

Title	ロータス型ポーラス金属の弾塑性挙動
Author(s)	多根, 正和
Citation	大阪大学, 2004, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/639">https://hdl.handle.net/11094/639</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

# ロータス型ポーラス金属の弾塑性挙動

多根 正和

2004年 3月

博士学位論文

# ロータス型ポーラス金属の弾塑性挙動

大阪大学大学院 基礎工学研究科  
システム人間系専攻 機械科学分野

多根 正和

2004年 3月

# 目次

<b>第1章 序論</b>	<b>4</b>
1.1 緒言	4
1.2 ロータス型ポーラス金属の作製原理および作製方法	5
1.3 ロータス型ポーラス金属の機械的性質に関するこれまでの研究	9
1.4 研究目的および論文の構成	10
<b>第2章 超音波共鳴法による弾性定数測定</b>	<b>12</b>
2.1 はじめに	12
2.2 試料作製	12
2.3 X線回折法による結晶の優先成長方位の解析	16
2.3.1 解析方法	16
2.3.2 解析結果	17
2.4 超音波共鳴法による弾性定数測定方法	20
2.4.1 固有振動数の測定と収束計算による弾性スティフネス $c_{ij}$ の決定法	20
2.4.2 EMAR 法による固有振動モードの同定	22
2.4.3 高温における固有振動数測定	24
2.5 弾性定数測定結果	25
2.5.1 弾性スティフネスおよびヤング率のポロシティ依存性	25
2.5.2 ヤング率の方位依存性	29
2.5.3 ロータス型ポーラス鉄の弾性定数の固溶窒素量依存性	29
2.5.4 ロータス型ポーラス銅の弾性定数の温度依存性	31
2.6 結論	34
<b>第3章 巨視的弾性定数のモデル計算</b>	<b>35</b>
3.1 はじめに	35
3.2 マイクロメカニクスによる巨視的弾性定数の計算	36

3.2.1	巨視的弾性スティフネスの定義	36
3.2.2	Eshelby の等価介在物法	37
3.2.3	Mori-Tanaka の平均場近似によるひずみ集中係数の導出	39
3.2.4	ロータス型ポーラス金属のモデル化	40
3.2.5	計算結果と測定結果の比較	41
3.3	逐次計算法による巨視的弾性定数計算	43
3.3.1	計算方法	43
3.3.2	逐次計算法による計算結果と測定結果の比較	44
3.4	結論	48
<b>第4章</b>	<b>ロータス型ポーラス鉄の圧縮試験</b>	<b>49</b>
4.1	はじめに	49
4.2	試料作製	49
4.3	圧縮試験方法	49
4.4	圧縮試験結果と考察	52
4.4.1	0.2%耐力	52
4.4.2	応力-ひずみ曲線	54
4.4.3	加工硬化係数	59
4.5	結論	61
<b>第5章</b>	<b>塑性挙動のモデル計算</b>	<b>62</b>
5.1	はじめに	62
5.2	降伏応力のモデル計算	63
5.2.1	等方性母材からなるポーラス金属の降伏条件	63
5.2.2	母材の不均一降伏を考慮したポーラス金属の降伏条件	64
5.2.3	異方性母材からなるポーラス金属の降伏条件	65
5.2.4	降伏関数の計算方法	66
5.2.5	ロータス型ポーラス鉄の降伏応力の計算	68
5.2.6	母材の弾塑性異方性がポーラス金属の巨視的降伏応力に与える影響 の予測	72
5.3	応力-ひずみ曲線のモデル計算	79
5.3.1	母材のセカント係数	79
5.3.2	平均場近似と等価介在物法によるポーラス金属の巨視的セカント係数	80

5.3.3	巨視的セカント係数を用いた応力-ひずみ曲線の計算 . . . . .	80
5.3.4	ロータス型ポーラス鉄の応力-ひずみ曲線の計算 . . . . .	81
5.4	結論 . . . . .	83
<b>第6章</b>	<b>総括</b>	<b>85</b>
	<b>謝辞</b>	<b>87</b>
	<b>参考文献</b>	<b>88</b>

# 第1章 序論

## 1.1 緒言

ポーラス (多孔質) 金属は軽量性, 巨大表面積, エネルギー吸収, 低熱伝達率などの優れた特性のため, 近年新たな工業用機能材料として注目されており, それらの特性を更に向上させるための作製方法の改善や製品化のための応用研究が盛んに行われている [1-4]. ポーラス金属の機械的性質はポア (気泡, 空隙) の体積分率 (ポロシティ), ポアの形状・配置・配向といったいわゆるポア形態に強く依存する. 発泡アルミニウムに代表される等方的なポアを有するポーラス金属は, その作製方法上の理由からポロシティが高く, ポア形状も不規則である. そのため, 軽量ではあるものの強度が著しく低く, 用途が限定されている. 最近, 従来のポーラス金属の欠点を補うポーラス金属 “ロータス型ポーラス金属” が開発された [5, 6]. このポーラス金属のポアは円柱形状であり, かつその長手方向が一方向に揃っている. この形態がレンコンに似ていることから, ロータス (レンコン) 型ポーラス金属と呼ばれている. その一方向性のポアのため, ポアに平行方向の負荷ではポア近傍に応力集中を生じない. そのため, ポーラス化による急激な強度低下を起こさず, ロータス金属は機能性材料のみならず, 構造材料としても期待されている. 機能性材料および構造材料として使用するためには, その機械的性質の把握が不可欠である. ロータス型ポーラス金属の機械的性質を詳細に把握するためには, ポロシティ, ポア形状がその巨視的な機械的性質の異方性に与える影響を実験的・理論的に明らかにする必要がある.

本研究では, ロータス型ポーラス金属の異方的な弾塑性挙動について, 実験とモデル計算により調べた. まず, § 1.2 においてロータス型ポーラス金属の作製原理と作製方法について述べる. 次に, § 1.3 においてロータス金属の機械的性質に対する研究状況を, § 1.4 において本研究の目的と本論文の構成を述べる.

## 1.2 ロータス型ポーラス金属の作製原理および作製方法

一般的なポーラス金属の作製方法としては、溶湯発泡法や粒子間浸透法などの casting 法、電解メッキ法、スパッタ堆積法、粉末冶金法などが挙げられる [7]. Fig.1.1 に (a) 溶湯発泡法および (b) 粒子間浸透法で作製された発泡アルミニウム, (c) 電解メッキ法で作製されたオープンセルニッケルフォームのポア形態を示す [2]. これらの方法ではポア形状, ポアサイズ, ポロシティを制御して作製することが難しい. そのため, 作製されたポーラス金属のポア形状は不定形であり, かつそのポロシティが高く, 強度が低い. それに対して, Fig.1.2 に示すロータス型ポーラス金属においては, ポロシティ, ポア径などを制御して作製することが可能である. 以下, ロータス型ポーラス金属の作製原理および作製方法について述べる.

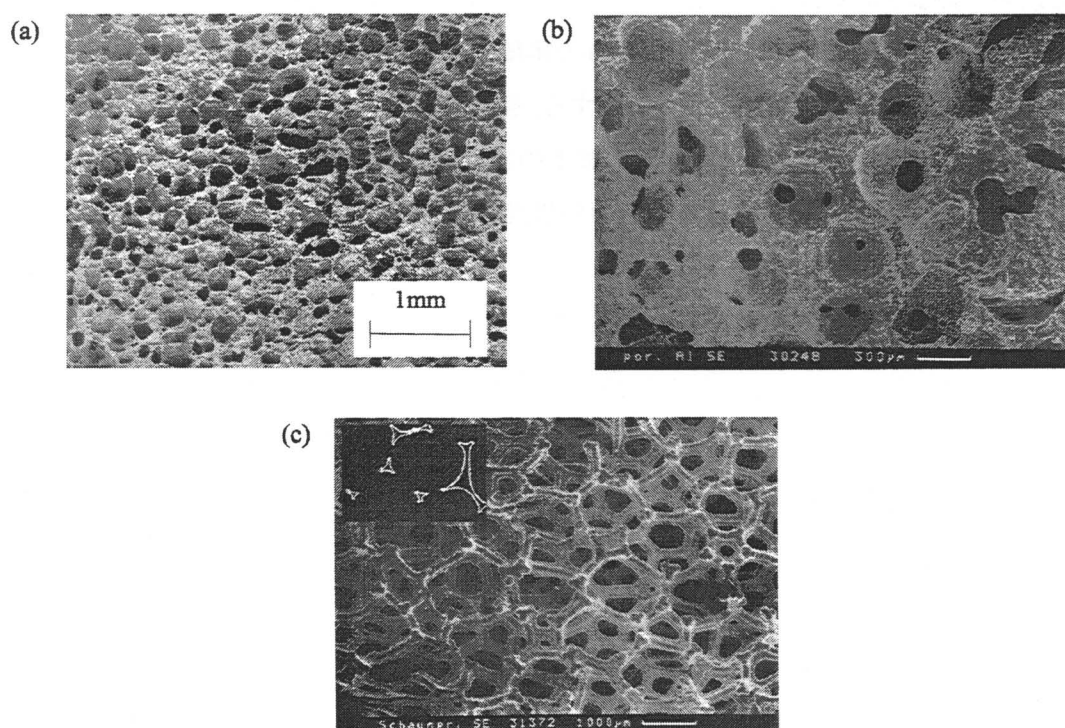


Fig. 1.1: Pore morphology of various porous metals [2]: (a)aluminum foam fabricated by foaming with blowing agent  $TiH_2$ , (b)cellular aluminum material made by using space-holding fillers, and (c)nickel foam prepared by electro-deposition.



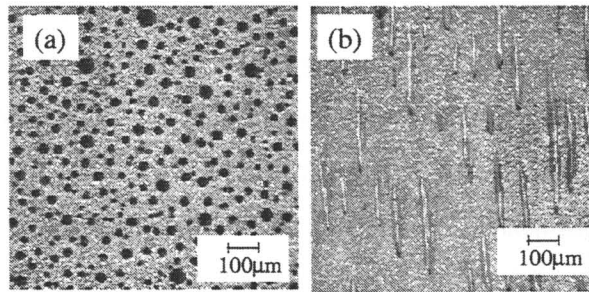


Fig. 1.2: Pore morphology of lotus-type porous copper: (a)transverse section perpendicular to the longitudinal pore direction and (b)longitudinal section parallel to the pore direction.

### (i) 一方向ポアの生成

熔融金属においてガス原子の溶解度が大きく、その固体中での固溶解度が小さい場合、凝固時に固溶しきれないガス原子がポアを形成する。ロータス型ポーラス金属におけるポアの生成には、この金属の固相と液相間のガス溶解度差を利用している [9]。例として、Fig. 1.3 に水素圧 0.1MPa での銅への水素溶解度の温度依存性を示す [10]。固相における溶解度は融点直前まで温度上昇に伴って連続的に増加するが、融点において急激に増加する。この固・液相の溶解度差により凝固の際には多量のガスが放出され、これがポア生成の原因となる。固・液相における溶解度差の大きい Mg, Ni, Fe, Cu などではポアが生成しやすい。

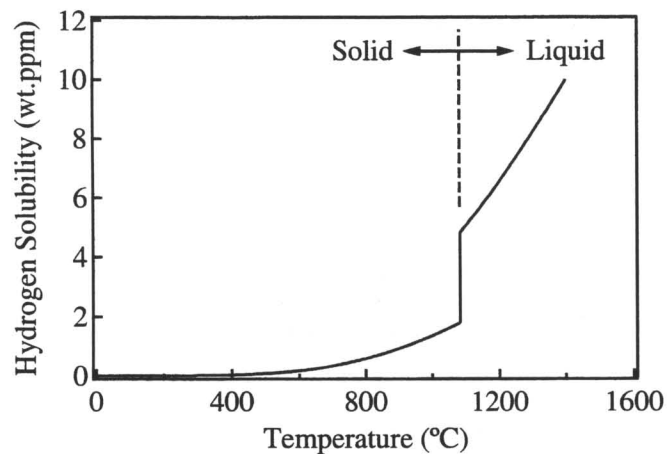


Fig. 1.3: Hydrogen solubility in copper under hydrogen pressure of 0.1MPa [10].

固・液相間のガス溶解度差を利用してポアを生成させ、さらに、一方向に凝固させることで生成するポアを一方向に伸ばすことができる [9]。一方向凝固によるロータス金属の作製方法として、鑄型鑄造法および連続帯溶融法が用いられている。鑄型鑄造法の概略図を Fig.1.4 に示す [8]。鑄型鑄造法では、Fig1.4(a) に示すように、まず、ガス加圧雰囲気チャンパー内で金属を高周波誘導加熱により溶解し、次にそれを底面を水冷した鑄型に流し込む。鑄型の側面に熱容量の小さな物質を用いることにより側面からの凝固が抑制され、一方向凝固させることができる。この方法で一方向凝固させた場合、熱伝導の良い Cu, Mg, Ni などでは底面からの距離によらず凝固速度がほぼ一定に保たれるため、同一直径で凝固方向に伸びた円柱状のポアを生成させることができる (凝固速度とポア径の関係については § 1.2(ii) を参照)。

しかし、熱伝導の良くない鉄やステンレス鋼などの合金では、底面からの距離に伴って凝固速度が低下し、それによりポアの粗大化が引き起こされる。そのような鉄、ステンレス鋼などのポーラス化には、連続帯溶融法が用いられる [11, 12]。連続帯溶融法の概略図を Fig.1.5 に示す。連続帯溶融法では、ガス加圧雰囲気チャンパー内で、長尺の棒状試料を高周波誘導加熱により部分溶解しながら一定速度で移動させる。溶解部分では雰囲気中のガス原子が吸収され、溶解部下端の凝固界面では固相に溶解しきれないガスがポアとして生成する。この方法を用いることにより、熱伝導の良くない金属においても凝固速度を一定に保つことができ、ポア径が均一なロータス型ポーラス金属を作製できる。

上記のような原理および方法により、ロータス型ポーラス金属を作製することができ、現在、ロータス型ポーラス銅 [9]、黄銅 [13]、マグネシウム [14]、ステンレス鋼 [15]、鉄 [16]、ニッケルなどが作製されている。

## (ii) ポロシティおよびポア径の制御

ロータス型ポーラス金属の作製時の雰囲気ガス圧とポア径およびポロシティの関係についてはロータス型ポーラス銅を対象として Yamamura ら [17] により調べられている。ポア生成ガス (水素, 窒素) に不活性ガス (アルゴン, ヘリウム) を加えて作製することにより、ポア生成ガスと不活性ガスの全圧およびそれらの分圧比によりポロシティおよびポア径を制御することが可能である。また、凝固速度とポア径の関係については、Hyun ら [18] により調べられており、凝固速度の増加に伴ってポア径が小さくなることが明らかとなっている。このように不活性ガスとポア生成ガスのガス圧、凝固速度によりポア径およびポロシティを制御することが可能である。

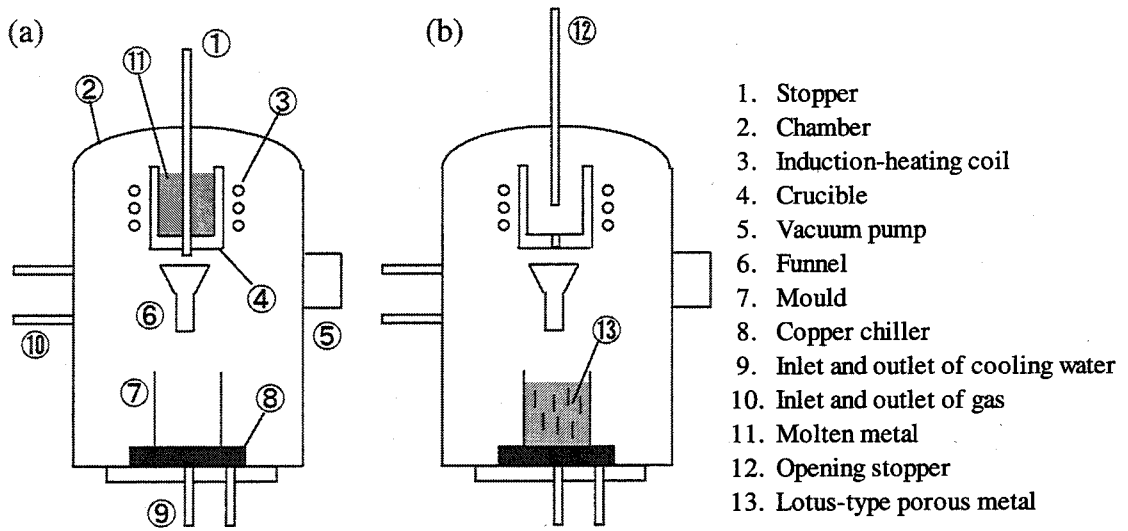


Fig. 1.4: Schematic illustration showing the fabrication apparatus for lotus-type porous metal by the mould casting method: (a) before and (b) after unidirectional solidification [8].

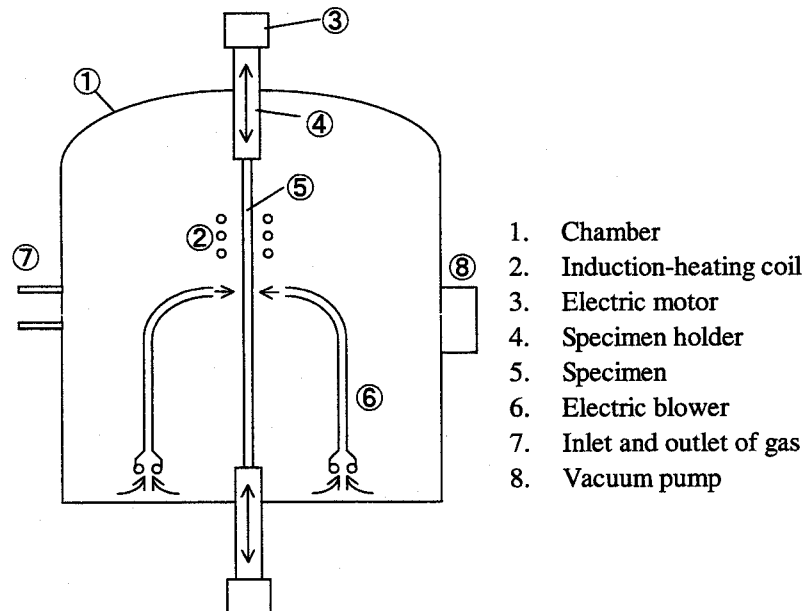


Fig. 1.5: Schematic illustration showing the fabrication apparatus for lotus-type porous metal by the continuous zone melting method [12].

### 1.3 ロータス型ポーラス金属の機械的性質に関するこれまでの研究

#### (i) 実験的研究

鑄造法, 粉末冶金法などで作製される, いわゆる発泡金属と呼ばれる一般的なポーラス金属 (Fig.1.1) に対する研究 [1-4] と比較して, 一方向ポーラス金属の機械的性質に関する研究は少ない. Simone ら [19] は一方向ポアのポアに平行方向の機械的性質を測定した. しかし, 試料間のポア形態のばらつきに起因する測定結果のばらつきが大きく, 測定値は信頼性に欠けるものである. また, 配向されたポアによる機械的性質の異方性も明らかにされていない.

最近, Hyun ら [8] はポア形態の均一なロータス型ポーラス銅を作製し, その最大引張り強度の異方性を明らかにした. 最大引張り強度はポアに平行な方向と垂直な方向で差異を示した. 平行および垂直方向の最大引張り強度  $\sigma_t$  のポロシティ依存性には次式のような経験則が成り立つことが知られている [20]:

$$\sigma_t = \sigma_t^0 (1 - p)^K. \quad (1.1)$$

$\sigma_t^0$  はノンポーラス材の最大引張り強度,  $p$  は相対密度から算出されるポーラス金属のポロシティである.  $K$  は無限媒体中に1つの円柱状ポアが存在する場合の応力集中係数  $\sigma_{\max}/\sigma$  である.  $\sigma_{\max}$  は負荷応力  $\sigma$  により引き起こされるポア近傍の応力の最大値である. ポアに平行方向の引張りにおいては  $K=1$  である. これは円柱状のポアに平行方向の引張りにおいては, 比強度が一定に保たれることを意味する. 垂直方向の引張りにおいては  $K=3$  であり, この方向の引張り強度はポロシティの増加に伴って急激に減少する. この経験則はロータス型ポーラスステンレス鋼の引張り強度においてもほぼ成立することが明らかにされている [15].

最大引張り強度と同様に, 降伏応力もポアの方向性を反映した異方性を示すことが予測される. しかし, ロータス金属の降伏応力異方性に着目した研究はこれまでにほとんどなされていない. ロータス型ポーラス銅の降伏応力には, ポアに平行方向と垂直方向で異方性を示さないという実験結果が得られているが [8], 他のロータス金属に対しては明らかにされておらず, ロータス金属の降伏応力異方性を明らかにするためにはより詳細な実験が必要である.

ロータス金属の弾性定数に関しては, Simone ら [19] によりロータス銅のポアに平行方向のヤング率のみが測定されているのみであり, その異方性は未だ計測されていない.

Hyun ら [21] はロータス型ポーラス銅の圧縮挙動を研究した. その結果, ポロシティの増加に伴って圧縮強度が減少すること, またポアに平行方向と垂直方向の圧縮で異方性を示

すことが明らかとなっている。圧縮挙動の異方性に対しても、最大引張り強度の場合と同様、ポア形状に依存するポア近傍の応力集中の差による説明がなされている。このように、これまでの研究はポアに平行方向と垂直方向の負荷でのポア近傍の応力集中の差により、塑性挙動の異方性を説明するものである。ロータス金属の塑性変形挙動をより詳細に理解するためには、実験結果を理論的に解析することが必要である。

## (ii) 理論的研究

Fig.1.1 に示す発泡金属と呼ばれる一般的なポーラス金属に対しては、Gibson と Ashby により提案されているユニットセルモデル [1,22,23] や有限要素法による解析 [24] が盛んに行われている。ユニットセルモデルはポロシティが高い発泡金属などを対象としたものであり、発泡金属と比較してポロシティが小さくバルク材料に近いロータス型ポーラス金属に適用することはできない。

また、ロータス金属は一方向凝固により作製される。金属を一方向に凝固させた場合、その凝固方向には結晶の特定方位が優位に配向することが知られている。一方向ポアとポロシティのみならず、この集合組織による母材の弾塑性異方性もロータス金属の巨視的な弾塑性挙動に影響することが予測される。ロータス型ポーラス金属の弾塑性挙動を解析するためには、この母材の弾塑性異方性を考慮して巨視的弾塑性挙動を計算できるモデル計算方法が必要となる。

## 1.4 研究目的および論文の構成

一方向に揃った円柱状のポアを有するロータス型ポーラス金属は、新たな工業材料として期待されており、その実用化のためには弾塑性挙動の把握が不可欠である。ロータス型ポーラス金属の弾塑性挙動には一方向ポア、ポロシティ、一方向凝固により形成される母材の弾塑性異方性が影響することが予測される。これまでそれらがロータス金属の弾塑性挙動に与える影響に関して、十分な研究がなされておらず、ロータス金属の弾塑性挙動は未だ十分に明らかにされていない。本研究ではロータス型ポーラス金属の弾塑性挙動を実験とモデル計算の両側面から研究することにより、ロータス金属の弾塑性挙動の理解およびそれらを予測するための手法を確立することを目的とする。

以下、本論文の内容とその構成について述べる。ロータス金属の異方性弾性定数は未だ計測されていない。第2章では、ロータス型ポーラスマグネシウム、ロータス銅、ロータス鉄の室温弾性定数およびロータス銅弾性定数の温度依存性を超音波共鳴法により測定した結

果について述べる。第3章においては、ロータス金属の弾性定数をモデル計算する方法を考案する。その方法による計算結果と第2章で得られた弾性定数測定結果との比較を行い、考案した計算方法の弾性定数予測法としての有効性を検証する。ロータス型ポーラス金属の降伏応力異方性もこれまでに明らかにされておらず、また塑性挙動に対する厳密な議論は未だなされていない。そこで、ロータス型ポーラス鉄を対象とし、実験とモデル計算により、その弾塑性挙動を研究した。第4章においては、ロータス型ポーラス鉄に対して圧縮試験を行った結果を述べる。第5章においては、ロータス金属の塑性挙動のモデル計算手法を考案する。その方法による計算結果と実験結果との比較により、考案した手法のロータス金属の塑性挙動の予測法としての有効性を検証する。また、母材が弾塑性異方性を示すポーラス金属の降伏応力を計算する方法を考案し、これを用いて母材の弾性異方性および降伏応力がポーラス金属の巨視的降伏応力に与える影響を予測した結果について述べる。第6章では本研究を総括し、ロータス型ポーラス金属の弾塑性挙動について明らかとなったこと及び本研究で確立した弾塑性挙動の予測法について述べる。

## 第2章 超音波共鳴法による弾性定数測定

### 2.1 はじめに

ロータス金属は高温材料を含む様々な用途において期待されており、その室温弾性定数および弾性定数の温度依存性を測定することは重要である。ここで、代表的な弾性定数の測定方法として超音波パルスエコー法と引張り試験が挙げられる。超音波パルスエコー法は、測定対象を伝播する超音波の音速から弾性定数を決定する方法である。これをロータス型ポーラス金属に適用した場合、ポアによる音波の散乱のため、特定の方位以外の測定が不可能となる。このため、異方性弾性定数の測定は困難である。また、引張り試験によりロータス金属の異方性弾性定数を決定するためには、異なる方位に切り出した複数個の試料が必要となる。このように、その計測の困難さからロータス金属の異方性弾性定数およびその温度依存性の測定は実現していない。そこで、本研究では弾性定数の測定方法として超音波共鳴法を用いた。ロータス金属のように金属を一方向に凝固させた場合、凝固方向に結晶の特定方位が優先的に成長する。このことから、ロータス金属の母材の凝固方向には結晶の特定方位が優位に配向している。一方向ポアのみならず、この集合組織もロータス金属の巨視的(平均)弾性定数に影響することが予想される。そこで、まず、X線回折法により凝固方向への結晶の優先成長方位の解析を行った。次に、超音波共鳴法により、ロータスマグネシウム、ロータス鉄、ロータス銅の室温弾性定数およびロータス銅弾性定数の温度依存性を測定した。また、窒素雰囲気で作製されたロータス鉄は、窒素の固溶強化により水素雰囲気で作製されたものよりも高い引張り強度を示すことが明らかとなっている [16]。そこで、水素と窒素の混合雰囲気で作製した試料を作製し、窒素分圧(固溶窒素量)が弾性定数に与える影響を調べた。

### 2.2 試料作製

試料として用いたロータス銅、ロータスマグネシウムは §1.2 で述べた鋳型鋳造法により、Table 2.1 に示す水素とアルゴン加圧雰囲気で作製された。ロータス鉄においては、 §1.2 で述べた連続帯溶融法により Table 2.1 に示す水素およびヘリウムの混合雰囲気で作製した。

の異なる試料を作製した。また、水素と窒素の混合雰囲気 (Table.2.2) において、その全圧を一定とし窒素分圧を変化させて、固溶窒素量の異なる試料を作製した。窒素分圧と固溶窒素量の関係は Hyun ら [25] により調べられている。Fig.2.1 に示すように水素と窒素の全圧を一定としてロータス鉄を作製した場合、窒素分圧に伴って固溶窒素量が増加する。作製したポーラス金属の鋳塊から放電加工により試料表面が凝固方向に垂直または平行な直方体を切り出した後、それを機械研磨した。弾性定数測定に用いた試料の作製雰囲気、ポロシティ  $p$ 、密度、寸法、平均ポア径を Table2.1 および Table2.2 に示す。ポロシティは次式を用いて算出した:

$$p = 1 - \frac{\rho}{\rho_0}. \quad (2.1)$$

ここで、 $\rho$  および  $\rho_0$  はそれぞれポーラス材およびノンポーラス材の密度である。平均ポア径の算出には画像解析ソフト (Mac SCOPE) を用いた。Fig.2.2 に試料の断面観察写真と試料座標系を示す。

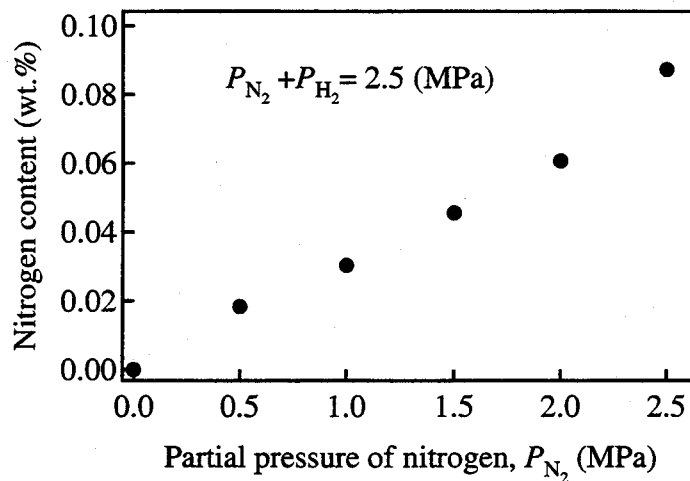


Fig. 2.1: Relation between a content and a partial pressure of nitrogen when the total pressure of hydrogen and nitrogen is 2.5(MPa) [25].



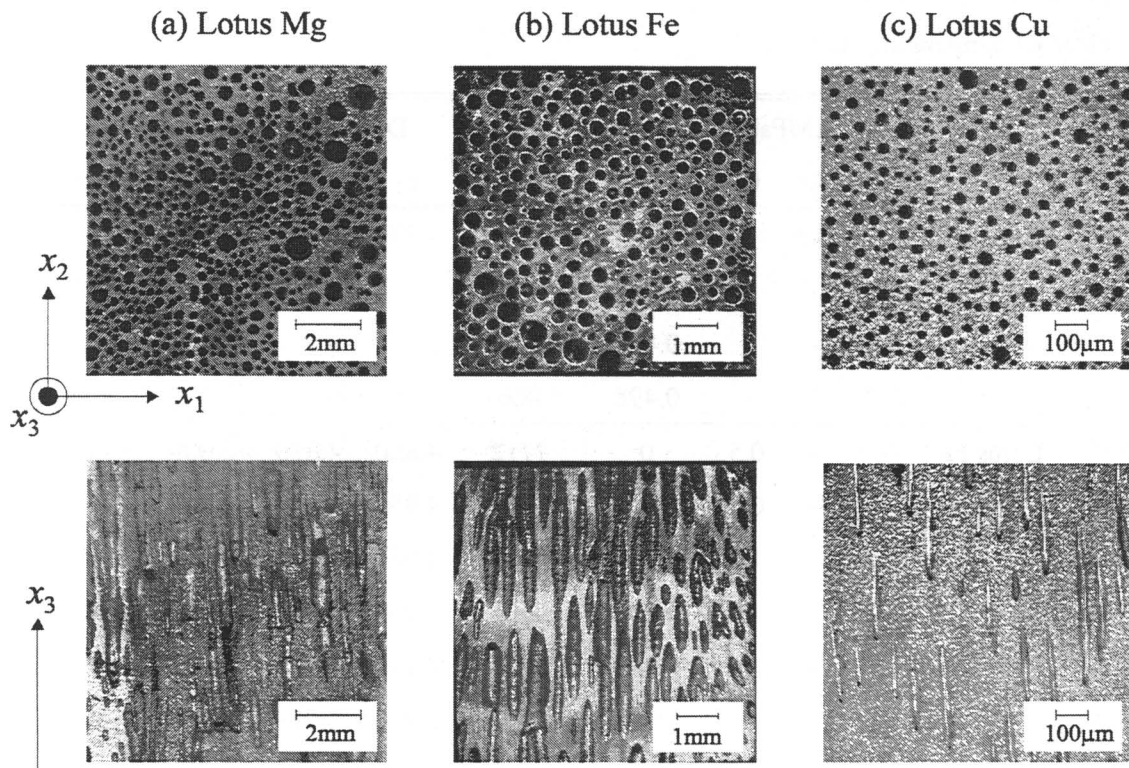


Fig. 2.2: Photomicrographs of transverse section perpendicular to the longitudinal pore direction(upper row) and longitudinal section parallel to the pore direction(lower row) for (a)lotus-type porous magnesium, (b)lotus iron and (c)lotus copper and their specimen coordinate system.

