The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	プログラム・ノート　大阪大学大型計算機センターニュース　No.6
Author(s)	
Citation	大阪大学大型計算機センターニュース. 1971, 6, p. 37-39
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/65151
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

⊙ プログラム・ノート

1．ライブラリー・プログラム（一次方程式）の信頼性について

連立一次方程式は，解が不定または不能となる場合を除いて，単一の解をもちます。したがって，解法は一見簡単であるように思われます。しかし実際に数値計算を実行した場合，非常に大きな誤差を生ずることがあります。このような状態になる連立一次方程式は，「ill-condition」であると言われ，有効桁数を限定した数値計算においてしばしば問題になることです。したがって現在のディジタル計算機を用いる限り避けられません。

現在すでに多数の連立一次方程式の数値解を求めるサブルーチンが各所で開発されております。当大型計算機センターにおいてもライブラリー・サブプログラムとして利用者各位に利用していただいております。ところが当計算センターにおいては，これらサブプログラムの信頼性に関する情報は，現在まだ充分に得ていません。このような現状に対して，早急にサブプログラムの整備をはかるため，準備をすすめております。

以上のような理由により，当計算センターにおいて，連立一次方程式サブプログラムの信頼性を検査する方法を考えてきました。ここで信頼性とは，サブプログラム利用者が「要求した精度で，与えた連立一次方程式が正しく解かれたか否か」を確実に知り得ることを意味しております。すなわち，もし利用者の要求する精度を超えた大きな誤差が生じた場合にのみ，その旨情報が出力されれば理想的であると言えます。

したがって，私達は利用しようとする連立一次方程式のサブプログラムについて，その解における誤差が大きくなった場合，このことを知らせる手段が正しく働いているか否かを調べれば良いと考えております。以下，私達の行なった方法について簡単に説明いたします。

今３次元空間内に３平面を考えます(図１)。これら３平面は一点で交わっているとします。

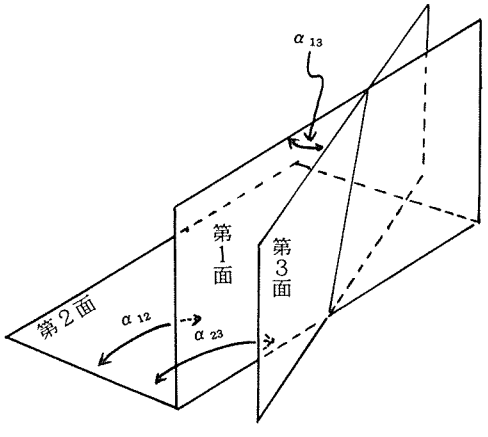

図１

この時，これら3平面は連立一次方程式を形成し，その解は3平面の交点となります。ここで第1平面と第2平面のなす角度をα_{12}とします。同様に第1平面と第3平面は，α_{13}，第2平面と第3平面はα_{23}なる角度をなすとします。そしてこれらの角度の間に，次の関係を仮定します。

$$\alpha_{23}=\alpha_{13}\ (1-\delta)+\alpha_{12}$$

もし，パラメーターδが零であるならば，3平面は一本の直線上で交わります。また$\alpha_{13}=0$となる場合には第3平面と第1平面は重なります。結局$\delta=0$及び$\alpha_{13}=0$は連立一次方程式において解不定の場合に相当します。

私達は，$\alpha_{13}=0$または$\delta=0$なる状態から出発して，α_{13}及びδを除々に増加させ，ill-conditionの問題及びその周辺に，連立一次方程式を系統的かつ機械的に作りました。これら連立一次方程式をサブプログラムに入力して解かせます。そして出力された解と真の解の差をもって「誤差」を調べました。

このように，ill-conditionおよびその周辺において系統的に作られた連立一次方程式を解かせることにより，サブプログラムの出力情報の信頼性を調べることができます。

図2には現在大阪大学大型計算機センターのライブラリー・サブプログラムとして登録されている“SLNEQ 2”に対する検査結果です。入力データはN＝3，E＝1.0E−10としてあります。方程式の未知数の係数および定数の行列A（N，N＋1）は前述のように系統的に作られたものを入力します。ただし，ここでは真の解はX＝1，Y＝2，Z＝3です。図の横軸はα_{13}の大きさをラジアンで示しました。縦軸はα_{13}の各々の場合に対する出力結果の誤差です。両軸とも10を底とする対数で目盛をとってあります。$\delta=10^{-1}$，10^{-4}及び10^{-8}に対する場合の各々の誤差は実線，破線及び一点鎖線で示しました。

