

Title	原子炉炉心解析のための大型計算
Author(s)	酒井, 勝広
Citation	大阪大学大型計算機センターニュース. 1983, 49, p. 93-109
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/65568
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

原子炉炉心解析のための大型計算

大阪大学工学部 酒井勝広

エネルギーの安定供給のために原子炉の安全性を向上させることは国家的急務であるが、炉設計の信頼度を高めるためには伝熱・流動解析手法の向上が望まれる。ここにその分野での大型計算機が最も有力な道具であることを示そう。

§ 1 流体力学に於ける数値解析法の歴史的展望と C.F.L の 3 条件

近年計算機の急速な進歩に伴い伝熱・流動問題に関し計算機を用いた数値解析が広範に行われている。特に最近では、従来の決定論的な物理モデルに基づいた数値予測に止まらず、スタンフォード大学の乱流解析のように、乱流変動そのものの直接数値シミュレーションがスーパーコンピュータを用いて行われ、壁面近傍の速度境界層に於ける対数速度分布則を見事に再現し(1)、乱流発生機構を解明するための有力な武器となりつつある。ここに到って、計算機は創造・発見機としての新しい活用の時機にはいつてきていると言えよう。

このような時機にあつて、計算機が出現する以前の 1928 年に遡り、偏微分方程式を離散化された差分方程式で数値的に解く際に、留意すべき事項としてクーラン・フリードリクス・レイビが指適した(2)次の 3 条件を今一度想起してみよう。即ち、1) $(\Delta t, \Delta x) \rightarrow 0$ の時の差分方程式の偏微分方程式への収束性 - 適合性、2) 差分方程式の数値的安定性 (差分方程式の真値からの誤差が減衰する為の $\Delta t, \Delta x$ に対する制約条件 - クーラン条件)、3) $(\Delta t, \Delta x) \rightarrow 0$ の時の差分方程式解の偏微分方程式解への収束性。例えば、対流と拡散を有する線型の移動方程式 $(\partial\phi/\partial t + u\partial\phi/\partial x = \nu\partial^2\phi/\partial x^2)$ に対する陽解法に於いて、時間と空間微分に関し、2 次の精度を有する中心差分式を用いると、いかなる $\Delta t, \Delta x$ に対しても無条件不安定となる。それに対して時間に関し前進差分式を用いると、精度は落ちるが Δt と Δx に関するある制約条件の中で安定性は保障される。前者の場合、精度が良くかつ 1) に関する差分式の適合性が満たされていても 2) の安定性が満たされていない事を示す典型的な例である。又通常適合性と安定性の条件が満足されていれば、3) の収束性は保障される事が示されている。(尚、C.F.L 3 条件に関する詳細は文献 3) の第 1、3 章を参照の事) 更に現実の数値計算では差分式の打ち切り誤差に起因する精度についての検討を 4) 項めに付加すべきであろう。この収束性及び精度を確認する為、通常我々は解析解との比較を行い $(\Delta t, \Delta x) \rightarrow 0$ に対する収束状況をみる事を行っており、これはプログラムの開発上必須事項である。

このように数値計算上重要な留意事項である差分方程式の安定性に関して、計算機の産みの親

でありかつシミュレーション流体力学の開祖(4)とも言われているフォン・ノイマンは、クーラン等の約20年後(～1950)、フーリエ級数法による簡潔で見通しのよい安定性解析手法を編み出し(3)(5)、これは今日広く用いられている。其の後、リヒトマイヤー、ハーロー、フロム等のスーパースターがノイマンの居たロスアラロス科学研究所(LASL)を中心に登場し、シミュレーション流体力学の一時代を構築した。近年彼等の後輩として登場したハートは、流動解析プログラムの標本とも言うべきSOLAプログラム(6)シリーズを、一方アルゴンヌ国立研究所(ANL)のシャーはそれと双壁をなすCOMMIXプログラムシリーズ(7)を作成し、軽水炉、高速炉共に広く解析に用いられている。特にSOLA-PTS及びCOMMIX-IIは、最近軽水炉に於いて課題となっている小口径配管破損時等の加圧条件下に於ける熱衝撃解析に対し、各々米国原子力規制局(NRC)、米国電力研究所(EPRI)の指定プログラムとなっている。

ところで原子炉熱流体力学設計に於いては、上記の基礎流体力学の数値解析手法及び計算機の進歩と両々相まって、原子炉構成機器の複雑かつ特殊性に由来して、伝熱・流動解析手法に関し独特のジャンルを形成し、独自の進歩をしてきている。次に述べるサブチャンネル解析手法はその典型的なものと言えよう。尚流体力学の数値解析法に関する歴史的展望の詳細は文献(3)を参照の事。

§ 2 原子炉熱流体力学設計に於ける解析プログラムの開発状況

原子炉熱流体力学設計に於いては、全運転期間中に於いて、燃料、構造材、冷却材等の炉心温度がそれらの諸特性に由来して決まる安全限界値を越える事がないように、炉心での発生熱量に対する冷却材の除熱特性を確認する必要がある。その為、運転期間中に予測される炉心構造材の変形、製作・組立公差、伝熱、流動パラメータや運転・制御上等の工学的不確かさを考慮して、燃料集合体内のホットスポット解析が行われる。この解析は、原子炉冷却系構成(NSSS)の特性に由来して大略次のステップで行われる。勿論、設計のステップや問題によっては途中のステップから実施される。

1) 原子炉冷却系全体特性解析(ループ解析)

タービン側流体条件、ポンプQ-H特性等を与えて1次冷却系流体条件(流量、温度、圧力)を決定する。このステップで炉容器内炉心部は通常少数チャンネルの簡易モデルが採用され、ループ全体挙動は集中定数系のノート・ジャンクション法により解析される。この種のプログラムとしてCOPD、NATURAL、GENINI(8)(以上三菱原子力)、MIMIR(東芝)、SSC(9)(ブルックヘブン国立研究所(BNL))、RELAP(10)(規制局(NRC))、TRAC(11)(ロスアラロス科学研究所(LASL))等が開発されている。COPDは通常運転時と運転時の異常な過渡変化等の設計基準ベースの事象を対象とした過渡解析、COPDを除く前4者はポンプによる強制冷却機能が完全喪失した場合等の高速増殖炉(FBR)自然循環解析に特

徴を有し、後2者は軽水炉冷却材喪失事故解析プログラムで、特にTRACは2相流に対し熱非平衡、2流体モデルに基づいて炉心部詳細解析を統合したアドバンスドプログラムとしての特徴を有している。

2) 原子炉容器内特性解析 (チャンネル解析)