Table 2.1: Partial pressure (P.P.) of hydrogen, argon and helium, porosities, densities, dimensions and average pore diameters (A.P.D.) of the lotus-type porous magnesium, iron and copper prepared for the measurement of the elastic constants in room temperature (R.T.) and in the elevated temperature (E.T.).

	P. P. (MPa)			Porosity $p$	Density ( $\text{kg/m}^3$ )	Dimensions (mm)			A.P.D. ( $\mu\text{m}$ )
	H <sub>2</sub>	Ar	He			$x_1$	$x_2$	$x_3$	
Lotus Mg	-	0.3	-	0	1725	9.870	9.990	9.892	-
(R.T.)	0.9	-	-	0.281	1240	9.794	9.888	9.854	127
	0.4	-	-	0.401	1033	9.925	9.997	9.926	214
	0.2	-	-	0.498	866	9.597	9.590	9.630	404
Lotus Fe	-	-	0.5	0	7712	4.850	4.870	5.000	-
(R.T.)	-	-	0.5	0	7747	4.956	4.967	5.060	-
	1.7	-	1.0	0.219	6035	4.980	5.000	5.000	231
	1.7	-	1.0	0.236	5906	4.990	4.980	5.000	249
	1.7	-	1.0	0.240	5873	4.990	4.990	5.000	246
	1.7	-	1.0	0.308	5351	5.010	5.010	5.000	254
	2.0	-	0.5	0.386	4749	5.960	6.000	6.070	233
	2.5	-	0	0.490	3946	7.432	7.481	10.076	265
Lotus Cu	-	0.3	-	0	8904	8.190	8.365	8.767	-
(R.T.)	0.4	0.2	-	0.311	6202	9.136	9.260	9.145	17
	0.3	-	-	0.591	3642	9.953	10.04	10.18	381
Lotus Cu	0.3	-	-	0	8883	7.323	7.415	4.979	-
(E.T.)	0.4	0.2	-	0.318	6092	5.067	5.019	4.973	17

Table 2.2: Partial pressure (P.P.) of nitrogen and hydrogen, porosities, densities, dimensions and average pore diameters (A.P.D.) of the lotus-type porous iron fabricated in the mixture of hydrogen and nitrogen atmosphere.

Condition No.	P.P. (MPa)		Porosity $p$	Density (kg/m <sup>3</sup> )	Dimensions (mm)			A.P.D. ( $\mu\text{m}$ )
	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>			$x_1$	$x_2$	$x_3$	
N1	2.5	-	0.389	4720	7.450	7.440	7.500	313
N1	2.5	-	0.405	4595	4.970	4.980	5.000	291
N2	2.0	0.5	0.463	4130	7.478	7.506	10.054	305
N2	2.0	0.5	0.442	4316	7.420	7.430	7.470	301
N3	1.5	1.0	0.469	4108	7.431	7.465	10.053	289
N4	1.0	1.5	0.462	4159	7.453	7.529	10.060	301
N5	0.5	2.0	0.483	3994	7.430	7.430	7.500	297

## 2.3 X線回折法による結晶の優先成長方位の解析

### 2.3.1 解析方法

Fig.2.3にX線管球, デテクター, 試料の幾何学的配置を示す. X線を照射する試料面と平行に結晶面  $\{hkl\}$  面が存在する場合を考える. X線管球より波長  $\lambda$  の特性X線を試料に照射し, デテクターで試料において回折したX線を検出する. X線管球とデテクターの角度  $2\theta$  を掃引すると, ブラッグの反射条件:

$$2d_{hkl} \sin \theta = n\lambda \quad (2.2)$$

を満足する角度  $\theta$  においてのみ回折ピークが観測される [26]. ここで,  $d_{hkl}$  は  $\{hkl\}$  面の面間隔であり,  $n$  は反射の次数 ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) である. 立方晶系 (格子定数  $a$ ) および六方晶

系 (格子定数  $a, c$ ) の結晶の場合, その面間隔  $d_{hkl}$  はそれぞれ次式で与えられる [26]:

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \quad (\text{立方晶系}), \quad (2.3)$$

$$d_{hkl} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{3} \left( \frac{h^2 + hk + k^2}{a^2} + \frac{l^2}{c^2} \right)}} \quad (\text{六方晶系}). \quad (2.4)$$

回折ピークが観測される角度  $\theta$  から, 結晶面  $\{hkl\}$  に固有の面間隔  $d_{hkl}$  がわかれば, 試料面と平行に存在する面  $\{hkl\}$  を同定することができる. また, X線の照射面に垂直な方位に特定の結晶方位が優位に配向している場合, その方位からは強い強度の回折ピークが観測される. これにより, 結晶方位の優先配向の有無を知ることができる. そこで, まず, ロータスマグネシウム, ロータス鉄, ロータス銅のノンポーラス材の凝固方向に垂直および平行な面からの回折スペクトルを測定した. それを結晶配向を持たない粉末からの X線回折データ (Table 2.3 [27]) と比較することにより, ノンポーラス材の凝固方向における結晶の優先配向を解析した.

### 2.3.2 解析結果

ノンポーラス材の凝固方向に垂直および平行な面からの回折スペクトルを Fig. 2.4 に示す. 特性 X線は  $\text{CuK}\alpha$  であり, その波長  $\lambda$  は  $1.5418\text{\AA}$  である. ノンポーラス鉄においては, 平行および垂直方向からの回折スペクトルにほとんど差はなく, 回折ピークの強度比は Table 2.3 に示す標準粉末 X線回折データの強度比とほぼ一致するため, 一方向凝固による結晶配向はほとんど存在しないとみなすことができる.

ノンポーラスマグネシウムにおいては凝固方向に垂直および平行な面からの回折スペクトルが異なる. 平行な面からの回折ピークの強度比は標準粉末 X線回折データのそれとほぼ対応しており, 特定の結晶方位の配向はない. 一方向凝固方向に垂直な面からの回折スペクトルでは  $\langle 11\bar{2}0 \rangle$  方位からの回折ピークの強度が強いことから, 凝固方向に  $\langle 11\bar{2}0 \rangle$  方位が優位に配向している.

ノンポーラス銅においても凝固方向に平行な面からの回折ピークの強度比は標準粉末 X線回折データのそれと対応しており, 特定の結晶配向はない. 凝固方向に垂直な面からの回折スペクトルでは  $\langle 100 \rangle$  方位からの回折ピークの強度が強く, 凝固方向に  $\langle 100 \rangle$  方位が優位に配向している.

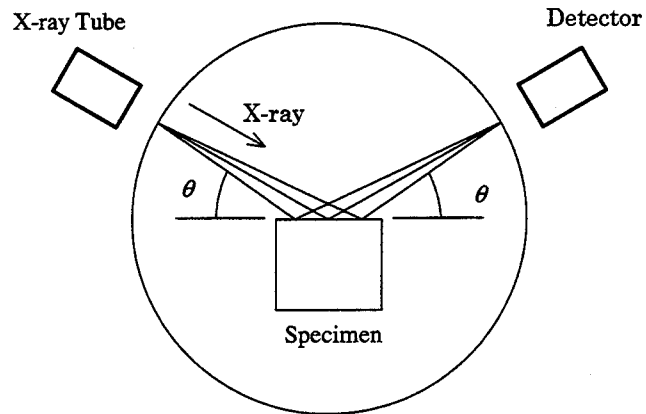


Fig. 2.3: Schematic illustration showing the X-ray Diffraction method.

Table 2.3: Relative intensities  $I/I_1$  of the X-ray diffraction peaks from the  $\{hkil\}$  or  $\{hkl\}$  plane, which are available in standard X-ray powder patterns [27].

Mg		Fe		Cu	
$hkil$	$I/I_1$	$hkl$	$I/I_1$	$hkl$	$I/I_1$
$10\bar{1}0$	35	111	100	110	100
0002	41	200	50	200	19
$10\bar{1}1$	100	220	40	211	30
$10\bar{1}2$	20	311	40	220	9
$10\bar{1}3$	18	222	10	310	12
				222	6

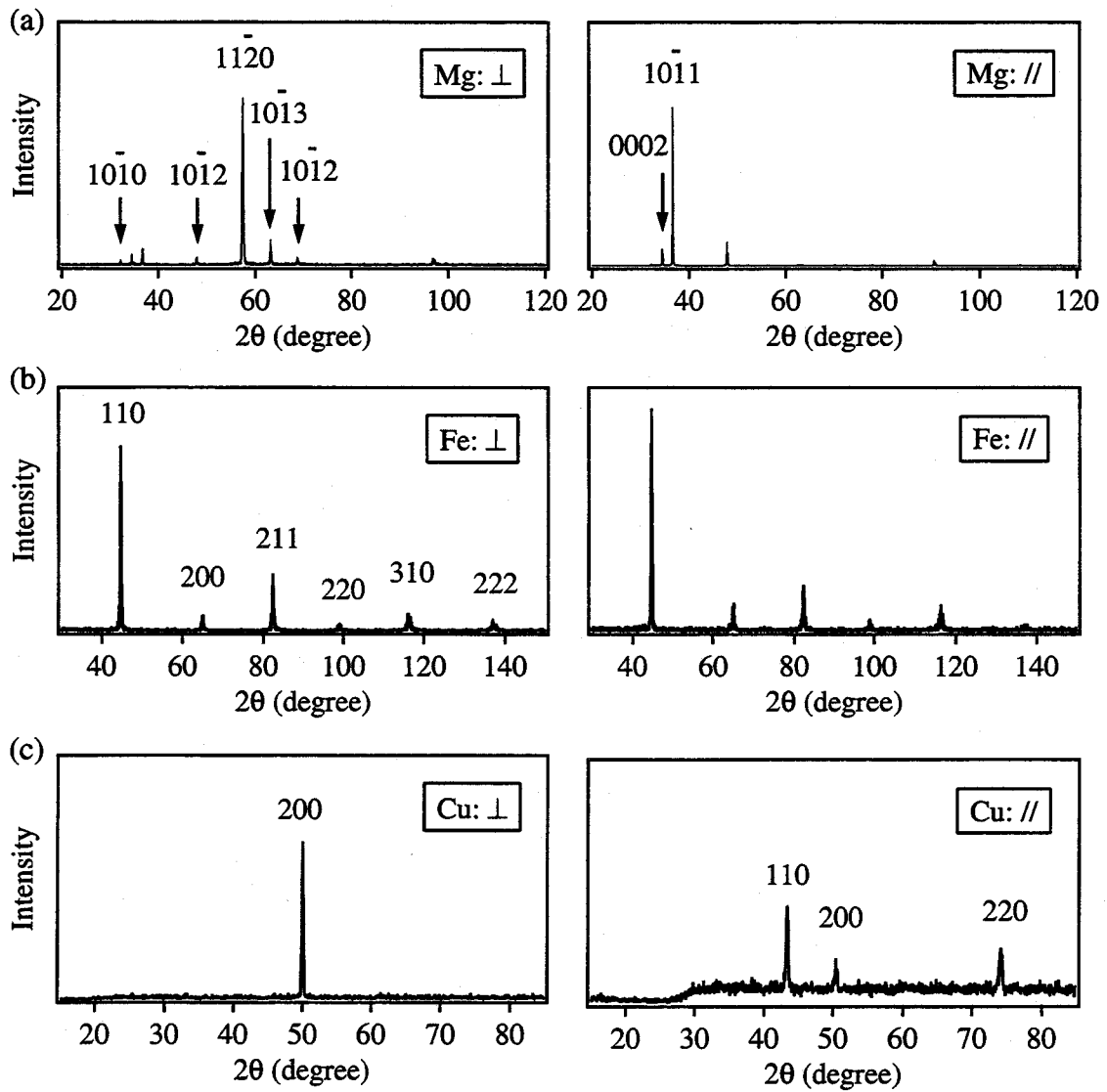


Fig. 2.4: X-ray diffraction spectra from the planes perpendicular (left column) and parallel (right column) to the solidification directions of (a) nonporous magnesium, (b) nonporous iron and (c) nonporous copper using the  $\text{CuK}\alpha$  radiation.

## 2.4 超音波共鳴法による弾性定数測定方法

### 2.4.1 固有振動数の測定と収束計算による弾性スティフネス $c_{ij}$ の決定法

超音波共鳴法 (RUS 法) は, 直方体や円柱形状などの試料 (本研究では直方体形状試料を用いる) の固有振動数を測定し, 弾性定数を決定する方法であり, Demarest [28] と Ohno [29] により確立された. Fig.2.5 左上および Fig.2.6 に固有振動数測定装置の概略図および写真を示す. 2つの圧電振動子の間に直方体試料を軽くはさむ. 一方の圧電振動子から連続正弦波を入れ, 試料に振動を励起し, もう一方が試料の振動を検出する. 周波数を掃引すると, それが試料の固有振動数と一致するところで Fig. 2.5 左下のように共鳴ピークが観測される. このようにして実験的に試料の共鳴スペクトル (固有振動数) を得ることができる.

共鳴スペクトルの個々のピークは, ある一つの固有振動モードに対応している. 各々の固有振動モードは, 斜方晶系の弾性対称性を示す直方体の場合, 振動変位の対称性から Table 2.4 に示す独立な 8 個の振動グループに分類される [29]. 各グループにおいて振動数の昇順に 1~ $n$  次モードと呼ぶ. 弾性スティフネス  $c_{ij}$  ( $C_{ijkl}$ ) が既知であれば, 試料寸法と密度  $\rho$  を用いて, 自由振動のラグランジアン:

$$L = \rho\omega^2 \int \int \int u_i u_i dx_1 dx_2 dx_3 - \int \int \int \frac{1}{4} C_{ijkl} (u_{i,j} + u_{j,i})(u_{k,l} + u_{l,k}) dx_1 dx_2 dx_3 \quad (2.5)$$

を最小化する解をレイリー・リッツの方法で求めることにより, 種々の振動モード ( $B_{3g}1$  次モード,  $B_{3g}2$ ...) に対応した固有振動数  $f = \omega/(2\pi)$  を計算することができる. ここで,  $u_i$  は  $x_i$  方向の変位である.

しかし, 測定された固有振動数から直接, 弾性スティフネス  $c_{ij}$  を求めることはできない. そこで測定対象とする試料の弾性対称性および弾性スティフネス  $c_{ij}$  の値を適当に仮定し, それを初期値として固有振動数を計算する. この計算された固有振動数が測定した共鳴スペクトル (固有振動数) と一致するまで逐次計算を繰り返し, 一致したときの  $c_{ij}$  をその物質の真の  $c_{ij}$  として決定する. 測定された固有振動数から弾性スティフネス  $c_{ij}$  を決定するまでのフローチャートを Fig.2.5 に示す. これらの一連の解析における収束の目安となる量は, 測定値と計算値の収束誤差 (r.m.s. error):

$$\text{r.m.s. error} = \sqrt{\frac{\sum_i^N \left( \frac{f_i^{\text{meas}} - f_i^{\text{cal}}}{f_i^{\text{meas}}} \right)^2}{N}} \quad (2.6)$$

である. ここで  $f_i^{\text{meas}}$  と  $f_i^{\text{cal}}$  は固有振動数の測定値と計算値,  $N$  は測定した固有振動数の数である. ここで測定および計算によって得られた固有振動数の比較の際には, 振動モード

を正確に対応させることが重要である。このためには、測定された共鳴ピークの振動モードを同定することが必要となる。本研究では電磁超音波共鳴法 (EMAR 法) を用いて振動モードの同定を行う。

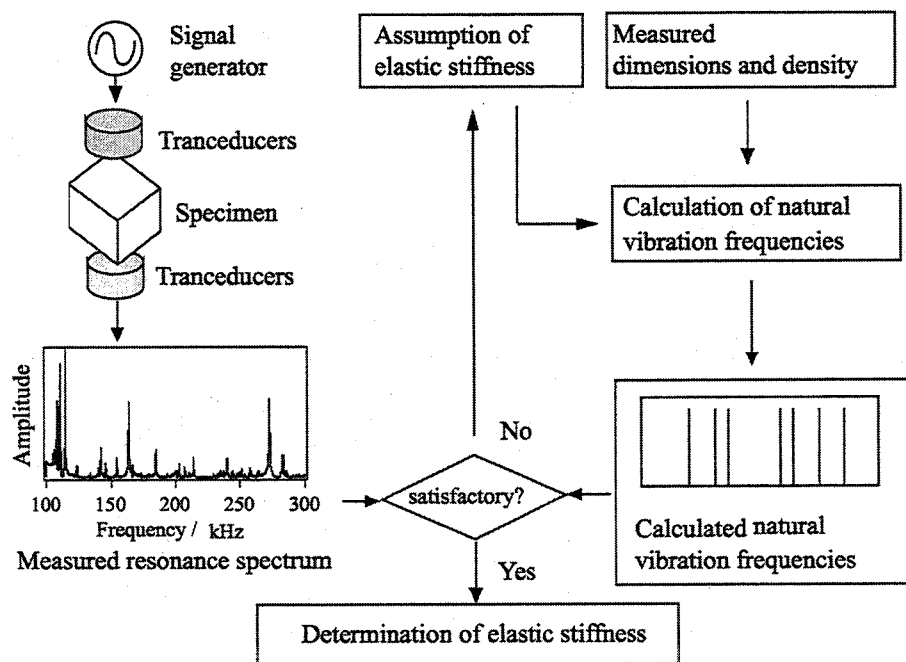


Fig. 2.5: Flow chart for the determination of the elastic stiffness with RUS method.

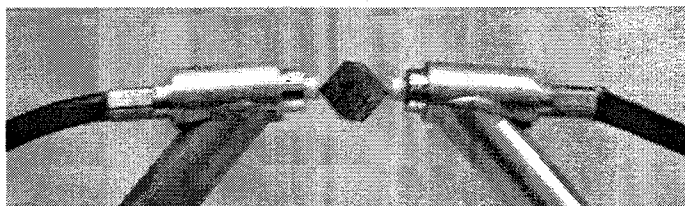


Fig. 2.6: Photograph of the two piezoelectric transducers and the rectangular parallelepiped specimen for measuring the natural vibration frequency.



Table 2.4: Deformation symmetry of eight vibration groups of a rectangular parallelepiped specimen with orthorhombic symmetry.  $u_i$  denotes the displacement component in the  $x_i$  axis. E and O mean even and odd functions of the axis. The origin is located at the center of the rectangular parallelepiped. Vibration group notation follows Mochizuki [30].

group	displacement	$x_1$	$x_2$	$x_3$	group	displacement	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$A_g$	$u_1$	O	E	E	$A_u$	$u_1$	E	O	O
	$u_2$	E	O	E		$u_2$	O	E	O
	$u_3$	E	E	O		$u_3$	O	O	E
$B_{3g}$	$u_1$	O	O	O	$B_{3u}$	$u_1$	E	E	E
	$u_2$	E	E	O		$u_2$	O	O	E
	$u_3$	E	O	E		$u_3$	O	E	O
$B_{2g}$	$u_1$	E	E	O	$B_{2u}$	$u_1$	O	O	E
	$u_2$	O	O	O		$u_2$	E	E	E
	$u_3$	O	E	E		$u_3$	E	O	O
$B_{1g}$	$u_1$	E	O	E	$B_{1u}$	$u_1$	O	E	O
	$u_2$	O	E	E		$u_2$	E	O	O
	$u_3$	O	O	O		$u_3$	E	E	E

## 2.4.2 EMAR 法による固有振動モードの同定

EMAR 法を用いれば 8 個のうちの特定の振動グループを励起することができる。これにより、測定された共鳴ピークの固有振動モードを同定することが可能となる [31,32]。EMAR 法による特定の振動グループ励起の原理について、 $B_{3g}$  グループを励起する場合を例にとつて説明する。Fig.2.7(a) に示すようにソレノイドコイルに試料を挿入し、静磁場を印加する。コイルに高周波電流を流すと、試料表面に渦電流が発生する。その渦電流と静磁場との相互作用により高周波電流の周期で振動するローレンツ力 (Fig.2.7(b)) が発生する。これが、超音波の音源となる。Fig.2.7(c) に示す試料変位の対称性は、Fig.2.7(d) に示す  $B_{3g}$  グループの振動変位の対称性とのみ一致する。そのため、高周波電流の周波数を掃引すると、この試料・コイル・静磁場の配置では  $B_{3g}$  グループに属する固有振動のみが励起される。そのため、こ

の場合に観測される共鳴ピークは  $B_{3g}$  グループであると同定できる。また、 $B_{3g}$  グループ内の振動数の昇順に振動モードの次数  $n$  ( $1 \sim n$  次) を同定することもできる。他の振動グループ ( $B_{1g} \cdot B_{2g} \cdot A_g$  グループ) はコイルと静磁場と試料の配置を変えて、発生するローレンツ力の方向を変化させることにより、励起することができる。EMAR 法で励起できるのは上記の 4 種類の振動グループである。

信号の受信には誘導電流 (電磁誘導) を利用している。磁場を印加されたコイル内の試料が振動することで、コイル内の磁界が変化する。これによりコイルに誘導起電力が発生して誘導電流が流れ、これが受信信号となる。

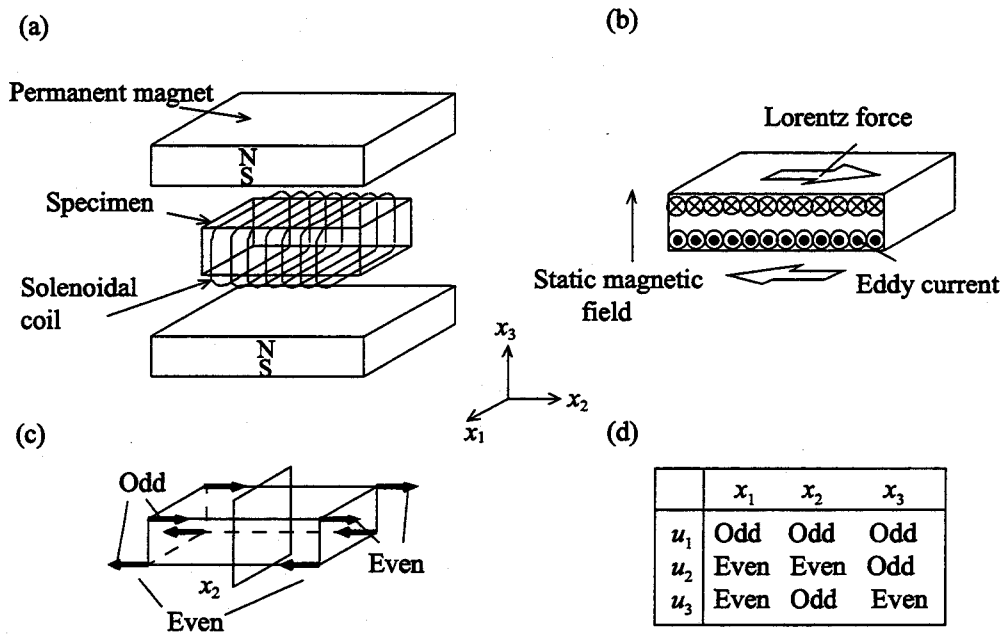


Fig. 2.7: Excitation of the  $B_{3g}$  vibration group by the EMAR method. (a) A specimen is inserted into the coil and the magnetic field is applied. (b) Eddy currents on the specimen surfaces are induced by RF current in the coil, and the shearing Lorentz force is generated. (c) The Lorentz forces deform the specimen as shown in the thick arrows. The displacement  $u_2$  is an even function, for example, against the  $x_2$  mirror plane. (d) The parity of the displacements belongs to the  $B_{3g}$  group. The displacement  $u_2$  in (c) satisfies only the  $B_{3g}$  parity.

### 2.4.3 高温における固有振動数測定

高温における固有振動数の測定 [33] には EMAR 法を用いる。測定装置の概略図を Fig.2.8 に示す。試料を挿入したソレノイドコイルとヒーターを真空チャンバー ( $\sim 10^{-2}$  Pa) 内に設置する。試料に静磁場を印加するための永久磁石をシリンダの外側に設置する。これにより、必要に応じて磁場方向を変えることが可能となる。EMAR 法による振動の励起・受信については § 2.4.2 で述べた方法と同様である。

温度計には高温用の白金-白金ロジウム熱電対を使用する。直流電源と温度計を同期させてヒーターを自動制御することで、測定温度を  $1^{\circ}\text{C}$  刻みで設定できる。

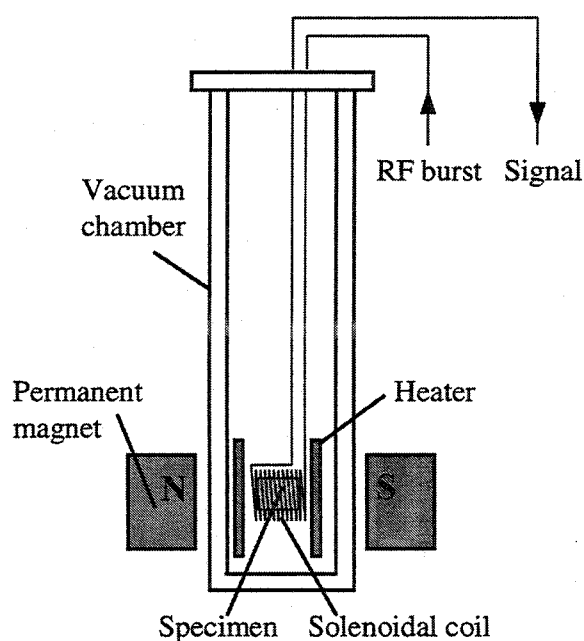


Fig. 2.8: Schematic illustration showing the apparatus of the EMAR measurement at the elevated temperatures. The specimen is inserted in a solenoid coil located within a vacuum chamber ( $\sim 10^{-2}$  Pa). The temperature is controlled by the heater surrounding the specimen. The static magnetic field is applied to the specimen by a pair of permanent magnets.

## 2.5 弾性定数測定結果

### 2.5.1 弾性スティフネスおよびヤング率のポロシティ依存性 [34-36]

一方向凝固により作製されるため、母材においてその凝固方向 ( $x_3$  方向:Fig.2.2) に垂直な方向には特定の結晶方位の配向がない。さらに凝固方向に垂直な面内にポアがランダムに分布しているため、その面内での等方性 (六方晶系の弾性対称性) を仮定して §2.4.1 で述べた収束計算をおこなった。その結果、収束誤差 (r.m.s. error) は 1~2% 程度であり、予想通り巨視的には六方晶系の弾性対称性を示すことが明らかとなった。六方晶の弾性スティフネスマトリックスは次のように表される:

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{44} & 0 & 0 \\ & sym. & & & c_{44} & 0 \\ & & & & & c_{66} \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

ここで、 $c_{12} = c_{11} - 2c_{66}$  であり、独立な弾性スティフネスは  $c_{11}$ ,  $c_{33}$ ,  $c_{13}$ ,  $c_{44}$ ,  $c_{66}$  の 5 個である。

Fig.2.9 に測定により得られた (a) ロータスマグネシウム, (b) ロータス鉄 (Table 2.1 に示す水素とヘリウム混合雰囲気で作製), (c) ロータス銅の独立な 5 個の弾性スティフネスとそれらから算出したヤング率  $E_{//}$  と  $E_{\perp}$  のポロシティ依存性を示す。  $E_{//}$  と  $E_{\perp}$  はそれぞれ  $x_3$  軸 (凝固方向) に平行および垂直方向のヤング率である。 §2.3 に示す X 線解析の結果からロータスマグネシウムの母材の凝固方向に結晶の  $\langle 11\bar{2}0 \rangle$  方位が優位に配向していることが明らかとなっている。しかし、この集合組織による弾性異方性は現れず、Fig.2.9 (a) に示すようにノンポーラスマグネシウムはほぼ等方体の弾性対称性 ( $c_{11} \simeq c_{33}$ ,  $c_{44} \simeq c_{66}$  かつ  $c_{11} \simeq c_{12} + 2c_{66}$ ) を示す。これは、Table 2.5 に示すようにマグネシウム単結晶において、 $c_{11}$  と  $c_{33}$ ,  $c_{44}$  と  $c_{66}$ ,  $E_{11\bar{2}0}$  と  $E_{0001}$  の差が小さく、異方性因子  $c_{44}/c''$  が 1 に近いことからわかるように、その弾性異方性が非常に小さいためである。また、鉄単結晶の異方性因子  $c_{44}/c'$  は 2.41 であり、強い弾性異方性を示すが、Fig.2.9 (b) に示すようにノンポーラス鉄はほとんど弾性異方性を示さない。これは、ロータス鉄には一方向凝固による集合組織がほとんど存在しないためである (Fig.2.4(b))。このように、ロータスマグネシウムおよび鉄のノンポーラス材 (母材) が弾性異方性を示さないのに対して、Fig.2.9(c) に示すようにロータス銅のノンポーラス材は強い弾性異方性を示す ( $c_{11} > c_{33}$ ,  $c_{44} > c_{66}$ ,  $E_{\perp} > E_{//}$ )。これは

凝固方向に結晶の〈100〉方位がほぼ完全に配向しており、かつ単結晶銅が強い弾性異方性 ( $c_{44}/c' = 3.21$ ) を示すためである。

Fig.2.9 に示すように、弾性スティフネスの各成分および2つのヤング率はポロシティの増加に伴って単調に減少する。 $E_{\perp}$  はポロシティの増加に対して急激に減少するのに対して、 $E_{//}$  はほぼ線型的に減少する。これは円柱状のポアに垂直な方向の負荷ではポア近傍に応力集中が起こるが、平行方向の負荷では応力集中がほとんど起こらないためである。Fig.2.9(c) に示すようにロータス銅の場合、ノンポーラス材では集合組織による弾性異方性のために  $c_{11} > c_{33}$ ,  $E_{\perp} > E_{//}$  であるが、ポロシティが大きくなると円柱状のポアによる弾性異方性のために大小関係が逆転し、 $c_{11} < c_{33}$ ,  $E_{\perp} < E_{//}$  となる。

Phani [39] によれば、ポーラス材料の弾性スティフネスあるいはヤング率  $M$  には次式の関係が成り立つ:

$$M = M_0(1 - p)^m. \quad (2.8)$$

ここで、 $M_0$  はノンポーラス材の弾性スティフネスあるいはヤング率である。式(2.8)を  $c_{ij}$ ,  $E_{//}$ ,  $E_{\perp}$  の測定値にそれぞれフィットさせた結果を Fig.2.9 中に実線および破線で示す。フィットを行った結果は測定値のポロシティ依存性の傾向と良く対応している。フィットにより得られた係数  $M_0$ ,  $m$  を Table 2.6 に示す。ロータスマグネシウムとロータス鉄の  $c_{ij}$  における  $m$  の値はほぼ対応しており、この  $m$  は一方向ポアによる弾性異方性を反映している。ロータス銅の  $c_{ij}$  における  $m$  の値はマグネシウムおよび鉄のそれと異なっており、この  $m$  の値は一方向ポアと母材の集合組織による弾性異方性を反映している。

$E_{//}$  と  $E_{\perp}$  における  $m$  の値は母材の種類に依存せず、それぞれ近い値を示し、ロータス金属のヤング率をこの  $m$  を用いて予測できる可能性がある。ここで、理想的には円柱状のポアに平行方向の応力負荷では、ポア近傍に応力集中を生じない。この場合、 $E_{//}$  は母材の弾性定数とポアの弾性定数(0)から単純な複合則によって求めることができ、 $m = 1$  となる。しかし、測定値をフィットした結果、 $m$  の値は1より若干大きい。この理由としては、凝固方向に完全に平行に伸びていないポアや、円柱状に成長できなかったアスペクト比の比較的小さなポアが母材内に存在し (Fig.2.2), それらのポア近傍に応力集中が起こることが理由の一つとして考えられる。

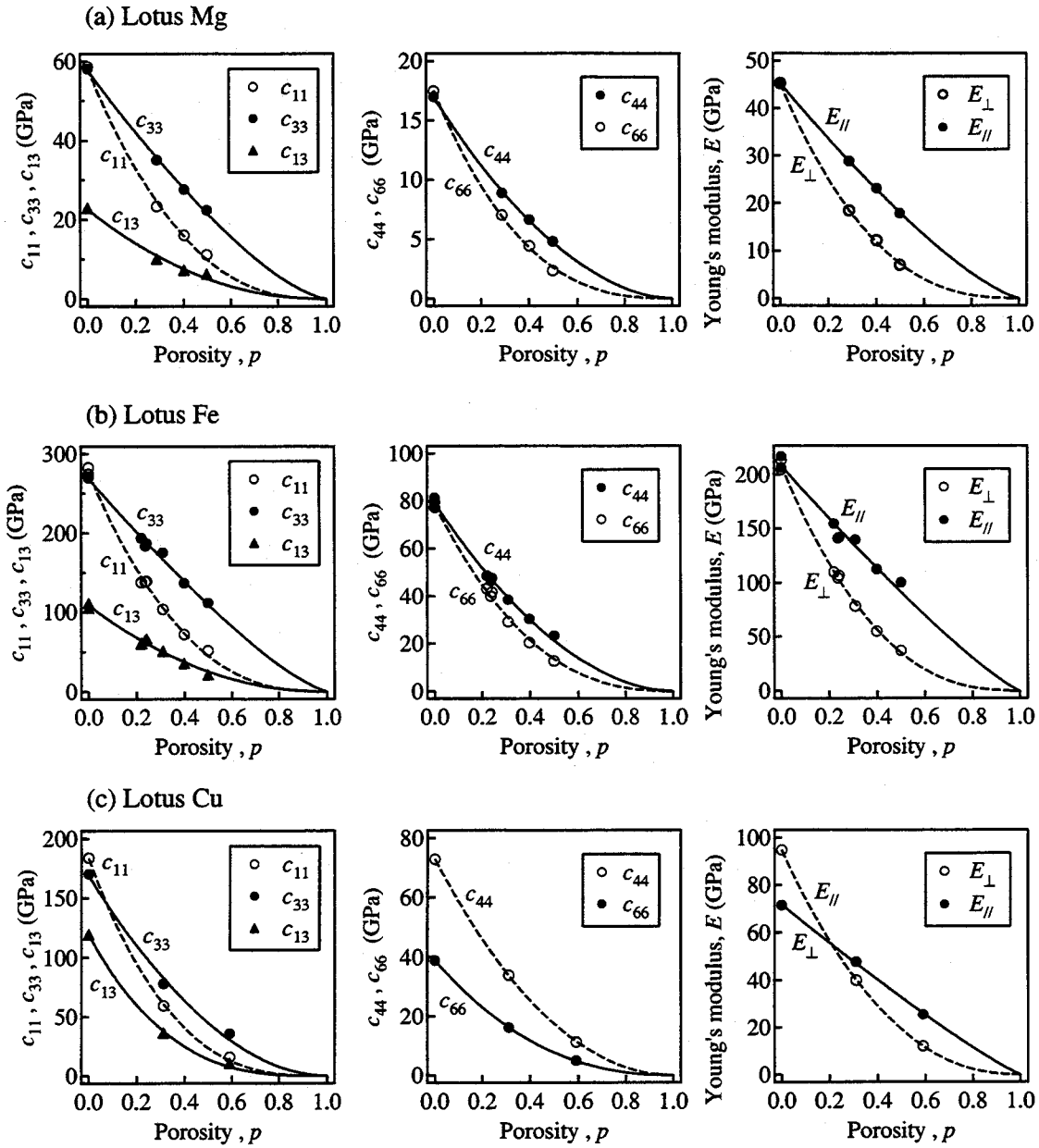


Fig. 2.9: Porosity dependence of the elastic stiffnesses  $c_{11}$ ,  $c_{33}$  and  $c_{13}$  (left column),  $c_{44}$  and  $c_{66} = (c_{11} - c_{12})/2$  (middle column), and two Young's moduli,  $E_{//}$  parallel to the  $x_3$  direction and  $E_{\perp}$  perpendicular to the direction(right column) of (a)lotus magnesium, (b)lotus iron fabricated in the mixture of hydrogen and helium atmosphere (Table2.1) and (c)lotus copper. Each line is obtained by fitting Eq.(2.8) to the measurements.

