



| | |
|--------------|---|
| Title | 重み付最小二乗法に基づくメッシュフリー法による電磁流体现象の数値解析手法に関する研究 |
| Author(s) | 松澤, 周平 |
| Citation | 大阪大学, 2017, 博士論文 |
| Version Type | VoR |
| URL | https://doi.org/10.18910/61723 |
| rights | |
| Note | |

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

博士学位論文

重み付最小二乗法に基づくメッシュフリー法
による電磁流体现象の数値解析手法に関する研究

松 澤 周 平

2017年1月

大阪大学大学院工学研究科

知能・機能創成工学専攻

概要

電磁流体现象は、流体と電磁場が相互作用しながら進行する複雑な現象である。従来、電磁流体现象の数値解析手法には差分法や有限要素法に代表されるメッシュを用いる計算手法が用いられてきた。しかし、大変形を伴う現象の数値解析においてメッシュを用いる場合流体表面の変形を精度よく追跡することが難しく、メッシュに起因する計算の不具合が起り得る点が課題となっていた。これに対し、流体・電磁場ともにメッシュを用いることなく計算する手法を確立することができれば、前述の問題は解決されると考えられる。本論文では、流体と電磁場の両方を計算する手法として重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法を提案し、電磁流体现象の数値解析を通して提案手法の有効性や精度について検証を行う。

第1章では、研究の背景について述べた。電磁流体现象の数値解析の先行研究を示し、それらにおける問題点を挙げた。提案する重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法を利用すればそれらの問題が解決されることを示し、研究の目的及び方針を明確にした。

第2章では、解析手法について述べた。電磁流体现象を数値解析で取り扱う上での支配方程式について説明し、これらの式を離散化する際に用いる重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法について説明し、本手法において流体・電磁場の連成をどのように行っているかについて述べた。また、本論文における流体解析アルゴリズムについて述べ、大変形を伴う現象を取り扱う上で重要となる流体表面の取り扱い方法について述べた。また、電磁場解析アルゴリズムについても述べ、電磁場解析で必要となる空気計算点を生成する方法について述べた。

第3章では、提案手法による精度検証を行った。流体解析・静電場解析・動磁場解析それぞれについてベンチマーク問題を用い、提案手法の精度について理論解との比較による検証を行った。

第4章では、提案手法による解析結果を示した。まず、流体と電場の連成問題、すなわち電気流体现象の例として一様電場中の液滴振動現象の3次元数値解析を提案手法によって行い、得られた計算結果を示し解析手法の有効性を検証した。また、流体と磁場の連成問題、すなわち磁気流体现象の例として電磁浮遊現象の3次元数値解析を行い、得られた計算結果を示すとともに有限要素法で得られた計算結果との比較検証を行った。

第5章では、各章で得られた成果を要約し、全体のまとめとした。

目次

| | |
|---|----|
| 第 1 章 緒論 | 1 |
| 1.1 研究背景 | 1 |
| 1.2 先行研究とその課題 | 1 |
| 1.2.1 メッシュを用いる従来手法 | 1 |
| 1.2.2 メッシュフリー法 | 3 |
| 1.2.3 粒子法・有限要素法の連成解析 | 3 |
| 1.2.4 メッシュフリー法による電磁流体解析 | 5 |
| 1.3 研究目的・研究方針 | 6 |
| 1.4 本稿の構成 | 7 |
| 第 2 章 解析手法 | 8 |
| 2.1 重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法 | 8 |
| 2.1.1 重み付き最小二乗法による離散化 | 8 |
| 2.1.2 重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法の特徴・利点 | 13 |
| 2.1.3 連成解析手法 | 14 |
| 2.1.4 流体に働く外力の取り扱い | 15 |
| 2.2 流体解析 | 16 |
| 2.2.1 流体の支配方程式 | 16 |
| 2.2.2 流体解析の計算アルゴリズム | 17 |
| 2.2.3 流体表面の判定方法 | 18 |

| | | |
|-------|------------------------------|----|
| 2.2.4 | 表面形状の取り扱い | 20 |
| 2.2.5 | 分裂判定 | 20 |
| 2.2.6 | 計算点の追加・削除 | 21 |
| 2.3 | 電磁場解析 | 22 |
| 2.3.1 | 静電場解析の支配方程式 | 22 |
| 2.3.2 | 動磁場解析の支配方程式 | 23 |
| 2.3.3 | 磁場解析における未知数の付与方法とゲージ条件 | 23 |
| 2.3.4 | 空気計算点の生成方法 | 25 |
| 第3章 | 提案手法の精度検証 | 27 |
| 3.1 | 流体解析の精度検証 | 27 |
| 3.1.1 | 液滴振動周期の精度検証 | 27 |
| 3.1.2 | 表面張力の精度検証 | 28 |
| 3.2 | 電磁場解析の精度検証 | 29 |
| 3.2.1 | 静電場解析の精度検証 | 29 |
| 3.2.2 | 動磁場解析の精度検証 | 33 |
| 3.3 | 本章のまとめ | 36 |
| 第4章 | 解析結果 | 37 |
| 4.1 | 一様電場下の誘電体液滴挙動の数値解析 | 37 |
| 4.1.1 | 解析モデル | 37 |
| 4.1.2 | 解析結果 | 39 |
| 4.2 | 電磁浮遊現象の数値解析 | 42 |
| 4.2.1 | 解析モデル | 42 |
| 4.2.2 | 解析結果 | 44 |

| | |
|------------------|----|
| 4.3 本章のまとめ | 55 |
| 第5章 結論 | 56 |
| 謝辞 | 58 |
| 参考文献 | 59 |
| 業績一覧 | 63 |

第1章 緒論

1.1 研究背景

電磁流体现象とは、静電霧化現象⁽¹⁾⁻⁽³⁾、磁性流体⁽⁴⁾⁽⁵⁾、電磁浮遊現象⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾などに代表される流体の挙動と電磁場分布が相互作用しながら進行する現象である。近年、電磁流体现象を工学的に応用したデバイスが注目されている。例えば、静電霧化現象によって発生する帯電液滴の保湿効果や消臭効果を利用した空気清浄機やドライヤー⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾、磁性流体を利用した軸受け⁽¹¹⁾やスピーカー⁽¹²⁾、電磁浮遊現象を応用し高融点金属を高純度を保ち溶解させるコールドクルーシブル誘導溶解炉⁽¹³⁾⁻⁽¹⁵⁾など、様々な利用例が存在する。

しかし、電磁流体现象は流体と電磁場が相互作用しながら進行することに加え、流体の自由表面形状は現象を通して大きく変形するため複雑である。また、実験による電磁流体内部に働く力や圧力等の物理量分布の測定は困難であり、電磁流体现象を応用したデバイスの開発においては、実験による経験則や試行錯誤に依存して行われているのが現状である。そのため、現象の詳細なメカニズムは十分に明らかになっておらず、数値解析によって現象の詳細を明らかにすることが重要であると考えられる。

1.2 先行研究とその課題

電磁流体现象は、流体と電磁場が相互作用しながら進行する現象であるとともに、一般に流体自由表面の大変形を伴っている。そのため、数値解析モデルを開発する上で表面の定義方法や表面形状の時間変化を追跡する方法の選定が重要となる。本節では、大変形を伴う流体及び電磁場の数値解析手法に関する先行研究を挙げ、それらの抱える課題点について述べる。

1.2.1 メッシュを用いる従来手法

従来から、表面形状の変形を伴った流体现象に対する数値解析手法として、差分(格子)法にVOF(Volume of Fluid)法⁽¹⁶⁾やLevel set法⁽¹⁷⁾などの界面捕捉方法を付加した手法が用いられている。しかし、これらの手法は界面が一定の厚みを持つ遷移層として定義されるため、界面は間接的に表現され、一般に精度は高くない。また、これらの手法による界面捕捉精度は時間経過によって低下し、それを防ぐためには解析対象に応じて複雑な処理を行わなければならない、汎用性に欠けている。また、差分法は固定された観測点から物理量の変化

を表現するオイラー式記述であるので、流体の運動方程式において移流項を計算する必要がある。移流項の存在は、その計算において数値拡散や数値振動が生じるおそれがあることから、精度の良い流体解析を困難にしている。

一方で、界面を間接的に表現する前述の方法とは異なり、有限要素法は流体表面形状に沿ったメッシュを生成することに界面を直接的に表現することができるため、一般に精度が良い。有限要素法における界面追跡方法としては ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)法⁽¹⁸⁾が一般的であり、電磁流体现象の一種であるコールドクルーシブル溶解現象の数値解析に用いられた先行研究も存在する⁽¹⁹⁾。しかし、有限要素法を用いる場合、流体が変形する度にメッシュを再度生成する必要がある。このプロセスは単に計算時間を増大させるだけでなく、複雑な流体形状のメッシュ生成時に計算の破綻を引き起こすおそれがある。また、メッシュが生成できたとしても、図 1.1 に示すように界面が意図したものと異なった形状となるおそれがあることや、図 1.2 のように流体が分裂した際にメッシュの材質判定を正確に行うことが困難であること等、メッシュを用いた手法によって大変形を取り扱うには様々な課題点が存在する。

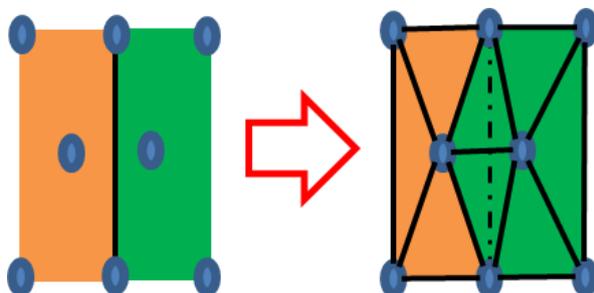


図 1.1 メッシュ生成による界面形状の破壊

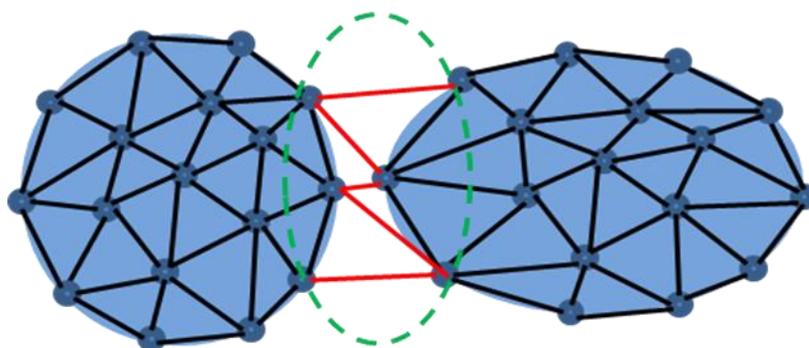


図 1.2 分裂した物体間のメッシュの材質判定

1.2.2 メッシュフリー法

差分法や有限要素法のように計算点(節点)とメッシュを用いるのではなく、計算点のみで支配方程式を離散化する、すなわちメッシュを用いることなく計算を行う解析手法(メッシュフリー法)が提案されている⁽²⁰⁾⁽²¹⁾。メッシュフリー法による離散化で必要となるのは計算点のみであるため、メッシュフリー法を用いれば 1.2.1 項で述べたようなメッシュ生成に起因する様々な問題から解放される。また、メッシュフリー法は計算点を流れとともに移動させるラグランジュ式記述にも適しており、メッシュフリー法を流体解析に適用すれば差分法のようなオイラー式記述の手法における流体解析の問題点の 1 つであった移流項の計算を行う必要が無い点も利点となる。

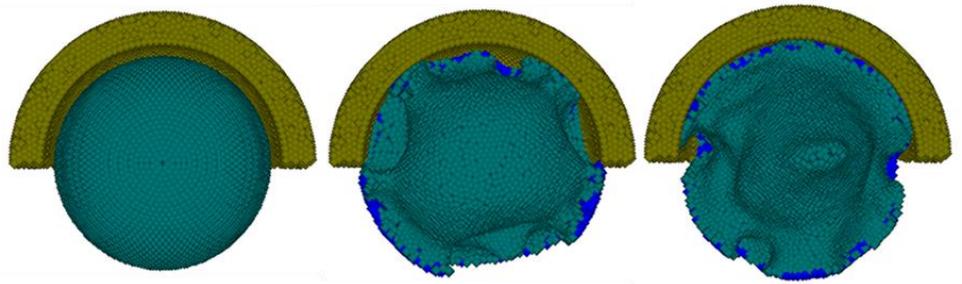
以上の通り、メッシュフリー法は大変形を伴った流体现象の数値解析を得意とする手法であり、SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法⁽²²⁾、MPS(Moving Particle Semi-implicit)法⁽²³⁾等の流体解析に適した様々なメッシュフリー法が開発されている。

また、近年ではメッシュフリー法は流体解析だけでなく、電磁場解析にも適用され、その有効性が検証されている⁽²⁴⁾⁻⁽²⁸⁾。しかし、これらの先行研究で示された解析例は、静解析もしくはモデル形状が変化しない動解析に限られており、本研究で取り扱うような大変形を伴った電磁流体现象の数値解析に適用することが困難であると考えられる。

1.2.3 粒子法・有限要素法の連成解析

著者は、これまでに電磁流体现象の数値解析手法として、メッシュフリー法(粒子法)の一種である MPS 法を流体解析に、有限要素法を電磁場解析に用いる連成解析手法を提案し、その有効性を検証してきた⁽²⁹⁾⁻⁽³¹⁾。本手法による解析結果の一例として、コールドクルーシブル溶解現象における熔融金属挙動の数値解析結果⁽³¹⁾を図 1.3 に示す。本手法によりコールドクルーシブル溶解炉内における周方向に非対称な熔融金属の変形挙動が得られ、解析結果が実験結果と定性的に一致することが確認されたが、解析結果の定量的な妥当性や、計算の安定性の面で課題が存在していた。以下に、具体的な問題点を示す。

Analysis



Experiment

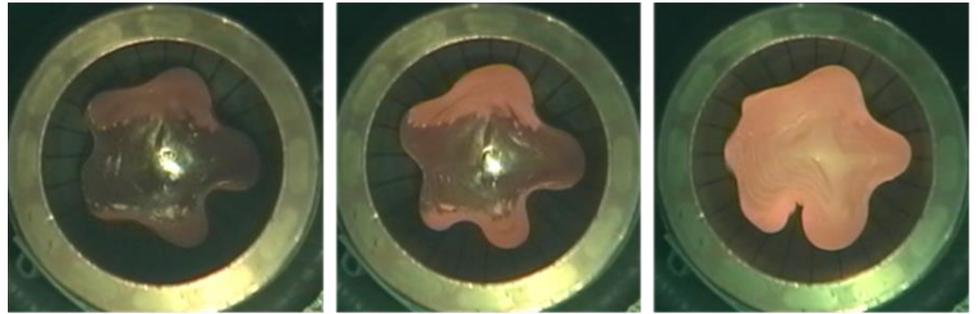


図 1.3 先行研究におけるユールドクルーシブル溶解現象の解析結果⁽³¹⁾

①流体解析に用いている MPS 法は、各計算点が担う体積が一定であることを前提として方程式を離散化している。そのため、計算点の解像度を全領域で一定にしなければならず、大変形した流体の先端部等の計算点数が減少する領域で得られる解が不安定になり、計算の精度及び安定性が低下し計算の破綻が生じる場合があった。

②流体解析はメッシュフリー法である MPS 法を用いていることに対して、電磁場解析には有限要素法を用いており、メッシュを使用している。そのため、連成解析手法全体としては結局メッシュを作成することになり、前述したメッシュの問題点からは解放されていない。

③有限要素法による解析で得られた電磁場分布は、計算点(節点)上ではなく、各メッシュ上に定義されている。MPS 法による流体解析に有限要素法の電磁場解析結果を反映させるには、各計算点における電磁力を算出する必要があるが、そのためにはメッシュ上に定義された値の平滑化や単位変換等の処理を行う必要があり、精度低下の要因の 1 つとなっていた。

1.2.4 メッシュフリー法による電磁流体解析

ここまで示してきた先行研究の課題の多くは、大変形を伴った電磁流体现象の数値解析を行う際にメッシュを用いていたことに起因していた。したがって、電磁流体现象を表す流体・電磁場の支配方程式の両方をメッシュ無しで離散化し計算することができれば、上述の問題点の多くが解決できると考えられる。著者らは、流体・電磁場の両方を重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法によって計算する解析手法を提案してきた⁽³²⁾。例として、本手法による一様電場下における誘電体水滴挙動の解析結果を図 1.4 に示す。本手法の最大の特徴は前述した通り流体・電場の両方がメッシュフリーで計算されていることであるが、他の特徴の 1 つとしては計算点配置が均一である必要が無く、解像度が可変であることが挙げられる。電磁場解析をメッシュフリー法で行う場合、流体領域だけでなく空気領域にも計算点を配置する必要があり、空間解像度が一定であることが要求される MPS 法等の採用は困難である。これに対し、本手法は有限要素法等の汎用性が高い手法と同様に計算点配置に粗密をつけられるため、流体と電磁場の両方を包括して取り扱う計算手法として適切であると考えられる。

しかし、先行研究において本手法は流体と電場が相互作用する対象、すなわち電気流体现象のみに適用されており、流体と磁場が相互作用する磁気流体现象に対する有効性が検証されていなかった。また、解析対象は 2 次元問題のみであり、奥行き方向に無限に存在する流体といった理想的な仮定が設けられた条件下に限られ、3 次元のより現実的な現象に対する本手法の有効性が未検討であることも課題である。

これらの課題の解決を目指す上での問題点として、本手法において解像度を可変化する場合、陰的な計算を行う際の係数行列が非対称となり、行列の反復解法における収束性が低下し計算時間が増大することが挙げられる。先行研究における 2 次元解析では、流体表面の外向き法線方向に空気計算点を追加していくことで流体の形状変化に応じた空気計算点配置を可能としていた。しかし、この手法をより一般的な問題、すなわち 3 次元かつ広範な解析領域を持つ問題に適用した場合、空気計算点配置の非対称性及び計算点の粗密の変化は流体からの距離が離れるにつれて顕著になる。これにより、行列の反復解法に多大な計算時間を要するだけでなく、収束せずに計算が停止してしまうこともあり、安定的な数値解析を実現する上で大きな問題となっていた。

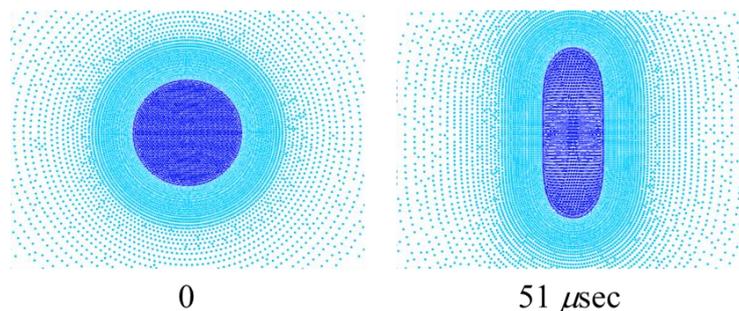


図 1.4 先行研究における電気流体现象の解析結果⁽³²⁾

1.3 研究目的・研究方針

本研究は、大変形を伴う電磁流体现象のメカニズムを明らかにするための汎用性及び計算精度の高い数値解析手法を確立することを目的とする。

電磁流体现象を数値解析するためには、流体解析と電磁場解析の両方を行い、流体の挙動と電磁場分布の相互作用を考慮するために両解析を連成する必要がある。

流体解析については、前述したメッシュを用いた従来手法に存在する課題を解決できるメッシュフリー法を採用する。メッシュフリー法を用いれば、メッシュが持つ煩わしさから解放され、大変形を伴う流体现象を比較的容易に取り扱うことができる。また、流体の自由表面の判定に複雑な処理を必要としないうえに、差分法ベースの従来手法とは異なり表面形状が直接表現できるため計算の高精度化が期待できる。加えて、メッシュフリー法ならば変数をラグランジュ式記述で取り扱うことが容易であるため、オイラー式記述の手法とは異なり、流体の運動方程式を解く際に移流項を計算する必要が無い利点も存在する。

電磁場解析については、流体解析と比較し広範な領域を解析する必要があるため、解像度に制約が無い汎用的な解析手法が望ましい。しかし、従来から電磁場解析に広く用いられており汎用性が高い有限要素法を採用すると、大変形を伴った電磁流体现象を取り扱う上でメッシュに起因する問題点から解放されないため、電磁場解析においてはメッシュフリーかつ解像度が可変である手法が望ましい。

本研究では、流体および電磁場の離散化に重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法を採用し、自由表面の大変形を伴った電磁流体现象を解析する手法を提案する。本手法には解像度やモデル形状の制約が無く、大変形を伴う 3次元の電磁流体现象の数値解析を安定的かつ高精度に行うことができると考えられる。

本研究では、まず流体解析・電磁場解析それぞれについての精度検証を行い、本手法の

定量的な妥当性を確認する。なお、電磁場解析においては静電場・動磁場それぞれにモデルを用意し、電場と磁場それぞれの精度に関して検証を行う。その後、流体・静電場の連成問題である一様電場下の3次元導体水滴の振動挙動の数値解析と、流体・動磁場の連成問題である3次元電磁浮遊現象の数値解析を行い、それぞれの結果から提案手法の有効性を検証する。

1.4 本稿の構成

以下に、本稿の構成を述べる。第1章では、研究の背景とその目的および方針について述べた。第2章では、解析手法の詳細を述べる。第3章では、提案手法による流体・電磁場解析の精度検証結果について述べる。第4章では、提案手法による電磁流体现象の数値解析結果について述べる。第5章では各章で得られた成果を要約し、全体を総括する。