(i) プレナム部 (下部及び上部プレナム)

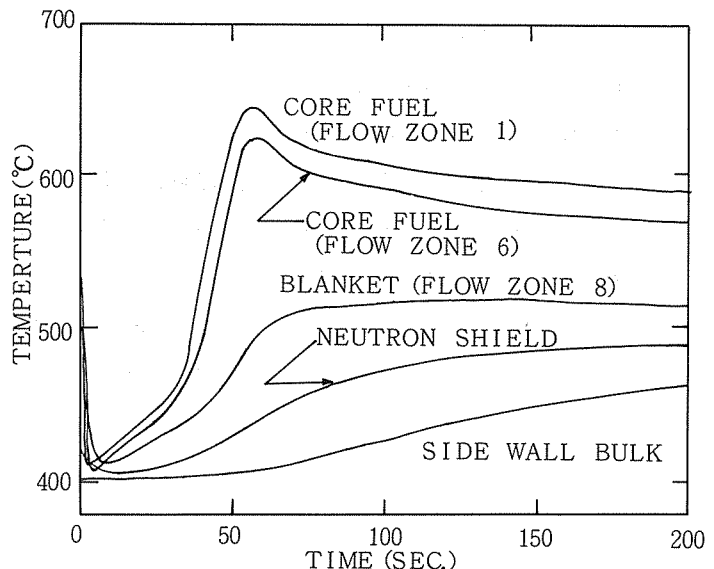
プレナム入口部の冷却材流体条件を与えてプレナム出口部流体条件を決定する。これは通常分布定数系で解析されるが、この部分の熱流力的挙動が重要でない現象に対しては、入力で指定されたストリームラインに基づいて集中定数系で解析される。

(ii) 燃料集合体部

集合体入口部流体条件を与えて、1集合体を単位流路 (チャンネル) とし、集合体内の燃料ピン及び冷却材は各々同一の温度変化をするという集中定数系で集合体、リークフロー等各種流路間の流量配分及び温度分布を決定する。

プレナム部分布定数系解析コードとして SOLA (LASL)、COMMIX (ANL)、UNDINE (2) (阪大)、SWALLOW (3) (三菱原子力) 等が、プレナム部と集合体部を統合した炉容器内解析コードとして ORIFS (4)、ORIFS・TRANSIENT (5) (以上三菱原子力)、RCT (6) (阪大)、2TD (東芝) 等が開発されている。RCT及びORIFS・TRANSIENTは冷却材浮力が流量配分を決定する上で重要となる自然循環時等の低流量域に於いて、伝熱・流動のカップリング効果を取り入れたマルチチャンネルでの流量再配分評価を行い、特にRCTは集合体間の熱移動による熱量再配分評価も可能である点に特徴を有している。

一般電源の他に非常用電源も喪失した全電源喪失事故時 (喪失して約1秒後にスクラム) に、原型炉クラスの高速炉を対象としたRCTプログラムによる解析の1例を次1図に示す。



第1図 全電源喪失事故時、燃料集合体出口部冷却材温度の過渡変化 (16)

3) 燃料集合体内特性解析 (サブチャンネル解析)

燃料集合体に流入する流体条件を入力して、サブチャンネル (隣接燃料ピンによって囲まれる最少流路を言う) 単位の集中定数系を用いサブチャンネル間の質量、熱量、運動量のバランスを解いて、集合体内流速分布、温度分布を求める。このサブチャンネル解析では、ナビヤ・ストークス方程式に於ける粘性拡散項を、圧損係数の入力値とサブチャンネル流路等価直径に基づいて評価する。(以下これを等価直径モデルと呼ぶ) 一方分布定数系では、粘性拡散項を陽に扱い固体壁面上で粘着 (流速ゼロ) の境界条件を課す事によって評価する。両者 (集中定数系と分布定数系) の数値計算上の基本的な違いはここにある。しかしながらこのサブチャンネル解析は、ノミナル特性だけでなくピン湾曲時や1部流路閉塞時等に集合体内全域の熱流力特性を評価する設計上の重要な手法として確立されてきたものである。

この種の初期のプログラムとしてCOBRA-I、II (7) (バットル・ノースウエスト研究所 (BNWL))、THINC (8) (ウェスチング・ハウス社 (W・H))、MIX-MARK II (9) (三菱原子力)、DYNA (20) (日立)、THI-3D (ANL)、近年ではRESTAC (21) (ランド社&カリフォルニア大学)、SABRE 2 (22) (英国)、COBRA-IV (BNWL)、SALOB (23) (阪大)、UZU (動燃)、FLOWER (三菱原子力) 等、各国・各社で精力的に開発されてきた。初期のプログラムでは垂直軸方向主流条件の下に水平方向運動量保存式の対流項に近似式が用いられていたが、近年のプログラムではこれを近似せず、又運動方程式を解く際に分布定数系プログラムで用いられている圧力反復法 (6) (質量と圧力の同時修正を逐次的に行う)、あるいはその修正法が採用され、閉塞物下流部ウエイク領域での再循環流の解析が可能となっている。又初期のプログラムでは、例えば燃料バンドル出口で圧力一様の境界値問題として運動方程式を解くTHINC系統のプログラムの場合、水平方向クロスフローの流動抵抗係数がある程度以上大きくないと不安定性を生じ、一方初期値問題として解くCOBRA系統のプログラムの場合、抵抗係数としての物理的意味はうすれ、ある範囲の中に無いと不安定性を生じる (24) という欠点があった。しかしながら圧力反復法の採用によりこの問題は解決されており、ここにサブチャンネル解析手法の進歩を見る事ができる。

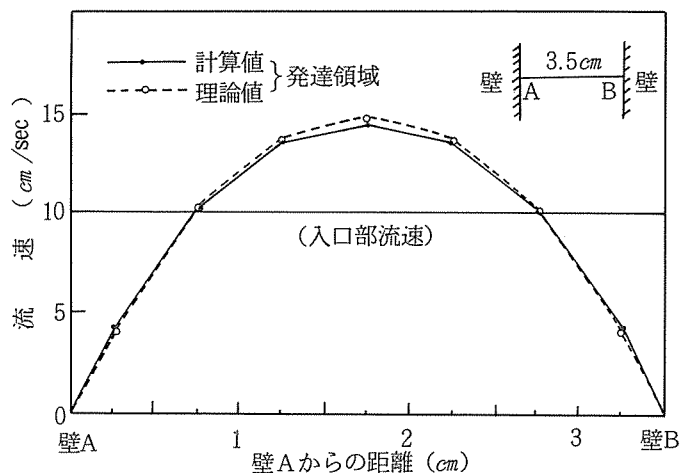
ところで従来のサブチャンネルプログラムの等価直径モデルでは、集合体周辺サブチャンネルの等価直径が一般に内部サブチャンネルより大きい為、流動抵抗が小さくなり周辺部流速が内部に比べて一般に大きくなる。近年測定技術が進歩し、ワイヤスペーサ型集合体内の局所流速分布がローレンツ (アルゴンヌ国立研究所 (ANL)) 等によって詳細に測定された (24)。その結果、周辺部と内部の軸方向平均流速は殆んど等しいという結論が得られ、更に彼は、従来の等価直径モデルは見直しが必要であるという指適を行い、それまで等価直径モデルを唯一の寄りどころとしていた熱設計屋に対しショックを与えると共に、熱流力設計上大きな問題となった