Table 2.5: Elastic stiffness  $c_{ij}$ (GPa), Young's modulus  $E$ (GPa) and anisotropy factors  $c_{66}/c'$  and  $c_{44}/c''$ , of single-crystal magnesium (hexagonal symmetry), iron (cubic symmetry), and copper (cubic symmetry) [38].  $c'$  and  $c''$  are defined as  $c' = (c_{11} - c_{12})/2$  and  $c'' = (c_{11} + c_{33} - 2c_{13})/4$ .  $c_{66}/c'$  and  $c_{44}/c''$  indicate elastic anisotropy around the  $x_3$  and  $x_2$  axes, respectively.

Mg				Fe		Cu	
$c_{11}$	56.5	$E_{11\bar{2}0}$	44.8	$c_{11}$	231.4	$c_{11}$	168.4
$c_{33}$	58.7	$E_{0001}$	50.5	$c_{12}$	134.7	$c_{12}$	121.4
$c_{13}$	18.1	$c_{44}/c''$	0.85	$c_{44}$	116.4	$c_{44}$	75.4
$c_{44}$	16.8			$E_{100}$	132.3	$E_{100}$	66.7
$c_{66}$	16.7			$c_{66}(=c_{44})/c''$	2.41	$c_{66}(=c_{44})/c''$	3.21

Table 2.6: Nonporous elastic constants  $M_0$  and fitting coefficients  $m$  obtained by fitting the equation  $M = M_0 (1 - p)^m$  to the measurements indicating the hexagonal elastic symmetry.

	Lotus Mg		Lotus Fe		Lotus Cu	
	$M_0$ (GPa)	$m$	$M_0$ (GPa)	$m$	$M_0$ (GPa)	$m$
$c_{11}$	58.4	2.56	277.9	2.62	183.5	2.96
$c_{33}$	57.9	1.43	269.3	1.30	169.0	1.92
$c_{13}$	22.7	2.15	108.9	2.11	119.4	3.08
$c_{44}$	17.0	1.86	79.2	1.90	73.0	2.07
$c_{66}$	17.5	2.75	78.7	2.55	38.9	2.35
$E_{\perp}$	45.3	2.64	208.1	2.58	94.8	2.31
$E_{//}$	45.3	1.33	208.5	1.19	71.9	1.14

## 2.5.2 ヤング率の方位依存性

Fig.2.10 に凝固方向 ( $x_3$  軸) から角度  $\theta$  だけ傾いた方向のヤング率を示す. 弾性スティフネス  $c_{ij}$  の測定値を座標変換することにより求めた. Fig.2.10(a)(b) に示すようにロータスマグネシウムおよび鉄のノンポーラス材は, ほぼ立方体の弾性対称性を示すため, ヤング率は  $\theta$  に依存しないが, ポーラス材のヤング率は  $\theta$  の増加に伴って単調に減少する. これは, ポア近傍における応力集中が  $\theta$  に伴って増加するためである. ロータス銅においては, ノンポーラス材およびポーラス材において  $\theta = 20^\circ \sim 60^\circ$  にヤング率の最大値が存在する. ここで, 単結晶銅は強い弾性異方性を示し, f.c.c 構造の原子の最密面に垂直な方向である [111] 方位のヤング率  $E_{111}$  は他の方位のそれと比較して非常に大きい ( $E_{111}=192.3$ ,  $E_{110}=131.4$ ,  $E_{100}=67.4$  (GPa)). そのため, ノンポーラス銅において [111] 方位に近い方位が存在する  $\theta = 50^\circ$  近傍のヤング率は最大となる. ポーラス銅におけるヤング率の最大値を示す  $\theta$  の位置には, 一方向ポアによる弾性異方性が影響し, 最大値を示す  $\theta$  はポロシティに依存する.

## 2.5.3 ロータス型ポーラス鉄の弾性定数の固溶窒素量依存性

Fig.2.11 に窒素と水素の混合雰囲気で作製されたロータス鉄のヤング率  $E_{\perp}$  および  $E_{//}$  のポロシティ依存性を示す. また, 比較のため水素雰囲気で作製されたロータス鉄のヤング率とそれを式(2.8)でフィットした曲線を示す. Fig. 2.11 中の H は Table2.1 に示す水素とヘリウム混合雰囲気で作製されたロータス鉄, N1~N5 は Table2.2 に示す水素と窒素の混合雰囲気で作製されたロータス鉄を表す. 雰囲気 N1~N5 で作製されたロータス鉄のヤング率は雰囲気 H で作製されたロータス鉄のそれに対する近似曲線上にあり, 作製雰囲気 (固溶窒素) は弾性定数に影響しない. これは Fig.2.1 に示すように鉄中に固溶する窒素量が非常に少ないためであると考えられる.



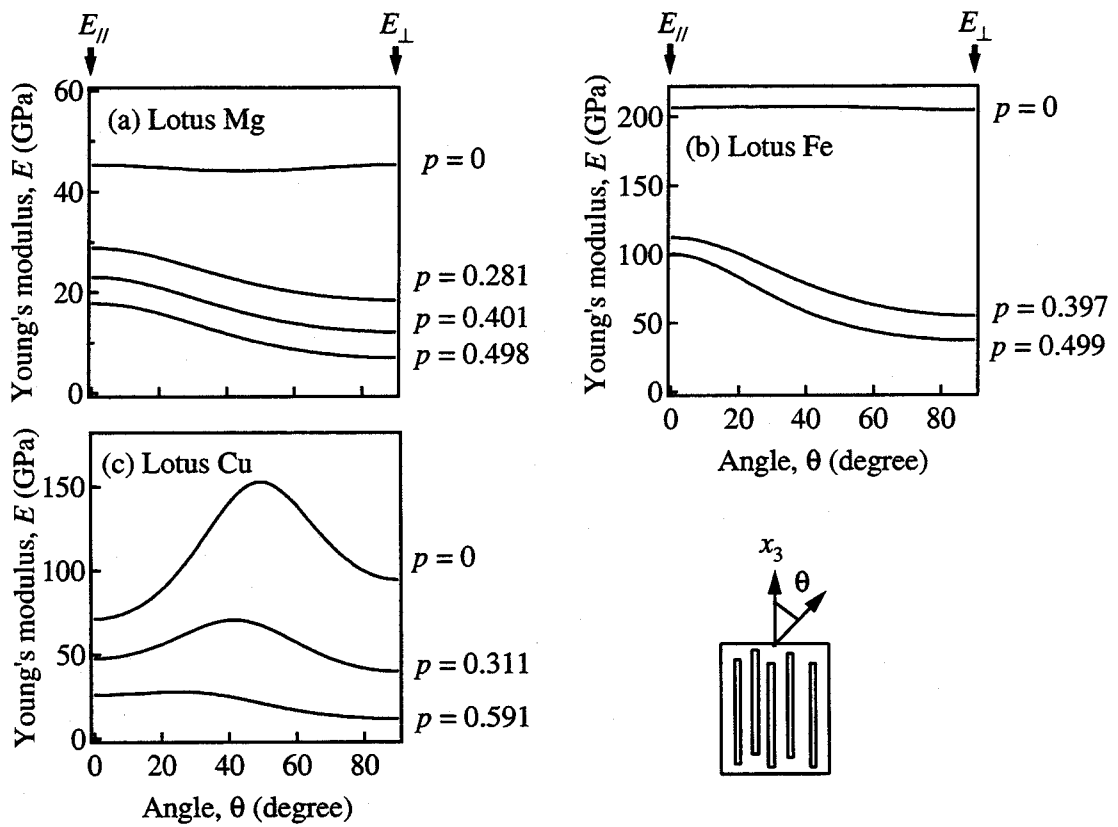


Fig. 2.10: Variation of Young's modulus  $E$  with angle  $\theta$ : (a) lotus magnesium, (b) lotus iron fabricated in the mixture of hydrogen and helium atmosphere (Table 2.1), and (c) lotus copper.

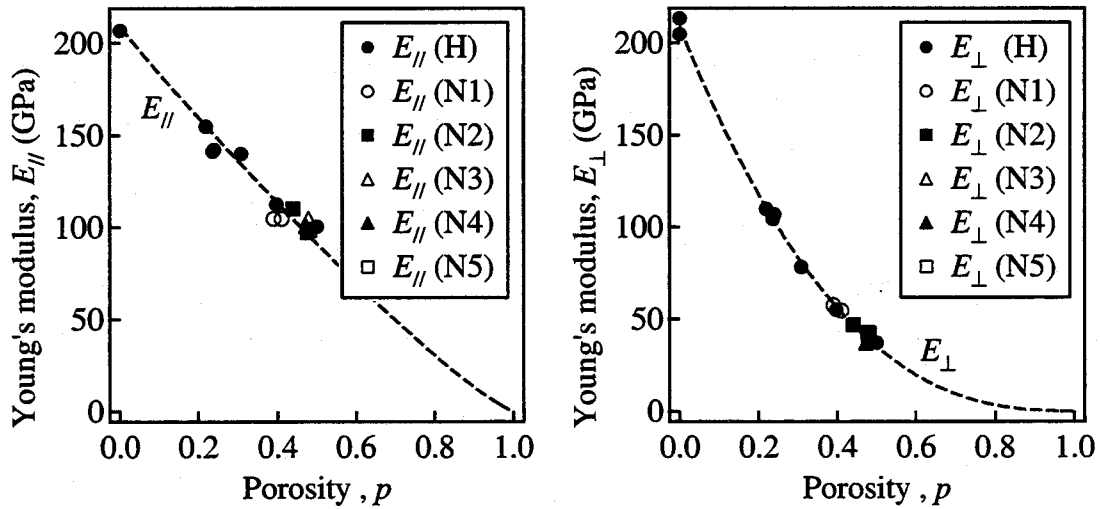


Fig. 2.11: Porosity dependence of Young's moduli  $E_{//}$  and  $E_{\perp}$  in the direction parallel and perpendicular to the  $x_3$  direction of lotus-type porous iron fabricated in the mixture of hydrogen and nitrogen atmosphere(N1~N5 in Table 2.2). Dashed lines are obtained by fitting Eq.(2.8) to the measured Young's moduli of lotus iron fabricated in the mixture of hydrogen and helium atmosphere(H:Table2.1).

#### 2.5.4 ロータス型ポーラス銅の弾性定数の温度依存性 [37]

Fig.2.12 にロータス型ポーラス銅の弾性スティフネス  $c_{ij}$ , ヤング率  $E_{\perp}$  および  $E_{//}$  の温度依存性を示す。すべての弾性定数は温度上昇に伴って単調に減少している。ポーラス材の弾性定数は、ノンポーラス材と比較して温度に対して鈍感に変化する。これには次のような理由が考えられる。ここで、ノンポーラス材およびポーラス材の温度による弾性定数変化の原因は温度による銅母材の弾性定数変化  $\Delta c_{ij}$  であり、それはノンポーラスおよびポーラス材においても変わらない(ポロシティに依存しない)。ポーラス金属全体の巨視的弾性定数の変化は、単純に考えた場合、母材の弾性定数変化  $\Delta c_{ij}$  と母材の体積分率  $1-p$  の積に比例する。つまり、ポーラス金属の巨視的弾性定数の変化は母材の体積分率に依存し、それに伴って増加する。

Fig.2.13 にヤング率の温度および方位依存性を示す。ヤング率が最大値を示す  $\theta$  において、温度によるヤング率の減少も大きい。ここで、Fig.2.14 に単結晶銅のヤング率の温度依存性を示す。 $E_{111}$  の温度に対する変化は、他の方位における変化と比較して大きい。そのた

め, [111] 方位に近い方位が存在するヤング率の最大値近傍では温度に対する減少が大きいと考えられる。

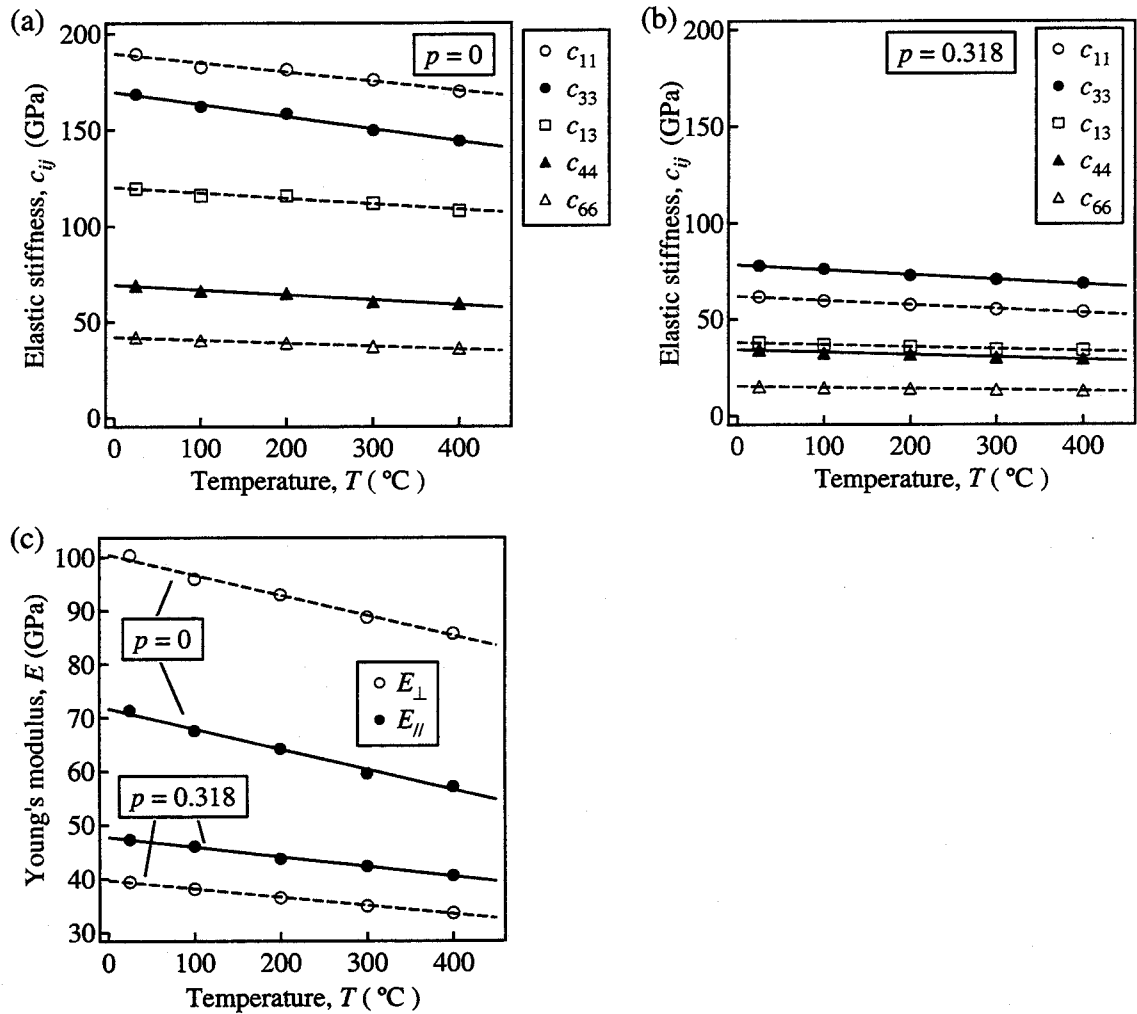


Fig. 2.12: Temperature dependence of the elastic stiffness  $c_{ij}$  of (a) nonporous ( $p=0$ ) and (b) porous copper ( $p=0.318$ ), and (c) Young's moduli  $E_{\parallel}$  and  $E_{\perp}$  in the direction parallel and perpendicular to the  $x_3$  axis of nonporous and porous copper. Each line is obtained by fitting the linear function to the measurements.

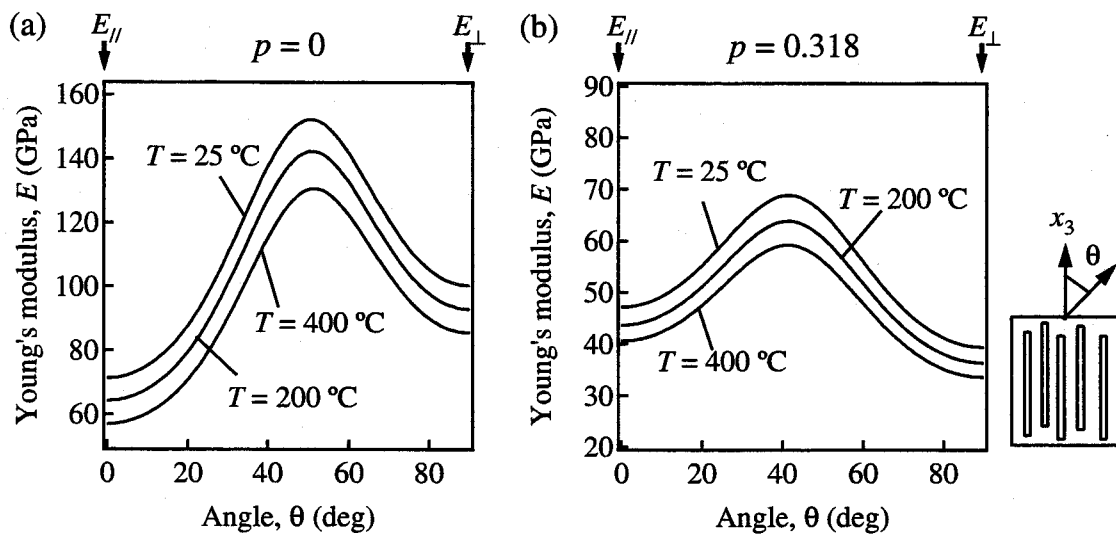


Fig. 2.13: Variation of Young's modulus  $E$  with angle  $\theta$  at  $T = 25, 200$  and  $400^\circ\text{C}$ : (a) nonporous copper ( $p=0$ ) and (b) porous copper ( $p=0.318$ ).

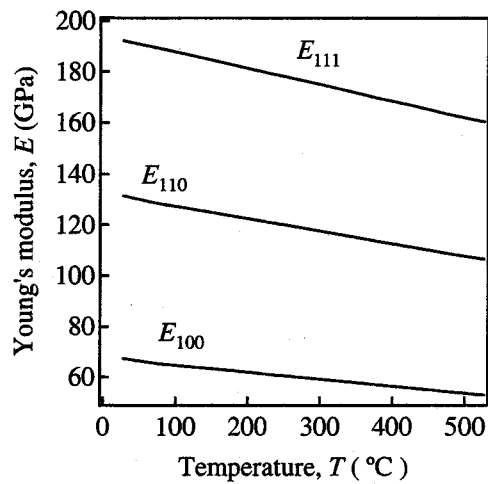


Fig. 2.14: Temperature dependence of the Young's moduli  $E_{100}$ ,  $E_{010}$  and  $E_{111}$  of the single-crystal copper, which are calculated from Ref. [38].

## 2.6 結論

超音波共鳴法により室温におけるロータスマグネシウム, ロータス鉄, ロータス銅の全ての独立な弾性定数およびロータス銅弾性定数の温度依存性を測定した. また, 水素と窒素の混合雰囲気中でロータス鉄を作製し, 窒素分圧 (固溶窒素量) が弾性定数に与える影響を調べた. その結果, 以下のことが明らかとなった.

- ロータス金属は凝固方向に伸びた円柱状のポアが凝固方向に垂直な面内にランダムに存在しているため, その巨視的な弾性対称性は凝固方向 (ポアの長手方向) を  $c$  軸とした六方晶の弾性対称性 (面内等方体の対称性) となる.
- ポアの長手方向に平行方向のヤング率  $E_{//}$  はポロシティの増加にともなってほぼ線形的に減少するのに対して, 垂直方向のヤング率  $E_{\perp}$  は急激に減少する. これは, ポアの長手方向に垂直方向の負荷ではポア近傍に応力集中が起こるが, 平行な方向の負荷ではポア近傍に応力集中が起こらないためと考えられる.
- 一方向凝固により母材の凝固方向に特定の結晶方位が配向し, かつその単結晶の弾性異方性が大きい場合 (ロータス銅の場合) は, 母材は強い弾性異方性を示す. この母材の弾性異方性はロータス金属の巨視的弾性定数に大きく影響する. 一方, 単結晶の弾性異方性が小さい場合 (ロータスマグネシウムの場合), もしくは一方向凝固による結晶方位の優先配向がない場合 (ロータス鉄の場合) は, 母材は弾性異方性を示さず, 巨視的弾性定数の異方性はポア形状のみに起因する.
- 水素と窒素の混合雰囲気中でロータス鉄を作製した場合, 本研究における雰囲気 (窒素分圧 2.5MPa) では固溶窒素量が少なく, 固溶窒素はロータス鉄の弾性定数に影響しない.
- ロータス型ポーラス銅の温度による弾性定数の変化はノンポーラス銅のそれに対して鈍感である. また, 母材の集合組織はロータス銅弾性定数の温度依存性に大きく影響する.

## 第3章 巨視的弾性定数のモデル計算

### 3.1 はじめに

現在, 様々な種類の金属および合金でロータス型ポーラス金属の作製が試みられている. また, ロータス金属は高温材料としても期待されており, ロータス金属の弾性定数およびその温度依存性を測定によらず計算により予測する方法を確立することは有益である. 第2章の実験結果からロータス金属の弾性定数は, ポア形状, ポロシティ, 母材の集合組織による弾性異方性(母材の弾性定数)に依存することが明らかとなっている. ロータス型ポーラス金属の弾性定数を計算するには, これらのパラメータを含む力学モデルが必要である.

不均質材料の巨視的弾性定数をその構成要素の弾性定数から計算する方法については古くから研究がなされている. 代表的な手法として, Eshelby の等価介在物法 [40] と Mori-Tanaka の平均場近似 [41] に基づいたマイクロメカニックスの手法がある. この方法は, 複合材料の巨視的弾性定数の計算などによく用いられており, 介在物(強化相, 第2相)の形状を楕円体とみなし, その楕円体のアスペクト比(軸比)と介在物の体積分率の影響を考慮して巨視的弾性定数を計算するものである. 第2相をポアとすることにより, ポーラス金属に適用することが可能である.

本章では従来のマイクロメカニックスの手法を改善し, ポロシティ, ポア形状, 母材の弾性異方性, 温度変化を考慮してロータス金属の巨視的弾性定数を計算する方法を新たに考案した. その方法によりロータスマグネシウム, ロータス鉄, ロータス銅の室温弾性定数およびロータス銅弾性定数の温度依存性を計算し, 第2章で得られた測定結果との比較により, その弾性定数予測法としての有効性を検証した. まず, 従来法を用いた巨視的弾性定数の計算方法と, その手法による計算結果と測定結果の比較を述べる. 次に, 従来法を改善した新たな手法について述べ, その手法による計算結果と測定結果の比較を述べる.

## 3.2 マイクロメカニクスによる巨視的弾性定数の計算

### 3.2.1 巨視的弾性スティフネスの定義

複合材料(ポーラス金属も含む)の巨視的(平均)弾性定数を計算する方法は, Eshelby の等価介在物法と Mori-Tanaka の平均場近似に基づいており, Taya ら [42] および Benveniste [43] により定式化された. 本研究では母材 (M) および介在物 (I) の体積分率をそれぞれ  $f_M$  および  $f_I (= 1 - f_M)$  とする二相の複合材料を考える. 介在物を弾性スティフネス 0 のポアと仮定することにより, ポーラス金属を扱うことができる. 外部応力が作用した場合の複合材料の平均応力  $\bar{\sigma} = (\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_3, \bar{\sigma}_4, \bar{\sigma}_5, \bar{\sigma}_6)$  と平均(工学)ひずみ  $\bar{\epsilon} = (\bar{\epsilon}_1, \bar{\epsilon}_2, \bar{\epsilon}_3, \bar{\epsilon}_4, \bar{\epsilon}_5, \bar{\epsilon}_6)$  から, 巨視的弾性スティフネス  $\bar{C}$  は巨視的フック則により以下のように定義される [45, 46]:

$$\bar{\sigma} = \bar{C}\bar{\epsilon}. \quad (3.1)$$

ここで,  $\bar{\sigma}_i = (1/V_{T_0}) \int_{V_{T_0}} \sigma_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$ ,  $\bar{\epsilon}_i = (1/V_{T_0}) \int_{V_{T_0}} \epsilon_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$  であり,  $\sigma_i(\mathbf{x})$  および  $\epsilon_i(\mathbf{x})$  はそれぞれ複合材料の局所応力および局所ひずみの成分,  $V_{T_0}$  は複合材料の体積である.  $\bar{\sigma}$  および  $\bar{\epsilon}$  は母材および介在物の平均応力および平均ひずみを用いて次のように表される:

$$\bar{\sigma} = f_M \bar{\sigma}_M + f_I \bar{\sigma}_I, \quad \bar{\epsilon} = f_M \bar{\epsilon}_M + f_I \bar{\epsilon}_I. \quad (3.2)$$

フックの法則より

$$\bar{\sigma}_M = \mathbf{C}_M \bar{\epsilon}_M, \quad \bar{\sigma}_I = \mathbf{C}_I \bar{\epsilon}_I, \quad (3.3)$$

であり,  $\mathbf{C}_M$  と  $\mathbf{C}_I$  はそれぞれ母材と介在物の弾性スティフネスマトリックス ( $6 \times 6$  行列) を表す. ここで, 母材と介在物の平均ひずみに対する次の関係:

$$\bar{\epsilon}_I = \mathbf{A} \bar{\epsilon}_M, \quad (3.4)$$

がわかれば, 式 (3.1) に式 (3.2)~式 (3.4) を代入して巨視的弾性スティフネス  $\bar{C}$ :

$$\bar{C} = (f_M \mathbf{C}_M + f_I \mathbf{C}_I \mathbf{A})(f_M \mathbf{I} + f_I \mathbf{A})^{-1}, \quad (3.5)$$

を得ることができる. ここで  $\mathbf{I}$  は単位行列である. したがって, 複合材料の巨視的弾性スティフネスを求めることは複合材料の形態を反映する“ひずみ集中係数”  $\mathbf{A}$  を求めることに帰着する. 以下, Eshelby の等価介在物法と Mori-Tanaka の平均場近似を用いたひずみ集中係数  $\mathbf{A}$  の導出方法を示す.

