OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	あいまいな知識の表現と利用
Author(s)	馬野, 元秀
Citation	大阪大学大型計算機センターニュース. 1985, 58, p. 55-65
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/65659
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

あいまいな知識の表現と利用

大阪大学　大型計算機センター　研究開発部　馬　野　元　秀

1. はじめに

最近、知識工学の進歩により数多くのエキスパート・システムが作成されている〔1〕。このようなエキスパート・システムを作成するには、人間の専門家の知識を取り出し、それを計算機上で表現し、うまく利用しなければならない。ところが、人間の知識は不正確であいまいなものが多く、普通の方法ではこれらのあいまいな知識を利用することができない。しかし、現実にはあいまいな知識しか手にはいらないこともあるし、あいまいな知識で充分なことも多い。実際のエキスパート・システムでも、ある種のあいまいさは取り入れて十分に利用している。

本稿では、まず、エキスパート・システムの記述によく用いられているプロダクション・システムにおけるあいまいさの取り扱いについて述べる。そして、より広い範囲のあいまいさを記述することのできるファジィ集合の概念を紹介し、これに基づいたファジィ推論について述べる。

2. プロダクション・システムにおけるあいまいさの取り扱い

プロダクション・システムが知識の表現方法として注目されたのは、質量分析のデータから有機化合物の分子構造を推定するDENDRAL〔2〕と血液感染症の診断とそれに対する抗生物質による治療法の助言を行なうMYCIN〔3〕の成功からである。そして、現在の多くのエキスパート・システムはプロダクション・システムにより作成されている。また、あいまいさを表現するための確実係数(CF: certainty facor)はMYCIN で最初に用いられた。ここでは、文献〔4〕に基づいて確実係数(以下、CFと略す)についてまとめよう。

普通、プロダクション・ルールは

if　条件1　&　条件2　& … &　条件n

then　結論1,　結論2, …, 結論m

のように書くことができ、条件部(前提部)の条件1、条件2、…、条件nのすべてがデータベース(作業記憶)中のデータと一致すれば、結論部(動作部)の結論1、結論2、…、結論mを主張する（結論が動作ならば、それを順に実行する)。

CFは事実がどれくらい確かであるかを0と1の間の数値で表わす（−1 と+1 の間の数値を使って表わすこともある)。 0はその事実が確実に誤っていることを表わし、1はその事実が確実に正しいことを表わす。そして、このCFをプロダクション・ルールの結論部に記述するこ

とができ、例えば、

if 条件1 & 条件2 & … & 条件n

then 結論1:C1, 結論2:C2, …, 結論m:Cm

のように表記する。これは、条件1、条件2、…、条件nのすべてがデータベース中のデータと一致すれば、結論1をC1の確からしさで主張でき、結論2をC2の確からしさで主張でき、…、結論mをCmの確からしさで主張できる、ことを表わす。

問題は、このようなCFが付いたルールを用いて、どのように推論していけばよいかである。文献〔4〕では、そのために

①条件部の個々の条件1、条件2、…、条件nに一致するデータベース中のデータのCFから条件部全体としてのCFをどのようにして求めるか。

②条件部全体のCF(入力CFと呼ぶ)からルール中の結論のCFを使って、結論に対するCF(出力CFと呼ぶ)をどのようにして求めるか。

③2つ以上のルールが同じ結論を出すとき、それぞれのCFからその結論に対する全体的なCFをどのようにして求めるか。

の3つのことを定式化すればよいとし、2通りの方法を与えている。

まず、その1番目は次のようなものである。

〔方法1〕

①条件1、条件2、…、条件nに一致するデータベース中のデータのCFをC1, C2,…, Cnとするとき、条件部全体としてのCFを

$$Cin = \min(C1, C2, \ldots, Cn) \qquad (2.1)$$

とする。

②入力CFをCinとし、j番目(j=1,2,...,m)の結論のCFをCjとするとき、結論jに対するCFを、

$$Cout,j = Cin \times Cj \qquad (2.2)$$

とする。

③同じ結論を導くk個のルールの出力CFをC1, C2, ..., Ckとするとき、その結論に対する全体的なCFを、

$$C = \max(C1, C2, \ldots, Ck) \qquad (2.3)$$

とする。

図1は方法1を用いたCFの計算例である。ここで、□は既知の事実を、▷はルールによる推論を、■はルールにより推論された事実を表わす。この図1では、方法1の③は使われていないが、これは、例えば、Tigerを導くルールが2つあるときに、そのCFの大きい方をTigerの