第2章 解析手法

2.1 重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法

本節では、本研究における数値解析手法である重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法⁽³³⁾について説明する。まず、重み付最小二乗法によって物理量分布及び微分演算子を離散化する方法について述べ、重み付最小二乗法に基づくメッシュフリー法の利点・特徴について説明する。また、本研究における流体・電磁場の連成解析手法について述べる。

2.1.1 重み付き最小二乗法による離散化

メッシュフリー法は有限体積法や有限要素法とは異なりメッシュを用いないために、計算点(節点)は辺で直接接続されておらず、計算点同士の接続関係が不明瞭である。一般に、メッシュフリー法では計算点 i の座標における各物理量を計算する際、計算点 i を中心とする半径 R_i の領域(影響半径と呼称、図 2.1 参照)を考え、その影響半径内に存在する周辺計算点群のみを用いて計算を行う。計算点 i における影響半径は以下の式で表される。

$$R_i = r_e L_i \quad (2.1)$$

ただし、 L_i は計算点 i の基準長さであり、周辺計算点間距離の平均で表され計算点の解像度の指標となっている。また、本研究におけるパラメータ r_e はすべての計算プロセスにおいて 2.5 としている。

計算点 i まわりの物理量 ϕ の分布が、影響半径内で 2 次多項式近似できるとすると、3 次元問題の場合近似関数は以下の式で表される。

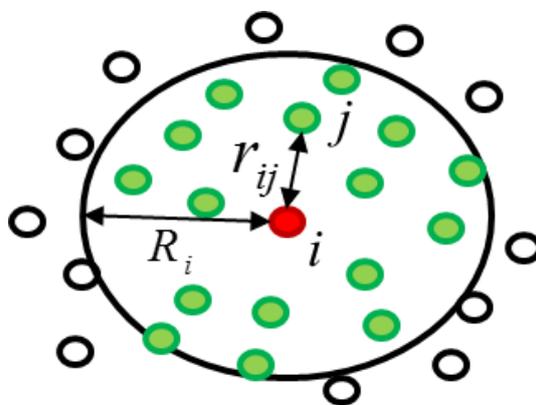


図 2.1 影響半径

$$\begin{aligned}\Phi^*(x, y, z) = & a_1 + a_2\Delta x + a_3\Delta y + a_4\Delta z + a_5\Delta x^2 \\ & + a_6\Delta x\Delta y + a_7\Delta y^2 + a_8\Delta y\Delta z + a_9\Delta z^2 + a_{10}\Delta z\Delta x\end{aligned}\quad (2.2)$$

ただし、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ はそれぞれ計算点 i からの距離の x, y, z 成分を示している。また、 $a_k (k=1\sim 10)$ は多項式の各項における係数であり、影響半径内では定数となっている。

式(2.2)で得られた計算点 i まわりの物理量分布は、計算点 i の影響半径内に存在する計算点 j の位置において計算点 j が実際に持っている物理量と一致するとは限らない。計算点 j における近似された物理量分布と、実際の物理量 Φ_j との誤差の二乗和 Q は以下のように表される。

$$Q = \sum_j^N w_{ij} \left\{ \Phi^*(x_j, y_j, z_j) - \Phi_j \right\}^2 \quad (2.3)$$

ただし、 N は計算点 i の影響半径内に含まれる周辺計算点数である。また、 w_{ij} は重み関数であり、計算点 i と計算点 j の相対位置ベクトル \mathbf{r}_{ij} の大きさが小さいほど大きな値を持つ関数である。式(2.3)において誤差の二乗和を計算する際に重み関数を掛けることは、物理量分布の近似関数の誤差評価において、計算点 i に近い点ほどより重視していることを意味している。本研究では、重み関数として以下に示すスプライン型の関数⁽³⁴⁾を利用している。

$$w_{ij} = 1 - 6 \left(\frac{|\mathbf{r}_{ij}|}{R_i} \right)^2 + 8 \left(\frac{|\mathbf{r}_{ij}|}{R_i} \right)^3 - 3 \left(\frac{|\mathbf{r}_{ij}|}{R_i} \right)^4 \quad (2.4)$$

式(2.3)で与えられた誤差の二乗和 Q は、 Q を a_k で偏微分した値がゼロとなる時最小になる。

$$\frac{\partial Q}{\partial a_k} = 0 \quad (2.5)$$

式(2.5)に式(2.3)を代入することで得られる連立方程式を解くことで、各 a_k を求めることができる。このとき、計算点 i における近似関数の 1 階微分及び 2 階微分は各 a_k を用い以下の通り計算できる。

$$\frac{\partial \Phi^*(x, y, z)}{\partial x} = a_2 \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial \Phi^*(x, y, z)}{\partial y} = a_3 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \Phi^*(x, y, z)}{\partial z} = a_4 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^*(x, y, z)}{\partial x^2} = 2a_5 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^*(x, y, z)}{\partial y^2} = 2a_7 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^*(x, y, z)}{\partial z^2} = 2a_9 \quad (2.11)$$

式(2.6)から式(2.11)を用いることで、計算点 i における勾配、発散、ラプラシアン、および回転といった微分演算子は各 a_k を用いて定義することができる。例えば、計算点 i におけるラプラシアンは次式で表される。

$$\nabla^2 \Phi^*(x, y, z) = \frac{\partial^2 \Phi^*(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi^*(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi^*(x, y, z)}{\partial z^2} = 2a_5 + 2a_7 + 2a_9 \quad (2.12)$$

以上が、各計算点の物理量が既知である場合に重み付き最小二乗法を用いて各微分演算子を計算する手法の概要である。しかし、微分方程式で表された物理現象の支配方程式を本手法で離散化することを考えたとき、各計算点の物理量は未知であり、これを陰的に求める場合上述の手順では離散化することができない。

より一般化した形式で方程式を記述できるよう、多項式近似の基底関数行列 $\mathbf{p}(\mathbf{r})$ を定義する。3次元2次近似の場合、 $\mathbf{p}(\mathbf{r})$ は次のように表される。

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{r}) = (1, \Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta x^2, \Delta x \Delta y, \Delta y^2, \Delta y \Delta z, \Delta z^2, \Delta z \Delta x) \quad (2.13)$$

ただし、 \mathbf{r} は位置ベクトルである。このとき、近似関数は以下の通り表される。

$$\Phi^*(\mathbf{r}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{r})\mathbf{a} = \sum_{j=1}^m p_j a_j \quad (2.14)$$

ただし、 \mathbf{a} は近似関数の各項に対する係数を持つ未定係数行列であり、式(2.2)の a_k と同様に影響半径内では定数となる。また、 m は基底関数の項数、 p_j は j 番目の基底を表している。計算点 j における近似された物理量と、実際の物理量 Φ_j との誤差の二乗和 Q は以下のように表される。

$$Q = \sum_j^N w_{ij} \left\{ \mathbf{p}^T(\mathbf{r}_j) - \Phi_j \right\}^2 \quad (2.15)$$

Q は、 Q を \mathbf{a} で偏微分した値がゼロとなる時最小になる。

$$\frac{\partial Q}{\partial \mathbf{a}} = 0 \quad (2.16)$$

式(2.15)、式(2.16)から、以下に示す式が得られる。

$$\left[\sum_{j=1}^N w_{ij} \mathbf{p}(\mathbf{r}_j) \mathbf{p}^T(\mathbf{r}_j) \right] \mathbf{a} = \sum_{j=1}^N w_{ij} \mathbf{p}(\mathbf{r}_j) \Phi_j \quad (2.17)$$

ここで、

$$\mathbf{A} = \sum_{j=1}^N w_{ij} \mathbf{p}(\mathbf{r}_j) \mathbf{p}^T(\mathbf{r}_j) \quad (2.18)$$

$$\mathbf{B} = \sum_{j=1}^N w_{ij} \mathbf{p}(\mathbf{r}_j) \quad (2.19)$$

$$\Phi^T = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N] \quad (2.20)$$

とすると、式(2.17)は以下のように表される。

$$\mathbf{A} \mathbf{a} = \mathbf{B} \Phi \quad (2.21)$$

このとき、 \mathbf{a} は \mathbf{A} の逆行列を両辺に左から掛けることで求められる。

$$\mathbf{a} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \Phi \quad (2.22)$$

式(2.14)、式(2.22)より、近似関数は以下の通り表される。

$$\Phi^*(\mathbf{r}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{r}) \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \Phi = \sum_{j=1}^N \left[\sum_{k=1}^m \left[p_k \sum_{h=1}^m A_{kh}^{-1} [\mathbf{B}]_h^j \right] \right] \Phi_j \quad (2.23)$$

ただし、 A_{kh}^{-1} は \mathbf{A}^{-1} の k 行 h 列成分、 $[\mathbf{B}]_h^j$ の添字は \mathbf{B} の h 行目のうち計算点 j が関係している成分を表している。ここで、 \mathbf{A}^{-1} と \mathbf{B} は影響半径内の計算点配置が変化しない限り定数であるため、近似関数の微分値は $\mathbf{p}^T(\mathbf{r})$ を微分すれば求めることができる。計算点 i において $\mathbf{p}^T(\mathbf{r})$ を微分した値は、以下の通り表すことができる。

$$\frac{\partial \mathbf{p}^T(\mathbf{r}_i)}{\partial x} = (0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}^T(\mathbf{r}_i)}{\partial y} = (0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}^T(\mathbf{r}_i)}{\partial z} = (0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0) \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{p}^T(\mathbf{r}_i)}{\partial x^2} = (0,0,0,0,2,0,0,0,0) \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{p}^T(\mathbf{r}_i)}{\partial y^2} = (0,0,0,0,0,0,2,0,0) \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{p}^T(\mathbf{r}_i)}{\partial z^2} = (0,0,0,0,0,0,0,0,2) \quad (2.29)$$

式(2.23)から式(2.29)によって、近似関数の1階微分及び2階微分は以下の式で計算できる。

$$\frac{\partial \Phi^*(\mathbf{r})}{\partial x} = \sum_{j=1}^N \left[\sum_{h=1}^m A_{2h}^{-1} [\mathbf{B}]_h^j \right] \Phi_j \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial \Phi^*(\mathbf{r})}{\partial y} = \sum_{j=1}^N \left[\sum_{h=1}^m A_{3h}^{-1} [\mathbf{B}]_h^j \right] \Phi_j \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial \Phi^*(\mathbf{r})}{\partial z} = \sum_{j=1}^N \left[\sum_{h=1}^m A_{4h}^{-1} [\mathbf{B}]_h^j \right] \Phi_j \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^*(\mathbf{r})}{\partial x^2} = 2 \sum_{j=1}^N \left[\sum_{h=1}^m A_{5h}^{-1} [\mathbf{B}]_h^j \right] \Phi_j \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^*(\mathbf{r})}{\partial y^2} = 2 \sum_{j=1}^N \left[\sum_{h=1}^m A_{7h}^{-1} [\mathbf{B}]_h^j \right] \Phi_j \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^*(\mathbf{r})}{\partial z^2} = 2 \sum_{j=1}^N \left[\sum_{h=1}^m A_{9h}^{-1} [\mathbf{B}]_h^j \right] \Phi_j \quad (2.35)$$

各計算点の持つ物理量 Φ が既知の場合は式(2.22)を解くことで得られる \mathbf{a} を用いて近似関数の微分値を直接算出することができるが、各計算点の持つ物理量が未知でありこれを陰的に求める場合には式(2.30)から式(2.35)を用いることで離散化が可能となる。例えば、物理量 Φ に関するラプラス方程式を陰的に解くことを考える。

$$\nabla^2 \Phi(\mathbf{r}) = \frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{r})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{r})}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{r})}{\partial z^2} = 0 \quad (2.36)$$

計算点の総数を M とすると、陰的な計算においては M 行 M 列の係数行列 \mathbf{G} を得ることになる。この係数行列の i 行 j 列成分 G_{ij} は、計算点 i におけるラプラシアンを離散化する際に計算点 j の持つ物理量 Φ_j がどれだけ寄与するかを表しており、以下の式で表される。

$$G_{ij} = 2 \left(\sum_{h=1}^m A_{5h}^{-1} [\mathbf{B}]_h^j + \sum_{h=1}^m A_{7h}^{-1} [\mathbf{B}]_h^j + \sum_{h=1}^m A_{9h}^{-1} [\mathbf{B}]_h^j \right) \quad (2.37)$$

以上の流れによって、本研究で取り扱う電磁流体现象の支配方程式(2.2節、2.3節で後述)はすべて重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法によって離散化される。なお、本研究における微分演算子の離散化は、断らない限り2次近似を用いるものとする。

また、本研究において各支配方程式は強形式で離散化するものとする。これは、有限要素法等による離散化において支配方程式を弱形式化した際に必要となる体積積分をメッシュフリー法で用いる場合、バックグラウンドセルを用いた体積計算など複雑な処理が必要となり、メッシュを用いず計算点のみで構成された解析手法であるというメッシュフリー法の最大の利点が損なわれると考えられたためである。

2.1.2 重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法の特徴・利点

差分法や有限要素法等のメッシュを用いた解析手法に対するメッシュフリー法の利点については第1章で述べた通りであるため、本項では、種々のメッシュフリー法の中から、重み付き最小二乗法に基づく手法を本研究において採用した理由について説明する。

メッシュフリー法には、前項で説明した重み付き最小二乗法に基づくものだけでなく、SPH法⁽²²⁾、MPS法⁽²³⁾、PIM(Point Interpolation Method)⁽³⁵⁾、RPIM(Radial Point Interpolation Method)⁽³⁶⁾、エレメントフリーガラーキン法⁽³⁷⁾等といった様々な種類が存在している。本研究で重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法を採用した主な理由は以下の3点である。

①強形式で離散化を行うため、体積積分が必要でない。

エレメントフリーガラーキン法は、有限要素法等と同様に支配方程式を弱形式化して解く手法であり、バックグラウンドセルを用いた体積積分が必要となり複雑な形状を取り扱う際に煩雑な処理が必要となるおそれがある。

②計算点配置に均一性が要求されず、可変解像度に対応できる。

SPH法、MPS法では、計算点が均一に分布していることを前提として離散化方法が考えられている。そのため、表面における計算精度の低下や、全領域に計算点を均一に配置しなければならないことによる大規模問題の取り扱いの際の計算時間の増大が懸念される。

③デルタ関数特性を有さず、数値誤差に基づく局所的な計算点配置の乱れに対するロバスト性が高い。

PIM、RPIM 等によって得られる近似関数は、各計算点位置において計算点が実際に持っている物理量と一致するという特徴を有し、これらの手法はデルタ関数特性を満たしている。図 2.2 は、計算点の持つ物理量を計算点の座標とした場合、すなわち表面形状の近似関数を作成することを例とした模式図である。一般に、デルタ関数特性を満たす手法の方が高い精度の近似が実現できると考えられる。しかし、本研究のように大変形を伴った動解析を取り扱う場合、様々な要因で生じた数値誤差を含んだ物理量分布を正確に反映した近似関数を毎ステップ生成することになり、デルタ関数特性は計算の不安定の増加に寄与するおそれがある。

以上の点を考慮し、本研究では重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法を採用している。

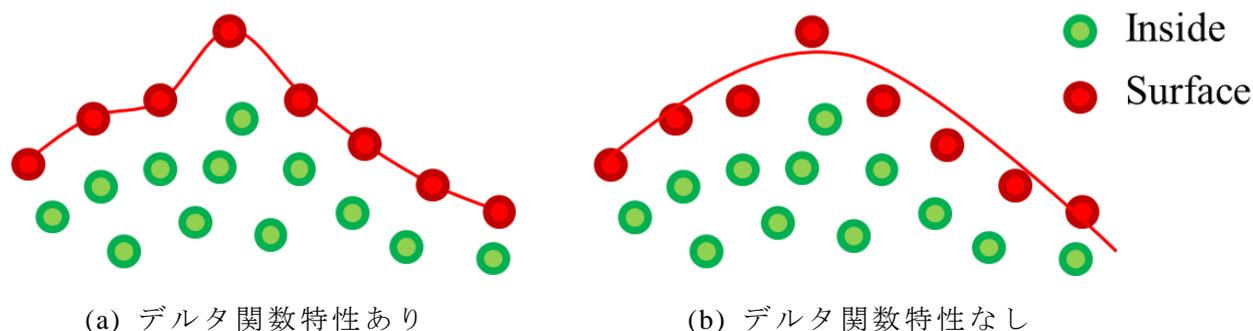


図 2.2 デルタ関数特性

2.1.3 連成解析手法

第 1 章で述べた通り、本研究で取り扱う電磁流体现象は流体と電磁場が相互作用しながら進行する現象である。本項では、本研究において流体・電磁場の連成解析をどのように実現しているかについて述べる。

まず、流体解析で用いる計算点を配置し、流体計算点の配置を基に電磁場解析用の計算点配置を生成する。このとき、電磁場解析における流体計算点群は流体解析に用いるものと同一であるため、電磁場解析に必要な空気計算点のみを生成する。その後、生成された計算点を用い電磁場解析を行い、流体計算点に働く電磁力を計算する。本研究では、電磁場解析によって得られた電磁力を、流体解析における外力として考慮し弱連成を行っている。連成解析のフローチャートを図 2.3 に示す。

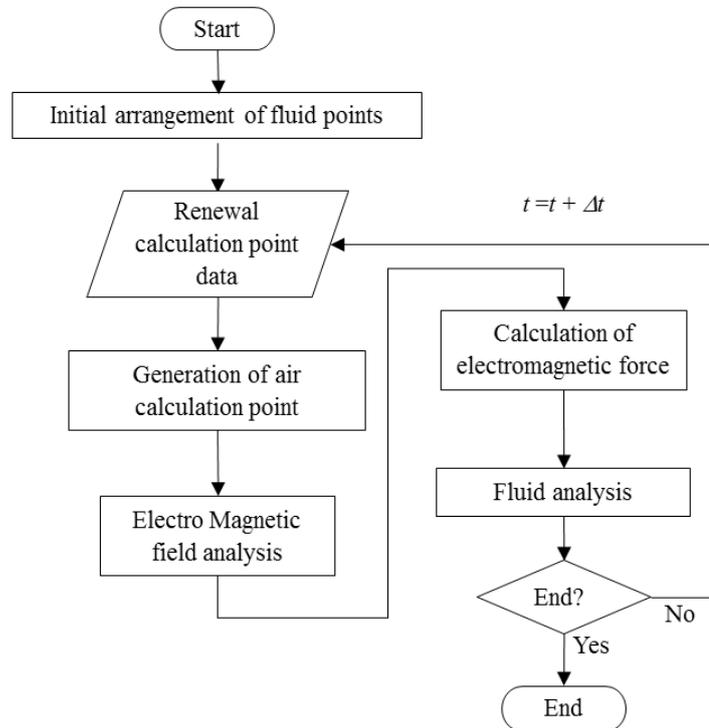


図 2.3 連成解析のフローチャート

2.1.4 流体に働く外力の取り扱い

本研究で取り扱う電磁流体现象においては、流体に対し重力、表面張力、電磁力が主要な外力として働き、流体を移動・変形させる。表面張力や電磁力は計算手法によって異なる次元を持った値として計算されることが知られており、例えば表面張力はCSF(Continuum Surface Force)モデル⁽³⁸⁾で計算した場合は体積力 $[\text{N}/\text{m}^3]$ 、粒子間ポテンシャルモデル⁽³⁹⁾で計算した場合は力 $[\text{N}]$ として与えられる。有限要素法等のメッシュを用いる手法や、MPS法等の解像度が均一で1つの計算点が担う体積が明確な手法ならば、前述のような様々な次元で計算された力の単位変換を比較的容易に行うことができると考えられる。しかし、本研究で採用している重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法では各計算点の担う体積や面積を正確に計算することが困難であり、単位変換を行うことは外力を考慮する際に誤差が発生する要因となる。したがって、単位変換が生じないように外力の計算モデルを選定し流体解析にて考慮することが重要となる。本研究では、外力が体積力 $[\text{N}/\text{m}^3]$ として計算された場合と、応力 $[\text{N}/\text{m}^2]$ として計算された場合の2通りに分けて流体解析における外力の考慮を行っている。以下でそれぞれの考慮方法について説明する。

①外力が体積力[N/m³]の場合

外力が体積力として与えられた場合は、流体の支配方程式であるナビエ・ストークス方程式の外力項に代入することで外力の考慮を行う。本研究において体積力として与えられる外力は、重力とローレンツ力が該当する。以下に、外力項(\mathbf{f}/ρ)を含んだ非圧縮性流体のナビエ・ストークス方程式を示す。

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{u}) + \frac{\mathbf{f}}{\rho} \quad (2.38)$$

ただし \mathbf{u} は流体の速度、 t は時間、 ρ は密度、 P は圧力、 ν は動粘性係数である。また、 \mathbf{f} は単位体積あたりの外力であり、本研究では以下の式で算出される。

$$\mathbf{f} = \frac{\rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_L}{\rho} \quad (2.39)$$