時機があった。ほぼ同じ頃トドreasを中心とするMITグループからも高レイノズル数域で同じ傾向のデータが発表された²⁶⁾。一方、ノヴエンドスターン（ウエンチングハウス社、W・H）²⁶⁾とレーメ（カールスルーエ大学）は、ワイヤスペーサ型集合体の垂直軸方向圧損を評価する際、ワイヤスペーサに浴う旋回流成分によるモーメントの変化を考慮に入れた新しい圧損評価モデルを提案した。FLOWERプログラムではこの新しい圧損評価モデルを取り入れ、ラツパー管内に浴うスワールフローの発達によって周辺部軸方向流速が抑えられる結果、実測値に近い流速分布を得ている。この流速分布の問題は、著者が我が国の高速増殖（FBR）原型炉“もんじゅ”の設計を通して得た貴重な経験である。即ち、それ以前の圧損式（例えばサンクスターの式²⁷⁾）による等価直径モデルでは、集合体内の流速分布を表す指標である周辺流れ係数¹⁴⁾（これは大略集合体内冷却材温度上昇の最大対平均に対応する熱流力設計上重要なパラメータ）は約1.17となるのに対し、新しいモデルでは約1.13となる。その結果約4%の設計マージンの低減又は炉心性能向上が可能となり、設計の大きな進歩が実現した次第である。

4) サブチャンネル内局所解析（ホットスポット解析）

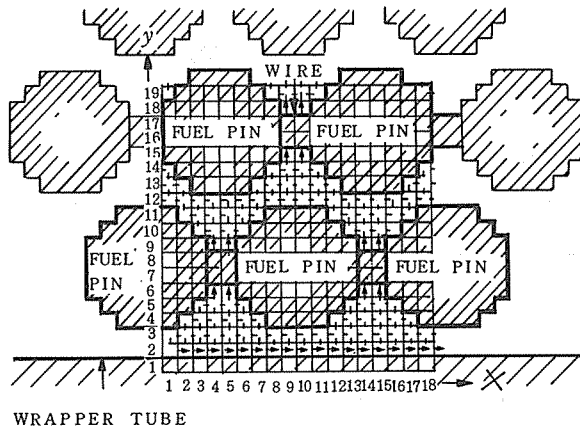
少数サブチャンネルを対象とし、サブチャンネルに流入する流体条件を与え、サブチャンネル形状・配置の幾何学的対称性に基づく熱・流力的対称条件を用いて、分布定数系によりサブチャンネル内の局所・伝熱・流動特性を評価する。これは、サブチャンネル内のホットスポット解析の他、ワイヤスペーサによって誘起される旋回流等の測定困難な局所的な質量輸送や熱輸送量の詳細評価を行いサブチャンネルプログラムに於ける隣接サブチャンネル間の各種グローバル輸送パラメータの改良に資する目的も有している。この種のプログラムとして解析的手法を主体としたTHD²⁸⁾

（三菱原子力）、VELASCOC²⁹⁾（カールスルーエ研究所（KFK）、研究者としてアックスフォード³⁰⁾、ドワイヤー³¹⁾（ブルックヘブン研究所）、有限差分プログラムとしてUNDINE¹²⁾（阪大）、SWALLOW¹³⁾（三菱原子力）、SPOTBOW（東芝）、TDA（阪大）等



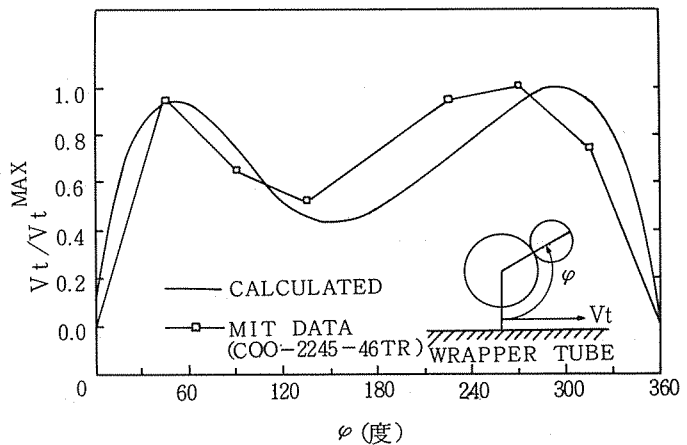
第2図 平行壁間層流に対する計算値と理論値の比較

が開発されている。解析例として、TDAプログラムによる平行壁間2次元層流の十分発達した流れに対する理論値との比較を第2図に、SWALLOWプログラムによるワイヤスペーサ型集合体内旋回流等の局所流速分布を第3図に示す。



5) 乱流解析を取り入れた詳細熱流力解析

通常の熱設計では、以上4つのステップで終了されるが、これらのプログラムでは渦による運動量輸送に関して、平均流の速度勾配に比例する渦粘性モデルやプラントルの混合距離モデルが採用されているので、渦拡散係数を何らかの方法（実験又は理論解析）で評価し入力しなければなら



第3図 周辺サブチャンネル部流速分布

い。この束縛を解除する

為に、乱流解析を陽に取り入れ渦による運動量及び熱輸送をコード内で評価しうる詳細コードとして、2方程式の乱流モデル（ $k-\epsilon$ モデル）を取り入れた SOLA-PTS、COMMI X-2、VARR-II等が開発されている。

