Title	<書評> Ken Binmore, "Rational Decisions", Princeton University Press, 2008.
Author(s)	井神, 卓也
Citation	年報人間科学. 33 P.115-P.119
Issue Date	2012-03-31
Text Version	publisher
URL	https://doi.org/10.18910/6215
DOI	10.18910/6215
rights	
Note	

〈書評〉

Ken Binmore
Rational Decisions
Princeton University Press, 2008.

井神 卓也

はじめに

本書『合理的意思決定』[1] は、University College, London と Princeton University Press が共同運営する The Gorman Lectures in Economics の一部として出版されたものである。ビンモア（Ken Binmore）はイギリスの著名なゲーム理論家であり、現在は University College, London の名誉教授を努めている。近年ではゲーム理論の基礎研究である認識論的ゲーム理論の研究を推し進め、実証的見地から既存のゲーム理論（以下、古典的ゲーム理論と呼ぶ）を建設的に批判している。特に古典的ゲーム理論が主立って数学的厳密性を追及するのに比して、ビンモアは観察者の直観や経験的データを重視する行動ゲーム理論の側に立ち、彼のこうした姿勢は本書でも貫かれている。本書はベイジアン意思決定論を軸に置いたそうした観点からの古典的ゲーム理論に対する批判書である。本書の趣旨を簡単に紹介しよう。

人間社会は一面で、個人間の相互作用を基礎とする場として規定できる。この観点から社会分析を行うための道具の一つにゲーム理論がある。そのゲーム理論を初めて世に問うたフォンノイマン（John von Neumann）とモルゲンシュテルン（Oscar Morgenstern）は意思決定主体の合理的選択基準として期待効用の概念を導入し、さらに 1960 年代後半ハルサーニ（John C. Harsanyi）等によってベイジアン・ゲームが定式化されて以降は、ベイズの定理がこの理論の中核にあることがより鮮明になったと言える。そのため現在では、ベイズの定理を使えばどのような社会関係も表現・分析できるはずだとする見方を抱くこともそう奇異なことではなくなっている。ビンモアが本書で対峙する考えはこのような見方であり、本書では、上記のようなベイズの定理を信奉する極論を「ベイズ主義」と名付けた上でその内容と限界を示し、自身の研究方向を提示している。

本書の構成

まず本書の構成を簡単に紹介しよう。本書は全 10 章から成り、その概要は次の通りである。第 1 章「顕示選好」では意思決定問題を形式的に扱うための基礎として顕示選好の概念が説明される。顕示選好とは、必要とする選好は観察される選択現象から抽出された意思決定主体の選好であるとする経験的立場である。これは選好概念に対して事前に付されるあらゆる解釈を排し、その形式的扱いを可能にするためである。続いて選好を数理的に表現するために効用概念が導入され、両概念の関係を示す選好の表現定理が説

明される。第 2 章「ゲーム理論」では前章で導入した概念を戦略的相互依存状況（ゲーム）へと応用する過程が示され、顕示選好に基づいた（意思決定主体の）合理性の意味が説かれる。第 3 章「リスク」では不確実性下の意思決定モデルとして期待効用理論に焦点が当てられ、合わせてサンクトペテルブルクの逆理を例にモデルの表現能力に限界があることも指摘される。第 4 章「効用主義」では社会選択理論の文脈における効用概念の歴史が概略される。続く第 5 章「古典的確率論」・第 6 章「頻度」では確率論の基礎と期待効用仮説がよって立つ確率の頻度説が各々概説される。以上はすべて第 7 章以降の議論に備えた準備であって、第 7 章「ベイジアン意思決定理論」では、意思決定主体の心に考察の対象が移り、それまで理論的に措定されてきた客観確率を主観確率に代替しても、ある制約の下では期待効用仮説が、したがってゲームの均衡解が成り立つことが示される。特に、この章でベイズの定理の有効性が説かれ、以後続くベイズ主義への批判が開始される。第 8 章「認識論」はベイズ主義が前提する認識論（ベイジアン認識論）が形式論理の観点から批判される。一般に、知識・信念を扱う論理は認識論理と呼ばれる様相論理で表され、知識・信念に課される性質に応じて対応する公理系とモデルが得られるが、本書で規定されるベイジアン認識論は知識を対象とした公理系 S5 である。そして第 9 章「大世界」では、著者の結論と著者の考える有望な研究方向が示される。最後の第 10 章「数学的補足」は本書の理解に必要な数学的事項の補足に充てられている。

本書は以上のように構成されているが、ここではベイジアン認識論に的を絞って論じよう。というのも、この点にこそ著者のベイズ主義への批判が集約されているからである。

大小二つの世界

ベイジアン認識論は全事象の事前の既知を前提とした帰納論理の一つである。そこでは、プレイヤーは事前に与えられた信念集合を逐次新しく得た情報をもとに変更していく。その変更原理がベイズの定理であって、その単純さと汎用性の高さから現在では不確実性下の認識を表現するために最も広く採用されている。しかしこの理論の適用において、その本来の前提に対する配慮が欠けた見解も見られ、それがビンモアの批判するベイズ主義である。

