

Title	第3回SXプログラミング研究会：スーパーコンピュータを用いた境界要素計算による三次元き裂同定
Author(s)	久保, 司郎; 阪上, 隆英
Citation	大阪大学大型計算機センターニュース. 1987, 65, p. 47-60
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/65734">https://hdl.handle.net/11094/65734</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

## 第3回SXプログラミング研究会

スーパーコンピュータを用いた  
境界要素計算による三次元き裂同定大阪大学工学部 久保 司 郎  
大阪大学大学院 阪 上 隆 英

## 1. はじめに

スーパーコンピュータの登場による計算機の飛躍的な進歩は、計算時間および計算コストを大幅に低減することによる量的変化とともに、計算量が膨大であるためこれまで不可能であった多くの問題の解決を可能にするという質的変革を、コンピュータ援用工学にもたらしつつある。たとえば、有限要素法や境界要素法などの計算力学手法による大規模な構造力学計算、流体力学における流れの数値シミュレーションなど、多くの工学上の問題に関して、計算の精密化、高精度化、高次元化、非線形モデルの導入などの達成に、スーパーコンピュータは威力を発揮している<sup>(1)</sup>。

近年のコンピュータ援用工学のなかで、計算機の発達とともに研究が急速に活発化しつつあるもののひとつに、逆問題（Inverse Problem）の取扱いがある。逆問題は、通常の原因から結果を導く順解析のプロセスとは逆に、観測結果などからその原因となっている事象を同定しようとするものである。このような逆問題は、医学用計測<sup>(2)</sup>、光学計測<sup>(3)</sup>をはじめ多くの分野で研究されている<sup>(4)</sup>。逆問題解析では、大量の観測データに大規模な数値解析の処理を施す場合がほとんどであり、反復計算を要する解析手法もよく用いられる。このため、スーパーコンピュータは逆問題の分野においてもきわめて有用であると考えられる。

著者ら<sup>(5)</sup>は、このような逆問題的アプローチを電気ポテンシャルき裂測定に適用した。すなわち、導電体に通電したときに物体表面上に現れる電気ポテンシャル分布に関する測定データに境界要素逆問題解析法による数値処理を施し、三次元き裂の位置、形状および寸法を測定する電気ポテンシャルCT法を開発した。電気ポテンシャルCT法の有用性は、これまでに行った種々の二次元き裂および三次元き裂測定に関する数値シミュレーションおよび実験により示されている<sup>(5)-(10)</sup>。

本報では、境界要素逆問題計算による三次元き裂同定に対するスーパーコンピュータの適用について述べる。第2章では、スーパーコンピュータを用いた境界要素解析について述べる。まず、ポテンシャル問題に対する境界要素解析の定式化と、これに基づく解析プログラムについて簡単に説明する。つぎに、ベクトル演算率を高めることによりスーパーコンピュータ向きに改良された境界要素解析プログラムについて説明する。さらに、簡単な解析例により、ベクトル演算率と計算時間の関係の評価を行う。第3章では、電気ポテンシャルCT法において行われる境界要素逆問題解析

について、解析手法の概要を簡単に説明する。第4章では、境界要素逆問題解析による三次元き裂同定へのスーパーコンピュータの適用例を紹介する。まず、スーパーコンピュータを用いた境界要素逆問題解析により、実際に鋼板中に存在する三次元き裂の位置・形状測定を行った結果を示す。つぎに境界要素逆問題解析に最適化手法<sup>(11)</sup>を導入してき裂形状探索を行う問題について、数値シミュレーションを実施した結果を示す。

## 2. スーパーコンピュータを用いた境界要素解析

### 2.1 電気ポテンシャル問題に対する境界要素解析の定式化

電気ポテンシャル問題では、解析対象とする領域 $\Omega$ 内の支配方程式は、電位 $\phi$ について、次式のようなラプラスの式で表される。

$$\nabla^2 \phi = 0 \tag{1}$$

式(1)に対する基本解を $\phi^*$ とし、境界面 $S$ 上における $\phi$ および $\phi^*$ の法線方向微分を、それぞれ $q$ および $q^*$ とすれば、式(1)のもとでは、 $S$ 上の点 $A$ における $\phi$ を全境界面上の積分と関連づける次のような境界積分方程式が得られる。

$$c(A)\phi(A) + \int_S [q^*(A,B)\phi(B) - \phi^*(A,B)q(B)] dS(B) = 0 \tag{2}$$

ここに、 $B$ は境界面上の任意点であり、 $c(A)$ は点 $A$ における境界面の幾何学的形状により定まる値である。

つぎに、式(2)を境界要素を用いて離散化することを考える。境界面を $N$ 個の一定要素に分割し、境界面上の $i$ 番目の節点 $A_i$ が点 $A$ に一致し、点 $B$ が $j$ 番目の要素内にあると考えると、式(2)は次のようになる。