更に高次の乱流モデルが提案されているが、これらはいずれもナビア・ストクス方程式に対し時間的平均

処理を行った平均流場の所謂レイノルズ方程式に基づいており、更にその平均流場と乱流場を関連づける何らかの輸送・拡散モデルが導入されている為、通常十数個のパラメータを含んでいる。これに対し、ナビヤ・ストークス方程式の時間平均処理を行わず局所空間平均処理を行い（レオナード方程式）、乱流場を小スケールの渦と大スケールの渦とに分けて取扱うL.E.S（ラージ・エディ・シミュレーション）モデルが、スーパーコンピュータの出現と共に最近特に注目を集めている（モイン&キム(1)、デアドロフ(2)）。小スケールの渦は大スケールの渦に対して粘性的な作用をすると考えられる事から、渦粘性モデルが導入され、そして大スケールの渦の運動に関するレオナード方程式を流れ場の境界条件に基づいて数値計算する事によって、大スケール渦の時々刻々の変動が求められる。この情報に基づいて例えば2重速度相関をとる事によって、レイノルズ方程式から出発する際に必要なレイノルズ応力等が得られるわけである。

このL.E.Sモデルは、初期の輸送モデルと違って、含まれるパラメータは1ヶだけであり、しかもその値が結果に与える影響は小さいという利点をもっている。今の所、計算機能力の制約から単純形状の流れに対し、流体力学の基礎研究の分野で用いられているが、今後、計算機の大規模化、高速化に伴い原子力工学の分野でも応用されてくるものと思われる。

更に、時間及び空間に関する平均処理を一切行う事なく、ナビヤ・ストークス方程式を直接数値計算する（ダイレクト・シミュレーション）アプローチが、MITのオルグザグ等により、フーリエ変換法を用いて精力的に進められている。これは、乱流機構に関する何らのモデルを持ち込まないので、未知パラメータを含まないという大きな利点をもっている。しかしながら実際の数値計算では、フーリエ変換する際のカットオフ波数のとり方が計算機能力に依存して律則され、特に高レイノルズ数の乱流解析は今後の計算機の発達に依存するところ大と思われる。

6) 伝熱専用の汎用プログラム

以上の伝熱・流動解析プログラムの他に、伝熱問題専用の汎用プログラムとして、HEATING III（オークリッジ研究所（ORNL））、TAC3D、HEAT3D（阪大）等が開発されている。HEAT3Dは当研究室と溶接工学科との共同作成による定常・過渡時3次元伝熱解析プログラムで、克蘭ク・ニコルソンスキームによる有限差分式をSOR反復法で解いておりいくつかの境界条件が入力で指定できる。又可変ディメンジョンでプログラムされているのでコアレーションの合理化や、他のプログラムの中でサブルーチンとしての利用も容易である。2次元無限平板上にステップ状の温度分布を与えた後の、温度の過渡変化に対する理論値と、2種の差分スキームによるHEAT3Dの計算値の比較を第4図に示す（克蘭ク・ニコルソンスキームはラオーソネンスキーム（後退差分法）に比べ精度の点で優れている事がわかる。

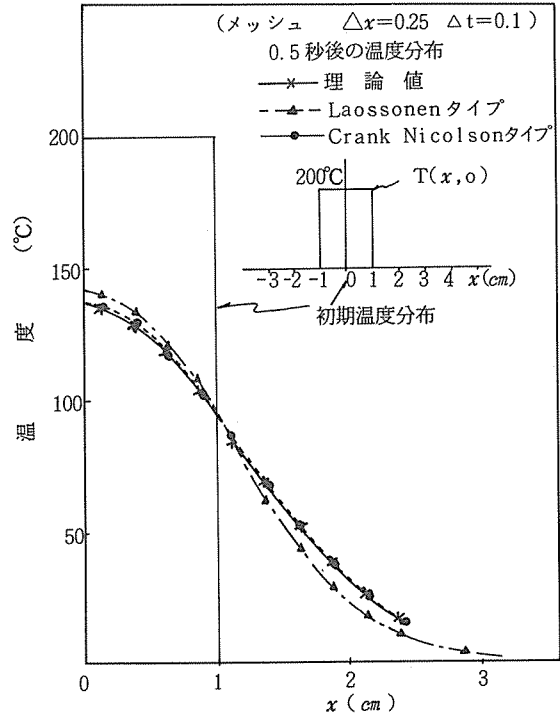
(逆に精度を同じにするならば時間ステップをより大きく取る事ができる)。HEATINGⅢは燃料ペレットが偏心したり、1部欠けた場合や、スパーサワイヤが燃料ピンと接触している部分に於ける局所温度上昇3等の3次元温度解析に用いられている。

7) 炉心変形解析

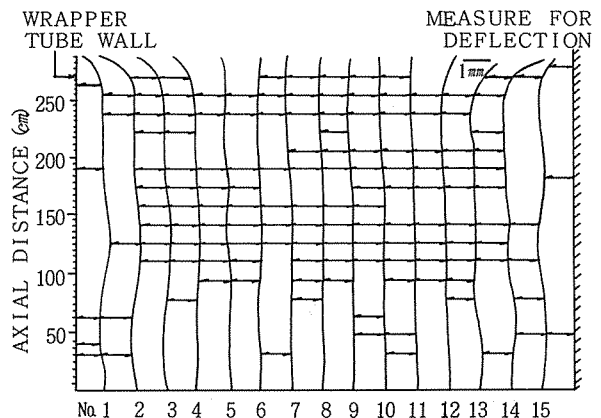
上記の伝熱・流動解析プログラムに関連して、炉内の温度分布や中性子束分布に起因する燃料ピン湾曲によるホットスポット温度や相互接触力等の応力評価を行う為に、ピン群の湾曲モード解析プログラムとサブチャンネル解析プログラムを結合した炉心変形解析プログラムとして、MULTIBOW-3 DB4 (三菱原子力) や SHADOW (日立) 等が開発されている。前者はガタ系状態であるワイヤスペース型バンドルに於いてピン同志の相互干渉による3次元での力学的平衡状態をたわみ性マトリックス法により精度良く求めている点に特徴を有しており、ピン本数が大きいバンドルでは多くのコアメモリを要する欠点があるが、グリッド型集合体のピン湾曲問題に実績を積んでいるマキアヴェリイ

とベチス (英国リズレー研究所) の論文35の中でも引用されている。又燃料集合体の湾曲解析プログラムとしてKEA (三菱原子力) やBEACON (日立) 等が開発されている。

ピン湾曲による温度上昇を考慮するホットスポ



第4図 HEAT3Dプログラムによる温度計算値と理論値の比較



第5図 ワイヤスペース型燃料ピン湾曲モード (34) (矢印は相互干渉点を示す)

ットサブファクターは熱設計上重要な評価項目の1つである。我が国の高速原型炉“もんじゅ”の設計の当初、これを評価するプログラムがなかった為、湾曲モードについて極めて保守的なモデルを設定しそれに工学的判断を加味して4.5%と設定したが、その後MULTIBOW-3Dプログラムによる詳細解析により約3%に設計マージンの低減が可能となった。これも、“もんじゅ”の設計を通して得た高速炉設計技術の進歩に関する著者の貴重な経験である。本プログラムによるピン湾曲解析の1例を第5図に示す。

