Title	Universal covering Calabi-Yau manifolds of the Hilbert schemes of n points of Enriques surfaces
Author(s)	林, 太郎
Citation	大阪大学, 2017, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/61490
rights	
Note	

様式３

論　文　内　容　の　要　旨

氏　名　（　　林　太郎　　）	
論文題名	Universal covering Calabi-Yau manifolds of the Hilbert schemes of n points of Enriques surfaces （エンリケス曲面上のn個の点のヒルベルトスキーム とその普遍被覆空間として得るカラビ・ヤウ多様体の研究）

論文内容の要旨

エンリケス曲面上のｎ個の点のヒルベルトスキームはエンリケス多様体と呼ばれるエンリケス曲面を高次元化した多様体である[1]。またエンリケス曲面上のｎ個の点のヒルベルトスキームの普遍被覆空間はカラビ・ヤウ多様体である[2]。本論文はエンリケス曲面上のｎ個の点のヒルベルトスキームとその普遍被覆空間として得るカラビ・ヤウ多様体対する著者の研究成果をまとめたものである。

第一章は、曲面上のｎ個の点のヒルベルトスキームの基本的性質をまとめたものである。特にエンリケス曲面上のｎ個の点のヒルベルトスキームと普遍被覆空間についてまとめてある。またエンリケス曲面上の２個の点のヒルベルトスキームの普遍被覆空間とホッジ数を全て計算する事ができた。これは付録Aに計算を書いてある。

第二章ではエンリケス曲面上のｎ個の点のヒルベルトスキームの普遍被覆空間の変形はすべてエンリケス曲面のｎ点のヒルベルトスキームから誘導される事を証明した。エンリケス曲面上のｎ個の点のヒルベルトスキームの変形はエンリケス曲面の変形から自然に誘導される[3]。これと合わせるとエンリケス曲面上のｎ個の点のヒルベルトスキームの普遍被覆空間の変形はすべてエンリケス曲面の変形から誘導されるものである事がわかる。また曲面の１点のヒルベルトスキームは元の曲面であり、エンリケス曲面の複素構造の変形の次元はK3曲面の複素構造の変形の次元よりも真に小さい。従って普遍被覆空間との複素構造の関係性はnが２以上の時とｎが１の時とは大きく異なる。さらにこの過程でS. Boissièreの予想[4, Conjecture 1]に対する反例を得た。このことは付録Bで証明した。

曲面の自己同型射は自然に自身のｎ点のヒルベルトスキームの自己同型射を誘導する。曲面のｎ点のヒルベルトスキームの自己同型射は研究されており特にヒルベルトーチャウ射により射影曲面のｎ点のヒルベルトスキームは射影曲面の対象積の特異点解消になっており、K3曲面のｎ点のヒルベルトスキームの自己同型射がK3曲面から自然に誘導されたものである為の必要十分条件がその射がヒルベルトーチャウ射の例外因子を動かさないである事が知られている[5]。第三章ではエンリケス曲面上のｎ個の点のヒルベルトスキームの自己同型射が、エンリケス曲面から自然に誘導されたものである為の必要十分条件がその射がヒルベルトーチャウ射の例外因子を動かさないである事を証明した。

第四章では、第三章のエンリケス曲面上のｎ個の点のヒルベルトスキームの普遍被覆空間の変形の次元と第四章の結果を用いて３以上のｎに対してエンリケス曲面上のｎ個の点のヒルベルトスキームはその普遍被覆空間から一意に定まる事を証明した。ｎが１の時は元のエンリケス曲面である。大橋氏の結果[6]により互いに同型ではないエンリケス曲面が同じ普遍被覆空間を持つので、私の結果はｎが１の場合と異なる結果である。

参考文献

[1] S. Boissière, MA. Nieper-Wißkirchen, A., Sarti: Higher dimensional Enriques varieties and automorphisms of generalized Kummer varieties. J. Math. Pures Appl. (9) 95 (2011), no. 5, 553- 563.

[2] K. Oguiso, S, Schröer: Enriques Manifolds. J. Reine Angew. Math. 661 (2011), 215-235.