$$[H]\{\phi\} - [G]\{q\} = \{0\} \tag{3}$$

ただし、マトリックスの成分 $h_{ij}$ および $g_{ij}$ は、 $j$ 番目の要素上の積分を用いて次式で与えられる。

$$\begin{aligned} h_{ij} &= c_i + \int_{S_j} q^*(A_i, B) dS(B) & (i = j) \\ &= \int_{S_j} q^*(A_i, B) dS(B) & (i \neq j) \\ g_{ij} &= \int_{S_j} \phi^*(A_i, B) dS(B) \end{aligned} \tag{4}$$

ここに、 $c_i$ は前述の $c(A)$ に相当する係数であり、一定要素を使用する場合には $(1/2)$ となる。

通常の境界要素解析すなわち順問題では、各節点で $\phi$ 、 $q$ のどちらか一方の値が与えられているため、式(3)を未知境界値について解くことにより、 $\phi$ および $q$ の値を求めることができる。

## 2.2 境界要素解析プログラムおよびそのスーパーコンピュータ向きの改良

一般にスーパーコンピュータの性能が十分に発揮されるのは、プログラムのベクトル演算率が90%を越えた時であるとされている。そこで、本節では、スーパーコンピュータに適した、すなわちベクトル演算率の高い境界要素解析プログラムの作成方法について述べる。

まず、従来から大型計算機(ACOS1000)で使用している三次元境界要素解析のプログラムを、そのままスーパーコンピュータ(SX-1)に用いて計算した場合のベクトル演算率および計算時間を、性能向上支援ツール(SXアナライザ)を用いて調べた。つぎに、その結果をもとに、ベクトル演算率が向上するように境界要素解析プログラムを改良した。さらに、改良型プログラムをスーパーコンピュータに用いて、SXアナライザによりベクトル演算率と計算時間を調べ、ベクトル演算率向上によりどれ程計算時間が短縮されたかを調べた。

### 2.2.1 従来型境界要素解析プログラム

2.1節において示した定式化に従って、著者らにより作成された、従来型境界要素解析プログラムを紹介する。プログラムの基本的な構造については、C.A.Brebbia<sup>(12)</sup>による二次元ポテンシャル問題に対するものを参考にした。プログラムのフローチャートを図1に示す。フローチャートに示された各サブルーチンプログラムの機能を以下に説明する。

INPUT.....要素分割および境界条件などの基本データの  
入力を行う。

FMA T.....式(4)を用いて要素内境界積分を行い、式(3)の  
HマトリックスおよびGマトリックスを作成する。マトリックスの非対角成分は、サブルーチンINTEにおいて、G.R.Cowper<sup>(13)</sup>による数値積分公式を用いて計算される。このとき、積分点数は13とした。対角成分は、サブルーチンINLOにおいて解析的<sup>(14)</sup>に計算される。

REORDER.....式(3)を境界条件をもとに再構成して、未知境

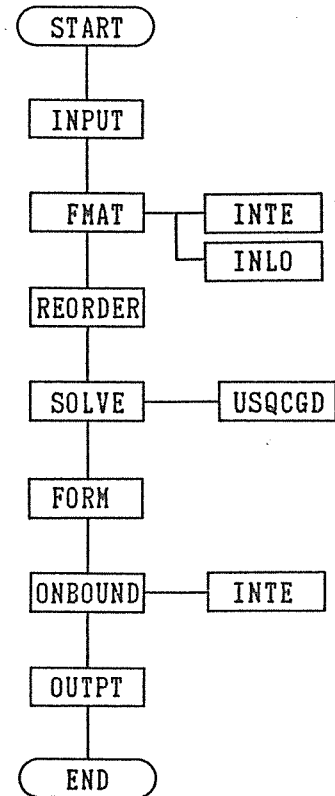


図1 境界要素解析のフローチャート  
(従来型プログラム)

界値に対する連立一次方程式を作成する。

SOLVE.....連立一次方程式を、共役勾配法（センターライブラリUSQCGD）を用いて解く。

FORM.....SOLVEで得られた方程式の解をもとに、未知境界値を再配列する。

ONBOUND.....境界面上の任意点のポテンシャル値を、式(2)をもとに計算する。このときの、境界積分は、前述のサブルーチンINTEにおいて行われる。

OUTPUT.....境界要素解析結果の出力を行う。

2.2.2 従来型プログラムによる解析 前節で紹介した境界要素解析プログラムを用いて簡単な電気ポテンシャル問題の解析を行い、SXアナライザによるベクトル演算率および計算時間の動的解析<sup>(15)</sup>を行った。解析対象としたのは、図2に示すような表面き裂を有する直方体である。直方体の上下に、ポテンシャルをそれぞれ $\phi = 1$ 、 $\phi = -1$ と与えたときの側面上の電気ポテンシャル分布を計算した。問題の対称性により、解析を上半分について行った。解析には、図3に示すような要素数192の要素分割を用いた。SXアナライザにより動的解析を行った結果として、サマリリストを表1に示す。