### 3.2.2 Eshelby の等価介在物法

#### (i) eigen ひずみ

Eshelby の等価介在物法において重要な概念である eigen ひずみについて、熱膨張を例に挙げて説明する。線膨張係数  $\alpha$  の等方均質の物質を考える。これが均一な温度変化  $\Delta T$  を受けると、外からの束縛がなければ、ひずみ  $\epsilon^* = \alpha \Delta T \times (1, 1, 1, 0, 0, 0)$  で記述される変形が発生する。この変形においては物体のどこにも応力が生じない。一方、物体全体にわたって均一な温度変化を生じるのではなく、ある内部領域  $\Omega$  にのみ温度変化  $\Delta T$  が生じたとき、この物体は内部応力状態となる。実際に生じているひずみ (全ひずみ)  $\gamma(\mathbf{x})$  がわかるとフックの法則を用いて、その内部応力  $\sigma(\mathbf{x})$  は  $\Omega$  の中と外でそれぞれ次式で表される [40]:

$$\sigma(\mathbf{x}) = \mathbf{C} \{ \gamma(\mathbf{x}) - \epsilon^* \}, \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad (3.6)$$

$$\sigma(\mathbf{x}) = \mathbf{C} \gamma(\mathbf{x}) \quad , \quad \mathbf{x} \notin \Omega. \quad (3.7)$$

ここで、 $\mathbf{C}$  は物体の弾性スティフネスである。(3.6) 式と (3.7) 式が異なるのは、熱ひずみ  $\epsilon^*(\mathbf{x})$  を含めて全体で  $\gamma(\mathbf{x})$  なるひずみの変形をおこなったが、弾性的には  $\epsilon(\mathbf{x})$ :

$$\epsilon(\mathbf{x}) = \gamma(\mathbf{x}) - \epsilon^*(\mathbf{x}) \quad (3.8)$$

しかひずんでいないためである。

#### (ii) Eshelby テンソルによる eigen ひずみを有する微小楕円体領域中の応力場の表現

弾性スティフネスが母材と同一であり、内部に一定の eigen ひずみ  $\epsilon^*$  をもつ回転楕円体領域  $\Omega$ :

$$\frac{x_1'^2}{a_1^2} + \frac{x_2'^2}{a_1^2} + \frac{x_3'^2}{a_3^2} \leq 1 \quad (3.9)$$

が無限媒体中に一つだけ存在する場合を考える。 $\mathbf{x}'$  座標系は介在物座標系 ( $\mathbf{x}$  は物体の座標系) である。eigen ひずみ  $\epsilon^*$  により生じる全ひずみ  $\gamma(\mathbf{x})$  は、弾性論の平衡方程式から導かれ、介在物の形状が楕円体の場合は母材が等方弾性体および異方性弾性体の場合においても領域内で一定 ( $\gamma$ ) となり、eigen ひずみ  $\epsilon^*$  と Eshelby テンソル  $S_{ijkl}$  の行列表記  $\mathbf{S}$  を用いて記述することができる [40]:

$$\gamma = \mathbf{S} \epsilon^*. \quad (3.10)$$



ここで,  $\mathbf{S}$  は Eshelby テンソル  $S_{ijkl}$  で,

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{1111} & S_{1122} & S_{1133} & & & \\ S_{2211} & S_{2222} & S_{2233} & & 0 & \\ S_{3311} & S_{3322} & S_{3333} & & & \\ & & & 2S_{2323} & & \\ & 0 & & & 2S_{1313} & \\ & & & & & 2S_{1212} \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

と表される (Eshelby テンソルには  $S_{ijkl} = S_{jikl} = S_{ijlk}$  の対称性が存在する [40]). 母材が等方弾性体の場合, Eshelby テンソルに解析解が存在するが [40], 弾性異方性を示す場合, Eshelby テンソルは次式

$$S_{ikmn} = \frac{a_1 a_2 a_3}{8\pi} \int_{S^2} \frac{C_{jlmn} \bar{\xi}_l (\bar{\xi}_k N_{ij} + \bar{\xi}_i N_{kj})}{\Delta \zeta^3} dS, \quad (3.12)$$

で与えられ [44, 45], 数値計算により求めなければならない. ここで,  $C_{jlmn}$  は母材の弾性スティフネステンソル,  $\bar{\xi}_p$  は単位ベクトルの成分,  $N_{ij}$  と  $\Delta$  はそれぞれ行列  $G_{ij} = C_{ipjq} \bar{\xi}_p \bar{\xi}_q$  の余因子および行列式である.  $a_1, a_2, a_3$  は楕円体介在物の半径,  $\zeta^2 = a_1^2 \bar{\xi}_1^2 + a_2^2 \bar{\xi}_2^2 + a_3^2 \bar{\xi}_3^2$  であり, 積分は単位球面  $S^2$  上で実行される. 特に, 介在物形状が針状 ( $a_1 = a_2, a_3/a_1 \rightarrow \infty$ ) の場合, Eshelby テンソルは,

$$S_{ikmn} = \frac{1}{4\pi} \int_{S^L} \frac{C_{jlmn} \bar{\xi}_l (\bar{\xi}_k N_{ij} + \bar{\xi}_i N_{kj})}{\Delta} dL, \quad (3.13)$$

により計算される. ここで, 積分は  $x_3$  方向に垂直な円周  $S^L$  上で実行される.

### (iii) 等価介在物による微小介在物内の応力場の表現

eigen ひずみを持たないが母材と弾性定数が異なる介在物  $\Omega$  が無限の母材中に 1 個存在する物体を考える. 無負荷の状態では物体内に応力場は生じていないが, 外部応力が作用すると, 弾性定数の差異により空間不均一な応力場が生じる. このような母材と弾性定数が異なる介在物によって生じる不均一な応力場を, 弾性定数が母材と同一で eigen ひずみをもつ介在物により表現する. これが, Eshelby の等価介在物のコンセプトである.

まず, 介在物の弾性スティフネスが母材と同一の  $\mathbf{C}_M$  (つまり介在物と母相の区別はない) である場合, 外部応力  $\sigma^A$  が作用したときの介在物内の応力場は母材と同一であり, フックの法則を用いて次式で表される:

$$\sigma_I = \sigma^A = \mathbf{C}_M \epsilon. \quad (3.14)$$

次に介在物の弾性スティフネスが母材とは異なり  $C_I$  である場合を考える. 外部応力  $\sigma^A$  が作用したときに母材と介在物の弾性スティフネスの差により生じる応力場の乱れを  $\Delta\sigma(\mathbf{x})$  とすると, 介在物内の応力場は次のように表される:  $\sigma_I(\mathbf{x}) = \sigma^A + \Delta\sigma(\mathbf{x})$ . Eshelby は介在物が楕円体形状である場合, 等価介在物法を用いることにより, 弾性論の平衡方程式を直接には解かずに  $\Delta\sigma(\mathbf{x})$  を求めることができることを示した. 介在物の形状が楕円体の場合, 介在物中の応力場は一定となり, 次式で表される:

$$\sigma_I = \sigma^A + \Delta\sigma = C_I(\epsilon + \epsilon'). \quad (3.15)$$

ここで,  $\epsilon'$  は弾性定数の差により介在物内に生じる付加的なひずみ (ひずみの乱れ) であり, これも介在物内で一定である. ここで, 介在物を弾性定数が  $C_M$  であつ eigen ひずみ  $\epsilon^*(=S^{-1}\epsilon')$  をもつ介在物と想定し直すと, 式(3.15)は,

$$\sigma_I = C_M(\epsilon + \epsilon' - \epsilon^*) = C_M(\epsilon + \epsilon' - S^{-1}\epsilon') \quad (3.16)$$

と表現することができる. 式(3.14)と式(3.16)を比較することにより, 介在物中に生じる付加的な応力, すなわち母材と介在物の弾性定数の差による応力の乱れ  $\Delta\sigma$  を母材の弾性スティフネス  $C_M$  と eigen ひずみ  $\epsilon^*$  (Eshelby テンソルの行列表示  $S$  および  $\epsilon'$ ) を用いて以下のように記述できる:

$$\Delta\sigma = C_M(\epsilon' - \epsilon^*) = C_M(\epsilon' - S^{-1}\epsilon'). \quad (3.17)$$

### 3.2.3 Mori-Tanaka の平均場近似によるひずみ集中係数の導出

母材内に複数の介在物を有する複合材料を考える. Mori と Tanaka [41] によれば, 介在物一つ一つは微小でありそれらが母相中にランダムに存在する場合, 外部応力が作用したときの介在物内の平均応力  $\bar{\sigma}_I$  を次式で近似できる:

$$\bar{\sigma}_I = \bar{\sigma}_M + \Delta\sigma. \quad (3.18)$$

ここで,  $\bar{\sigma}_M$  は母材の平均応力,  $\Delta\sigma$  は §3.2.2 で述べた無限の母材中に弾性定数の異なる 1 個の介在物が存在する場合の介在物内の応力の乱れである. 式(3.3)と式(3.17)を用いると式(3.18)は

$$\bar{\sigma}_I = C_M\bar{\epsilon}_M + C_M(\epsilon' - S^{-1}\epsilon') = C_M(\bar{\epsilon}_M + \epsilon' - S^{-1}\epsilon') \quad (3.19)$$

となる。また、介在物内の平均ひずみ  $\bar{\epsilon}_I$  は母材の平均ひずみ  $\bar{\epsilon}_M$  とひずみの乱れ  $\epsilon'$  の和： $\bar{\epsilon}_I = \bar{\epsilon}_M + \epsilon'$  である。これを用いて、介在物内の平均応力は次式で表される：

$$\bar{\sigma}_I = C_I \bar{\epsilon}_I = C_I (\bar{\epsilon}_M + \epsilon'). \quad (3.20)$$

式(3.19)と式(3.20)から次式の関係：

$$C_M (\bar{\epsilon}_M + \epsilon' - S^{-1} \epsilon') = C_I (\bar{\epsilon}_M + \epsilon') \quad (3.21)$$

を得る。ここで、 $\bar{\epsilon}_I = \bar{\epsilon}_M + \epsilon' = A \bar{\epsilon}_M$  とし、式(3.21)に代入することにより、巨視的弾性スティフネスの算出に必要なひずみ集中係数  $A$ ：

$$A = [I + S C_M^{-1} (C_I - C_M)]^{-1} \quad (3.22)$$

を得る。

式(3.5)、式(3.11)、式(3.12)および式(3.13)、式(3.22)により巨視的弾性スティフネス  $\bar{C}$  を求めることができる。ここで、母材が弾性異方性を示す場合(本研究で扱うロータス型ポーラス銅の場合)は、式(3.12)により Eshelby テンソルを計算する。以上が Taya ら [42] および Benveniste [43] による定式化である。

### 3.2.4 ロータス型ポーラス金属のモデル化

ロータス型ポーラス金属の巨視的弾性定数を計算する際に、以下のようにロータス金属をモデル化した。

1. 母材の弾性スティフネス  $C_M$  は単結晶の弾性スティフネス [38] から Hill 近似 [46] により計算される。ロータスマグネシウムおよびロータス鉄の母材は結晶配向による弾性異方性を示さず、等方弾性体である。ロータス銅の母材の凝固 ( $x_3$ ) 方向には結晶の [001] 方位がほぼ完全に配向している。つまり、ロータス銅の母材は [001] 方位を  $x_3$  方位に配向させた Fig.3.1(b) に示すような単結晶の束である。そのため、母材の弾性定数は単結晶弾性定数の [001] 方位周りの平均値に近似される：

$$\bar{A}_{ijkl} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a_{ip} a_{jq} a_{kr} a_{ls} A_{pqrs} d\psi. \quad (3.23)$$

ここで、 $A_{pqrs}$  が単結晶の弾性スティフネステンソルの場合、 $\bar{A}_{ijkl}$  は Voigt 近似を表し、弾性コンプライアンステンソルの場合は Reuss 近似を表す [45]。  $a_{ij}$  は  $x_3$  軸周りの回転角度  $\psi$  に依存する座標変換テンソルである。 Hill 近似は Voigt 近似と Reuss 近似の平均値である。

2. 温度変化に伴い, 母材の弾性スティフネス  $C_M$  のみが変化する. 母材の弾性スティフネスの温度依存性は単結晶の弾性スティフネスの温度依存性から式 (3.23) に示す Hill 近似により計算される.
3. 介在物 (ポア) の弾性スティフネス  $C_I$  は母材の弾性スティフネスに対して無視でき, そのすべての成分は 0 である. また, ポア形状は  $(x_1^2 + x_2^2)/a_1^2 + x_3^2/a_3^2 \leq 1$  で表される回転楕円体である. ここで,  $\mathbf{x}$  はポーラス金属の座標系であり, ポアのアスペクト比は  $a_3/a_1$  で表される.

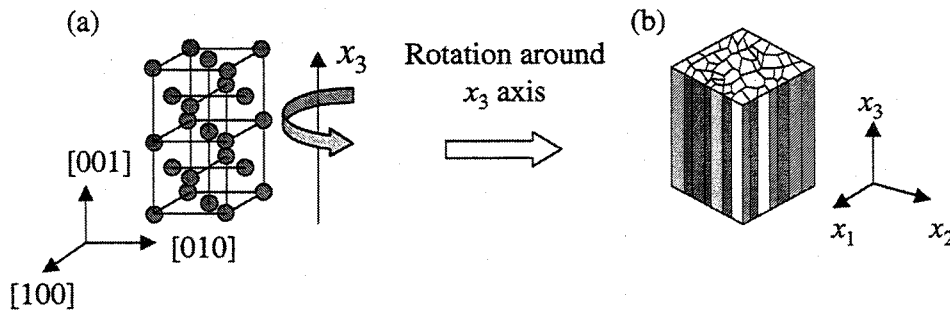


Fig. 3.1: Schematic illustration showing (b)the lotus copper matrix that consists of (a)single crystal rods with orientation of  $[001] // x_3$ .

### 3.2.5 計算結果と測定結果の比較

#### (i) 室温弾性定数 [35, 47, 48]

Fig.3.2 にポアのアスペクト比  $a_3/a_1$  を  $\infty$  として計算した (a) ロータスマグネシウム, (b) ロータス鉄 (Table 2.1 に示す水素とヘリウム混合雰囲気で作製), (c) ロータス銅の全ての独立な弾性スティフネス  $c_{11}, c_{33}, c_{13}, c_{44}, c_{66} = (c_{11} - c_{12})/2$  およびヤング率  $E_{//}$  および  $E_{\perp}$  とそれらの測定値との比較を示す.  $E_{//}$  および  $E_{\perp}$  はそれぞれ, ポア ( $x_3$ ) 軸に平行および垂直方向のヤング率である. ポロシティが小さな範囲では測定値と計算値は良く一致している. しかし, 弾性定数の成分毎に異なるが,  $c_{66}$  および  $E_{\perp}$  などではポロシティの増加に伴って, 測定値と計算値との差が若干大きくなる. これは, 介在物の体積分率の高い複合材料の巨視的弾性定数を計算する場合において, Mori-Tanaka の平均場近似の近似精度が十分でないためであると考えられる.

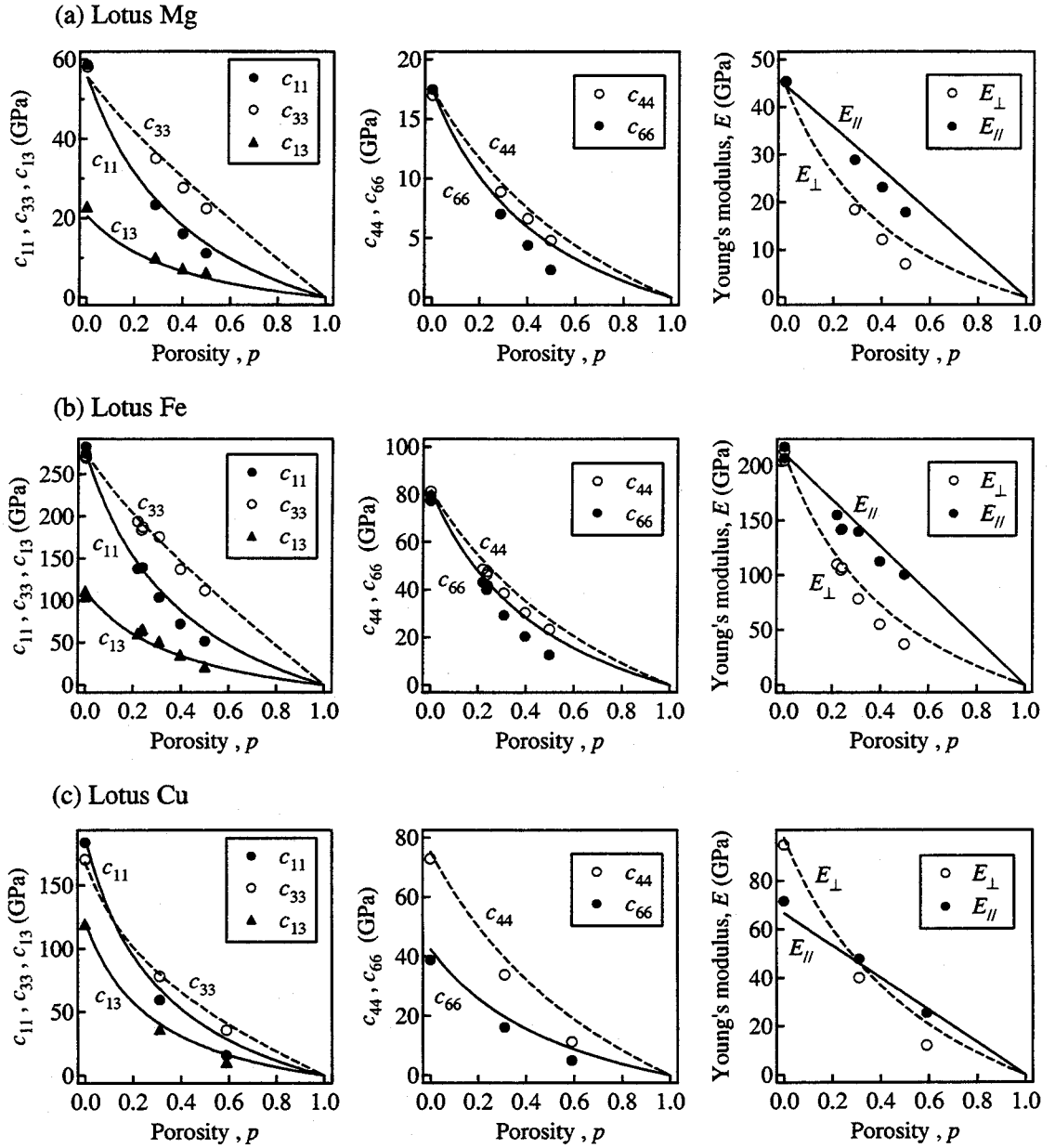


Fig. 3.2: Porosity dependence of  $c_{11}$ ,  $c_{33}$ ,  $c_{13}$  (left column),  $c_{44}$  and  $c_{66}$  (middle column) and Young's moduli  $E_{//}$  and  $E_{\perp}$  (right column) of (a) lotus magnesium, (b) lotus iron and (c) lotus copper. Plots represent the measurement results and lines represent the calculations with the conventional micromechanics method in the case of  $a_3/a_1 \rightarrow \infty$ .

### 3.3 逐次計算法による巨視的弾性定数計算

マイクロメカニックスの手法に基づく従来の巨視的弾性定数計算法を用いた場合、介在物の体積分率(ポロシティ)が小さい範囲では、計算値と測定値は良く一致する。しかし、介在物の体積分率が高くなると、測定値と計算値に差が生じる。この従来の弾性定数計算法の欠点を補うため、本研究では従来の計算法を改善した複合材料の巨視的弾性定数計算法を新たに考案する。

#### 3.3.1 計算方法

まず、従来の手法を用いて、介在物の体積分率を  $\Delta f = 1/N$  とする複合材料の巨視的弾性定数  $\bar{\mathbf{C}}_{(1)}$  を計算する:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{C}}_{(1)} &= [(1 - \Delta f)\mathbf{C}_M + \Delta f\mathbf{C}_I\mathbf{A}_{(1)}] [(1 - \Delta f)\mathbf{I} + \Delta f\mathbf{A}_{(1)}]^{-1}, \\ \mathbf{A}_{(1)} &= [\mathbf{I} + \mathbf{S}\mathbf{C}_M^{-1}(\mathbf{C}_I - \mathbf{C}_M)]^{-1}.\end{aligned}\quad (3.24)$$

介在物の体積分率  $\Delta f$  が低い場合は、従来法による測定値と計算値は良く一致する。次に介在物の体積分率を  $2\Delta f$  とする複合材料の巨視的弾性スティフネスを母材の弾性スティフネスを  $\bar{\mathbf{C}}_{(1)}$ 、介在物の弾性スティフネスを  $\mathbf{C}_I$  として計算する。つまり、介在物の体積分率を  $\Delta f$  とする複合材料を母材として、介在物の体積分率を  $2\Delta f$  とする複合材料の巨視的弾性スティフネスを計算する。このようにして介在物の体積分率を微量  $\Delta f$  ずつ増加させて、従来法により巨視的弾性スティフネスを逐次計算する。これにより、介在物の体積分率が高い範囲において、Mori-Tanaka の平均場近似を適用する必要はなくなり、巨視的弾性定数の計算精度の向上が期待できる。体積分率を  $\sum_0^n \{1 - (n+1)\Delta f\} \frac{\Delta f}{1 - (n+1)\Delta f} = (n+1)\Delta f$  とする複合材料の巨視的弾性スティフネス  $\bar{\mathbf{C}}_{(n+1)}$  は次式で与えられる:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{C}}_{(n+1)} &= \left[ \left(1 - \frac{\Delta f}{1 - n\Delta f}\right)\bar{\mathbf{C}}_{(n)} + \left(\frac{\Delta f}{1 - n\Delta f}\right)\mathbf{C}_I\mathbf{A}_{(n+1)} \right] \times \\ &\quad \left[ \left(1 - \frac{\Delta f}{1 - n\Delta f}\right)\mathbf{I} + \left(\frac{\Delta f}{1 - n\Delta f}\right)\mathbf{A}_{(n+1)} \right]^{-1} \\ \mathbf{A}_{(n+1)} &= [\mathbf{I} + \mathbf{S}\bar{\mathbf{C}}_{(n)}^{-1}(\mathbf{C}_I - \bar{\mathbf{C}}_{(n)})]^{-1}.\end{aligned}\quad (3.25)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{C}}_{(N)}$  の場合、介在物の体積分率は1であり、 $\bar{\mathbf{C}}_{(N)} = \mathbf{C}_I$  である。また、 $\bar{\mathbf{C}}_{(0)} = \mathbf{C}_M$  である。

### 3.3.2 逐次計算法による計算結果と測定結果の比較

#### (i) 室温弾性定数

ポアのアスペクト比  $a_3/a_1$  を 2, 10,  $\infty$  として計算したポアに平行および垂直方向のヤング率を  $E_{//}$  および  $E_{\perp}$  を Fig.3.3 に示す. アスペクト比を 2 とした場合, 計算値と測定値は十分に一致しないが, アスペクト比を 10 および  $\infty$  として計算した結果は測定結果と良く一致する. アスペクト比を 10 と  $\infty$  として計算した値にほとんど差はなく, ロータス型ポーラス金属のヤング率はアスペクト比の変化に鈍感であることが予測される.

Fig.3.4 に  $a_3/a_1 \rightarrow \infty$  として計算した (a) ロータスマグネシウム, (b) ロータス鉄, (c) ロータス銅の弾性スティフネスおよびヤング率を示す. ポロシティの全範囲で測定結果と計算結果は良く一致しており, ポロシティの増加に伴って測定値と計算値の差が増加するという従来法の欠点が改善されている. また, 新たに考案した逐次計算法はロータス銅のように母材が強い弾性異方性を示す場合においても適用可能である.

逐次計算法を用いて計算したヤング率  $E_{//}$  および  $E_{\perp}$ , 弾性スティフネス  $c_{44}$  および  $c_{66}$  のポロシティ依存性は式 (2.8) に示す Phani らにより提案された経験式:  $M = M_0(1 - p)^m$  を測定値にフィットさせた結果 (Fig.2.9) と非常に良く一致する.

#### (ii) ロータス型ポーラス銅の弾性定数の温度依存性

Fig.3.5 に (a) ノンポーラス銅および (b) ポーラス銅の弾性スティフネス  $c_{ij}$  の測定値と計算値の比較, (c)  $x_3$  軸に平行および垂直方向のヤング率  $E_{//}$  および  $E_{\perp}$  の温度依存性の測定値と計算値の比較を示す. 測定値と計算値は計算値はほぼ一致しており, Hill 近似と逐次計算法を用いて母材の単結晶弾性定数の温度依存性からロータス型ポーラス金属の弾性定数の温度依存性を予測することの妥当性が確認された.

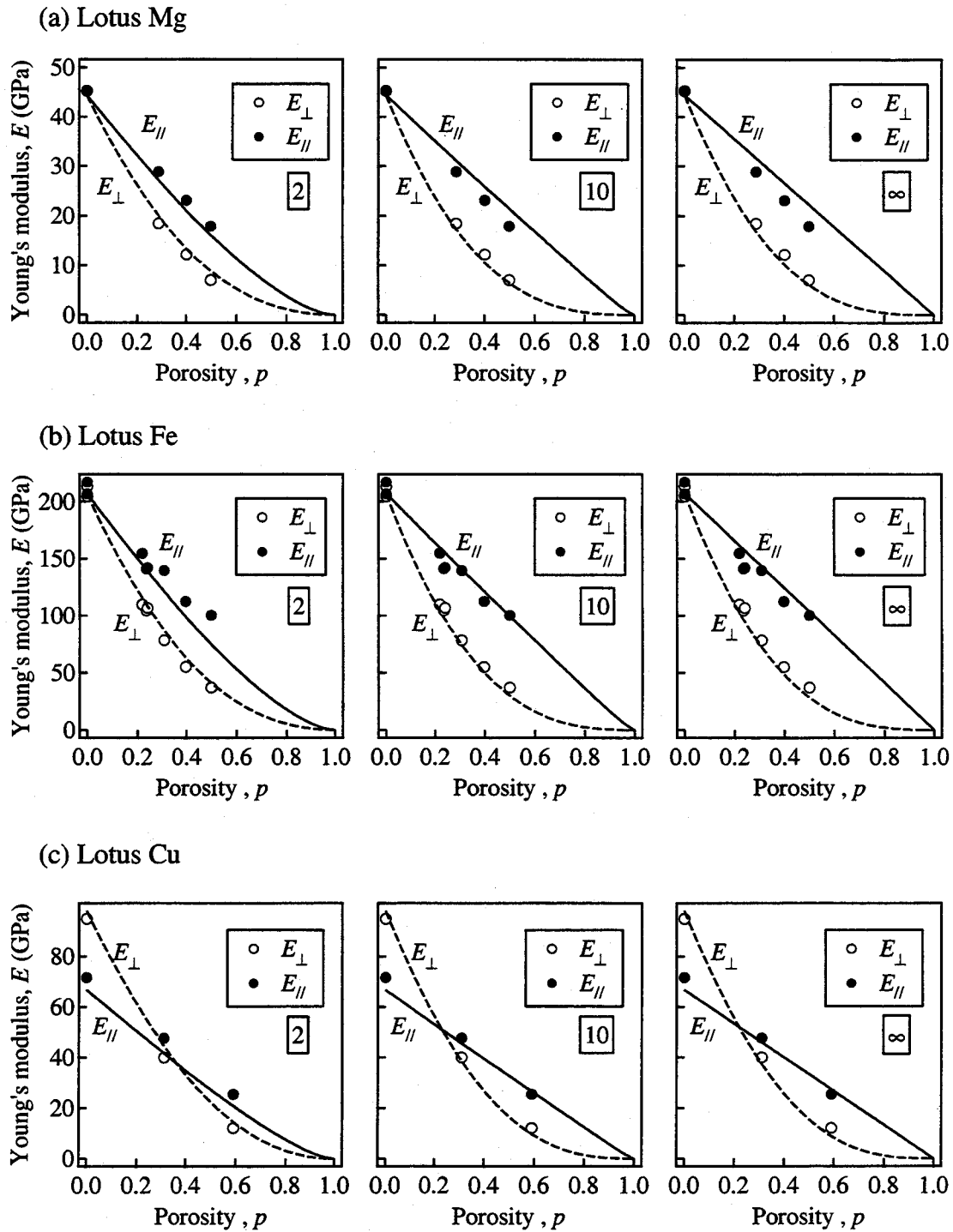


Fig. 3.3: Porosity dependence of Young's moduli  $E_{//}$  and  $E_{\perp}$  in the direction parallel and perpendicular to the  $x_3$  axis, which is calculated with the modified micromechanics in the cases of  $a_3/a_1 = 2$ (left column), 10(middle column) and  $\infty$ (right column): (a) lotus magnesium, (b)lotus iron fabricated in the mixture of hydrogen and helium atmosphere, and (c)lotus copper. Plots represent the measurement results and lines represent the calculations.



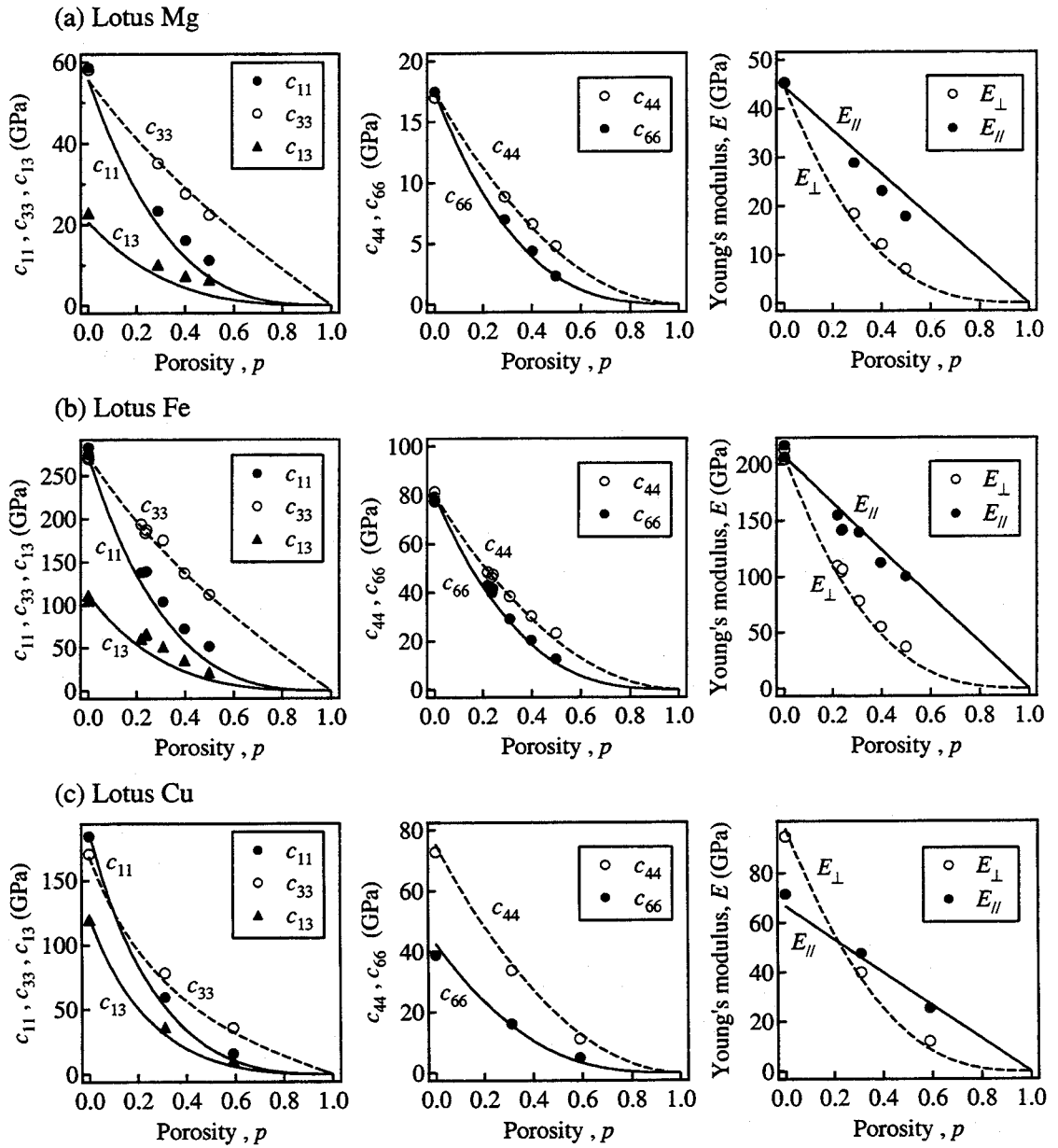


Fig. 3.4: Porosity dependence of  $c_{11}$ ,  $c_{33}$ ,  $c_{13}$  (left column),  $c_{44}$  and  $c_{66}$  (middle column) and Young's moduli  $E_{//}$  and  $E_{\perp}$  of (a) lotus magnesium, (b) lotus iron and (c) lotus copper. Plots represent the measurement results and lines represent the calculations with the modified micromechanics method in the case of  $a_3/a_1 \rightarrow \infty$ .