CFにすることを表わす。

CFの計算法のもう1つのものは、確率に基づく方法である。

〔方法2〕

① 方法1と同じ記号を用いるとすると、

$$Cin = C1 \times C2 \times \cdots \times Cn \qquad (2.4)$$

という式により計算する。

② Cinから、例えば、図2のような関数を用いて、Coutを求める。

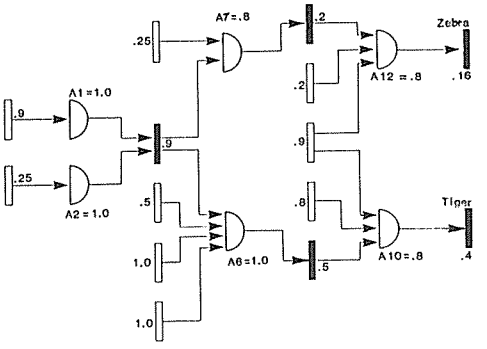

図1　方法1によるCFの決定〔4〕

③ まず、各CFから確からしさの割合いを、

$$Rj = Ci / (1 - Cj) \qquad (2.5)$$

により求める。そして、全体的な確からしさの割合いを

$$R = R1 \times R2 \times \cdots \times Rk \qquad (2.6)$$

で計算し、これを

$$C = R / (R+1) \qquad (2.7)$$

により、CFに戻す。

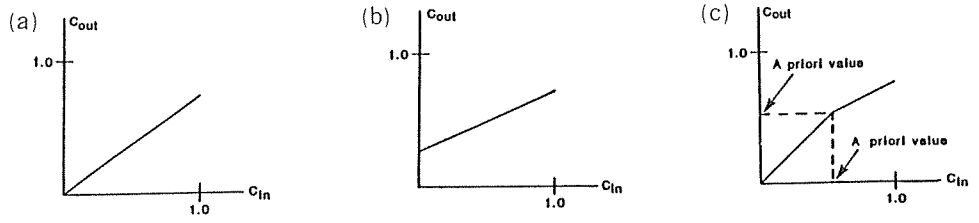

図2　ルールにおけるCFの計算〔4〕

①については、C1、C2、…、Cnについての事像が独立であるときのみ厳密に成立するが、これで一般の場合も代用する。

②については、(a)は方法1と同じであるが、(b)は入力のCFが0であっても、出力にある大きさの確からしさを与えたいときに用いる。(c)はある点での値が決まっているときに用いる。

③では、例えば、2つのルールがある同じ結論をC1=0.9とC2=0.25で導いたとする。このとき、0.9と0.25を確からしさの割合いに直すと、R1=0.9/(1−0.9)=9とR2=0.25/(1−0.25)=1/3となり、全体の確からしさの割合いはR=9×1/3=3となる。これを、CFに直すとC=3/(1+3)=0.75となる。これは、もとのCFである0.9と0.25の両方を考慮に入れた値になっている。