表1を見ると、全体のベクトル演算率は、72.5%と低く、スーパーコンピュータの性能があまり引き出されていないことがわかる。また、解析で計算時間の大半を占めているのは、サブルーチンFMAT、INTEおよびONBOUNDにおいて、要素内数値積分が行われている部分である。

この部分が高速化されていない理由としては、(1) サブルーチンFMATの最内側Dループで、サブルーチンプログラムINTE、INLOがコールされているため、このDループがベクトル化されていないこと、(2) サブルーチンINTEおよびONBOUNDにおいて、数値積分を行う部分の最内側Dループの繰り返し回数が積分点数の13回であるため、たとえこのDループがベクトル化されても、計算の高速化にはつながらないことが考えられる。

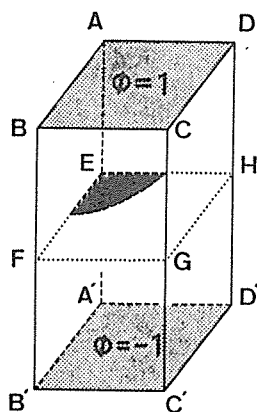


図2 解析対象

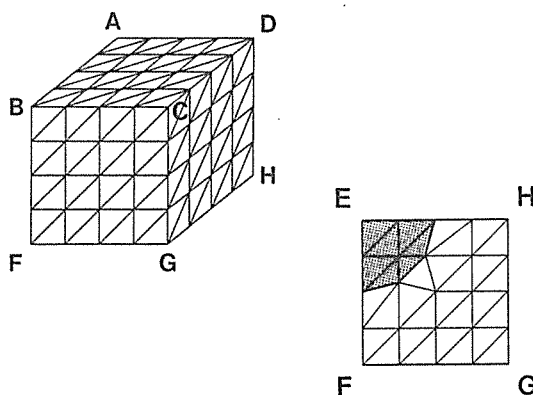


図3 境界要素分割

2.2.3 ベクトル演算率向上を考えた改良型境界要素解析プログラム 境界要素解析プログラムの中で高速化を妨げている、前項において示したような原因を考慮して、以下の点について改良を加えたスーパーコンピュータ向きの境界要素解析プログラムを作成した。

(1) サブルーチンINTE およびINL OをサブルーチンFMATの中に展開することにより、これらのサブルーチン内の計算がベクトル演算の対象となるようにした。(2) サブルーチンINTEを(1)と同様の目的でサブルーチンONBOUNDの中に展開した。(3) サブルーチンFMATおよびONBOUNDで数値積分を行う部分において、最内側D Oループが、積分点数についてではなく境界要素数についての繰り返しとなるようプログラムの構造を変更した。

以上の点の変更による改良型プログラムのフローチャートを図4に示す。改良型プログラムにおいては、ベクトル化の対象となっていないD Oループは、入出力に関するものおよび繰り返し回数が5回以下のものだけとなっている。

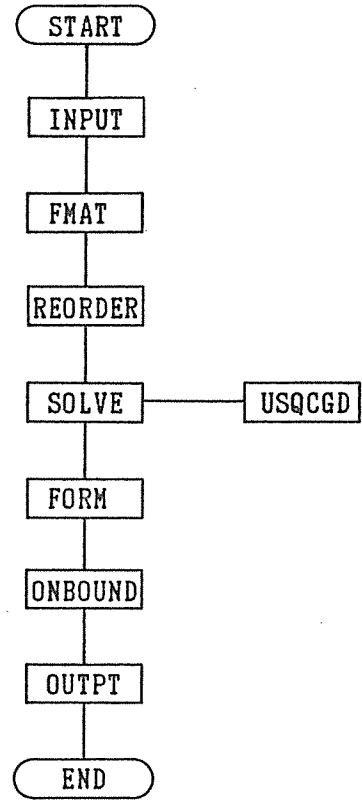


図4 境界要素解析のフローチャート (改良型プログラム)

