これまで多くの結果が知られている。しかしながら、リーマン問題の解が複数の波の組み合わせとなる場合についての結果は皆無であった。本論文ではリーマン問題の解が希薄波と接触不連続波との組み合わせとなる例として、移流項の関数が一部区間で線形でありその他では一様な凸性を持つ場合を考察している。また粘性項についても、線形の場合と非線形に退化した場合の両方について考察を行っている。まず、粘性項が線形の場合、粘性保存則の解は希薄波と粘性接触波（線形熱方程式のある自己相似解で構成される）の組み合わせの波に時間と共に漸近することを証明している。証明においては、エネルギー法による先験的評価が本質的役割を果たすが、この際に空間方向の領域を、希薄波が優勢な部分と粘性接触波が優勢な部分に時間に依存した形で分割して詳細に評価するというこれまでに無い斬新な手法が取られている。本論文ではさらに粘性項が非線形に退化した場合も考察し、粘性保存則の解は希薄波と粘性接触波（この場合、多孔質媒質の方程式に対するある特殊解を用いて構成）の組み合わせの波に時間と共に漸近することを証明している。証明においては、線形粘性の場合に比してさらに精密な非線形波同士の相互作用を考慮する必要があるが、この最大の困難を非線形波の特性を巧みに利用する手法を発見し克服している。この非線形粘性の場合は、リーマン問題の解が単一の波で構成される場合でさえも、単一の希薄波の場合しかこれまで結果が知られておらず、極めて斬新な結果と思われる。

このように本論文の内容は単独粘性保存則の数学理論の展開に大きく貢献するものである。よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値のあるものと認める。