以上、文献〔4〕に従って、CFを計算するための2つの方法について述べた。これらは、い

ずれも最良の方法ではないし、まだまだ多くの研究を要するとしている。ただ、CFの取り扱いについては、文献〔4〕の第1版に当たる文献〔5〕ではMYCINの節中の1項目として「MYCINは確実係数を計算する(MYCIN Computes Certainty Factors)」として、1ページ半しかなかったが、文献〔4〕ではMYCINと並ぶ項目として「確実係数が答えの信頼性を決める手助けをする(Certainty Factors Help Determine Answer Reliabilty)」として、正味6ページも使っている(MYCINの項目は短かくなった)。これは、7年の間のCFに対する認識の変化であろう。実際、数年前までは、CFはできるだけ排除すべきもので、実際のシステムを作る際の便宜的な必要悪のように言われてきた。しかし、最近では、人間の知識は本来あいまいなもので、CFのようなものを用いなければ表現できないとする考え方も出てきている。

最近、MYCINシステムに関するかなり詳しい本〔6〕が出版された。そのなかでは、第4部として「不確実性の下での推論 (Reasoning under Uncertainty)」という表題の下に、不確実性の利用、不確実な推論、確率的推論、Dempster-Shaferの理論,についての4つの論文がおさめられている。MYCINにおけるCF取り扱いついての詳細はこれを参照されたい。

また,文献〔7〕ではMYCINの推論法,確率的推論法,Dempster-Shaferの理論による推論法,ファジィ論理(本稿の方法1で、②の式(2.2)をCout,j＝min(Cin, Cj)に換えたもの)による推論法が紹介されている。

3. ファジィ集合とファジィ推論

前節では、データベース中のデータとルールの結論部に確からしさを付加した場合に、どのようにして推論すればよいかについて述べた。しかし、人間の持っている知識には、例えば、

①目の大きな女性は美人である（女性で目が大きければ美人である）

②赤いリンゴは熟れている（リンゴが赤ければ熟れている）

③夏は暑い（季節が夏ならば暑い）

④ぬれた道路は滑りやすい（道路がぬれていれば滑りやすい）

⑤重い荷物を持つとすぐに疲れる

⑥部屋の温度が高くなれば冷房をいれる

⑦部屋がとても暑くなれば冷房を強くする

⑧材料の表面がかなり黄色くなれば、火を少し弱くする

のように条件や結論を記述するのにあいまいな概念を持つ単語を使うことが多い。これらはすべてルールの形をしているが、前節で述べた確実係数を使うだけでは表現できない。このような形のルールを用いた推論(の一部分)を定式化しているのがファジィ推論と呼ばれているものである。なお、前節の方法1に似たファジィ論理に基づく方法のことをファジィ推論と呼ぶこ

ともあるが、最近では、ファジィ推論というと以下で述べる方法を指すことが多い。以下では、まず、ファジィ推論の準備のために、ファジィ集合について述べよう。

3.1 ファジィ集合

数学的な集合は、要素がその集合にはいるか、はいらないかをきちんと決めることができなければならない。したがって、「背が高い」、「大きい」、「重い」などは集合としては表現できない。いま、「背が高い」人について考えてみよう。身長が、例えば、170cm以上の人を「背が高い」とし、170cm未満の人を「背が高くない」としたとすると、身長が169cmの人は「背が高くない」となってしまうが、170cmで「背が高い」人とどれだけ差があるだろうか。169.5cmの人ではどうだろか。また、180cmの人は確実に「背が高い」だろうし、150cmの人は確実に「背が高くない」だろう。その間には，確実には「背が高い」とも「背が高くない」とも言えない人達が存在することになる。そして、168cmの人は165cmの人より「背が高い」という程度は大きいと考えられる。

そこで、その要素が集合に属する度合い(グレード)を考える。グレードは、完全に属するを1とし、完全に属さないを0として、その間の値で表わすことにする。すると、「背が高い」は、例えば、180cm以上は確実に背が高いのでグレードは1、179cmは少し小さくて0.98、178cmは0.95、…、151cmは0.01、150cm以下は0、となり、グレードと要素を/で区切って、集合の形で書くと

背が高い＝{…, 1/181, 1/180, 0.98/179, 0.95/178, …, 0.01/151}

のようになる（グレードが0の要素は書かない)。すなわち、要素とグレードの組の集まりを考え、これを

$$F = \{ \mu_F(u_1)/u_1,\ \mu_F(u_2)/u_2\ \cdots,\ \mu_F(u_n)/u_n \} \qquad (3.1)$$