2.2.4 改良型プログラムによる解析 2.2.2項で示したものと同一解析対象について、改良型プログラムを用いて解析を行い、SXアナライザによるベクトル演算率および計算時間の動的解析を行った。解析結果のサマリリストを表2に示す。表2を見ると、全体のベクトル演算率は、従来型プログラムによる72.5%から96.74%へと大幅に向上しており、計算時間は従来型の約7.5分の1に短縮されていることがわかる。

従来型プログラムおよび改良型プログラムを、大型計算機ACOS1000とスーパーコンピュータSX-1の両方で用いて、それぞれの場合の計算時間を比較した結果を表3に示す。表より、従来型の境界要素解析プログラムをスーパーコンピュータSX-1でそのまま用いた場合でも、計算時間は従来の汎用大型計算機と比べて約7分の1になることがわかる。さらに、ベクトル演算率を高めた改良型境界要素解析プログラムをスーパーコンピュータSX-1で用いた場合には、従来の汎用大型計算機と比べて約50倍の高速計算が可能であることがわかる。



### 3. 境界要素逆問題解析法

き裂を同定することは、未知境界の位置、形状および境界条件を同定する問題であると考えられる。このような問題を取り扱うため、著者ら<sup>(5)</sup>は、前章で述べた境界要素法を再構成したふたつの境界要素逆問題解析法、すなわち未知境界同定法および境界残差最小化法を開発した。以下にそれらの概要を説明する。

#### 3.1 未知境界同定法

未知境界同定法では、前述の境界要素順問題と同じ手順で式(3)の離散化された境界積分方程式を導く。順問題の場合には、各節点で $\phi$ 、 $q$ のどちらか一方の値が与えられていたため、式(3)を未知境界値について解くことにより、解を求めることができた。これに対し、き裂の存在部位の同定を行う逆問題解析では、き裂が存在すると想定される境界面は、 $\phi$ および $q$ がともに未知である不完全規定境界（Incompletely-defined boundary）を構成している。このため、境界条件の不足によりそのままでは式(3)を解くことができない。そこで、 $q$ が与えられている境界において、さらに測定などにより求められた $\phi$ が与えられる過剰規定境界（Over-defined boundary）を設ける。このことにより式(3)を解くことができ、き裂の存在部位は、自由境界すなわち $q$ が0の部分として同定される。

#### 3.2 境界残差最小化法

境界残差最小化法は、電気ポテンシャルに関する測定値と境界要素解析値との間で評価した残差に基づいてき裂の位置、形状および寸法を同定するものである。すなわち、き裂の位置、形状および寸法を適当に仮定し、仮定したき裂に対して境界要素解析を行い、物体表面上の電気ポテンシャル分布の解析値 $\phi_e$ を求める。この解析値と測定などにより求められている値 $\phi_m$ とのあいだの相関性を与える指標（ノルム）として、次式のような残差平方和 $R$ を計算する。

$$R = \int_S w (\phi_e - \phi_m)^2 dS \quad (5)$$

ここに、 $w$ は重みである。この $R$ を仮定できる様々なき裂について計算し、 $R$ の最小値を与えるき裂位置、形状および寸法を最も確からしいものとする。境界要素解析の繰り返し計算を必要とする境界残差最小化法では、スーパーコンピュータの使用が特に有効である。

### 4. 境界要素逆問題解析による三次元き裂測定

#### 4.1 鋼板中に存在する三次元表面き裂の位置・形状測定

4.1.1 測定対象 測定対象は、図5(a)に示すようなステンレス鋼の板試験片中に存在する、図

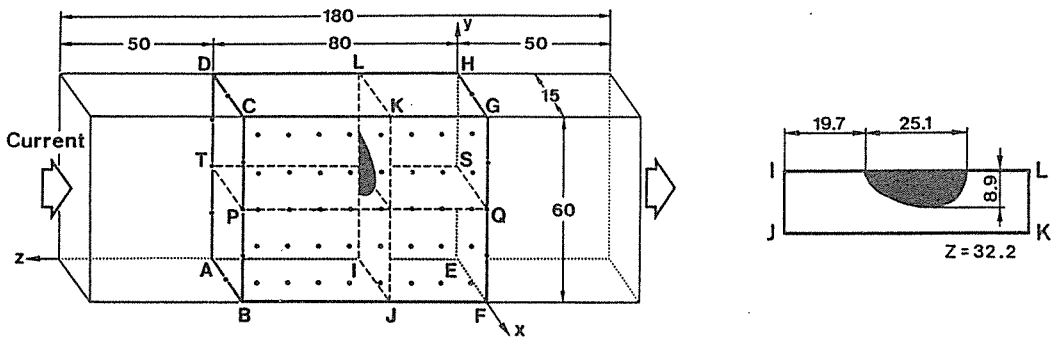


5 (b)のような非対称表面き裂である。測定領域を試験片中の直方体 $ABCD-EFGH$ とし、図5 (a)に点で示したように面 $AEHD$ および $BFGC$ 上に配置された電位測定点の電気ポテンシャル値をもとにき裂測定を行った。ただし、き裂は試験片長手方向 ( $z$  方向) に垂直な平面内に存在するものとして、き裂存在面の位置ならびにき裂存在面内におけるき裂位置・形状・寸法を求めた。