ただし、 \mathbf{g} は重力加速度、 \mathbf{f}_L は単位体積あたりのローレンツ力である。

②外力が応力[N/m²]の場合

外力が応力として与えられた場合は、圧力に関する陰的な計算におけるディリクレ境界条件として外力の考慮を行う。本研究において応力として与えられる外力は、表面張力と静電力が該当し、両者とも流体の表面のみに働く力である。以下に、流体表面計算点におけるディリクレ境界値 P_d の算出式を示す。

$$P_d = f_{st} + f_e \quad (2.40)$$

ただし、 f_{st} は表面張力、 f_e は静電応力である。

2.2 流体解析

2.2.1 流体の支配方程式

流体に関する支配方程式は、運動量保存則であるナビエ・ストークス方程式と、質量保存の連続の式であり、それぞれ以下のように示される。

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{u}) + \frac{\mathbf{f}}{\rho} \quad (2.41)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.42)$$

ここで、式(2.41)の左辺に含まれる D/Dt はラグランジュ微分と呼ばれ、流体とともに移動する視点からの時間微分を表している。本稿で流体解析に用いるメッシュフリー法は、流

体の流れに沿って物理量の変化を表現するラグランジュ式記述である。そのため、差分法や有限要素法などで一般に用いられている、固定された観測点から物理量の変化を表現するオイラー式記述とは異なり、ナビエ・ストークス方程式において移流項を計算する必要が無い。移流項とは、空間に固定された速度場の計算点から流体の輸送を記述するための項であるが、計算を行う際に数値拡散や数値振動が生じるおそれがあり、精度の良い流体解析を困難にしている。しかし、流体解析にラグランジュ式記述である手法を用いることによって、移流項の離散化に伴う問題は生じなくなる。

また、流体の自由表面に働く表面張力は以下の式で与えられる。

$$f_s = \gamma \kappa \quad (2.43)$$

ただし、 γ は表面張力係数、 κ は表面の曲率である。ここで、3次元空間において流体の表面形状が $Z=f(x,y)$ で与えられる場合、曲率 κ は以下の式で計算される。

$$\kappa = -\nabla \cdot \left\{ \frac{\nabla Z}{\left(1 + |\nabla Z|^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right\} \quad (2.44)$$

本研究では、表面形状 Z は表面計算点の座標を用いて重み付き最小二乗法により近似する。なお、2.1.4 項で示した通り、式(2.43)で表される表面張力は流体の圧力分布を求める際のディリクレ型境界条件として利用している。

2.2.2 流体解析の計算アルゴリズム

本項では、流体の支配方程式である式(2.41)、式(2.42)を用い、時刻 k における各粒子の位置 \mathbf{r}_i^k 、速度 \mathbf{u}_i^k 、圧力 P_i^k が既知量である場合に、1ステップ経過後の新しい時刻 $k+1$ における各値 \mathbf{r}_i^{k+1} 、 \mathbf{u}_i^{k+1} 、 P_i^{k+1} を計算する方法について述べる。

まず、半陰解法に基づき式(2.41)の右辺第1項である圧力項を無視し、右辺第2項である粘性項と右辺第3項の外力項について陽的に計算し、仮の速度 \mathbf{u}_i^* を求める。すなわち、次式を計算する。

$$\mathbf{u}_i^* = \mathbf{u}_i^k + \Delta t \left(\nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{u}_i^k) + \frac{\mathbf{f}_i}{\rho} \right) \quad (2.45)$$

ただし、 Δt は時間刻み幅、 \mathbf{f}_i は粒子 i における単位体積あたりの外力である。

\mathbf{u}_i^* は圧力項を無視して得られた値なので、一般に式(2.42)を満たさず、真の \mathbf{u}_i^{k+1} とは一致しない。そこで、圧力項を考慮した陰的な計算を行うことで \mathbf{u}_i^* を修正し、式(2.42)を満たす

\mathbf{u}_i^{k+1} を求め、新しい時刻 $k+1$ における速度および位置を計算する。

$$\mathbf{u}_i^{k+1} = \mathbf{u}_i^* + \tilde{\mathbf{u}}_i \quad (2.46)$$

ただし、 $\tilde{\mathbf{u}}_i$ は速度の修正量であり、次式で表される。

$$\tilde{\mathbf{u}}_i = -\frac{\Delta t}{\rho} \nabla P_i^{k+1} \quad (2.47)$$

したがって、次ステップの圧力 P_i^{k+1} を計算することができれば、速度の修正量 $\tilde{\mathbf{u}}_i$ を求められる。ここで、式(2.46)の両辺の発散を考えると次式となる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_i^{k+1} = \nabla \cdot \mathbf{u}_i^* + \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}_i \quad (2.48)$$

ここで、式(2.42)より式(2.48)の左辺は 0 となる。また、式(2.47)に式(2.48)を代入すると、以下の式が得られる。

$$\nabla^2 P_i^{k+1} = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}_i^* \quad (2.49)$$

各計算点に対し式(2.49)を立てれば、圧力に関する連立方程式となる。前述の通り、この連立方程式を解く際には、流体表面に位置する粒子に対し、式(2.40)で得られた値をディリクレ型の境界条件として用いる。

式(2.49)から P_i^{k+1} が求まれば、式(2.46)、式(2.47)より次ステップの速度 \mathbf{u}_i^{k+1} を求められる。これにより、粒子の位置 \mathbf{r}_i^{k+1} は2次のルンゲクッタ法を用いて次式より求められる。

$$\mathbf{r}_i^{k+1} = \mathbf{r}_i^k + \frac{\Delta t}{2} (\mathbf{u}_i^k + \mathbf{u}_i^{k+1}) \quad (2.50)$$

以上の手順を毎ステップ繰り返すことにより、流体解析が進行する。

2.2.3 流体表面の判定方法

本解析手法では流体の自由表面の位置は表面計算点の座標として明確に定義されている。表面計算点は自由表面形状関数の算出や圧力に関する陰解法における境界条件に用いられるため、全流体計算点のうち、どの計算点が表面計算点であるか正確に判定することは重要である。以下に、本研究で用いた表面判定方法について述べる。

まず、全ての流体計算点において、計算点密度勾配ベクトル \mathbf{D} を定義する。 \mathbf{D} は計算点が密に存在する方向を指すベクトルであり、重み付最小二乗法による離散化における周辺計算点の寄与率(形状関数)の勾配を用いて以下のように表される。

$$D_{ix} = \sum_{l \neq i}^N \left[\sum_{h=1}^m A_{2h}^{-1} [\mathbf{B}]_h^l \right] \quad (2.51)$$

$$D_{iy} = \sum_{l \neq i}^N \left[\sum_{h=1}^m A_{3h}^{-1} [\mathbf{B}]_h^l \right] \quad (2.52)$$

$$D_{iz} = \sum_{l \neq i}^N \left[\sum_{h=1}^m A_{4h}^{-1} [\mathbf{B}]_h^l \right] \quad (2.53)$$

ただし、 D_{ix} 、 D_{iy} 、 D_{iz} はそれぞれ計算点 i における \mathbf{D} の x 成分、 y 成分、 z 成分を表している。流体内部の計算点において、 \mathbf{D} は不規則な方向を示すことに対し、流体表面計算点において \mathbf{D} は表面の内向き法線方向を示す。したがって、計算点 i が表面計算点ならば、影響半径内の他の計算点 j はすべて \mathbf{D} が向いている側の空間に存在しなければならないことになる(図 2.4 参照)。前述の \mathbf{D} の性質を用いると、すべての周辺計算点 j に対し以下の式が成立すると考えられる。

$$\frac{\mathbf{D}_i \cdot \mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{D}_i| |\mathbf{r}_{ij}|} > 0 \quad (2.54)$$

しかし、上式がすべての周辺計算点に対して成立するのは流体が全領域で凸形状だった場合に限られるので、凹形状の場合も表面判定ができるようにするために以下の式で判定を行う。

$$\frac{\mathbf{D}_i \cdot \mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{D}_i| |\mathbf{r}_{ij}|} > \alpha \quad (2.55)$$

ただし、 α は流体表面の凹みに関するパラメータであり、本研究では $\alpha=-0.5$ としている。この場合、およそ 120 度までの凹みが表現できることを意味している。

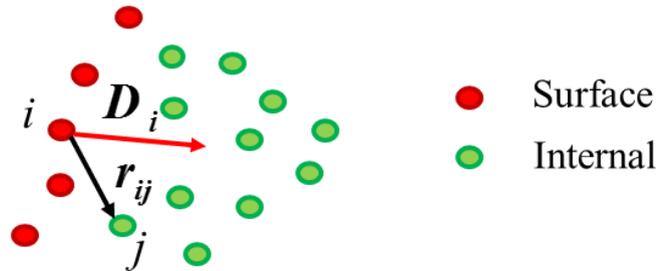


図 2.4 計算点密度勾配ベクトルを用いた表面判定

2.2.4 表面形状の取り扱い

重み付き最小二乗法はデルタ関数特性を持たないために、表面計算点群の座標から計算した表面形状の近似曲面は表面計算点を必ずしも通過しないことは 2.1.2 項で述べた通りである。本研究では、各表面計算点に対し表面形状の近似曲面を生成したとき、実際の流体表面位置は表面計算点の座標ではなく、近似曲面の位置であるとみなしている。このことから、本研究では 2.2.2 項の手順に基づいた流体解析終了後に、図 2.5 に示すように表面計算点を近似曲面上に移動させる処理を行っている。この処理をステップごとに行うことにより、数値誤差等によって生じた流体表面形状の局所的な凹凸が解消され、より安定な流体解析が実現できる。ただし、磁性流体のスパイク形成現象等の局所的で急峻な変形が生じることが前提の対象を取り扱う際に前述の処理を導入すると、この処理が本来の変形を妨げるおそれがある。この問題については、急峻な変形が生じる箇所において十分な計算点数を追加することによって対応できると考えられる。

2.2.5 分裂判定

静電霧化現象のような流体の分裂を伴う対象を取り扱う場合には、電荷考慮等の関係から流体が分裂したことを判定する必要がある。図 2.6 に、本研究で行っている流体の分裂判定方法の模式図を示す。まず任意の流体計算点 1 つをグループ番号 1 であると決定する。次に、その流体計算点の影響半径内に含まれる計算点は同じグループであるとみなし、新たにグループ番号が決定した計算点に対し、同様の探索を行っていく。これに対し、グループ番号が 1 であるすべての計算点の影響半径外に存在する計算点は分裂していると判断できるため、これに新たなグループ番号を付与する。同様の探索をすべての計算点にグループ番号が与えられるまで繰り返せば、各ステップにおける流体の分裂状態を判定することができる。

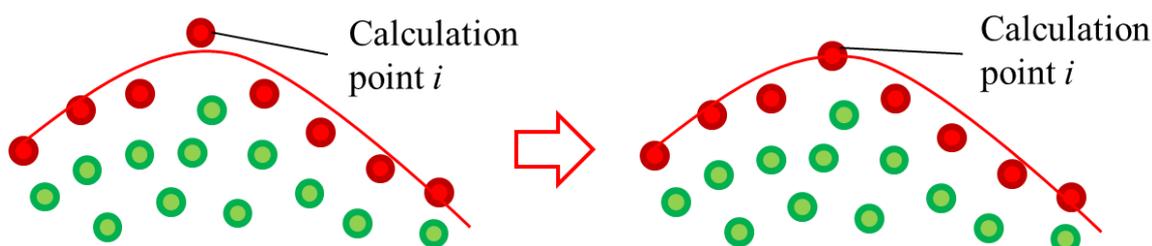


図 2.5 表面計算点の座標修正

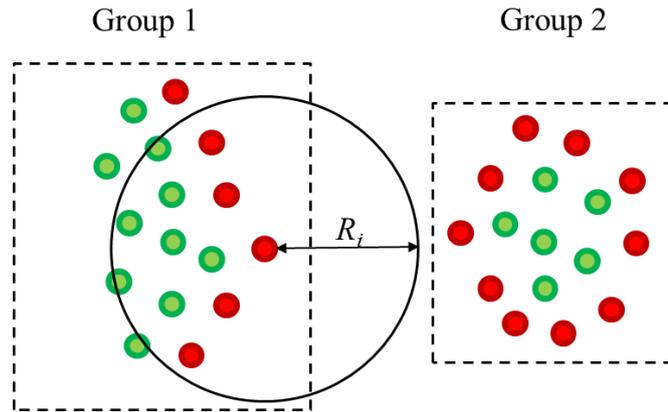


図 2.6 分裂判定

2.2.6 計算点の追加・削除

2.1.2 項にて、本研究で重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法を採用した 2 つ目の理由として、重み付き最小二乗法は MPS 法等のメッシュフリー法とは異なり計算点の解像度を可変にすることができる点を挙げた。本研究では、流体解析の精度・安定性の向上を目的として、計算点が疎になった箇所及び流体表面付近に計算点を自動で追加するプロセスを導入している。以下に、計算点追加アルゴリズムについて説明する。

①表面計算点の追加

大変形を伴う流体問題を取り扱う上で、表面近傍は最も計算精度を向上すべき箇所である。そこで、表面計算点間の距離を指標とし、距離が開きすぎた場合にはその 2 点間の中点に新しい表面計算点を追加する。

$$\mathbf{r}_{new} = 0.5 \times (\mathbf{r}_i + \mathbf{r}_j) \quad (1.3L_i < |\mathbf{r}_{ij}| < 1.4L_i) \quad (2.56)$$

ただし、 \mathbf{r}_{new} は新点の位置ベクトルである。

②内部計算点の追加

2.2.3 項の表面判定で用いた計算点密度勾配ベクトル \mathbf{D} は、計算点が密に存在する方向を示すベクトルであるため、 $-\mathbf{D}$ 方向は計算点の密度が低くなっていると考えられる。そこで、すべての内部計算点に対し以下の式で示す箇所に新しい内部計算点を追加する。

$$\mathbf{r}_{new} = \mathbf{r}_i - L_i \mathbf{D}_i \quad (2.57)$$

ただし、 \mathbf{D}_i は計算点 i の計算点密度勾配ベクトルである。

③表面近傍の内部への計算点追加

表面近傍での計算精度を向上させるには、①で述べた表面計算点間の追加だけでなく、

表面付近の内部領域にも内部計算点を追加する方が良いと考えられる。そこで、すべての表面計算点に対し以下の式で示す箇所に新しい内部計算点を追加する。

$$\mathbf{r}_{new} = \mathbf{r}_i + 0.5L_i \mathbf{D}_i \quad (2.58)$$

これらの計算点追加によって、計算点の密度が疎になった箇所や表面近傍に計算点が追加され、より安定な流体解析が可能となる。なお、新しく生成された点を持つ物理量は、新しい点の影響半径内に含まれる周辺計算点の物理量分布を重み付き最小二乗法によって近似することで計算する。

また、計算点が密になりすぎると、クーラン条件の関係で時間刻み幅をより小さく設定し直さなければならなくなり、数値解析に多大な計算時間を要することになるおそれがある。そのため、本研究では距離が近づきすぎた計算点は削除を行い、計算点追加による解像度の増加に制限を設けている。計算点の削除は、計算点 i とその周辺計算点 j の距離が以下の式を満たす場合に行われる。

$$|\mathbf{r}_{ij}| < 0.2L_i \quad (2.59)$$

ただし、この条件を満たした際に削除する計算点は計算点 i と計算点 j が同じ属性(表面同士、内部同士)の場合は計算点 i であるとしているが、計算点 i が表面計算点かつ計算点 j が内部計算点であった場合は表面形状が崩壊することを避けるために計算点 j の方を削除している。

2.3 電磁場解析

2.3.1 静電場解析の支配方程式

真電荷が存在しない領域における静電場の支配方程式は、以下に示すラプラス方程式で与えられる。

$$\nabla \cdot (\varepsilon \nabla V) = 0 \quad (2.60)$$

ただし、 V は電位、 ε は誘電率を表している。式(2.60)を重み付最小二乗法に基づくメッシュフリー法で離散化し、陰的に解くことによって各計算点の電位が得られれば、電場 \mathbf{E} は次式で計算することができる。

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (2.61)$$

また、誘電体表面に働く静電応力は以下の式で計算される。

$$f_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_n^2 \quad (2.62)$$

ただし、 ε_0 は空気の誘電率である。また、 E_n は流体表面における電場の法線方向成分であり、流体表面における電場と外向き法線ベクトルの内積で計算することができる。

$$E_n = \mathbf{E} \cdot (-\mathbf{D}) \quad (2.63)$$

ここで、 \mathbf{D} は流体の計算点密度勾配ベクトルであり、2.2.3項で述べた通り表面においては内向き法線ベクトルと同様である。したがって、 $-\mathbf{D}$ は流体表面において外向き法線ベクトルとして利用することができる。

2.3.2 動磁場解析の支配方程式

動磁場解析に用いる支配方程式は、マクスウェルの方程式から次式で表される。

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_e \quad (2.64)$$

ただし、 μ は透磁率、 \mathbf{A} は磁気ベクトルポテンシャル、 \mathbf{J}_0 は強制電流密度である。また、 \mathbf{J}_e は渦電流密度であり、次式で定義される。

$$\mathbf{J}_e = -\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \quad (2.65)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_e = 0 \quad (2.66)$$

ただし、 σ は導電率であり、式(2.66)は導体内に流れる渦電流が連続であることを示す。

これらの式を重み付最小二乗法に基づくメッシュフリー法で離散化し、陰的に解くことによって各計算点の磁気ベクトルポテンシャルが得られれば、磁束密度 \mathbf{B} は次式で計算することができる。

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.67)$$

また、導体に働く単位体積当たりのローレンツ力 f_L は以下の式で計算できる。

$$f_L = \mathbf{J}_e \times \mathbf{B} \quad (2.68)$$

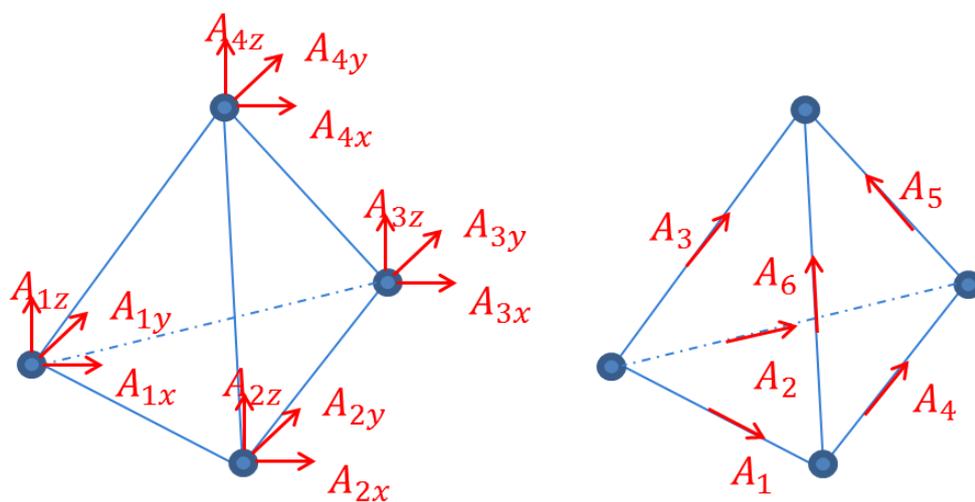
2.3.3 磁場解析における未知数の付与方法とゲージ条件

本研究ではこれらの式を重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法、すなわち計算点のみを用いて離散化するため、今日の有限要素法による磁場解析における一般的な考え方である辺要素のように、磁気ベクトルポテンシャルを辺上の未知数として考えることができない。そのため本手法では、有限要素法における節点要素の考え方にに基づき、各計算

点に磁気ベクトルポテンシャルの x 、 y 、 z の 3 成分を未知数として割り当てている。図 2.7 に、有限要素法における磁気ベクトルポテンシャルの配置方法の模式図を示す。

また、有限要素法によって支配方程式を陰的に解く際に得られる係数行列は対称な疎行列であり、対称行列用の反復解法として一般的な ICCG(Incomplete Cholesky Conjugate Gradient)法は不定な方程式でも解くことができることが知られている⁽⁴⁰⁾。これに対し、重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法で支配方程式を離散化し陰的に解く場合に得られる係数行列は非対称な疎行列であり、その解法には BiCGStab2 法を用いている。本手法によって式(2.64)から式(2.66)を連立し、節点要素有限要素法と同様の考え方で未知数を割り振りメッシュフリー法による 3 次元磁場解析を試みたところ、BiCGStab2 法による反復計算の収束解が得られることはなかった。そこで、本研究では 3 次元磁場解析を行う際には式(2.64)から式(2.66)に加え、以下に示すゲージ条件を課して磁気ベクトルポテンシャルの不定性を取り除くことによって収束解を得ている。なお、このゲージ条件はクーロンゲージと呼称され、磁気ベクトルポテンシャルを未知数とする 2 次元の磁場解析の場合は自動で満たされる条件となっている。

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \tag{2.69}$$



(a) 有限要素法における節点要素 (b) 有限要素法における辺要素

図 2.7 有限要素法における磁気ベクトルポテンシャルの割り振り

2.3.4 空気計算点の生成方法

電磁場解析においては、流体解析の場合とは異なり、流体領域だけでなく空気領域にも計算点を配置する必要がある。有限要素法の場合、デローニ分割⁽⁴¹⁾に代表される様々な要素自動分割法が開発されているが、メッシュフリー法では要素の体積、辺による要素間接続関係といったメッシュ情報を用いない計算点の自動追加方法を導入する必要がある。本研究では、計算精度の確保と計算の収束性の両立を目標として、以下に示す2種類の計算点配置方法を組み合わせて空気計算点の生成を行っている。

① 格子状配置

解析領域全体に、格子状に空気計算点を配置する。このとき、計算点密度が流体付近では密に、流体から離れるにつれて段階的に疎になるよう、流体中心から一定距離離れるごとに格子間隔を2倍ずつ広げながら配置している。また、最小格子幅は初期の流体計算点の基準長さの2倍としており、解像度が極端に変化しないよう設置している。