と書き表わし、これをファジィ集合(fuzzy set)と呼ぶ。そして、要素からグレードへの関数をメンバシップ関数(membership function)と呼ぶ。一般的には、ファジィ集合は考えている要素全体(全体空間)から単位区間[0,1]への写像として定義される〔8〕。

通常の集合は全体空間から0又は1への写像と考えられるので、ファジィ集合は通常の集合の拡張と考えられる。

ファジィ集合に対しても、和集合、共通集合、補集合を定義することができる〔8〕。A、Bをファジィ集合とすると、これらは

$$\text{和集合：}\ A \cup B = \{ \max(\mu_A(u),\ \mu_B(u))/u : u \in U \} \qquad (3.2)$$

$$\text{共通集合：}\ A \cap B = \{ \min(\mu_A(u),\ \mu_B(u))/u : u \in U \} \qquad (3.3)$$

$$\text{補集合：}\ A' = \{ 1-\mu_A(u)/u : u \in U \} \qquad (3.4)$$

と定義される。ここで、UはA、Bの全体空間である。これらの演算子はすべて通常の集合に対するものの拡張になっている。さらに、ファジィ集合には通常の集合にはない多くの演算子が

定義されているが、これらについて述べるのが本稿の目的ではないので、以下、必要になった時点で定義することにする。

また、2変数のメンバシップ関数を持つファジィ集合を考えることができ、これはファジィ関係と呼ばれる。例えば、1から5までの5段階の大きさを考えたときに、「ほぼ等しい」というファジィ関係は、例えば、

$$
\begin{aligned}
\text{ほぼ等しい} = \{ \quad & 1/\langle 1,1\rangle,\ 0.8/\langle 1,2\rangle,\ 0.2/\langle 1,3\rangle, \\
& 0.8/\langle 2,1\rangle,\quad 1/\langle 2,2\rangle,\ 0.8/\langle 2,3\rangle,\ 0.2/\langle 2,4\rangle, \\
& 0.2/\langle 3,1\rangle,\ 0.8/\langle 3,2\rangle,\quad 1/\langle 3,3\rangle,\ 0.8/\langle 3,4\rangle,\ 0.2/\langle 3,5\rangle, \\
& 0.2/\langle 4,2\rangle,\ 0.8/\langle 4,3\rangle,\quad 1/\langle 4,4\rangle,\ 0.8/\langle 4,5\rangle, \\
& 0.2/\langle 5,3\rangle,\ 0.8/\langle 5,4\rangle,\quad 1/\langle 5,5\rangle \ \}
\end{aligned}
\qquad (3.5)
$$

と定義することができる。これは2つの要素が等しいときにその要素の組はファジィ集合「ほぼ等しい」にグレードが1で属し、1だけ離れているときは0.8で、2離れているときは0.2で、3以上離れているときは0で属しているということを表わしている。すなわち、それぞれの要素の組はそのグレードだけ「ほぼ等しい」という関係にあることになる。

3.2 ファジィ推論

3.1節で示したあいまいな知識の例①－⑧は、かなり複雑なものである。ここでは、次のような簡単なものについて考えてみよう。

ルール： もしxが大きければyは小さい。
事実： xはとても大きい。

結論： yは？。 (3.6)

関係： xとyはほぼ等しい。
事実： xは大きい。

結論： yは？。 (3.7)

(3.6)は、xからyを導くルールとxについての事実からyを導くという推論であるが、(3.7)はルールではなくxとyの関係とxについての事実からyを導くという形になっている。しかし、ルールも、結局は、xとyの関係について書いてあるのだから、(3.7)も推論と考えられる。(3.6)では、「大きい」、「小さい」、「とても大きい」があいまいな概念であり、(3.7)では「ほぼ等しい」と「大きい」があいまいな概念である。読者なら、それぞれ、どのような結論を導くだろうか。たぶん、たいした困難もなく、(3.6)に対しては、例えば、