8) 燃料ピン挙動解析

燃料ペレットの照射による組織変化や被覆管、ペレットの温度及び応力評価を含む燃料ピン挙動詳細解析プログラムとしてLIFE（アルゴンヌ研究所（ANL））、CYGRO（ウエスチング・ハウス社（W・H））、FIBER（三菱原子力）、ACTIVE（動燃）等が開発されている。これらは、温度・応力評価だけでなく照射による燃料ペレットの再結晶等の組織変化を解析する点に特徴を有している。特に高速炉に於いてはその起動時になるべく早く再結晶化が進行し、中心空孔が形成されるよう出力上昇方案の最適化を行う事が考えられており、この解析に上記のプログラムが用いられている。

9) 信頼性解析

伝熱・流動解析とは直接分類を異にするが、原子炉熱設計に於けるホットスポット解析に関連して、炉心全域の確率相関を考慮に入れて信頼性評価を行う多点信頼度評価プログラムとしてSHOSPAB6（カールスルーエ研究所（KFK））、SHOPA-MB7（三菱原子力）等がある。これは、ノミナル最高温度1点でのみ3σの評価を行う通常の評価法と異なり、炉心全域の全ての温度評価点が同時にあるクリテカル温度を越える事のない確率即ち信頼度を評価する事ができる。更に、炉心内Nヶの温度評価点が同時にクリテカル温度を越える事のない確率評価も近年提案されておりB8B9、多点信頼度に関する全ての情報を得る事ができる。この多点評価手法を実機の設計に適用している例（但し、N=0）としては、現在西独（高速炉SNR-2）だけであるが、通常の1点評価と異なり、信頼性評価に関する数学的取扱いが厳密であり、今後合理的な信頼性評価手法として有望視される。

又通常のホットスポット解析では、不確定因子の変動による温度の変動は線型である事が仮定されているが、例えば燃料ペレットの熱伝導率はその設計公称値（ノミナル値）から減少すると、ペレット温度の上昇により、ペレット組織変化が進行したり、熱伝導率自身が向上（大略2,000℃以上のところで）する等の非線形効果により、線型近似の場合に比べてホットスポット温度はより低減される。このような非線形効果を合理的に取り入れて信頼性評価を行う為に、不確定因子の変動をその分布形状に基づいてモンテカルロ法によりシミュレートするRUMDUM40（三菱原子力）プログラム等が開発されている。

10) 想定事故解析

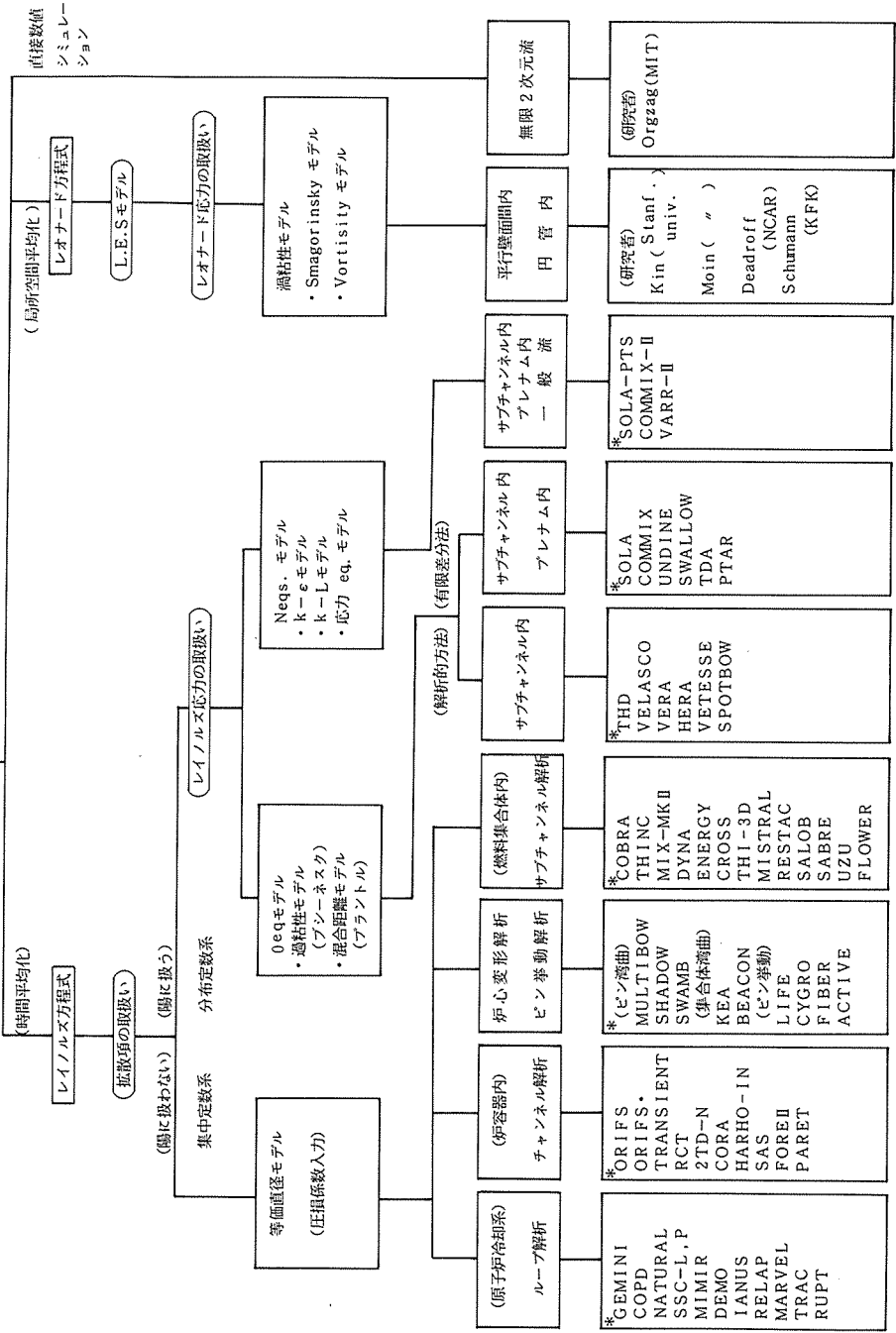
以上のプログラムは1部を除いて殆んどが、設計基準ベースの事象(DBA)を解析対象としたものであるが、その他DBAを越えた所謂想定事故(ATWS)としての高速炉炉心崩壊事故(HCDA)解析プログラムとして、その起因フェーズに対するSASシリーズ、機械的炉心分解に対するVENUSシリーズ、その後の蒸気泡の挙動解析に対するSIMMERシリーズ等の大型プログラムが開発されている。一方軽水炉のATWS解析用プログラムとして、冷却材喪失事故に対しては、既述のRELAP、TRAC等が、反応度事故に対してはCHIKIN、PARET、TWINKLE(ウエンチングハウス社(W・H))等がある。特にTWINKLEは中性子束の時間・空間変化に対して2群3次元非定常拡散方程式を解く空間依存動特性解析用の大型プログラムである。