② 流体表面形状の相似形配置

流体の表面近傍に関しては、図2.8に示すように各流体表面計算点を始点として表面計算点の外向き法線ベクトル方向に空気計算点を数層設置する。なお、外向き法線ベクトルは、2.3.1項で述べたように計算点密度勾配ベクトルの符号を反転させて求めている。表面計算点*i*を基準として*n*回目に生成された空気計算点と、(*n*-1)回目に生成された空気計算点の距離 d_n は、以下の式で表される。

$$d_n = \beta^n L_i \tag{2.70}$$

ただし、 β は始点となる流体表面計算点から離れるにつれ空気計算点の解像度が低下するように設置するためのパラメータであり、本研究では $\beta=1.15$ とした。

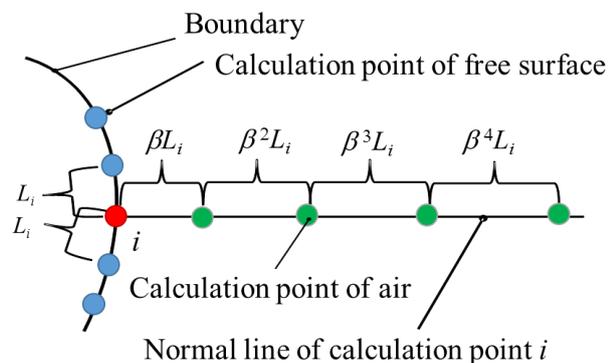
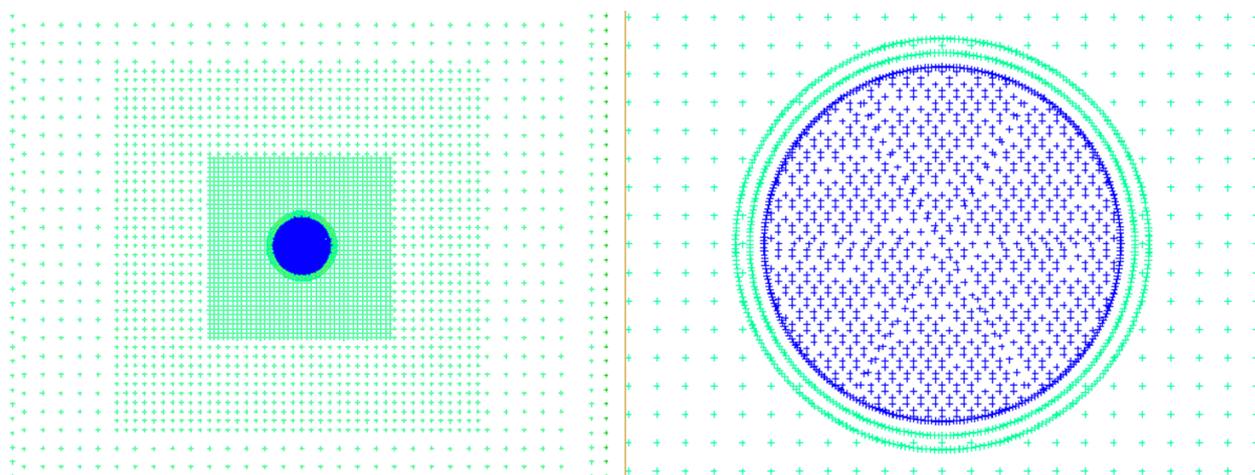


図 2.8 空気計算点配置：流体表面形状の相似形

以上の2種類の空気計算点生成方法を組み合わせることによって、計算点配置が対称な領域が大半を占めることによる収束性の向上と、流体表面付近に計算点を集中して配置することによる計算精度の確保の両立が可能であると考えられる。なお、追加された空気計算点が空気以外の領域(壁、コイル等)に侵入した場合や、解析領域外に設置された場合は空気計算点配置を中止している。

本項で述べた空気計算点生成方法によって、1辺 $500\ \mu\text{m}$ の立方体解析領域の中心に直径 $50\ \mu\text{m}$ の球状流体を設置したモデルに対し、実際に空気計算点を生成した例を図 2.9 に示す。前述した手法により、流体から離れるにつれて格子間隔が広がり解像度が低下している様子や、流体近傍では層状に計算点が配置され解像度が増加している様子が確認できる。



(a) 格子状計算点配置

(b) 相似形配置(流体近傍の拡大図)

図 2.9 空気計算点の生成例

第3章 提案手法の精度検証

3.1 流体解析の精度検証

3.1.1 液滴振動周期の精度検証

本手法による流体解析の精度検証のため、無重力下での3次元非粘性液滴の振動現象の数値解析を行う。解析モデルを図3.1に示す。流体の初期形状は球であり、流体計算点は六方最密充填構造で配置されている。また、流体表面近傍の精度確保のため、表面計算点は内部計算点の2倍の解像度となるように内部計算点の半分の間隔で設置している。

また、解析条件を表3.1に示す。流体に働く力は表面張力のみであり、重力や静電力等の外力は働かないものとする。

解析によって得られた液滴の長軸短軸比の変遷を図3.2に示す。図3.2から、本手法によって計算された液滴の振動周期は $54.5 \mu\text{sec}$ と読み取ることができる。

これに対し、非粘性液滴が十分小さい振幅で振動するとき、その振動周期 T は以下の式で理論的に求められることが知られている⁽⁴²⁾。

$$T = \sqrt{\frac{3\pi M}{8\gamma}} \quad (3.1)$$

ただし、 M は液滴の質量である。式(3.1)から、表3.1に示した条件における液滴の振動周期の理論解は $54.2 \mu\text{sec}$ と計算することができる。解析解と理論解の相対誤差は0.5%程度と十分小さいことから、本手法による流体解析で得られた結果の定量的な妥当性が確認できる。

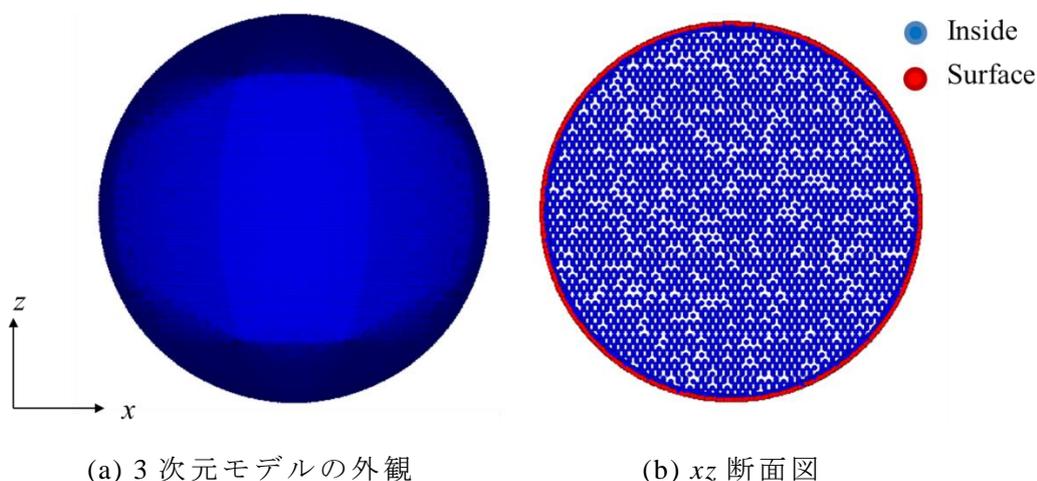


図 3.1 流体解析の精度検証用解析モデル

表 3.1 流体解析の精度検証における解析条件

| | |
|-------------------------------|----------------------------|
| Density | 1000 [kg/m ³] |
| Viscosity | 0 |
| Surface tension coefficient | 0.07196[N/m] |
| Radius of droplet | 3.5×10 ⁻⁵ [m] |
| Initial velocity of droplet | (-100x, -100y, 200z) [m/s] |
| Time interval | 1.0×10 ⁻⁷ [sec] |
| Number of fluid points (t= 0) | 127361 |

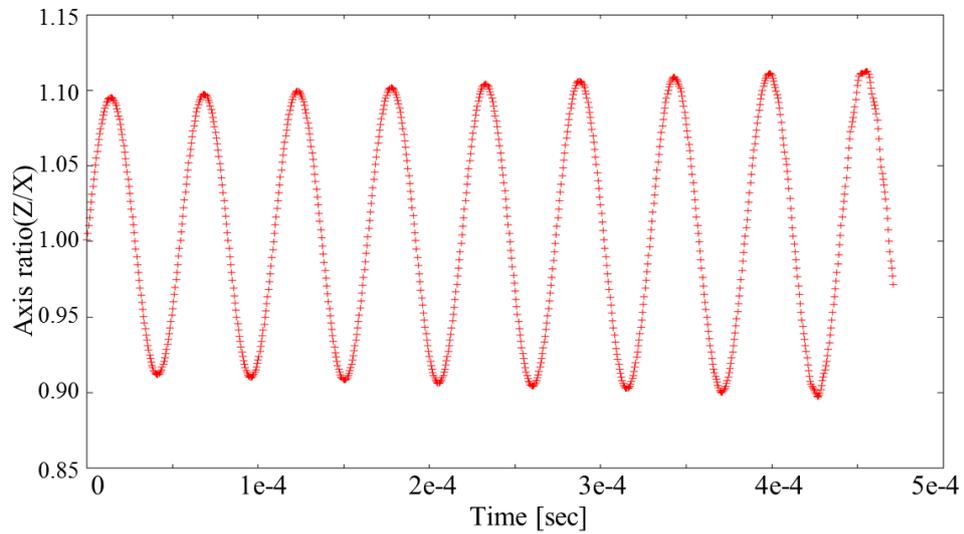


図 3.2 非粘性液滴の長軸短軸比の変遷

3.1.2 表面張力の精度検証

半径 R の球体液滴に働く表面張力 f_{st_theory} は、以下の式で理論的に計算できる。

$$f_{st_theory} = \frac{2\gamma}{R} \quad (3.2)$$

3.1.1 項で示した 3 次元非粘性液滴解析の初期ステップにおける流体の圧力分布を図 3.3 に示す。ただし、3 次元解析結果において全計算点の物理量を表示すると可視性に問題が生じるため、xz 断面上に存在する計算点のみをプロットしている。なお、以降で解析によって得られた物理量分布をコンター図やベクトル図として示す場合も、断らない限り xz 断面上の計算点の持つ情報のみを示すものとする。

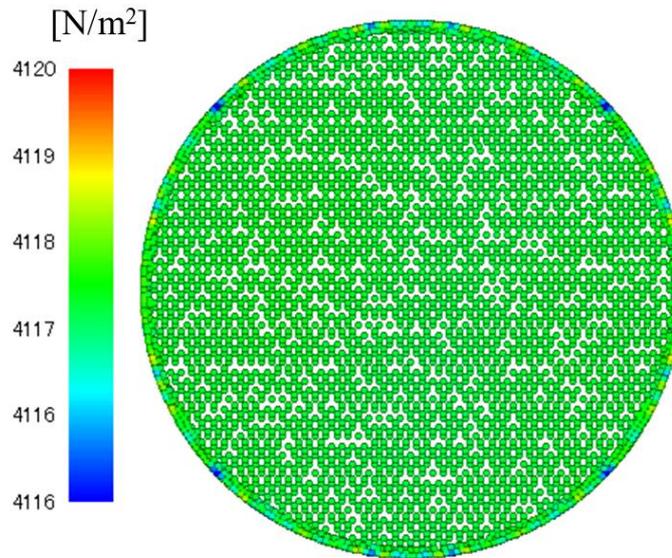


図 3.3 流体計算精度検証モデルにおける圧力分布 ($t=0$)

図 3.2 から、表面張力を境界条件として計算した圧力分布は流体全域で滑らかな値が得られていることが分かる。また、式(3.2)から表 3.1 に示した条件における球状液滴の表面張力の理論解は 4112 N/m^2 と計算することができる。これに対し、解析で得られた表面張力の平均値は 4118 N/m^2 であり、解析解と理論解の相対誤差は 0.1% 程度と十分小さい。したがって、本手法によって得られた表面形状の近似関数は実際の表面形状を精度よく再現しており、流体表面の曲率及び流体表面に働く表面張力について定量的に妥当な結果が数値解析によって得られていることが確認できる。

3.2 電磁場解析の精度検証

3.2.1 静電場解析の精度検証

本手法による静電場解析の精度検証のため、一様電場下における誘電体球周りの電位・電場分布の数値解析を行った。解析モデルを図 3.4 静電場解析の精度検証用解析モデルに示す。ただし、 V_1 、 V_0 はそれぞれ $\pm Z$ 方向の解析領域端面にディリクレ境界条件として与える印加電圧、 R は誘電体の半径、 r は誘電体中心からの距離、 θ は $+Z$ 方向からの偏角を表している。1 辺の長さが 1 mm の立方体解析領域の中心に直径 $100 \mu\text{m}$ の誘電体球が配置されており、解析領域端に電圧を印加することによって $-Z$ 方向に一様電場 E_0 を発生させている。また、解析条件を表 3. 2、 xz 断面上の計算点配置を図 3. 5 に示す。図 3. 5 において、

解析領域端近傍において空気計算点が配置されていないように見受けられる。これは、出力の都合上 3 次元空間の xz 断面が、計算点の y 座標の絶対値が計算点の基準長さの 0.5 倍以下の領域と定義されていることによるものであり、3 次元空間上においては空気計算点が問題なく充填されている。

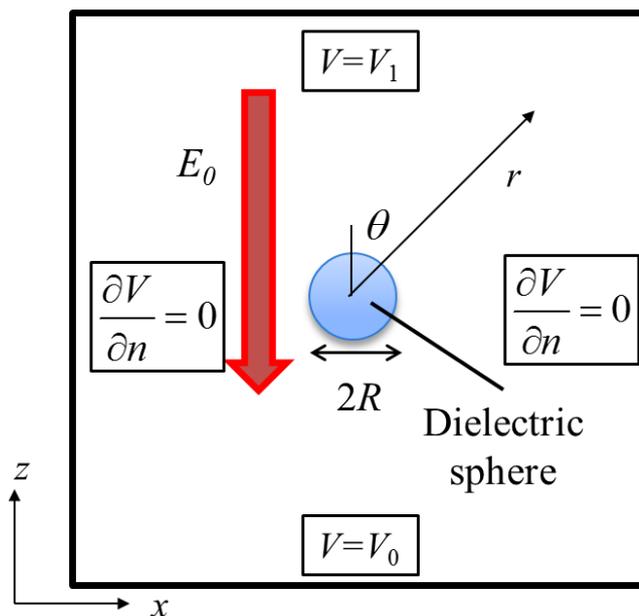


図 3.4 静電場解析の精度検証用解析モデル

表 3.2 静電場解析精度検証の解析条件

| | |
|---------------------------------------|-----------------------------------|
| Applied voltage | 5000 [V] ($V_1=5000, V_0=0$) |
| Radius of dielectric sphere | 5.0×10^{-5} [m] |
| Relative permittivity | 80 |
| Initial distance of dielectric points | 2.5×10^{-6} [m] |
| Number of calculation points | 284563 |

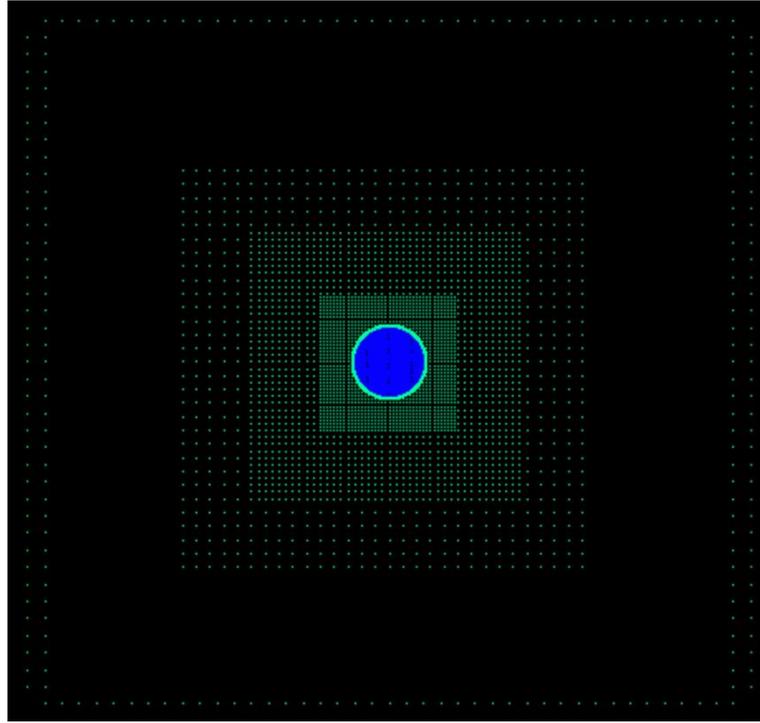


図 3.5 静電場解析の精度検証モデルにおける計算点配置

図 3.4 のように一様電場下に誘電体球が存在するとき、誘電体の中心からの距離 r の地点における電位及び電場は理論的に計算できることが知られている⁽⁴³⁾。まず、電位の理論解を以下に示す。

$$V_{out} = \left(-r + \frac{\varepsilon^* - 1}{\varepsilon^* + 2} \frac{R^3}{r^2} \right) E_0 \cos \theta \quad (3.3)$$

$$V_{in} = \frac{3r}{\varepsilon^* + 2} E_0 \cos \theta \quad (3.4)$$

$$\cos \theta = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (3.5)$$

ただし、 V_{out} は誘電体外部の電位、 V_{in} は誘電体内部の電位、 ε^* は比誘電率を表している。電位の理論解が式(3.3)から式(3.5)で与えられるとき、電場の理論解はその勾配を計算することによって以下の通り表すことができる。

$$E_{out}(x) = -3E_0 \frac{\varepsilon^* - 1}{\varepsilon^* + 2} \left(\frac{R}{r} \right)^3 \cdot \frac{xz}{r^2} \quad (3.6)$$

$$E_{out}(y) = -3E_0 \frac{\varepsilon^* - 1}{\varepsilon^* + 2} \left(\frac{R}{r}\right)^3 \cdot \frac{yz}{r^2} \quad (3.7)$$

$$E_{out}(z) = E_0 \left(-1 + \frac{\varepsilon^* - 1}{\varepsilon^* + 2} \left(\frac{R}{r}\right)^3 \cdot \left(1 - 3\frac{z^2}{r^2}\right) \right) \quad (3.8)$$

$$E_{in}(x) = 0 \quad (3.9)$$

$$E_{in}(y) = 0 \quad (3.10)$$

$$E_{in}(z) = -\frac{3E_0}{\varepsilon^* + 2} \quad (3.11)$$

ただし、 $E_{out}(x)$, $E_{out}(y)$, $E_{out}(z)$ はそれぞれ誘電体外部の電場の x, y, z 成分、 $E_{in}(x)$, $E_{in}(y)$, $E_{in}(z)$ はそれぞれ誘電体内部の電場の x, y, z 成分を表している。

図 3.6 に、誘電体中心からの距離 r に対する電位の解析解と理論解の相対誤差を示す。ただし、可視性の向上のため、 z 座標が正かつ z 軸からの距離が誘電体計算点の基準長さ未満となっている計算点のみを抜粋している。電位の相対誤差は、電場の集中する誘電体の表面($r=5.0 \times 10^{-5}$ m)付近の空気領域で最大となっているが、その値は約 0.07% であり、全領域において高い精度で電位の数値解析ができていることが確認できる。

また、図 3.7 に誘電体中心からの距離 r に対する電場の解析解と理論解の相対誤差を示す。なお、計算点を抜粋する条件は電位の場合と同様としている。電場の最大相対誤差は誘電体内部で 1.4% 程度であり、電場解析で得られた結果と理論解はよく一致しているが、電位と比較し約 20 倍も大きな相対誤差が生じている。この原因としては以下に示す 2 点が考えられる。

① 誘電体表面において電場は急激に変化するため、電位計算に比べより緻密な計算点配置が求められる。

② 誘電体表面近傍において誘電体内外の電場 E_{in} , E_{out} を計算する際には、異材界面の明確化のために影響半径内の計算点のうち自身と異なる材質の計算点を除外して電位勾配を計算する。したがって、電位勾配の離散化に寄与する計算点数が電位計算の際より減少し、計算精度の低下に繋がる。