「とても小さい」、（3.7）に対しては「まあ大きい」というような結論を導くと思われる(?)。このような推論を定式化しようとしても、CFを使う方法だけではまったく対処できない。

L.A.Zadehはファジィ集合の概念を用いてこのような推論を定式化した〔9〕。以下、これについて述べよう。この場合、（3.7）の方を基本的であると考える。Zadehは「ほぼ等しい」をファジィ関係で、「大きい」をファジィ集合で表わし、結論をファジィ関係「ほぼ等しい」のファジィ集合「大きい」による像という演算として定式化した。

すなわち、（3.7）のファジィ集合の部分を記号に変えた形の推論、

関係：　xとyはRである。
事実：　xはAである。　　（3.8）

結論：　yはBである。

を考える。このとき、yに関するファジィ集合Bを

$$B = A \circ R = \{ \max_{u \in U} (\mu_A(u) \wedge \mu_B(u,v)) / v \ : \ v \in V \} \qquad (3.9)$$

と定義する。ここで、∧はminを表わす。これは関係の合成の特別な場合になっているので、推論の合成規則(compositional rule of inference)と呼ばれている〔9〕。この規則は2節で述べたCFの計算方法のうちファジィ論理に基づくものをファジィ集合の要素全体にわたって行なったことになる。

これを（3.7）の推論に対して具体的に適用してみよう。大きさの全体空間は3.1節の式（3.5）の「ほぼ等しい」を定義したときと同様に、1から5までの5段階とする。ファジィ関係「ほぼ等しい」は式（3.5）をそのまま使うことにし、「大きい」を、

大きい　{ 0.1 / 3, 0.7 / 4, 1 / 5 }　　（3.10）

と定義する。すると、yについてのファジィ集合は

$$\begin{aligned}
\text{大きい} \circ \text{ほぼ等しい} = \{ & \max(0.1 \wedge 0.2,\ 0.7 \wedge 0\ ,\ 1 \wedge 0\ ) / 1, \\
& \max(0.1 \wedge 0.8,\ 0.7 \wedge 0.2,\ 1 \wedge 0\ ) / 2, \\
& \max(0.1 \wedge 1.\ ,\ 0.7 \wedge 0.8,\ 1 \wedge 0.2\ ) / 3, \\
& \max(0.1 \wedge 0.8,\ 0.7 \wedge 1\ ,\ 1 \wedge 0.8\ ) / 4, \\
& \max(0.1 \wedge 0.2,\ 0.7 \wedge 0.8,\ 1 \wedge 1\ ) / 5 \} \\
= \{ & 0.1 / 1,\ 0.2 / 2,\ 0.7 / 3,\ 0.8 / 4,\ 1 / 5 \}
\end{aligned}$$

となる。これは、ファジィ集合「大きい」のグレードを少しずつ大きくしたものになり、「まあ大きい」という概念に近いと考えられる。

また、（3.6）の推論のルールについては、これが関係を表わしていると考えて、ファジィ関係に変換してから、推論の合成規則（3.9）を適用する。Zadehはその変換法として、2つ

の方法を与えた〔９〕。それらは、最大最小規則と算術規則と呼ばれるものである。すなわち、Ａを全体空間Ｕ上のファジィ集合とし、ＢをＶ上のファジィ集合とすると、

もしｘがＡならばｙはＢである　　（3.11）

という形のルールは、最大最小規則により、

$$Rm = (A \times B) \cup (A' \times V) \qquad (3.12)$$

というファジィ関係に変換でき、算術規則により、

$$Ra = (A' \times V) \oplus (U \times B) \qquad (3.13)$$

というファジィ関係に変換できるとした。ここで、×はファジィ集合の直積を表わし、ファジィ集合ＡとＢの直積は、

$$A \times B = \{ \min(\mu_A(u), \mu_B(v)) / \langle u,v \rangle : u \in U,\ v \in V \} \qquad (3.14)$$