ベイジアン認識論を最初に体系だって形式化したサヴェージ（Leonald J. Savage）はこの理論の適用領域に対しても敏感であり、その適用可能領域を小世界と呼んだ。そこでは、意思決定主体は既知の事象に対してのみ事前確率および事後確率を合理的推論によって得ることができる。したがって、この理論の応用には内在的制約が存在し、既知ではない事象に対してベイジアン認識論は何も語れない。ビンモアはこの点を重く見て、形式化すべき対象領域を大きく二つに分割し、各々小世界・大世界と呼ぶ。小世界はサヴェージの用法を踏襲し、大世界は小世界ではない世界である。両世界の明確な定義は本書にはないが、大世界は我々人間社会の現実をモデルに持ち、そこでは無知故にすべての事象に対して事前確率を付すことができず、また自己言及的な言明も可能であるような世界だとされる。したがって、大世界を記述する形式言語はゲーデルの不完全性定理によって「完全でありかつ無矛盾である」ことはできない。しかしベイジアン認識論の公理系はこの二つを同時に求めるため、この系は論理的に大世界では充足されないので

ある。

このようにベイズの定理の適用可能領域を論理的観点から明快に規定したのは、本書の大きな魅力だといえよう。それでは大世界においてベイズの定理は全く無意味なのか。ビンモアはそうは考えず、その最小限の拡張を試みている。それが次に見る非可測集合上での信念の表現である。

信念と確率

一般に、信念の形式的表現には大きく論理的表現と確率論的表現の二つがある。前者は信念を知識オペレータの双対として規定した上で論理的に記述し、可能世界意味論をそのモデルにとる (2)。他方、後者の確率論的表現は信念を意思決定主体の主観確率と見做す。両アプローチの統合は目下研究途上であり、例えば可能世界意味論に情報分割を与えた上で確率測度と付値関数を組み込んだ構造をモデルとする認識確率論理がそうである。ゲーム理論家のオーマン（Robert Aumann）が提示した相互作用認識論はこの論理の一例といえる (3)。しかし、本書でビンモアが試みるのは確率論的表現の方であり、論理的表現との関係はあえて言及していない。

通常、ベイジアン認識論の確率論的表現は信念を可測集合と捉える。したがって、ビンモアにとって非可測集合上で信念を表すことが課題となる。この点彼は、意思決定主体が特定の事象に対して抱く不確実性を、その事象に帰属される確率の範囲として解釈し、その範囲を下限確率および上限確率の閉区間として規定する。つまり、閉区間 [0, 1] の部分集合に主観確率の下限と上限が成す閉区間 [p*, P*] をもって事象の不確実性とし、その下限と上限各々を確率空間での内測度と外測度に一致するよう定義するのである。

更に、事象全体の集合から閉区間 [0, 1] の冪集合上へのこの写像をその主体の信念とすることによって、信念文を次のような形式で表現できるようになる :「事象 E が生起する確率 P（E）は p*（E）≦ P（E）≦ P*（E）である。」本書ではこの表現を記述する言語およびモデルは明確に提示されてはいないものの、ベイジアン認識論に基づいた信念の論理分析とのつながりを与えるものと解せよう。

また、信念概念をこのように拡張することによって期待効用関数の拡張も試みられる。このとき、もし信念を一定の範囲を持った確率として捉え、かつその下限と上限各々が別々に評価されるならば、その期待効用値（u（[p*, P*]））はキーニー・ライファ（Keeney-Raifa）の定理によって ”u（p*）+ u（P*）” あるいは “u（p*）× u（P*）” の形をとらなければならない。このことを踏まえて、ビンモアはハーヴィッツ（Hurwitz）の基準を用いればこの条件が満たされることを示す 、すなわち係数 h（0 ≦ h ≦ 1）に対して、u（[p*, P*]）= hp* +（1-h）P*。

そしてこの定式化を例証するために、ハーヴィッツの基準によって荷重された非可測集合上の期待効用値はエルスバーグの逆理が示す意思決定主体の不確実性回避性向をうまく説明することが示される。さらに興味深いのは、この期待効用を用いて混合戦略を拡張し、「男女の争い」のような従来均衡点選択問題を孕んだものとして考えられてきた一連のゲームに対して、非可算無限個のナッシュ均衡が存在することを示している点である。つまり、大世界においては小世界では得られないナッシュ均衡が存在することを示唆しているのである。