以上のことから、電場解析においてより高い精度が要求される場合には、計算点配置や異材界面の取り扱い方について改善する必要があると考えられる。

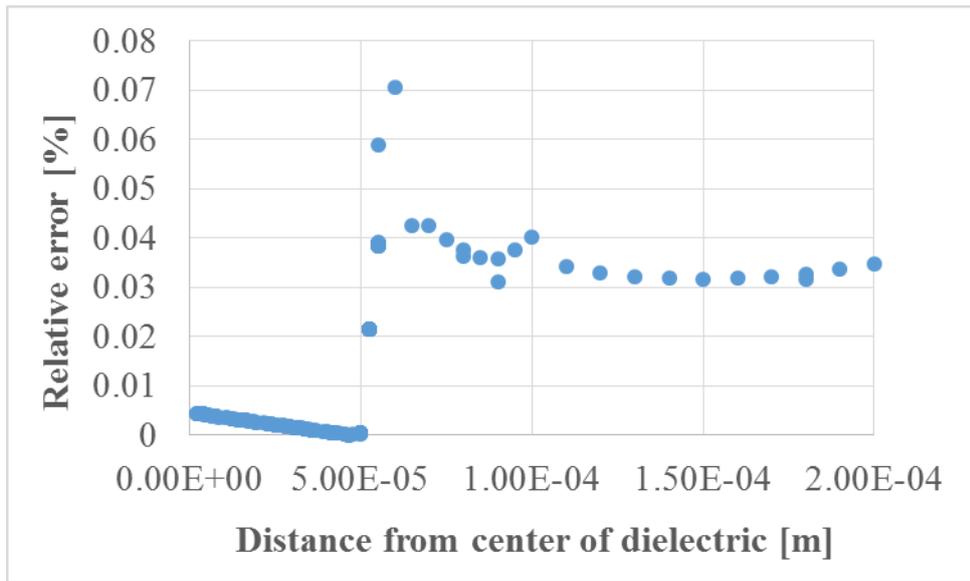


図 3.6 電位の理論解と解析解の相対誤差分布

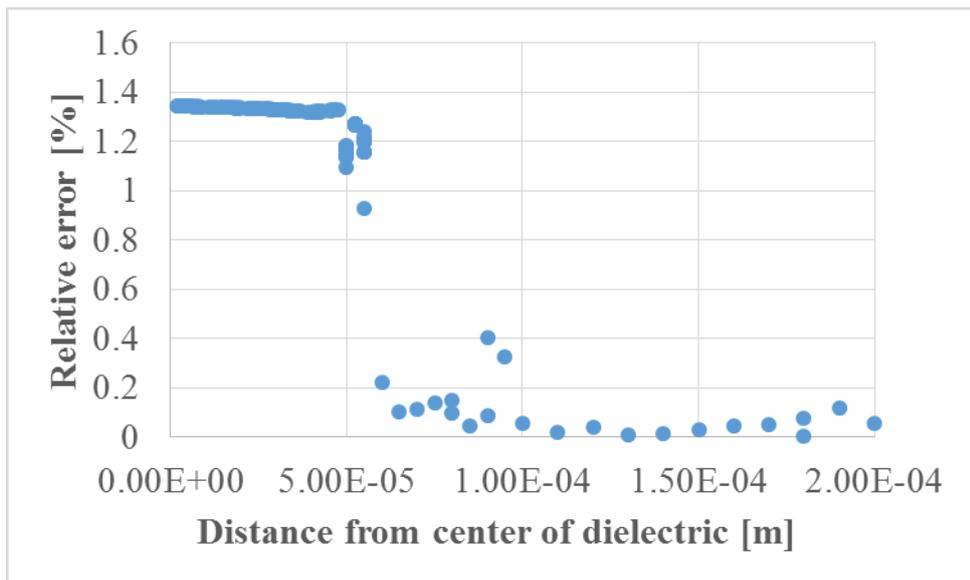


図 3.7 電場の理論解と解析解の相対誤差分布

3.2.2 動磁場解析の精度検証

本手法による動磁場解析の精度検証のため、一様交流磁場下における導体内部の磁場分布の数値解析を行った。解析モデルを図 3.8 に示す。無限円筒状のソレノイドの内部に、無限円柱上の導体が設置されているとき、すべての z 方向断面において同一の磁束密度分布及び渦電流密度が生じるため、この問題は z 方向奥行き無限の 2 次元解析で取り扱うこ

とができる。また、導体の計算点分布を図 3. 9、解析条件を表 3. 3 に示す。

一様交流磁場($H_0=H_A \cos \omega t$)下における半径 a_r の無限円柱導体断面に生じる磁場 $H_z(r)$ は、以下に示す式で理論的に計算することができる⁽⁴⁴⁾。

$$H_z(r) = \frac{H_0 I_0(\sqrt{j\omega\sigma\mu} r)}{I_0(\sqrt{j\omega\sigma\mu} a_r)} \quad (3.12)$$

ただし、 j は虚数単位、 ω は角周波数である。また、 $I_0(x)$ は零位の第 1 種変形ベッセル関数であり、以下の通り定義される。

$$I_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m! \Gamma(m+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(m!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m} \quad (3.13)$$

図 3. 10 に、導体中心から見た距離 r に対する磁場強度分布の解析結果と理論解、及びそれらの相対誤差を示す。ただし、可視性の向上のため、 x, y 座標が正かつ x 軸からの距離が誘電体計算点の基準長さ未満となっている計算点のみを抜粋している。最大相対誤差は導体中心付近で約 4 % となっており、解析結果と理論解は実部、虚部ともによく一致していることが確認できる。

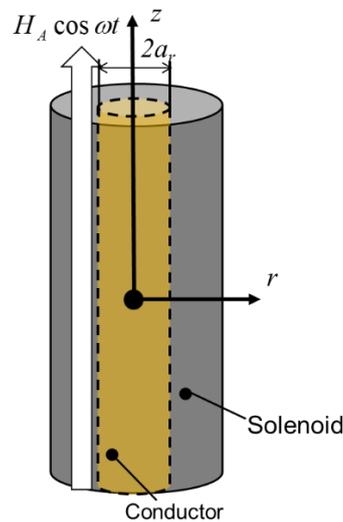


図 3. 8 動磁場解析の精度検証における解析モデル

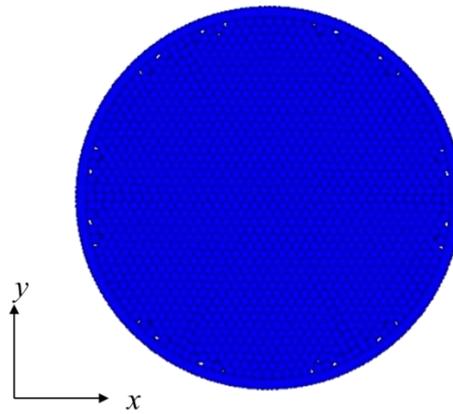


図 3.9 動磁場解析の精度検証における計算点分布

表 3.3 動磁場解析の精度検証における解析条件

| | |
|-------------------------------------|-------------------------|
| Radius of conductor | 0.1 [m] |
| Amplitude of uniform magnetic field | 1.0 [A/m] |
| Relative permeability | 1.0 |
| Frequency | 60 [Hz] |
| Electrical conductivity | 7.7×10^6 [S/m] |
| Number of calculation points | 1645 |

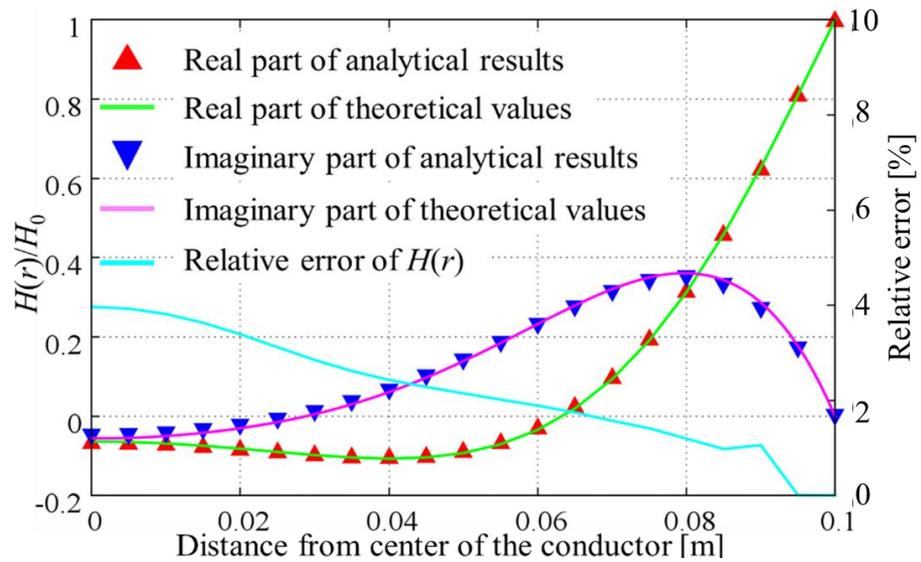


図 3.10 導体内部の磁場強度分布及び理論解と解析解の相対誤差

3.3 本章のまとめ

本章では、流体・静電場・動磁場についてのベンチマーク問題を用い、第2章で述べた解析手法の精度の検証を行った。以下に、それぞれのモデルの解析結果についてまとめる。

流体解析の精度検証のため、3次元非粘性液滴の振動挙動を解析した。解析によって得られた液滴振動の周期と理論解は良好に一致し、表面張力に関しても精度よく計算できていることが確認できた。

静電場解析の精度検証のため、一様電場中の3次元誘電体まわりに生じる電位及び電場分布を解析した。解析によって得られた電位分布や電場分布は理論解と良好に一致し、本手法による静電場解析の定量的な妥当性が示された。

動磁場解析の精度検証のため、一様磁場の無限円柱導体に生じる磁束密度分布を解析した。解析によって得られた磁束密度分布は理論解と良好に一致し、本手法による動磁場解析の定量的な妥当性が示された。

以上のことから、流体及び電磁場解析に対する提案手法の有効性が示されたと考えられる。

第4章 解析結果

4.1 一様電場下の誘電体液滴挙動の数値解析

4.1.1 解析モデル

流体と静電場が相互作用しながら進行する電気流体现象解析の例として、一様電場中に設置された3次元誘電体水滴の挙動の解析を行った。解析モデルを図4.1に示す。初期状態において、1辺の長さが7.5 mmの立方体解析領域の中心に直径1 mmの液滴が設置されており、解析領域端に電圧を印加することによって $-z$ 方向に一様電場 E_0 を発生させている。ただし、重力及び大気圧は考慮されておらず、水滴に働く力は表面張力、静電応力のみであるとする。

計算点分布を図4.2、解析条件を表4.1に示す。図4.2には空気計算点が配置されていない領域が存在するように見受けられるが、3.3.1項で述べた通り断面情報の表示上の都合であり、実際には全領域に空気計算点が充填されている。

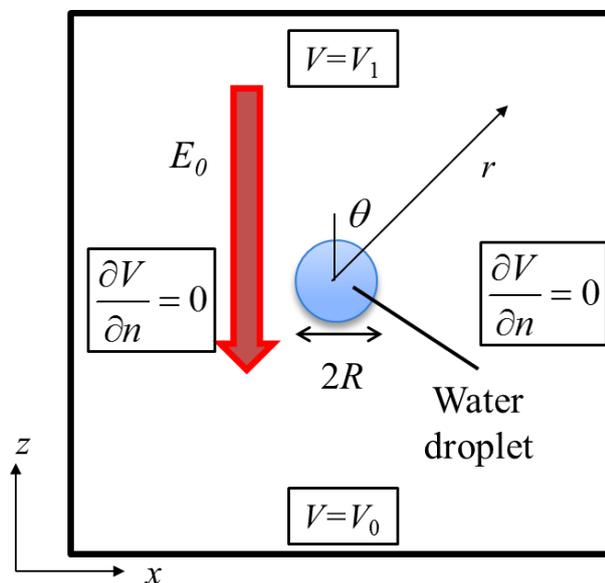


図 4.1 3次元電気流体现象の解析モデル

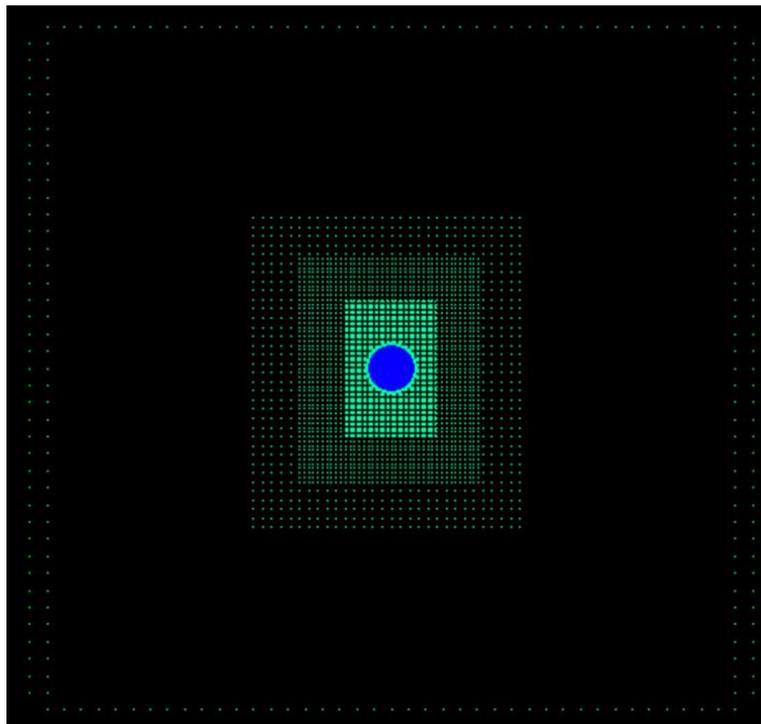


図 4. 2 電気流体现象解析の計算点分布($t=0$)

表 4. 1 電気流体现象解析における解析条件

| | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| Density of fluid | 1000 [kg/m ³] |
| Viscosity of fluid | 0.001 [Pa·s] |
| Surface tension coefficient | 0.07196[N/m] |
| Applied voltage | 25000 [V] ($V_1=25000, V_0=0$) |
| Radius of dielectric sphere | 5.0×10^{-4} [m] |
| Relative permittivity | 80 |
| Time interval | 2.0×10^{-6} [sec] |
| Initial distance of fluid points | 2.5×10^{-5} [m] |
| Number of calculation points($t=0$) | 316618 |
| Average CPU time per 1 step | 25 [sec] |
| CPU | Core i7-4960X 3.6GHz |

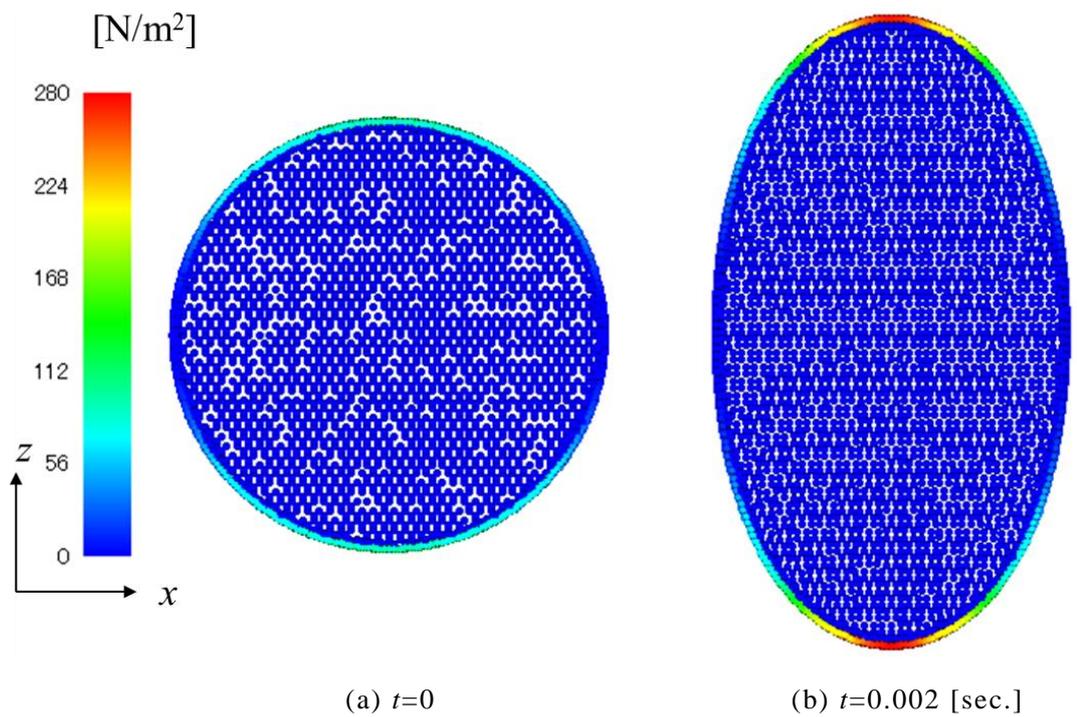


図 4. 4 水滴表面に働く静電応力分布

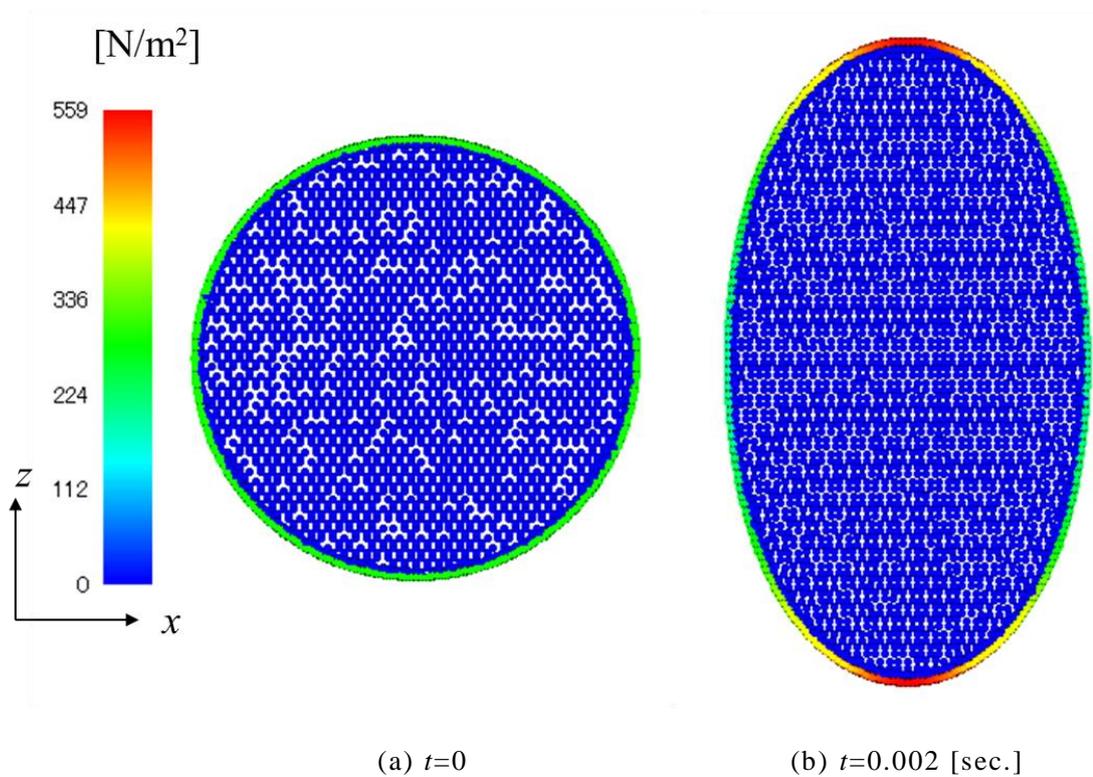


図 4. 5 水滴表面に働く表面張力分布

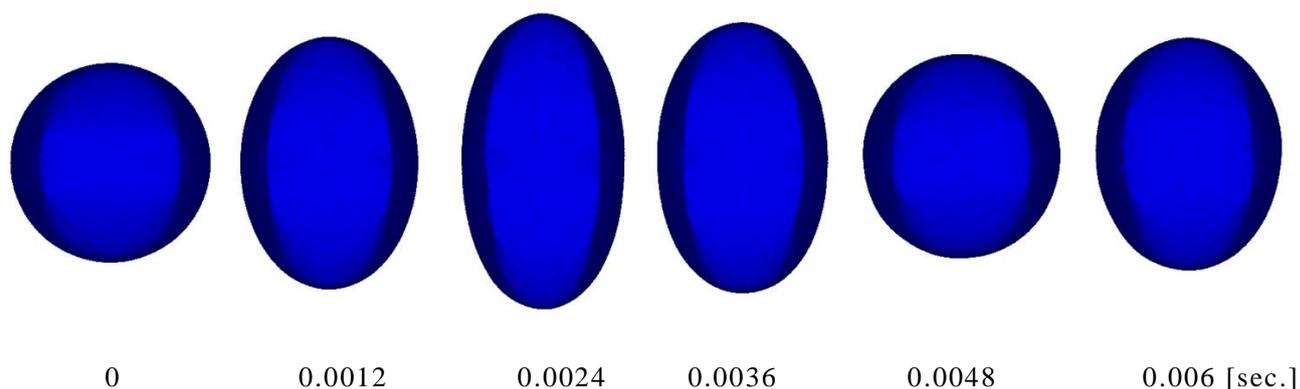


図 4.7 一様電場下の水滴挙動

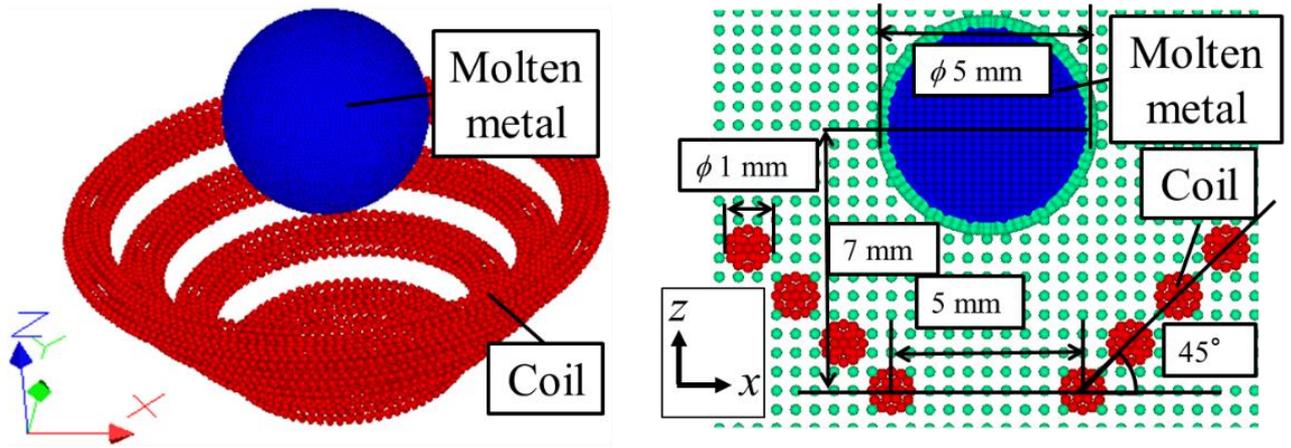
4.2 電磁浮遊現象の数値解析

4.2.1 解析モデル

3次元電磁浮遊現象の解析モデルを図 4.8 に示す。解析領域は 1 辺 50 mm の立方体形状であり、その中心に直径 5 mm の球状金属(流体)が静止している。ただし、本稿では金属は初期状態で既に完全に溶解しているものと仮定し、相変態や温度変化による物性の変化考慮していない。また、これまでに示してきた解析例とは異なり、本節で示す解析結果では重力が考慮されており、重力加速度 $\mathbf{g}=(0, 0, -9.8)$ [m/s²]として与えている。