と定義される。この演算子は２つのファジィ集合からファジィ関係を作りだす。また、⊕は限界和と呼ばれる演算で、

$$A \oplus B = \{ \min(\mu_A(u) + \mu_B(u), 1) / u : u \in U \} \qquad (3.15)$$

と定義される。

例えば、全体空間ＵとＶを今までと同様に１から５までの５段階として、ファジィ集合「大きい」は式(3.10)とし、ファジィ集合「小さい」を

小さい＝{ 1 / 1, 0.7 / 2, 0.1 / 5 }　　（3.16）

とすると、（3.6）の推論におけるルールから得られるファジィ関係は

$$\begin{aligned} Rm = \{ \quad & 1/\langle 1,1\rangle,\ 1/\langle 1,2\rangle,\ 1/\langle 1,3\rangle,\ 1/\langle 1,4\rangle,\ 1/\langle 1,5\rangle, \\ & 1/\langle 2,1\rangle,\ 1/\langle 2,2\rangle,\ 1/\langle 2,3\rangle,\ 1/\langle 2,4\rangle,\ 1/\langle 2,5\rangle, \\ & 0.9/\langle 3,1\rangle,\ 0.9/\langle 3,2\rangle,\ 0.9/\langle 3,3\rangle,\ 0.9/\langle 3,4\rangle,\ 0.9/\langle 3,5\rangle, \\ & 0.7/\langle 4,1\rangle,\ 0.7/\langle 4,2\rangle,\ 0.3/\langle 4,3\rangle,\ 0.3/\langle 4,4\rangle,\ 0.3/\langle 4,5\rangle, \\ & 1/\langle 5,1\rangle,\ 0.7/\langle 5,2\rangle,\ 0.1/\langle 5,3\rangle \} \end{aligned}$$

となる。そして、ファジィ集合「とても大きい」は「大きい」を強調したものだから、例えば、

とても大きい＝{ 0.5 / 4, 1 / 5 }　　（3.17）

と定義して、推論の合成規則(3.9)を使うことによりｙについての結論を得ることができる。ところが、その後の研究の結果、これらの変換規則は余り良くないことが分かり(例えば、(3.11)のルールと「ｘはＡである」からｙを求めても、Ｂにはならない)、新しい変換規則が提案されている〔10〕。その新しい変換規則は

$$Rs = \{ \mu(u,v) / \langle u,v \rangle : u \in U,\ v \in V \} \qquad (3.18)$$

ここで、

$$\mu(u,v) = \begin{cases} 1 & \mu_A(u) \leqq \mu_B(v) \\ 0 & \mu_A(u) > \mu_B(v) \end{cases} \qquad (3.19)$$

と定義される。

上と同じようにファジィ集合「大きい」は式(3.10)とし、ファジィ集合「小さい」は式(3.16)として、式(3.18)、(3.19)の変換規則を(3.6)の推論に適用すると、ルールからは

$$\begin{aligned} Rs = \{\ & 1/<1,1>,\ 1/<1,2>,\ 1/<1,3>,\ 1/<1,4>,\ 1/<1,5>, \\ & 1/<2,1>,\ 1/<2,2>,\ 1/<2,3>,\ 1/<2,4>,\ 1/<2,5>, \\ & 1/<3,1>,\ 1/<3,2>,\ 1/<3,3>, \\ & 1/<4,1>,\ 1/<4,2>, \\ & 1/<5,1>\ \} \end{aligned}$$

というファジィ関係が得られ、式(3.17)の「とても大きい」に対して、推論の合成規則(3.9)を使うと、

$$\text{とても大きい} \circ Rs = \{\ 1/1,\ 0.5/2\ \}$$

となり、「とても大きい」と対称的な「とても小さい」に相当するファジィ集合が得られる。

以上、ファジィ推論について述べた。ファジィ推論はその後もいろいろな方法が提案されており、文献〔11〕にその一部が紹介されている。また、最近では推論の合成規則(3.9)の改良も提案されている〔12〕。