4.1.2 逆問題解析 電気ポテンシャル分布をもとにき裂を同定する逆問題解析法として、3.2節で述べた境界残差最小化法を用いた。三次元き裂の位置・形状同定を行う場合には、仮定できるき裂の数は膨大となるため、スーパーコンピュータによる高速計算が可能であっても、一度にすべてのき裂位置・形状が網羅されるようにき裂を仮定して、残差平方和の計算を行うことは不可能に近い。そこで、以下のようなき裂位置形状の階層化探索法<sup>(16)</sup>を採用して効率的なき裂位置および形状寸法の同定を行った。

まず、二次元近似走査による境界要素逆問題解析を行った。すなわち、図5 (a)に示したような、測定対象を  $x-z$  平面に平行な平面で切断したときにできる断面 $PQST$ に、二次元境界残差最小化法<sup>(8)</sup>を適用し、き裂存在面の位置  $z$  およびき裂深さ  $x$  を求めた。このような二次元逆問題解析を、測定対象のいくつかの切断面について行い、その結果を総合することにより、き裂存在面の位置および面内のき裂形状寸法に関する大まかな推定を行った。

次に、その結果を参照して三次元境界要素逆問題解析を行い、き裂存在面の位置およびき裂存在面内のき裂形状寸法の、より細部にわたる推定を行った。三次元逆問題解析においても、き裂形状を効率的に推定するため、階層化探索を行った。すなわち、まず初期解析として、長方形き裂を仮定することにより、き裂形状のおおまかな推定を行った後、この推定結果をもとにき裂形状を段階的に修正し、実際に存在する可能性の高い凹凸が少ないき裂形状を仮定して解析を行った。



(a) 試験片および測定領域

(b) 非対称表面き裂

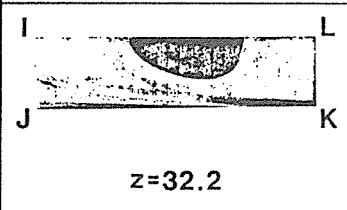
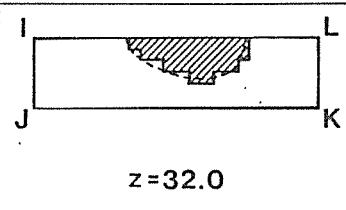
図5 測定対象

4.1.3 測定結果 前項において述べたような階層化逆問題解析を行った結果推定された、き裂存在面の位置、および面内のき裂形状を表4に示す。表4を見ると、き裂存在面の推定結果は実際の位置によく一致している。き裂形状についても、残差平方和 $R$ を最小化する最も確からしいき裂形状は、破線で示した実際の形状に近いものとなっている。さらに、推定されたき裂形状に平滑化処理を施すと、き裂形状の推定結果は実際のき裂形状にさらによく一致する。

#### 4.2 最適化手法を組み入れたき裂形状探索

境界残差最小化法により、構造物中の位置・形状が不明なき裂を同定する場合には、き裂を多数のき裂形状パラメータを用いて仮定しなければならず、その個数が増えるにしたがって、仮定できるき裂の数は膨大なものとなる。このため、残差平方和を最小化するき裂形状パラメータの組合せを効率的に探索する方法が必要となる。そこで、著者ら<sup>(11)</sup>は境界残差最小化法における残差平方和を最小化するき裂形状パラメータの探索に対して、適用可能ないくつかの最適化手法について考察を行った。本章では、き裂前縁の移動量をパラメータとして最適化を行うことにより、残差平方和を最小化するき裂形状を求める手法について述べる。さらに、この手法の適用例として、簡単な三次元き裂形状探索に関する数値シミュレーションを行った結果を示す。

表4 境界要素逆問題解析によるき裂形状同定結果

実際のき裂形状	境界要素逆問題解析による き裂形状同定結果
 <p style="text-align: center;"><math>z=32.2</math></p>	 <p style="text-align: center;"><math>z=32.0</math></p>