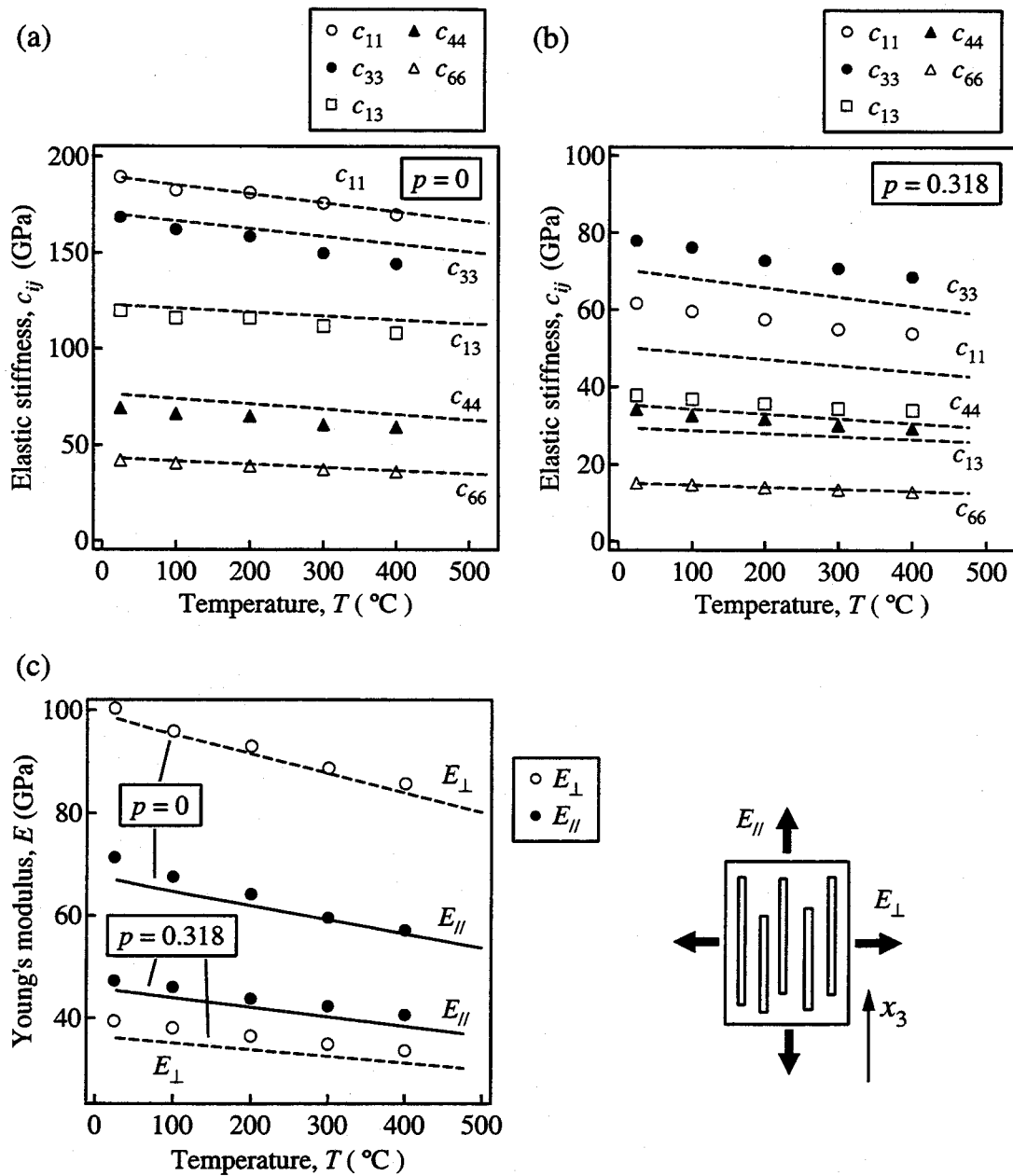


Fig. 3.5: Temperature and porosity dependence of elastic stiffness  $c_{ij}$  and Young's modulus  $E$  obtained by the measurements and modified micromechanics. Temperature dependence of elastic stiffness  $c_{ij}$  of (a) nonporous ( $p=0$ ) and (b) porous ( $p=0.318$ ) copper. (c) Temperature dependence of Young's moduli  $E_{\parallel}$  and  $E_{\perp}$  in the direction parallel and perpendicular to the  $x_3$  axis of nonporous and porous copper. Plots represent the measurements. Solid lines and dashed lines represent the micromechanics calculations.

### 3.4 結論

従来のマイクロメカニックスの手法を改善した逐次計算法による複合材料の巨視的弾性定数計算法を考案した。その手法と Hill 近似を組み合わせ、ロータス金属の弾性定数およびその温度依存性を計算する方法を考案し、ロータスマグネシウム、ロータス鉄、ロータス銅の巨視的弾性定数およびロータス銅弾性定数の温度依存性を計算した。超音波共鳴法による弾性定数測定結果と比較し、以下のことが明らかとなった。

- ロータス型ポーラス金属において、そのヤング率(弾性定数)はポアのアスペクト比の変化に鈍感であり、弾性定数は母材の弾性定数とポロシティのみに支配される。
- Hill 近似と逐次計算法を組み合わせることにより、母材の単結晶弾性定数とポロシティのみという非常に少ないパラメータから、ロータス型ポーラス金属の弾性定数を予測することが可能である。この方法は母材が強い弾性異方性を示すロータス型ポーラス金属(ロータス銅)に対しても適用できる。
- 単結晶弾性定数の温度依存性から Hill 近似と逐次計算法により計算したロータス型ポーラス銅の弾性定数の温度依存性は、実験結果とほぼ一致しており、この方法により、単結晶の弾性定数の温度依存性からロータス金属の弾性定数の温度依存性を予測可能である。

## 第4章 ロータス型ポーラス鉄の圧縮試験

### 4.1 はじめに

ポアの方向性による降伏応力異方性がこれまでに明らかにされていないなど、ロータス型ポーラス金属の塑性挙動に対する実験は未だ十分になされていない。そこで、水素とヘリウムおよび水素と窒素の混合雰囲気中でロータス型ポーラス鉄を作製し、圧縮試験によりポアの方向性、ポロシティ、作製雰囲気(固溶窒素量)がロータス鉄の0.2%耐力および加工硬化係数に与える影響を調べた。

### 4.2 試料作製

§ 1.2 で述べた連続帯溶融法により Table 4.1 に示す水素とヘリウムおよび水素と窒素の混合雰囲気中でポロシティおよび固溶窒素量の異なるロータス型ポーラス鉄の長尺棒状試料を作製した(作製雰囲気と固溶窒素量の関係については Fig. 2.1 を参照)。作製した棒状試料から放電加工により試料表面が凝固方向に垂直または平行な直方体試料を切り出した。§ 2.2 で述べた弾性定数測定用試料と同様にポロシティを相対密度から算出し、平均ポア径を画像解析により求めた。測定に用いた試料の作製雰囲気、ポロシティ  $p$ 、密度、寸法、平均ポア径を Table 4.1 に示す。

### 4.3 圧縮試験方法

室温においてインストロン試験機 (Model 4482) により圧縮試験をおこなった。圧縮方向はポア(凝固方向)に平行および垂直な方向であり、クロスヘッドの移動速度は 0.1mm/min である。伸び計により、その標点距離 (12.5mm) より小さな試料 (約  $5 \times 5 \times 5 \text{mm}^3$  ~ 約  $7.5 \times 7.5 \times 7.5 \text{mm}^3$ ) のひずみを計測するため、以下の方法を用いた。Fig. 4.1 に示すように圧縮試験機のダイ面と試料の間に直径 30mm、高さ 30mm のマルテンサイト系ステンレス鋼 (SUS630) のロッドを挿入し、伸び計によりロッドを含めた標点距離間の変位を計測した。ロッドの断面積は試料の断面積に対して十分大きく、ロッドに加わる応力は試料に加わる

応力に対して十分に小さい。そのため、ロッドは塑性変形を起こさない。また、ロッドに生じる弾性ひずみは試料のひずみに対して十分に小さく、伸び計により計測される変位は試料の変形によるものとみなした。

得られた公称応力-公称ひずみ曲線から、0.2%耐力を求めた。また、次式を用いて真応力-真ひずみ曲線を算出した [50]:

$$\epsilon_t = \ln(1 + \epsilon_n), \quad \sigma_t = \sigma_n(1 + \epsilon_n). \quad (4.1)$$

$\sigma_n$  および  $\epsilon_n$  はそれぞれ公称応力および公称ひずみ、 $\sigma_t$  および  $\epsilon_t$  はそれぞれ真応力および真ひずみを表す。また圧縮試験後、光学顕微鏡による断面観察をおこなった。

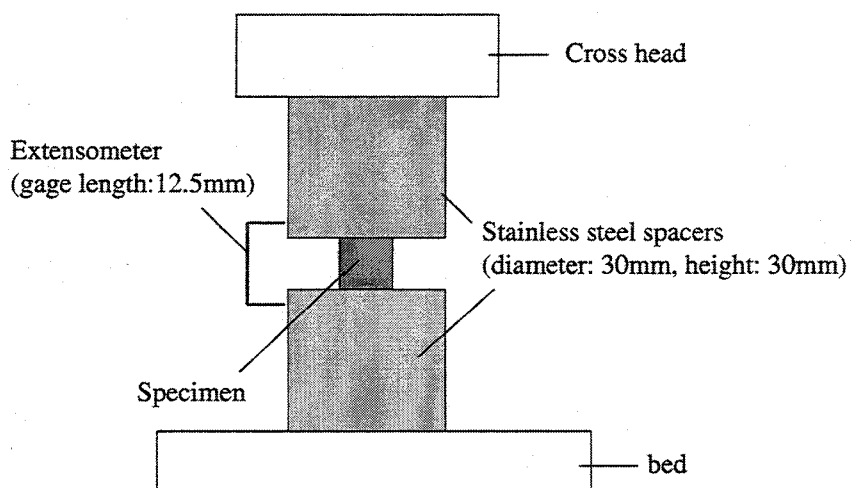


Fig. 4.1: Schematic illustration showing the measurement setup for the compression test.

Table 4.1: Total pressure (T.P.), partial pressure (P.P.) of hydrogen, helium and nitrogen, porosities, dimensions and average pore diameters (A.P.D.) of the lotus-type porous iron prepared for the compression test.

<b>Fabrication in mixture of hydrogen and helium atmosphere</b>						
Condition No.	T.P. (MPa)	P.P.(MPa)		Porosity $p$	Dimensions (mm <sup>3</sup> )	A.P.D. ( $\mu\text{m}$ )
		H <sub>2</sub>	He			
H	0.3 or 0.45	0	0.3 or 0.45	0	$\sim 5 \times 5 \times 5$	-
H	2.5	1.5	1.0	0.140~0.229	$\sim 5 \times 5 \times 5$	$\sim 338$
H	2.66	1.66	1.0	0.183~0.233	$\sim 5 \times 5 \times 5$	$\sim 246$
H	2.5	2.0	0.5	0.358~0.445	$\sim 6 \times 6 \times 6$	$\sim 242$
H	2.5	2.5	0	0.458~0.490	$\sim 7.5 \times 7.5 \times 7.5$	$\sim 275$
H	2.0	2.0	0	0.456~0.510	$\sim 6 \times 6 \times 6$	$\sim 295$

<b>Fabrication in mixture of nitrogen and hydrogen atmosphere</b>						
Condition No.	T.P. (MPa)	P.P.(MPa)		Porosity $p$	Dimensions (mm <sup>3</sup> )	A.P.D. ( $\mu\text{m}$ )
		N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>			
N1	2.5	2.5	0	0.386~0.441	$\sim 7.5 \times 7.5 \times 7.5$	$\sim 286$
N2	2.5	2	0.5	0.446~0.471	$\sim 7.5 \times 7.5 \times 7.5$	$\sim 303$
N3	2.5	1.45	1.05	0.461~0.480	$\sim 7.5 \times 7.5 \times 7.5$	$\sim 302$
N4	2.5	1	1.5	0.475~0.485	$\sim 7.5 \times 7.5 \times 7.5$	$\sim 280$
N5	2.5	0.5	2	0.509~0.519	$\sim 7.5 \times 7.5 \times 7.5$	$\sim 320$

## 4.4 圧縮試験結果と考察

### 4.4.1 0.2%耐力

Fig.4.2(a)に水素とヘリウム混合雰囲気 (Table4.1:条件 H) で作製されたロータス鉄の0.2%耐力を示す。 $\sigma_{0.2//}$  および  $\sigma_{0.2\perp}$  はポアに平行および垂直な方向の0.2%耐力である。ノンポーラス材の0.2%耐力はほとんど異方性を示さないが、ポーラス材のそれはポアに平行方向と垂直方向で明らかに異方性を示す。 $\sigma_{0.2//}$  がポロシティの増加に対してほぼ線形的に減少するのに対して、 $\sigma_{0.2\perp}$  はポロシティの増加に伴って急激に減少する。これは、ポアに平行な方向の圧縮では、ポア近傍にほとんど応力集中が起こらないが、ポアに垂直方向の圧縮ではポア近傍に高い応力集中が起こるためである。

測定値を最大引張り強度、弾性スティフネスおよびヤング率において成立する経験式 [20, 39]:

$$\sigma_{0.2} = \sigma_0(1 - p)^m \quad (4.2)$$

でフィットした結果を Fig.4.2 中に破線で示す。 $\sigma_0$  はノンポーラス材の降伏応力である。フィットを行った結果は測定値のポロシティ依存性の傾向と良く対応している平行方向の圧縮においては、 $\sigma_0 = 250$  (MPa),  $m = 1.28$ , 垂直方向の圧縮においては、 $\sigma_0 = 235$  (MPa),  $m = 3.32$  である。平行方向における  $m = 1.28$  は相対密度の減少に比例して0.2%耐力が減少することを意味し、ポアに平行方向の圧縮において比強度がほぼ一定に保たれる。垂直方向における  $m = 3.32$  は相対密度の減少に伴って0.2%耐力が急激に減少することを表す。

水素と窒素混合雰囲気 (Table4.1:条件 N1~N5) で作製されたロータス鉄の平行および垂直方向の0.2%耐力を Fig.4.2(b) および (c) に示す。また、比較のため水素雰囲気で作製されたロータス鉄の0.2%耐力  $\sigma_{0.2//}(H)$  および  $\sigma_{0.2\perp}(H)$  とそれらを式 (4.2) でフィットした結果を併せて示す。平行および垂直方向の0.2%耐力は窒素分圧の増加に伴って増加する。これは窒素分圧の増加に伴って増加する固溶窒素による固溶強化によると考えられる。

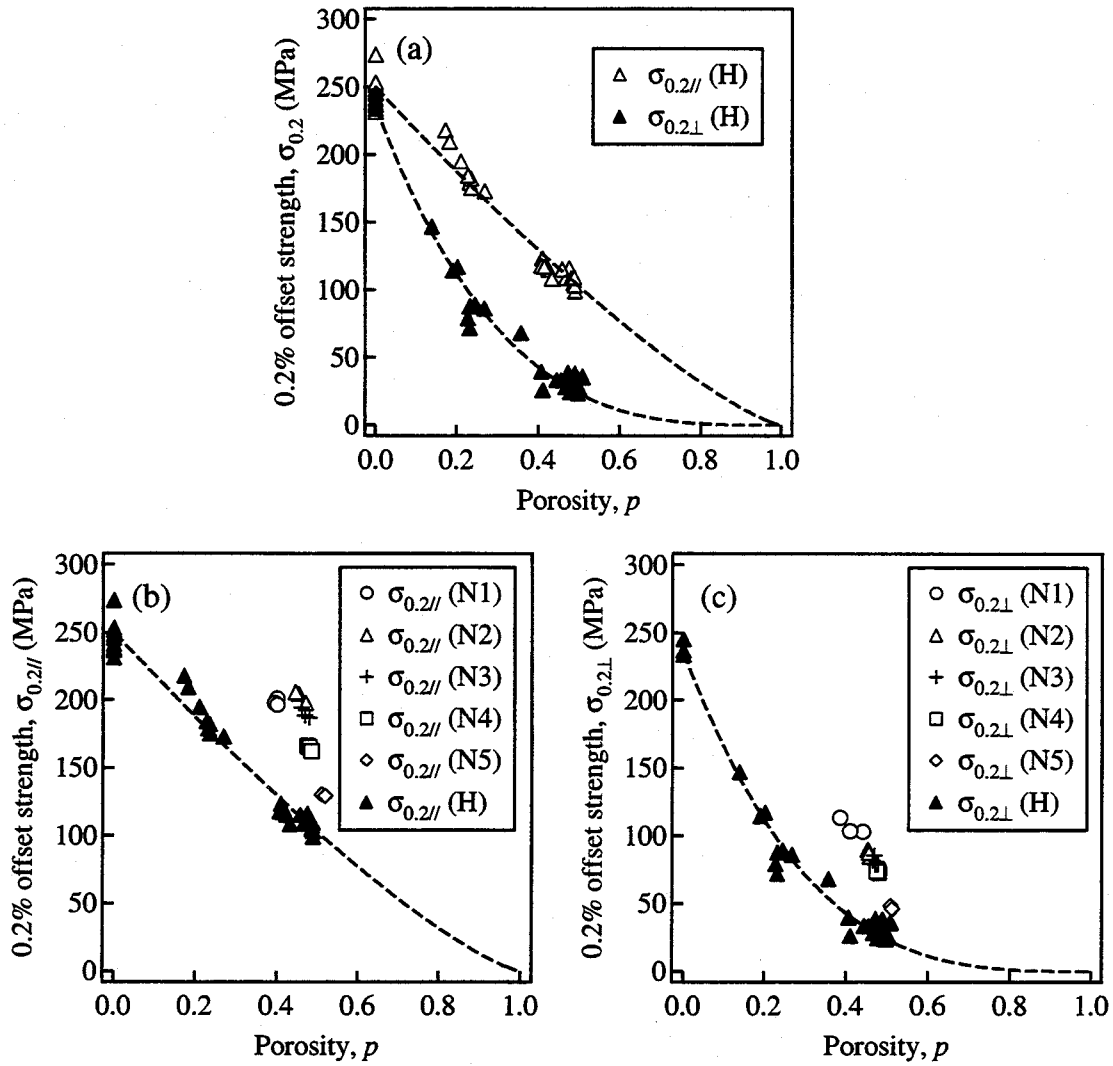


Fig. 4.2: Porosity dependence of the 0.2% offset strengths  $\sigma_{0.2//}$  and  $\sigma_{0.2\perp}$  in the direction parallel and perpendicular to the longitudinal pore direction of lotus-type porous iron fabricated; (a) in the mixture of hydrogen and helium atmosphere(H in Table4.1) and (b)(c) in the mixture of nitrogen and hydrogen atmosphere(N1 ~ N5 in Table4.1). Dashed lines are obtained by fitting Eq.(4.2) to  $\sigma_{0.2//}$ (H) and  $\sigma_{0.2\perp}$ (H) of lotus iron fabricated in the mixture of helium and hydrogen atmosphere.



#### 4.4.2 応力-ひずみ曲線

水素とヘリウム混合雰囲気 (Table 4.1: 条件 H) で作製されたロータス鉄のポア (凝固方向) に平行および垂直方向の公称応力-公称ひずみ曲線および式 (4.1) を用いて算出した真応力-真ひずみ曲線を Fig. 4.3(a) と (b) に示す。ここで、圧縮による体積変化 (ポロシティの変化) が無い場合は式 (4.1) を用いて真応力を計算することができるが、ポロシティ変化が大きな場合に計算される真応力は誤差を含む。そこで圧縮によるポロシティの変化を調べた。Fig. 4.4 に相対密度から算出した圧縮前の試料のポロシティ  $p_a$  に対する圧縮後の試料のポロシティ  $p_b$  を示す。圧縮率 (公称ひずみ) 5% と 10% の圧縮およびポアに平行方向の圧縮においては、圧縮によるポロシティの変化は小さい。この場合においては式 (4.1) を用いてほぼ正確に真応力を計算できる。ポロシティ  $p = 0.4 \sim 0.5$  の試料をポアに垂直な方向に 20% 圧縮した場合、圧縮によるポロシティの変化が若干大きい。このため、計算される真応力-真ひずみ曲線は誤差を含んでいると考えられる。

ポロシティの増加に伴って変形抵抗は単調に減少する。ノンポーラス材の変形抵抗はほとんど異方性を示さないが、ポーラス材のそれはポアに平行および垂直な方向で異方性を示し、平行方向の変形抵抗は垂直方向のそれより大きい。垂直方向の圧縮では、ノンポーラス材とポーラス材ともに弾性域から塑性域になだらかに移行し、明瞭な降伏点は観察されない。一方、平行方向の圧縮では、ノンポーラス材と同様に、ポーラス材においても明瞭な上降伏点と下降伏点が観察される。ここでポアに平行方向の圧縮では理想的にはポア近傍に応力集中が起こらない。そのため、試料内の応力場はほぼ均一であり、上降伏点において形成されたリュウダース帯は試料内を急速に伝播し、ノンポーラス材と同様に明瞭な降伏点が現れると考える。

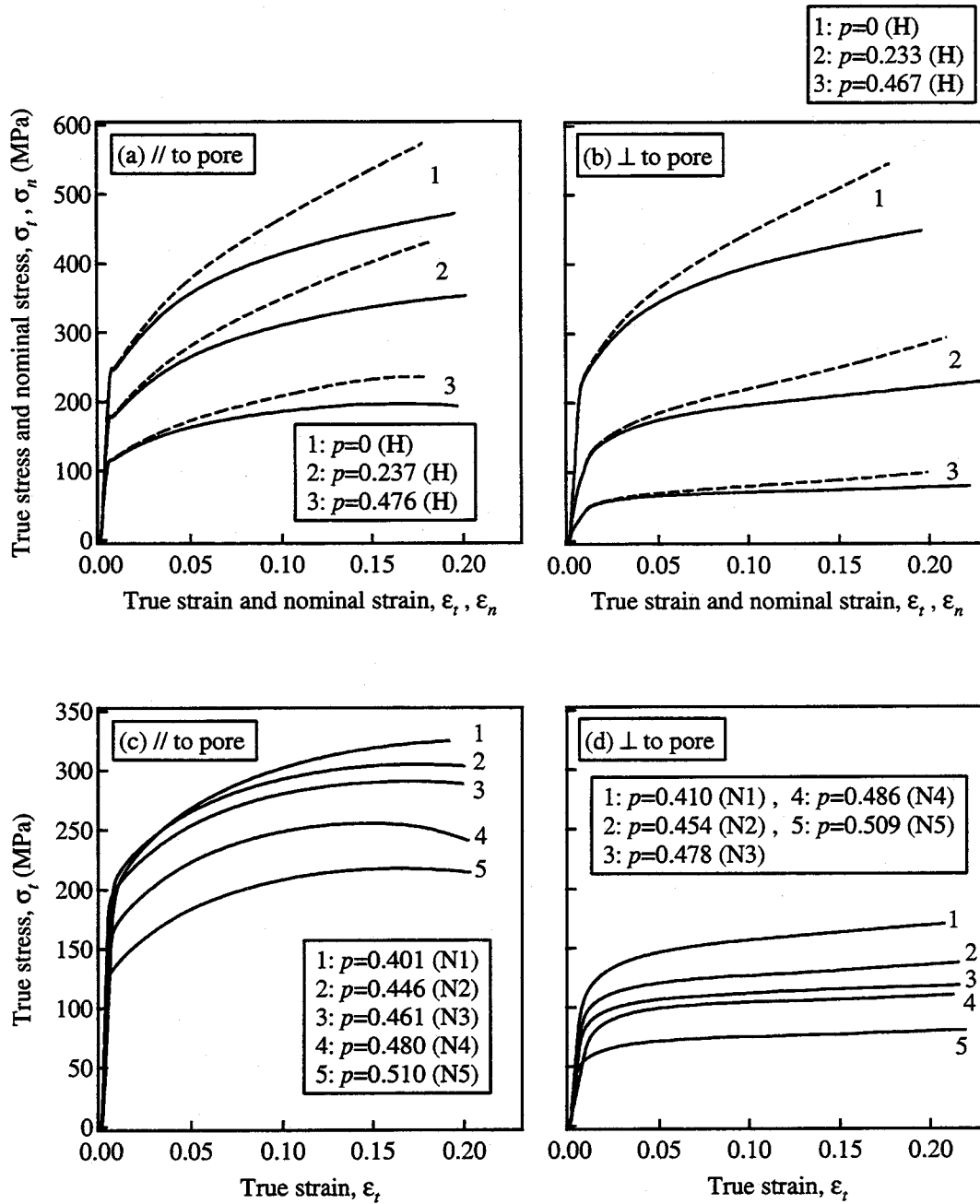


Fig. 4.3: Compressive stress-strain curves in the parallel (left column) and perpendicular (right column) directions to the longitudinal pore direction of lotus-type porous iron fabricated; (a)(b)in the mixture of hydrogen and helium atmosphere(H in Table 4.1) and (c)(d)in the mixture of nitrogen and hydrogen atmosphere(N1~N5 in Table 4.1). Solid lines indicate the true stress-true strain curves and dashed lines indicate nominal stress-nominal strain curves.

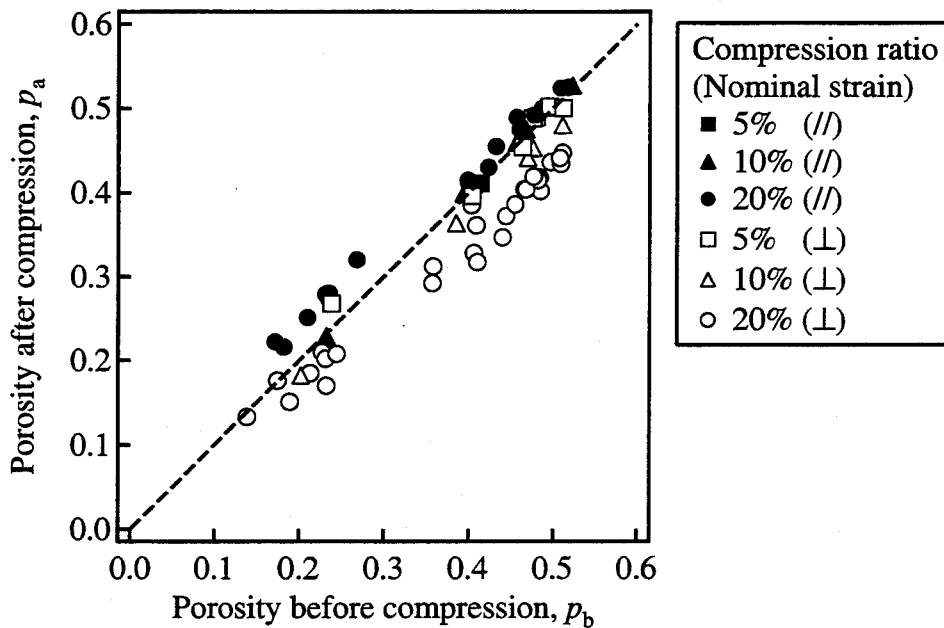
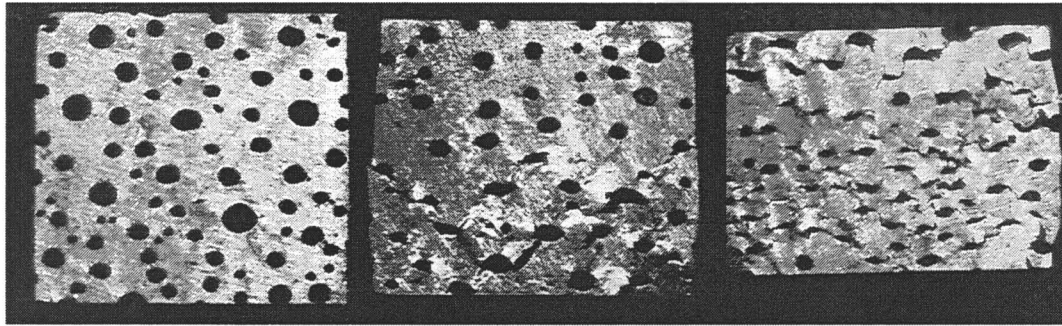


Fig. 4.4: Porosity of the specimen after compression parallel ( $//$ ) and perpendicular ( $\perp$ ) to the longitudinal pore direction  $p_a$  as a function of the porosity before compression  $p_b$  when compressive ratios (nominal strain) are 5%, 10% and 20%.

Fig.4.5 および Fig.4.6 にポロシティの異なる2種類の試料を5%, 10%, 20%圧縮した試料の断面観察写真を示す. Fig.4.5(b) および Fig.4.6(b) に示すようにポアに平行方向の圧縮においては試料はほぼ均一に変形している. Fig.4.5(a) および Fig.4.6(a) に示すように垂直方向の負荷では塑性変形が空間不均一であり, 同一試料内で集中的に変形した領域が確認される. この領域では局所的にポアの存在確率が高い(局所的なポロシティが高い)く, またポアの空間的な配置に起因するポア間の相互作用により相対的な強度が弱い. そのため, 集中的に塑性変形が起きたと考える.

水素と窒素混合雰囲気で作製されたロータス鉄のポアに平行および垂直方向の真応力-真ひずみ曲線を Fig.4.3(c) および (d) に示す. 窒素雰囲気で作製されたロータス鉄は水素雰囲気で作製されたそれと比較して大きな変形抵抗を示し, また, 窒素分圧に伴って変形抵抗が増加する. これは, 0.2%耐力の場合と同様に窒素分圧に伴って増加する固溶窒素による固溶強化による.

(a)

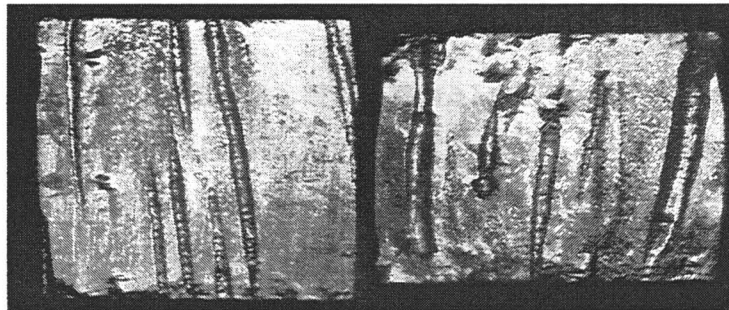
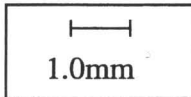


$p=0.269$   
Compression ratio 5%

$p=0.203$   
Compression ratio 10%

$p=0.233$   
Compression ratio 20 %

(b)



$p=0.233$   
Compression ratio 10%

$p=0.233$   
Compression ratio 20 %

Fig. 4.5: Photomicrograph of cross section of lotus-type porous iron of  $p = 0.203 \sim 0.269$ . Compressive directions are (a) perpendicular and (b) parallel directions along the longitudinal pore direction.