終わりに

以上のように、本書ではベイジアン認識論に対する批判を軸に古典的ゲーム理論の拡張が図られている。その拡張の方向はベイズの定理の適用領域の多寡に基づいており、その概念的基盤として世界を大小二つに分割し、その中間領域に著者は今後の理論発展の可能性を認めている。ベイズ主義を批判するのは、ベイズの定理のみに基づいては現実世界の意思決定状況を十分に記述できないという危惧がある。また、サヴェージの精神を尊重するその一貫した姿勢には著者のベイジアン認識論への愛着とそれを擁護したいという思いが表れている。

そして著者が最終的に示す解決案は、信念概念の拡張とそれに合わせた期待効用関数の拡張を導き、結果として古典的ゲーム理論にもうまく応用できているように思われる。

しかし、その拡張過程で著者自身が示した問題と著者の提示する研究方向との整合性は依然不透明なままである。それは多分に上記「中間領域」の規定が依然未熟なことに起因しているように思われる。特に、この中間領域における記述言語の論理はどのように定式化されるべきなのだろうか。本書では大小各々の世界での既存の公理系の扱いが論じられているだけであり、先述の通り大世界ではもはやベイジアン認識論の公理系はモデルを持たない。この場合、内測度・外測度で信念を表す方法を更に一般化したデンプスター・シャファー理論（Dempster-Shafer theory:DS 理論）に対するのと同様の仕方で論理基盤が与えられるのだろうか。DS 理論を記述する言語の場合、加法性を弱めた健全かつ完全な公理系を得ることが可能であり、その場合、条件付き確率の記述が非線形結合をとるとき、あるいは実閉体の公理系に基づいた一階論理の記述を要するときでも、その言語の拡張は依然として可能である (5)。

この点に関連して、本書ではモデル論からの体系だった説明も欠けている。可能世界意味論に基づいた情報分割構造をゲーム状況のモデルとして説く一方、非可測集合がこのモデルでどのように表されるのかについては言及がない。そもそも信念を下限・上限確率で表すならばその領域は可測集合上であっても可能であり、一般に両確率の条件付けは所与の可能世界全体の集合上の代数とその部分代数間における確率測度の拡張を用いて定義される (6)。この信念更新の問題も本書ではほとんど取り扱われておらず、下限確率と上限確率各々の事前・事後の関係はほとんど問題提起に終わっているといってよい。

しかしこのような課題が散見されるものの、それはむしろ積極的に受け止めるべきものなのかもしれない。本書が扱うゲーム理論の基盤研究は近年開始されたばかりであり、古典的ゲーム理論が非常に緩い制約の下で定式化されていた分、その反省の試みも非常に多様であり、研究速度も日進月歩な状況である。本書で著者が示した方向もその一つの試みであり、その妥当性は、著者自身が言うように、我々自身が自身の研究に立脚しつつ評価していくべき問題であろう。

注

（1）Ken Binmore, *Rational Decisions*, Princeton University Press,（2009）また、本書と同趣旨の論文として Ken Binmore, "*Rational Decisions in Large Worlds*",（2006）, http://eles.econ.ucl.ac.uk/papers/uploaded/266.pdf

（2）認識論理については多くの文献があるが、例えば Joseph Halpern and Yoram Moses, "*A guide to completeness and complexity for modal logics of knowledge and belief*", Artificial Intelligence, 54（1992）, 319-379　また、ゲーム理論の論理的な基盤研究の概括については Oliver Roy, "*Epistemic Logic and the Foundations of Decision and Game Theory*",（2008）http://oliver.amonbofis.net/docs/logic_decision_and_game_theory_final.pdf などを参照。

（3）相互作用認識論については、Robert Aumann, "*Interactive epistemology Ⅰ : Knowledge*", International Journal of Game Theory, 28（1999）, 263-300, "*Interactive epistemology Ⅱ : Probability*", International Journal of Game Theory, 28（1999）, 301-314

（4）ハーヴィッツ基準（Hurwitz criteria）とは米国の経済学者ハーヴィッツ（Leonid Hurwitz）によって導入された意思決定基準であり､意思決定主体の楽観度 h を指標として組み込んだものである。指標 h はハーヴィッツ係数と呼ばれ、閉区間 [0,1] 上を動き、意思決定主体の楽観度が高いほど h は 1 に近づく。

（5）Ronald Fagin and Joseph Halpern, "*Uncertainty, belief, and probability*", Comput. Intell. 6 160-173, 1991.　不確実性の確率論モデルについては、Joseph Halpern, *Reasoning about Uncertainty*, MIT Press, 2005 が詳しい。

（6）*F* を可能世界全体の集合 W 上の代数、*F'* を *F* の部分代数とする。U, V ∈ *F*、μを F' 上の測度とし、Pμ = { μ': ∀ U ∈ F'（μ（U）= μ'（U））} なるμを F へ拡張して得られる測度の集合とする。このとき、下限確率および上限確率各々の条件付けは次のように定義される：μ＊（V|U）=（Pμ |U）＊（V）, μ＊（V|U）=（Pμ |U）＊（V）。