空間に交流磁場を発生させるための誘導コイルは、それぞれ異なる直径(5 mm, 7.5 mm, 10 mm, 12.5 mm)をもった 4 つのリングコイルとして簡略化している。また、簡略化のためコイルに印加する強制電流密度は一定としており、実験で生じる電源の立ち上がりによる電流密度の変遷やコイルに生じる表皮効果は考慮していない。

計算点分布を図 4.9、解析条件を表 4.2 に示す。図 4.9 には空気計算点が配置されていない領域が存在するように見受けられるが、3.3.1 項で述べた通り断面情報の表示上の都合であり、実際には全領域に空気計算点が充填されている。



(a) 3次元モデルの外観

(b) xz 断面図

図 4.8 電磁浮遊現象の解析モデル

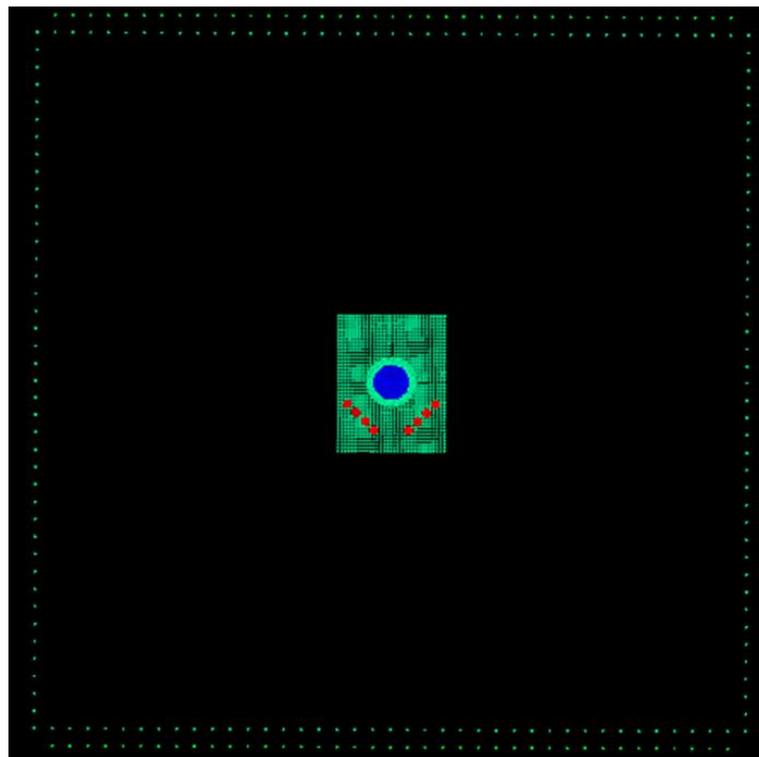


図 4.9 電磁浮遊現象解析における計算点分布

表 4.2 電磁浮遊現象解析における解析条件

| | |
|--|----------------------------|
| Density of fluid | 7015 [kg/m ³] |
| Viscosity of fluid | 0.008 [Pa·s] |
| Surface tension coefficient | 1.85 [N/m] |
| Electrical conductivity | 1.0×10 ⁷ [S/m] |
| Relative permeability | 1.0 |
| Effective value of coil current | 200[A] |
| Frequency of coil current | 100000[Hz] |
| Time interval | 5.0×10 ⁻⁶ [sec] |
| Time steps | 10000 |
| Number of calculation points(<i>t</i> =0) | 192719 |
| Average CPU time per 1 step | 31 [sec] |
| CPU | Core i7-4960X 3.6GHz |

4.2.2 解析結果

図 4.10 に初期状態における溶融金属近傍の磁束密度分布、図 4.11 にコイルの作る磁束が紙面の裏から表方向に増加している瞬間における溶融金属内部の渦電流密度分布を示す。ただし、磁束密度分布は *xz* 断面図、渦電流密度分布は *xy* 断面図となっている。レンツの法則に従い磁束密度の増加を妨げる方向に発生した渦電流によって溶融金属内部に侵入する磁束量が減少し、磁束密度及び渦電流密度が導体(溶融金属)表面に集中する表皮効果が表れていることが確認できる。

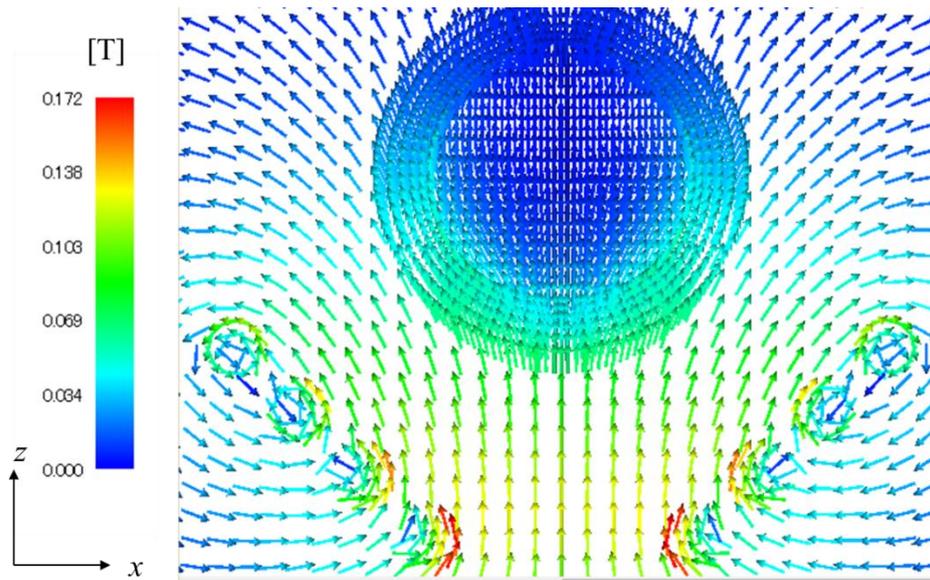


図 4.10 溶融金属近傍の磁束密度分布 (t=0)

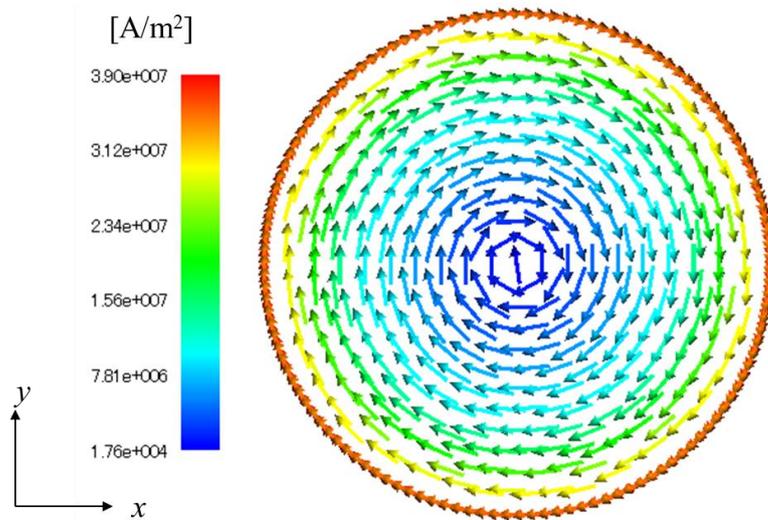
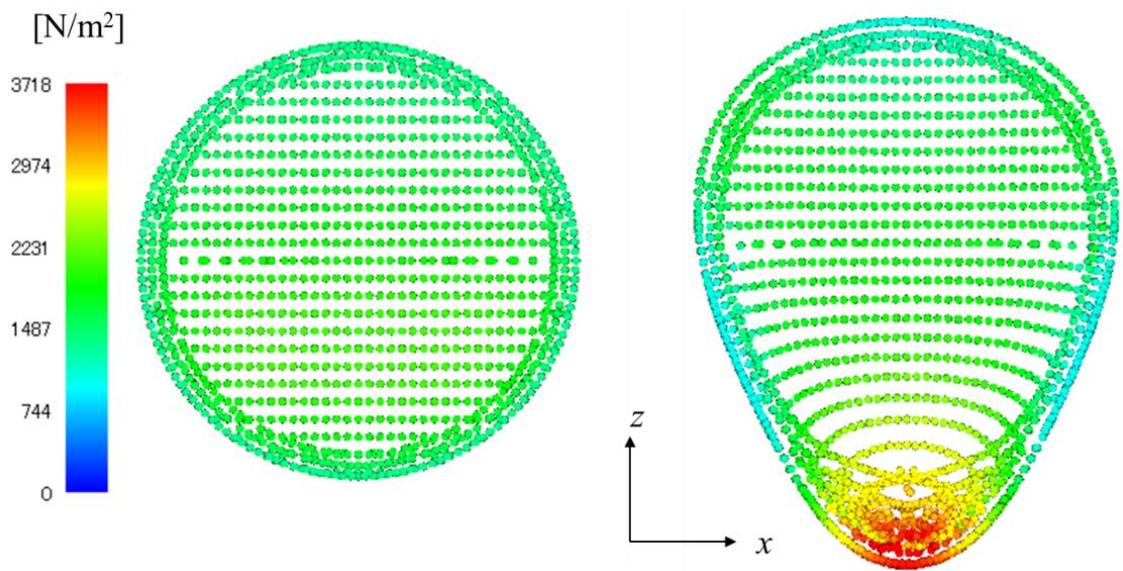


図 4.11 溶融金属内部の渦電流密度分布

図 4.12 に、溶融金属に働くローレンツ力分布を示す。ローレンツ力は式(2.68)で示した通り渦電流密度と磁束密度の外積で計算される。したがって、ローレンツ力も渦電流密度と磁束密度同様に溶融金属表面付近に集中して分布する。また、ローレンツ力はコイル近傍、すなわち溶融金属の下部でより強く発生し、溶融金属を変形させると同時に浮揚力としても働く。

溶融金属内部の圧力分布を図 4.13 に示す。2.1.4 項で述べた通り、本研究ではローレン



(a) $t=0$

(b) $t=5$ msec.

図 4.13 溶融金属内部の圧力分布

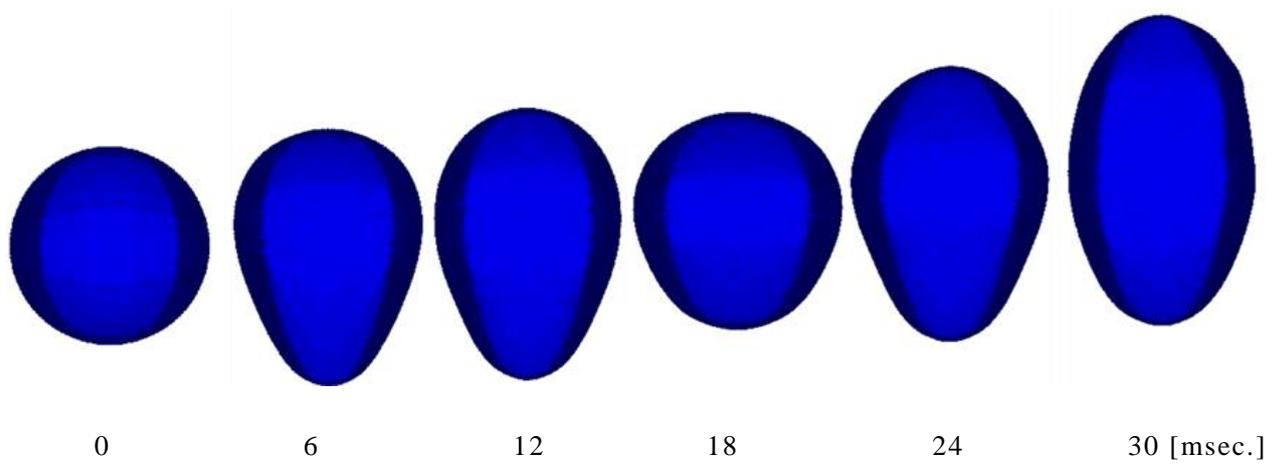


図 4.14 溶融金属の形状変化

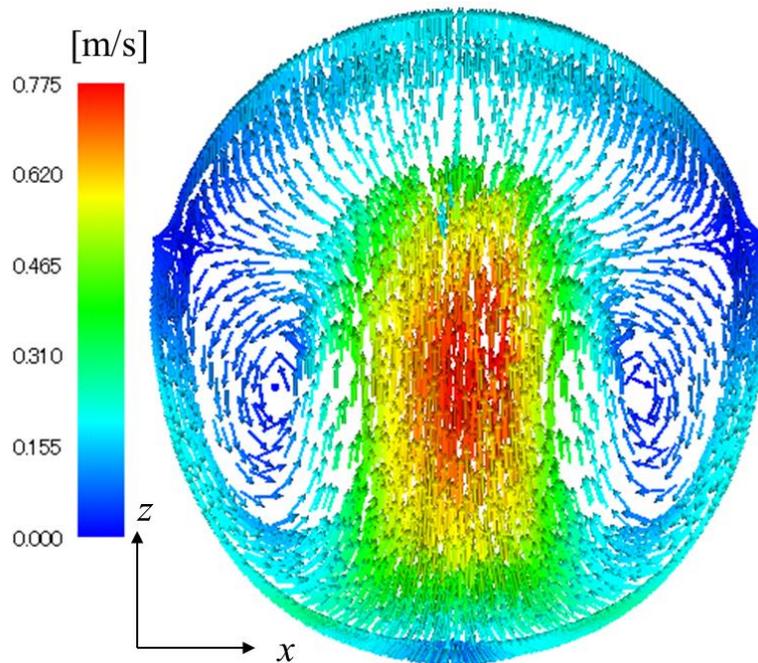
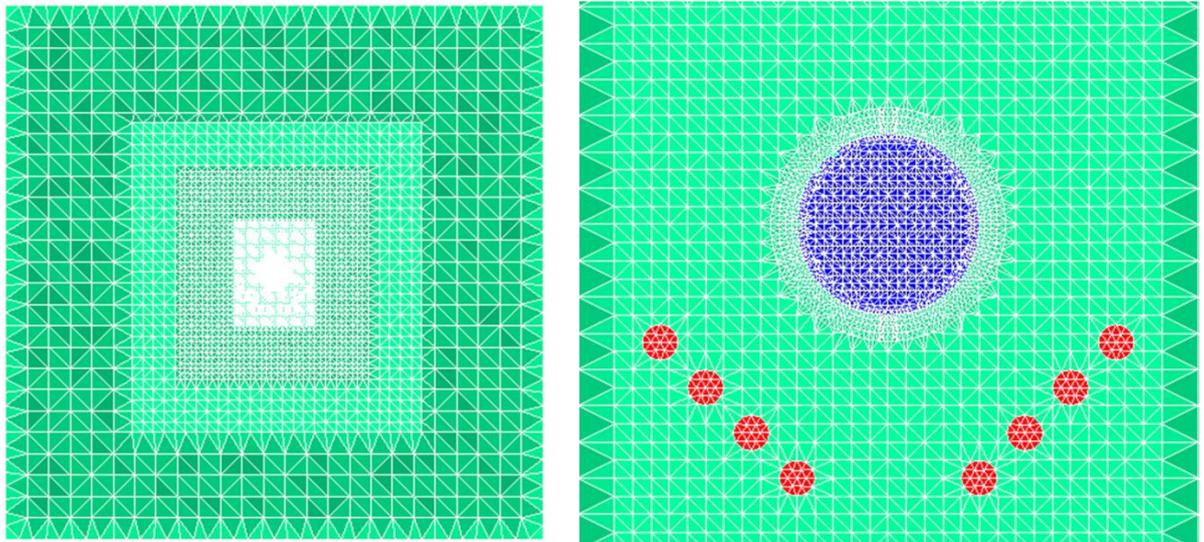


図 4. 15 t=20 msec.における溶融金属内部の速度分布

また、提案手法の3次元動磁場解析に対する妥当性の検証のため、4.1.1項で述べた電磁浮遊現象解析モデルの初期状態における電磁場解析を有限要素法で行い、重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法による電磁場解析で得られた結果と比較する。有限要素法で用いたメッシュの断面図を図4.16に示す。ただし、要素分割はデローニ分割により4面体1次要素で行うものとする。また、有限要素法においてメッシュを作成する際の計算点(節点)配置は、重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法の計算点配置を同一となるよう、事前にメッシュフリー法で計算した際に用いた計算点情報(座標、材質、境界条件等)をファイル出力しておき、有限要素法におけるメッシュ作成直前に読み込んでいる。解析条件は既に表4.2に示した通りとし、解析諸元を表4.3に示す。



(a) メッシュ全体の xz 断面図

(b) 溶融金属近傍の xz 断面図

図 4.16 有限要素法による電磁浮遊現象モデルの電磁場解析に用いるメッシュ

表 4.3 有限要素法とメッシュフリー法の比較における解析諸元

| | 有限要素法 | メッシュフリー法 |
|------------------------------|---------|----------|
| Number of calculation points | 186654 | 186654 |
| Number of elements | 1060146 | - |
| Number of edges | 1250593 | - |

解析によって得られた、 xy 断面上の磁束密度分布、渦電流密度分布、電磁力分布をそれぞれ図 4.17、図 4.18、図 4.19 に示す。ただし、図中の **WLSM** とは重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法による解析で得られた値、**FEM** は有限要素法による解析で得られた値である。また、有限要素法で求められた物理量は各計算点(節点)ではなく要素(メッシュ)内の値として定義されているため、有限要素法の結果は各要素の重心での値を表示し、重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法による結果は計算点上の値を表示している。この表示の都合上、両手法は同じ計算点数であるにも関わらず、図 4.17 から図 4.19 において出力されているプロット数は異なっている。

図 4.17、図 4.18、図 4.19 から、溶融金属内部においては、有限要素法で得られた結果と本手法により得られた結果は良く一致しており、本手法による動磁場解析の妥当性が確認できる。しかし、図 4.17 から、溶融金属の外部($r \geq 0.0025$ m)の領域では、本手法の結果

に対し有限要素法で得られた結果はばらつきが生じていることが確認できる。これは、有限要素法と本手法で近似次数が異なることに加え、図 4.20 に示すように本研究において断面が計算点の基準長さ分の厚みを持った領域であると定義されていることによるものであると考えられる。本手法における物理量は計算点上に定義されていることに加え、熔融金属から十分離れた領域において計算点は格子状に配置されているため、断面内では z 座標のばらつきが原則存在しない。これに対し、有限要素法における物理量は要素の重心上に定義されており、 xy 断面上における熔融金属中心からの距離 r が同一だが z 座標は異なる要素を同一の断面上に存在するとみなされる場合が多くなる。その結果、 r に対する物理量分布にばらつきが生じやすくなっていると考えられる。

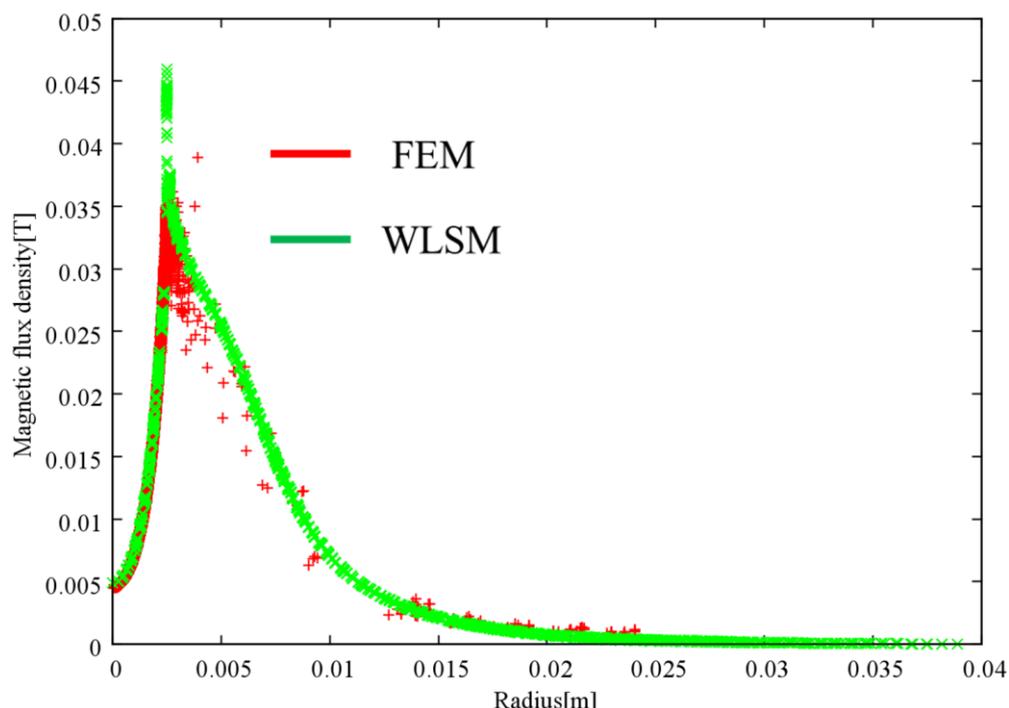


図 4.17 xy 断面上の磁束密度分布 ($z=0$)