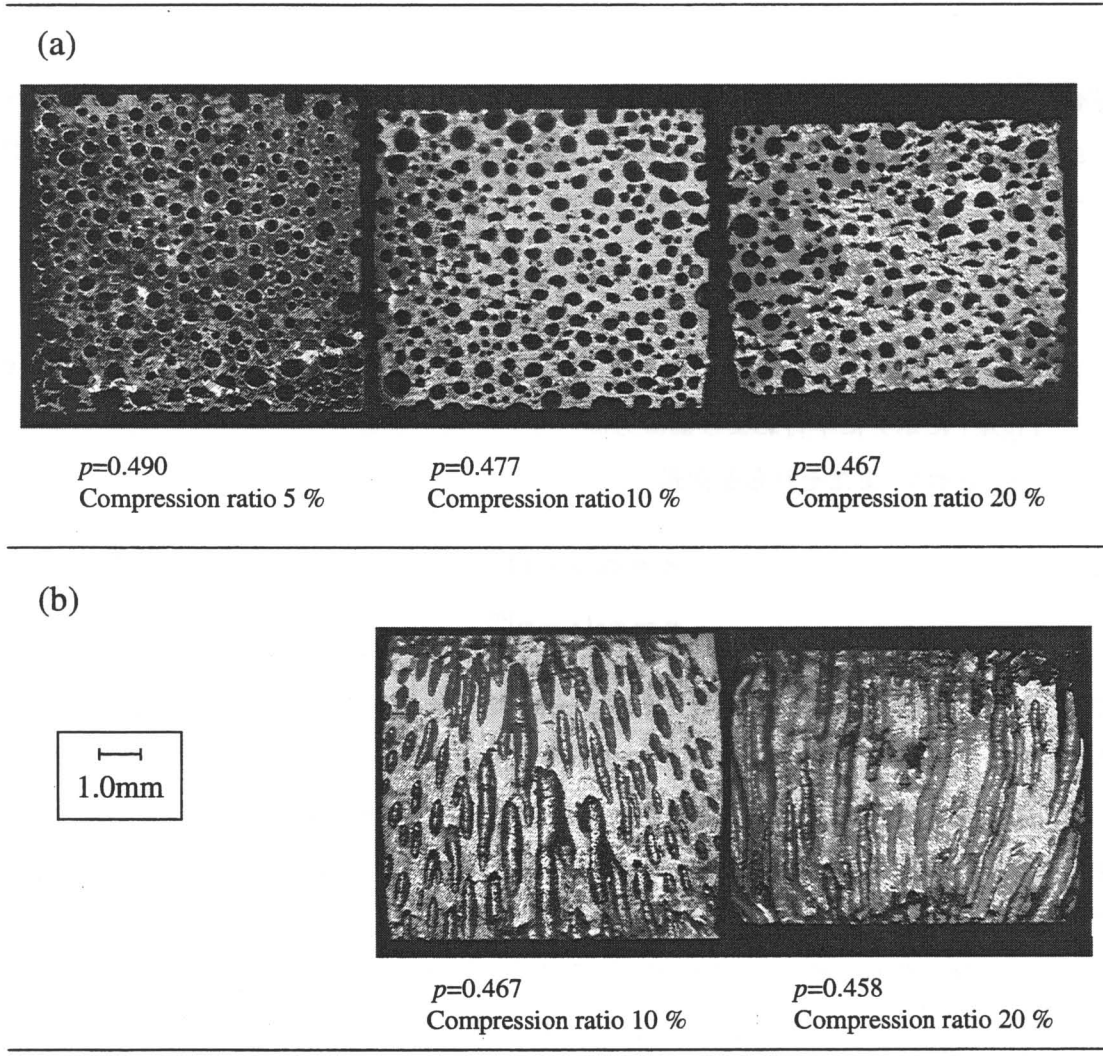


Fig. 4.6: Photomicrograph of cross section of lotus-type porous iron of  $p = 0.458 \sim 0.490$ . Compressive directions are (a) perpendicular and (b) parallel directions along the longitudinal pore direction.

#### 4.4.3 加工硬化係数

ポロシティおよび圧縮方向, 作製雰囲気加工硬化係数与える影響を比較するため, 次式 [51] を真応力-真ひずみ曲線にフィットした:

$$\sigma_t = k(\epsilon_t)^n. \quad (4.3)$$

圧縮によるポロシティ変化の影響を避けるため, フィットをおこなったのは真応力-真ひずみ曲線の低ひずみ領域 (ひずみ 2%~10%の範囲) である.  $k$  は強度係数,  $n$  はひずみ硬化指数である. ひずみ  $\epsilon_t$  における加工硬化係数  $d\sigma_t/d\epsilon_t$  は次式で表される:

$$\frac{d\sigma_t}{d\epsilon_t} = nk(\epsilon_t)^{n-1}. \quad (4.4)$$

式 (4.4) は, 加工硬化係数  $d\sigma_t/d\epsilon_t$  が  $n$  および  $k$  に依存し, これらとともに増加することを表す. Fig.4.7 にポアに平行および垂直方向のひずみ硬化指数  $n_{//}$  および  $n_{\perp}$ , 強度係数  $k_{//}$  および  $k_{\perp}$  を示す. またそれらを次式:

$$k = k_0(1-p)^m \quad (4.5)$$

$$n = n_0(1-p)^m \quad (4.6)$$

でフィットした結果を破線で示す.  $k_0$  および  $n_0$  はノンポーラス材の強度係数およびひずみ硬化指数である. ポアに平行方向のひずみ硬化指数  $n_{//}$  と垂直方向のひずみ硬化指数  $n_{\perp}$  では,  $n_{\perp}$  の方が小さいという傾向が見られる. また, 平行方向の強度係数  $k_{//}$  と垂直方向の強度係数  $k_{\perp}$  においても異方性が観測され  $k_{//} > k_{\perp}$  である.  $k_{//}$  はポロシティの増加に伴ってほぼ線形的に減少するが,  $k_{\perp}$  は急激に減少する. これらの結果から, ポロシティの増加に伴って加工硬化係数が減少し, またポアに平行方向と垂直方向の圧縮では垂直方向の方が加工硬化係数が小さいことがわかる. また,  $n$  は窒素の固溶により減少する.

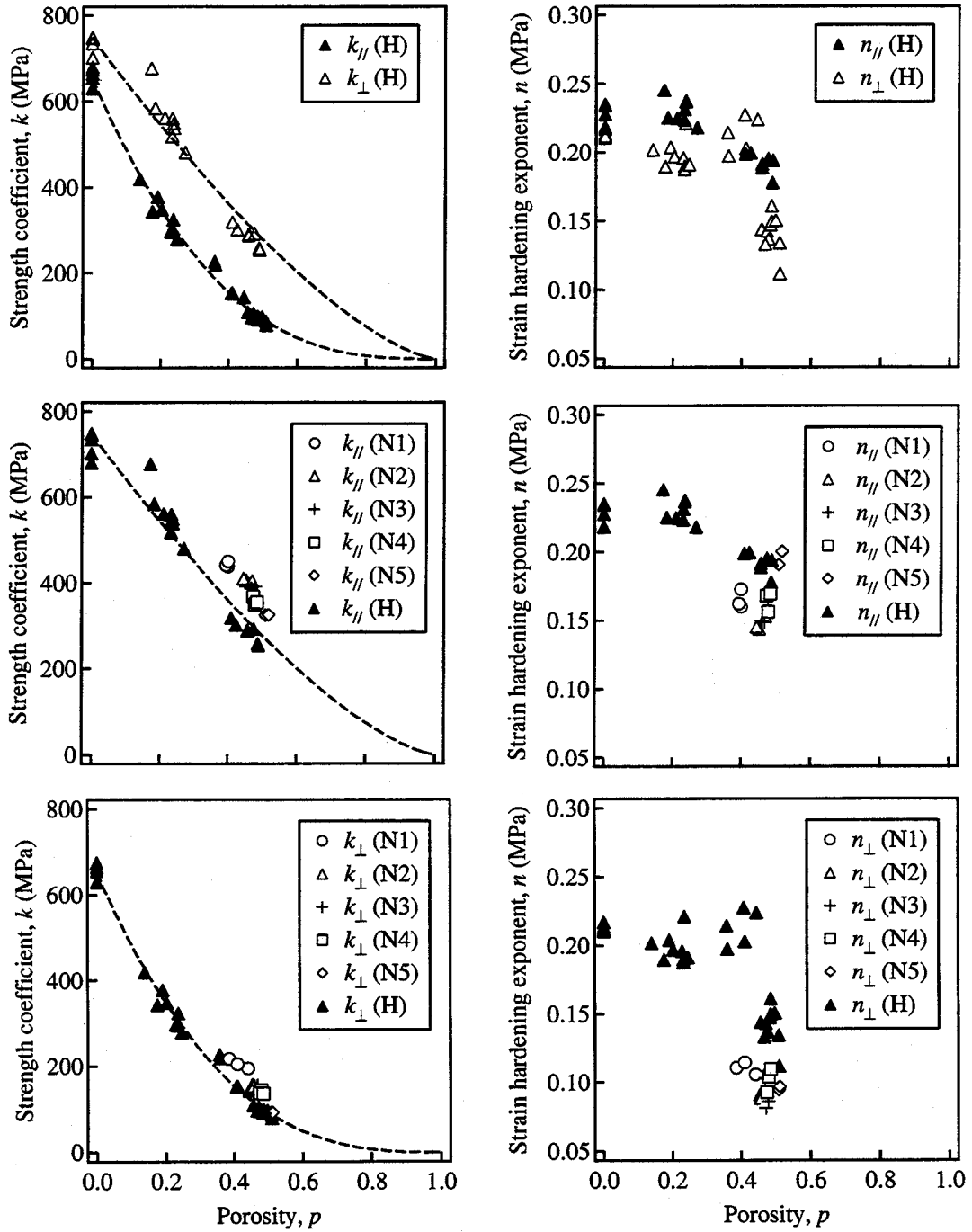


Fig. 4.7: Porosity dependence of the strength coefficient  $k$ (left column) and strain hardening exponent  $n$ (right column) of lotus-type porous iron fabricated in the mixture of helium and hydrogen atmosphere(upper row) and in the mixture of hydrogen an nitrogen atmosphere(middle and lower rows). Compressive directions are parallel( $//$ ) and perpendicular( $\perp$ ) along the longitudinal pore direction.

## 4.5 結論

水素とヘリウムおよび水素と窒素の混合雰囲気でロータス型ポーラス鉄を作製し、圧縮試験によりポアの方向性、ポロシティ、作製雰囲気(固溶窒素量)が0.2%耐力および加工硬化係数に与える影響を調べた。その結果、以下のことが明らかとなった。

- ノンポーラス鉄の0.2%耐力は異方性を示さないが、ポーラス鉄のそれはポアに平行方向と垂直方向で明らかに異方性を示す。ポアに平行な方向の0.2%耐力 $\sigma_{0.2//}$ がポロシティの増加に対してほぼ線形的に減少するのに対して、ポアに垂直な方向の0.2%耐力 $\sigma_{0.2\perp}$ はポロシティの増加に伴って急激に減少する。
- 水素と窒素の混合雰囲気でロータス鉄を作製した場合、平行および垂直方向の0.2%耐力および変形抵抗は窒素分圧の増加に伴って増加する。これは、窒素の分圧の増加に伴って増加する固溶窒素による固溶強化のためであると考えられる。
- ポロシティの増加に伴って加工硬化係数は減少する。ポアに平行方向と垂直方向の圧縮で加工硬化係数に異方性があり、平行方向の加工硬化係数と比較して垂直方向のそれは小さい。



## 第5章 塑性挙動のモデル計算

### 5.1 はじめに

第4章で述べたロータス型ポーラス鉄の圧縮試験により、ロータス型ポーラス金属の0.2%耐力がポロシティおよびポア形状に依存することなどが実験的に明らかとなった。ロータス金属の塑性挙動に対するより厳密な理解および実験によらず塑性挙動を予測するためには、ロータス金属の塑性挙動のための力学モデルを確立することが重要である。

ポーラス金属の弾塑性挙動に対する理論的な研究としては、剛塑性極限解析を用いた Gurson による研究 [52]、有限要素法による数値計算を用いた Tvergaard による研究 [53,54]、変分法を用いた Castañeda による研究 [55] が代表的である。これらとは独立に Qiu ら [56] は Eshelby の等価介在物法と Mori-Tanaka の平均場近似に基づいたマイクロメカニックスの手法により、ポーラス金属の弾塑性挙動を計算する方法を提案した。この方法で計算される球状ポーラス金属の降伏応力および応力-ひずみ曲線は Castañeda の計算によるそれらの上界 [55] に厳密に一致する [57]。また、Gurson および Tvergaard の方法で計算される降伏応力とも良く対応する [57]。マイクロメカニックスの手法はポーラス金属のポロシティおよびポア形状に応じて、ポーラス金属の弾塑性挙動を解析的に計算できることにその重要性があり、その手法はポーラス金属および複合材料の弾塑性挙動の解析に用いられている [56-65]。

本章では、従来のマイクロメカニックスの手法を発展させてポーラス金属の塑性挙動をモデル計算する手法を構築する。その手法による計算結果とロータス型ポーラス鉄の巨視的降伏応力および応力-ひずみ曲線の実験結果を比較することにより、その手法の塑性挙動予測法としての有効性を検証する。ここで、従来のマイクロメカニックスの手法は母材が弾塑性的に立方体のポーラス金属を対象としている。本研究で対象とするロータス型ポーラス金属は一方向凝固法により作製されるため、その母材は一般に一方向凝固に起因する集合組織による弾塑性異方性を示す。従来の計算方法ではこのような母材が異方性を示すポーラス金属の弾塑性挙動を扱うことができない。そこで本研究では、母材の弾塑性異方性を考慮してポーラス金属の降伏応力を計算する方法を考案した。また、その方法を用いてポ

ロシティ, ポア形状, 母材の弾塑性異方性がポーラス金属の巨視的降伏応力に与える影響を予測した.

## 5.2 降伏応力のモデル計算

### 5.2.1 等方性母材からなるポーラス金属の降伏条件

弾塑性的に等方性を示す母材からなるポーラス金属全体のひずみエネルギー密度 (単位体積当りのひずみエネルギー)  $U_{To}$  は, 母材のせん断ひずみエネルギーと体積ひずみエネルギーに分けて次のように表される:

$$U_{To} = \frac{1}{12\mu_M} \frac{1}{V_{To}} \int_{V_M} \left\{ \left( \sigma_2^{(M)}(\mathbf{x}) - \sigma_3^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + \left( \sigma_3^{(M)}(\mathbf{x}) - \sigma_1^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + \left( \sigma_1^{(M)}(\mathbf{x}) - \sigma_2^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + 6 \left( \sigma_4^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + 6 \left( \sigma_5^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + 6 \left( \sigma_6^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 \right\} dV + \frac{1}{18B_M} \frac{1}{V_{To}} \int_{V_M} \left\{ \sigma_1^{(M)}(\mathbf{x}) + \sigma_2^{(M)}(\mathbf{x}) + \sigma_3^{(M)}(\mathbf{x}) \right\}^2 dV. \quad (5.1)$$

ここで,  $\mu_M$  および  $B_M$  はそれぞれ母材のせん断弾性率および体積弾性率,  $\sigma_i^{(M)}(\mathbf{x})$  は母材の局所応力,  $V_{To}$  は母材の体積である. Qiu ら [56] はポーラス金属の母材のせん断ひずみエネルギー密度が, von Mises の降伏条件においてノンポーラス材が降伏するせん断ひずみエネルギー密度  $Y^2/(6\mu_M)$  に達したとき, ポーラス金属が巨視的に降伏すると仮定して, 降伏関数  $f_{iso}$  を定義した:

$$f_{iso} = \left( \bar{\Sigma}_{eq}^{(M)} \right)^2 - Y^2 = \frac{1}{2V_M} \int_{V_M} \left\{ \left( \sigma_2^{(M)}(\mathbf{x}) - \sigma_3^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + \left( \sigma_3^{(M)}(\mathbf{x}) - \sigma_1^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + \left( \sigma_1^{(M)}(\mathbf{x}) - \sigma_2^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + 6 \left( \sigma_4^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + 6 \left( \sigma_5^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + 6 \left( \sigma_6^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 \right\} dV - Y^2. \quad (5.2)$$

ここで,  $\bar{\Sigma}_{eq}^{(M)}$  は母材の相当応力,  $Y$  は単軸 (引張りもしくは圧縮) 降伏応力,  $V_M$  は母材の体積である.

式 (5.2) の  $\bar{\Sigma}_{eq}^{(M)}$  の計算には, 母材の局所応力  $\sigma_i^{(M)}(\mathbf{x})$  が必要である. Qiu らは  $\sigma_i^{(M)}(\mathbf{x})$  を直接求めず, 以下のように近似的に  $\bar{\Sigma}_{eq}^{(M)}$  を計算した. 母材が等方弾性体の場合, そのひずみエネルギー密度  $U_M$  は式 (5.2) で定義した相当応力  $\bar{\Sigma}_{eq}^{(M)}$  と静水圧応力  $\sigma_m^{(M)}(\mathbf{x}) = \{\sigma_1^{(M)}(\mathbf{x}) + \sigma_2^{(M)}(\mathbf{x}) + \sigma_3^{(M)}(\mathbf{x})\}/3$  を用いて次式で表される:

$$U_M = \frac{1}{2} \frac{1}{3\mu_M} \left( \bar{\Sigma}_{eq}^{(M)} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{V_M} \frac{1}{B_M} \int_{V_M} \sigma_m^{(M)}(\mathbf{x}) \sigma_m^{(M)}(\mathbf{x}) dV. \quad (5.3)$$

式 (5.3) を変形することにより,

$$\left(\bar{\Sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2 = \frac{3\mu_M}{V_M} \left\{ 2V_M U_M - \frac{1}{B_M} \int_{V_M} \sigma_m^{(M)}(\mathbf{x}) \sigma_m^{(M)}(\mathbf{x}) dV \right\} \quad (5.4)$$

を得る. ここで, ポーラス金属の場合, 母材のひずみエネルギー  $V_M U_M$  は全体のひずみエネルギー  $V_{To} U_{To} = (1/2) V_{To} \bar{\sigma}^T \bar{C}^{-1} \bar{\sigma}$  に等しい. そのため, 式 (5.4) は次式で表される:

$$\left(\bar{\Sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2 = \frac{3\mu_M}{V_M} \left\{ V_{To} \bar{\sigma}^T \bar{C}^{-1} \bar{\sigma} - \frac{1}{B_M} \int_{V_M} \sigma_m^{(M)}(\mathbf{x}) \sigma_m^{(M)}(\mathbf{x}) dV \right\}. \quad (5.5)$$

ここで,  $\bar{\sigma}$  はポーラス金属に加えた応力,  $\bar{C}^{-1}$  は § 3.2 に示すマイクロメカニックスの手法により計算されるポーラス金属の巨視的弾性コンプライアンス, 添え字の 'T' は転置行列を表す. 式 (5.5) において

$$\int_{V_M} \sigma_m^{(M)}(\mathbf{x}) \sigma_m^{(M)}(\mathbf{x}) dV = V_M \left(\bar{\sigma}_m^{(M)}\right)^2 + \int_{V_M} \sigma_m^{\prime(M)}(\mathbf{x}) \sigma_m^{\prime(M)}(\mathbf{x}) dV \cong V_M \left(\bar{\sigma}_m^{(M)}\right)^2 \quad (5.6)$$

と近似する. ここで,  $\bar{\sigma}_m^{(M)} = (1/V_M) \int_{V_M} \sigma_m^{(M)}(\mathbf{x}) dV$ ,  $\sigma_m^{\prime(M)}(\mathbf{x}) = \sigma_m^{(M)}(\mathbf{x}) - \bar{\sigma}_m^{(M)}$  である. 式 (5.6) の近似により, 次式を用いて相当応力を計算することができる:

$$\begin{aligned} \left(\bar{\Sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2 &= \frac{3\mu_M}{V_M} \left\{ V_{To} \bar{\sigma}^T \bar{C}^{-1} \bar{\sigma} - \frac{V_M}{B_M} \left(\bar{\sigma}_m^{(M)}\right)^2 \right\} \\ &= \frac{3\mu_M}{f_M} \left\{ \bar{\sigma}^T \bar{C}^{-1} \bar{\sigma} - \frac{f_M}{B_M} \left(\bar{\sigma}_m^{(M)}\right)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

$f_M$  は母材の体積分率である. 以上が Qiu ら [56] により提案された降伏関数および相当応力の計算方法である.

## 5.2.2 母材の不均一降伏を考慮したポーラス金属の降伏条件

式 (5.2) の相当応力  $\left(\bar{\Sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2$  において,  $\sigma_i^{(M)}(\mathbf{x}) = (1/V_M) \int_{V_M} \sigma_i^{(M)}(\mathbf{x}) dV + \sigma_i^{\prime(M)}(\mathbf{x}) = \bar{\sigma}_i^{(M)} + \sigma_i^{\prime(M)}(\mathbf{x})$  とおくと, 相当応力は次式に展開できる:

$$\begin{aligned} \left(\bar{\Sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2 &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\bar{\sigma}_2^{(M)} - \bar{\sigma}_3^{(M)}\right)^2 + \left(\bar{\sigma}_3^{(M)} - \bar{\sigma}_1^{(M)}\right)^2 + \left(\bar{\sigma}_1^{(M)} - \bar{\sigma}_2^{(M)}\right)^2 + 6 \left(\bar{\sigma}_4^{(M)}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 6 \left(\bar{\sigma}_5^{(M)}\right)^2 + 6 \left(\bar{\sigma}_6^{(M)}\right)^2 \right\} \\ &\quad + \frac{1}{2V_M} \int_{V_M} \left\{ \left(\sigma_2^{\prime(M)}(\mathbf{x}) - \sigma_3^{\prime(M)}(\mathbf{x})\right)^2 + \left(\sigma_3^{\prime(M)}(\mathbf{x}) - \sigma_1^{\prime(M)}(\mathbf{x})\right)^2 + \left(\sigma_1^{\prime(M)}(\mathbf{x}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sigma_2^{\prime(M)}(\mathbf{x})\right)^2 + 6 \left(\sigma_4^{\prime(M)}(\mathbf{x})\right)^2 + 6 \left(\sigma_5^{\prime(M)}(\mathbf{x})\right)^2 + 6 \left(\sigma_6^{\prime(M)}(\mathbf{x})\right)^2 \right\} dV \\ &= \left(\bar{\sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2 + \left(\sigma_{eq}^{\prime(M)}\right)^2. \end{aligned} \quad (5.8)$$

ここで,  $\left(\bar{\sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2$  は相当応力において母材の平均応力に起因する項,  $\left(\sigma_{eq}^{\prime(M)}\right)^2$  は応力の分散に起因する項である. ここで,  $\left(\bar{\Sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2 = \left(\bar{\sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2$  とした場合, つまり母材の平均応力の

みを用いて相当応力を計算した場合、ポア形状の異方性によるポーラス金属の降伏応力異方性を表現することはできない。降伏応力異方性を表現するためには母材内の応力不均一（分散） $(\sigma'_{eq}{}^{(M)})^2$  を考慮することが重要となる。式 (5.8) においては母材内の応力不均一が考慮されているため、ポア形状による降伏応力異方性を表現することができる。しかし、母材の平均せん断ひずみエネルギー密度がノンポーラス材が降伏するせん断ひずみエネルギー密度に達したとき、ポーラス金属が巨視的に降伏するという仮定により、母材の均一降伏を仮定している。ポーラス金属の巨視的な降伏は母材の不均一降伏により起こる。そのため、ポーラス金属の巨視的な降伏挙動をより厳密に記述するためには、母材の不均一降伏を考慮することが重要となる。

本研究では、新たに母材の不均一降伏を定性的に考慮した降伏関数を定義する。母材内の領域  $R$  における応力の分散  $(\sigma'_{eq}{}^{(R)})^2$  は母材  $M$  全体の分散  $(\sigma'_{eq}{}^{(M)})^2$  の  $R$  倍であると仮定すると、領域  $R$  における相当応力は次式で表される：

$$\left(\bar{\Sigma}_{eq}^{(R)}\right)^2 = \left(\bar{\sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2 + R \left(\sigma'_{eq}{}^{(M)}\right)^2 = \left(\bar{\sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2 + R \left\{ \left(\bar{\Sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2 - \left(\bar{\sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2 \right\}. \quad (5.9)$$

$R$  が不均一応力場に起因する領域  $R$  での相当応力の程度を表し、 $R=1$  とした場合は Qiu らによる降伏条件と一致する。領域  $R$  が降伏したとき、ポーラス金属が巨視的に降伏すると仮定すると降伏関数は次式で表される：

$$f_{iso}^R = \left(\bar{\Sigma}_{eq}^{(R)}\right)^2 - Y^2. \quad (5.10)$$

### 5.2.3 異方性母材からなるポーラス金属の降伏条件 [66]

これまでに提案されている降伏関数は母材が弾塑性的に等方性を示すポーラス金属にのみ適用できるものである。そこで、本研究では新たに母材が弾塑性的に異方性を示すポーラス金属のための降伏関数を提案する。

弾性異方性および降伏応力異方性を示す母材から成るポーラス金属を考える。降伏応力異方性の表現には直交異方性材料のための Hill の異方性降伏関数 [67]：

$$f_{Hill} = F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2L\sigma_4^2 + 2M\sigma_5^2 + 2N\sigma_6^2 - 1 \quad (5.11)$$

を用いる。式 (5.2) と式 (5.11) を組み合わせて、異方性ポーラス金属の降伏関数  $f_{aniso}$  を新

たに定義する:

$$\begin{aligned}
f_{aniso} &= \left( \overline{\Phi}_{eq}^{(M)} \right)^2 - 1 \\
&= \frac{1}{V_M} \int_{V_M} \left\{ F \left( \sigma_2^{(M)}(\mathbf{x}) - \sigma_3^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + G \left( \sigma_3^{(M)}(\mathbf{x}) - \sigma_1^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + H \left( \sigma_1^{(M)}(\mathbf{x}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \sigma_2^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + 2L \left( \sigma_4^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + 2M \left( \sigma_5^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + 2N \left( \sigma_6^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 \right\} dV - 1. \quad (5.12)
\end{aligned}$$

ここで,  $F, G, H, L, M, N$  は異方性パラメータであり,  $x_i$  軸方向の単軸降伏応力  $Y_i$  と  $x_i$  軸に関するせん断降伏応力  $S_i$  を用いて定義される:

$$G + H = \frac{1}{Y_1^2}, \quad F + H = \frac{1}{Y_2^2}, \quad F + G = \frac{1}{Y_3^2}, \quad L = \frac{1}{2S_1^2}, \quad M = \frac{1}{2S_2^2}, \quad N = \frac{1}{2S_3^2}. \quad (5.13)$$

以上は母材の均一降伏を仮定した定式化である. ここで, 母材の不均一降伏を考慮すると, 式(5.12)は次式で表される:

$$\begin{aligned}
f_{aniso}^R &= F \left( \overline{\sigma}_2^{(M)} - \overline{\sigma}_3^{(M)} \right)^2 + G \left( \overline{\sigma}_3^{(M)} - \overline{\sigma}_1^{(M)} \right)^2 + H \left( \overline{\sigma}_1^{(M)} - \overline{\sigma}_2^{(M)} \right)^2 \\
&\quad + 2L \left( \overline{\sigma}_4^{(M)} \right)^2 + 2M \left( \overline{\sigma}_5^{(M)} \right)^2 + 2N \left( \overline{\sigma}_6^{(M)} \right)^2 \\
&\quad + R \frac{1}{V_M} \int_{V_M} \left\{ F \left( \sigma_2'^{(M)}(\mathbf{x}) - \sigma_3'^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + G \left( \sigma_3'^{(M)}(\mathbf{x}) - \sigma_1'^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 \right. \\
&\quad \left. + H \left( \sigma_1'^{(M)}(\mathbf{x}) - \sigma_2'^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + 2L \left( \sigma_4'^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 \right. \\
&\quad \left. + 2M \left( \sigma_5'^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 + 2N \left( \sigma_6'^{(M)}(\mathbf{x}) \right)^2 \right\} dV - 1 \\
&= \left( \overline{\phi}_{eq}^{(M)} \right)^2 + R \left( \overline{\phi}_{eq}'^{(M)} \right)^2 - 1 \\
&= \left( \overline{\phi}_{eq}^{(M)} \right)^2 + R \left\{ \left( \overline{\Phi}_{eq}^{(M)} \right)^2 - \left( \overline{\phi}_{eq}^{(M)} \right)^2 \right\} - 1. \quad (5.14)
\end{aligned}$$

## 5.2.4 降伏関数の計算方法

式(5.10)もしくは式(5.14)の降伏関数を計算するためには,  $\left( \overline{\Sigma}_{eq}^{(M)} \right)^2$  および  $\left( \overline{\sigma}_{eq}^{(M)} \right)^2$ ,  $\left( \overline{\Phi}_{eq}^{(M)} \right)^2$  および  $\left( \overline{\phi}_{eq}^{(M)} \right)^2$  の計算が必要となる. ここで,  $\left( \overline{\sigma}_{eq}^{(M)} \right)^2$  と  $\left( \overline{\phi}_{eq}^{(M)} \right)^2$  は Mori-Tanaka の平均場近似 [41] を用いて計算される母材の平均応力を用いて計算することができる.  $\left( \overline{\Sigma}_{eq}^{(M)} \right)^2$  および  $\left( \overline{\Phi}_{eq}^{(M)} \right)^2$  の計算には, 母材の局所応力  $\sigma_i^{(M)}(\mathbf{x})$  が必要となる. 本研究では,  $\sigma_i(\mathbf{x})$  を直接に求めず,  $\left( \overline{\Sigma}_{eq}^{(M)} \right)^2$  もしくは  $\left( \overline{\Phi}_{eq}^{(M)} \right)^2$  を計算する方法を新たに考える.

母材の弾性スティフネス  $c_{ij}^{(M)}$  は母材内で均一であり, 母材は直交異方性(斜方晶系)の弾性対称性を示すと仮定すると, 母材の局所ひずみ  $\epsilon_i^{(M)}(\mathbf{x})$  を用いて  $\left( \overline{\Sigma}_{eq}^{(M)} \right)^2$  と  $\left( \overline{\Phi}_{eq}^{(M)} \right)^2$  はそれぞれ次のように展開できる:

$$\begin{aligned} \left(\overline{\Sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2 &= \left(c_{11}^{(M)}\right)^2 \langle \epsilon_1^{(M)}(\mathbf{x}) \epsilon_1^{(M)}(\mathbf{x}) \rangle + \left(c_{12}^{(M)}\right)^2 \langle \epsilon_2^{(M)}(\mathbf{x}) \epsilon_2^{(M)}(\mathbf{x}) \rangle + \\ &\quad \left(c_{13}^{(M)}\right)^2 \langle \epsilon_3^{(M)}(\mathbf{x}) \epsilon_3^{(M)}(\mathbf{x}) \rangle + \cdots + 3 \left(c_{66}^{(M)}\right)^2 \langle \epsilon_6^{(M)}(\mathbf{x}) \epsilon_6^{(M)}(\mathbf{x}) \rangle, \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned} \left(\overline{\Phi}_{eq}^{(M)}\right)^2 &= (G+H) \left(c_{11}^{(M)}\right)^2 \langle \epsilon_1^{(M)}(\mathbf{x}) \epsilon_1^{(M)}(\mathbf{x}) \rangle + \cdots + (F+H) \left(c_{22}^{(M)}\right)^2 \times \\ &\quad \langle \epsilon_2^{(M)}(\mathbf{x}) \epsilon_2^{(M)}(\mathbf{x}) \rangle + \cdots + 2N \left(c_{66}^{(M)}\right)^2 \langle \epsilon_6^{(M)}(\mathbf{x}) \epsilon_6^{(M)}(\mathbf{x}) \rangle. \end{aligned} \quad (5.16)$$

式(5.15)と式(5.16)からわかるように、 $\left(\overline{\Sigma}_{eq}^{(M)}\right)^2$  および  $\left(\overline{\Phi}_{eq}^{(M)}\right)^2$  の計算は次式:

$$\langle \epsilon_i^{(M)}(\mathbf{x}) \epsilon_j^{(M)}(\mathbf{x}) \rangle \equiv \frac{1}{V_M} \int_{V_M} \epsilon_i(\mathbf{x}) \epsilon_j(\mathbf{x}) dV, \quad (5.17)$$

を求めることに帰着する。

ここで、式(5.17)を計算する方法について考える。ポーラス金属全体のひずみエネルギー密度  $U_{T_0}$  は母材の弾性スティフネスと局所ひずみを用いて次のように表される:

$$U_{T_0} = \frac{1}{2V_{T_0}} \int_{V_M} c_{ij}^{(M)} \epsilon_i^{(M)}(\mathbf{x}) \epsilon_j^{(M)}(\mathbf{x}) dV. \quad (5.18)$$

式(5.18)において  $U_{T_0}$  を  $c_{ij}^{(M)}$  に関して偏微分することにより、次式を得る:

$$\frac{1}{V_M} \int_{V_M} \epsilon_i^{(M)}(\mathbf{x}) \epsilon_j^{(M)}(\mathbf{x}) dV = \frac{2V_{T_0}}{V_M} \frac{\partial U}{\partial c_{ij}^{(M)}}. \quad (5.19)$$

$V_M/V_{T_0}$  は母材の体積分率  $f_M$  である。ここで、ひずみエネルギー密度  $U_{T_0}$  を局所ひずみ  $\epsilon_i^{(M)}(\mathbf{x})$  を厳密に計算しなくても、マイクロメカニクスの手法により計算される巨視的弾性スティフネス  $\overline{\mathbf{C}}$  から近似的に計算することができる:

$$U_{T_0} = \frac{1}{2} \overline{\boldsymbol{\epsilon}}^T \overline{\mathbf{C}} \overline{\boldsymbol{\epsilon}}. \quad (5.20)$$

$\overline{\boldsymbol{\epsilon}}$  はポーラス金属の平均工学ひずみであり、負荷応力  $\overline{\boldsymbol{\sigma}}$  から  $\overline{\boldsymbol{\epsilon}} = \overline{\mathbf{C}}^{-1} \overline{\boldsymbol{\sigma}}$  により計算される。巨視的弾性スティフネスの計算については §3.2 を参照されたい。

以下のようなひずみエネルギー密度の数値的な偏微分により、 $\partial U_{T_0} / \partial c_{ij}^{(M)}$  を計算する:

(i) §3.2 で示した方法 (Mori-Tanaka の平均場近似と Eshelby の等価介在物法) を用いて巨視的弾性スティフネス  $\overline{\mathbf{C}}$  を計算する。

(ii) 負荷応力  $\overline{\boldsymbol{\sigma}}$  に対して、ポーラス金属の平均ひずみ  $\overline{\boldsymbol{\epsilon}} = \overline{\mathbf{C}}^{-1} \overline{\boldsymbol{\sigma}}$  を計算し、式(5.20)によりひずみエネルギー密度  $U_{T_0}$  を得る。

(iii) ある一つの弾性スティフネス成分のみ変化させ (例えば、 $c_{11} \rightarrow c_{11} + \delta c_{11}$ )、 $\overline{\mathbf{C}}$  を再度計

算する.