以上、見てきたように原子炉熱流解析プログラムは、原子炉冷却系全体挙動を解析するシステムプログラムと、その結果を入力して漸次より小さい領域をより詳細に解析するコンポーネントプログラムとの有機的結合を図る事によって計算の合理化を図る一方、TRACプログラムに見られるように厳密なモデルに基づいた単一プログラムにより総合的な解析を指向するものがあり、今後のプログラム開発の方向を示していると言える。

以上述べた開発プログラムの分類は、特に設計基準ベースの事象を評価対象としている上記のステップ1)～4)については解析対象範囲の違いに基づくものであるが、これは結局ナビア・ストークス方程式に対する近似の違いと密接に関係しており、これら両者の観点から原子炉熱流解析プログラムを分類してみると第6図のようになる。

第6図 原子炉熱流解析プログラムの分類

* 解析プログラム名



§ 3 高速・大型計算機と高速数値計算法の開発の必要性

高速演算かつ大記憶容量の計算機及びそれと並行して、加速計算法等のハード、ソフト両面での開発の必要性は原子炉の設計に限らず一般的に叫ばれている事であるが、ここにそのターゲットを具体化する為に、ニーズを定量的に示そう。

原子炉熱流体力設計に於いては、安全性確認に関する信頼性向上の為、種々のモックアップ試験に基づく各種相関式の精度向上と共に、一方相関式やモデルをなるべく導入しないで済ませるべく詳細解析プログラムの開発が並行して行われている。乱流場の直接数値シミュレーションは云うまでもないが、燃料ピン群の湾曲解析プログラムMULTIBOW-3D、2相流に対して熱非平衡、2流体モデルを採用しているTRACや空間依存性を取り入れた多群・多次元の動特性プログラムTWINKLE等は、物理現象をなるべく忠実に再現するように意図されたアドバンスドプログラムを指向している。このような詳細プログラムでは必然的に必要な記憶容量や計算時間は増大する。例えば円管内乱流場の直接数値シミュレーションの場合、最少スケールの渦にまで領域を分解するには、ハートの試算⁴⁾によるとレイノルズ数が 10^4 の時約 3×10^7 ケのメッシュ数を必要とする。従って彼は現有(1969年当時)の計算機では実行不可能であると述べている。ごく最近、スタンフォード大学のモーイン等は、渦を大・小2つのスケールに分け、小スケールの渦については渦粘性モデルを用いて計算の合理化を図る所謂LESモデルに基づいて516,096ケの格子点を取り、スーパーコンピュータILLACIVを用い約80時間をかけて平行壁面間内流れの乱流解析を行った⁽¹⁾。もしこれをACOS-1000で実行すると数千時間を要することになる。MULTIBOW-3Dプログラムを用いて原型炉クラスの高速度燃料集合体に対しフルバンドルの解析を行う為には数千メガバイトのリージョンサイズと日のオーダーの計算時間を要する。米国で開発されたTRACコードの場合、加圧水型炉の冷却材喪失事故に対する標準的な1ケースにCDC-7600で30時間を要している。又高速炉の想定事故解析用プログラムSAS-VENUS-SIMMERによる標準1ケースの計算は現代新鋭機で、日のオーダーの計算時間を要している。従って、今後高速演算・大容量の計算機の開発と共に、加速計算法等の高速計算を指向した新しい数値解法の開発が必須となってくる。この際に、§1に示したC.F.Lの条件に留意しなければならない事は勿論である。即ち、計算時間の短縮化のみならず、安定性及び解の精度が損なわれないように留意する必要がある。

§ 4 加速計算法

1) 展 望

拡散型偏微分方程式の陽解法に於ける典型的な加速法としてSOR法やTDM(tri-diagonal-matrix)法が、陰解法に於いては、ポアソン方程式に対するfast-poisson-solv

er 法や fast-matrix-transpose 法等がある。対流項と拡散項を含むナビア・ストークス方程式の場合、一方向主流を有する流れの場合に有効な放物流近似解法や、速度補正係数とセル境界パラメータを導入して圧力反復を加速する方法⁴²等がある。

以下では、主として我々の研究室で開発してきた加速法の概要について述べる。

2) ナビア・ストークス方程式の加速計算法⁴²

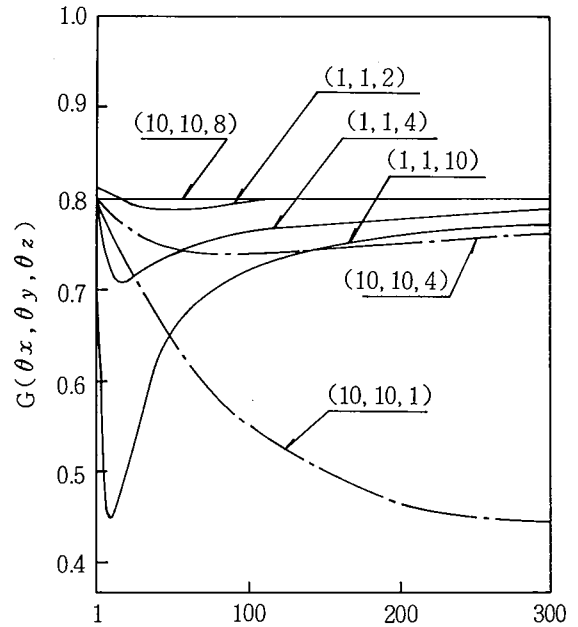
定常流の解法には、非定常問題の暫近解として得るものと、定常状態の方程式を直接解くものとがある。前者のタイムマーチング法はその収束過程の物理的な解釈が容易な事、又必要に応じて非定常解も得られるという利点をもっており、SOLA、COMMI Xを始めUNDINE SWALLOWプログラム等、近年好んで用いられている。このタイムマーチング法では質量保存の式を満たす為の $(l+1)$ 回目の圧力反復に於いてセル (i, j, k) の圧力 P 、速度 (u, v, w) に対し、質量残差量 $(\text{div } u)$ に比例した下記のような同時修正を行う。