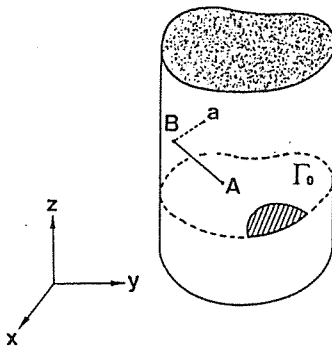


図6 解析対象

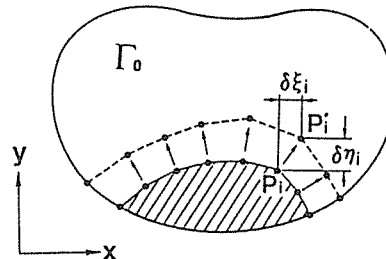


図7 き裂前縁の移動方法

4.2.1 き裂前縁の移動量をパラメータとした最適化手法 図6に示すような物体中の平面 $\Gamma_0$ 上に存在するき裂の形状を同定する問題を考える。物体の上面および下面においてポテンシャルが与えられる場合を想定し、側面上のポテンシャル分布をもとにき裂を同定する。

図7に示すように、いくつかの点 $P_i$  ( $i=1, \dots, k$ )を結んでき裂前縁を構成することにより、斜線で示したような初期き裂形状が仮定されているものとし、これを基準としてき裂形状探索を行う場合を考える。いま、 $P_i$ がx方向に $\delta \xi_i$ 、y方向に $\delta \eta_i$ だけ移動することにより、図7に破線で示したような新しいき裂形状を形成したとする。このときの、側面上のポテンシャル値 $\phi_c$ は、初期き裂形状に対する側面上のポテンシャル値 $\phi_{c_0}$ と、 $\delta \xi_i$ および $\delta \eta_i$ を用いて次式のように表される。

$$\phi_c = \phi_{c_0} + \Delta \phi(\delta \xi_i, \delta \eta_i) \quad (i=1, \dots, k) \quad (6)$$

これにより、残差平方和 $R$ は $\delta \xi_i$ 、 $\delta \eta_i$ をパラメータとする関数として、次式のようになる。

$$R = \int_S w [\phi_{c_0} + \Delta \phi(\delta \xi_i, \delta \eta_i) - \phi_m]^2 dS \quad (i=1, \dots, k) \quad (7)$$

したがって、 $R$ を最小化するような $\delta \xi_i$ 、 $\delta \eta_i$ の組合せを求めることにより、き裂形状を同定することが可能となるものと考えられる。

著者らは、前報<sup>(11)</sup>において、 $R$ を最小化する $\delta \xi_i$ 、 $\delta \eta_i$ の組合せを求めるいくつかの方法を提案したが、本報では、この問題に非線形最適化手法を適用することを考える。非線形最適化手法に関しては、多くの最適化アルゴリズムが提案されている<sup>(17)</sup>。一般には、 $R$ を $\delta \xi_i$ 、 $\delta \eta_i$ により解析的に表現することは困難であるため、関数値すなわち $R$ 値だけを評価し、導関数および二次導関数を必要としない直接探索法の使用が適当である。そこで、このような直接探索法のなかで有効な手法のひとつとして、Zangwillにより提案された修正 Powell 法<sup>(18)</sup>を用いる。

#### 4.2.2 簡単な三次元き裂形状探索に関する数値シミュレーション

(a) 解析対象および解析方法 解析対象として、図2に示したような4分の1円状の表面き裂を再び考える。直方体の上面および下面のポテンシャルをそれぞれ $\phi=1$ および $\phi=-1$ と与えたときの、側面上のポテンシャル分布をもとにき裂形状を探索した。側面上のポテンシャル値としては、図3に示したようなき裂形状および境界要素分割のもとで行った予備解析により求めたものを使用した。

問題の対称性を仮定して、解析を上半分について行った。まず、解析対象の要素分割を図8に示すように行い、図8(b)に示したように初期き裂形状を与えた。そして、図8(b)に示された境界要素端点 $P_1$ および $P_2$ の移動量をパラメータとして最適化を行い、き裂形状の探索を行った。このとき、

パラメータの独立性を考え、 $P_1$ の移動方向をx方向に、 $P_2$ の移動方向をy方向にそれぞれ拘束した。

解析には、嘉納<sup>(18)</sup>による修正 Powell 法プログラムの一部すなわち放物線近似による直線探索を行う部分を、本問題に適合するように修正したものを用いた。まず、第1回目の解析として、直線探索の初期ステップ幅を比較的大きくとして計算を行い、き裂形状を探索した。以後は、前回の探索で得られたき裂形状の最終結果を初期き裂形状として、直線探索のステップ幅を前回の5分の1に縮めて同様の計算を行った。以上の操作を、R値が目標値に収束したと考えられるまで繰り返した。