(iv) (ii) で得られた  $\bar{\epsilon}$  と (iii) で再計算された  $\bar{C}$  を用いて, ひずみエネルギー密度  $U_{T_0} + \delta U_{T_0}$  を計算し,  $\delta c_{ij}$  によるひずみエネルギー密度変化  $\delta U_{T_0}$  を得る.

(v)  $\delta U_{T_0}/\delta c_{ij}$  を計算し, それを式 (5.19) に代入することにより, 式 (5.17) を得る.

### 5.2.5 ロータス型ポーラス鉄の降伏応力の計算

本研究で考案した降伏条件に基づいてロータス型ポーラス鉄の降伏応力を計算し, 水素とヘリウムの混合雰囲気で作製されたロータス鉄の測定値と比較した.

#### (i) ロータス型ポーラス鉄のモデル化

ロータス鉄の母材には一方向凝固による集合組織はなく (Fig.2.4(b)), Fig.2.9(b) および Fig.4.2(a) に示すように母材の弾性定数および 0.2%耐力は等方性を示す. また, ロータス鉄の降伏応力には窒素による固溶強化の影響はない. ロータス型ポーラス鉄の降伏応力を計算する際に, ロータス鉄を次のようにモデル化した.

1. 母材の降伏応力は圧縮試験 (§ 4.4) により得られたノンポーラス鉄の 0.2%耐力の平均値 (244.4 MPa) である.
2. 母材は等方弾性体であり, その弾性スティフネスは単結晶の弾性スティフネスから Hill 近似 (多結晶近似) により計算される ( $c_{11}=274.9, c_{44} = (c_{11} - c_{12})/2 = 81.8(\text{GPa})$ ).
3. ポアの形状は  $(x_1^2 + x_2^2)/a_1^2 + x_3^2/a_3^2 \leq 1, a_3/a_1 \rightarrow \infty$  で表される円柱であり, ポアの長手方向が  $x_3$  軸と平行となるように母材内に存在している.  $x$  はポーラス金属の座標系である.

#### (ii) 計算結果と測定結果の比較

式 (5.2) の降伏関数を式 (5.7) を用いた Qiu らによる計算方法と § 5.2.4 で述べた数値的な偏微分により計算し, ロータス鉄のポア ( $x_3$  軸) に平行な方向の降伏応力  $\sigma_{y//}$  と垂直な方向の降伏応力  $\sigma_{y\perp}$  を求めた. 降伏応力  $\sigma_y$  は式 (5.2) において  $f_{iso} = 0$  を満足する負荷応力  $\bar{\sigma}$  の強度である. それらと圧縮試験により得られた水素とヘリウム混合雰囲気 (Table 4.1) で作製されたロータス鉄の 0.2%耐力との比較を Fig.5.1 に示す. ここで,  $p$  はポロシティ,  $\sigma_{0.2//}$  および  $\sigma_{0.2\perp}$  はそれぞれ圧縮試験により得られたポアの長手方向に平行および垂直な方向の 0.2%耐力である. 計算により得られた平行方向の降伏応力  $\sigma_{y//}$  はポロシティの

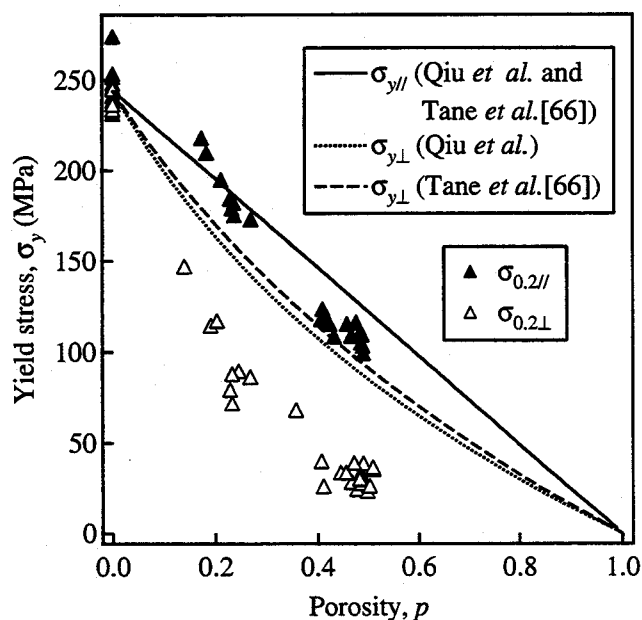


Fig. 5.1: Yield stresses  $\sigma_{y//}$  and  $\sigma_{y\perp}$  in the direction parallel and perpendicular to the longitudinal pore direction of lotus-type porous iron, which are calculated with Eq.(5.2). 0.2% offset strengths  $\sigma_{0.2//}$  and  $\sigma_{0.2\perp}$  in the direction parallel and perpendicular to the longitudinal pore direction of lotus iron measured by the compression test are shown for comparison.

増加に伴って線形的に減少し, Qiu らによる方法と偏微分を用いた方法との差はない.  $\sigma_{y\perp}$  においては, Qiu らの方法により得られた計算値は数値偏微分を用いた方法による計算値よりわずかに小さい. これは, Qiu らによる方法は式 (5.6) に示す近似を用いており, それにより相当応力を大きく見積もるためである.

ポロシティが小さい場合, 測定値  $\sigma_{0.2//}$  と計算値  $\sigma_{y//}$  は良く一致し, ポロシティが高くなると,  $\sigma_{0.2//}$  は  $\sigma_{y//}$  より小さくなる.  $\sigma_{y\perp}$  はポロシティの全範囲で  $\sigma_{y//}$  よりも小さく, 式 (5.2) の降伏関数を用いた計算結果は測定結果の傾向と一致している. 測定値  $\sigma_{0.2\perp}$  は計算値  $\sigma_{y\perp}$  よりも小さく, 測定値と計算値の差はポロシティに伴って増加する. この原因について以下のように考えている. 式 (5.1) および式 (5.2) に示すように, Qiu らは母材の巨視的 平均ひずみエネルギー密度をクライテリオンとしてポーラス金属の降伏応力を定義している. しかし, ポアの空間的な配置などにより局所的に強度が弱い領域が存在する場合, そのような領域から優先的に降伏が起こる. この場合, 平均ひずみエネルギー密度をクライテリオンとして (均一降伏を仮定して) 計算される降伏応力よりも, 実際に観測される降伏応力は小さくなると考えられる. ポアの長手方向に垂直な断面では円柱状のポアのため, そのよ



うな母材内での強度の不均一は起こりにくいですが、ポアの長手方向に平行な断面では、そのような強度のばらつきが起こりやすい。また、それはポロシティが高くなるほど起こりやすいと考えられる。また、母材内におけるポアの局在も測定値が計算値よりも小さくなる理由として挙げられる。ポアが局在する領域ではその強度が弱くなり、そこから優先的に降伏が起こる。そのため、均一降伏を仮定した計算結果より、実験結果は小さくなると考えられる。

Fig.5.2に式(5.14)の相当応力において $R=1,2,8$ とし、数値的な偏微分により $\sigma_{y//}$ および $\sigma_{y\perp}$ を計算した結果を示す。ポアに平行方向の負荷では母材内の応力場が均一なため、 $\sigma_{y//}$ は $R$ によらず $R=1,2,8$ として計算した結果は変わらない。ポアに垂直方向の負荷では母材内の応力場は不均一である。そのため、 $\sigma_{y\perp}$ は $R$ に依存し、 $R$ の増加に伴い $\sigma_{y\perp}$ は減少する。これは、 $R$ により母材の不均一降伏が定性的に考慮されていることを示す。 $R=8$ として計算した結果は実験結果とほぼ一致しており、本研究で考案した降伏関数によりロータス金属の降伏挙動を表現することが可能である。この降伏関数を様々なケースにおいて適用していくことにより、最適な $R$ を決定できれば、ロータス金属の降伏応力の非経験的な予測も可能と考えられる。

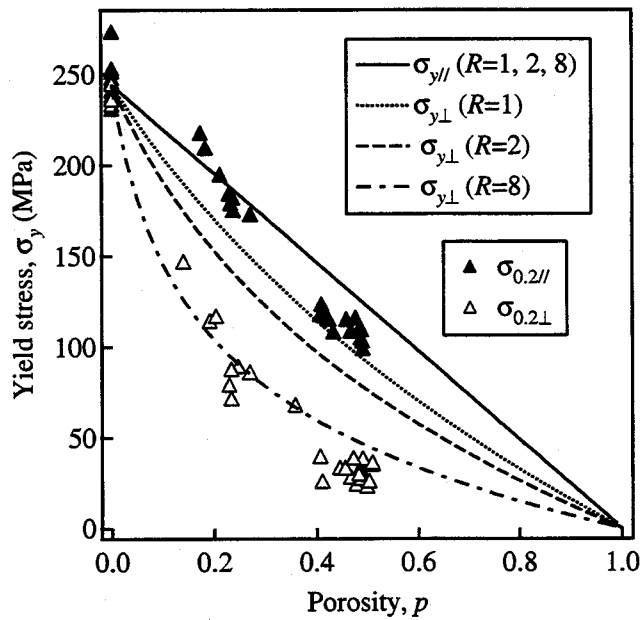


Fig. 5.2: Yield stresses  $\sigma_{y//}$  and  $\sigma_{y\perp}$  in the direction parallel and perpendicular to the longitudinal pore direction of lotus-type porous iron, which are calculated with Eq.(5.14) in the case of  $R=1,2,8$ . 0.2% offset strengths  $\sigma_{0.2//}$  and  $\sigma_{0.2\perp}$  in the direction parallel and perpendicular to the longitudinal pore direction of lotus iron measured by the compression test are shown for comparison.

## 5.2.6 母材の弾塑性異方性がポーラス金属の巨視的降伏応力に与える影響の予測

§ 5.2.3 で考案した降伏関数を用いて、母材の弾塑性異方性がポーラス金属の巨視的降伏応力に与える影響を予測する。

### (i) ポーラス金属のモデル化

ここでは、母材の弾塑性異方性の影響を計算するため次のような仮想ポーラス金属を考える：

1. Fig. 5.3(a) および (b) に示すように、仮想ポーラス金属の母材は立方晶の弾性対称性を示す単結晶棒の束であり、すべての単結晶は結晶の [001] 方位を  $x_3$  軸に完全に配向させている。母材の弾性スティフネス  $c_{ij}^{(M)}$  は Hill 近似により計算される単結晶の弾性スティフネスの  $x_3$  軸回りの平均値である (計算方法については § 3.2.4 の式 (3.23) を参照)。
2. Fig. 5.3 (c) に示すようにポアの形状は楕円体であり、その形状は  $(x_1^2 + x_2^2)/a_1^2 + x_3^2/a_3^2 \leq 1$  で表される。また、すべてのポアは同じアスペクト比  $a_3/a_1$  を有する。 $x$  はポーラス金属の座標系である。

Table 5.1 (M1, M2, M3) に仮定した単結晶および母材の弾性定数を示す。M1, M2, M3 において体積弾性率  $B$  とポアソン比  $\nu$  は同一であり、異方性因子  $A = 2c_{44}/(c_{11} - c_{12})$  のみが異なる。

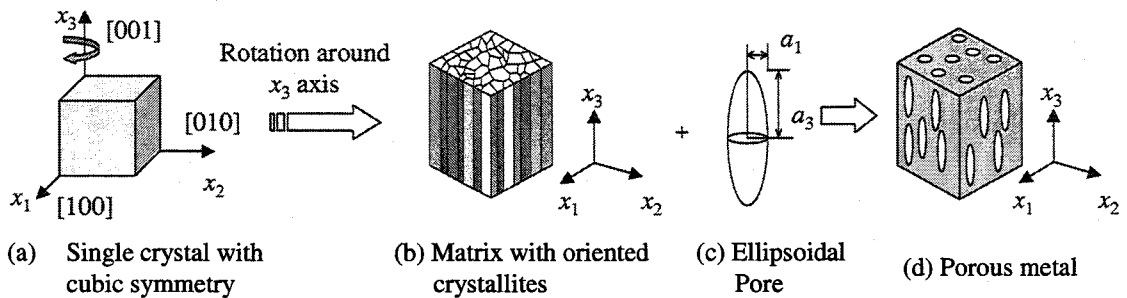


Fig. 5.3: Schematic illustrations showing (a) a supposed single crystal with cubic symmetry, (b) a matrix for porous metals, which is a bundle of the single crystal with orientation of [001]// $x_3$  axis, (c) ellipsoidal pore and its coordinate system, and (d) porous metal consisting of the matrix (b) and pores (c).

Table 5.1: Elastic constants used in the calculations.  $B$ ,  $\nu$  and  $A = 2c_{44}/(c_{11} - c_{12})$  denote the bulk modulus (GPa), Poisson's ratio and anisotropy factor of the supposed single crystal with cubic symmetry. The elastic constants  $c_{ij}$  (GPa) of the matrix are calculated from those of the single crystal using Hill's approximation [45, 46].  $E_{//}$  and  $E_{\perp}$  mean Young's moduli (GPa) in the direction parallel and perpendicular to the  $x_3$  axis, respectively.

	Single crystal			Matrix						
	$B$	$\nu$	$A$	$c_{11}$	$c_{33}$	$c_{13}$	$c_{44}$	$c_{66}$	$E_{\perp}$	$E_{//}$
(M1)	100	0.35	1	144.4	144.4	77.8	33.3	33.3	90.0	90.0
(M2)	100	0.35	2.5	164.1	144.4	77.8	83.3	53.0	120.0	90.0
(M3)	100	0.35	4	179.4	144.4	77.8	133.3	68.3	137.5	90.0

ロータス鉄の降伏応力において、式 (5.10) の降伏関数で  $R=1$  として計算した結果は、ロータス鉄の降伏応力の実験結果と定性的に一致し、 $R=1$  として計算した場合も実験結果の傾向を再現することが可能である。そこで、本節では式 (5.10) および式 (5.14) の降伏関数において、 $R=1$  として計算した結果のみを示す。

## (ii) 母材が降伏応力異方性を示さず弾性異方性のみを示す場合の予測

ここでは母材は弾性異方性のみを示し、降伏応力異方性を示さないと仮定する。まず、アスペクト比  $a_3/a_1 \rightarrow \infty$  のロータス型ポーラス金属について考える。Fig. 5.4 に  $\sigma_{y//}$  と  $\sigma_{y\perp}$  のポロシティ依存性を示す。ここで  $\sigma_{y//}$  と  $\sigma_{y\perp}$  はそれぞれ  $x_3$  軸に平行および垂直な方向の降伏応力である。M1, M2, M3 のすべての場合において、平行方向の降伏応力  $\sigma_{y//}$  はポロシティ  $p$  に伴って単調に減少するが、垂直方向の降伏応力  $\sigma_{y\perp}$  は急激に減少する。また、 $\sigma_{y//}$  と  $\sigma_{y\perp}$  に母材の弾性異方性による変化は現れず、母材の弾性異方性は降伏応力にほとんど影響しない。ここで、式 (5.2) に示されるように、降伏関数は母材の応力場を反映する。このことから、降伏応力異方性が母材の弾性異方性に依存しない理由は、母材の応力場が母材の弾性異方性に依存せず、ポロシティとポアの形状のみによりほぼ決まるためであると考えられる。

Fig. 5.5 に降伏応力  $\sigma_{y//}$  と  $\sigma_{y\perp}$  のアスペクト比依存性を示す。ここでは、母材は弾性的に等方 (Table 5.1: M1) とし、ポロシティは  $p = 0.30$  とした。 $a_3/a_1 < 1$  の場合、 $\sigma_{y//}$  は  $\sigma_{y\perp}$  よ

り小さいが、その大小関係は  $a_3/a_1 > 1$  では逆転する。 $a_3/a_1 > 10$  では、 $\sigma_{y//}$  と  $\sigma_{y\perp}$  は弾性定数の場合と同様にポアのアスペクト比の変化に鈍感である。

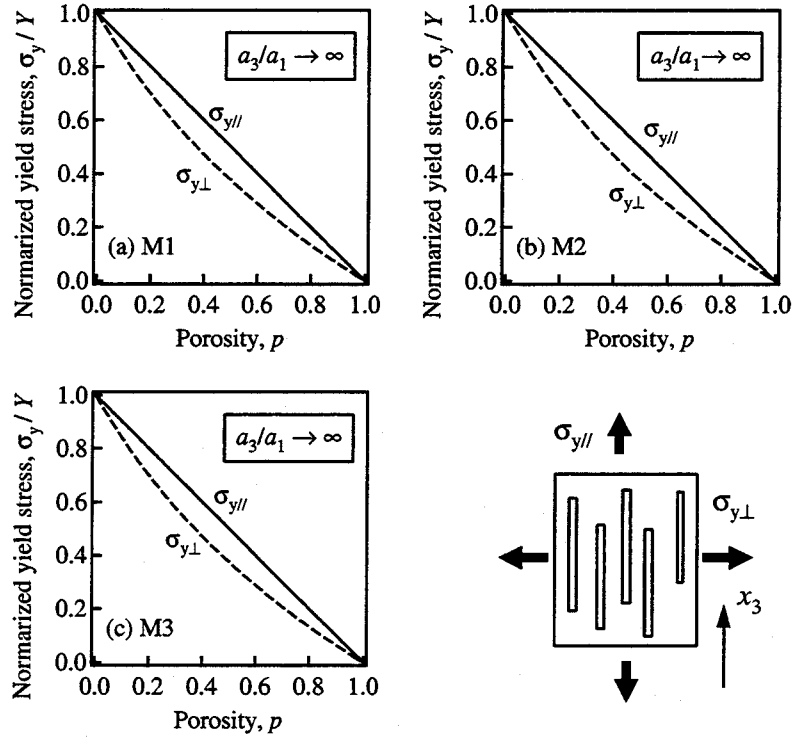


Fig. 5.4: Porosity dependence of the yield stresses  $\sigma_{y//}$  and  $\sigma_{y\perp}$  in the direction parallel and perpendicular to the  $x_3$  axis in the case of  $a_3/a_1 \rightarrow \infty$ . The used matrix elastic constants are (a) M1, (b) M2 and (c) M3 shown in Table 5.1.

(iii) 母材が弾性異方性を示さず降伏応力異方性のみ示す場合の予測

(1) 降伏応力異方性の仮定

先の計算により、母材の弾性異方性がロータス型ポーラス金属の降伏応力にほとんど影響しないことが予測される。そこで、ここでは母材が降伏応力異方性のみ示す場合を考える。まず、母材は  $x_3$  面内での等方性を示すと仮定する。この面内等方性の条件では、式 (5.13) における異方性パラメータは  $N = F + 2H$ ,  $F = G$ ,  $L = M$  の関係を示す [67]。そのため、独立な降伏応力は  $Y_1 (= Y_2)$ ,  $Y_3$ ,  $S_1 (= S_2)$  の 3 個に減少する。ここで新たなパラメータ  $m = Y_1/Y_3$  を導入することにより、 $S_3/Y_3 = 1/\sqrt{4/m^2 - 1}$  を得る。また、 $S_1$  と  $Y_3$  の関係には、von Mises の降伏条件における関係:  $S_1/Y_3 = 1/\sqrt{3}$ , を用いる。  $Y_3$  で規格化すること

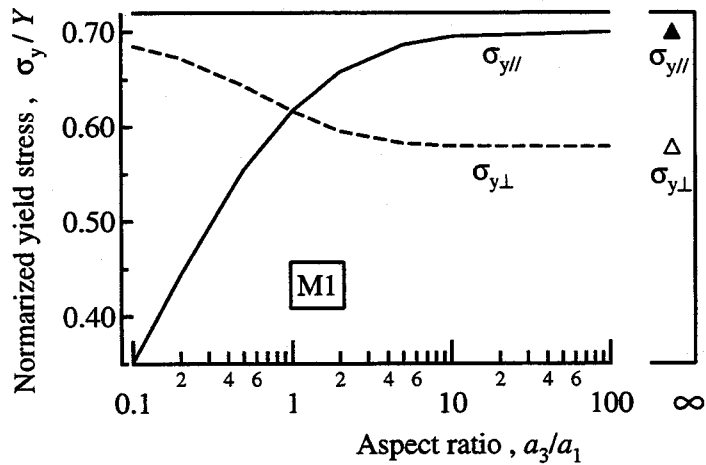


Fig. 5.5: Aspect-ratio dependence of the yield stresses  $\sigma_{y//}$  and  $\sigma_{y\perp}$  in the direction parallel and perpendicular to the  $x_3$  axis for  $p=0.30$ .

によりパラメータ  $m$  のみが母材の降伏応力の異方性の程度を表す. Table 5.2 に  $Y_3$  で規格化した 6 個の異方性パラメータを示す.

(2) 母材の降伏応力異方性がポーラス金属の降伏応力に与える影響の予測

ポアのアスペクト比を (a)  $a_3/a_1 \rightarrow \infty$  (円柱), (b)  $a_3/a_1 = 1$  (球), (c)  $a_3/a_1 = 0.5$  (扁平楕円体) とした. 降伏応力  $\sigma_y$  は式 (5.14) において  $f_{aniso}^R = 0$  ( $R=1$ ) を解くことにより得られる. Fig. 5.6 に  $m = 0.8, 1, 1.2$  に対して計算した  $\sigma_{y//}$  と  $\sigma_{y\perp}$  のポロシティ依存性を示す. また,  $p = 0.30$  における降伏応力の  $\theta$  依存性を計算した結果を Fig. 5.7 に示す.  $\theta$  は  $x_3$  方向からの角度である.

(a)  $a_3/a_1 \rightarrow \infty$

Fig. 5.6 (a) に示すようにすべての  $m$  において,  $\sigma_{y//}$  はポロシティの増加に伴って線形的に減少する. また,  $\sigma_{y\perp}$  は急激に減少する.  $m = 1.2$  の場合,  $p < 0.3$  では  $\sigma_{y//}$  は  $\sigma_{y\perp}$  より小さいが,  $p > 0.3$  では  $\sigma_{y\perp}$  より大きくなる. Fig. 5.7 (a) に見られるように,  $m = 1$  の場合,  $\sigma_y$  は  $\theta$  の増加に伴って単調に減少する. これは, ポア形状のみがロータス金属の降伏応力異方性に与える影響を表す.  $m = 0.8$  の場合では  $Y_1 < Y_3$  であり,  $\sigma_y$  は  $\theta$  に伴って急激に減少する.  $m = 1.2$  の場合は母材の降伏応力異方性  $Y_3 < Y_1$  とポア形状による影響が競合し,  $\theta = 40^\circ$  近傍に最小値が存在する.

Table 5.2: Anisotropic yield stress of the matrix with transverse-isotropic plasticity. All the values are normalized with  $Y_3$ . In the transverse isotropic case, the anisotropic parameter possesses the relation;  $N = F + 2H, F = G, M = N$ . We denote  $Y_1/Y_3 = m$ , which leads to  $S_3/Y_3 = 1/\sqrt{4/m^2 - 1}$ . We assume that  $S_1/Y_3$  and  $S_2/Y_3$  possesses the same relation as the von Mises yield criterion;  $S/Y = 1/\sqrt{3}$ .

	$Y_1/Y_3$	$Y_2/Y_3$	$Y_3/Y_3$	$S_1/Y_3$	$S_2/Y_3$	$S_3/Y_3$
Assumed yield stress	$m$	$m$	1	$1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{4/m^2 - 1}$

(b)  $a_3/a_1 = 1$

Fig. 5.6 (b) に示すように、 $\sigma_{y//}$  と  $\sigma_{y\perp}$  はポロシティの増加に伴って単調に減少する。 $\sigma_{y//}$  と  $\sigma_{y\perp}$  の大小関係は  $m$  に依存する。

(c)  $a_3/a_1 = 0.5$

Fig. 5.6 (c) に示すように、 $\sigma_{y//}$  はポロシティの増加に伴って  $\sigma_{y\perp}$  よりも急激に減少する。 $m = 0.8$  の場合、 $p < 0.4$  では、 $\sigma_{y\perp}$  は  $\sigma_{y//}$  より小さいが、 $p > 0.4$  では  $\sigma_{y//}$  より大きくなる。このように、 $a_3/a_1 \rightarrow \infty$  の場合と逆傾向を示す。 $m = 1$  の場合、Fig. 5.7 (c) に示すように、 $\sigma_y$  は  $\theta$  に伴って単調に増加する。これはポア形状による異方性である。 $a_3/a_1 \rightarrow \infty$ 、 $m = 0.8$  の場合では、母材の降伏応力異方性とポアによる異方性が競合し、 $\theta = 40^\circ$  近傍にわずかな最大値が現れる。

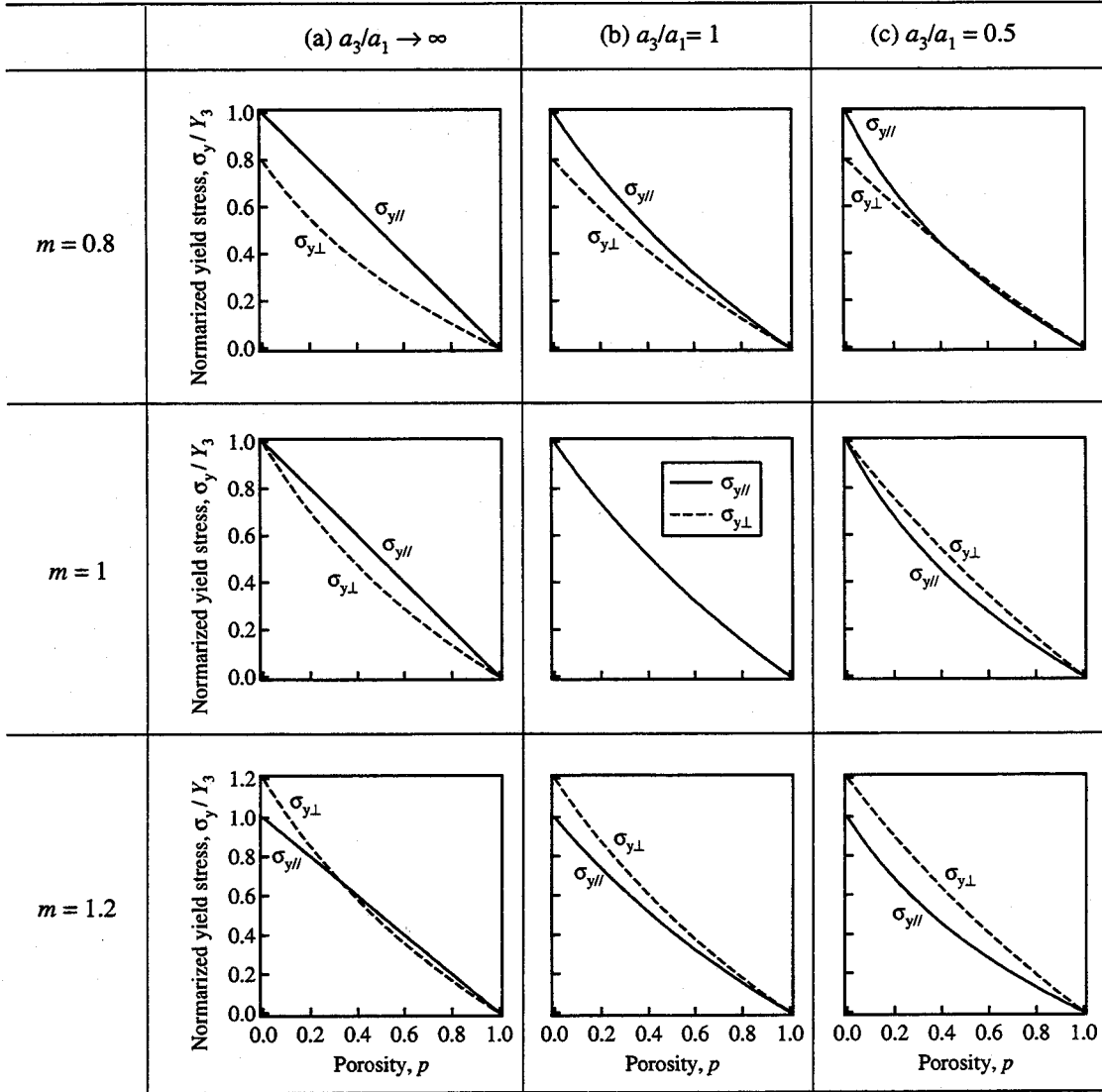


Fig. 5.6: Porosity dependence of the yield stresses  $\sigma_{y//}$  and  $\sigma_{y\perp}$  for the various matrix yield stress anisotropies and aspect ratios of the pore. The parameter  $m$  representing the yield stress anisotropy of matrix and the aspect ratio of pores are set at  $m = 0.8$ ,  $m = 1$  and  $m = 1.2$ ; (a)  $a_3/a_1 \rightarrow \infty$ , (b)  $a_3/a_1 = 1$ , and (c)  $a_3/a_1 = 0.5$ .