$$\begin{aligned}
 (p_{i,j,k}^{n+1})' &= (p_{i,j,k}^n)' + (\delta p_{i,j,k}^n)', & (u_{i+\xi,j,k}^{n+1})' &= (u_{i+\xi,j,k}^n)' \pm C_x \left(\frac{\delta t}{\rho \delta x} \right) (\delta P_{i,j,k}^n)' \cdot \gamma_{i+\xi,j,k}, \\
 (\delta p_{i,j,k}^n)' &= -\Delta \tau_{i,j,k} (\nabla \cdot v_{i,j,k}^n)', & (v_{i,j+\zeta,k}^{n+1})' &= (v_{i,j+\zeta,k}^n)' \pm C_y \left(\frac{\delta t}{\rho \delta y} \right) (\delta P_{i,j,k}^n)' \cdot \gamma_{i,j+\zeta,k}, \\
 \Delta \tau_{i,j,k} &= \omega / \delta t A, & (w_{i,j,k+\zeta}^{n+1})' &= (w_{i,j,k+\zeta}^n)' \pm C_z \left(\frac{\delta t}{\rho \delta z} \right) (\delta P_{i,j,k}^n)' \cdot \gamma_{i,j,k+\zeta}; \\
 A &= \frac{C_x}{\delta x^2} (\gamma_{i+1,j,k} + \gamma_{i-1,j,k}) + \frac{C_y}{\delta y^2} (\gamma_{i,j+1,k} + \gamma_{i,j-1,k}) & \text{if } \xi = 0, \quad \zeta = +1, \\
 &+ \frac{C_z}{\delta z^2} (\gamma_{i,j,k+1} + \gamma_{i,j,k-1}), & \text{if } \xi = -1, \quad \zeta = -1.
 \end{aligned}$$

上式で、 C 及び γ は加速の為に導入されたパラメータで、 ω はSOR反復法に於ける通常の加速因子である。 $\gamma_{i,j,k}$ はセル (i, j, k) が流体の時1、非流体セルの時0と定義する。この γ -ファクターを用いる事によって、隣接セルが非流体領域の場合の粘着性に関する速度境界条件(厳密には法線成分)を圧力反復の過程で圧力の補正に陽に取り込む事ができるので収束がより加速される。 C -ファクターは空間メッシュサイズ比が各方向で大きく異なる場合、例えば $\Delta Z \gg (\Delta x, \Delta y)$ の時、緩和因子 $\Delta \tau$ は $\Delta x, \Delta y$ の項だけで決るので Z 方向の情報が圧力及び速度補正に加味されず、 Z 方向の流れが発達しにくいという圧力反復法の欠点をカバーする為に導入されたものである。この C -ファクターの導入は、SOR反復に於ける加速因子 ω に対する安定性条件 $(0 < \omega \leq 2)$ に何ら新たな制限を与える事なく即ち $C \cdot F \cdot L$ の条件にうたわれている安定性条件を損う事なく反復を加速できるという利点をもっている。

$(10 \times 10 \times 10)$ のメッシュ体系に於いて、圧力反復に於ける真値からの誤差の増幅係数 G ($\theta_x, \theta_y, \theta_z$) (これはフォンノイマンの安定性解析手法に基づいて文献⁴²の(5)式によって与えられる)の C -ファクター依存性を第7図に示す。

フレンケル(44)によると、誤差の減衰は最大又は最少のフーリエ成分が最も緩慢であるので、上図はこれら最大・最小成分のいくつかの組み合わせについてその C_z 依存性を見たものである。上図より、 C_z を1より大きくする事により増幅係数はより減少する。即ち収束性が加速される事が判る。質量残差量の打ち切り誤差を $10^{-3}/\text{sec}$ にした場合に要する回数は、 $C_z=1$ の場合に比べ、 $C_z=200$ を用いた場合、約 $1/100$ と大幅に減少した。



第7図 増幅係数の C_z 依存性 (n_x, n_y, n_z) は $\theta_x = (\pi/10) n_x, \theta_y = (\pi/10) n_y, \theta_z = (\pi/10) n_z$ で定義されている。

3) 拡散型偏微分方程式の加速計算法43

拡散方程式の例として次の熱伝導方程式を考えよう。記号は通常の規約に従う。

$$\partial(\rho CT)/\partial t = \text{div}(k \text{grad} T) + Q, \quad (T = \text{温度}, k = \text{熱伝導率}) \quad (1)$$

今、2次元の直角座標系に於いて、着目セル (i, j) と隣接セル $(i' = i \pm 1, j)$ との境界に於ける熱流束の連続条件を用いるとセル (i', j) からセル (i, j) への入する熱流束 $q_{i,j}^{i',j}$ は次式で与えられる。

$$q_{i,j}^{i',j} = \frac{S_{i,j}}{\left(\frac{\Delta x_{i/2}}{k_{i,j}}\right) + \left(\frac{\Delta x_{i/2}}{k_{i',j}}\right)} (T_{i',j} - T_{i,j}), \quad S_{i,j}^{i',j} = \text{伝熱面積} \quad (2)$$

従って、偏微分方程式(1)の近似解は次の有限差分式によって与えられる。

$$[(\rho CT)_{i,j} - (\rho CT)'_{i,j}] \Delta V_{i,j} / \Delta t = \sum_{(N.N.C)} q_{i,j}^{i',j} + Q_{i,j} \Delta V_{i,j} \quad (3)$$

上式は着目セル (i, j) とその最近接セル (N.N.C) の温度で表わされているが、若干の代数計算の後、次の近接セル (N.N.N.C) の温度を用いて書き直す事ができる。この差分スキームを用いると、約半数の変数を用いて、精度を損う事なく数値計算を行う事ができ、同時に計算時間の短縮が可能となる。又リーマン法を用いたSOR法の場合、加速因子 ω に対する安定性の条件は通常の最近接セルを用いる場合の差分スキームと同じ ($0 < \omega \leq 2$) で、即ち安定性に関して特に制約を受ける事はない。更に、陽解法で過度計算を行う場合の時間ステップ Δt の許容最大値は、通常の差分スキームに比べて $2(1 + \beta^2)^2 / (1 + 4\beta^2 + \beta^4)$ 倍大きな