(b) 解析結果 き裂形状探索の過程を、き裂形状とそのときの残差平方和Rの値について、初期の仮定き裂形状から順にいくつかを選び、表5に示す。き裂形状探索の最終段階で得られたき裂形状は、表中において破線で示した予備解析において与えたき裂形状によく一致していることがわかる。

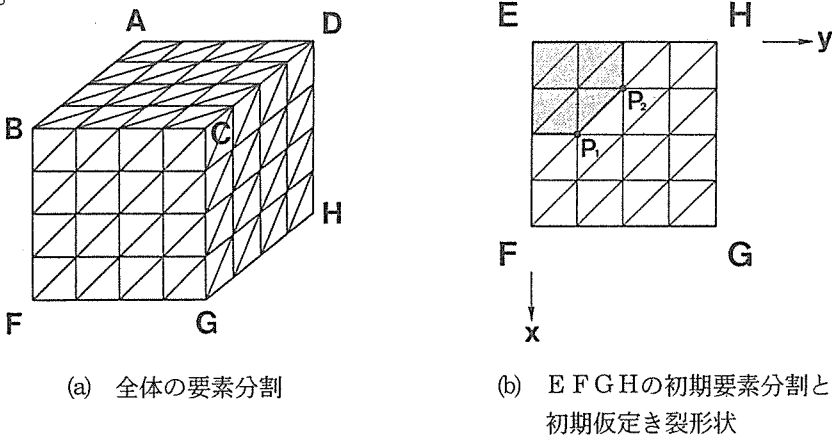


図8 境界要素分割と初期仮定き裂形状

表5 修正 Powell 法によるき裂形状同定最適化の結果

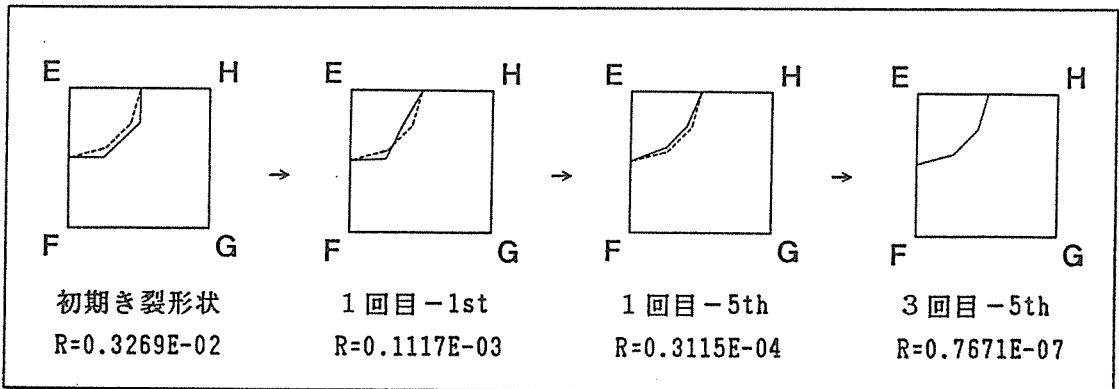


表 6 最適化計算における計算時間および計算コストの比較

使用計算機	使用プログラム (ベクトル演算率)	計算時間 (msec)	計算時間
		計算コスト	計算コスト
ACOS1000	従来型	1511000	56.19
		¥3911	19.75
SX-1	従来型 (71.39%)	245684	9.13
		¥1506	7.61
SX-1	改良型 (97.80%)	26889	1
		¥198	1

さらに、以上のような最適化問題に関しても、2.2節で示したような従来型境界要素解析プログラムと改良型プログラムおよび大型計算機 ACOS1000 とスーパーコンピュータ SX-1 の計算時間および計算コストの比較を行った。結果を表 6 に示す。表より、従来型のプログラムをスーパーコンピュータでそのまま用いた場合でも、計算時間および計算コストは、従来の大型計算機と比べてそれぞれ約 6.2 分の 1 および 2.6 分の 1 になることがわかる。さらに、ベクトル演算率を高めた改良型プログラムをスーパーコンピュータで用いた場合には、従来の大型計算機と比べて計算時間で約 56 分の 1、計算コストで約 20 分の 1 という高効率計算が可能であることがわかる。

## 5. おわりに

スーパーコンピュータを、境界要素逆問題解析による三次元き裂同定に適用した。まず、基礎的検討として、スーパーコンピュータに適した境界要素解析のプログラミングに関する検討を行った。その結果、従来の境界要素解析プログラムの一部を改良し、ベクトル演算率を高めることにより、高速な境界要素解析が可能であることがわかった。