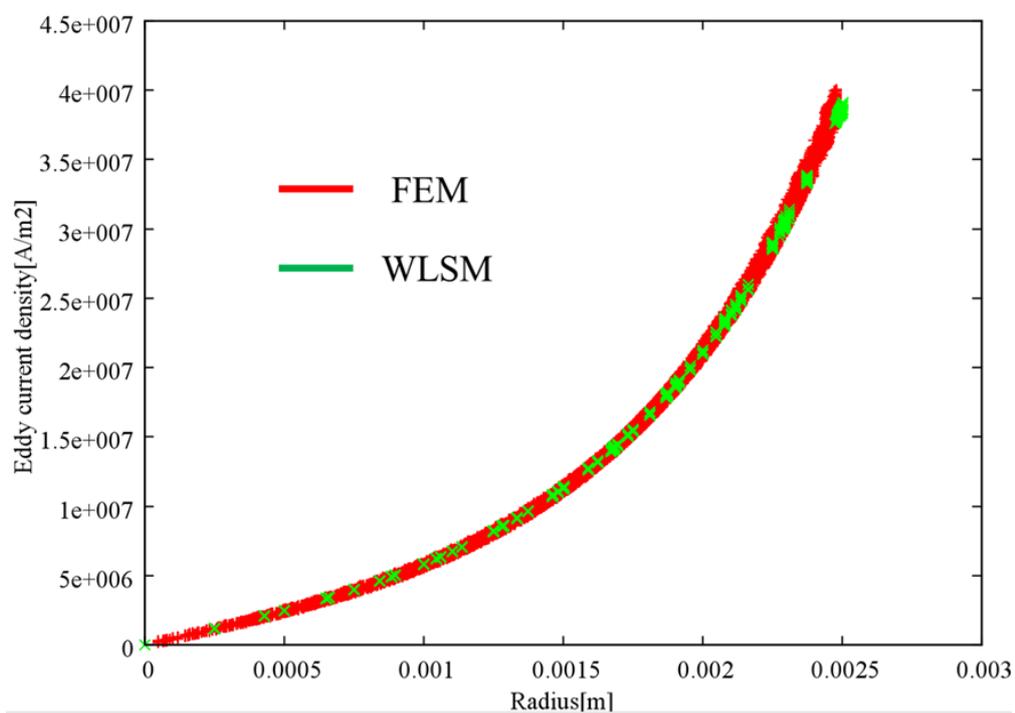


図 4. 18 xy 断面上の渦電流密度分布 ($z=0$)

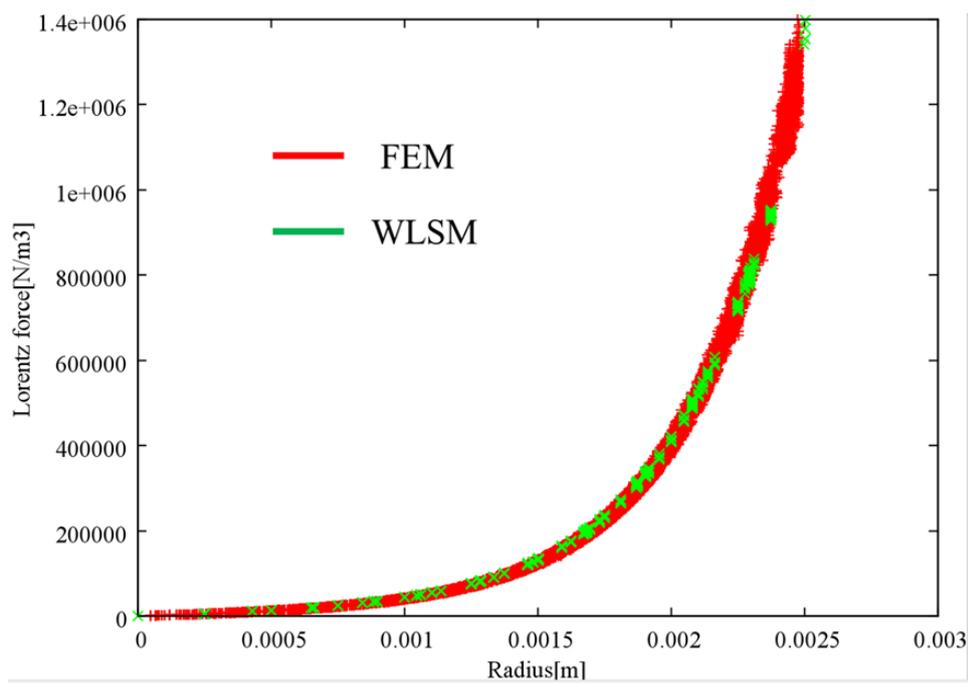


図 4. 19 xy 断面上の渦電流密度分布 ($z=0$)

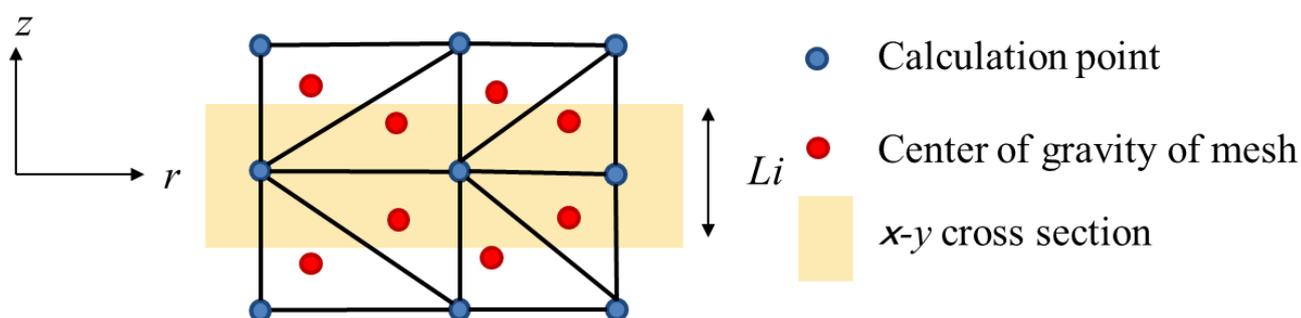


図 4. 20 断面出力における計算点とメッシュ情報の差異

最後に、前述した解析における両手法の計算時間の比較を行った。動磁場解析を実行する際の、各プロセスの計算時間を表 4. 4 に示す。ただし、有限要素法における計算点配置を作成するプロセスは、前述の通りメッシュフリー法で用いた計算点配置を読み込んでいたため、同一の計算時間を要したものとして表中にまとめている。また、表中に記載した計算時間の単位はすべて[sec.]である。

表 4. 4 有限要素法と重み付き最小二乗法の計算時間の比較

| | 有限要素法 | メッシュフリー法 |
|-------------------------|-------|----------|
| 計算点配置作成 | 10.3 | |
| メッシュ作成 | 19.7 | - |
| 係数行列の作成 | 8.2 | 27.6 |
| ICCG 法/BiCGStab2 法の反復計算 | 51.2 | 53.8 |
| 合計計算時間 | 89.4 | 91.7 |

表 4.4 の、メッシュフリー法で用いた計算点配置を有限要素法にも用いて比較を行った場合、重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法は有限要素法と同程度(相対誤差約 2.5%)の時間で計算できていることが確認できる。

各プロセスの計算時間を比較すると、連立方程式を作成するプロセスについては、重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法は有限要素法に比べ約 3 倍の時間を要している。これは、図 4.21 に示すように有限要素法とメッシュフリー法の計算点間の接続情報が異なっていることによるものと考えられる。有限要素法のメッシュの場合、計算点 i の離散化に寄与する計算点 j は、メッシュによって接続された隣の計算点であると明確に決定される。これに対し、メッシュフリー法の場合、計算点 i の計算点基準長さの数倍(本研究では 2.5)の影響半径内に含まれる計算点はすべて離散化に寄与するため、有限要素法と比べ支配方程式の離散化の際に作成される係数行列の非ゼロ要素数は多くなる。また、この傾向は 3 次元解析の場合より顕著になるため、今回のように連立方程式を作成するプロセスの計算時間に明確な差が生じたと考えられる。

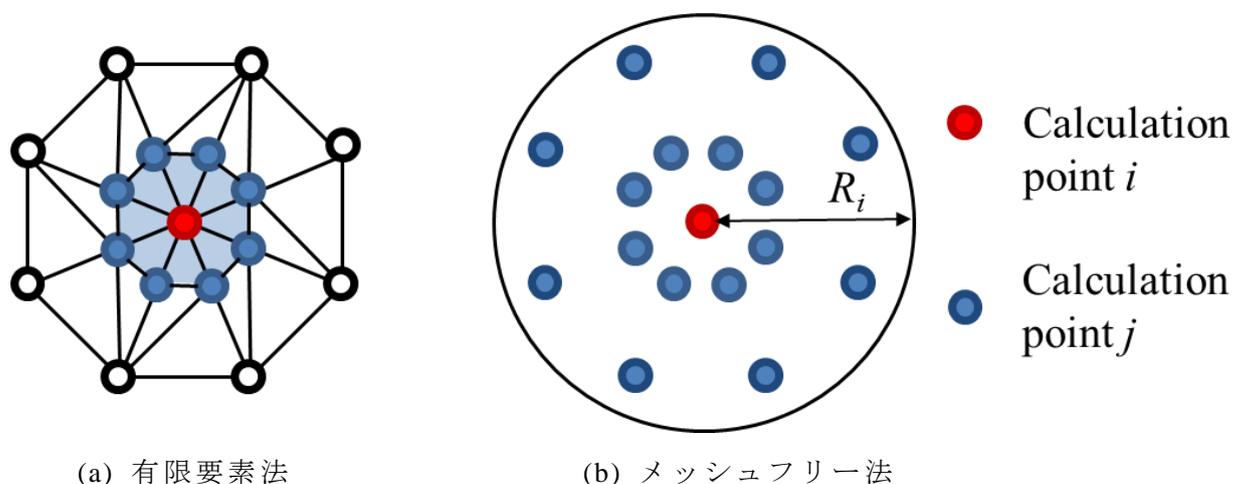


図 4.21 有限要素法とメッシュフリー法の接続関係の違い

また、ICCG 法/BiCGStab2 法の反復計算プロセスについては、前述の通り有限要素法と提案手法の係数行列の非ゼロ要素数に大きな差があるにも関わらず、提案手法の解析で要した時間は有限要素法の場合から見て約 5.0%の増加にとどまった。このことから、メッシュフリー法において適切だった計算点配置が、有限要素法においても適切であるとは限らないことが示唆される。図 4.22 に、熔融金属近傍のメッシュ分割図を示す。本研究でメッシュ分割に用いたデローニ分割は、追加された計算点の座標と既存のメッシュの位置関係によっては要素体積が負となり、計算点が本来意図した箇所に追加されなくなってしまう事例が存在する⁽⁴⁵⁾。本研究においても、図 4.22 から熔融金属表面のメッシュの材質が流体ではなく空気となっている箇所が存在していることが見て取れる。また、流体の相似形に空気計算点を配置した領域と、格子状に空気計算点を配置した領域の間に形成されたメッシュの一部が扁平になっていることも見て取れる。有限要素法において、扁平なメッシュの存在は計算精度・収束性の悪化に繋がるということが指摘されている⁽⁴⁰⁾⁽⁴⁶⁾。

以上の問題点を解決する方法の 1 つとして、各計算点の影響半径を計算点の粗密に応じて自動で適切に設定する手法を設けることが挙げられ、今後より大規模な計算を提案手法で行っていく際には導入が必要であると考えられる。

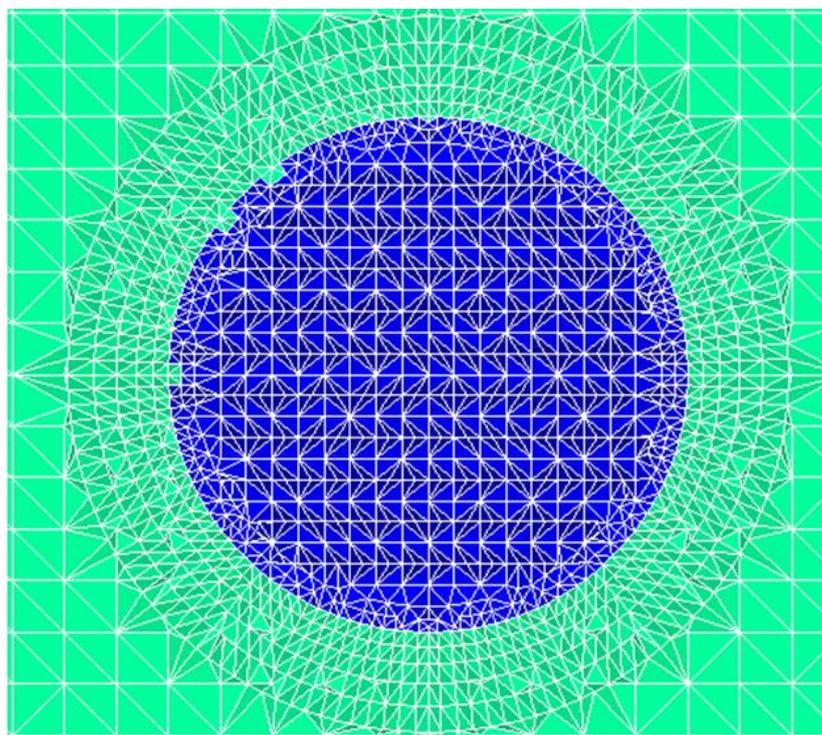


図 4.22 熔融金属近傍のメッシュ拡大図

4.3 本章のまとめ

本章では、第 2 章で述べた手法を電磁流体现象の数値解析に適用し、その有効性の検証を行った。以下に、それぞれのモデルの解析結果についてまとめる。

流体と静電場が相互作用する電気流体现象の例として、一様電場中の 3 次元水滴の挙動解析を行った。解析によって得られた水滴の挙動から、本手法による電気流体现象解析の有効性が示された。

流体と動磁場が相互作用する磁気流体现象の例として、3 次元電磁浮遊現象における熔融金属の挙動解析を行った。解析によって得られた熔融金属の挙動から、本手法による磁気流体现象解析の有効性が示された。また、有限要素法と本手法による磁場解析結果の比較により、本手法による 3 次元磁場解析の定量的な妥当性が確認された。また、計算時間についての比較も行い、同一の計算点配置の場合提案手法に要する時間は有限要素法と同程度であることを示した。

以上のことから、本手法が大変形する電磁流体现象を解析する上で有効な手段となると考えられる。

第5章 結論

本論文では、大変形を伴う電磁流体现象に対する解析手法として重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法を提案した。また、提案手法の有効性を検証するため、提案手法による流体・電磁場解析の精度検証や電磁流体现象の数値解析を行った。

以下に、各章の要約を示す。

第1章では、研究の背景について述べた。電磁流体现象のメカニズム解明において数値解析が重要であることを述べ、電磁流体现象の数値解析の先行研究を示し、それらにおける課題点を挙げた。また、提案する重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法であればそれらの問題の解決が期待できることを示し、研究の目的及び方針を明確にした。

第2章では、本研究で提案する解析手法について述べた。まず、重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法について詳述し、数あるメッシュフリー法の中で何故重み付き最小二乗法を採用したのかについて説明した。また、本手法において流体・電磁場の連成をどのように行っているのかについて述べた。また、本論文における流体解析の支配法方程式及び計算アルゴリズムについて述べ、大変形を伴う現象を取り扱う上で重要となる流体表面の取り扱い方法や、解像度が可変である提案手法における計算点の追加・削除の条件について述べた。また、静電場解析、動磁場解析の支配方程式についてそれぞれ述べ、電磁場解析で必要となる空気計算点を生成する方法を示した。

第3章では、提案手法による精度検証結果を示した。流体・静電場・動磁場それぞれについて理論解が判明しているベンチマーク問題を用い、提案手法による数値解析を行い露論解との比較を行った結果、提案手法の精度に関する定量的に妥当性が示された。

第4章では、提案手法による電磁流体现象の解析結果を示した。流体と電場の連成問題、すなわち電気流体现象の例として一様電場中の液滴振動現象の3次元数値解析を提案手法によって行い、得られた解析結果から提案手法の有効性を確認した。最後に、流体と磁場の連成問題、すなわち磁気流体现象の例として電磁浮遊現象の3次元数値解析を行った。得られた計算結果を示すとともに有限要素法で得られた計算結果との比較検証を行い、提案手法によって得られた結果が有限要素法で得られた結果と良く一致していることを確認した。また、有限要素法と提案手法を同一規模の磁場解析に適用した際に要する計算時間の比較を行い、提案手法における計算時間は有限要素法の場合から見て約2.5%の増加と同

程度であることを示した。

以上の通り、本論文で提案した手法はメッシュを用いることなく有限要素法と同等の精度・時間で計算が実行可能であり、メッシュを用いる従来手法が抱えていた多くの問題点を解決することができる手法であるといえる。したがって、提案手法は大変形を伴う電磁流体现象に対して有効であり、今後様々な電磁流体现象の詳細を解明していく上での有効な手段となると期待できる。

謝辞

本研究を遂行するにあたって、終始、大阪大学大学院工学研究科 平田勝弘教授、宮坂史和准教授、新口昇助教に丁寧なご指導を賜りました。心から深謝致します。

そして、公私共々大変お世話になりました諸先輩方、同輩、後輩の皆様に深く感謝致します。

参考文献

- (1) G.Malkawi, A.L.Yarin, and F.Mashayek, “Breakup mechanisms of electrostatic atomization of corn oil and diesel fuel”, *Journal of Applied Physics*,108, 064910, 2010.
- (2) De La Mora, J.Fernandez, Loscertales, I.G.,” Current emitted by highly conducting Taylor cones”, *Journal of Fluid Mechanics* 260, pp. 155-184, 1994.
- (3) Yudistira, H.T., Nguyen, V.D., Tran, S.B.Q., Kang, T.S., Park, J.K., Byun, D.,” Retreat behavior of a charged droplet for electrohydrodynamic inkjet printing”, *Applied Physics Letters* 98 (8), art. no. 083501, 2011.
- (4) H. S. Choi, Y. S. Kim, T. Kim, and I. H. Park, “Simulation of hydro statical equilibrium of ferrofluid subject to magneto – static field”, *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 45, no. 10, pp. 4388-4390, 2009.
- (5) R. E. Rosensweig, “Ferrohydrodynamics”, Courier Corporation, 1997.
- (6) E. G. Okress, D. M. Wroughton, G. Comenetz, B. H. Brace and J. G. R. Kelly, “Electromagnetic Levitation of Solid and Molten Metals” *J. Appl. Phys.*, vol. 23, pp. 545-552, 1952.
- (7) Gagnoud, A., Brancher, “Modelling of coupled phenomena in electromagnetic levitation,” *IEEE Trans. Magnetics.*, vol. 21, pp. 2424-2427, 1985.
- (8) Gagnoud, A. Leclercq, I. Madylam, St. Martin d'Herès, “Free boundary problems in electromagnetic levitation melting and continuous casting,” *IEEE Trans. Magnetics. Graz*, vol. 24, pp. 256-258, 1988.
- (9) 須田 洋, 中田 隆行, 小豆沢 茂和, 田中 友規, 山口 友宏, 山内 俊幸, “静電霧化技術応用空気清浄機の付着臭除去とアレルギー不活性化効果”, *松下電工技報*, vol. 53, No 3, pp. 16-19, 2005.
- (10) 小林健太郎, 秋定昭輔, 平井康一, 渡邊純一, 宮田隆弘, “熱電冷却を応用した静電霧化装置「ペルチェ式 nanoe システム」”, *松下電工技報*, Vol.55, No.1, pp. 95-100, 2007.
- (11) 神山新一, 磁性流体入門, 産業図書, 1989.
- (12) 田上 隆久, “磁性流体スピーカの開発”, *日本音響学会誌*, Vol.70, No.6, pp. 340-344,