また、文献〔13〕では、自然言語の意味をファジィ集合で表現することを考え、ある範囲の自然言語の文をファジィ集合に変換し、それをファジィ推論を使って処理する方法について述べている。

さらに、(3.11)のようなルールの集まりをファジィなプロダクション・システムと考えたときの、解釈・実行の方法も提案されている〔14〕、〔15〕。

4. おわりに

以上、プロダクション・システムにおける確実係数によるあいまいさの表現と処理について述べた後、ファジィ集合とファジィ推論によるあいまいな知識の表現と処理について述べた。

あいまいな知識の利用は、人間に近い機能をもった知識情報処理システムを作成する上で、必要不可欠であるように思える。しかし、現在のところ、知識工学の面からはあまり研究が行なわれていないようである。一方、ファジィ集合論は20年の歴史を持ち、最近では、応用システムも作成され始めており、今後の発展が多いに期待される。ファジィ集合論の知識工学への応用は特に興味深い分野であると思われる。

参考文献

1）トム・マニュエル，マイケル・B・ランド（1985）：「エキスパート・システムを中心に人工知能の応用が広がる」，日経エレクトロニクス，No.369（1985年2月20日号），pp.323−338.（Electronics Weeksの翻訳）

2）B.Buchanan, G.Sutherland and E.A. Feigenbaum (1969) : "Heuristic DENDRAL : A Program for Generating Explanatory Hypotheses in Organic Chemistry", in Machine Intelligence 4, American Elsevier (New York, USA), pp.209−254.

3）R.Davis, B.Buchanan and E.Shortliffe (1977) : "Production Rules as a Representation for a Knowledge-Based Consultation Program", Artificial Intelligence, Vol.8, pp.15−45.

4）P.H.Winston (1984) : Artificial Intelligence - Second Edition, 527p., Addison-Wesley (Reading, USA).

5）P.H.Winston (1977) : Artificial Intelligence, 444p., Addison-Wesley (Reading, USA).

6）B.Buchanan and E.H.Shortliffe (eds.) (1984) : Rule-Based Expert Systems − The MYCIN Experiments of the Stanford Heuristic Programming Project, 748p., Addison-Wesley (Reading, USA).

7）石塚(1984)：「不確実な知識の取り扱い法」，田中編：知識工学，朝倉書店，pp.187-200.

8）L.A.Zadeh (1965) : "Fuzzy Sets", Information and Control, Vol.8, pp.338−353.

9）L.A.Zadeh (1975) : "The Concept of Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning", Information Sciences, Vol.8, pp.199−248; Vol.8, pp.301-357; Vol.9, pp.43-80.

10）M.Mizumoto, S.Fukami, K.Tanaka (1979) : "Some Methods of Fuzzy Reasoning", in M.M.Gupta,R.K.Ragade, R.R.Yager (eds.) : Advances in Fuzzy Set Theory and Applications, North-Holland (Amsterdam, The Netherlands.),pp.117−136.

11）水本(1980) :「Fuzzy論理と近似的推論」，数理科学，No.200（1980年2月号），pp.46−54.

12）M.Mizumoto (1980) : "Fuzzy Conditional Inference under Max-⊙ Composition", Information Sciences, Vol.27, pp.183−209.

13）L.A.Zadeh (1978) : "PRUF - A Meaning Representation Language for Natural Languages", International Journal of Man-Machine Studies, Vol.10, pp.395−460.

14）馬野, 水本(1982) :「Fuzzyプロダクション・システムについて」，情報処理学会第24回（昭和57年前期）全国大会講演論文集,pp.809−810，No.1B−2.

15) 馬野(1983)：「Fuzzy プロダクション・システムにおける競合について」,情報処理学会第26回(昭和58年前期)全国大会講演論文集,pp.1057-1058, No.7C-6.