[3] B. Fantechi: Deformation of Hilbert schemes of points on a surface. Compositio Math. 98 (1995), 205-217.

[4] S. Boissière: Automorphismes naturels de l'espace de Douady de points sur une surface. Canad. J. Math. 64 (2012), no. 1, 3-23.

[5] S. Boissière A. Sarti: A note on automorphisms and birational transformations of holomorphic symplectic manifolds. Proc. Amer. Math. Soc. 140 (2012), no. 12, 4053-4062

[6] H. Ohashi: On the number of Enriques quotients of a K3 surface. Publ. Res. Inst. Math. Sci. 43 (2007), no. 1, 181-200. 14J28.

論文審査の結果の要旨及び担当者

氏　名　（　林　太郎　）		
論文審査担当者	（職）	氏　名
主 査	教授	髙橋 篤史
副 査	教授	今野 一宏
副 査	教授	藤野 修
副 査	准教授	大川 新之介
副 査	教授	小木曽 啓示（東京大学大学院数理科学研究科）

論文審査の結果の要旨

代数曲面の一つのクラスにエンリケス曲面と呼ばれる曲面がある。エンリケス曲面はその普遍被覆がＫ３曲面であるような滑らかな曲面として定義される。エンリケス曲面の高次元類似の一つに、エンリケス曲面上のｎ点のヒルベルトスキームがある。実際、この空間の普遍被覆は 2n 次元のカラビ・ヤウ多様体となることが，小木曽-Schröer によって示されており，超ケーラー多様体にも近い興味深いカラビ・ヤウ多様体であると思われている。

林太郎氏は本論文において、エンリケス曲面上のｎ点のヒルベルトスキームとその普遍被覆カラビ・ヤウ多様体について考察し、「１．ｎが２以上のとき，このカラビ・ヤウ多様体がエンリケス曲面上のｎ点のヒルベルトスキームの不変被覆であるという性質は普遍小変形で保たれる。２．ｎが３以上のとき，このカラビ・ヤウ多様体を非自明な不変被覆として持つ多様体はエンリケス曲面上の n 点のヒルベルトスキームのみである。３．ｎが３以上のとき，このカラビ・ヤウ多様体の自己同型群は，エンリケス曲面上の n 点のヒルベルトスキームの自己同型群を位数 2 の群により中心拡大したものである。」という興味深い新結果を得た。

これらの結果はいずれも n=1 の場合、すなわちエンリケス曲面とその普遍被覆であるＫ３曲面のもつ性質と著しい対比をなす。エンリケス曲面の小変形は 10 次元である一方で、Ｋ３曲面の普遍小変形は 20 次元であり、さらに必ずしも射影多様体の範疇にとどまらないなど、その小変形はエンリケス曲面の普遍被覆であるという性質からはほど遠い。また、与えられたエンリケス曲面に対し、普遍被覆 K3 曲面はもちろん同型を除き一意に決まり、そのような K3 曲面は 10 次元の小変形をもつが、普遍被覆 K3 曲面からもとのエンリケス曲面が一意に復元されるわけではない。実際、与えられた任意の正整数ｋに対し、互いに同型でないｋ個以上のエンリケス曲面の普遍被覆となる K3 曲面があることが大橋により示されている。また、エンリケス曲面には全自己同型群が有限群であるものがあるが、その場合でも普遍被覆 K3 曲面の全自己同型群は無限群となるという金銅の結果のため、定理３の類似も n=1 では不成立である。

これらの結果の証明は標準的代数幾何学的手法あるいは既存の定理に帰着させる方法でなされている。証明に際立った革新性はないかもしれないが、林太郎氏の十分な力量と数学的素養が十分にわかるものであり、得られた結果も意外性と美しさをもち十分に意義がある。また、ホッジ数の計算において、Göttche-Soergel 公式の一般化として提唱された Boissiére 氏の予想に対する反例をエンリケス曲面の場合に示したことも評価できる。また、本論文の主要部分は，同名の学術論文としてすでに国際数学誌 Asian J. Math. に受理されており、印刷中である。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるもと認める。