- 2014.
- (13) Siemens & Halske A. G., German Patent 518.499, 1931.
 - (14) 山崎素夫, 福沢章, 森田公, “金属を空中に浮かせて溶かす”, 電気学会誌, Vol.114, No.3, pp.156-160, 1994.
 - (15) Bojarevics, V., Pericleous, K., Cross, M.,” Modeling the Dynamics of Magnetic Semilevitation Melting”, Metallurgical and Materials Transactions B: Process Metallurgy and Materials Processing Science, Vol. 31, No.1, pp. 179-189, 2000.
 - (16) C. W. Hirt, B. D. Nichols:“Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries”, J. Comput.Phys., Vol. 39, pp.201-225, 1981.
 - (17) Sussman M, Smereka P, Osher S.:“A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow.” Journal of Computational Physics, Vol. 114, pp.146 –159, 1994.
 - (18) Hirt, C.W., Amsden, A.A., Cook, J.L.,” An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 114, No. 1, pp. 227-253,1974.
 - (19) 鄭忠孝, 箕輪哲郎, 棚橋隆彦, “GSMAC-ALE法を用いた交流磁場下における熔融金属の自由表面の数値解析”, 日本機械学会論文集 B編, Vol. 66, pp. 1683-1690, 2000.
 - (20) G.R. Liu , “Meshfree Methods: Moving Beyond the Finite Element Method”,CRC Press, 2003.
 - (21) 鈴木克幸, 萩原世也, 長嶋利夫,”メッシュフリー解析法”, 丸善, 2006.
 - (22) Lucy, L. B.,” A numerical approach to the testing of the fission hypothesis”, *Astronomical Journal*, vol. 82, pp. 1013-1024, 1977.
 - (23) S. Koshizuka and Y. Oka, “Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid,” *Nucl. Sci. Eng. Soc.*, vol. 123, pp. 421–434, 1995.
 - (24) Zhang, Y., Shao, K.R. , Guo, Y., Zhu, J., Xie, D.X., Lavers, J.D. “An Improved Multiquadric Collocation Method for 3-D Electromagnetic Problems”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 43, No. 4, 2007.
 - (25) S. A. Viana, D. Rodger, and H. C. Lai, “Application of the Local Radial Point Interpolation Method to Solve Eddy-Current Problems”, *IEEE Transactions on Magnetics*,

- Vol. 42, No. 4, 2006.
- (26) W. Nicomedes, R. Mesquita and F. Moreira, "The meshless local Petrov-Galerkin method in two-dimensional electromagnetic wave analysis", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 60, No. 4, pp. 1957-1968, 2012.
 - (27) A. Manzin and O. Bottauscio, "Element-Free Galerkin method for the analysis of electromagnetic-wave scattering", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 44, no. 6, pp. 1366-1369, 2008. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 42, No. 4, 2006.
 - (28) Y. Yu and Z. Chen, "Towards the development of an unconditionally stable time-domain meshless method", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 58, No. 3, pp. 578-586, 2010.
 - (29) S. Matsuzawa, K. Hirata, T. Yoshimura, G. Yoshikawa and F. Miyasaka, "Numerical Analysis of Cold Crucible Induction Melting Employing FEM and MPS method", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 49, No. 5, pp.1921-1924, 2013.
 - (30) S. Matsuzawa, K. Hirata, T. Yoshimura, G. Yoshikawa, F. Miyasaka and Y. Okaue, "Numerical Analysis of Negative Ion by Electrostatic Atomization Employing FEM and MPS method", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.49, No.5, pp.1733-1736, 2013.
 - (31) S. Matsuzawa, G. Yoshikawa, K. Hirata, F. Miyasaka, Y. Nakai, M. Tsuda and Y. Komemushi, "Coupled 3D-Analysis Employing FEM and Particle Method - Experimental Verification of Cold Crucible Induction Melting -", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 51, No. 3, 7203204, 2015.
 - (32) Gaku Yoshikawa, Shuhei Matsuzawa, Katsuhiko Hirata, Fumikazu Miyasaka, "Meshless Method Based on Weighted Least Square Method for Electrohydrodynamic Problems ", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 51, No. 3, 2015.
 - (33) J.T.Batina, "A Gridless Euler/Navier-Stokes Solution Algorithm for Complex-Aircraft Applications", NASA Technical Memorandum 107727, 1993.
 - (34) 鈴木 克幸, 萩原 世也, 長嶋 利夫, "メッシュフリー解析法", 丸善, 2006.
 - (35) Liu, G.R. and Gu, Y.T., "A point interpolation method for two-dimensional solid", Int. J. Num. Methods Eng., 50, pp. 937-951, 2001.
 - (36) Wang, J.G., Liu, G.R., "A point interpolation meshless method based on radial basis

- functions”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 54 (11), pp. 1623-1648, 2002.
- (37) Belytschko, T., Lu, Y. Y., Gu, L., “Element free Galerkin method, *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol. 37, pp. 229-256, 1994.
- (38) Brackbill, J.U., Kothe, D.B. and Zemach, C., “A continuum method for modeling surface tension,” *J. Comput. Phys.*, vol. 100, pp.335-354, 1992.
- (39) 近藤雅裕, 越塚誠一, 滝本正人, “MPS法における粒子間ポテンシャル力を用いた表面張力モデル”, *日本計算工学会論文集*, No.20070021, 2007.
- (40) 高橋則雄, “三次元有限要素法 磁界解析技術の基礎”, オーム社, 2006.
- (41) J. R. Shewchuk, “General-dimensional constrained delaunay and constrained regular triangulations i: Combinatorial properties,” *Journal Discrete & Computational Geometry*, Vol. 39, pp.580-637, 2008.
- (42) L. Rayleigh, “On the Capillary Phenomena of Jets”, *Proc. R. Soc.*, vol. 29, pp. 71–97, 1879.
- (43) 竹山 説三, “電磁気学現象理論”, 丸善, 1949.
- (44) 中田高義, 高橋則雄, “電気工学の有限要素法”, 森北出版, 1982.
- (45) 谷口健男, “3次元FEMのための自動要素分割法”, 森北出版, 2006.
- (46) 亀有昭久, “辺要素有限要素法における渦電流解析の改善”, *電気学会研究会資料*, 静止器研究会, pp.61-66, 2000.

業績一覧

学術雑誌掲載論文

1. Shuhei Matsuzawa, Katsuhiko Hirata, Takahiro Yoshimura, Gaku Yoshikawa and Fumikazu Miyasaka, "Numerical Analysis of Cold Crucible Induction Melting Employing FEM and MPS method", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 49, No. 5, pp.1921-1924, May 2013.
2. Shuhei Matsuzawa, Katsuhiko Hirata, Takahiro Yoshimura, Gaku Yoshikawa, Fumikazu Miyasaka and Yu Okaue, "Numerical Analysis of Negative Ion by Electrostatic Atomization Employing FEM and MPS method", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.49, No.5, pp.1733-1736, May 2013.
3. Gaku Yoshikawa, Fumikazu Miyasaka, Katsuhiko Hirata and Shuhei Matsuzawa, "Analysis of the Disintegration of Charged Droplets Employing Boundary Element Method and Particle Method", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 49, No. 5, pp.1737-1740, May 2013.
4. Fumikazu Miyasaka, Gaku Yoshikawa, Shuhei Matsuzawa, "Numerical Simulation Model for FSW employing Particle Method -Effect of tool angle on fluid motion- ", Materials Science Forum Vols. 783-786 pp. 1765-1769, April 2014.
5. Shuhei Matsuzawa, Gaku Yoshikawa, Katsuhiko Hirata, Fumikazu Miyasaka, Yasuhiro Nakai, Masanori Tsuda and Yu Komemushi, "Coupled 3D-Analysis Employing FEM and Particle Method - Experimental Verification of Cold Crucible Induction Melting -", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 51, No. 3, 7203204, March 2015.
6. Gaku Yoshikawa, Shuhei Matsuzawa, Katsuhiko Hirata, Fumikazu Miyasaka, "Meshless Method Based on Weighted Least Square Method for Electrohydrodynamic Problems ", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 51, No. 3, March 2015.
7. Shuhei Matsuzawa, Kenta Mitsufuji, Yurika Miyake, Katsuhiko Hirata, Fumikazu Miyasaka, "Numerical Analysis of Electromagnetic Levitation Employing Meshless Method Based on Weighted Least Square Method", Journal for Manufacturing Science and Production. Vol. 15, No. 1, pp. 29-34, March 2015.
8. 光藤健太、平田勝弘、宮坂史和、松澤周平、粒子法と磁気モーメント法の連成による電

磁現象解析、日本 AEM 学会誌、Vol. 23, No. 2, pp. 282-287, 2015 年 06 月

9. Shuhei Matsuzawa, Kenta Mitsufuji, Yurika Miyake, Fumikazu Miyasaka, Katsuhiko Hirata, "Validation of Meshless Method Based on Weighted Least Square Method for Simulating Electromagnetic Levitation", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 52, No. 3, 7205204, March 2016.
10. Takeshi Yamamoto, Shuhei Matsuzawa, Sinnosuke Ogawa, Tomohiro Ota, Katsuhiko Hirata, "Numerical Analysis of Behavior of High-Viscosity Electromagnetic Fluid Using a Coupled Method of Particle Method and FEM", IEEE Transactions on Magnetics Vol. 52, No. 3, March 2016.

国際会議発表論文

・ポスター発表

1. Shuhei Matsuzawa, Katsuhiko Hirata, Takahiro Yoshimura, Gaku Yoshikawa and Fumikazu Miyasaka, "Numerical Analysis of Cold Crucible Induction Melting Employing FEM and MPS method", Proceedings of 15th Biennial IEEE CEFC (Conference on Electromagnetic Field Computation), MP3-11, Oita, Japan, November 2012.
2. Shuhei Matsuzawa, Katsuhiko Hirata, Takahiro Yoshimura⁵, Gaku Yoshikawa, Fumikazu Miyasaka and Yu Okaue, "Numerical Analysis of Negative Ion by Electrostatic Atomization Employing FEM and MPS method", Proceedings of 15th Biennial IEEE CEFC (Conference on Electromagnetic Field Computation), MP3-12, Oita, Japan, November 2012.
3. Gaku Yoshikawa, Fumikazu Miyasaka, Katsuhiko Hirata and Shuhei Matsuzawa, "Analysis of the disintegration of charged droplet Employing BEM and Particle Method", Proceedings of 15th Biennial IEEE CEFC (Conference on Electromagnetic Field Computation), TC1-2, Oita, Japan, November 2012.
4. Gaku Yoshikawa, ○Shuhei Matsuzawa, Katsuhiko Hirata, Fumikazu Miyasaka, " Meshless Method Based on Weighted Least Square Method for Electrohydrodynamic Problems ", Proceedings of 16th Biennial IEEE CEFC (Conference on Electromagnetic Field Computation), PC4-9, Annecy, France, May 2014.
5. Yurika Miyake, Fumikazu Miyasaka, Shuhei Matsuzawa, Shunta Murao, Kenta Mitsufuji,

- Shinnosuke Ogawa, "Development of FSW simulation Model-Effect, of Tool Shape on Plastic Flow", TMS2015 144th Annual Meeting & Exhibition, A7, Orland, Florida, USA, March 2015.
6. Shuhei Matsuzawa, Kenta Mitsufuji, Yurika Miyake, Fumikazu Miyasaka, Katsuhiko Hirata, "Validation of Meshless Method Based on Weighted Least Square Method for Simulating Electromagnetic Levitation", Proceedings of IEEE Compumag2015, PC2, Montréal, Québec, Canada, June 2015.
 7. Kenta Mitsufuji, Katsuhiko Hirata, Fumikazu Miyasaka, Shuhei Matsuzawa, "Meshless Method Employing Magnetic Moment Method and Particle Method for Magnetic Fluid Motion Analysis", Proceedings of IEEE Compumag2015, PC4, Montréal, Québec, Canada, June 2015.
 8. Takeshi Yamamoto, Shuhei Matsuzawa, Shinnosuke Ogawa, Tomohiro Ota, Katsuhiko Hirata, "Numerical Analysis of High-Viscosity Electromagnetic Fluid Using a Combined Method of Particle Method and FEM ", Proceedings of IEEE Compumag2015, PD5, Montréal, Québec, Canada, June 2015.
 9. Takeshi Yamamoto, Shuhei Matsuzawa, Shinnosuke Ogawa, and Katsuhiko Hirata, "Study on Deformation Analysis of High-Viscosity Electromagnetic Fluid Employing Combined Method", Proceedings of ISEM2015 (17th International Symposium on Applied Electromagnetics and Mechanics), Awaji, Japan, PS1-41, September 2015.

・ 口頭発表

1. Fumikazu Miyasaka, Gaku Yoshikawa and Shuhei Matsuzawa, "Development of mathematical modeling for FSW with particle method", Proceedings of the 1st International Joint Symposium on Joining and Welding, pp.287-290, Osaka, Japan, November 2013.
2. Shuhei Matsuzawa, Gaku Yoshikawa, Katsuhiko Hirata, Fumikazu Miyasaka, Yasuhiro Nakai, Masanori Tsuda and Yu Komemushi, " Coupled 3D-Analysis Employing FEM and Particle Method - Experimental Verification of Cold Crucible Induction Melting - ", Proceedings of 16th Biennial IEEE CEFC (Conference on Electromagnetic Field Computation), OB3-5, Annecy, France, May 2014.
3. Shuhei Matsuzawa, Kenta Mitsufuji, Yurika Miyake, Katsuhiko Hirata, Fumikazu Miyasaka, "Numerical Analysis of Electromagnetic Levitation Employing Meshless Method Based on

Weighted Least Square Method", TMS2015 144th Annual Meeting & Exhibition, Orlando, USA, March 2015.

4. Shuhei Matsuzawa, Katsuhiko Hirata, Fumikazu Miyasaka, "3D Analysis of Magnetohydrodynamic Flow Employing Meshless Method Based on Weighted Least Square Method", Proceedings of 17th Biennial IEEE CEFC (Conference on Electromagnetic Field Computation), Miami, USA, November 2016.
5. Shuhei Matsuzawa, Katsuhiko Hirata, Takahiro Yoshimura, Gaku Yoshikawa and Fumikazu Miyasaka, " Simulation Model of Cold Crucible Induction Melting Employing FEM and MPS method ", Proceedings of 2nd Japanese-Sino Workshop on Welding Thermo-Physics, JSW-12, Osaka, Japan, November 2012.
6. Fumikazu Miyasaka, Gaku Yoshikawa, Shuhei Matsuzawa, "Numerical simulation model for FSW employing particle method - effect of tool angle on fluid motion - ", International Conference on Processing & Manufacturing of Advanced Materials, 815, p. 420, Las Vegas, USA, December 2013.
7. Yurika Miyake, Fumikazu Miyasaka, Shuhei Matsuzawa, Shunta Murao, Kenta Mitsufuji, Shinnosuke Ogawa, "Numerical Simulation Model for FSW Employing Particle Method" , 4th Japan-China Workshop on Welding Thermo-Physics, JCW-2, Osaka, Japan, November 2014.
8. Yurika Miyake, Shuhei Matsuzawa, Fumikazu Miyasaka, "Development of FSW simulation-effect of tool on work piece from plunging process to dwelling process" , The 68th IIW Annual Assembly and International Conference, Study Group 212 "Physics of Welding", Doc. 212-1372-15, Helsinki, Finland, July 2015.

国内発表論文

1. 松澤周平、平田勝弘、吉村隆洋、吉川岳、宮坂史和、"粒子法・有限要素法の連成によるコールドクルーシブル溶解現象の数値解析"、静止器・回転機合同研究会、SA-12-010、大阪、2012年1月
2. 松澤周平、平田勝弘、吉村隆洋、吉川岳、宮坂史和、"粒子法・有限要素法の連成によるコールドクルーシブルの電磁溶解現象解析"、第24回「電磁力関連のダイナミクス」

シンポジウム、16A4-7、富山、2012年5月

3. 松澤周平、平田勝弘、吉村隆洋、吉川岳、宮坂史和、"温度依存性の考慮による粒子法・有限要素法を連成させたコールドクルーシブル電磁溶解現象解析の改良"、静止器・回転機合同研究会、SA-12-091、北海道、2012年9月
4. 村尾駿太、加嶋俊大、松澤周平、宮坂史和、平田勝弘、"粒子法と有限要素法の連成による磁性エラストマーの数値解析"、静止器・回転機合同研究会、SA-13-019、東京、2013年1月
5. 松澤周平、平田勝弘、宮坂史和、吉川岳、緒方侑斗、中井泰弘、津田正徳、米虫悠、"粒子法と有限要素法との連成によるコールドクルーシブル溶解現象解析の実験検証"、静止器・回転機合同研究会、SA-13-077、秋田、2013年9月
6. 吉川岳、松澤周平、宮坂史和、平田勝弘、"重み付き最小二乗法を用いたメッシュレス法による液滴変形の数値解析"、日本流体力学会年会 2013、東京、2013年9月
7. 納富翔太、倉敷哲生、宮坂史和、吉川岳、松澤周平、金本拓、"粒子法に基づく FRP のメゾスケールモデル構築に向けての樹脂流動評価"、第3回日本複合材料合同会議 (JCCM-5)、京都、2014年3月
8. 小川伸之助、平田勝弘、宮坂史和、吉川岳、松澤周平、"粒子法・有限要素法の連成による静電霧化現象の導体近似解析"、平成26年電気学会全国大会論文集、5-191、pp. 311-312、愛媛、2014年03月
9. 金本拓、倉敷哲生、納富翔太、宮坂史和、吉川岳、松澤周平、"粒子法による FRP ミクロ構造の3次元樹脂流動評価"、日本繊維機械学会 2014年度年次大会、大阪、2014年5月
10. 光藤健太、平田勝弘、宮坂史和、松澤周平、"粒子法と磁気モーメント法の連成による電磁現象解析"、MAGDA コンファレンス in 高松、AEM 学会、MAGDA 講演論文集、OS4-4、pp. 45-50、香川、2014年12月
11. 松澤周平、三宅由莉佳、平田勝弘、宮坂史和、"重み付最小二乗法に基づくメッシュフリー法による電磁浮遊現象の数値解析"、静止器・回転機合同研究会、SA-15-24/RM-15-16、pp. 65-70、沖縄、2015年3月
12. 光藤健太、平田勝弘、宮坂史和、松澤周平、"電磁流体力学のための粒子法と磁気モーメント法の連成解析"、静止器・回転機合同研究会、電気学会、SA-15-25/RM-15-27、

- pp. 71-76、沖縄、2015年3月
13. 山本竹志、松澤周平、小川伸之助、平田勝弘、太田智浩、” 粒子法と有限要素法の連成による高粘性電磁流体现象の数値解析”、静止器・回転機合同研究会、電気学会、RM-15-18、pp. 77-80、沖縄、2015年3月
 14. 三宅由莉佳、松澤周平、宮坂史和、” 摩擦攪拌接合のツール挿入過程にツール形状が与える影響のモデル解析”、第230回溶接法研究委員会/JIW第12委員会/JIW第212委員会、SW-15/JIW-12-15/JIW-212-15、東京、2015年5月
 15. 小川伸之助、松澤周平、山本竹志、平田勝弘、宮坂史和、”粒子法・有限要素法の連成による静電霧化現象の数値解析の改良”、第27回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム、14D11、pp. 225-228、2016年5月
 16. 松澤周平、平田勝弘、宮坂史和、”電磁浮遊現象のメッシュフリー解析”、第231回溶接法研究委員会、大阪、2015年8月
 17. 松澤周平、平田勝弘、宮坂史和、”重み付最小二乗法に基づくメッシュフリー法による電磁流体解析手法の精度検証”、電気学会回転機/リニアドライブ/家電・民生合同研究会、RM-15-88、大阪、2015年8月
 18. 光藤健太、松澤周平、平田勝弘、宮坂史和、”粒子法と磁気モーメント法を用いた磁性流体挙動の数値解析”、電気学会回転機/リニアドライブ/家電・民生合同研究会、RM-15-89、大阪、2015年8月
 19. 光藤健太、松澤周平、平田勝弘、宮坂史和、”粒子法と積分方程式法の連成による磁性流体液面の振動解析”、静止器・回転機合同研究会、RM-15-126、高知、2015年9月
 20. 光藤健太、松澤周平、平田勝弘、宮坂史和、「数値シミュレーションによる磁場下の磁性流体挙動特性の評価」、MAGDA コンファレンス in Tohoku、1-12-1、pp. 347-352、宮城、2015年11月
 21. 松澤周平、平田勝弘、宮坂史和、”重み付最小二乗法に基づくメッシュフリー法による電磁流体现象の3次元数値解析”、静止器・回転機合同研究会、SA-16-11/RM-16-11、東京、2016年1月
 22. 三宅由莉佳、村尾駿太、光藤健太、松澤周平、平田勝弘、宮坂史和、”磁性エラストマーの磁場一粘弾性連成解析手法”、静止器・回転機合同研究会、SA-16-9/RM-16-9、東京、2016年1月

23. 光藤健太、松澤周平、平田勝弘、宮坂史和、"磁性粉の磁場下におけるクラスタ形成過程の数値解析"、静止器・回転機合同研究会、SA-16-12/RM-16-12、東京、2016年1月
24. 小川伸之助、松澤周平、平田勝弘、宮坂史和、"重み付き最小二乗法に基づくメッシュフリー法による静電霧化現象の数値解析"、静止器・回転機合同研究会、SA-16-13/RM-16-13、東京、2016年1月

受賞

1. 「楠本賞」、大阪大学、2012年3月
2. 「工学賞」、大阪大学、2012年3月
3. 「平成23年度卒業論文優秀発表賞」、大阪大学、2012年3月
4. 「ベストプレゼンテーション賞」、大阪大学、2014年3月
5. 「2013年度大学院研究奨励賞」、自動車技術会、2014年3月
6. 「優秀奨励賞」、電気学会、2016年2月
7. 「溶接物理・技術奨励賞」、溶接学会 溶接法研究委員会、2016年8月