図中「⊗」で示されてあるものはINDER＝1の出力があったものです。(INDER＝1は対角要素の絶対値がEより小さくなった場合に出力されます。) INDER＝0の場合は「•」で図に示してあります。この場合，出力された解は正しいものと信じざるを得ません。

図2の結果が示すように，サブプログラムSLNEQ 2は，ill-conditionに対して信頼性は充分とは言えません。他計算センター所有のサブプログラムについても検査を行ないましたが，充分であるか否かに関してはまだ検討の余地があります。当大型計算機センターにおきましては，以後このような方法で連立一次方程式サブプログラムの信頼性を検討してゆく計画です。

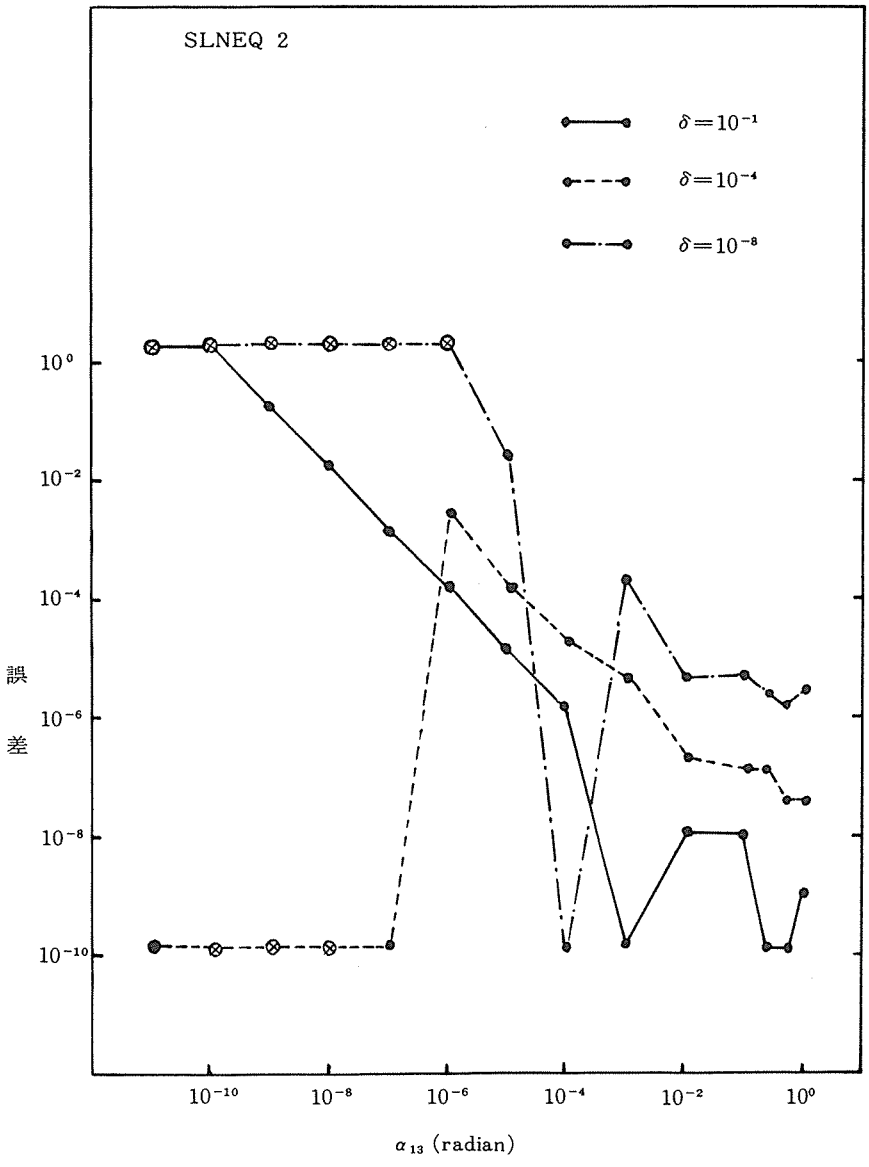
SLNEQ 2
δ=10⁻¹
δ=10⁻⁴
δ=10⁻⁸
10⁰
10⁻²
10⁻⁴
10⁻⁶
10⁻⁸
10⁻¹⁰
誤差
10⁻¹⁰
10⁻⁸
10⁻⁶
10⁻⁴
10⁻²
10⁰
α₁₃ (radian)

図2