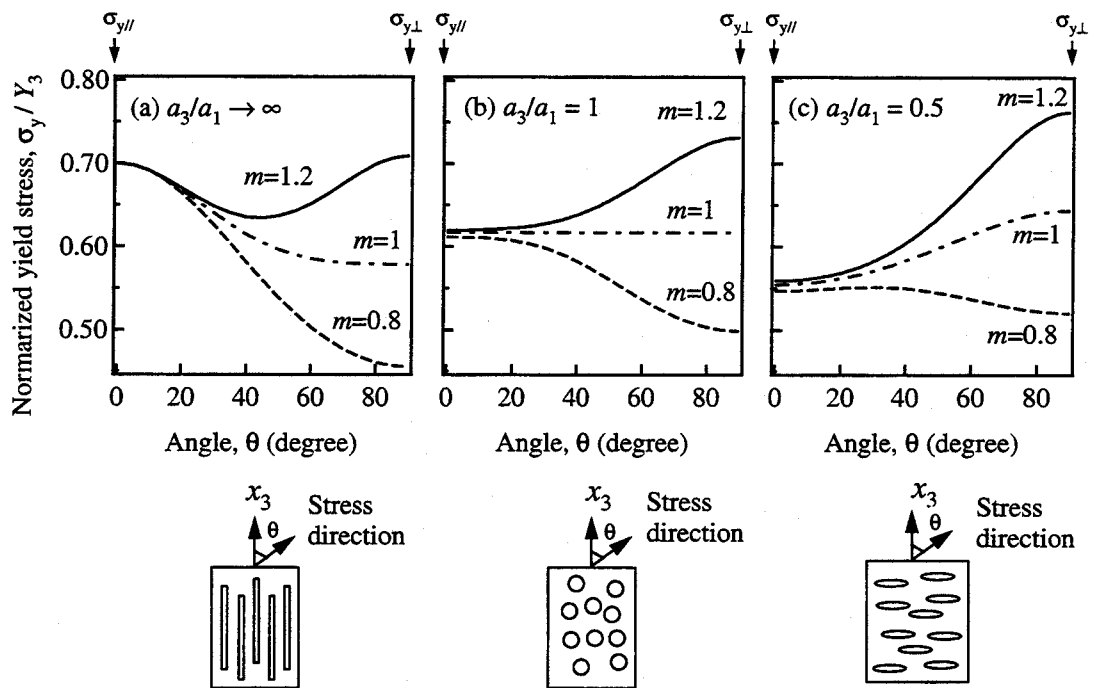


Fig. 5.7: Dependence of the yield stress on the direction of applied stress for the three types of the porous metals: (a)  $a_3/a_1 \rightarrow \infty$ , (b)  $a_3/a_1 = 1$ , and (c)  $a_3/a_1 = 0.5$ . The anisotropic parameter  $m$  is chosen to be  $m = 0.8$ ,  $m = 1$ , and  $m = 1.2$ .

### 5.3 応力-ひずみ曲線のモデル計算

マイクロメカニックスの手法に基づいてロータス型ポーラス鉄の応力-ひずみ曲線を計算し、実験結果と比較した。

#### 5.3.1 母材のセカント係数

マイクロメカニックスの手法により母材が弾塑性挙動を示す複合材料およびポーラス金属の応力-ひずみ曲線を計算する方法は Weng ら [56, 61] により考案され、複合材料などの弾塑性挙動の解析に広く用いられている [58, 62-65]。

まず、多軸応力下にある弾塑性的に等方体の母材の応力-ひずみ関係 (構成関係) は Modified Ludwik のべき乗則に従うと仮定する:

$$\sigma_{eq}^{(M)} = \sigma_y + h \cdot \left( \epsilon_{eq}^{(M)} \right)^n. \quad (5.21)$$

ここで、 $\sigma_y, h, n (0 \leq n \leq 1)$  はそれぞれ降伏応力、強度係数、加工硬化指数である。 $\sigma_{eq}^{(M)}$  と  $\epsilon_{eq}^{(M)}$  はそれぞれ母材の相当応力と相当塑性ひずみであり、母材の応力  $\sigma_i^{(M)}$  と塑性ひずみ  $\epsilon_i^{p(M)}$  により定義される:

$$\left( \sigma_{eq}^{(M)} \right)^2 = \frac{1}{2} \left\{ \left( \sigma_2^{(M)} - \sigma_3^{(M)} \right)^2 + \left( \sigma_3^{(M)} - \sigma_1^{(M)} \right)^2 + \left( \sigma_1^{(M)} - \sigma_2^{(M)} \right)^2 + 6 \left( \sigma_4^{(M)} \right)^2 + 6 \left( \sigma_5^{(M)} \right)^2 + 6 \left( \sigma_6^{(M)} \right)^2 \right\}, \quad (5.22)$$

$$\left( \epsilon_{eq}^{(M)} \right)^2 = \frac{2}{9} \left\{ \left( \epsilon_2^{p(M)} - \epsilon_3^{p(M)} \right)^2 + \left( \epsilon_3^{p(M)} - \epsilon_1^{p(M)} \right)^2 + \left( \epsilon_1^{p(M)} - \epsilon_2^{p(M)} \right)^2 + 6 \left( \epsilon_4^{p(M)} \right)^2 + 6 \left( \epsilon_5^{p(M)} \right)^2 + 6 \left( \epsilon_6^{p(M)} \right)^2 \right\}. \quad (5.23)$$

$\sigma_y, h, n$  は実験により得られた単軸の真応力-真ひずみ曲線に式 (5.21) をフィットすることにより得られる。ここで、本研究で扱うような単軸圧縮かつ比例負荷の場合、母材の応力-ひずみ関係を全ひずみ理論におけるセカント係数 (Secant modulus) で記述できる [56, 63, 68]:

$$\frac{1}{E_M^s} = \frac{1}{E_M} + \frac{\epsilon_{eq}^{(M)}}{\sigma_y + h \cdot \left( \epsilon_{eq}^{(M)} \right)^n}. \quad (5.24)$$

ここで、 $E_M$  は母材のヤング率であり、 $E_M^s$  はセカントヤング率である。セカントヤング率は弾性および塑性ひずみの和と応力との比である。塑性変形においては体積一定、つまり、 $B_M^s = B_M$  であると仮定すると、セカントポアソン比  $\nu_M^s$  は弾性のポアソン比  $\nu_M$  を用いて次のように表される:

$$\nu_M^s = \frac{1}{2} - \left( \frac{1}{2} - \nu_M \right) \frac{E_M^s}{E_M}. \quad (5.25)$$

$B_M^s$  は母材のセカント体積弾性率であり、セカントせん断弾性率  $\mu_M^s$  においても  $E_M^s$  と  $B_M^s$  から計算される。

### 5.3.2 平均場近似と等価介在物法によるポーラス金属の巨視的セカント係数

母材が塑性変形をしている場合においても、Mori-Tanaka の平均場近似により介在物内の応力  $\bar{\sigma}_I$  は次式で近似できる [61]:

$$\bar{\sigma}_I = \bar{\sigma}_M + \Delta\sigma = C_I \bar{\epsilon}_I = C_I (\bar{\epsilon}_M + \epsilon'). \quad (5.26)$$

ここで、 $\Delta\sigma$  は式 (3.17) で定義される母材と介在物の弾性定数 (セカント係数) の差による応力の乱れ、 $\bar{\epsilon}_M$  および  $\bar{\epsilon}_I$  は母材および介在物の平均ひずみ、 $\epsilon'$  は式 (3.16) で定義される母材と介在物の弾性定数 (セカント係数) の差によるひずみの乱れである。ここで、eigen ひずみ  $\epsilon^* = S^{s-1} \epsilon'$  により、介在物内の応力を母材のセカント係数  $C_M^s$  を用いて表現する:

$$\bar{\sigma}_I = C_M^s (\bar{\epsilon}_M + \epsilon' - \epsilon^*) = C_M^s (\bar{\epsilon}_M + \epsilon' - S^{s-1} \epsilon'). \quad (5.27)$$

弾性スティフネスの代わりにセカント係数  $C_M^s$  を用いることにより母材の塑性変形時の母材および介在物内の応力状態を表現することができる。ここで  $S^s$  はセカント Eshelby テンソルの行列表記であり、母材のセカント係数  $C_M^s$  に依存する。 $\bar{\epsilon}_I = A \bar{\epsilon}_M$  とし、式 (5.26) と式 (5.27) から得られる等式:  $C_I (\bar{\epsilon}_M + \epsilon') = C_M^s (\bar{\epsilon}_M + \epsilon' - S^{s-1} \epsilon')$  に代入することにより、母材の塑性変形状態を反映するひずみ集中係数  $A$ :

$$A = [I + S C_M^{s-1} (C_I - C_M^s)]^{-1} \quad (5.28)$$

を得る。(5.28) 式を (3.5) 式に代入することによりポーラス金属の巨視的セカント係数  $C_M^s$  を求めることができる。

### 5.3.3 巨視的セカント係数を用いた応力-ひずみ曲線の計算

ある外部応力が負荷された場合、式 (5.24) および式 (5.25) で定義される母材の応力-ひずみ関係 (セカント係数) は、母材の塑性変形状態、つまり、式 (5.22) に示す母材の相当応力によって決まる。ここで、ポーラス金属の母材のセカント係数は式 (5.2) および式 (5.9) で計算される母材の相当応力で表されると仮定する [56]。これにより、負荷応力によって決まる相当応力から、母材のセカント係数を計算でき、塑性変形状態を反映したポーラス金属の巨視的セカント係数を得ることができる。この巨視的セカント係数により外部応力負荷時の巨視的ひずみを計算でき、応力-ひずみ曲線を計算することができる。

具体的な応力-ひずみ曲線の計算手順を以下に示す [63]:

- (i) 母材の弾性定数  $C_M$ , 介在物 (ポア) および母材の体積分率  $f_M$  および  $f_I$ , 降伏応力  $\sigma_y$ , 強度係数  $h$ , 加工硬化指数  $n$  を決定する.
- (ii)  $\bar{\epsilon}_{eq}^{(M)}$  を決定する. ここで,  $\bar{\epsilon}_{eq}^{(M)} = 0$  は母材の降伏点である.
- (iii) 式 (5.21), 式 (5.24), 式 (5.25) を用いて,  $C_M^s$  を計算する.
- (iv) 式 (5.28) と式 (3.5) を用いて  $\bar{C}^s$  を計算する.
- (v)  $\bar{\sigma}$  を変数として (例えば,  $\bar{\sigma} = (t, 0, 0, 0, 0, 0)$ ), 式 (5.2) および式 (5.9) により母材の相当応力  $\bar{\Sigma}_{eq}^{(M)}$  もしくは  $\bar{\Sigma}_{eq}^{(R)}$  を計算する. この相当応力と式 (5.21) により (i) で与えた  $\bar{\epsilon}_{eq}^{(M)}$  に対して求まる  $\sigma_y + h \cdot (\epsilon_{eq}^{(M)})^n$  との等式:  $\sigma_y + h \cdot (\epsilon_{eq}^{(M)})^n = \bar{\Sigma}_{eq}^{(M)}$  or  $\bar{\Sigma}_{eq}^{(R)}$  を解いて, 変数としていた  $\bar{\sigma}$  を求める.
- (vi)  $\bar{C}^s$  を用いて負荷応力  $\bar{\sigma}$  に対する巨視的平均ひずみ  $\bar{\epsilon}$  を計算する.
- (vii) (ii) における  $\bar{\epsilon}_{eq}^{(M)}$  を  $\delta\bar{\epsilon}_{eq}^{(M)}$  増加させ (iii)~(vi) を繰り返すことにより, 様々な  $\bar{\sigma}$  に対する  $\bar{\epsilon}$  が計算でき, 応力-ひずみ曲線を得ることができる.

### 5.3.4 ロータス型ポーラス鉄の応力-ひずみ曲線の計算

#### (i) ロータス型ポーラス鉄のモデル化

1. 降伏応力  $\sigma_y$ , 強度係数  $h$ , 加工硬化指数  $n$  は測定により得られたノンポーラス材の真応力-真ひずみ曲線をそれぞれ式 (5.21) でフィットして得られた係数の平均値である:  $\sigma_y = 248$  (MPa),  $h = 634$  (MPa),  $n = 0.576$ .
2. 母材は弾性的に等方体であり, その弾性スティフネスは Hill 近似 (多結晶近似) [46] により単結晶弾性スティフネスから与えられる ( $c_{11} = 274.9$ ,  $c_{44} = (c_{11} - c_{12})/2 = 81.8$  (GPa)).
3. ポアの形状は  $(x_1^2 + x_2^2)/a_1^2 + x_3^2/a_3^2 \leq 1$ ,  $a_3/a_1 \rightarrow \infty$  で表される円柱であり, ポアの長手方向が  $x_3$  方向と平行となるように母材内に存在している.

#### (ii) 応力-ひずみ曲線のモデル計算結果と実験結果の比較

式 (5.2) の相当応力を用いて計算したロータス鉄の真応力-真ひずみ曲線と測定結果との比較を Fig.5.8 に示す. 母材の相当応力の計算には, 計算の簡便さから式 (5.7) の Qiu らの方法を用いた. ポア ( $x_3$  軸) に平行方向の応力-ひずみ曲線は測定値と計算値でほぼ一致している. ポアに垂直な方向の応力-ひずみ曲線では, 測定値と計算値は一致せず, 計算値は測定

値より大きく、両者の差はポロシティの増加に伴って増加する。これは降伏応力の場合と同様に、ポアの局在と母材内の強度のばらつきにより説明できる。ポアの局在とポア間の相互作用により局所的に強度の弱い領域が存在し、そこから優先的に塑性変形が起こる。そのため、実験的に観測される変形抵抗は式(5.2)の相当応力を基に均一変形を仮定して計算される値よりも小さくなる。この局所的な変形により塑性変形が起こるという結果は、Fig.4.5 および Fig.4.6 に示す圧縮試験後の試料断面の観察から導かれる結果と一致する。

式(5.10)の相当応力において  $R=8$  として計算した応力-ひずみ曲線と測定結果の比較を Fig.5.9 に示す。計算結果と実験結果はほぼ一致している。計算結果はポアに平行方向と垂直方向の圧縮では加工硬化係数に異方性があり、垂直方向の加工硬化係数は平行方向のそれよりも小さく、ポロシティの増加に伴って加工硬化係数が減少するという測定結果の傾向を再現している。本研究で考案した手法を様々なケースにおいて適用していくことにより、最適な  $R$  を決定できれば、塑性挙動の非経験的な予測も可能と考えられる。

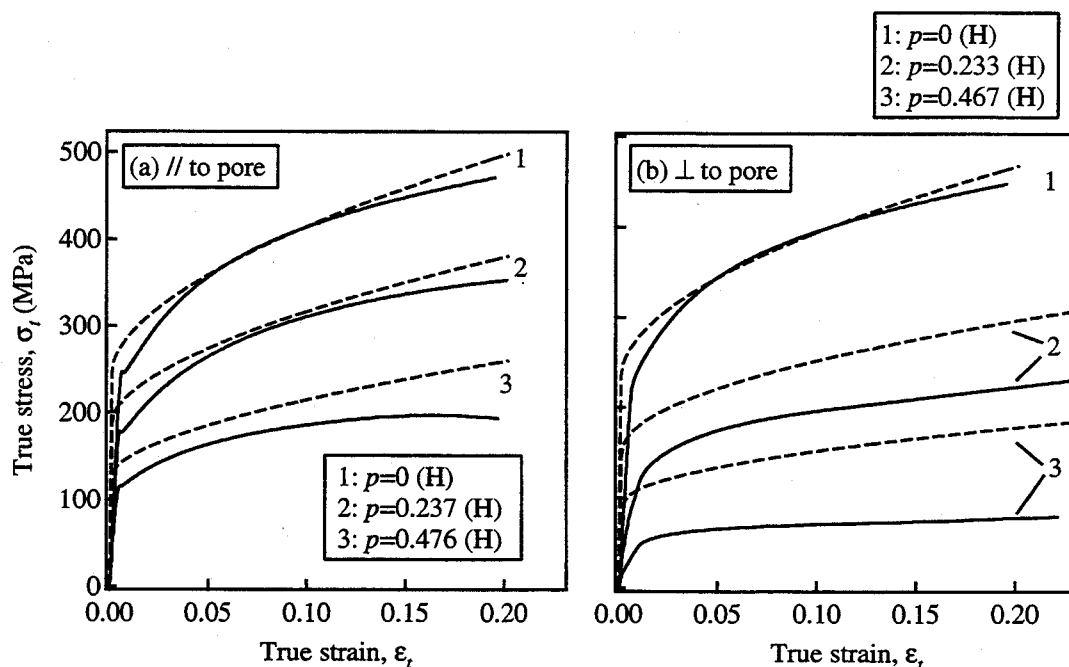


Fig. 5.8: Stress-strain curves for the (a)parallel and (b)perpendicular loading to the longitudinal pore direction of lotus-type porous iron, which are calculated with Eq.(5.2). Solid lines represent the calculations and dashed lines represent the measured compressive stress-strain curves.

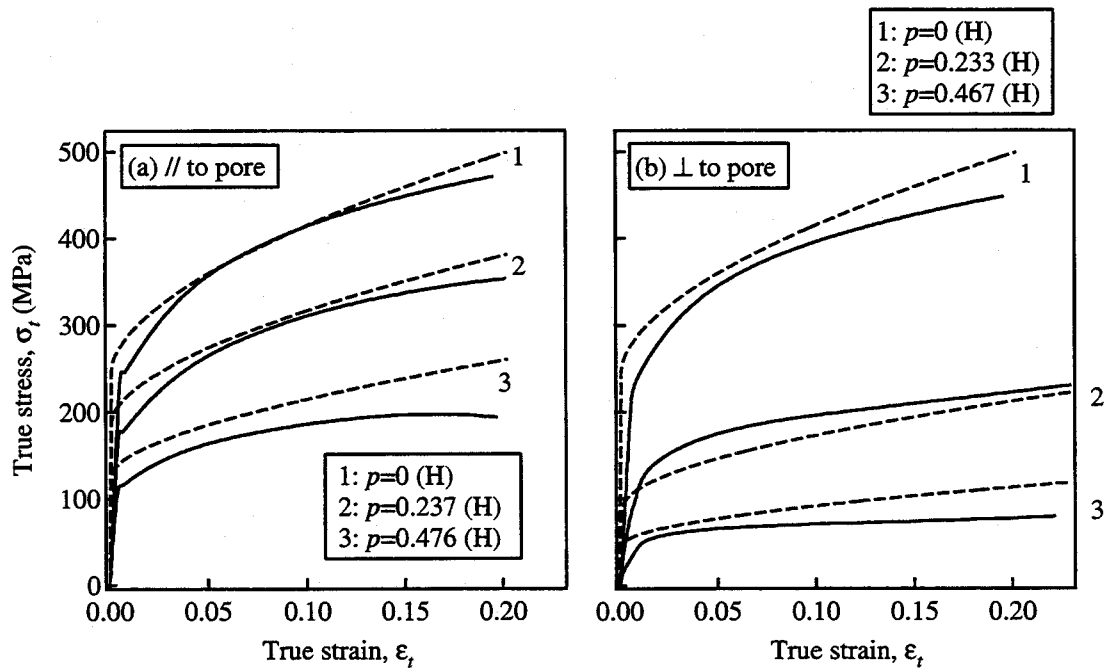


Fig. 5.9: Stress-strain curves for the (a)parallel and (b)perpendicular loading to the longitudinal pore direction of lotus-type porous iron, which are calculated with Eq.(5.14) in the case of  $R=8$ . Solid lines represent the calculations and dashed lines represent the measured compressive stress-strain curves.

## 5.4 結論

従来のマイクロメカニックスの手法を発展させてロータス金属の塑性挙動を計算する手法を考案した。その手法によりロータス型ポーラス鉄の巨視的降伏応力と応力-ひずみ曲線を計算した。第4章で得られた測定値と比較した結果、以下のことが明らかとなった。

- 母材内の相当応力の不均一を考慮して、ロータス型ポーラス鉄の降伏応力と応力-ひずみ曲線(変形抵抗)を計算した結果、計算結果と測定結果はほぼ一致した。これは本研究で考案した手法により、母材の不均一な塑性変形が考慮されているためである。
- 加工硬化係数は変形抵抗に依存しており、変形抵抗が小さいほど、加工硬化係数は小さい。

マイクロメカニックスの手法に基づき、母材が弾塑性異方性を示すポーラス金属の降伏応力を計算する方法を考案し、その方法を用いて母材の弾性異方性、降伏応力異方性、ポロ

シティ, ポア形状がポーラス金属の巨視的降伏応力に与える影響を予測した. その結果, 母材の降伏応力異方性, ポア形状, ポロシティはポーラス金属の巨視的降伏応力に影響するが, 母材の弾性異方性はほとんど影響しないことが予測される.

## 第6章 総括

本論文は、ロータス型ポーラス金属の弾塑性挙動の理解およびそれらを予測するための手法を確立することを目的とし、ロータス型ポーラス金属の弾塑性挙動を実験とモデル計算により研究した成果をまとめたものであり、各章の内容は以下の通りである。

第1章では、ロータス型ポーラス金属の作製方法およびその機械的性質に関するこれまでの研究を概観し、それを基に本研究の目的を述べた。

第2章では、超音波共鳴法によりロータス型ポーラスマグネシウム、ロータス鉄、ロータス銅の異方性弾性定数およびロータス銅弾性定数の温度依存性を計測した。ロータス型ポーラス金属は、そのポア形態のため、ポアの長手方向を  $c$  軸とした六方晶系の弾性対称性を示すことが明らかとなった。また、ロータス金属の弾性定数にはポロシティと一方向ポアのみならず、一方向凝固による母材の集合組織も強く影響することを明らかにした。

第3章では、従来のマイクロメカニックスの手法を改善し、複合材料の巨視的弾性定数を計算する方法を新たに考案した。その方法と Hill 近似を組み合わせることでロータス型ポーラス金属の弾性定数およびその温度依存性を予測する手法を確立した。この手法を用いれば、単結晶の弾性定数、ポロシティ、結晶配向からロータス金属の弾性定数およびその温度依存性を予測することが可能である。

第4章では、ロータス型ポーラス鉄の圧縮試験により、ポアの方向性による降伏応力および加工硬化係数の異方性を明らかにした。

第5章では、従来のマイクロメカニックスの手法を発展させて、ロータス金属の塑性挙動をモデル計算する手法を考案した。その手法によるロータス型ポーラス鉄の降伏応力と応力-歪曲線の計算結果と実験結果の比較により、新たに考案した手法によりロータス金属の塑性変形挙動を再現することが可能であることが明らかとなった。また、母材の弾塑性異方性を考慮して、ポーラス金属の巨視的降伏応力を計算する方法を構築した。

本研究で得られた主な成果は、ロータス型ポーラス金属の弾塑性異方性を実験的に明らかにしたこと及び、それに対するモデル計算方法を構築したことである。ロータス金属の弾塑性挙動はポロシティ、ポア形状、母材の弾塑性異方性に依存しており、本研究で考案したモデルはこれらを考慮してロータス金属の弾塑性挙動を計算することができる。本研究で



構築した手法を用いてロータス型ポーラス金属の弾性定数およびその温度依存性を予測することが可能である。この手法は現在、様々な用途での使用が期待されるロータス金属に対して非常に有効と考えられる。塑性挙動に対しては、本研究で考案した手法を様々なケースにおいて適用していくことにより、今後、塑性挙動の非経験的な予測も可能となるであろう。

## 謝辞

本研究を遂行するにあたって多岐にわたる有意義な御指導, 御助言を頂いた大阪大学大学院 基礎工学研究科 教授 平尾雅彦先生に深い感謝の意を表します。また, 本論文を執筆するにあたり貴重な御助言を頂いた同大学 基礎工学研究科 教授 小坂田宏造先生, 小林秀敏先生に感謝します。研究を進めるにあたり適切な御意見ならびに御指導を頂いた同大学基礎工学研究科 助教授 荻博次先生に深く感謝します。実験に関する御助言ならびに数々の励ましのお言葉を頂いた同大学基礎工学研究科 助手 垂水竜一先生に深く感謝致します。また, 実験を行うにあたり御助力を頂いた八重川克利技官に深く感謝します。

研究を行うにおいて, 実験や計算などの多岐にわたる事柄において懇切丁寧に御指導いただいた大阪大学大学院 基礎工学研究科 助手 市坪哲先生 (現 東北大学 金属材料研究所 助手) に深く感謝の意を表します。先生には学問上の御指導のみならず, 研究者としての心構えや学問に対する姿勢などの多岐の事柄において数多くの教示的な御助言と御指導を頂きました。

ロータス型ポーラス銅, マグネシウムの貴重な試料の提供ならびに, ポーラス金属作製装置, 放電加工機, ポア径画像解析ソフト, 圧縮試験機を使用させて頂きました大阪大学 産業科学研究所 教授 中嶋英雄先生, 同助手 池田輝之先生, 同助手 玄丞均先生に深く感謝の意を表します。中嶋先生, 池田先生, 玄先生には本研究を進めるにあたり, 数々の貴重な御助力および御助言を頂きました。また, X線回折実験を行う際に御助力および御助言を頂いた東京工業大学 精密工学研究所 助手 稲邑朋也先生に感謝致します。

共通の目的のを持ち研究を遂行した武田亮氏, 勝本直樹氏に感謝致します。また, 学部4年からの5年間で研究室生活をともにした数々の先輩・後輩方に感謝致します。

最後に, 本論文の完成を見守って下さった両親に感謝します。

## 参考文献

- [1] L.J. Gibson , M.F. Ashby: *Cellular Solids, 2nd ed.* (Cambridge University Press, UK, 1997).
- [2] J. Banhart: *Prog. Mater. Sci.* **46**, 559 (2001).
- [3] J. Banhart, D. Weaire: *Phys. Today* **55**(7), 37 (2002).
- [4] A.G. Evans, J.W. Hutchinson, M.F. Ashby: *Prog. Mater. Sci.* **43**, 171 (1999).
- [5] H. Nakajima: *Mater. Integrat.* **12**, 37 (1999).
- [6] H. Nakajima: *Boundary* **15**(10), 9 (1999).
- [7] 中嶋 英雄: 高温学会誌 **26**, 97 (2000).
- [8] S.K. Hyun, K. Murakami, H. Nakajima: *Mater. Sci. Eng. A* **299**, 241 (2001).
- [9] H. Nakajima, S.K. Hyun, K. Ohashi, K. Ota, K. Murakami: *Colloids Surfaces A* **179**, 209 (2001).
- [10] D.P. Smith: *Hydrogen in Metal* (University of Chicago Press, Illinois, 1947 ).
- [11] 中嶋 英雄: 第 17 回「大学と科学」公開シンポジウム講演収録集 49(2003)
- [12] 青木 健: 修士学位論文, 大阪大学工学研究科 (2003).
- [13] T. Aoki, T. Ikeda, H. Nakajima: *Mater. Trans.* **44**, 89 (2003).
- [14] T. Ikeda, H. Nakajima: *J. Japan Found. Eng. Soc.* **74**, 812 (2002).
- [15] T. Ikeda, M. Tsukamoto, H. Nakajima: *Mater. Trans.* **43**, 2678 (2002).
- [16] S.K. Hyun, H. Nakajima: *Mater. Trans.* **43**, 526 (2002).
- [17] S. Yamamura, H. Shiota, K. Murakami: *Mater. Sci. Eng.* **318**, 137 (2001).

- [18] S.K. Hyun, H. Nakajima: *Mater. Lett.* **4303**, 1 (2003).
- [19] A.E. Simone, L.J. Gibson: *Acta Mater.* **44**, 1437 (1996).
- [20] A.R. Boccaccini, G. Ondracek, E. Mombello: *J. Mater. Sci. Lett.* **14**, 534 (1995).
- [21] S.K. Hyun, H. Nakajima: *Mater. Sci. Eng. A* **340**, 258 (2003).
- [22] Y. Sugimura, J. Meyer, M.Y. He, H. Bart-smith, J. Grenstedt, A.G. Evans: *Acta Mater* **45**, 5245 (1997).
- [23] K.Y.G. McCullough, N.A. Fleck, M.F. Ashby: *Acta Mater.* **47**, 2323 (1999).
- [24] A.E. Simone, L.J. Gibson: *Acta Mater.* **46**, 2139 (1998).
- [25] 玄 丞均, 池田 輝之, 中嶋 英雄 : 日本金属学会春期大会講演概要 p.404 (2003).
- [26] 早稻田 嘉夫, 松原 英一郎: X線構造解析 (内田老鶴圃,1998).
- [27] 粉末標準 X線回折数值集 (堀越研究所,1970).
- [28] H.H. Demarest Jr.: *J. Acoust. Soc. Am.* **49**, 768 (1971).
- [29] I. Ohno: *J. Phys. Earth* **24**, 355 (1976).
- [30] E. Mochizuki: *J. Phys. Earth* **35**, 159 (1987).
- [31] H. Ogi, H. Ledbetter, S. Kim, M. Hirao: *J. Acoust. Soc. Am.* **106**, 660 (1999).
- [32] M. Hirao, H. Ogi: *EMATs for Science and Industry* (Kluwer, Boston, 2003).
- [33] H. Ogi, S. Kai, T. Ichitsubo, M. Hirao: *Phil. Mag. A* **83**, 503 (2003).
- [34] 多根 正和, 市坪 哲, 武田 亮, 平尾 雅彦, 池田 輝之, 中嶋 英雄: 日本金属学会誌 **67**, 417 (2003).
- [35] 多根 正和, 市坪 哲, 平尾 雅彦, 森下 智博, 中嶋 英雄: 日本金属学会誌 **66**,1073 (2002).
- [36] M. Tane, T. Ichitsubo, H. Ogi, M. Hirao, T. Ikeda, H.Nakajima: *3rd International Conference on Cellular Metals and Metal Foaming Technology*, in press.
- [37] M. Tane, T. Ichitsubo, M. Hirao, R. Takeda, T. Ikeda, H. Nakajima: *Mater. Lett.*, in press.

- [38] G. Simmons, H. Wang: *Single Crystal Elastic Constants and Calculated Aggregate Properties: A HANDBOOK. 2nd ed.* (The M.I.T. Press, Cambridge, 1971).
- [39] K.K. Phani: *Am. Ceram. Soc. Bull.* **65**, 1584 (1986).
- [40] J.D. Eshelby: *Proc. R. Soc. Lond.* **A241**, 376 (1957).
- [41] T. Mori, K. Tanaka: *Acta Metall.* **21**, 573 (1973).
- [42] M. Taya, T.W. Chou: *Int. J. Solids Struct.* **17**, 553 (1981).
- [43] Y. Benveniste: *Mech. Mater.* **6**, 147 (1987).
- [44] N. Kinoshita, T. Mura: *Phys. Status Solidi* **A5**, 759 (1971).
- [45] T. Mura: *Micromechanics of Defects in Solids, Second, Revised Edition* (Martinus Nijhoff Pul., The Hague, 1987).
- [46] R. Hill: *Proc. Phys. Soc. London* **B65**, 349 (1952).
- [47] T. Ichitsubo, M. Tane, H. Ogi, M. Hirao, T. Ikeda and H. Nakajima: *Acta Mater.* **50**, 4105 (2002).
- [48] M. Tane, T. Ichitsubo, M. Hirao, T. Ikeda, H. Nakajima, submitted.
- [49] 村外志夫, 森勉: マイクロメカニクス (培風館, 1976)
- [50] 加藤雅治, 熊井真次, 尾中晋: 材料強度学 (朝倉出版, 1999).
- [51] 日本材料学会編: 材料強度学 (日本材料学会, 1993)
- [52] A.L. Gurson: *AMSE J. Eng. Mater. Tech.* **99**, 1 (1977).
- [53] V. Tvergaard: *Int. J. Fract.* **17**, 389 (1981).
- [54] V. Tvergaard: *J. Mech. Phys. Solids* **30**, 399 (1982).
- [55] P.P. Castañeda: *J. Mech. Phys. Solids* **39**, 45 (1991).
- [56] Y.P. Qiu, G.J. Weng: *J. Appl. Mech.* **59**, 261 (1992).
- [57] Y.P. Qiu, G.J. Weng: *Int. J. Plasticity* **9**, 271 (1993).
- [58] Y.P. Qiu, G.J. Weng: *J. Appl. Mech.* **62**, 1039 (1995).

- [59] R.J. Arsenault, M. Taya: *Acta Metall.* **35**, 651 (1987).
- [60] O.B. Pedersen: *Acta Metall.* **31**, 1795 (1983).
- [61] G.P. Tandon, G.J. Weng: *J. Appl. Mech.* **55**, 126 (1988).
- [62] J. Sefurado, J. Llorca, C. González: *Scripta Mater.* **46**, 525 (2002).
- [63] M.L. Dunn, H. Ledbetter: *Acta Mater.* **45**, 3327 (1977).
- [64] A. Bhattacharyya, G.J. Weng: *Appl. Mech. Rev.* **47**, S45 (1994).
- [65] G.Hu: *Int. J. Plasticity* **12**, 439 (1996).
- [66] M. Tane, T. Ichitsubo, M. Hirao, submitted.
- [67] R. Hill: *The mathematical theory of plasticity* (1950, Oxford, Clarendon Press).
- [68] 吉田 総仁: 弾塑性力学の基礎 (共立出版, 1997)