つぎに、実際にスーパーコンピュータを用いて境界要素逆問題解析による三次元き裂同定を行った例として、鋼板中に存在する三次元表面き裂の位置・形状同定を行った結果を示した。さらに、最適化手法を組み入れた境界要素逆問題解析によるき裂形状探索に関する数値シミュレーションを行った結果を示した。

本研究を通じて、境界残差最小化法による三次元き裂同定のように、大規模なマトリックス計算が繰り返し行われる場合には、スーパーコンピュータが威力を発揮することが認められた。今後スーパーコンピュータがさらに発展し、計算速度や記憶容量が向上すれば、コンピュータ援用工学における未踏の領域がますます開発されていくものと考えられる。

## 謝 辞

本研究に関連して、大阪大学工学部大路清嗣教授より貴重な助言を得た。また、本研究における実験の遂行に関して、大阪大学大学院学生橋本健君、山本賢治君および大阪大学学生松室義隆君の協力を得た。ここに記して謝意を表する。

## 参考文献

- 1) 例えば、日本物理学会編：“スーパーコンピュータ”、培風館、(1986)。
- 2) 田中 博：“心電図逆問題における方法論”、医用電子と生体工学、Vol. 23, No. 3, pp.147-158 (1985)。
- 3) 河田 聡：“物理計測における最近の信号回復論”、応用物理、Vol. 55, No. 1, pp.2-23 (1986)。
- 4) 例えば、“特集 逆問題”、数理科学、No. 274、サイエンス社、(1986)。
- 5) 大路清嗣、久保司郎、阪上隆英：“電気ポテンシャルCT法による二次元、三次元き裂形状測定に関する基礎的研究(境界要素逆問題解析法の開発と未知境界(き裂)同定への適用)”、日本機械学会論文集、Vol. 51A, No. 467, pp.1818-1827 (1985)。
- 6) 大路清嗣、久保司郎、阪上隆英：“電気ポテンシャルCT法による三次元き裂形状測定に関する数値解析的研究”、日本機械学会論文集、Vol. 52A, No. 477, pp.1352-1356 (1986)。
- 7) 大路清嗣、久保司郎、阪上隆英、橋本 健：“電気ポテンシャルCT法による二次元き裂位置寸法測定に関する実験的検討”、材料、Vol. 35, No. 395, pp.942-947 (1986)。
- 8) 大路清嗣、久保司郎、阪上隆英、橋本 健、山脇 弘：“未知平面内に存在する二次元・三次元き裂の電気ポテンシャルCT測定”、日本機械学会講演論文集、No. 860-3, pp.309-314 (1985)。
- 9) 阪上隆英、久保司郎、橋本 健、山脇 弘、大路清嗣：“マルチ電流負荷方式を用いた電気ポテンシャルCT法による未知内部き裂の位置および傾斜角の測定”、日本機械学会論文集(掲載予定)。
- 10) 橋本 健、久保司郎、阪上隆英、大路清嗣、松室義隆：“電気ポテンシャルCT法を用いた三次元表面き裂形状測定”、日本機械学会講演概要集、No. 874-1, pp.101-103 (1987)。
- 11) 阪上隆英、久保司郎、大路清嗣：“最適化手法を組み入れたき裂位置形状探索法”、日本機械学会講演概要集、No. 860-10, pp.38-39 (1986)。
- 12) Brebbia, C.A.: “The Boundary Element Method for Engineers”, Pentech Press,

- (1978) ; 邦訳 “境界要素法入門”、培風館、(1980) .
- 13) Cowper,G.R.: “ Gaussian Quadrature Formulas for Triangles ”, Int J. Num. Meth. Eng., No. 7, pp.405-408 (1973) .
- 14) Brebbia,C.A., Telles,J.C.F., Wrobel,L.C.: “ Boundary Element Techniques, Theory and Applications in Engineering ”,Springer-Verlag,(1984) ; 邦訳 “境界要素解析-理論と応用-”、丸善、(1984) .
- 15) 後藤米子、三原敏敬 : “スーパーコンピュータ SX-1 の性能向上支援ツールの利用法”、大阪大学大型計算機センターニュース、Vol. 16. No. 3, pp.125-141 (1986).
- 16) 阪上隆英、久保司郎、橋本 健、山本賢治、松室義隆、大路清嗣 : “コンピュータ援用逆問題解析による三次元き裂位置・形状の階層化探索法”、日本材料学会第4回破壊力学シンポジウム講演論文集、(1987)、(掲載予定) .
- 17) Dixon,L.C.W.: “ Nonlinear Optimisation ”,The English Universities Press Limited, (1972) ; 邦訳 “非線形最適化計算法”、培風館(1974).
- 18) 嘉納秀明 : “システムの最適理論と最適化”、コロナ社、(1987).