値が許容されるという利点を有している（ここで $\beta = \Delta x / \Delta y$ ）。例えば $\beta = 1$ の場合（ $\Delta x = \Delta y$ ）、4 / 3 倍大きな Δt が許容される。 $\beta \rightarrow 0$ 又は ∞ の時、2 倍の Δt が許容される事になるが、この極限のケースは 1 次元問題に対応する場合で、この時隣接セルの温度はインプリツシットに処理されているので、通常のスキームに比べ、2 倍の拡散時間をもってると解釈できる。

尚本手法は拡散方程式だけでなく一般的な線型微分方程式に適用可能である。

4) 炉容器内伝熱・流動解析に於ける加速計算法⁴³

近年、特に TMI 事故以来、プラントの信頼性向上の観点から、ボニーモータに対する非常用電源も喪失した所謂全電源喪失事故のように、ポンプによる強制冷却機能が完全喪失した場合に、プラント自然循環だけによる炉心崩壊熱除去能力に対する長時間の解析・評価が重要な課題となってきている。このような事故時に於いては、プラント全体の自然循環特性評価と同時に、極低流量時に於ける炉容器内の詳細な伝熱・流動特性の把握が重要であり、両者は相互に影響し合う現象である。このような低流量時に於いては、通常定格運転状態の熱設計では無視する事ができる伝熱・流動のカップリング効果が炉心特性評価上重要となる。その具体的な現象として、冷却材浮力やラッパー管壁を通しての熱移動効果に起因する炉内冷却材流量再配分及び熱量再配分がある。その為、炉内全チャンネル間に渡って、熱・流力的更に核的カップリングを考慮した長時間の過渡解析を行う必要があり、計算時間及びコアメモリ共膨大なものとなるので、加速計算法等数値計算法の開発は急務となっている。その為、我々は最近上記のカップリング効果を取り入れた高速炉内伝熱・流動過渡解析に関する加速計算法を開発した。本手法の第 1 の特徴は、エネルギー保存則に基づく解析的關係を用いて、燃料ペレット、被覆管、冷却材、ラッパー管等炉容器内全領域のエネルギー保存式を、集合体内の冷却材温度だけを含む方程式に還元している点にある。更に、その還元された方程式を、前述 2) の加速計算法を応用して、着目セルとその次の近接セルの温度だけを含む新しい差分スキームに変換する。この 2 段階に渡る還元操作によって数値計算上直接処理する変数の数は大巾に減少するので計算時間の短縮が可能となるわけである。

(参 考 文 献)

- (1) P.Moin and J.Kim, Numerical Investigation of Turbulent Channel Flow, J. Fluid Mech. 118 (1982) 341 - 377.
- (2) R.Courant, K.O.Friedrichs and H.Lewy, On the Partial Differential Equations of Mathematical Physics, IBM Journal, March, (1967) 215-

234.(English translation)

- (3) P. J. Roche, "Computational Fluid Dynamics," Hermora Publishers, (1976). (日本語訳 構造計画研究所刊 (1978))
- (4) 築山洋, "シミュレーション流体力学入門," 構造計画研究所, (1980).
- (5) G.G.O'Brien, M.A.Hyman and S.Kaplan, A study of the Numerical Solution of Partial Differential Equations, J. Mathematics and Physics, 29 (1950) 223 - 323.
- (6) C.W. Hirt, B.D.Nichols and N.C.Romero, LA-5852, (1975).
- (7) W.T.Sha et al., ANL-81-10, (1980).
- (8) K.Sakai and M.Yano, PNC SJ 206 82-15, (1982).
- (9) A.K.Agrawal et al., Nucl. Eng. Des., 66 (1981) 437.
- (10) K.V.Moore et al., ANCR-1127, (1973).
- (11) LASL Safety Group, NUREG/CR-0063, (1978).
- (12) Y. Sonoda et al., Tec. Rep. Osaka Univ. (1982) 205-212.
- (13) H.Hishida, K.Sakai and S.Ozaki, Nucl. Eng. Des., 67(1982) 359-372.
- (14) K.Sakai and H.Hishida, Nucl. Eng. Des., 44 (1977) 235.
- (15) K.Sakai et al., Nucl. Eng. Des., 73 (3) (1983) 373-404.
- (16) K.Sakai and T.Sekiya, Tec. Rep. Osaka Univ., 33(2) (1983).
- (17) D.S.Rowe, BNWL-1695, (1973).
- (18) H.Chelemer et al., WCAP-7015, (June 1967).
- (19) 酒井、手塚、日本原子力学会 年会 (1982).
- (20) S.Hirao and N.Nakao, Nucl. Eng. Des., 30 (1974) 214-222.
- (21) L.S.Yao et al., Nucl. Eng. Des., 44 (1977) 43-51.
- (22) J.D.Macdougall, AEEW-R1104
- (23) 酒井、伝熱・構造コード委員会資料, (1972).
- (24) J.J.Lorenz and T.Ginsberg, Nucl. Eng. Des. 40 (1977) 315-326.
- (25) N.E.Todreas, COO-2245-10, (1974).
- (26) E.H.Novendstern, Nucl. Eng. Des. 22 (1972) 19-27.
- (27) W.A.Sangster, ASME Paper 68-WA/HT-35, (1968).
- (28) H.Hishida, Nucl. Eng. Des., 26 (1974) 408.
- (29) W.Eifler and R.Nijising, ISPR, (1972).
- (30) R.Axford, Nucl. Eng. Des., (1967) 25.

- 31 O.Dwyer, Nucl. Eng. Des. , (1972) 273.
- 32 J.W.Deardorff, J Fluid Mech., 41 (III)(1970) 453-480.
- 33 館野、酒井、日本原子力学会 10月(1974) E21.
- 34 K.Sakai, Y.Okubo and H.Hishida, Nucl. Eng. Des. , 48(1978) 595.
- 35 G.MCAREAVEY and C.Betts, IAEA Specialist Meeting at Karlsruhe, (1979).
- 36 A. Amendola, EUR 3687e(1970).
- 37 K.Sakai and R. Ozaki, MAPI internal memo 20-CD2003 (1972).
- 38 P. Arnsberger and M. Mazumdar, Nucl. Sci. Eng. , 47(1972)140.
- 39 K.Sakai, MAPI internal memo ZO-CD-4012 (1971).
PNC Report 高速原型炉“もんじゅ”1次設計書, 7-125 (1972).
- 40 酒井他、日本原子力学会、10月(1974) E21.
- 41 C.W.Hirt, Phys. Fluid, Supple. II, (1969) II 219.
- 42 K.Sakai, J. Comput. Phys., 40 (2) (1981) 509.
- 43 K.Sakai and T.Sekiya, J.Comput. Phys. (in Press).
- 44 S.P.Frankel, Math Tables and Other Aids to Computation, 4(1950)65.